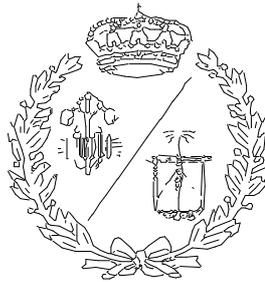


**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN**

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



Trabajo Fin de Grado

**DISEÑO DE UNA PLANTA TERMOSOLAR DE
10 MW CON RECEPTOR CENTRAL
(Design of a 10 MW solar tower power plant)**

Para acceder al Título de

**GRUADO EN INGENIERÍA EN
TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES**

Autor: MARTA ORTIZ DE ZARATE BAUTISTA

Febrero - 2015



TÍTULO	DISEÑO DE UNA PLANTA TERMOSOLAR DE 10 MW CON RECEPTOR CENTRAL		
AUTOR	MARTA ORTIZ DE ZÁRATE BAUTISTA		
DIRECTOR / PONENTE	DELFIN SILIÓ SALCINES		
TITULACIÓN	<i>GRADO EN INGENIERIA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES</i>	FECHA	24-02-2015

PLABRAS CLAVE

Energía solar, radiación, trayectoria solar, heliostato, orientación, efecto coseno, sombra, apantallamiento, torre, receptor.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Ante el aumento de la demanda de energía eléctrica y la preocupación por la conservación del medio ambiente y el efecto invernadero, se persigue desarrollar energías limpias que resulten competitivas a nivel económico con la idea de sustituir a los combustibles fósiles.

En el caso del sur de España, se puede obtener una gran cantidad de energía aprovechando la que llega del Sol. Por esa razón este proyecto se va a centrar en el diseño y estudio del campo de heliostatos de una central termosolar situada en Almería.

DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

En este proyecto se desarrolla el diseño de una central termosolar de concentración de 10 MW de potencia, en la provincia de Almería con una latitud de 37° N, formada por un campo de espejos situados alrededor de una torre en cuyo alto se sitúa el receptor.

Este tipo de centrales puede adoptar dos geometrías, en función del arco que abarquen los anillos donde se sitúan los heliostatos. En la opción de campo circular, rodean completamente la torre donde se sitúa el receptor, con lo que este se encuentra expuesto completamente y tendrá una pérdida de calor al exterior mayores, por otro lado, esta configuración permite un mayor número de heliostatos a menor distancia, lo que supone alcanzar mayores valores de potencia. Sin embargo cabe destacar que los espejos situados al norte de la torre tienen un mayor rendimiento que los demás, y esto se acentuará cuanto más alejada se encuentre la central del ecuador, con lo que el campo de heliostatos se irá deformando hasta, en el extremo, situarlos todos al norte de la torre, en este caso el receptor se encuentra en el interior de una cavidad aislada con lo que se reducen notablemente las pérdidas respecto al caso anterior; sin embargo los heliostatos se encontrarán más alejados de la torre, lo



que puede acarrear pérdidas por difusión de la radiación en el aire de la atmósfera, sin embargo estas serán muy pequeñas. Para este caso se ha elegido un campo norte ya que es más favorable para la potencia con la que se está trabajando.

Se trata de que los espejos reflejen la radiación solar que reciben y la dirijan a un punto o conjunto de puntos definido del receptor; para ello es necesario que tengan una orientación muy concreta en todo momento de cada día del año. Dicha orientación se define mediante el vector normal a su superficie (\vec{n}). Este vector es función de la trayectoria solar, definida por el vector de los rayos incidentes (\vec{s}) y de la posición relativa que ocupa el espejo respecto a la torre (\vec{t}). Para que se cumpla la ley de la reflexión de la luz la dirección del vector (\vec{n}) ha de coincidir con la de $(\vec{s} + \vec{t})$.

Una vez conocida la posición de los espejos en cada momento, se estudia como disminuye su área útil debido a diferentes factores como las interferencias que se producen entre ellos y el efecto coseno. Las sombras se producen cuando un espejo interfiere los rayos solares antes de que alcancen a otro, dependen en gran medida de la altura a la que se encuentre el Sol; por otro lado, los apantallamientos son un fenómeno similar pero los rayos interferidos son los reflejados, se ven más afectados por la distancia entre los anillos. El efecto coseno es función directa del ángulo con el que ve los rayos solares cada heliostato. Se toma como área útil de un heliostato, aquella que no se encuentre afectada por la sombra o el apantallamiento de otro, proyectada sobre la superficie perpendicular al vector de los rayos solares.

