



**GRADO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN
PRIMARIA**

CURSO 2015/16

**ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS DE DIVIDIR DE SOLUCIÓN
MÚLTIPLE INSPIRADA EN EL MÉTODO
ABN. UN ESTUDIO EN QUINTO DE
EDUCACIÓN PRIMARIA**

**MULTIPLE RESPONSE DIVISION PROBLEMS
SOLVING STRATEGY BASED ON ABN METHOD. A
RESEARCH ON ELEMENTARY SCHOOL, GRADE 5**

AUTOR: Esther Arriola Lastra

Director: María José González López

11 de julio de 2016

Vº Bº DIRECTOR

Vº Bº AUTOR

Índice

1. Introducción	4
2. Marco conceptual.....	5
2.1 Resolución de problemas	5
2.1.1 ¿Qué es un problema?	5
2.1.2 Tipología de problemas	6
2.1.3 Resolución de problemas	7
2.1.4 Fases en la resolución de problemas	8
2.2 El método ABN	11
2.2.1 ¿Qué es el método ABN?	11
2.2.2 Algoritmos en el método ABN	12
2.2.3 Ventajas del método	15
2.2.4 Desventajas del método	16
3. Problema de investigación	17
4. Metodología	17
4.1 Muestra.....	17
4.2 Instrumentos para la recogida de datos	18
4.3 Enseñanza del método ABN	22
4.4 Instrumento de análisis de datos	25
5. Resultados e interpretación de resultados	26
5.1 Comprensión de enunciados	28
5.2 Estrategia	29
5.3 Interpretación de soluciones	34
6. Conclusiones	36
7. Bibliografía.....	37

Resumen

Teniendo en cuenta las dificultades que surgen en los estudiantes en torno a la comprensión de enunciados, la ejecución de estrategias y la interpretación de resultados en problemas de dividir de respuesta múltiple, en este estudio se propone un método de resolución de estos problemas fundado en el método de algoritmos Abiertos Basados en Números. Asimismo, se analiza si el método propuesto contribuye a dar mejores resultados en estos tres aspectos en comparación con el uso tradicional del modelo basado en cifras.

Palabras clave: ABN, Comprensión de enunciados, Estrategia, Interpretación de resultados, Problemas de división de respuesta múltiple.

Abstract

Taking into account the difficulties that appear in students regarding the comprehension of formulations, the carrying out of strategies and the interpretation of results in multiple choice division problems, this research poses a solving method of these problems founded on the Open Algorithms Based on Numbers method. Additionally, it is also analysed if the present method comes to the aid of giving better results concerning these three aspects, in contrast to the traditional use of the Number Based Model.

Keywords: ABN, Comprehension of formulations, Strategy, Interpretation of results, Multiple response division problems.

1. Introducción

El método tradicional basado en cifras enseña a los alumnos a realizar las operaciones aritméticas de manera sistemática, es decir, se aprende un procedimiento que resulta opaco a la hora de resolver problemas debido a la desvinculación entre la práctica de los algoritmos basados en ese método y la contextualización de los datos que se presentan en un problema. Esto provoca que los alumnos muestren dificultades para interpretar los diferentes elementos que compone el contexto de un problema ya que se olvidan de utilizar los conocimientos operatorios que ya poseen. (Chamorro, 2004).

Ante esta situación surge un nuevo modelo que se preocupa de dar sentido a las operaciones aritméticas que el estudiante realiza cuando se encuentra ante un problema que debe resolver. Nos hallamos ante el método ABN (algoritmos Abiertos Basados en Números), diseñado para trabajar con números, no con cifras como se nos ha enseñado tradicionalmente. Este método pretende terminar con las dificultades que muestran los alumnos para calcular con la actual metodología. El hecho de que los estudiantes aprendan de memoria bases de datos, como son las tablas, contribuye a que solo se ejerciten significantes y no significados. Por ello, quedan impedidas otras actividades como el tanteo o la estimación. Es común ver cómo los alumnos son incapaces de hacer representaciones mentales de números que superen las centenas y esto viene dado por el aprendizaje del método utilizado toda la vida (Martínez, 2011).

Por otro lado, y vinculado a los interrogantes a los que pretendemos dar respuesta en este estudio, este enfoque metodológico obstaculiza el aprendizaje de herramientas adecuadas que permitan al alumnado resolver problemas. ¿De qué manera problematiza el sistema tradicional basado en cifras la resolución de problemas? Pues las dos causas de este fenómeno se resumen en los problemas que surgen en la comprensión lectora y en la escasa capacidad que desarrolla el alumno mediante este sistema (Martínez, 2011).

Ante esto, si la metodología que utilizamos no funciona, la solución radica en cambiar de metodología. Estudios han conseguido demostrar cuantitativamente que el método ABN consigue un mejor rendimiento en los sujetos menos dotados. Además, la resolución de problemas ya no es cuestión de llegar a la solución a modo de acertijo como ocurre con el método tradicional basado en cifras. Se emprende un plan que está dotado de sentido no de un conjunto de operaciones aritméticas almacenadas en la

memoria que se extraen cuando son necesarias y, en muchos casos, de manera errónea (Martínez, 2011).

La cuestión en torno a la cual gira este estudio es, ¿de qué manera se puede mejorar la resolución de problemas de respuesta múltiple aplicando el método ABN? Se llevaron a cabo pruebas con estudiantes que nos mostraron si los resultados obtenidos mejoraban esta práctica.

En este estudio comenzamos explicando el marco conceptual en el que el lector se puede informar sobre qué es el método ABN y en qué consiste la ejecución de sus algoritmos además de cuáles son las fases que el alumnado debe diferenciar a la hora de resolver un problema. Se continua detallando el problema de investigación que alude a cómo el método ABN puede conseguir beneficios con respecto a la comprensión de enunciados, la ejecución de estrategias y la interpretación de soluciones en los problemas de dividir de respuesta múltiple. Se describirá la metodología empleada y los instrumentos utilizados para la interpretación de los diferentes resultados que se obtuvieron.

2. Marco conceptual

2.1 Resolución de problemas

2.1.1 ¿Qué es un problema?

Un problema es una tarea o situación que no se resuelve aplicando directamente una regla aprendida. Puede ser una situación real o ficticia que puede tener interés por sí misma, al margen del contexto. Este tiene cierto grado de incertidumbre. Es necesario que el sujeto, al que llamamos resolutor, entienda el enunciado, organice la información, y tome decisiones para su resolución comprendiendo las limitaciones y errores que dichas soluciones conllevan haciendo uso de los conocimientos matemáticos que posee. Al finalizar este proceso el sujeto debe encontrar una solución o respuesta a las preguntas que se le lanzan y evaluar dicho proceso.

La finalidad educativa de un problema es dotar de sentido y utilidad al conocimiento matemático y desarrollar las destrezas matemáticas con éxito, y de

manera acertada, cuando las situaciones cotidianas que rodean al alumno sean requeridas (González Marí, 2009).

