

# Análisis mediante las matrices de Scattering ópticas de un interferómetro Fabry-Perot con perturbaciones

D.Pereda Cubián, J.L.Arce Diego, M.A.Quintela, J.M.López-Higuera  
Grupo de Ingeniería Fotónica, Dpto. TEISA, Universidad de Cantabria

Tlf: 942201537, Fax: 942201873, Correo: [dpcubian@teisa.unican.es](mailto:dpcubian@teisa.unican.es), [jlance@teisa.unican.es](mailto:jlance@teisa.unican.es)

**Abstract.** Using signal flow graphs and the optical Scattering matrix, the analysis of a Fabry-Perot cavity is done. The influence of the Faraday effect is analysed.

## 1. Introducción

El método habitual para el análisis de una cavidad *Fabry-Perot* es la utilización de la teoría de haces múltiples, que considera el campo obtenido en reflexión o transmisión como la suma de infinitos haces resultado de las reflexiones que se producen en el interior de la cavidad. Sin embargo, es posible utilizar otros métodos de análisis, como la teoría de grafos y las matrices de *Scattering* ópticas [1], que permiten caracterizar dispositivos ópticos mediante matrices. En este artículo se realiza el análisis de los efectos de polarización en una cavidad *Fabry-Perot* utilizando para ello el método de los grafos y las matrices de *Scattering*, que facilita el estudio de diferentes efectos, como el efecto Faraday, al caracterizarlos mediante simples matrices.

## 2. Modelo teórico

Cada elemento de un sistema se caracteriza mediante su correspondiente matriz de *Jones*. En una cavidad *Fabry-Perot* de fibra basta con considerar a la propia fibra y las reflexiones:

a) *Fibra óptica*. Sin perturbaciones se considera equivalente a un retardador, al introducir una variación de fase en cada uno de los modos de polarización del campo.

$$D = D(\mathbf{b}L) = e^{-j\mathbf{b}L} \quad (1)$$

En el caso no ideal, si se consideran las perturbaciones externas, se utiliza el equivalente de *Kapron* [2] que tiene en cuenta las posibles birrefringencias lineal y circular que se puedan producir en el interior de la cavidad:

$$K_p = R(\Omega) \cdot L(\mathbf{d}) \cdot R(\mathbf{q}) \quad (2)$$

donde  $R(\mathbf{q})$  es la matriz de rotación y  $L(\mathbf{d})$  la de un retardador lineal:

$$R(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} \cos(\mathbf{q}) & -\sin(\mathbf{q}) \\ \sin(\mathbf{q}) & \cos(\mathbf{q}) \end{pmatrix}; L(\mathbf{d}) = \begin{pmatrix} e^{-j\mathbf{d}/2} & 0 \\ 0 & e^{j\mathbf{d}/2} \end{pmatrix} \quad (3)$$

b) *Reflexión y transmisión*. La matriz *Jones* que caracteriza un elemento reflector o transmisor es la siguiente:

$$R_x = \begin{pmatrix} r_x & 0 \\ 0 & r_y \end{pmatrix}; T_x = \begin{pmatrix} t_x & 0 \\ 0 & t_y \end{pmatrix} \quad (4)$$

Una vez conocidas las matrices que describen cada elemento es posible modelar el comportamiento de la cavidad de *Fabry-Perot* a partir de sus grafos correspondientes.

## 3. Análisis matricial de la cavidad

A continuación se realiza la descripción de una cavidad de *Fabry-Perot* utilizando la teoría de grafos y las matrices de *Scattering* ópticas. El esquema de una cavidad de *Fabry-Perot* sería el siguiente:

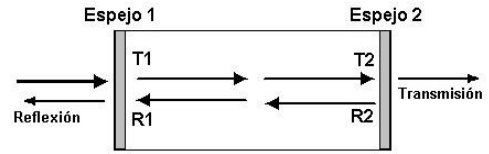


Figura 1: Cavidad de Fabry-Perot

La cavidad puede funcionar en transmisión o reflexión, siendo más útil su utilización en reflexión, al doblarse la sensibilidad y aumentar la fineza, eliminando además los efectos de la actividad óptica recíproca [3]. En la Figura 2 se representan los grafos que caracteriza el comportamiento de una cavidad de *Fabry-Perot* en reflexión ( $S_{11}$ ) y transmisión ( $S_{21}$ ):

