



**GRADO EN ECONOMÍA**  
**CURSO ACADÉMICO 2013/2014**

**TRABAJO FIN DE GRADO**

**Análisis Econométrico de la estructura de costes de  
las compañías eléctricas norteamericanas.**

**Econometric analysis of the cost structure of  
American electricity suppliers**

Rebeca Bordas Gómez

Juan Manuel Rodríguez Poo

30/06/2014

## ÍNDICE

1. Resumen	3
2. Introducción	4
3. Desarrollo	7
3.1. Datos	7
3.2. Estimación paramétrica	8
3.3. Estimación no paramétrica	16
4. Conclusiones	24
5. Anexo 1	26
5.1. Script utilizado para estimar las esperanzas condicionadas	26
5.2. Script utilizado para estimar la forma funcional de $m(\log(Q))$	26
6. Bibliografía	27

## 1. RESUMEN

Este trabajo de fin de grado tiene como objetivo el análisis de los costes y de los rendimientos a escala de las compañías eléctricas de Estados Unidos. Se analizará, partiendo de una función de costes de tipo Cobb-Douglas, la relación existente entre los costes totales que soportan las compañías con los niveles de producción de electricidad y los precios de los factores productivos. Se va a utilizar una base de datos (Greene, 2005), en la que se recoge información sobre los costes, niveles de producción y precios de los factores productivos en el año 1955. La muestra está formada por 145 compañías eléctricas americanas. En una primera etapa del análisis se estiman, utilizando el método de Mínimos Cuadrado Ordinarios, una serie de modelos paramétricos, en los cuales se establece una forma funcional determinada para la variable correspondiente a la producción. Después de realizar una serie de contrastes de especificación, se ha llegado a la conclusión de que una relación lineal entre los costes y la producción no es lo más adecuado, por lo que se procede a utilizar un modelo semiparamétrico en el que no se establece una forma funcional determinada para la producción, sino que esta se estimará junto a los otros parámetros de interés. En los resultados de la estimación semiparamétrica se observa que los costes marginales de las compañías eléctricas dependerán del output. Aquellas empresas que parten de unos niveles de producción más bajos, experimentarán un crecimiento cada vez mayor de sus costes totales, presentando unos rendimientos decrecientes a escala. Pero a partir de cierto nivel de producción, los costes empiezan a crecer a un menor ritmo a medida que se genera una mayor cantidad de electricidad y las empresas pasan a tener rendimientos crecientes a escala. Además, se observa una relación positiva entre los costes totales y los precios relativos del trabajo y del capital, por lo que, manteniendo el resto de factores constantes, ante un incremento de alguno de los precios relativos de los factores productivos, se va a producir un incremento de los costes de las compañías eléctricas.

## ABSTRACT

The aim of this final project work is analyze the cost and the returns to scale of United States electrical suppliers. For that reason, we are studying, using a Cobb-Douglas cost function, the relation of total costs to electricity production and to prices of production factors. We use a data base (Greene, 2005), which includes information about costs, production and production price factors in 1955. The sample is composed by 145 electrical suppliers from the United States. In a first stage of the analysis we estimate some parametric models, using ordinary least squares. In these models there is a functional form for the output. We conclude, after performing some specification tests, which a linear relation between costs and output is wrong. Therefore, we use a semiparametric model, where we don't set up any functional form for the output. According to the results of the semiparametric estimates, the marginal costs of electrical suppliers depend on the output. Those companies with low levels of production will experiment an increasing growth in their total costs when they increase their output. When the companies exceed a certain level of production, there is a reduction in the growth rate of the costs when the companies produce more electricity. Also, there is a positive relation between total costs and the relative prices of labor and capital, so when the prices experiment an increase, total costs grow, *ceteris paribus*.

## 2. INTRODUCCIÓN.

El objetivo de este Trabajo Fin de Grado es realizar un análisis econométrico de los costes y rendimientos a escala de las compañías eléctricas de Estados Unidos. De manera más precisa, vamos a investigar la relación funcional que existe entre los costes y la producción, ceteris paribus el resto de los factores que intervienen en la función de costes. Para cumplir con el objetivo, se comenzará especificando una función de costes, con la que se puede medir el coste mínimo de la empresa para un determinado nivel de producción, dados unos precios de los factores determinados. Más adelante incorporaremos los datos a la especificación de la función de costes propuesta por la teoría económica, para concluir con la especificación del modelo econométrico.

Para especificar una función de costes es necesario basarse en la teoría microeconómica, estableciéndose como supuesto inicial que la compañía trata de minimizar los costes para un determinado nivel de producción (decidido por un problema de maximización de beneficios). Suponiendo que la empresa utiliza dos factores productivos, trabajo (L) y capital (K), y que conoce los precios que debe pagar por ellos (w y r), debe resolver el siguiente problema de minimización:

$$\text{Min } C = wL + rK \quad (1)$$

sujeto a la restricción de producción, que le indica el nivel de producción ( $Q_0$ ):

$$F(K, L) = Q_0 \quad (2)$$

La solución a este problema, resuelto utilizando el método de Lagrange, es:

$$\text{PMg}_K(K, L)/r = \text{PMg}_L(K, L)/w \quad (3)$$

Dada esta condición de equilibrio, la compañía utilizará aquella combinación de factores para la cual las productividades marginales de dichos factores (sujetas a la Ley de Rendimientos Marginales Decrecientes) sean iguales, operando en el mínimo de sus costes. En caso contrario, la compañía podría utilizar una mayor cantidad de aquel factor cuya productividad marginal sea superior, consiguiendo reducir sus costes, dado que sería capaz de producir la misma cantidad utilizando un menor número de factores (ver por ejemplo Pyndick y Rubinfeld, 1995; Varian, 1992).

Con los resultados obtenidos hasta ahora no se puede establecer una forma funcional para la función de costes, siendo necesario utilizar, como supuesto adicional, una forma funcional para la producción. Con este nuevo supuesto se podrá resolver el problema de minimización de costes y obtener una forma funcional para la función de costes. En este trabajo se utiliza la función de producción Cobb-Douglas, utilizada por Nerlove (1963), para derivar la función de costes del mismo nombre. La forma funcional de una función de producción Cobb-Douglas es:

$$F(K, L) = AK^\alpha L^\beta \quad (4)$$

En función de los valores que tomen las ponderaciones de los factores productivos ( $\alpha$  y  $\beta$ ) se conocen los rendimientos a escala que tiene la empresa, diferenciándose tres tipos:

- $\alpha + \beta = 1 \rightarrow$  Se presentan rendimientos constantes a escala. Cuando se incrementa la cantidad de factores productivos utilizados, aumenta el nivel de producción en la misma proporción.
- $\alpha + \beta < 1 \rightarrow$  Hay rendimientos decrecientes a escala, por lo que cuando aumenta el uso de los factores, la producción crece en una menor proporción.

- $\alpha + \beta > 1 \rightarrow$  La empresa presenta rendimientos crecientes a escala. Cuando se incrementa el uso de los factores productivos, la producción se incrementa en mayor proporción.

Para conocer la función de costes se debe resolver el problema de minimización de costes descrito en las ecuaciones (1) y (2), el cual se escribe de la siguiente forma:

$$\text{Min } wL + rK - \lambda(AK^\alpha L^\beta - Q_0) \quad (5)$$

A partir de esta ecuación (5) se calculan las condiciones de primer orden respecto a L, K y  $\lambda$ . A partir de estas se puede obtener la cantidad de capital y trabajo que minimiza los costes de producción. Si esto se sustituye en la ecuación de costes totales de la empresa se obtiene una función de costes Cobb-Douglas, cuya expresión es:

$$C = w^{\beta/(\alpha+\beta)} r^{\alpha/(\alpha+\beta)} \left[ \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\beta/(\alpha+\beta)} + \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\alpha/(\alpha+\beta)} \right] \left(\frac{Q}{A}\right)^{1/(\alpha+\beta)} \quad (6)$$

Con esta función de costes se puede conocer cuál es la variación de los costes totales de la empresa cuando se produce una variación en el nivel de producción o en los precios de los factores. Además, conociendo los rendimientos a escala de la función de producción, se pueden aplicar a la función de costes, lo que permite conocer la relación existente entre la producción y los costes de la empresa. Por ejemplo, si la función de producción presenta rendimientos constantes a escala, cuando se produce un incremento de la producción, los costes aumentan en la misma proporción (ver Pyndick y Rubinfeld, 1995).

Si se conociesen los valores de  $\alpha$  y de  $\beta$  sería posible cumplir el objetivo. Desafortunadamente, sin información adicional no es posible conocer sus valores. Para ello se introducen los datos en la función de costes de nuestro modelo, propuesto por la teoría económica. El proceso descrito anteriormente permite obtener una función de costes con la que analizar los costes de las compañías eléctricas. Para realizar el análisis se utilizan datos de sección cruzada, con información del año 1955 sobre la producción, los costes totales, los precios de los factores productivos y la participación de estos factores sobre los costes totales. La muestra está formada por 145 compañías eléctricas estadounidenses. El modelo econométrico, especificado de forma paramétrica, del que se parte es:

$$\log C_i = \beta_1 + \beta_q \log Q_i + \beta_L \log P_{Li} + \beta_K \log P_{Ki} + u_i \quad (7)$$

La adecuación entre la especificación de la función de costes y los datos utilizados para estimar los parámetros de interés del modelo no es tan sencilla como puede parecer. De hecho, a lo largo del trabajo se desarrollarán una serie de contrastes de especificación que nos harán dudar sobre la relación existente entre el nivel de costes y el de producción que se propone en el modelo (7). Es importante tener en cuenta que un error de especificación en la relación entre los costes y el output, llevaría a estimaciones inconsistentes de los parámetros de interés (Wooldridge, 2012). Con el objetivo de evitar este posible error de especificación, en este trabajo, siguiendo a Robinson (1988), propondremos la estimación del siguiente modelo de regresión:

$$\log C_i = m(\log(Q_i)) + \beta_L \log P_{Li} + \beta_K \log P_{Ki} + u_i \quad (8)$$

donde  $m$  es una función desconocida que necesita ser estimada junto a los parámetros de interés. El principal interés que presenta este modelo, que estimaremos en el apartado 3.3, es que los estimadores de  $\beta$  de los parámetros de interés van a ser consistentes, independientemente de la forma funcional elegida para  $m$ .