2.1.2 Tipología de problemas

Los tipos de problemas más frecuentes en el ámbito escolar son los problemas de enunciado verbal. Dentro de ellos, nos centraremos en los problemas aritméticos, es decir, problemas en los que se presentan datos numéricos y relaciones cuantitativas que requieren de operaciones aritméticas. Dentro de éstos, existen varios niveles teniendo en cuenta el número de operaciones que se llevan a cabo para su resolución y el tipo de números empleados. En un primer nivel se distinguen los que precisan tan solo una operación con números naturales para ser resueltos. En un segundo nivel son varias las operaciones que se requieren. Pueden presentar estructuras diferentes con una serie de preguntas encadenadas o, por el contrario, una pregunta al final del enunciado. Un tercer nivel incluye los problemas en los que aparecen operaciones con números decimales, fraccionarios o porcentajes (González Marí, 2009). Otro criterio posible de clasificación de problemas es el que afecta al tipo de respuesta, según el cual distinguimos los problemas de respuesta única y los problemas de respuesta abierta o múltiple.

La tipología de problemas que nos atañe en este documento es la de problemas aritméticos de respuesta abierta o múltiple. En estos problemas los estudiantes pueden llegar a más de una respuesta. Estos problemas demandan varios pasos para su ejecución, es decir, no es posible resolverlos con una sola operación aritmética. Este tipo de problemas son idóneos para trabajar la resolución de problemas en 5º de Educación Primaria, incluso se podría comenzar a desarrollar en cursos anteriores como 3º de Educación Primaria (TbT, 2014).

Las estrategias que pueden desarrollarse para solucionar estos problemas pueden ser diversas. El alumno ha de ser capaz de diseñar la que le ofrezca más facilidades para llegar al resultado. La finalidad es que el estudiante comprenda que existe más de una solución y que sea capaz de interpretar el resultado de las operaciones aritméticas que realiza. Veamos un ejemplo:

Marcos realiza todos los años unos pasteles para la fiesta de fin de curso. Vende cada pastel a 2 euros y este año ha recaudado entre 122 y 134 euros. ¿Cuántos pasteles ha podido vender?

Son varias las ventajas que ofrecen la ejecución de este tipo de problemas:

- Da la posibilidad a los estudiantes de participar más activamente en las clases. La existencia de múltiples soluciones anima a los alumnos a comparar los resultados que han obtenido cada uno.

- Los estudiantes tienen más oportunidades de utilizar los conocimientos y habilidades matemáticas que poseen.

- Se proporcionan al estudiante más experiencias vinculadas al razonamiento. Es decir, se da un sentido lógico a las operaciones que ejecutan. ¿Por qué lo estoy haciendo? ¿Qué consigo con esta operación? (TbT, 2014).

2.1.3 Resolución de problemas

El proceso de resolver problemas es llevar a cabo una serie de fases que son explicadas en la sección siguiente.

Conseguir el desarrollo de la competencia matemática implica, en particular, alcanzar el éxito en la resolución de problemas. De este modo, cuando los documentos legislativos y organizaciones educativas nos hablan de competencia matemática, este concepto significa que los estudiantes consigan procurarle un uso funcional a los conocimientos matemáticos. Visto de esta manera, el dominio de la resolución de problemas en contextos reales beneficia al estudiante para actuar de manera correcta a nivel social, personal y profesional. Esta ha sido una constante que se persigue desde la era moderna, leyes como la LOGSE ya interpretaban que este era un objetivo primordial para la formación del alumnado. Como dice K. Devlin (cit. Gutiérrez, Martínez y Nebreda, 2008): "...el objetivo de la educación matemática debe ser preparar ciudadanos educados y no una pobre imitación de una calculadora de 30 €".

Si las vigentes propuestas educativas desean tomar la resolución de problemas como la base del proceso de enseñanza / aprendizaje será necesario fundamentarse en referentes reales que estén provistos de autenticidad. Un ejemplo en el que es posible identificar esta afirmación es el siguiente (Gutiérrez, Martínez y Nebreda 2008, p.11):

En el segundo ciclo de la Educación Primaria el alumno adquiere el dominio del algoritmo de la multiplicación que le permite calcular 4×26 . El dominio de tal algoritmo no lleva aparejado la adquisición de

competencia alguna, sin que esto signifique una pérdida de relevancia de tal automatismo, que es, por otro lado, imprescindible.

Si ese mismo alumno es capaz de averiguar el número de fotos que hay en un álbum de 26 páginas en las que hay 4 fotos en cada página, estará mostrando cierta competencia en Matemáticas, pero ésta se encuentra muy lejos de las “competencias básicas”.

Si el alumno es capaz de responder sobre el número de álbumes de esas características necesarios para incluir una colección de 895 fotografías, estará mostrando un mayor nivel de competencia.

Si, por último, es capaz de decidir acerca de si es posible colocar ese número de fotos en álbumes de 4×26 (fotos por página $\times$ número de páginas) y en álbumes de 3×32 (fotos por página $\times$ número de páginas), –cámbiese 895 por 896 si se desea que sea par –, sin que sobre ninguna foto ni que queden huecos en los álbumes, el alumno estará mostrando, en ese contexto, un nivel de competencia propio de la “competencia básica” en Matemáticas.

Podría, incluso, superarse el nivel de la competencia básica si se incluyeran los precios de cada uno de los álbumes, y se preguntara al alumno por la distribución que minimiza el gasto.

2.1.4 Fases en la resolución de problemas

La resolución de problemas consta de unas etapas o fases (Polya, G. 1965):

- La primera de éstas es la que se centra en la comprensión del problema por parte del resolutor. En ella es necesario que el alumno/a entienda el texto y la situación a la que se refiere. Para ello, el resolutor debe identificar los datos (lo que conocemos), cuáles son las incógnitas (lo que buscamos) y tratar de encontrar la relación entre los datos y las incógnitas. En ocasiones, un esquema dibujo puede facilitar la tarea.

-Durante la segunda etapa el resolutor deberá trazar un plan para resolverlo. Buscar si existe alguna similitud con otros que ya había resultado anteriormente, plantear el problema de una manera novedosa o tener en cuenta si todos los datos son útiles para

la resolución del problema serán aspectos que deba analizar para la concepción de su plan.

-En la tercera etapa ejecutará el plan poniendo en práctica cada uno de los pasos que han sido planificados anteriormente. Este planteamiento debe ser flexible, no ajustado a mecanicismos ya que el resolutor debe cerciorarse de que los pasos que da son correctos y de lo que pretende conseguir con ellos. Buscar la finalidad de cada paso que damos en la ejecución del plan es importante. Si existiera alguna dificultad, se debería volver al principio y volver a establecer un orden en las ideas para volver a comenzar.

-Por último, se llevará a cabo una valoración de la respuesta y del proceso seguido. En esta etapa se reflexionará sobre las posibles vías alternativas, análisis de los resultados y bloqueos que surgen durante el proceso. Cerciorarse de que se ha respondido a lo que se exigía, de si es lógico el resultado, si existe otra solución u otro modo de resolver el problema son pasos relevantes para resolver el problema con éxito.