Para ejecutar todos los cálculos descritos se ha diseñado un software en el programa MatLab. Primero se define la posición de cada heliostato sobre el terreno, seguidamente, para cada instante se calcula su posición, y el área restante tras tener en cuenta los factores que la disminuyen. Además se han calculado también los puntos donde impactan los rayos reflejados en el plano del receptor.

Teniendo en cuenta los datos proporcionados por la Junta de Andalucía sobre la insolación recibida en el lugar donde se sitúa la central, se calcula el área especular necesaria para alcanzar los 10 MW eléctricos, y a partir de ella se entrará en las gráficas de área-día del año, valorando que combinación de tamaño de campo y altura de torre resulta más conveniente.

Para este caso se ha elegido un campo de 72 anillos (4596 heliostatos) con una altura de torre de 125 m.

CONCLUSIONES / PRESUPUESTO

- El presupuesto de ejecución de material asciende a treinta y ocho millones ochocientos veinte mil cien euros, 38.820.100 €.



- El presupuesto de ejecución de por contrata asciende a cincuenta y cinco millones ochocientos noventa y siete mil sesenta y dos euros, 55.897.062 €.
- El presupuesto para conocimiento de la administración asciende a cincuenta y cinco millones novecientos mil sesenta y dos euros 55.900.062 €.

BIBLIOGRAFÍA

DOCUMENTOS

- Caracterización climática de Andalucía, Consejería de medio ambiente y ordenación del territorio, Junta de Andalucía.
<http://www.juntadeandalucia.es/medioambiente/site/porta/web/>
- Benoit & Pierre Beckers. Comment calculer la déclinaison du soleil. Septiembre de 2010. Documento online:
http://www.heliodon.net/downloads/Beckers_2010_Helio_007_fr.pdf
- Fernández Díez, P, *Ingeniería térmica y de fluidos*.
- Fernández Díez P. *Energías alternativas*

PÁGINAS WEB

- <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/snell/snell.htm>
- http://www.iit.upcomillas.es/~carnicero/Resistencia/Introduccion_al_MEF.pdf
- <http://www.uru.edu/fondoeditorial/libros/pdf/elementosfinitos/CAP%201%20COMPLETO.pdf>
- <http://www.sol-arq.com/index.php/caracteristicas-materiales/caracteristicas-superficiales>
- <http://es.mathworks.com/help/matlab/operators-and-elementary-operations.html>
- <http://ocw.unican.es/enseanzas-tecnicas/centrales-de-generacion-de-energia-electrica/materiales/bloque-energia-IV.pdf>
- <http://www.psa.es/webesp/instalaciones/receptor.php>

ÍNDICE GENERAL

1 MEMORIA

2 CÁLCULOS

3 PRESUPUESTO

4 ANEXO A: PROGRAMACIÓN

5 ANEXO B: COMPORTAMIENTO DEL CAMPO CONCENTRADOR

MEMORIA

ÍNDICE

1	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	6
2	FUNDAMENTO TEÓRICO	8
2.1	ENERGÍA SOLAR RECIBIDA POR LA TIERRA	8
2.1.1	La constante solar	8
2.1.2	Distribución espectral de la radiación	8
2.1.3	Radiación solar en la superficie de la Tierra	10
2.1.4	Radiación solar directa	11
2.1.5	Atenuación de la radiación directa	14
2.1.6	Aparatos de medida	16
2.1.7	Datos de radiación solar directa	18
2.2	REFLEXIÓN DE LA ENERGÍA	18
2.2.1	Principio de reflexión de la luz	18
2.2.2	Materiales reflectantes	19
2.2.3	Reflectividad de los materiales	20
2.3	MECANISMOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR	21
2.3.1	Conducción.....	21
2.3.2	Convección	29
2.3.3	Radiación.....	33
2.3.4	Método de elementos finitos.....	34
3	CAMPO DE HELIOSTATOS	37
3.1	GENERALIDADES	37
3.2	DISTRIBUCIÓN DE LOS HELIOSTATOS EN EL TERRENO	38
3.3	ORIENTACIÓN DE LOS HELIOSTATOS	39
3.4	INTERFERENCIAS ENTRE HELIOSTATOS	43
3.4.1	Efecto sombra	44
3.4.2	Efecto apantallamiento	45
3.5	EFFECTO COSENO	46
3.6	RECEPCIÓN DE LOS RAYOS SOLARES	46
4	SIMULACIÓN POR ORDENADOR DEL FUNCIONAMIENTO DEL CAMPO	49
4.1	PLANTEAMIENTO	49