En el apartado 3.1. se describen los datos que se van a utilizar y en el apartado 3.2. efectuamos el análisis de especificación del modelo paramétrico 7. En el apartado 3.3. se explica el procedimiento de estimación del modelo semiparamétrico especificado en el modelo 8. En el apartado 4 se presentan las conclusiones en las que se incluirán los resultados más relevantes obtenidos a lo largo del análisis de la función de costes realizado en el apartado 3.

### 3. DESARROLLO

Uno de los primeros análisis que se realizó sobre la estructura de costes de las compañías eléctricas, fue el llevado a cabo por Nerlove (1963). En dicho trabajo se especificó la siguiente función de producción:

$$Q = \alpha_0 L^{\alpha_L} K^{\alpha_K} F^{\alpha_F} \quad (9)$$

donde K representa los niveles de capital utilizados, L los de mano de obra y F la cantidad de combustible. Por otro lado, si se suman los exponentes de los factores, se pueden conocer los rendimientos a escala ( $r$ ) de las compañías ( $r = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_F$ ). Basándonos en lo indicado en la introducción, la función de costes de las compañías eléctricas sería:

$$\log C_i = \beta_1 + \beta_Q \log Q_i + \beta_L \log P_{Li} + \beta_K \log P_{Ki} + \beta_F \log P_{Fi} + u_i; i = 1, \dots, 145 \quad (10)$$

Si se tienen en cuenta los supuestos básicos, este modelo se puede estimar utilizando el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios. El supuesto de exogeneidad podría verse incumplido, puesto que cuando la compañía decide la cantidad de factores que va a utilizar para producir, tiene en cuenta el precio del resto de factores. Sin embargo, en el año en el que se obtiene la muestra, una autoridad fijaba los precios de los factores, por lo que las compañías eléctricas satisfacían la demanda para unos precios prestablecidos (ver Nerlove, 1963). Pasamos ahora a describir los datos que se van a utilizar.

#### 3.1. DATOS

Se va a utilizar una muestra de datos de sección cruzada, compuesta por información tomada en el año 1955 a 145 compañías eléctricas estadounidenses (Greene, 2005). Las variables de las que se dispone en la base de datos son:

- “Costs”: Expresado en millones de dólares, indica los costes totales que tiene la empresa eléctrica. Se va a utilizar como variable dependiente.
- “Output”: Indica los niveles de producción de electricidad medidos en millones de kilovatios. Es una de las variables independientes que se van a incluir en el modelo, la cual se incluirá utilizando diferentes formas funcionales. Se espera que a medida que aumentan los niveles de producción de la empresa, haya un incremento de los costes totales, los cuales crecerán cada vez a un menor ritmo.
- “Wage”: Expresa el precio del factor trabajo. Se espera que a medida que aumente el precio del trabajo aumenten también los costes, existiendo una relación positiva entre ambas.
- “Capital Price”: Indica el precio del capital, esperándose una relación positiva entre el precio del factor y los costes.
- “Fuel Price”: Expresa el precio de los factores energéticos utilizados para generar electricidad, existiendo una relación positiva entre ambas variables. Por lo que cuando aumenta el precio de este factor energético aumentan los costes de la empresa.
- “Labor share”, “capital share” y “fuel share”: Indica la participación que tienen los factores productivos en los costes totales de las compañías eléctricas, expresado en tanto por uno. Estos datos pueden ayudar a conocer los factores en los que la empresa es más intensiva a la hora de producir.

### 3.2. ESTIMACIÓN PARAMÉTRICA

En el modelo (10)  $\beta_q = 1/r$  y  $\beta_j = \alpha_j/r$  para  $j = K, L, F$ , teniendo en cuenta que  $r$  indica los rendimientos a escala de las compañías eléctricas ( $r = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_F$ ). Por lo que a partir del estimador asociado a la producción se pueden conocer los rendimientos a escala, puesto que  $r = 1/\beta_q$ . Nerlove (1963) establece una restricción, por la cual la suma de los parámetros de los precios de los factores debe ser igual a 1 ( $\beta_K + \beta_L + \beta_F = 1$ ), algo que se aplica dividiendo los costes y el precio de dos factores por el precio de un tercero, siendo indiferente el precio del factor por el que se divida.

$$\log \frac{C_i}{P_{Fi}} = \beta_1 + \beta_q \log Q_i + \beta_L \log \frac{P_{Li}}{P_{Fi}} + \beta_K \log \frac{P_{Ki}}{P_{Fi}} + u_i ; i = 1, \dots, 145 \quad (11)$$

La expresión de los estimadores del modelo que se van estimar es:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T \log \left( \frac{C}{P_F} \right) \quad (12)$$

donde  $X$  será una matriz de orden (145x4),  $\log \left( \frac{C}{P_F} \right)$  es un vector que incluye los 145 valores de la variable independiente y  $\hat{\beta}$  es un vector de las estimaciones de los parámetros de interés, siendo las expresiones:

$$X = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \log Q_i & \log \frac{P_{Li}}{P_{Fi}} & \log \frac{P_{Ki}}{P_{Fi}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} ; i = 1, \dots, 145 \quad (13)$$

$$\log \left( \frac{C}{P_F} \right) = \begin{bmatrix} \vdots \\ \log \left( \frac{C_i}{P_{Fi}} \right) \\ \vdots \end{bmatrix} ; i = 1, \dots, 145 \quad (14)$$

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \widehat{\beta}_1 \\ \widehat{\beta}_q \\ \widehat{\beta}_L \\ \widehat{\beta}_K \end{bmatrix} \quad (15)$$

Bajo ciertas hipótesis generales, los estimadores MCO de los parámetros de interés tienen una distribución asintótica normal, de media  $\beta$  y matriz de varianzas y covarianzas asintóticas que es eficiente en el sentido de Gauss-Markov,  $N(\beta, \sigma^2 (X^T X)^{-1})$  (Wooldridge, 2012). Estos resultados permiten utilizar el t-ratio y el p-valor construidos usando una distribución normal. Para estimar el modelo (11) se utiliza el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios, siendo los resultados:

Tabla 3.1.: Método MCO con las observaciones 1-145, usando como variable dependiente  $\log(C/P_F)$ .

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p	
$\beta_1$	-2.035	0.384	-5.293	<0.00001	***
Log(Q)	0.721	0.017	41.335	<0.00001	***
Log( $P_L/P_F$ )	0.594	0.205	2.903	0.004	***
Log( $P_K/P_F$ )	-0.008	0.191	-0.044	0.964	



Media de la vble. dep.	-0.645	D.T. de la vble. dep.	0.644
Suma de cuad. residuos	4.081	D.T. de la regresión	0.170
R-cuadrado	0.932	R-cuadrado corregido	0.930
F(3, 141)	640.096	Valor p (de F)	6.87e-82
Log-verosimilitud	53.109	Criterio de Akaike	-98.217
Criterio de Schwarz	-86.310	Crit. de Hannan-Quinn	-93.378

Fuente: Elaboración propia usando los datos de Nerlove.

El coeficiente asociado a la producción es la inversa de los rendimientos a escala y relaciona los niveles de producción con los costes totales de la empresa. Se va a hacer un contraste para comprobar si las compañías eléctricas presentan rendimientos constantes a escala o no. Para ello se establecen las siguientes hipótesis:

$$H_0: \text{Existen rendimientos constantes a escala } (\beta_q = 1). \quad (16)$$

$H_1$ : La compañía no tiene rendimientos constantes a escala.

El t-ratio toma un valor de  $(0,721 - 1)/0,0174 = -16,03$ , teniendo un p-valor igual a  $7,08052e-034$ . Se rechaza la hipótesis nula, por lo que la empresa no presenta rendimientos constantes a escala. Si queremos contrastar la existencia de rendimientos decrecientes a escala se construye el siguiente contraste:

$$H_0: \text{Existen rendimientos constantes o decrecientes a escala } (\beta_q \geq 1).$$

$H_1$ : La compañía tiene rendimientos crecientes a escala.

El t-ratio toma el valor  $-16,03$ , teniendo un valor crítico de  $-1,77$  para un nivel de significatividad del 5%. Dados estos resultados se rechaza la hipótesis nula, por lo que las compañías eléctricas no presentan rendimientos constantes o crecientes a escala. Todas las variables, excepto el precio relativo del capital, son estadísticamente significativas. Se puede decir que:

- Cuando aumenta un 1% el nivel de producción, los costes de la compañía eléctrica aumentan un 0,721%, ceteris paribus. El valor de  $r$  es superior a 1, por lo que según las estimaciones del modelo (11) las compañías tienen rendimientos crecientes a escala, por lo que cuando incrementan sus niveles de producción de electricidad experimentan un crecimiento de los costes cada vez menor. Esto incentiva a las empresas a que incrementen su tamaño, favoreciendo la aparición de situaciones de competencia imperfecta.
- Cuando aumenta el precio relativo del trabajo respecto al combustible en un 1%, se produce un incremento de los costes totales de la compañía en un 0,59%, ceteris paribus.
- La relación entre el precio relativo del capital y los costes es negativa, algo que no se esperaba, dado que se creía que cuando el precio relativo del capital aumentase, también lo harían los costes totales, ceteris paribus.

Se construye un gráfico en el que se representan, en el eje de abscisas la variable de la producción y en el de ordenadas los valores ajustados, obtenidos al estimar el modelo (11), fijando el precio de los factores productivos. Solo se permitirá que varíe la variable de la producción.