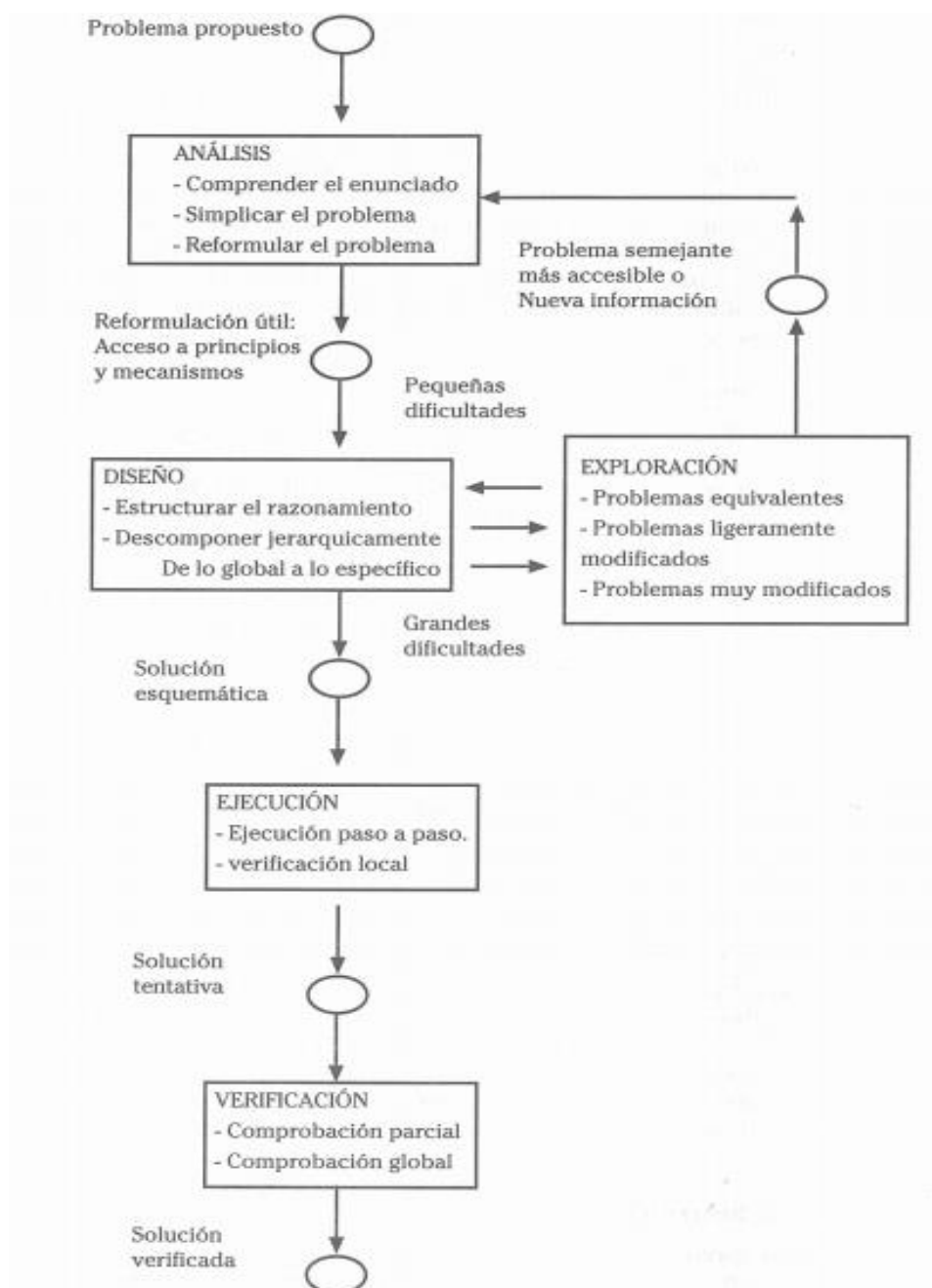


Figura 1. Secuenciación de las fases de Polya (de la Vega, 2000, p. 182).

Como determina la primera fase de Polya, la comprensión del enunciado de un problema es determinante para llegar a resolverlo. Comprender supone ser capaz de representar la tarea que se vincula a la situación descrita en el enunciado. Existen dificultades de comunicación entre el autor del problema y el resolutor dado que el objetivo principal es que el lector sea capaz de descifrar una situación en la que hay datos desconocidos. Para la comprensión de enunciados el resolutor debe dominar dos aspectos claves. Uno de ellos, es el aspecto formal que le permitirá transformar el lenguaje corriente a un lenguaje matemático. Por otro lado, un aspecto semántico

conceptual y temático que ayude al estudiante a descubrir que plan debe trazar (adherir, sustraer, multiplicar, repartir, agrupar, etc) (Chamorro, 2004).

La estrategia que trazará el resolutor se verá determinada por los conocimientos matemáticos que posee. Podrá basarse en ejercicios elaborados con anterioridad. También podrá apoyarse en un cambio de la representación formal haciendo uso de un material manipulativo, una representación icónica, una representación gráfica o una simbólica (Chamorro, 2004).

Tras resolver el problema, el resolutor analizará y gestionará las soluciones que ha hallado. Establecer una relación lógica entre lo que se pide encontrar y los resultados puede convertirse en una tarea que lleve al error. Se debe cuidar el proceso de adjuntar un número a una incógnita, eliminar soluciones absurdas y conectarlas al verdadero sentido del problema (Chamorro, 2004).

2.2 El método ABN

2.1.1 ¿Qué es el método ABN?

El método ABN es una nueva forma de realizar los algoritmos de las operaciones aritméticas en las etapas de Infantil y Primaria basado en utilizar la descomposición de los números en lugar de la colocación tradicional por columnas de las centenas con las centenas, decenas con decenas y unidades con unidades.

Dicho método se inicia durante el curso 2008/09 en dos grupos de Primaria de dos colegios públicos de Cádiz (Carlos III y Andalucía). Los estudiantes trabajan con unidades, decenas, centenas, componiéndolas y descomponiéndolas libremente. De este modo, son capaces de encontrar una solución que les permite un dominio total del cálculo (de la Rosa, 2008).

Las siglas de este método descubren cuál es su filosofía. La A se refiere “abiertos”. No existe una forma única de realizarlos. Existen formas distintas en función del desarrollo, cálculo y estrategias que emplean los estudiantes. Se definen como abiertos en contraposición al método tradicional que sólo admite una forma de efectuar los algoritmos. BN quiere decir “basado en números”. Mientras el sistema tradicional se basa en desglosar los números en cifras aisladas, el método ABN hace un tratamiento de los números completos independientemente de que se traten de números grandes o pequeños (Martínez, 2010).

Estudios revelan que el método de cálculo de algoritmos abiertos basados en números (ABN) es una herramienta clave para la mejora de la comprensión de enunciados en la tarea de resolución de problemas.

2.2.2 Algoritmos en el método ABN

Para la resolución de cualquiera de los algoritmos de las operaciones suma, resta, multiplicación y división basándonos en este método, la herramienta principal es la tabla en la que tres columnas irán presentando las cantidades que vamos trabajando.

En el algoritmo de la suma uno de los sumandos se representa en la primera columna. Se van extrayendo cantidades de éste y se refleja en la siguiente columna la cantidad que nos queda por incluir. La tercera columna representa la cantidad que vamos reuniendo al añadir al segundo sumando la cantidad de la primera columna. En la figura 2 podemos ver un ejemplo.

$$36 + 43$$

AÑADO	QUEDA	SUMA
6	30	49
1	29	50
9	20	59
20	0	79

Figura 2. Algoritmo de la suma (de la Rosa, 2008).

