## ANÁLISIS DEL EFECTO ENTALLA EN CALIZA OOLÍTICA

# S. Cicero<sup>1,\*</sup>, T. García<sup>1</sup>, V. Madrazo<sup>1</sup>, J. Castro<sup>1</sup>, D. Andrés<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Dpto. Ciencia e Ingeniería del Terreno y de los Materiales, Universidad de Cantabria, Av/ Los Castros s/n, 39005, Santander, Cantabria \*E-mail: ciceros@unican.es

### RESUMEN

Este artículo presenta el análisis del efecto entalla en una caliza oolítica (caliza capri). Con este fin, se ha completado un programa experimental que contempla el ensayo a fractura de 42 probetas de flexión en cuatro puntos con una entalla en la sección media cuyo radio de varía entre 0.15 mm y 10 mm. Los resultados experimentales se han puesto en relación con las predicciones proporcionadas por la Teoría de las Distancias Críticas. De los resultados obtenidos se deriva que el radio crítico por encima del cual comienza a producirse el efecto entalla es aproximadamente la distancia crítica del material (L=2.71 mm) y que, por lo tanto, entallas con un radio inferior a ese valor se comportan como fisuras. Igualmente, se demuestra la capacidad predictiva de la Teoría de las Distancias Críticas en el estudio del efecto entalla en la caliza analizada.

#### ABSTRACT

This paper presents the analysis of the notch effect in oolitic limestone fracture specimens. The research is based on the results obtained in an experimental programme composed of 42 SENB fracture specimens tested in 4-point bending conditions, combining 7 different notch radii varying from 0.15 mm up to 10 mm. The experimental results have been related and compared to the predictions provided by the Theory of the Critical Distances. The results reveal that the critical radius above which there is significant notch effect is approximately the material critical distance (L=2.71 mm). Thus, notches with radii below this critical distance behave like crack-type defects. Finally, it is demonstrated the predictive capacity of the Theory of Critical Distances for the notch effect assessment of the analysed limestone.

PALABRAS CLAVE: Entalla, caliza, Teoría de las Distancias Críticas.

### 1. INTRODUCCIÓN

Este artículo analiza el comportamiento a fractura de una caliza oolítica en presencia de defectos tipo entalla. Este tipo de defectos generan campos tensionales más relajados que las fisuras, por lo que el análisis de entallas bajo la hipótesis de que se comportan como fisuras (haciendo uso de la mecánica de la fractura ordinaria) puede llegar a ser muy conservador.

Existen numerosos trabajos que proponen expresiones del campo tensional en el fondo de una entalla (ej., [1,2]). Todas ellas proponen una reducción de la tensión perpendicular al plano de la entalla, de tal modo que cuanto mayor es el radio de entalla mayor es la reducción tensional. Esto, por supuesto, tiene consecuencias directas sobre el comportamiento resistente de los componentes estructurales (ej., [1, 3-5]), de tal manera que éstos desarrollan una capacidad de carga y una tenacidad aparente mayores cuando se encuentran entallados. Sin embargo, en ocasiones, entallas afiladas se comportan como fisuras, y entallas romas no penalizan la resistencia del material (más allá de la reducción de sección resistente que representan). Igualmente, el concepto de "afilado" o "romo" es relativo, dependiendo del material analizado: existen materiales con un claro efecto entalla a partir de radios muy reducidos, mientras que otros materiales requieren de un radio de entalla considerable para comenzar a desarrollar dicho efecto ([3-5]).

Esta particular naturaleza de las entallas ha dado lugar a una gran cantidad de investigaciones al respecto, tratando de desarrollar herramientas de análisis específicas para las entallas. En el ámbito de las rocas, la investigación ha sido, sin embargo, muy escasa.

Con todo ello, la Sección 2 de este documento presenta la Teoría de las Distancias Críticas (TDC) como una herramienta para el análisis de entallas, la Sección 3 describe el material analizado y el programa experimental, la Sección 4 proporciona los resultados obtenidos, así como su análisis y discusión, y la Sección 5 recoge las conclusiones del trabajo.