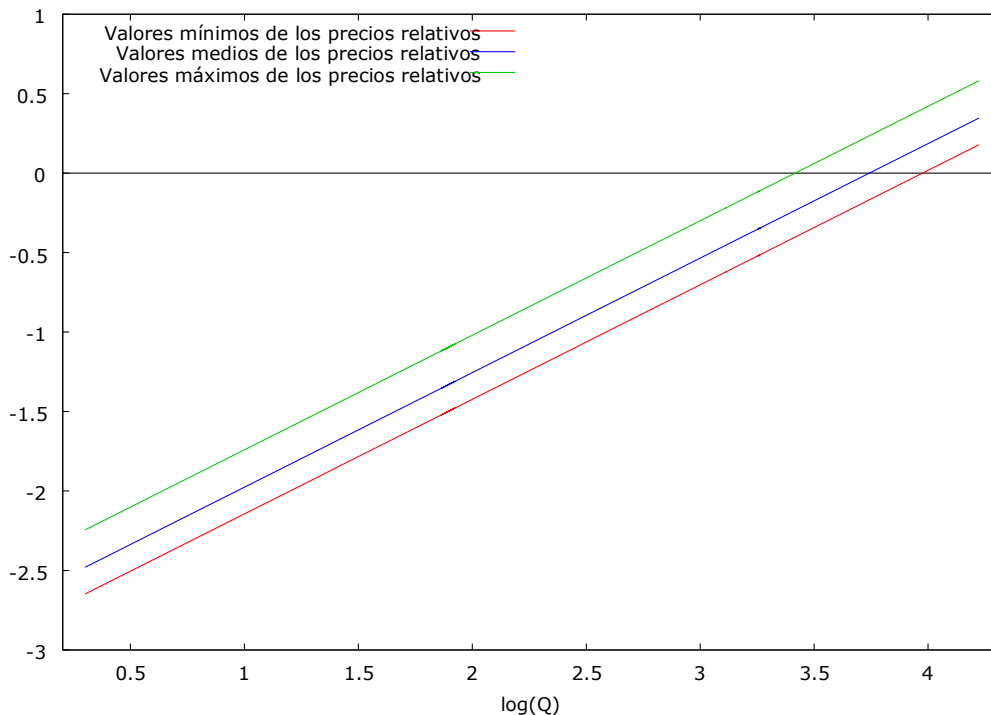


Gráfico 3.1.: Relaciona los valores ajustados con la variable de la producción. Se han fijado los valores de los precios relativos de los factores en el valor mínimo, medio y máximo. Elaboración propia

Se observa una relación positiva entre los costes estimados y los niveles de producción de electricidad, lo que implica que ante un incremento de la producción, se produce un incremento en los costes. El valor del intercepto se modifica en los tres gráficos en función de los valores que se establecen en las variables correspondientes a los precios relativos. La pendiente es siempre la misma, mostrando una relación lineal entre las variables representadas, lo que significa que las compañías eléctricas presentan unos costes marginales constantes, los cuales no varían en función de la cantidad de electricidad que produzcan.

En el modelo (11) se está suponiendo que los costes soportados por las compañías eléctricas son iguales para todas, independientemente de cual sea su nivel de producción, y que todas presentarían los mismos rendimientos a escala. Pero de acuerdo a la teoría económica, la tasa de crecimiento de los costes y los rendimientos a escala varía en función de los niveles de producción de electricidad. Aquellas empresas que parten de unos niveles de producción bajos, presentan rendimientos crecientes a escala, por lo que según incrementan la producción de electricidad, los costes aumentan, pero cada vez en menor medida. A partir de cierto nivel de producción, la empresa empieza a tener rendimientos decrecientes, lo que hace que sus costes empiecen a crecer en una mayor cuantía al incrementar la electricidad que produce (ver Pyndick y Rubinfeld, 1995). Para comprobar si se cumple la teoría económica se divide la muestra en cinco grupos, en función del nivel de producción. De esta manera se busca comprobar si los rendimientos a escala de las compañías eléctricas dependen de sus niveles de output, utilizando el modelo (11) (Nerlove, 1963).

Tabla 3.2.: Método MCO con las observaciones 1-29, usando como variable dependiente  $\log(C/P_F)$

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p	
$\beta_1$	-1.452	1.366	-1.063	0.298	
Log(Q)	0.400	0.084	4.739	0.00007	***
Log( $P_L/P_F$ )	0.615	0.729	0.844	0.407	
Log( $P_K/P_F$ )	-0.081	0.706	-0.115	0.909	

Media de la vble. dep.	-1.613	D.T. de la vble. dep.	0.351
Suma de cuad. Residuos	1.676	D.T. de la regresión	0.259
R-cuadrado	0.513	R-cuadrado corregido	0.455
F(3, 25)	8.792	Valor p (de F)	0.0003
Log-verosimilitud	0.189	Criterio de Akaike	7.620
Criterio de Schwarz	13.089	Crit. de Hannan-Quinn	9.333

Fuente: Elaboración propia usando los datos de Nerlove.

Tabla 3.3.: Método MCO con las observaciones 30-58, usando como variable dependiente  $\log(C/P_F)$

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p	
$\beta_1$	-2.816	0.615	-4.578	0.0001	***
Log(Q)	0.658	0.116	5.659	<0.00001	***
Log( $P_L/P_F$ )	0.095	0.275	0.344	0.733	
Log( $P_K/P_F$ )	0.377	0.277	1.359	0.186	

Media de la vble. dep.	-0.933	D.T. de la vble. dep.	0.164
Suma de cuad. Residuos	0.277	D.T. de la regresión	0.105
R-cuadrado	0.633	R-cuadrado corregido	0.589
F(3, 25)	14.363	Valor p (de F)	0.00001
Log-verosimilitud	26.288	Criterio de Akaike	-44.575
Criterio de Schwarz	-39.106	Crit. de Hannan-Quinn	-42.862

Fuente: Elaboración propia usando los datos de Nerlove.

Tabla 3.4.: Método MCO con las observaciones 59-87, usando como variable dependiente  $\log(C/P_F)$

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p	
$\beta_1$	-3.185	0.734	-4.342	0.0002	***
Log(Q)	0.938	0.198	4.739	0.00007	***
Log( $P_L/P_F$ )	0.402	0.199	2.017	0.055	*
Log( $P_K/P_F$ )	0.250	0.187	1.337	0.193	

Media de la vble. dep.	-0.611	D.T. de la vble. dep.	0.124
Suma de cuad. Residuos	0.185	D.T. de la regresión	0.086
R-cuadrado	0.573	R-cuadrado corregido	0.522
F(3, 25)	11.191	Valor p (de F)	0.00008
Log-verosimilitud	32.154	Criterio de Akaike	-56.308
Criterio de Schwarz	-50.839	Crit. de Hannan-Quinn	-54.595

Fuente: Elaboración propia usando los datos de Nerlove.

Tabla 3.5: Método MCO con las observaciones 88-116, usando como variable dependiente  $\log(C/P_F)$

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p	
$\beta_1$	-2.843	0.506	-5.619	<0.00001	***
Log(Q)	0.912	0.107	8.485	<0.00001	***
Log( $P_L/P_F$ )	0.507	0.187	2.704	0.012	**
Log( $P_K/P_F$ )	0.093	0.164	0.569	0.574	

Media de la vble. dep.	-0.209	D.T. de la vble. dep.	0.139
Suma de cuad. Residuos	0.069	D.T. de la regresión	0.052
R-cuadrado	0.873	R-cuadrado corregido	0.857
F(3, 25)	57.059	Valor p (de F)	2.53e-11
Log-verosimilitud	46.533	Criterio de Akaike	-85.067
Criterio de Schwarz	-79.598	Crit. de Hannan-Quinn	-83.354

Fuente: Elaboración propia usando los datos de Nerlove.

Tabla 3.6: Método MCO con las observaciones 117-145, usando como variable dependiente  $\log(C/P_F)$

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p	
$\beta_1$	-2.916	0.454	-6.417	<0.00001	***
Log(Q)	1.044	0.065	16.072	<0.00001	***
Log( $P_L/P_F$ )	0.603	0.197	3.054	0.005	***
Log( $P_K/P_F$ )	-0.289	0.175	-1.655	0.110	

Media de la vble. dep.	0.144	D.T. de la vble. dep.	0.219
Suma de cuad. Residuos	0.106	D.T. de la regresión	0.065
R-cuadrado	0.921	R-cuadrado corregido	0.912
F(3, 25)	97.203	Valor p (de F)	6.53e-14
Log-verosimilitud	40.157	Criterio de Akaike	-72.315
Criterio de Schwarz	-66.845	Crit. de Hannan-Quinn	-70.602

Fuente: Elaboración propia usando los datos de Nerlove.

Para estimar el modelo de la tabla 3.2 se han utilizado las veintinueve compañías eléctricas que generan una menor cantidad de electricidad, mientras que la muestra utilizada en el modelo estimado en la tabla 3.6 está formada por aquellas veintinueve con mayor producción. A medida que la muestra utilizada está compuesta por empresas que producen una mayor cantidad, el coeficiente asociado a  $\log(Q)$  toma valores cada vez mayores, superando el valor 1 únicamente en el último de los modelos. De esta forma se corrobora lo que indica la teoría económica, puesto que aquellas compañías con unos menores niveles de producción (tablas 3.2, 3.3, 3.4 y 3.5) presentan rendimientos crecientes a escala, por lo que sus costes crecen cada vez en menor medida. En la tabla 3.6, dado que  $\beta_q$  es superior a 1, las compañías presentan rendimientos decrecientes a escala, y sus costes crecen cada vez a un mayor ritmo a medida que aumentan la producción.

En todos los modelos, la variable  $\log(Q)$  es estadísticamente significativa, mientras que la del precio relativo del capital no lo es en ninguno de los casos. En algunas de las estimaciones el precio relativo del trabajo si es significativo. Parece que las variaciones en el precio relativo del trabajo tienen un mayor efecto sobre los costes totales a medida que se incrementan los niveles de producción. Sin embargo, en el caso del precio relativo del capital, se produce el efecto contrario.