Con respecto al algoritmo de la resta se pueden identificar varias maneras de ejecución. Cada alumno se acoge a la estrategia que mejor se ajusta a sus cualidades. La tabla de comparación- detracción de la que podemos ver un ejemplo en la figura 3 muestra cómo a una cantidad se le quitan las indicadas y se cuenta lo que queda (de la Rosa, 2008).

4629 - 789		
RETIRO	CANTIDAD 1	CANTIDAD 2
600	4029	189
109	3920	80
+ 20	3940	100
100	3840	0

Figura 3. Algoritmo de la resta con el método de comparación-detracción (de la Rosa, 2008).

Otro procedimiento para resolver el algoritmo es mediante la escalera. Si se comienza a sumar cantidades extraídas del minuendo al sustraendo hasta llegar a cero, la escalera será de tipo ascendente. Si, por el contrario, se restan cantidades del minuendo hasta dar con la cantidad del sustraendo la escalera será descendente. La figura 5 muestra un ejemplo de cada forma de ejecutar el algoritmo de la resta según el método ABN (de la Rosa, 2008).



Figura 5. Algoritmo de la resta mediante el modelo de escalera ascendente y descendente.

Es necesario aclarar que para el algoritmo de la multiplicación el estudiante deberá manejar las tablas de multiplicar. Incluso se hace hincapié en que domine también la tabla del 11. En este caso, la primera columna consistirá en escribir tantas filas como descomposiciones del número vayamos a realizar. La segunda columna será

el resultado de multiplicar el multiplicador por cada una de las descomposiciones que hemos hecho por filas. La última columna contendrá el resultado el resultado de ir sumando los productos de la columna central hasta que la primera columna quede vacía al no existir más cifras que sumar. De este modo, la última casilla reflejará el total de la operación (de la Rosa, 2008).

238 x 8		
200	1600	
30	240	1840
8	64	1904

Figura 5. Algoritmo de la multiplicación (de la Rosa, 2008).

El algoritmo que nos compete en este estudio será el de la división. Dado que el alumno ya maneja el resto de algoritmos y el cálculo mental, la división se llevará a cabo más fácilmente. El docente deberá insistir en el cálculo por aproximación de la cantidad que podrá dividir. Para ello, se confeccionará una tabla que servirá de apoyo visual. Esta tabla consistirá en multiplicar el dividendo por la unidad seguida de ceros y por otras cifras comunes como la mitad o el doble, si fuese necesario. Al igual que en el resto de algoritmos, el estudiante se valdrá de una tabla formada por filas y columnas. La columna central acogerá las cantidades que vamos repartiendo. La suma de todas estas cantidades será el resultado de la operación. El alumno va escogiendo las cantidades a repartir observando cuáles son las posibilidades que tiene y tanteando. La tercera columna muestra las cantidades que ya se han repartido. Estas son el resultado de multiplicar las cantidades que ponemos en la columna central y el divisor. La primera columna representa las cantidades sobrantes de las que ya se han dividido, es decir, la diferencia entre el dividendo y el resultado de la última columna (de la Rosa, 2008). La figura 6 muestra una división llevada a cabo mediante el método ABN. La figura 7 expresa una tabla que sirve como apoyo para realizar la operación aritmética de la división.

8324:52

DIVIDENDO	COCIENTES PARCIALES	DIVIDENDO RESULTANTE
8324	100	5200
3124	50	2600
524	10	520
R=4	160	

$$52 \times 100 = 5200$$

$$52 \times 50 = 2600$$

$$52 \times 10 = 520$$

Figura 6. Algoritmo de la división

Figura7. Tabla de apoyo.

Utilizaremos el método ABN para la división para facilitar la resolución de problemas de respuesta abierta a alumnos de 5º de Educación Primaria.

Los alumnos utilizarán en la ejecución de cualquiera de los logaritmos anteriores tantas filas como les sean necesarias para llegar a la solución. En ocasiones, unos estudiantes llegan al final de la solución con escasos pasos mientras que para otros es imprescindible efectuar más movimientos para conseguir el resultado final.

2.2.3 Ventajas del método

Son varias las ventajas que se identifican con el uso del método ABN frente al método tradicional basado en cifras:

- Cada alumno puede resolver el problema según sus propias características. La misma operación puede resolverse de manera muy diferente por cada uno de los alumnos. Por lo tanto, este método ofrece más flexibilidad.

- Se dota de pleno sentido y transparencia al algoritmo. Además, el alumno es capaz de controlar todo el proceso que se desarrolla hasta conseguir la solución. El estudiante es capaz de rectificar y corregir tan pronto como se da cuenta de los errores. Esto es consecuencia de la manipulación de números completos, no de cifras. Por tanto, se genera una mayor facilidad para resolver problemas.

- Elimina la mayor parte de las dificultades de cálculo que aparecen en el método tradicional basado en cifras. Concretamente, en el algoritmo de la división desaparece el problema del cero intermedio o final en el cociente.

- El alumno aprovecha su propia experiencia para la resolución del algoritmo. Integra su saber en la tarea escolar.

- Un buen entrenamiento hace que los alumnos alcancen una enorme destreza en estimación y cálculo mental (Martínez, 2010).

2.2.4 Desventajas del método

Por otro lado, el método presenta también una serie de inconvenientes y dificultades hasta llegar a su dominio:

- Se requiere un buen dominio de la numeración. Este aspecto supone un inconveniente porque se llega a la etapa de Primaria con deficiencias en el. La metodología aplicada en la etapa anterior supone un escollo.

- Una vez que se comienza a trabajar con el método ABN, la madurez del alumnado hace que la clase sea dividida en varios grupos y suponga un obstáculo a la hora de enseñar el método. Las dificultades para dominar las habilidades manipulativas o las cuestiones de atención deberán ser solventadas con el tiempo. Cada alumno tiene su ritmo de aprendizaje, al igual que ocurre en la enseñanza de otro tipo de contenidos.

- La falta de apoyo de padres y madres y su desconocimiento del método podrían suponer un retraso en el aprendizaje de este.

- Cuando el alumno ya es conocedor del método tradicional basado en cifras o cuando se le enseña paralelamente en otro contexto a la vez que el método ABN surgen conflictos para el propio alumno sobre cuál de ellos debe aplicar. Esto produce errores en situaciones en las que normalmente no deberían aparecer. (de la Rosa, 2008).

Como se observa, las desventajas del método no dependen de este en sí sino de otros factores.

3. Problema de investigación

La pregunta general de investigación que buscamos resolver con este estudio es la siguiente: ¿Cómo se puede emplear el método ABN para ayudar a los estudiantes a resolver problemas de matemáticas de dividir de respuesta múltiple?

Para dar respuesta a esta pregunta general utilizaremos interrogantes más concretos:

- ¿Mejora la comprensión el uso del método ABN con respecto al modelo tradicional?
- ¿Qué cambios se perciben en las estrategias que utilizan los alumnos entre el método tradicional basado en cifras y el método ABN?
- ¿Se observan mejoras en la interpretación de resultados en el contexto del problema con el método ABN?