4.1.1	Distribución sobre el terreno	50
4.1.2	Orientación de los heliostatos	51
4.1.3	Sombras y apantallamientos.....	55
4.1.4	Reflexión de los rayos.....	64
4.1.5	Receptor.....	64
4.1.6	Cálculos generales	68
4.2	PRESENTACIÓN DE RESULTADOS	70
5	CICLO DE POTENCIA.....	74
5.1	CICLO RANKINE	74
6	CARACTERÍSTICAS DEL MODELO UTILIZADO.....	77
6.1	MODELO DEL CAMPO CONCENTRADOR	77
6.2	CONSIDERACIONES PRÁCTICAS	78
7	BIBLIOGRAFÍA	79

1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En las últimas décadas la demanda de energía eléctrica ha aumentado notablemente, a la par que el crecimiento y desarrollo de la sociedad. Esto ha planteado dos grandes problemas asociados a la gran dependencia de los combustibles fósiles: en términos económicos, no se puede garantizar el abastecimiento a medio y largo plazo; y por otro lado, aumenta también la inquietud sobre la falta de un plan global para afrontar el cambio climático.

El desafío, por tanto, consiste en desarrollar métodos para explotar fuentes de energía renovables, que resulten competitivas a nivel económico, para que sea viable sustituir con ellos a los combustibles fósiles. Un beneficio añadido de estas fuentes de energía es por ejemplo, su distribución, ya que se encuentran repartidas de forma mucho más igualitaria por todo el planeta, con lo que en general tampoco es necesario transportar ninguna materia prima.

En nuestro país disponemos de numerosas fuentes de energía renovable, por ejemplo la energía del Sol, en la que se va a centrar este proyecto. Esta energía es función de las horas de insolación que se reciban, y a la hora de determinar la localización de una central es muy importante contar con datos fiables sobre las condiciones de radiación del lugar estudiado. Los valores mínimos recomendados son, un valor medio de 300 W/m^2 y más de tres horas al día por encima de 600 W/m^2 .

En este proyecto se va a desarrollar el diseño de una central termosolar de concentración de 10 MW, formada por un receptor de torre y un campo norte de heliostatos. Como fluido de trabajo se utilizarán sales fundidas, debido a su gran capacidad de almacenamiento calorífico, haciendo posible la producción de energía por la noche en los meses de mayor insolación. Esta producción de energía de forma continua sitúa a este tipo de centrales por primera vez como alternativa viable a centrales convencionales, ya que se elimina la necesidad de otra fuente de energía eléctrica para las horas de oscuridad.

En cuanto a la distribución de los heliostatos, se va a diseñar un programa para su optimización en el que también se tratará la altura de la torre para alcanzar el equilibrio entre los aspectos energético y económico. Existen dos posibilidades a desarrollar, campo circular y campo norte. En ambos casos, los heliostatos se sitúan organizados en anillos con

centro en la base de la torre; sin embargo mientras que en el caso de campo circular dichos anillos abarcan circunferencias completas, en el segundo todos los heliostatos se encuentran situados al norte del receptor abarcando un ángulo determinado. Suponiendo igual potencia, se comparan ambas posibilidades. En el caso de un campo norte, habrá heliostatos más alejados de la torre, que serán vistos con un ángulo más horizontal, con lo que para evitar en la medida de lo posible sombras y apantallamientos, será necesario aumentar la altura a la que se sitúa el receptor respecto a la altura que tendría en un campo circular; consecuentemente aumenta la distancia del receptor a los heliostatos, y con ella la atenuación atmosférica que sufren los rayos reflejados. Por otro lado, debido a que la trayectoria aparente del Sol varía en función de la latitud, la eficiencia de un campo circular respecto a la de un campo norte disminuye a medida que nos alejamos del ecuador. Esto se debe a la mayor eficiencia que van presentando los heliostatos situados al norte del receptor, debido al efecto coseno (la cantidad de energía recibida es función del ángulo de incidencia). Además es necesario tener en cuenta que un receptor circular conlleva mayores pérdidas de calor que uno de cavidad, ya que al recibir energía desde todos los ángulos, se limita su aislamiento; mientras que, un receptor de cavidad se encuentra aislado del exterior en el interior de la propia cavidad cuyas paredes están formadas por capas de materiales refractarios y aislantes, lo que reduce en gran medida su pérdida de calor al exterior. A pesar de todo, cuando se desean altos valores de potencia nominal, las centrales de campo circular pueden ser una mejor opción ya que permiten un mayor número de heliostatos a menor distancia de la torre. El ciclo de potencia en base al que trabajará la central será un ciclo térmico Rankine con vapor recalentado.