### 2. ANÁLISIS DE ENTALLAS MEDIANTE LA TEORÍA DE LAS DISTANCIAS CRÍTICAS

La TDC es en realidad un conjunto de metodologías que tienen en común el hecho de que en las evaluaciones en rotura utilizan un parámetro característico del material con unidades de longitud (la distancia crítica) [3]. Los orígenes de la TDC se localizan a mediados del siglo XX con los trabajos de Neuber [6] y Peterson [7], pero ha sido en la última década cuando se ha analizado sistemáticamente esta teoría estableciendo su aplicabilidad a diferentes tipos de materiales (ej., metales, cerámicos, polímeros y compuestos), procesos (principalmente fractura y fatiga) y condiciones (eg., elástico-lineal frente elastoplástico).

El parámetro de longitud mencionado anteriormente es normalmente conocido como L (distancia crítica), y su expresión (en análisis de fractura) es:

$$L = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{mat}}{\sigma_0} \right)^2 \tag{1}$$

Donde  $K_{mat}$  es la tenacidad a fractura del material y  $\sigma_0$ es un parámetro resistente característico del material (tensión inherente), mayor que  $\sigma_u$ , que debe ser calibrado. Sólo en aquellas condiciones donde el comportamiento elástico-lineal se da tanto a escala macroscópica como microscópica (ej., fractura en rocas)  $\sigma_0$  coincide con  $\sigma_u$ .

De entre las metodologías de análisis incluidas en la TDC destacan dos:

- El Método del Punto (MP): es la aproximación más sencilla, y se asume que el fallo se produce cuando la tensión alcanza el valor de la tensión inherente ( $\sigma_0$ ) a una distancia del frente de la entalla igual a L/2 [3]. Así resulta que el criterio de fallo es:

$$\sigma\left(\frac{L}{2}\right) = \sigma_0 \tag{2}$$

- El Método de la Línea (ML): supone que el fallo se produce cuando la tensión media a lo largo de una longitud determinada, 2L, alcanza el valor de la tensión inherente,  $\sigma_0$ . Por lo tanto, la expresión del ML es:

$$\frac{1}{2L} \int_{0}^{2L} \sigma(r) dr = \sigma_0 \tag{3}$$

Las predicciones usando LM son un poco distintas a las que se obtienen al usar PM [3], pero ambos métodos generan resultados razonablemente parecidos a los datos obtenidos experimentalmente.

Además, la TDC (en sus diferentes versiones) permite analizar componentes entallados de una manera relativamente sencilla. De hecho, el MP y el ML proporcionan expresiones (sus justificaciones pueden encontrarse en [3]), para la tenacidad aparente a fractura ( $K_{IN}$ ) de componentes entallados. Esto tiene una gran importancia desde un punto de vista práctico, dado que reduce el análisis a fractura de un componente entallado a un problema equivalente en un componente fisurado con la única particularidad de considerar  $K_{IN}$  en vez de  $K_{IC}$ . El fallo se produce cuando:

$$K_I = K_{IN} \tag{4}$$

 $K_I$  es el factor intensidad de tensiones para una fisura de las mismas dimensiones que la entalla (salvo el radio) y  $K_{IN}$  puede obtenerse utilizando las siguientes expresiones ( $\rho$  es el radio de entalla):

$$K_{IN} = K_{IC} \frac{\left(1 + \frac{\rho}{L}\right)^{3/2}}{\left(1 + \frac{2\rho}{L}\right)}$$
(5)

cuando se utiliza el MP,

$$K_{IN} = K_{ICI} \sqrt{1 + \frac{\rho}{4L}} \tag{6}$$

cuando se utiliza el ML.

#### 3. MATERIAL Y PROGRAMA EXPERIMENTAL

La Tabla 1 recoge las propiedades nominales de la caliza oolítica analizada (caliza capri), mientras que la Figura 1 muestra una imagen de la microestructura de la misma.