4. Metodología

Este estudio tiene un cariz cualitativo más que cuantitativo. Para ello, se trabajó con una muestra disponible que nos ofreció datos sobre como el método ABN podía ayudar a mejorar algunos aspectos en la resolución de problemas de dividir de respuesta múltiple (ver sección 4.1). Se diseñaron problemas que nos ayudaran a tomar anotaciones sobre cómo se iban planteado los objetivos que se propusieron (ver sección 4.2). Además, otra de las sesiones se utilizó para enseñar al alumnado un método inspirado en ABN que les ayudase a realizar la resolución de este tipo de problemas. (ver sección 4.3). Una serie de instrumentos nos ayudaron a recoger los datos que las sesiones ofrecieron y analizarlos en el posterior epígrafe “Resultados e interpretación de los resultados”.

4.1 Muestra

La población en la que se basa este estudio es los alumnos de 5º Educación Primaria. La muestra que se ha escogido, concretamente, es la de 24 alumnos del curso 5º de Educación Primaria de un colegio público de Cantabria.

Los alumnos que componen la muestra seleccionada no han trabajado en ningún momento de su trayectoria escolar con el método ABN. Por otro lado, dominan el algoritmo de la división realizado con el método tradicional basado en cifras, método que han desarrollado en toda las tareas de resolución de problemas desde su escolarización.

4.2 Instrumentos para la recogida de datos

Para proceder al estudio se diseñaron tres sesiones en las que los alumnos debían incorporar el método ABN para la resolución de problemas de dividir de respuesta abierta o múltiple:

- Durante la primera sesión se proporcionó a los estudiantes una prueba inicial con un problema de dividir que ellos mismos debían resolver, de manera individual, sirviéndose de estrategias propias. La figura 8 nos muestra cuál fue la prueba inicial que los alumnos realizaron.

PROBLEMAS 5º DE PRIMARIA	
Nombre:	Fecha:
En la librería de la calle Azul venden estuches a 7 euros. Hoy han ganado vendiendo estuches más de 150 euros y menos de 200 euros. ¿Cuántos estuches habrán vendido?	

Figura 8. Prueba inicial

No se les proporcionó ninguna instrucción para su elaboración. Contaban con total independencia para alcanzar la solución. Con esta sesión se pretendía investigar sobre cómo los alumnos hacían frente a la resolución de problemas de dividir de respuesta múltiple sin contar con ninguna instrucción por parte del maestro. Se buscaba conocer qué tipos de estrategias eran capaces de emplear por sí solos y de qué manera interpretaban los datos obtenidos.

- En la tercera sesión los alumnos se enfrentaron a dos pruebas. Ambas eran de características análogas a las de la segunda sesión. Una de ellas, se trataba de un problema de solución múltiple con el que no se había trabajado pero que contaba con las mismas características de los anteriores. La figura 9 nos lo muestra. La segunda prueba, figura 10, fue la misma prueba que se les planteó en la sesión inicial, prueba que servirá de apoyo para la obtención de conclusiones del estudio. Los estudiantes realizaron la prueba de manera individual sin contar con la ayuda del maestro, en este caso, la mía. En estos casos, los problemas también iban acompañados de las tablas con las que se había trabajado en la sesión anterior. Con esta prueba se buscaba hacer una comparativa sobre cómo los estudiantes cambiaban sus aptitudes con respecto a los resultados de la prueba desempeñada en la primera sesión, si tras aprender una nueva forma de aplicar el algoritmo los beneficios en cuanto a comprensión de enunciados, de estrategia y de interpretación de los resultados habían aumentado.

Nombre:

Fecha:

Cada vagón del tren que recorre el trayecto Villarriba - Villabajo puede transportar 8 pasajeros. Si se han contado más de 85 billetes pero menos de 100. ¿Cuántos vagones pueden ir completos?

DATO:	DATO:	DATO:
3	1	2

Figura9. Problema utilizado durante la última sesión del estudio.

Nombre:

Fecha:

En la librería de la calle Azul venden estuches a 7 euros. Hoy han ganado vendiendo estuches más de 150 euros y menos de 200 euros. ¿Cuántos estuches habrán vendido?

DATO: 3	DATO: 1	DATO: 2

Figura 10. Prueba final

4.3 Enseñanza del método ABN

-La segunda sesión se dedicó a la enseñanza del método ABN para resolver a través de una estrategia nueva problemas de dividir de respuesta abierta o múltiple. Durante la hora se trabajó en la resolución de dos problemas de dividir apoyándonos en el nuevo método con el objetivo de que la comprensión de este tipo de problemas fuera mejorada y, que ellos mismos, relacionaran que se trataba de problemas con estructura similar al que ejecutaron en la sesión anterior. En este caso, la tarea se llevó a cabo grupalmente. Actué como guía para la comprensión del método expresando los pasos que debían seguir en base a la tabla que se les proveyó para la resolución del problema. Las figuras 11 y 12 muestran los problemas que se utilizaron para esta sesión.

Nombre:

Fecha:

El camino de mi casa al colegio es de 6 kilómetros. Durante la semana recorro más de 152 kilómetros pero menos de 186 kilómetros. ¿Cuántas veces recorro el camino de mi casa al colegio en una semana?

DATO: 3	DATO: 1	DATO: 2

Figura 11. Problema utilizado durante la sesión de enseñanza de resolución de problemas inspirados en el método ABN. Introducción de la tabla, herramienta distintiva del método ABN

Nombre:

Fecha:

Los vecinos de mi barrio están organizando un torneo de baloncesto. La inscripción al torneo es de 12 euros por equipo. Ya se han recaudado más de 220 euros pero menos de 260. ¿Cuántos equipos han podido inscribirse ya?

DATO:	DATO:	DATO:
3	1	2

Figura 12. Problema utilizado durante la sesión de enseñanza de resolución de problemas inspirados en el método ABN

La tabla que se les facilitó a los alumnos en esta sesión es una herramienta característica del método ABN. Las tablas que se adjuntaron en cada prueba contenían 8 celdas que les permitiría realizar las operaciones. No se les proporcionó con ese número de celdas con el objetivo de que todas fueran utilizadas. Dependiendo de las cualidades de cálculo de cada estudiante, cada uno fue libre de utilizar las que le fueron necesarias. En ellas, se guiaba a los alumnos por medio de una numeración en sus celdas superiores que indicaban el orden de su uso. En la columna central aparecía el número 1. El estudiante escribía las cantidades que iba repartiendo observando cuáles eran las posibilidades que tenía y tanteando. En segundo lugar, la tercera columna era el número 2. En ella el alumno iba reflejando el resultado de multiplicar las cantidades de la columna 1 por el divisor. Por último, la primera columna contenía el número 3. Aquí se mostraban las cantidades que aún quedaban por repartir resultantes de restar al dividiendo las cantidades que se iban obteniendo en la tercera columna. Todos los alumnos tuvieron la oportunidad de intervenir para expresar sus dudas y opiniones con respecto al sistema que se estaba empleando. La finalidad de esta sesión radicaba en que los estudiantes adaptaran el método ABN para la resolución de este tipo de problemas por medio de unas instrucciones que el maestro les ofrecía.