Teniendo en cuenta que la central que se diseña en este proyecto se va a situar al sur de la península ibérica, a una latitud aproximada de unos 37° N, y con una potencia de 10 MW, se ha optado por un campo norte con un receptor de cavidad.

2 FUNDAMENTO TEÓRICO

2.1 ENERGÍA SOLAR RECIBIDA POR LA TIERRA

La energía solar se define por su estructura y características térmicas. Primero se definirán en el exterior de la atmósfera y seguidamente en el interior, se observará que al atravesarla, la radiación queda muy atenuada y resulta de interés únicamente aquella cuya longitud de onda se encuentre entre $0,3 \mu\text{m}$ y $3,0 \mu\text{m}$, es decir, la zona visible del espectro y parte de la infrarroja.

2.1.1 La constante solar

La masa solar que se irradia al espacio cada segundo es de $5,6 \cdot 10^{35}$ GeV, en forma de partículas de alta energía y radiación electromagnética; en el exterior de la atmósfera se recibe un total de $1,73 \cdot 10^{14}$ kW, es decir, $1,353 \text{ kW/m}^2$. Este valor se denomina constante solar, aunque fluctúa con la distancia entre la Tierra y el Sol en un $\pm 3\%$ a lo largo del año.

De lo anterior, únicamente el 47% de la energía solar incidente llega a la superficie terrestre; además solo el 31% lo hará de forma directa, el 16% restante habrá encontrado obstáculos como polvo, vapor de agua o moléculas de aire, con lo que llegará de forma difusa.

2.1.2 Distribución espectral de la radiación

Se puede considerar el Sol como un gran reactor de fusión nuclear, formado por diferentes gases retenidos en él por fuerzas gravitatorias. La energía emitida en forma de radiación electromagnética ha de ser transferida hasta las capas externas, y de ahí al espacio exterior; en el proceso de transferencia aparecen fenómenos de convección y radiación, al igual que numerosas capas de gases, dando lugar a un espectro de emisión continuo.

La energía utilizada en los procesos térmicos es de una longitud de onda determinada, con lo que se puede simplificar la estructura que compone el Sol, modelizándolo como un cuerpo negro a una temperatura de 5762 K, ya que la distribución de energía para las longitudes de onda aprovechables en los procesos de interés del modelo coincide con la real.

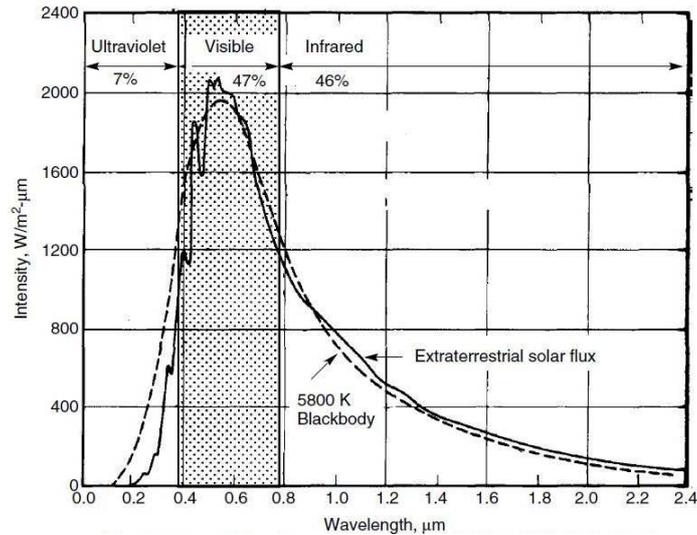


Figura 1: Comparación del espectro de radiación extraterrestre con la de un cuerpo negro a 5800 K