A continuación se quiere comprobar si la función de costes es la misma para todas las compañías eléctricas o, tal y como indicó Nerlove (1963), varía en función de los niveles de producción. Para ello se realiza un contraste de especificación en el que se quiere comprobar si los coeficientes de la producción de electricidad se mantienen constantes o si el efecto que la producción tiene sobre los costes varía en función de cuales sean los niveles de producción. El efecto que tienen las variables de los precios relativos de los factores sobre los costes se mantiene constante para todas las empresas, independientemente de cual sea su nivel de producción. Para llevar a cabo este contraste se elaboran variables ficticias para cada uno de los grupos de compañías eléctricas, separadas en grupos de 29 en función de sus niveles de producción. Se utiliza como grupo base aquel que tiene los menores niveles de producción, no incluyendo su correspondiente variable ficticia en el modelo para evitar la trampa de las ficticias. El modelo que se va a estimar es:

$$\log \frac{C_i}{P_{Fi}} = \alpha_0 + \alpha_1 D_{1i} \log Q_i + \alpha_2 D_{2i} \log Q_i + \alpha_3 D_{3i} \log Q_i + \alpha_4 D_{4i} \log Q_i + \beta_q \log Q_i + \beta_L \log \frac{P_L}{P_{Fi}} + \beta_K \log \frac{P_K}{P_{Fi}} + u_i; i = 1, \dots, 145 \quad (17)$$

En la hipótesis nula se establece que los coeficientes correspondientes a las variables ficticias creadas son iguales a cero ( $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$ ). En caso de que se rechace la hipótesis nula, las empresas presentarán diferentes rendimientos a escala en función de cual sea su producción, y por tanto diferentes funciones de costes. Si no se rechaza la hipótesis nula, las compañías eléctricas presentarían las mismas funciones de costes y los mismos rendimientos a escala, independientemente de su producción de electricidad. Una vez creadas las nuevas variables se realiza la estimación mediante el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios, obteniendo como resultado:

Tabla 3.7: Método MCO con las observaciones 1-145, usando como variable dependiente  $\log(C/P_F)$

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p	
$\alpha_0$	-1.753	0.316	-5.553	<0.00001	***
$D_{1i} \log Q_i$	0.093	0.023	4.043	0.00009	***
$D_{2i} \log Q_i$	0.122	0.025	4.880	<0.00001	***
$D_{3i} \log Q_i$	0.165	0.026	6.232	<0.00001	***
$D_{4i} \log Q_i$	0.202	0.028	7.229	<0.00001	***
$\log(Q)$	0.429	0.043	9.897	<0.00001	***
$\log(P_L/P_F)$	0.482	0.169	2.861	0.005	***
$\log(P_K/P_F)$	0.038	0.157	0.242	0.809	

Media de la vble. dep.	-0.645	D.T. de la vble. dep.	0.644
Suma de cuad. residuos	2.633	D.T. de la regresión	0.139
R-cuadrado	0.956	R-cuadrado corregido	0.954
F(7, 137)	423.901	Valor p (de F)	1.63e-89
Log-verosimilitud	84.881	Criterio de Akaike	-153.762
Criterio de Schwarz	-129.948	Crit. de Hannan-Quinn	-144.085

Contraste de omisión de variables

- Hipótesis nula: los parámetros son cero para las variables:  $D_{1i} \log Q_i$ ,  $D_{2i} \log Q_i$ ,  $D_{3i} \log Q_i$  y  $D_{4i} \log Q_i$ .
- Estadístico de contraste:  $F(4, 137) = 18.8367$  con valor p =  $P(F(4, 137) > 18.8367) = 2.32256e-012$

Fuente: Elaboración propia usando los datos de Nerlove.

Al realizar el contraste se obtiene un valor del estadístico de la F de 18,8367. El p-valor es igual a 2,3225e-012, rechazando la hipótesis nula. Se ha llegado a la conclusión esperada, el efecto que la producción tiene sobre los costes depende de la cantidad de electricidad que genere la compañía eléctrica, rechazando que todas las compañías tengan la misma función de costes.

El resultado obtenido en el contraste implica que los rendimientos de la empresa varían en función de cual sea su output. Una de las opciones para recoger la variación de los costes marginales entre las compañías es establecer una relación cuadrática entre la producción y los costes, pero antes de modificar el modelo se va a realizar un contraste RESET para ver si el modelo lineal (11) tiene algún error de especificación. Los pasos que se deben seguir para calcular este contraste son:

- Estimar el modelo lineal (11) y obtener los valores ajustados de los costes.
- En el siguiente paso se estima un nuevo modelo, añadiendo los valores ajustados elevados al cuadrado y al cubo:

$$\log \frac{C_i}{P_{Fi}} = \beta_q \log Q_i + \beta_L \log \frac{P_{Li}}{P_{Fi}} + \beta_K \log \frac{P_{Ki}}{P_{Fi}} + \beta_1 \widehat{y}_i^2 + \beta_2 \widehat{y}_i^3 + u_i; i = 1, \dots, 145 \quad (18)$$

- En el último paso se comprueba si estas últimas variables añadidas son estadísticamente significativas de forma conjunta. En caso de no serlo no existiría una relación lineal y el modelo (11) estaría especificado de manera incorrecta (ver Wooldridge, 2012).

La hipótesis nula implica que los coeficientes de los valores ajustados al cuadrado y al cubo son cero ( $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$ ). El valor del estadístico F es 49,6566, con dos parámetros restringidos y 139 grados de libertad. Se obtiene un p-valor de 5,34e-017, por lo que se rechaza la hipótesis nula. Esto implica que los valores ajustados al cuadrado y al cubo son estadísticamente significativos de forma conjunta, por lo que la estimación lineal no es la más adecuada, existiendo algún tipo de no linealidad no incluida en el modelo. Por esta razón se va a añadir al modelo (11) una nueva variable, el  $(\log(Q))^2$ . Al añadir el término al cuadrado, se modifica la relación funcional existente entre la producción y los costes, consiguiendo tener unos costes marginales que dependen de los niveles de producción de la compañía. El modelo a estimar es:

$$\log \frac{C_i}{P_{Fi}} = \beta_1 + \beta_q \log Q_i + \beta_p (\log(Q_i))^2 + \beta_L \log \frac{P_{Li}}{P_{Fi}} + \beta_K \log \frac{P_{Ki}}{P_{Fi}} + u_i; i = 1, \dots, 145 \quad (19)$$

Para estimar este modelo se utiliza de nuevo el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios, obteniendo los siguientes resultados:

Tabla 3.8: Método MCO con las observaciones 1-145, usando como variable dependiente  $\log(C/P_F)$

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p	
$\beta_1$	-1.635	0.305	-5.361	<0.00001	***
Log(Q)	0.153	0.062	2.468	0.014	**
$(\log(Q))^2$	0.116	0.012	9.416	<0.00001	***
Log( $P_L/P_F$ )	0.481	0.161	2.983	0.003	***
Log( $P_K/P_F$ )	0.074	0.150	0.492	0.623	

Media de la vble. dep.	-0.645	D.T. de la vble. dep.	0.644
Suma de cuad. Residuos	2.499	D.T. de la regresión	0.134
R-cuadrado	0.958	R-cuadrado corregido	0.957
F(4, 140)	800.667	Valor p (de F)	2.37e-95
Log-verosimilitud	88.674	Criterio de Akaike	-167.348
Criterio de Schwarz	-152.464	Crit. de Hannan-Quinn	-161.300

Fuente: Elaboración propia usando los datos de Nerlove.

Todas las variables presentan una relación positiva respecto a los costes de las compañías eléctricas. Ante un incremento en los niveles de electricidad generada de un 1%, los costes aumentan en un 0,15%, ceteris paribus. Además, manteniendo el resto de los factores constantes, a medida que aumenta el precio relativo del trabajo se produce un incremento de los costes totales. Todas las variables, a excepción del logaritmo del precio relativo del capital, son significativas, explicando todas ellas el 95.81% de los costes totales que soportan las eléctricas.

Para observar la relación existente entre los costes totales y los niveles de producción de las compañías eléctricas se elabora un gráfico. Se representa en el eje de abscisas la variable correspondiente a la producción ( $\log(Q)$ ) y en el eje de ordenadas los valores ajustados obtenidos de la estimación del modelo (19), fijando los precios relativos de los factores en sus valores mínimo, medio y máximo, permitiendo que únicamente la producción varíe.

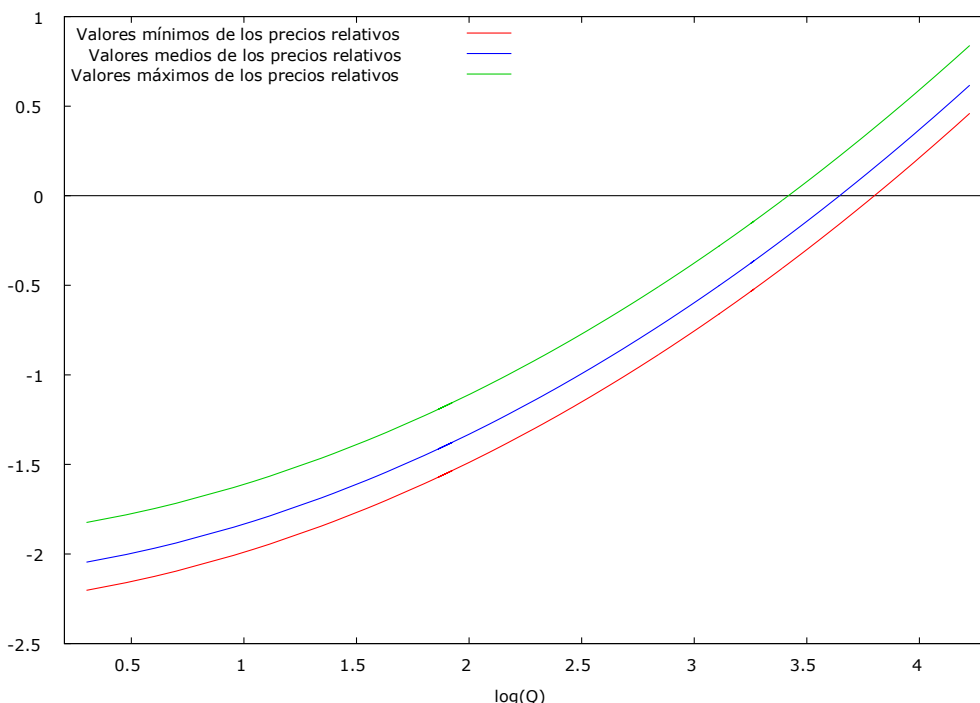


Gráfico 3.2.: Relaciona los valores ajustados con la variable de la producción. Se han fijado los valores de los precios relativos de los factores en el valor mínimo, medio y máximo. Elaboración propia.