4.4 Instrumento de análisis de datos

Como instrumento de análisis de datos se utilizó una tabla Excel que hacía referencia a los tres aspectos en los que se basa la cuestión de este estudio. Se volcaron todos los datos recogidos en dicha tabla Excel que se dividía en: comprensión de los enunciados, estrategia e interpretación de los resultados. Cada ítem fue separado en dos partes que hacían referencia al antes y el después del aprendizaje del método ABN. Tanto en el antes como en el después la tabla fue subdividida de nuevo en tres partes que se representaron con siglas. No comprende (N.C.), Rechaza (R), Comprende (C). Se puntuó con un 1 en la tabla Excel la situación en la que se encontraba cada alumno antes y después de trabajar con el método ABN. La figura 13 que aparece en el apartado siguiente “Resultados e interpretación de resultados” muestra la tabla.

Con respecto a la comprensión de enunciados, estas siglas tienen el siguiente significado:

-N.C: No comprende. No entiende que el problema exige más de una solución pero intenta resolverlo.

-R: Rechaza. No escribe nada. No intenta hacerlo.

-C: Comprende. Entiende que el problema tiene más de una solución aunque la solución sea incorrecta. Propone un intervalo de soluciones.

En el apartado de estrategia las siglas poseen estos significados:

-N.C: Marca una estrategia errónea que no le proporciona múltiples soluciones.

-R: No marca ninguna estrategia.

-C: Marca una estrategia que le ofrece una solución correcta.

En cuanto a la interpretación de los resultados, las siglas contienen estos significados:

- N.C: Obtiene un resultado incorrecto o un resultado correcto pero no lo dota de sentido con respecto a la pregunta del problema.

- R: No resuelve. No obtiene resultado.

- C: La solución es correcta, al igual que su interpretación con respecto a la pregunta que propone el problema.

5. Resultados e interpretación de resultados

Tras la observación de las pruebas a las que fueron sometidos los alumnos pudieron recogerse varios datos que reflejan cambios al manejar el nuevo método. Como veremos a continuación las tres dimensiones que fueron objeto del estudio – comprensión de enunciados, estrategia e interpretación de resultados- verificaron que se podían alcanzar mayores beneficios si la tarea de resolución de dividir de respuesta múltiple se inspiraba en el método ABN. La tabla 13 resume los resultados obtenidos al volcar los datos recogidos durante las sesiones. Seguidamente se hace una interpretación de dichos resultados y se ejemplifica mediante las respuestas de los estudiantes.

COMPRESIÓN DE ENUNCIADO										ESTRATEGIA						INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS								
ANTES				DESPUÉS				ANTES				DESPUÉS				ANTES				DESPUÉS				
N.C	R	C		N.C	R	C		N.C	R	C		N.C	R	C		N.C	R	C		N.C	R	C		
ALUMNO 1	1			1				1				1				1				1			1	
ALUMNO 2	1					1		1						1						1				
ALUMNO 3		1				1				1				1		1							1	
ALUMNO 4		1				1				1				1		1				1				
ALUMNO 5		1				1								1				1					1	
ALUMNO 6		1				1				1				1				1					1	
ALUMNO 7		1				1				1				1				1					1	
ALUMNO 8	1			1				1					1			1						1		
ALUMNO 9	1					1		1						1		1						1		
ALUMNO 10	1					1						1				1						1		
ALUMNO 11	1					1		1						1		1						1		
ALUMNO 12	1					1		1						1		1				1				
ALUMNO 13	1					1		1						1		1				1				
ALUMNO 14		1				1				1							1						1	
ALUMNO 15		1				1				1							1							
ALUMNO 16		1				1				1							1							
ALUMNO 17		1				1				1						1						1		
ALUMNO 18		1				1				1							1					1		
ALUMNO 19		1				1				1							1						1	
ALUMNO 20		1				1				1							1						1	
ALUMNO 21	1					1						1							1					
ALUMNO 22	1					1		1						1		1				1				
ALUMNO 23	1				1						1											1		
ALUMNO 24	1					1								1		1						1		
TOTAL	12	7	5	5	5	1	18	11	7	7	6	4	2	18	13	7	3	9	6	9				9

Figura 13. Tabla Excel para análisis de datos

5.1 Comprensión de enunciados

Con respecto a la comprensión de enunciados, durante la prueba inicial se pudo comprobar que la mitad de los estudiantes no entendían que la tarea requería más de una solución. En este caso, intentaron resolverlo pero buscando una única solución. Vemos un ejemplo en la figura 15.

En la librería de la calle Azul venden estuches a 7 euros. Hoy han ganado vendiendo estuches más de 150 euros y menos de 200 euros. ¿Cuántos estuches habrán vendido?

Solución: 24 estuches

Figura 15. Ejercicio en el que el alumno no comprende que el enunciado exige más de una solución

Hubo casos en los que los alumnos rechazaron realizar la tarea. Dejaron el ejercicio en blanco sin proponer nada, con lo cual se interpreta que además de no entender el enunciado, ni siquiera supieron como comenzar a resolverlo.

Por otro lado, también existieron casos en los que los estudiantes comprendieron lo que el problema exigía para ser resuelto y que la solución comprendía un intervalo de números. La cantidad de alumnos que llegaron a esta conclusión fue de 5 entre los 24 que completaban la muestra.

Las cifras se dieron la vuelta al proporcionarles la nueva estrategia. Si bien en la prueba inicial fueron 5 los estudiantes que comprendieron el enunciado, durante la prueba final fueron 5 los que siguieron sin comprender que se trataba de un problema de respuesta múltiple. Posteriormente, tan solo fue uno el alumno que rechazó ejecutar la tarea, es decir, no escribió nada en su hoja. Por lo tanto, tampoco advirtió lo que reclamaba el problema. Se ha querido diferenciar en este aspecto los que lo rechazaron de los que no comprendieron debido a que el rechazo queda interpretado como que no encontraron relación entre el enunciado y el algoritmo de la división. Tan reducida se ve la comprensión por parte de estos alumnos que rechazan el ejercicio que no encuentran ninguna pista que les lleve a un diseño de un plan de ejecución. Por el contrario, el número de alumnos que llegaron al final del problema comprendiendo que se necesitaba

más de una solución aumentó considerablemente con respecto a los que lo hicieron durante la prueba inicial. Fueron 18 los alumnos que lo consiguieron. Estos propusieron un intervalo aunque no todos lograron interpretarlo correctamente, dato que se analizará más adelante.

5.2 Estrategia

La estrategia utilizada por los estudiantes antes y después de conocer el método también aporta datos que sugieren diferencias. Durante la prueba inicial, la operación aritmética que más emplearon fue la división. La estrategia resultó fallida, en su mayoría, dado que tan sólo utilizaron una única operación. De este modo, no podían obtener todas las soluciones del problema. En este apartado surgieron casos en los que la ejecución de la operación aritmética fue errónea, como por ejemplo, la figura 16

En la librería de la calle Azul venden estuches a 7 euros. Hoy han ganado vendiendo estuches más de 150 euros y menos de 200 euros. ¿Cuántos estuches habrán vendido?

$$\begin{array}{r} 170 \overline{) 7} \\ 30 \end{array}$$

24 estuches ha vendido

0//

Figura 16.