La constante solar, la intensidad de radiación en el límite exterior de la atmósfera, cuyo valor es prácticamente constante, se define como la energía solar por unidad de tiempo sobre una superficie perpendicular a la radiación de área unidad. En las últimas décadas, al disponer de satélites en el exterior de la atmósfera, ha sido posible determinar la influencia de esta al paso de la radiación por ella, y se ha fijado un valor standard de la misma propuesto por Thekaekara y Drummond en 1979:

$$I_0 = 1353 \text{ W/m}^2$$

Es importante conocer la distribución espectral de la radiación solar, ya que su interacción con los diferentes elementos de la atmósfera será función de su longitud de onda. En la figura se observa dicho espectro de radiación extraterrestre, es decir, aquella que llegaría a la Tierra en ausencia de atmósfera.

La distribución espectral de la radiación extraterrestre que se toma como standard, se basa en medidas realizadas a gran altitud en el espacio exterior; los valores se presentan en una tabla a continuación; se proporcionan los valores para cada anchura de banda, representada por su valor medio λ . E_λ es el promedio de radiación solar comprendido en la anchura correspondiente; $\Delta\lambda$ representa el porcentaje de la constante solar que se asocia a longitudes de onda menores que λ .

A partir de estos valores se puede hallar el valor de la constante de la radiación solar extraterrestre y la magnitud de dicha radiación para cada ancho de banda. Obteniendo los valores de $\Delta\lambda$ correspondientes a las longitudes de onda de 0,38 μm y 0,78 μm , límites de la zona visible, a partir de los cuales se halla el valor de la energía de banda.

Tabla I.1.- Radiación solar extraterrestre.- Cte Solar, $I_{0(ext)} = 1,353 \text{ kW/m}^2$

λ	E_λ	$\Delta\lambda$	λ	E_λ	$\Delta\lambda$	λ	E_λ	$\Delta\lambda$
0,115	0,007	0,0001	0,43	1639	12,47	0,9	891	63,37
0,14	0,03	0,0005	0,44	1810	13,73	1	748	69,49
0,16	0,23	0,0006	0,45	2006	15,14	1,2	485	78,4
0,18	1,25	0,0016	0,46	2066	16,65	1,4	337	84,33
0,2	10,7	0,0081	0,47	2033	18,17	1,6	245	88,61
0,22	57,5	0,05	0,48	2074	19,68	1,8	159	91,59
0,23	66,7	0,1	0,49	1950	21,15	2	103	93,49
0,24	68	0,14	0,5	1942	22,6	2,2	79	94,83
0,25	70,9	0,19	0,51	1882	24,01	2,4	62	95,86
0,26	130	0,27	0,52	1833	25,38	2,6	48	96,67
0,27	232	0,41	0,53	1842	26,74	2,8	39	97,31
0,28	222	0,56	0,54	1783	28,08	3	31	97,83
0,29	482	0,81	0,55	1725	29,38	3,2	22,6	98,22
0,3	514	1,21	0,56	1695	30,65	3,4	16,6	98,5
0,31	689	1,66	0,57	1712	31,91	3,6	13,5	98,72
0,32	830	2,22	0,58	1715	33,18	3,8	11,1	98,91
0,33	1059	2,93	0,59	1700	34,44	4	9,5	99,06
0,34	1074	3,72	0,6	1666	35,68	4,5	5,9	99,34
0,35	1093	4,52	0,62	1602	38,1	5	3,8	99,51
0,36	1068	5,32	0,64	1544	40,42	6	1,8	99,72
0,37	1181	6,15	0,66	1486	42,66	7	1	99,82
0,38	1120	7	0,68	1427	44,81	8	0,59	99,88
0,39	1098	7,82	0,7	1369	46,88	10	0,24	99,94
0,4	1429	8,73	0,72	1314	48,86	15	0,048	99,98
0,41	1751	9,92	0,75	1235	51,69	20	0,015	99,99
0,42	1747	11,22	0,8	1109	56,02	50	0,00039	100