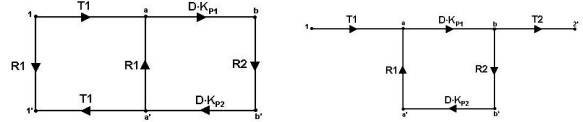


Figura 2: Grafos de la cavidad; a)  $S_{11}$ , b)  $S_{21}$

$T_1$  y  $R_1$  son la transmisión y la reflexión producidas en el primer espejo,  $T_2$  y  $R_2$  en el segundo espejo,  $D$  es el desfase introducido por la cavidad,  $K_{p1}$  considera las perturbaciones producidas en la propagación de izquierda a derecha y  $K_{p2}$  las producidas de derecha a izquierda. La relación entre  $K_{p1}$  y  $K_{p2}$  es:

$$K_{p2} = K_{p1}^T \quad (5)$$

La matriz  $S_{11}$  caracteriza la cavidad en reflexión y  $S_{21}$  en transmisión. La expresión de estas matrices se halla utilizando las técnicas de reducción de grafos y la regla de *Mason*. Estas expresiones son:

$$\begin{cases} S_{11} = R_1 + T_1 \cdot (I - R_1 \cdot A)^{-1} \cdot A \cdot T_1 \\ S_{21} = T_2 \cdot B \cdot (I - R_1 \cdot A)^{-1} \cdot T_1 \end{cases} \quad (6)$$

donde:

$$A = e^{-j2\mathbf{b}L} \cdot R(-\mathbf{q}) \cdot L(\mathbf{d}) \cdot R(F) \cdot R(-\Omega) \cdot R_2 \cdot R(\Omega) \cdot R(F) \cdot L(\mathbf{d}) \cdot R(\mathbf{q}) \quad (7.a)$$

$$B = e^{-j\mathbf{b}L} \cdot R(\Omega) \cdot R(F) \cdot L(\mathbf{d}) \cdot R(\mathbf{q}) \quad (7.b)$$

#### 4. Simulaciones y resultados

Se han realizado simulaciones de esta estructura utilizando el método matricial descrito, y se han obtenido los siguientes resultados:

a) *Caso isótropo* La respuesta obtenida es la esperada, una serie de picos espectrales que coinciden con las frecuencias de resonancia de la cavidad. La separación frecuencial de estos picos viene dada por la longitud de la cavidad, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\Delta u = \frac{c}{2nl} \quad (8)$$

En la Figura 3 se pueden ver los coeficientes de reflexión y transmisión de la cavidad en función de la longitud de onda:

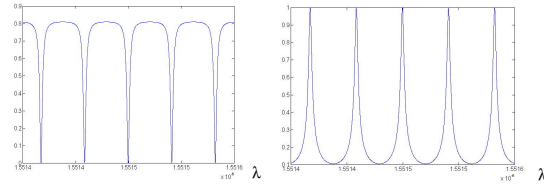


Figura 3: Respuesta espectral de una cavidad Fabry-Perot; a) en reflexión, b) en transmisión

b) *Efecto Faraday*. La presencia de una corriente, y por lo tanto, del efecto *Faraday*, provoca, tal y como indica la teoría de haces múltiples, un desdoblamiento de los picos espectrales en dos, cada uno de los cuales se corresponde con uno de los modos de polarización.