Algún estudiante empleó la multiplicación como estrategia para acercarse al resultado. De este modo, tampoco se logró dar con la solución correcta. Al utilizar esta estrategia se conformaron con conseguir una de las cantidades comprendidas entre el intervalo que proponía el problema (de 150 a 200 euros). Vemos un ejemplo en la figura 17 y en la figura 18.

25

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 7 \\ \hline 175 \end{array}$$

• Habrán vendido 25 estuches.

Figura 17.

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 7 \\ \hline 154 \end{array}$$

22 estuches han vendido

Figura 18.

Algunos estudiantes realizaron más de una operación aunque se puede comprobar que la falta de comprensión del enunciado no les permitió culminar con éxito el problema. Entendieron que debían manejar todas las cantidades que les proporcionó el enunciado. Es lo que les condujo a utilizarlas pero sin aplicar un sentido lógico. Esto ocurre en la figura 19 y la figura 20.

$$\begin{array}{r} 150 \\ 10 \\ \hline 160 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ 21 \\ \hline 38 \end{array} \quad \begin{array}{r} 200 \\ 60 \\ \hline 260 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ 28 \\ \hline 45 \end{array} \quad \begin{array}{r} 28 \\ 21 \\ \hline 49 \end{array} \text{ estuches.}$$

Figura 19.

$$\begin{array}{r} 150 \\ 10 \\ \hline 160 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ 21 \\ \hline 38 \end{array} \quad \begin{array}{r} 200 \\ 60 \\ \hline 260 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ 28 \\ \hline 45 \end{array}$$

+ 28
+ 21
49 estuches han vendido

Figura 20.

Algunos de estos optaron por utilizar las cantidades, una vez más, sin aplicar un sentido. Escogen datos del problema que tras operar con ellos los relacionan con otros distintos. En este caso, en la figura 21, vemos como utilizan euros para dar una respuesta en estuches.

$$\begin{array}{r} 200 \\ -150 \\ \hline 050 \end{array}$$

estuches han vendido.

Solución:
50 estuches han vendido.

Figura 21.

Los estudiantes que comprendieron la estrategia que les podía conducir a múltiples soluciones antes de servirse del método inspirado en ABN fueron 5. Curiosamente, la estrategia que les llevó a la solución no se repitió en ninguno de los casos excepto en dos alumnos. Uno de los estudiantes utilizó como primera operación una multiplicación que le sirvió de tanteo. Posteriormente, fue sumando el precio de cada estuche hasta llegar a la cantidad de euros más próxima al máximo. Vemos la figura 22.

estuches habrán vendido? 22, 23, 24, 25, 26 o 27 estuches
vendidos

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 168 \\ + 7 \\ \hline 175 \\ + 7 \\ \hline 182 \\ + 7 \\ \hline 189 \\ + 7 \\ \hline 196 \end{array}$$

Figura 22.

Otro estudiante utilizó también el tanteo como primera operación. Tras hallar la cantidad de estuches más baja que se podían haber vendido decidió multiplicar las cantidades siguientes por el precio de cada estuche hasta llegar a la cantidad más próxima al máximo de euros. Esto ocurre en la figura 23.

$$\begin{array}{r} \times 20 \\ 140 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 149 \\ 147 \end{array} \quad 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28 \text{ estuches.}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ 154e \\ 27 \\ 13e \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ 161e \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ 168e \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ 175e \end{array} \quad \begin{array}{r} 26 \\ 182e \end{array} \quad \begin{array}{r} 27 \\ 189e \end{array}$$

Figura 23.

Dividir cantidades múltiplos de 7 comprendidas entre 150 y 200 fue la estrategia empleada por otro de los alumnos. Lo vemos en la figura 24.

Hay varios 22, 23, 24, 25, 26, 27 o 28
estuches

$$\begin{array}{r} 184 \overline{) 17} \\ 14 \quad 22 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 161 \overline{) 17} \\ 21 \quad 23 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 188 \overline{) 17} \\ 28 \quad 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 175 \overline{) 17} \\ 35 \quad 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 182 \overline{) 17} \\ 42 \quad 26 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 189 \overline{) 17} \\ 49 \quad 27 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \overline{) 17} \\ 56 \quad 28 \\ \hline 0 \end{array}$$

Figura 24.

Por último, entre los que acertaron con la estrategia escogida existieron dos casos, figura 25 y 26, en que tomaron las dos cantidades y utilizaron la división con ambos ofreciendo así, múltiples soluciones.

$$\begin{array}{r} 160 \overline{) 17} \\ 10 \quad 21 \text{ estuches o } 28 \text{ estuches} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \overline{) 17} \\ 60 \quad 28 \\ 2 \end{array}$$

610 21 o 28 estuches

Figura 25.

$$\begin{array}{r} 150 \overline{) 17} \\ 10 \quad 21 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \overline{) 17} \\ 60 \quad 28 \\ 2 \end{array}$$

entre 28 y 21

Figura 26.

A continuación se introdujo la tabla como herramienta para favorecer la ejecución del plan. Ante este nuevo descubrimiento, el número estudiantes que logró mejorar su estrategia y conseguir acercarse a la solución correcta aumentó cuantiosamente. La tabla que se les proporcionó llevaba consigo unos números que les indicaban como debían manejarla. Tras ser 5 en la prueba inicial se consiguió ampliar a 18 el número de alumnos. Aun hubo casos que rechazaron el método y no desarrollaron las operaciones necesarias no escribiendo nada en la tabla. El resto no consiguieron terminar las operaciones atascándose en la mitad del proceso, como ocurre en la figura 27. Estos casos se etiquetaron como “no comprende” en la tabla de análisis de datos.

En la librería de la calle Azul venden estuches a 7 euros. Hoy han ganado vendiendo estuches más de 150 euros y menos de 200 euros. ¿Cuántos estuches habrán vendido?

DATO:	DATO:	DATO:
Quedan (3)	Es tucho (1)	Euros (2)
150-200	20	140
10-20	1	3

Figura 27.

Cada alumno tenía la posibilidad de utilizar los pasos que, bajo su punto de vista, creyese necesarios. Para algunos fue suficiente realizar tres o cuatro operaciones para llegar a la solución. Otros, en cambio, decidieron efectuar más operaciones. Vemos esta diferencia en las figuras 28 y figura 29.

DATO: Queda (1)	DATO: Estuches (1)	DATO: Euros (2)
150-200	20	140
10-60	1	7
3-53	2	49
4	28	

Entre 22 y 28.

Figura 28.

DATO: Queda dinero (1)	DATO: n° de estuches (2)	DATO: ganancia dinero 7€ (2)
150-200	10 estuches	70 euros
80-130	10 estuches	70 euros
10-60	1 estuche	7 euros
3-53	21 estuches	
18	5 estuches	35 euros
4	2 estuches	14 euros
	28 estuches	

Solución: 22, 23, 24, 25, 26, 27 y 28

Figura 29.