Tabla 1. Propiedades generales de la caliza analizada

|                                    | Caliza oolítica |
|------------------------------------|-----------------|
| Densidad aparente $(kg/m^3)$       | 2540            |
| Absorción de agua (%)              | 3.01            |
| Resistencia a la abrasion (mm)     | 22.5            |
| Resistencia al deslizamiento (SRV) | 42              |
| Tamaño de grano (µm)               | 800             |

Se realizaron seis ensayos de compresión [8] y seis ensayos brasileños para la determinación indirecta de la resistencia a tracción [9]. Dicho parámetro es fundamental para la aplicación de la TDC (ver ecuación (1), en donde  $\sigma_0$  coincide con  $\sigma_u$ ).

En cuanto a la determinación de la tenacidad a fractura, existen diversas metodologías al respecto (ej., [10-12]). Aquí se realizaron los ensayos según la metodología CEN [12], originariamente propuesta por Srawley y Gross [13] y que propone la realización de los ensayos en probetas SENB de flexión en 4 puntos. La geometría de las mismas se muestra en la Figura 2.



Figura 1. Microestructura de la caliza oolítica analizada



Figura 2. Geometría de las probetas de fractura.  $\rho$ =0.15 mm en los ensayos de K<sub>IC</sub>;  $\rho$  varía entre 0.5 mm y 10 mm en los ensayos de K<sub>IN</sub>.

En todas ellas se practicó un corte con 0.3 mm de diámetro (radio de entalla,  $\rho$ = 0.15 mm). En los ensayos, realizados a una velocidad de 0.05 mm/min, se registraron la carga y el desplazamiento, con lo que la determinación de la carga de rotura resulta inmediata. A partir de ésta, K<sub>IC</sub> se obtiene a través de la siguiente formulación [12,13]:

$$K_{IC} = \frac{F \cdot Y}{h \cdot h^{1/2}} \tag{7}$$

En donde b es el espesor de la probeta, h es la altura de la misma y Y es el factor de flexibilidad dado por:

$$Y = \frac{3(L_o - L_i)\alpha_0^{1/2} \cdot X}{2h(1 - \alpha_0)^{3/2}}$$
(8)

siendo

$$X = 1.9887 - \left[\frac{(3.49 - 0.68\alpha_0 - 1.35\alpha_0^2)\alpha_0 \cdot (1 - \alpha_0)}{(1 + \alpha_0)^2}\right] - 1.32\alpha_0$$
(9)

Lo y Li son las distancias entre apoyos inferiores y superiores (120 mm y 60 mm, respectivamente), y  $\alpha_0 = a_0/h \ (0.35 \le \alpha_0 \le 0.40).$ 

Una vez realizados los ensayos a fractura ( $K_{IC}$ ) se realizaron los ensayos de tenacidad aparente a fractura ( $K_{IN}$ ) sobre probetas entalladas. Los radios de entalla analizados son 0.5 mm, 1 mm, 2 mm, 4 mm, 7 mm y 10 mm (ver Figura 2) y la formulación utilizada es la misma que en el caso de las probetas de tenacidad a fractura. Aquí es importante advertir que las metodologías para la obtención de  $K_{IC}$  en rocas permiten la existencia de un radio finito y limitado (ej., 0.15 mm) en la probeta, asumiendo que el valor de tenacidad obtenido es igual a la tenacidad a fractura que se obtendría en probetas fisuradas. Por lo tanto, los resultados de  $K_{IC}$  son realmente valores de  $K_{IN}$  en los que se asume que el efecto entalla es despreciable

Con todo ello, se ensayaron seis probetas por radio de entalla, obteniendo los correspondientes valores de carga crítica y, mediante la aplicación de las ecuaciones (7) a (9), los valores asociados de  $K_{IN}$ .

### 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las propiedades mecánicas obtenidas, consistentes con la literatura científica al respecto, se muestran en la Tabla 2.  $E_{50}$  representa el módulo de elasticidad tangente al 50% de la carga de rotura en el ensayo de compresión.