En el gráfico 3.2. se observa una relación positiva entre los costes y los niveles de “output” de las compañías, por lo que a medida que se produce un crecimiento en la producción, los costes crecen. Además dichos costes se incrementan cada vez a un mayor ritmo. En este caso se ha establecido una relación cuadrática entre los costes y la producción de electricidad, lo que implica que los costes marginales de este tipo de

empresas están relacionados con los niveles de producción. La pendiente de las tres curvas es la misma para todos los niveles de producción, mientras que las ordenadas en el origen varían en función de los valores que se dé a los precios relativos de los factores.

### 3.3. ESTIMACIÓN NO PARAMÉTRICA.

Una vez se ha visto que el modelo lineal, estimado utilizando el modelo (11), no era el más adecuado para analizar la función de costes de las compañías eléctricas, aparecen numerosas opciones a la hora de establecer una forma funcional para la producción al estudiar su relación con los niveles de costes. Se ha estimado el modelo estableciendo una relación cuadrática, pero no existe una certeza plena de que este sea el modelo correcto, por lo que se va a optar por un método de estimación no paramétrica. En este tipo de modelos no se establece una forma funcional determinada a alguna de las variables, en este caso al  $\log(Q)$ . El modelo que se va a estimar es:

$$\log \frac{C_i}{P_{Fi}} = m(\log(Q_i)) + \beta_L \log \frac{P_{Li}}{P_{Fi}} + \beta_K \log \frac{P_{Ki}}{P_{Fi}} + u_i; i = 1, \dots, 145 \quad (20)$$

Una de las hipótesis que debe cumplir este modelo es la de exogeneidad, por la cual no debe existir ninguna relación entre las variables explicativas y el término de error. Este supuesto podría verse incumplido puesto que cuando las empresas deciden el nivel de factores que van a utilizar a la hora de producir, tienen en cuenta los precios del resto de los factores productivos. Sin embargo, en el año en el que se recogen los datos, existía una autoridad que se encargaba de fijar los precios de los factores, por lo que a la hora de generar electricidad, las compañías eléctricas satisfacían una demanda determinada a unos precios establecidos, decidiendo únicamente el nivel de factores utilizados (ver Nerlove, 1963).

Para llevar a cabo este tipo de estimaciones no paramétricas se establece un nuevo modelo, donde se toman esperanzas condicionadas en  $\log(Q_i)$  en el modelo (20).

$$E\left(\log\left(\frac{C_i}{P_{Fi}}\right) \middle| \log Q_i\right) = m(\log Q_i) + \beta_K E\left(\log\left(\frac{P_{Ki}}{P_{Fi}}\right) \middle| \log Q_i\right) + \beta_L E\left(\log\left(\frac{P_{Li}}{P_{Fi}}\right) \middle| \log Q_i\right) + E(u_i | \log Q_i) \quad (21)$$

Este nuevo modelo (21) se resta al modelo (20), consiguiendo que el término  $m(\log(Q_i))$  desaparezca. Es importante resaltar que la  $E(u_i | \log Q_i)$  es igual a cero, debido a la hipótesis de exogeneidad. El modelo resultante es:

$$\log\left(\frac{C_i}{P_{Fi}}\right) - E\left(\log\left(\frac{C_i}{P_{Fi}}\right) \middle| \log Q_i\right) = \beta_L \left(\log\left(\frac{P_{Li}}{P_{Fi}}\right) - E\left(\log\left(\frac{P_{Li}}{P_{Fi}}\right) \middle| \log Q_i\right)\right) + \beta_K \left(\log\left(\frac{P_{Ki}}{P_{Fi}}\right) - E\left(\log\left(\frac{P_{Ki}}{P_{Fi}}\right) \middle| \log Q_i\right)\right) + u_i; i = 1, \dots, 145 \quad (22)$$

Utilizando el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios se pueden estimar los parámetros  $\beta_K$  y  $\beta_L$ . La expresión de dichos coeficientes es:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (23)$$



donde  $X$  es una matriz de orden  $(145 \times 2)$ ,  $Y$  es un vector que contiene los 145 datos de la variable dependiente y  $\hat{\beta}$  es otro vector que incluye los estimadores MCO de los parámetros de interés del modelo (22).

$$X = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ \log\left(\frac{P_{Li}}{P_{Fi}}\right) - E\left(\log\left(\frac{P_{Li}}{P_{Fi}}\right) \middle| \log Q_i\right) & \log\left(\frac{P_{Ki}}{P_{Fi}}\right) - E\left(\log\left(\frac{P_{Ki}}{P_{Fi}}\right) \middle| \log Q_i\right) \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}; i = 1, \dots, 145 \quad (24)$$

$$Y = \begin{bmatrix} \vdots \\ \log\left(\frac{C_i}{P_{Fi}}\right) - E\left(\log\left(\frac{C_i}{P_{Fi}}\right) \middle| \log Q_i\right) \\ \vdots \end{bmatrix}; i = 1, \dots, 145 \quad (25)$$

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_L \\ \hat{\beta}_K \end{bmatrix} \quad (26)$$

Dado que se desconoce el valor que toman las esperanzas condicionadas, la fórmula de los estimadores (23) no sería operativa, por lo que se elabora un script (anexo 1) para estimarlas utilizando los estimadores de Naradaya-Watson (ver Wand y Jones, 1995).

$$\hat{E}\left(\log\left(\frac{C_i}{P_{Fi}}\right) \middle| \log(Q_i)\right) = \frac{\frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{\log(Q) - \log(Q_i)}{h}\right) \log\left(\frac{C_i}{P_{Fi}}\right)}{\hat{f}(\log(Q))} \quad (27)$$

$$\hat{E}\left(\log\left(\frac{P_{Li}}{P_{Fi}}\right) \middle| \log(Q_i)\right) = \frac{\frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{\log(Q) - \log(Q_i)}{h}\right) \log\left(\frac{P_{Li}}{P_{Fi}}\right)}{\hat{f}(\log(Q))} \quad (28)$$

$$\hat{E}\left(\log\left(\frac{P_{Ki}}{P_{Fi}}\right) \middle| \log(Q_i)\right) = \frac{\frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{\log(Q) - \log(Q_i)}{h}\right) \log\left(\frac{P_{Ki}}{P_{Fi}}\right)}{\hat{f}(\log(Q))} \quad (29)$$

donde se utilizan los estimadores de Parzen-Rosenblatt (ver Wand y Jones, 1995),  $\hat{f}(\log(Q)) = \frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{\log(Q) - \log(Q_i)}{h}\right)$  y  $K\left(\frac{\log(Q) - \log(Q_i)}{h}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(Q) - \log(Q_i)}{h}\right)^2}$ , representa la función de Kernel gaussiana. En estas fórmulas  $N$  representa el tamaño de la muestra y  $h$  la amplitud del intervalo, incluido en el script utilizando la expresión  $\sqrt{\text{var}(\log(Q))}N^{1/5}$ . Una vez se han estimado estas esperanzas condicionadas se pueden obtener los estimadores de  $\beta$ , cuya expresión será:

$$\tilde{\beta} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1} \tilde{X}^T \tilde{Y} \quad (30)$$

donde  $\tilde{X}$  es una matriz que tiene la misma expresión que la matriz  $X$  en (24), pero las esperanzas teóricas han sido reemplazadas por las expresiones (28) y (29) y el vector  $\tilde{Y}$  está compuesto por los valores de la variable dependiente, teniendo la misma expresión que el vector  $Y$  en (25), reemplazando las esperanzas teóricas por la expresión (27). El vector  $\tilde{\beta}$  incluye las estimaciones de los coeficientes de los parámetros de interés.

$$\tilde{\beta} = \begin{bmatrix} \tilde{\beta}_L \\ \tilde{\beta}_K \end{bmatrix} \quad (31)$$

Para estimar estos coeficientes se utiliza el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios sin incluir el término constante, que permitirá estimar posteriormente los valores de  $m(\log(Q))$  y conocer la forma funcional de la producción, la cual no se ha

establecido al inicio. Robinson (1988) demuestra que estos estimadores siguen una distribución asintótica normal:

$$\sqrt{n}(\tilde{\beta} - \beta) \sim_d N(0, \sigma^2\{\tilde{X}^T \tilde{X}\}^{-1}) \quad (32)$$

Este resultado permite utilizar los t-ratio y los p-valor utilizando una distribución normal. Los resultados obtenidos al estimar el modelo (22) utilizando el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios son:

Tabla 3.9: Método MCO con las observaciones 1-145, usando como variable dependiente  $\log(C/P_F)$ .