5.3 Interpretación de soluciones

Durante la prueba inicial tan sólo 3 de los 5 alumnos que llegaron a la solución supieron interpretarla correctamente. Aunque consiguieron comprender que se trataba de un intervalo de soluciones, algunos errores semánticos hicieron que no se diera la respuesta por lícita. Algunos de ellos entendieron que tras realizar dos operaciones, tan sólo esos resultados eran los que se ajustaban a la pregunta que arrojaba problema. Entender que se debía escoger el resultado siguiente al que daba la operación de la división, dado que con 21 estuches no se llegaba a la cantidad mínima (150 euros), también supuso una dificultad. Vemos estas interpretaciones en la figura 30 y la figura 31.

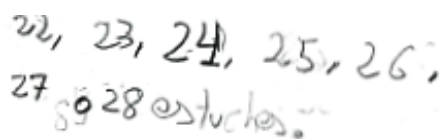
610: 21 o 28 estuches

Figura 30.

entre 28 y 21

Figura 31.

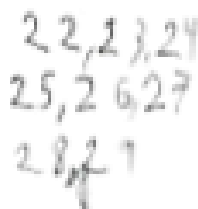
Por lo tanto, la respuesta que se dio por válida fue la que mostraba 22, 23, 24, 25, 26, 27 o 28 como posibles soluciones como ocurre en la figura 32.



22, 23, 24, 25, 26,
27, 28 estuches.

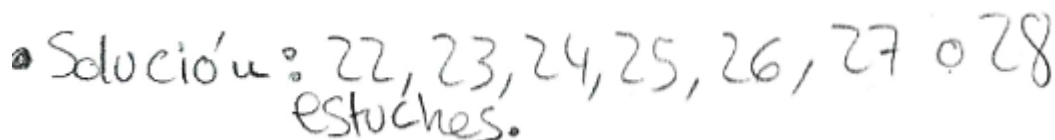
Figura 32.

Tras las sesiones para afianzar el método ABN para la resolución de problemas de respuesta múltiple, el número de estudiantes que llegaron a la interpretación correcta de la solución se amplió, aunque fue inferior al esperado. Si bien, 18 llegaron al resultado preciso, tan sólo 9 fueron capaces de interpretar estas cantidades con respecto a lo que el enunciado les demandaba. Mientras el intervalo de soluciones era correcto, el uso de enlaces como “entre”, “y” u “o” determinaban que su comprensión fuera correcta o no. Como vemos en la figura 33, la utilización del “y” supuso que la solución no fuera correcta. Mientras, en la figura 34 y la figura 35 la conjunción “o” y la preposición “entre” consiguen demostrar que el estudiante ha comprendido lo que el enunciado exigía y dar una respuesta correcta.



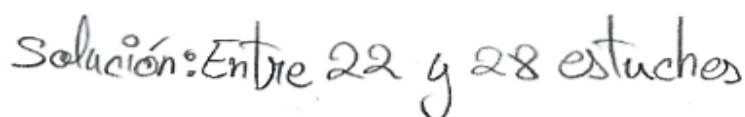
22, 23, 24
25, 26, 27
28, 29
estuches.

Figura 33. Solución errónea. Admite todas las cantidades en lugar de proponerlas como posibles al utilizar la conjunción “y”



Solución: 22, 23, 24, 25, 26, 27 o 28
estuches.

Figura 34. Solución correcta. Interpreta que cualquiera puede ser la respuesta válida. Propone varias soluciones al emplear la conjunción “o”.



Solución: Entre 22 y 28 estuches

Figura 35. Solución correcta. Interpreta que la solución está entre ese intervalo de cantidades.

Se podría advertir que estas dificultades en la interpretación de soluciones se deben a que los estudiantes mecanizaron el sistema. No se detuvieron a reflexionar sobre lo que la solución numérica significaba, simplemente se limitaron a contestar de forma similar a otros problemas propuestos anteriormente en los que la interpretación de la solución de este modo si era adecuada.

6. Conclusiones

Se extraen diferentes conclusiones con respecto a las preguntas expuestas en el problema de investigación.

La primera pregunta fue: ¿Mejora la comprensión el uso del método ABN con respecto al modelo tradicional? Se puede concluir que el número de estudiantes que consiguieron comprender lo que exigía el enunciado aumentó. Durante la primera prueba que se les entregó tan sólo fueron 5 los que se dieron cuenta de que el problema exigía múltiples respuestas. Tras enseñarles el método ABN más de la mitad supieron que el problema buscaba varias soluciones. Por tanto, sí que se mejoró la comprensión de enunciados de problemas de respuesta abierta tras trabajar con este nuevo método.

La segunda pregunta que se enunció fue: ¿Qué cambios se perciben en las estrategias que utilizan los alumnos entre el método tradicional basado en cifras y el método ABN? Durante la prueba inicial se pudieron encontrar multitud de estrategias que los estudiantes utilizaban para resolver el problema. Los que lograron resolverlo con éxito se sirvieron de estrategias diferentes, en cambio, los que intentaron resolverlo y no lo consiguieron se decantaron por la operación aritmética de la división. Tras aprender el método ABN, los alumnos integraron este sistema y los resultados fueron más positivos. Con esta estrategia se consiguió mayor número de soluciones correctas.

La última cuestión que se expuso fue: ¿Se observan mejoras en la interpretación de resultados en el contexto del problema con el método ABN? Sí que se observan mejoras puesto que la cantidad de alumnos que expresaron los resultados de manera correcta aumentó.

Aunque, debido a la limitación temporal de esta investigación, los resultados expuestos no pueden ser totalmente concluyentes, consideramos que son indicios

razonables para poder afirmar que emplear el método ABN para la resolución de problemas de respuesta múltiple ayuda favorablemente a los alumnos.

7. Bibliografía

- Chamorro, M. (2004). Leer, comprender, resolver un problema matemático escolar. En Fernández González, E. (Coord), *Los lenguajes de las ciencias* (pp. 175-200). Madrid: Secretaría General de Educación Cultura y Deporte.
- González Marí, J. L. (2009). Fundamento y práctica de la competencia matemática. Resolución de problemas de matemáticas. *Didáctica de la matemática. Universidad de Málaga*.
- Gutiérrez, L., Martínez, E., & Nebreda, T. (2008). Las competencias básicas en las áreas de Matemáticas. *Cuadernos de educación de Cantabria*, 5. Santander: Consejería de Educación de Cantabria.
- Martínez, J. M. (2010). Algoritmos ABN. El cálculo del futuro. *Clave XXI* (2), 1-8.
- Martínez, J. M. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón. Revista de pedagogía*, 63(4), 95-110.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.
- de la Vega, M. L. C. (2000). Resolver problemas: ayudar a los alumnos a pensar por sí mismos. *Números*, (43), 179-184.

Webgrafía

- Martínez Montero, J. Algoritmos ABN. Por unas matemáticas sencillas, naturales y divertidas. *Algoritmo abn*. Recuperado de: <http://algoritmosabn.blogspot.com.es/>
- de la Rosa, J. (2008). Actiludis. Recuperado de: <http://www.actiludis.com/?cat=9>

TbT. (2014). *Teachers by teachers*. Recuperado de:
<https://www.teacherspayteachers.com/Product/Open-Ended-Word-Problem-Complex-Multi-Step-Challenge-Grade-3-5-1082722>