Tabla 2. Propiedades mecánicas a tracción y compresión

|   | Caliza oolítica |
|---|-----------------|
| Resistencia a compresión (MPa)              | $135.7\pm12.7$  |
| Módulo de elasticidad E <sub>50</sub> (GPa) | $64.1 \pm 2.2$  |
| Tensión de rotura, $\sigma_u$ (MPa) [45]    | $7.8 \pm 1.1$   |

La Figura 3 muestra, como ejemplo, los resultados carga-desplazamiento de los ensayos de tenacidad a fractura, mientras que las tablas 3 y 4 recogen, respectivamente, los resultados de tenacidad a fractura (probetas con radio de entalla 0.15 mm) y tenacidad aparente a fractura (probetas con radios de entalla de 0.5 mm hasta 10 mm).

El valor medio de la tenacidad a fractura resulta 0.72 MPam<sup>1/2</sup>. Este valor, junto con la resistencia a tracción del material (ver Tabla 2), permite determinar la distancia crítica del material (L) mediante la ecuación (1) asumiendo que  $\sigma_0$  es igual a  $\sigma_u$ . Así, L tiene un valor de 2.71 mm. La comparación entre L y la geometría de las entallas permite realizar las siguientes observaciones, tal y como recoge [14]:

 Comparación de L con la longitud de entalla (a): cuando la longitud de entalla normalizada es mucho menor que la unidad (a/L << 1), la entalla es inocua y no penaliza la capacidad de carga del componente. En este caso los defectos tienen longitudes de entre 7 mm y 8 mm, por lo que la citada condición no se cumple.

En todo caso, tal y como se comenta en [14], este número adimensional se puede definir de forma más general como el tamaño de defecto normalizado (para cualquier tipo de defecto, no solo para entallas), y en tanto en cuanto su valor sea suficientemente pequeño, el correspondiente defecto no es dañino desde el punto de vista resistente. Como ejemplo, un poro interno de 0.5 mm sería inocuo en la caliza estudiada.

- Comparación de L con el radio de entalla ( $\rho$ ): cuando el radio de entalla normalizado es inferior a 1 ( $\rho$ /L < 1) la entalla correspondiente se comporta como una fisura de igual longitud [14]. Si  $\rho$ /L es mucho mayor que la unidad ( $\rho$ /L >> 1) la entalla puede analizarse de forma simple mediante el factor elástico de concentración de tensiones (K<sub>t</sub>). Por lo tanto, en la caliza analizada aquellas entallas cuyo radio sea inferior a 2.71 mm se comportan como fisuras.

Esta es una observación importante para materiales geológicos en general, dado que éstos presentan valores de L relativamente altos (del orden de varios milímetros [3,15,16]) y, por lo tanto, entallas con radios significativos se comportan como fisuras y pueden analizarse haciendo uso de la mecánica de la fractura ordinaria (es decir, sin considerar ningún tipo de efecto entalla).



Figura 3. Curvas carga-desplazamiento de los ensayos de tenacidad a fractura.

Tabla 3. Resultados de tenacidad a fractura,  $K_{IC}$ .

| Probeta (caliza) | $K_{IC}$ (MPam <sup>1/2</sup> ) |
|------------------|---------------------------------|
| L-0-1            | 0.75                            |
| L-0-2            | 0.74                            |
| L-0-3            | 0.71                            |
| L-0-4            | 0.71                            |
| L-0-5            | 0.69                            |
| L-0-6            | 0.73                            |

Tabla 4 Resultados de tenacidad aparente a fractura,  $K_{IN}$ .