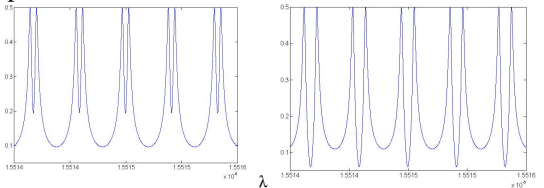


Figura 4: Respuesta espectral de una cavidad Fabry-Perot con una corriente de; a) 2 KA, b) 4 KA

La potencia se divide entre los dos modos, siendo la separación de los picos espectrales mayor cuanto mayor sea el valor de la corriente, de acuerdo a la expresión:

$$\Delta u_1 = VNI \cdot \frac{c}{2nLp} \quad (9)$$

c) *Cavidad en reflexión*. Utilizando la cavidad en reflexión, la influencia de la actividad óptica desaparece, mientras que el efecto producido por el efecto *Faraday* se dobla. En la Figura 5 se puede comparar la respuesta espectral en reflexión de la cavidad en presencia o no de actividad óptica:

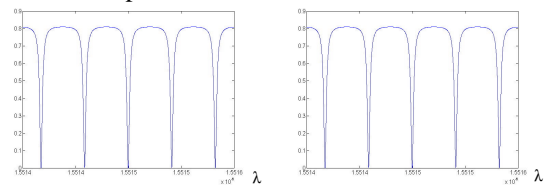


Figura 5: Respuesta en reflexión de la cavidad; a) sin actividad óptica, b) con actividad óptica (100 rad/m)

Sin embargo, si la estructura se utiliza en transmisión sí afecta la actividad óptica [3].

d) *Birrefringencia lineal*. La birrefringencia lineal produce una modificación en la respuesta, con un desplazamiento de los picos espectrales, perjudicial si se desea utilizar esta estructura como sensor de corriente, y una redistribución de la potencia entre los modos.

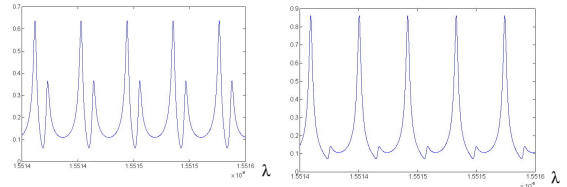


Figura 6: Respuesta de la cavidad con birrefringencia lineal a) 50 rad/m, b) con 200 rad/m

e) *Espejo rotador de Faraday*. La introducción de un espejo rotador de *Faraday* permite eliminar los efectos indeseados originados por la birrefringencia lineal, de manera que ésta no afecte a la respuesta obtenida, tal y como se puede ver en las siguientes figuras:

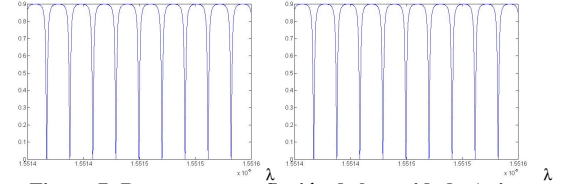


Figura 7: Respuesta en reflexión de la cavidad; a) sin birrefringencia lineal, b) con 100 rad/m

#### 5. Conclusiones

Se ha analizado una cavidad de *Fabry-Perot* utilizando para ello la teoría de grafos y las matrices de *Scattering*. Los resultados obtenidos concuerdan con los que proporciona la teoría de haces múltiples, produciéndose la división de los picos espectrales en presencia de una corriente. La influencia de la actividad óptica y la birrefringencia lineal ha sido estudiada, demostrándose la coherencia de éste método con el de haces múltiples. El método de las matrices de *Scattering* permite simplificar el cálculo, al caracterizar los diferentes fenómenos a partir de matrices.

#### 6. Agradecimientos

Este proyecto se ha podido realizar en parte gracias a los medios aportados por la *CICYT* a través del proyecto *TIC'98-0397-CO3-02*.

#### 7. Bibliografía

- [1]. Y.Weissman. *Optical Network Theory*, Artech House, Inc, Boston, 1992.
- [2]. F.P.Kapron et col. *Birefringence in dielectric optical waveguides*. IEE Journal of Quantum Electronics, Vol.QE-8, pp.222-225, 1972.
- [3]. J.L.Arce-Diego et col. *Spectral effects in a reflective fiber Fabry-Perot for magnetic field sensing subjected to reciprocal perturbations*. Proceedings of SPIE, Vol.4016, pp.148-153, Praga 1999.