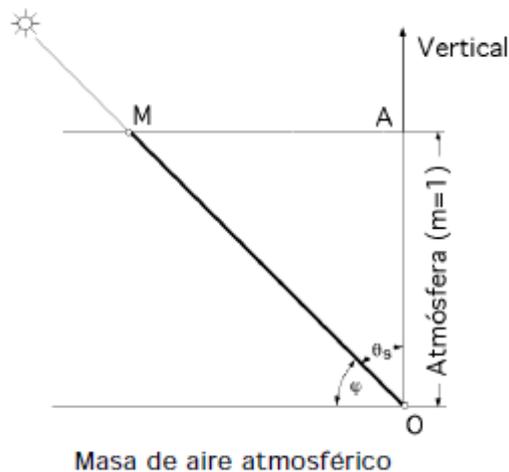
E_λ es el promedio de radiación solar, centrada en la longitud de onda λ , en $\text{W/cm}^2\mu\text{m}$

$\Delta\lambda$ es el porcentaje de la constante solar asociada con longitudes de onda inferiores a λ . Thekaekara, 1974}

2.1.3 Radiación solar en la superficie de la Tierra

La radiación procedente del Sol ha de atravesar 9 km de capa atmosférica para llegar a la superficie terrestre. Esta radiación se ve difundida, absorbida o incluso reflejada por las moléculas en suspensión dentro de la atmósfera, por lo que cuanto mayor sea el número de partículas, mayor será la cantidad de radiación que encuentra obstáculo. Sin embargo existe cierta cantidad de radiación alcanza la superficie terrestre sin haber sufrido ningún cambio de dirección, se conoce como radiación directa. La radiación difusa es aquella radiación solar que se recibe en la Tierra después de que la reflexión y difusión de la capa atmosférica hayan cambiado su dirección.

El camino recorrido por la radiación depende de la altura cenital del Sol, por ello se introduce el concepto de masa de aire atravesada por la radiación (m), definida como la distancia recorrida por la radiación a través de la atmósfera, tomando como valor unidad el paso vertical a nivel del mar cuando el Sol se encuentra en su cenit, su valor viene dado por la expresión:



$$m = \sec(\alpha)$$

Teniendo en cuenta que la presión media a nivel del mar son 760 mm de mercurio y siendo p la presión atmosférica del lugar de estudio, el valor de la masa de aire atmosférico en dicho lugar es:

$$m = \overline{OA} = \frac{p}{760}$$

Si la radiación recorre un camino genérico como \overline{OM} que forma un ángulo con la vertical, el valor de la masa de aire viene dado por:

$$m = \overline{OM} = \frac{p}{760 \cdot \sin(\varphi)}$$

2.1.4 Radiación solar directa

La radiación que resulta útil en este tipo de central es la directa, aquella que llega a la superficie terrestre sin haber sufrido ningún cambio de dirección. Existen relaciones empíricas que permitirían calcular la energía de este tipo recibida por unidad de superficie y tiempo, así como de los porcentajes posibles de horas de Sol en función de la nubosidad. Sin embargo, debido a la dificultad que presenta definir un día claro, se supondrá en todo momento que los resultados obtenidos y datos utilizados son para días despejados con Sol brillante.

Mediante la ecuación de Benford y Bock presentada a continuación, es posible determinar las relaciones trigonométricas que existen entre un plano orientado de una forma cualquiera y la dirección de la radiación solar directa en ese momento:

$$\begin{aligned} \cos(\theta_s) = & \sin(\delta) \cdot \sin(\lambda) \cdot \cos(\Psi) - \sin(\delta) \cdot \cos(\lambda) \cdot \sin(\Psi) \cdot \cos(\beta) + \cos(\delta) \cdot \cos(\lambda) \\ & \cdot \cos(\Psi) \cdot \cos(\tau) + \cos(\delta) \cdot \sin(\lambda) \cdot \sin(\Psi) \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\tau) + \cos(\delta) \\ & \cdot \sin(\Psi) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\tau) \end{aligned}$$