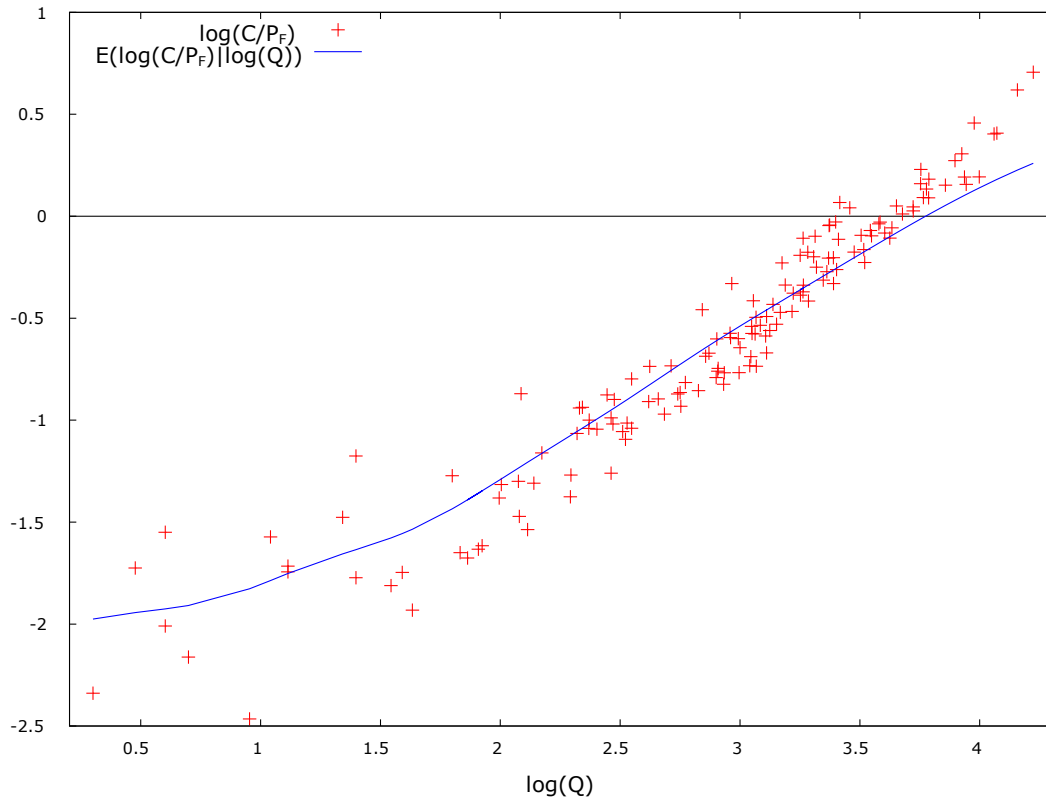
	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p	
$\ln(P_L/P_F)$	0.524	0.195	2.682	0.008	***
$\ln(P_K/P_F)$	0.033	0.182	0.181	0.856	

Media de la vble. dep.	-0.002	D.T. de la vble. dep.	0.179
Suma de cuad. Residuos	3.732	D.T. de la regresión	0.162
R-cuadrado	0.192	R-cuadrado corregido	0.186
F(2, 143)	16.972	Valor p (de F)	2.43e-07
Log-verosimilitud	59.588	Criterio de Akaike	-115.176
Criterio de Schwarz	-109.222	Crit. de Hannan-Quinn	-112.757

Fuente: Elaboración propia usando los datos de Nerlove

Únicamente la variable correspondiente al precio relativo del trabajo es estadísticamente significativa, algo que no sucede en el caso de la variable del precio relativo del capital. Cuando se incrementa el precio del trabajo en un 1%, se espera que se produzca un incremento de los costes de un 0,52%, ceteris paribus. Comparando estos estimadores con los obtenidos en las estimaciones realizadas en el apartado 3.2, se observa que los resultados son bastante similares a los obtenidos en las tablas 3.8 y 3.7, en los que se permitía que la producción variase entre compañías incluyendo variables ficticias o añadiendo la variable  $(\log(Q))^2$ . En estos casos, las relaciones de los precios relativos respecto a los costes totales se mantienen, observando una relación positiva respecto a los costes tanto del precio relativo del capital como del precio relativo del trabajo. Cabe destacar que únicamente la variable correspondiente al precio relativo del trabajo es estadísticamente significativa. Por otro lado, si se comparan los resultados de la estimación semiparamétrica con los de la tabla 3.1, en el cual se recogían los resultados de la estimación del modelo (11), se observa que el efecto que tiene el precio del trabajo sobre los costes totales es muy similar en ambos casos, existiendo una relación positiva entre ambas variables. El coeficiente asociado a la variable del precio relativo del capital tiene una relación negativa con los costes totales de las compañías eléctricas en el caso paramétrico, mientras que en el caso semiparamétrico la relación se vuelve positiva.

A través de un gráfico se puede representar las esperanzas condicionadas, estimadas utilizando un script, y la relación existente entre éstas y los niveles de producción de electricidad de las compañías eléctricas. En primer lugar, en el gráfico 3.3 se tratará de analizar la relación existente entre las esperanzas de los costes y los niveles de producción de las compañías eléctricas. Para ello se representa en el eje de abscisas la variable correspondiente a la producción y en el de ordenadas la variable de los costes totales y los valores estimados para la esperanza condicionada.

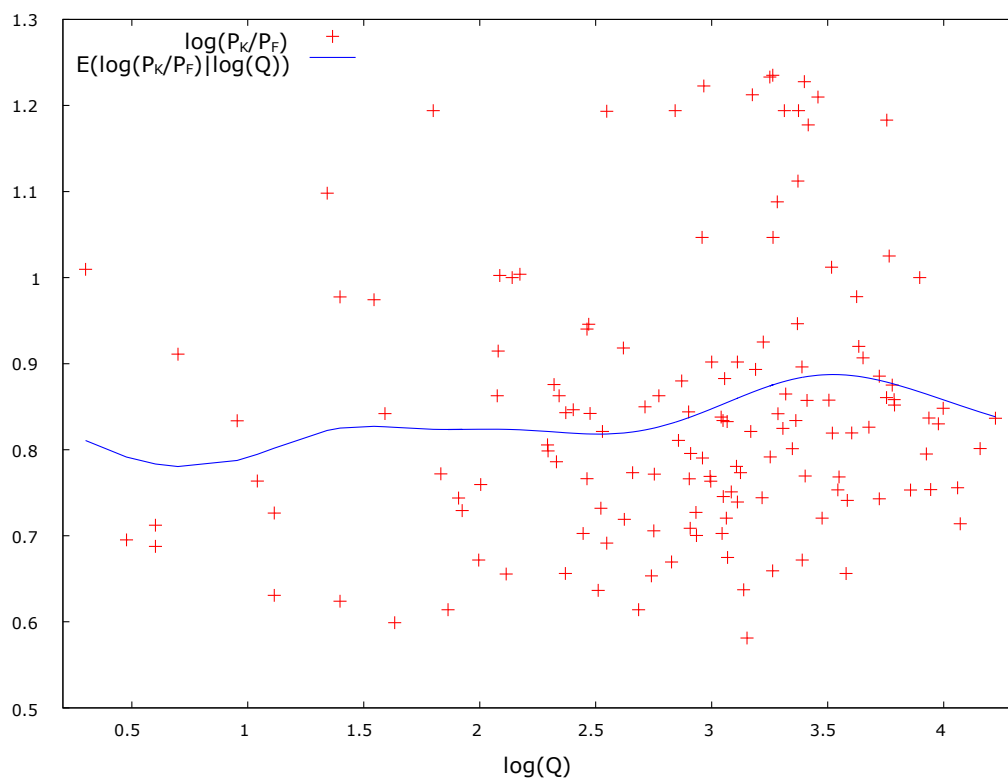
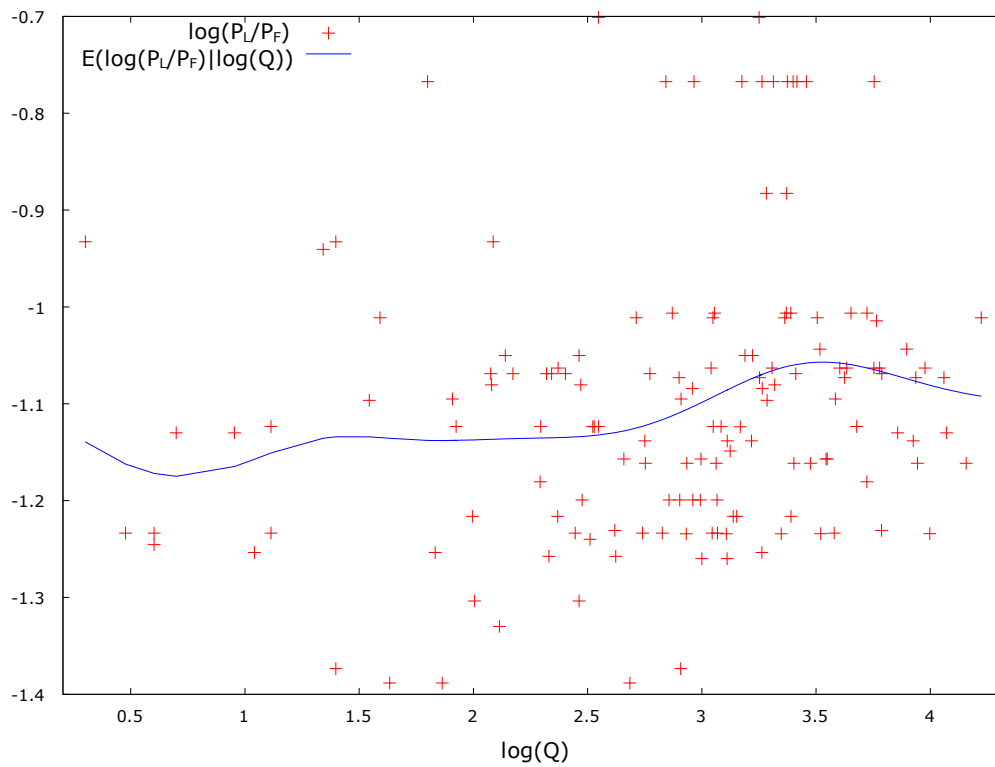


*Gráfico 3.3: Representa la relación existente entre el logaritmo de la producción y los niveles de costes de las eléctricas y la media condicionada de los costes. Elaboración propia.*

En el gráfico 3.3 se observa una relación positiva entre los costes totales y la producción. Partiendo de niveles bajos de producción, a medida que la cantidad generada de electricidad se incrementa, los costes crecen cada vez a un mayor ritmo, por lo que las compañías eléctricas presentan rendimientos decrecientes a escala. Sin embargo, a partir de cierto nivel de producción las compañías pasan a tener rendimientos crecientes, puesto que el crecimiento de los costes totales se empieza a reducir cuando se incrementa el output. En el gráfico 3.1, se observa que existe una relación positiva entre los costes totales y la producción que se aprecia en el gráfico 3.3, indicando que a medida que se produce una mayor cantidad de electricidad los costes totales crecen siempre al mismo ritmo. Después de estimar el modelo (19), en el que se incluía una relación cuadrática entre la producción y los costes, se elaboró un gráfico en el que se representaba en el eje de ordenadas los valores ajustados de los costes totales y en el de abscisas los niveles de output. Esta relación se representa en el gráfico 3.2, en el que se puede observar como los costes marginales dependen de la cantidad de electricidad que genera la compañía. A medida que crece la producción de electricidad, las compañías hacen frente a unos costes totales que crecen cada vez a un mayor ritmo. En el gráfico 3.3 se observa que la nube de puntos presenta la misma relación entre los costes y la producción que el gráfico 3.2, sin embargo, al analizar la relación de la producción con las esperanzas condicionadas se aprecia que a partir de un determinado nivel de producción el crecimiento de los costes es cada vez menor.