| Probeta  | Radio de entalla | K <sub>IN</sub> |
|----------|------------------|-----------------|
| (caliza) | (mm)             | $(MPam^{1/2})$  |
| L-05-1   | 0.5              | 0.78            |
| L-05-2   |                  | 0.74            |
| L-05-3   |                  | 0.70            |
| L-05-4   |                  | 0.74            |
| L-05-5   |                  | 0.85            |
| L-05-6   |                  | 0.73            |
| L-1-1    |                  | 0.78            |
| L-1-2    |                  | 0.78            |
| L-1-3    | 1.0              | 0.73            |
| L-1-4    | 1.0              | 0.75            |
| L-1-5    |                  | 0.79            |
| L-1-6    |                  | 0.82            |
| L-2-1    |                  | 0.75            |
| L-2-2    |                  | 0.79            |
| L-2-3    | 2.0              | 0.76            |
| L-2-4    | 2.0              | 0.78            |
| L-2-5    |                  | 0.77            |
| L-2-6    |                  | 0.75            |
| L-4-1    | 10               | 1.09            |
| L-4-2    |                  | 0.76            |
| L-4-3    |                  | 0.73            |
| L-4-4    | 4.0              | 0.71            |
| L-4-5    |                  | 0.78            |
| L-4-6    |                  | 0.80            |
| L-7-1    | 7.0              | 0.90            |
| L-7-2    |                  | 0.92            |
| L-7-3    |                  | 0.85            |
| L-7-4    |                  | 0.92            |
| L-7-5    |                  | 0.89            |
| L-7-6    |                  | 0.97            |
| L-10-1   | 10               | 0.94            |
| L-10-2   |                  | 0.89            |
| L-10-3   |                  | 0.86            |
| L-10-4   |                  | 0.97            |
| L-10-5   |                  | 0.98            |
| L-10-6   |                  | No válido       |

Otra consecuencia destacable de los altos valores de distancia crítica obtenidos en rocas, incluida la caliza objeto de análisis en este trabajo, es la adecuación del uso de probetas entalladas (en vez de fisuradas) para la determinación de la tenacidad a fractura: en la medida que el radio de entalla sea menor que la correspondiente distancia crítica del material analizado, el valor de tenacidad aparente obtenido ( $K_{IN}$ ) es igual a la tenacidad a fractura del material ( $K_{IC}$ ).

La Figura 4 muestra los valores de tenacidad aparente a fractura obtenidos junto con las predicciones del Método de la Línea:

- El valor de L obtenido en la caliza permite el desarrollo de efecto entalla dentro del rango de radios analizados: aquellos por encima de 2.71 mm (4 mm, 7 mm and 10 mm) presentan dicho efecto, mientras que los que quedan por debajo de L (0.5 mm, 1 mm and 2 mm) proporcionan un valor de tenacidad aparente muy similar a la tenacidad a fractura del material.
- Las predicciones de la TDC se ajustan de forma adecuada a los resultados experimentales. Además, el ajuste obtenido es muy similar al correspondiente mejor ajuste por mínimos cuadrados, el cual proporciona un valor de distancia crítica igual a 3.4 mm. Esta aparente discrepancia en el valor de L tiene un efecto práctico muy reducido, puesto que la distancia crítica aparece dentro de una raíz cuadrada en las expresiones que proporcionan las predicciones de tenacidad aparente K<sub>IN</sub> (ej., ecuación (6)).



Figura 4. Resultados de tenacidad aparente y comparación con las predicciones de la TDC (Método de la Línea).

### 5. CONCLUSIONES

Este artículo presenta un análisis del efecto entalla en una caliza oolítica. Dicho análisis se sustenta en dos cuestiones principales: en primer lugar, los resultados de un programa experimental compuesto por 42 probetas de flexión en 4 puntos, con radios de entalla que varían entre 0.15 mm (para el cual se asume un comportamiento de fisura) y los 10 mm. El programa experimental también incluye ensayos de compresión y ensayos indirectos de tracción (brasileño); en segundo lugar, la aplicación de la Teoría de las Distancias Críticas (enfoque del Método de la Línea) a los ensayos de fractura, comparando las predicciones con los resultados experimentales y valorando el significado del valor de distancia crítica obtenido. Las principales conclusiones son las siguientes:

- La distancia crítica del material resulta ser 2.71 mm. Este valor permite realizar estimaciones de la capacidad resistente de la caliza oolítica analizada frente a cualquier concentrador de tensiones mediante la aplicación de la Teoría de las Distancias Críticas (ej., Método del Punto, Método de la Línea).
- Aquellos defectos cuyo tamaño sea mucho menor de 2.71 mm no penalizan la capacidad resistente del material.
- Aquellas entallas cuyo radio sea inferior a 2.71 mm se comportan como fisuras. Esto significa, por ejemplo, que una entalla con un radio de 2.0 mm proporciona la misma resistencia a fractura (tenacidad aparente) que cualquier entalla de menor radio (incluidas las fisuras).
- Esto apoya la hipótesis de los distintos procedimientos o normas existentes para la determinación de la tenacidad a fractura en rocas, que asumen la existencia de un comportamiento similar entre las fisuras y entallas siempre y cuando el radio de estas últimas esté suficientemente limitado.
- La Teoría de las Distancias Críticas justifica el efecto entalla observado en la caliza analizada. Las predicciones del Método de la Línea se ajustan a los resultados experimentales.
- Finalmente, el Método de la Línea proporciona buenas predicciones de la tenacidad aparente a fractura del material, independientemente de que se utilice el valor de L proporcionado por la ecuación (1) (L = 2.71 mm) o bien aquel que proporciona el mejor ajuste por mínimos cuadrados (L = 3.4 mm). Ambos valores presentan cierta diferencia que, en todo caso, tiene un efecto limitado en las predicciones de tenacidad aparente, dado que la distancia crítica L aparece dentro de una raíz cuadrada en la ecuación (6).

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo desean agradecer al Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España la financiación del proyecto MAT2010-15721, (subprograma MAT): "Análisis de Integridad Estructural en Defectos Tipo Entalla", de cuyos resultados se deriva este artículo.

### REFERENCIAS

[1] Pluvinage, G., *Fatigue and fracture emanating from notch; the use of the notch stress intensity factor. Nuclear Engineering and Design*, 185, pp. 173-184, 1998.

[2] Creager M, Paris C., *Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking. International Journal of Fracture*, 3, pp. 247–52, 1967.

[3] Taylor, D., The theory of critical distances: a new perspective in fracture mechanics, Elsevier, 2007.

[4] Cicero S, Madrazo V, Carrascal IA., Analysis of notch effect in PMMA by using the Theory of Critical Distances. Engineering Fracture Mechanics, 86, pp. 56-72, 2012.

[5] Madrazo V, Cicero S, Carrascal IA., On the point method and the line method notch effect predictions in Al7075-T651. Engineering Fracture Mechanics. 79, pp. 363-379, 2012.

[6] Neuber, H., Theory of notch stresses: principles for exact calculation of strength with reference to structural form and material. Berlin: Springer Verlag; 1958.

[7] Peterson, R.E., Notch sensitivity. In: Sines G, Waisman JL, eds. Metal fatigue. New York, McGraw Hill, pp. 293–306, 1959.

[8] UNE-EN 1926:2007, Métodos de ensayo para piedra natural. Determinación de la resistencia a la compresión uniaxial, AENOR, 2007

[9] UNE-EN 22950-2:1990, Propiedades mecánicas de las rocas. Ensayos para la determinación de la resistencia. Parte 2: resistencia a tracción. Determinación indirecta (ensayo brasileño), AENOR, 1990

[10] Ouchterlony, F., *ISRM suggested methods for determining the fracture-toughness of rock. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 25, pp. 71-96, 1988. [11] ASTM-PS70:1997, Provisional test methods for determination of fracture toughness of advanced ceramics at ambient temperatures, 1997.

[12] CEN/TS 14425-1:2003, Advanced technical ceramics—test methods for determination of fracture toughness of monolithic ceramics—Part 1: Guide to test method selection, 2003.

[13] Srawley, J., Gross, B., *Cracks and fracture. ASTM Special Technical Publication*, 601, pp. 559-579, 1976.

[14] Taylor, D., *Applications of the theory of critical distances in failure analysis, Enineering Failure Analysis,* 18, pp. 543-549, 2012.

[15] Ito, T., Hayasi, K., *Physical background to the breakdown pressure in hydraulic fracturing tectonic stress measurements, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts,* 28, 285-293, 1991.

[16] Dempsey, JP., Adamson, RM., Mulmule, SV., Scale effect on the in-situ tensile strength and failure of ice. Part II: first-year sea ice at Resolute, NWR. International Journal of Fracture, 95, pp. 347-366, 1999