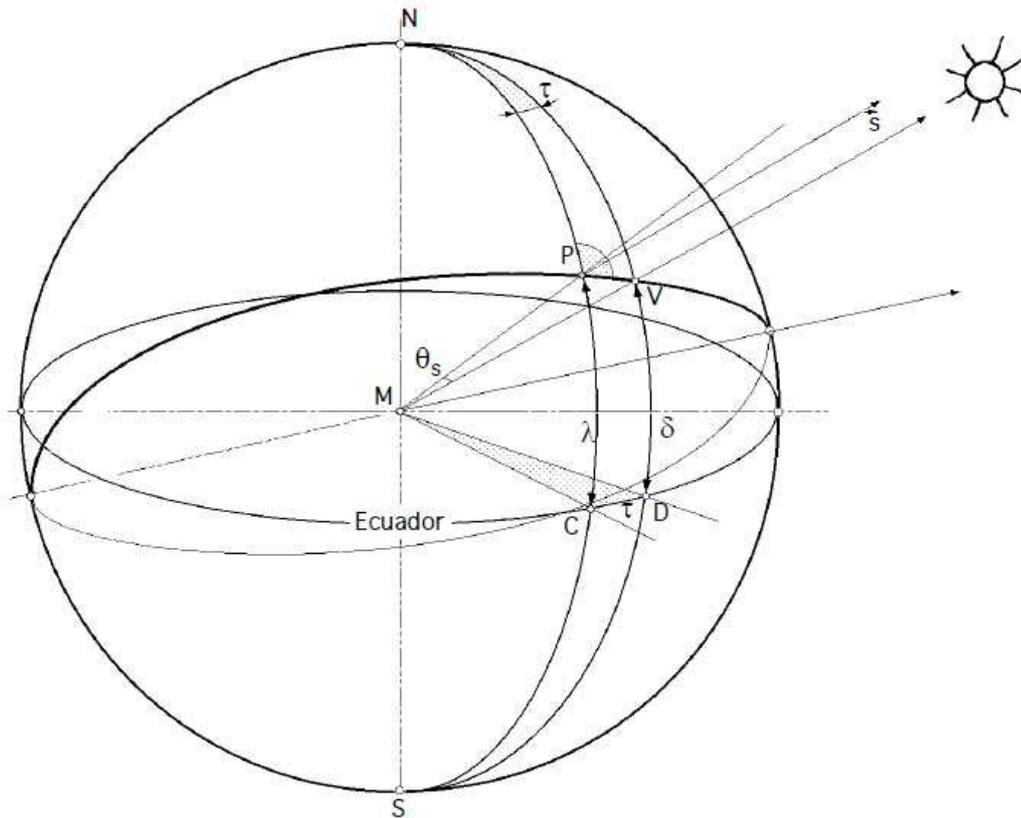
Los parámetros presentes en esta fórmula son los siguientes:

δ	Declinación. Posición angular del Sol al mediodía solar respecto al plano del ecuador.
λ	Latitud. Se considerará positiva para el hemisferio norte
Ψ	Ángulo que forma el plano del terreno con la horizontal del lugar.
β	Ángulo acimutal. Medido respecto a la dirección N-S. Hacia el Este se considera negativo y hacia el Oeste positivo.
τ	Ángulo horario. Se considera negativo antes del mediodía solar y positivo después.
θ_s	Ángulo cenital solar. Se define a partir de la dirección de la componente directa de la radiación solar y por la vertical de lugar.

En caso de que el plano del terreno sea horizontal, $\Psi = 0$, con lo que la expresión se puede simplificar, quedando de la siguiente forma:

$$\cos(\theta_s) = \sin(\delta) \cdot \sin(\lambda) + \cos(\delta) \cdot \cos(\lambda) \cdot \cos(\tau)$$

Tal que el ángulo de la componente directa del Sol respecto a la vertical (θ_s) queda definido por la latitud del lugar, la declinación media del día y el ángulo horario.



Suponiendo que el punto P indica la posición del campo de heliostatos sobre el terreno, el arco definido por \overline{PC} de centro M coincide con la latitud. El cenit del lugar se mide a partir de la vertical en P . En el momento en el que el Sol se encuentra en la posición S , la componente directa de la radiación solar tendrá la dirección SM . El ángulo cenital θ_s , coincide con el ángulo que forman la vertical de lugar y el vector \vec{s} , que indica la posición del Sol. La declinación δ , es el arco \overline{VD} con centro en M . Por último, el ángulo horario τ , se puede medir sobre el Ecuador por el arco \overline{CD} , se define como el ángulo que ha de girar la Tierra para situar el meridiano que pasa por P , directamente bajo el Sol.