Se vuelve a usar el script para estimar las esperanzas condicionadas de los precios relativos de los factores productivos. Para observar la relación entre estas variables y los niveles de producción se elaboran dos gráficos en el que se representan en el eje de abscisas el output y en el de ordenadas las variables

correspondientes a los precios relativos de los factores y las estimaciones de sus esperanzas condicionadas.



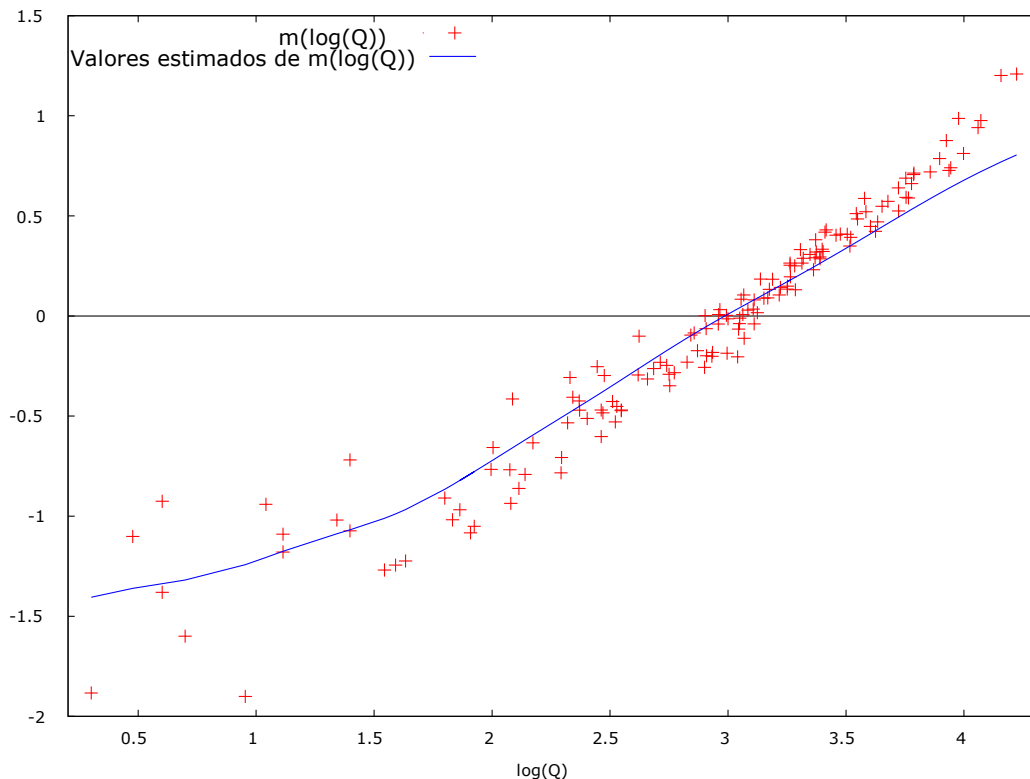
Gráficos 3.4 y 3.5: Establecen una relación entre la producción y el precio relativo del trabajo y del capital, respectivamente. Además se observa la relación con la media condicionada de los precios relativos de los factores productivos. Elaboración propia.

Tanto en el gráfico 3.4 como en el 3.5 se observa una relación bastante similar entre la producción y los precios de los factores, pero se parte de una ordenada en el origen diferente en cada uno. En ambos gráficos la tendencia es positiva, existiendo una relación positiva en los niveles de producción de electricidad y los precios de los factores productivos. Partiendo de niveles de producción bajos, a medida que se incrementa el output se produce una reducción de los precios, los cuales vuelven a incrementarse a medida que se genera más electricidad, creciendo cada vez a una tasa mayor. Llega un determinado nivel de producción a partir del cual se vuelve a observar una reducción de los precios relativos de los factores.

Una vez se han estimados los coeficientes de  $\beta_L$  y de  $\beta_K$  se puede proceder a estimar la forma funcional de la producción, para ello se despeja del modelo (20) la variable correspondiente de la producción. La expresión resultante es:

$$m(\log(Q_i)) = \left(\log \frac{C_i}{P_{Fi}}\right) - \beta_L \left(\log \frac{P_{Li}}{P_{Fi}}\right) - \beta_K \left(\log \frac{P_{Ki}}{P_{Fi}}\right) \quad (33)$$

Para estimarlo, de nuevo se utiliza el script y posteriormente se elabora un gráfico para observar la forma funcional de la producción. En el eje de abscisas se representa la producción y en el de ordenadas la variable  $m(\log(Q))$  y sus valores estimados.



*Gráfico 3.6: Este gráfico representa la forma funcional que tiene la variable correspondiente a la producción. Se puede analizar la relación existente entre producción y costes totales. Elaboración propia.*

En el gráfico 3.6 se observa que existe una relación positiva entre los niveles de producción de electricidad y los costes totales que soportan las compañías eléctricas. A medida que se genera una mayor cantidad de electricidad esto va a provocar un incremento de los costes. Esta relación positiva se había observado en las estimaciones paramétricas realizadas en apartado 3.2. Además, a medida que aumenta la producción, los costes de las compañías eléctricas crecen a un mayor

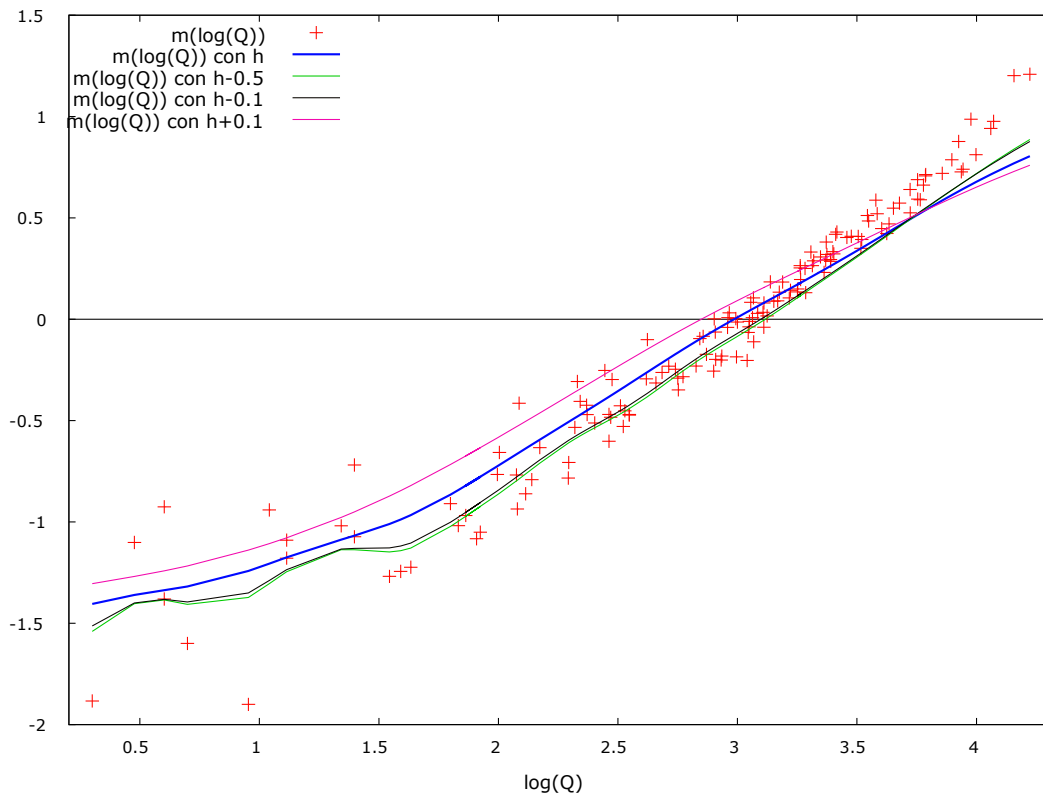
ritmo, pero a partir de cierto nivel de producción los costes totales crecen a un menor ritmo. A pesar de que los datos de los costes parecen indicar que para niveles elevados de output, los costes totales deberían crecer cada vez más rápido, se estima que a partir de cierto nivel de producción de electricidad hay una reducción de dicho crecimiento.

En este trabajo se ha utilizado un ancho de ventana que ha sido necesario estimar. La elección del ancho de ventana  $h$  es crucial en el procedimiento de estimación. Existen diferentes procedimientos de cálculo (ver Wand y Jones, 1995). En este trabajo hemos optado por el más sencillo, la denominada “regla del pulgar” de Silverman. En todo caso, con el objetivo de analizar la sensibilidad de las estimaciones a la variación del ancho de ventana, se han recalculado las estimaciones para diferentes valores de  $h$ . Las estimaciones de  $\beta_L$  y de  $\beta_K$  obtenidos en cada una de las modificaciones son:

	$\beta_L$	$\beta_K$
h-1	0,7691 (0,3529) **	-0,1014 (0,3293)
h-0,5	0,4864 (0,1605) ***	0,0672 (0,1495)
h-0,1	0,4921 (0,1645) ***	0,0618 (0,1532)
H	0,5242 (0,1954) ***	0,0330 (0,1820)
h+0,1	0,5648 (0,2334) **	0,0003 (0,2175)
h+0,5	0,8634 (0,3968) **	-0,1381 (0,3705)
h+1	1,2268 (0,5411) **	-0,2720 (0,5068)

*Tabla 3.10: Incluye los valores de los parámetros de  $\beta_L$  y de  $\beta_K$ , estimadas utilizando el modelo (22) mediante el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios. Estas estimaciones se han obtenido utilizando, para calcular las medias condicionadas, diferentes valores del ancho de ventana ( $h$ ). Elaboración propia.*

En la tabla 3.10 se incluyen los valores que toman los parámetros asociados a las variables de los precios relativos de los factores ante cambios en el ancho de ventana. Se observan variaciones en los efectos que tienen sobre los costes totales las variables correspondientes al precio relativo de los factores. Estas variaciones se aprecian especialmente cuando se incrementa el ancho de ventana, casos en los que además la variable correspondiente al precio relativo del trabajo pierde cierto grado de significatividad. Cuando se utiliza un ancho de ventana alto aparece una menor adecuación entre la estimación y los verdaderos valores de la función que se quería estimar. También cabe destacar que en ninguno de los casos la variable correspondiente al precio relativo del capital es estadísticamente significativa y además, para algunos anchos de ventana, su relación con los costes totales se vuelve negativa. En el gráfico 3.7 se representa la función estimada de la producción para cada uno de los anchos de ventana:



*Gráfico 3.7: Representa la forma funcional de la variable de la producción para diferentes anchos de ventana. Elaboración propia.*

En el gráfico 3.7 se han representado algunas de las formas funcionales de la producción, estimadas con diferentes valores de  $h$ . En todas ellas se observa una tendencia creciente, que corrobora la relación positiva que existe entre los costes totales y el output. En el gráfico 3.3 se observaba que para niveles bajos de producción, había un crecimiento cada vez mayor de los costes totales ante aumentos en el output. Crecimiento que se reduce cuando las compañías eléctricas superan cierto nivel de producción. La adecuación de esta función  $m$ , en la que se ha utilizado el ancho de ventana  $h$ , se ajustaba bastante bien a la nube de puntos, excepto en los niveles de producción más altos. Sin embargo, este desajuste se reduce cuando se utiliza un ancho de ventana menor, como se observa en las funciones  $m$  en los que se utiliza los anchos de ventana  $h-0,1$  y  $h-0,5$ . En estos casos, a medida que la compañía eléctrica incrementa sus niveles de producción de electricidad, los costes crecen cada vez a un mayor ritmo, presentando rendimientos decrecientes a escala. Este resultado es igual al que se obtuvo en el gráfico 3.2, en el que se estableció una relación cuadrática entre los costes totales y el output.

## 4. CONCLUSIONES

El objetivo de este trabajo de fin de grado es analizar los costes y los rendimientos a escala de las compañías eléctricas estadounidenses. A lo largo del apartado 3 se ha analizado el comportamiento de los costes totales ante variaciones en los niveles de producción de electricidad, manteniendo los precios relativos de los factores constantes. También se han estudiado las elasticidades precio, mediante el análisis de las variaciones que experimentan los costes cuando se modifican los precios relativos del trabajo y del capital, manteniendo los niveles de output constantes. Para poder llevar a cabo este análisis ha sido necesario recurrir a la teoría microeconómica para especificar una función de costes que nos permitiese observar la relación existente entre costes y producción. En este caso, siguiendo a Nerlove (1963) se ha optado por una función de costes Cobb-Douglas.

Se ha iniciado el análisis estableciendo una relación lineal entre los costes y la variable de la producción, tal y como se puede observar en el modelo (11). Después de estimar el modelo utilizando Mínimos Cuadrados Ordinarios, se observó una relación positiva entre ambas variables y unos costes marginales que no dependen de los niveles de producción de las compañías. Sin embargo, tras realizar una serie de contrastes de especificación, se llegó a la conclusión de que esta relación no era la más adecuada, por lo que se procede a estimar un nuevo modelo en el que se establece una relación cuadrática entre los costes y el output. En este caso, además de una relación positiva entre dichas variables, se observa que a medida que las compañías generan una mayor cantidad de electricidad, el incremento de los costes totales ante variaciones en el output es cada vez mayor, presentando rendimientos decrecientes a escala.

Sin embargo, no hay una certeza plena de que exista una relación cuadrática entre los costes de las compañías y sus niveles de producción, puesto que, una vez se ha descartado que el modelo lineal es el correcto, aparece un amplio abanico de posibles relaciones entre ambas variables. Por esta razón, en el apartado 3.3 se opta por realizar una estimación no paramétrica, en la que no se preestablece ninguna forma funcional para la variable de la producción, sino que esta se va a estimar junto al resto de parámetros de interés del modelo (20). Una vez se han realizado todas las estimaciones, se ha observado una relación positiva entre los costes totales de las empresas y los precios relativos del trabajo y del capital, por lo que cuando se produce un incremento de dichos precios, los costes aumentan, manteniendo el resto de factores constantes. Estos resultados se obtuvieron también en la estimación del modelo (19), en el que se establecía una relación cuadrática entre los costes y la producción. Sin embargo, en la estimación del modelo (11), los resultados varían respecto a los obtenidos con el modelo (22). Mientras el coeficiente asociado al precio relativo del trabajo se mantiene positivo en ambos casos, la relación entre el precio relativo del capital y los costes totales, en el caso del modelo lineal es negativa.

Por otro lado, se ha obtenido una relación positiva entre los costes y el output y la existencia de unos costes marginales que varían en función de la cantidad de electricidad que generan las compañías eléctricas. En concreto, para niveles bajos de output, los incrementos de los costes totales ante variaciones en la producción son cada vez mayores, lo que implica que las compañías presentan rendimientos decrecientes a escala. Sin embargo, a partir de una determinada cantidad de producción, el crecimiento de los costes es cada vez menor, por lo que para esos niveles de producción, las empresas presentan rendimientos crecientes a escala. Estos resultados se han obtenido utilizando una ancho de ventana ( $h$ ) calculado a través de la “regla del pulgar” de Silverman, pero posteriormente se ha replicado el mismo procedimiento de estimación no paramétrica modificando el valor de  $h$ , con el



objetivo de analizar la sensibilidad de las estimaciones a variaciones en el valor del ancho de ventana. La forma funcional de la producción para diferentes valores de  $h$  se ha representado en el gráfico 3.7, donde se ha observado que aquellas funciones de  $m$  para las que se ha utilizado un ancho de ventana más pequeño presentan un mejor ajuste a los datos. De hecho, se aprecia un incremento de los costes cada vez mayor a medida que aumenta el output, desapareciendo la parte de rendimientos crecientes que se observaba en el gráfico 3.7 cuando las compañías eléctricas tenían unos altos niveles de producción.

## 5. ANEXO 1

### 5.1. SCRIPT UTILIZADO PARA ESTIMAR LAS ESPERANZAS CONDICIONADAS:

```
scalar nn = $nobs
scalar h = sd(l_output)*nn^(-1/5)
matrix N1 = {}
loop i=1..nn
matrix n1= exp((-1/2)*((l_output[i]-l_output)/h)^2)
matrix num1 = sumc(n1.*X)
matrix N1 = N1 | num1
endloop

matrix D1 = {}
loop i=1..nn
matrix d1 = exp((-1/2)*((l_output[i]-l_output)/h)^2)
matrix den1 = sumc(d1)
matrix D1 = D1| den1
endloop
matrix e = N1./D1
series ee = e
```

Donde X se sustituye por la variable de los costes totales o de los precios relativos de los factores en función de la esperanza condicionada que se quiera estimar.

### 5.2. SCRIPT UTILIZADO PARA ESTIMAR LA FORMA FUNCIONAL DE $m(\log(Q))$ :

```
scalar nn = $nobs
scalar h = sd(l_output)*nn^(-1/5)
matrix N4 = {}
loop i=1..nn
matrix n4= exp((-1/2)*((l_output[i]-l_output)/h)^2)
matrix num4 = sumc(n4.*(l_CF-b[1]*l_LF-b[2]*l_KF))
matrix N4 = N4 | num4
endloop

matrix D4 = {}
loop i=1..nn
matrix d4 = exp((-1/2)*((l_output[i]-l_output)/h)^2)
matrix den4 = sumc(d4)
matrix D4 = D4| den4
endloop
matrix e4 = N4./D4
series ee4 = e4
```

## 5. BIBLIOGRAFÍA

- Hsiao, C., 1986, *Analysis of Panel Data*, *Econometric Society Monographs* 11, Ed. Cambridge
- Pindyck, R.S. y Rubinfeld, D.L., 1995, *Microeconomía*, Editorial Prentice Hall
- Nerlove, M., 1963, *Returns to Scale in Electricity Supply*, In C. Christ, ed., *Measurement in Economics: Studies in Mathematical Economics and Econometrics in memory of Yehuda Grunfeld*. Stanford, Calif: Stanford university Press.
- Robinson, P.M., (1988), *Root-N-Consistent Semiparametric Regression*, *Econometrica*, **56**, 931-954.
- Varian, H.R., 1992, *Microeconomic Analysis*, Editorial Norton, Nueva York.
- Wand, M.P. y Jones, M.C., 1995, *Kernel Smoothing*, *Monographs on Statistics and Applied Probability* 60, Editorial Chapman & Hall, London.
- Wooldridge, J.M., 2012, *Introductory Econometrics: A Modern Approach*, Editorial South Western CENGAGE Learning, USA.