Utilizando la ecuación simplificada de Benford y Bock se puede calcular el ángulo de salida del Sol, sustituyendo el ángulo cenital por el valor que tendrá en ese momento, ($\theta_s = \pi/2$) de lo que se obtiene:

$$\cos(\tau_s) = \frac{-\sin \lambda \cdot \sin \delta}{\cos \lambda \cdot \cos \delta} = -\tan(\delta) \cdot \tan(\lambda)$$

En cuanto a la declinación, se calcula con una fórmula aproximada, tomando un valor constante, el del mediodía, para todo el día. En esta expresión, el valor Z es el día del año contado desde el 1 de Enero:

$$\sin \delta = \sin(23,45) \cdot \cos\left((Z - 172) \cdot \frac{360}{365}\right)$$

2.1.5 Atenuación de la radiación directa

La radiación directa recibida del Sol sobre la superficie de la Tierra depende de los siguientes factores:

Distancia entre el Sol y la Tierra

El movimiento que realiza la Tierra alrededor del Sol sigue una órbita elíptica de escasa excentricidad, tal que la distancia entre ambos astros varía aproximadamente en un $\pm 3\%$.

Variación de la difusión debida a las moléculas en suspensión

Las moléculas de aire son muy pequeñas comparadas con la longitud de onda de la radiación. La difusión que producen puede estudiarse mediante la teoría de Rayleigh, según la cual el coeficiente de difusión varía aproximadamente según λ^{-4} , siendo λ la longitud de onda de la radiación. Esto se puede verificar experimentalmente y a partir de los datos obtenidos se ha propuesto como factor de transmisión monocromática asociado a la difusión atmosférica el dado por la siguiente expresión:

$$F_{\lambda(\text{moléculas aire})} = 10^{-0,00389 \cdot \lambda^{-4}};$$

Donde el valor de λ se expresa en micras, la masa de aire es igual a la unidad y la presión atmosférica es de 760 mm de mercurio.

Por otro lado se encuentran las partículas de polvo, con unas dimensiones mucho mayores que las anteriores, y cuya concentración y tamaño varía con la altura, el lugar y el momento, con lo cual su difusión es más difícil de determinar. Se modelizará con un factor de transmisión desarrollado por Moon dado por la siguiente expresión:

$$F_{\lambda(\text{polvo})} = 10^{-0,0353 \cdot \lambda^{-0,75}};$$

Donde el término medio de concentración de partículas de polvo es de 800 por cm^3 a nivel del suelo, y de nuevo la masa de aire toma el valor unidad.

Por último se tienen en cuenta las partículas de vapor de agua, con el Sol en su cenit y una presión de saturación de 26 mbar (presión parcial promedio de vapor de agua en la atmósfera) la difusión asociada a ellas se puede escribir mediante la expresión:

$$F_{\lambda(\text{vapor de agua})} = 10^{-0,0075 \cdot \lambda^{-2}};$$

Por lo tanto, el efecto total de la difusión sobre la radiación se expresa de forma aproximada de la siguiente forma:

$$F_{total} = F_{\lambda(\text{moléculas aire})} \frac{p}{760} + F_{\lambda(\text{polvo})} \frac{d}{800} + F_{\lambda(\text{vapor de agua})} \frac{w}{20};$$

Donde:

F_{total} , representa el valor de la transmitancia atmosférica monocromática para la radiación directa.

p , es la presión total de la atmósfera en mm de mercurio.

d , representa el valor de la concentración de partículas de polvo a nivel del suelo (partículas/cm³).

w , es la cantidad de agua precipitable en la atmósfera, por encima del lugar de observación, medido en mm de mercurio.

m , como ya se mencionó anteriormente es la masa de aire.

Absorción atmosférica por el O₃, H₂O y CO₂

El fenómeno de absorción de radiación solar a su paso por la atmósfera se debe principalmente al ozono en el ultravioleta y al vapor de agua en algunas capas del infrarrojo; debido a estos elementos, partir de 2,3 μm la transmisión a través de la atmósfera es muy baja.

Las transmitancias por absorción han de combinarse de la misma forma que en el caso de la difusión, tal que la transmitancia monocromática resultante para la radiación directa se escribe como:

$$F = F_{Difusión} F_{Absorción} = F_{Difusión} F_{Abs \text{ Ozono}} F_{Abs \text{ Agua}};$$

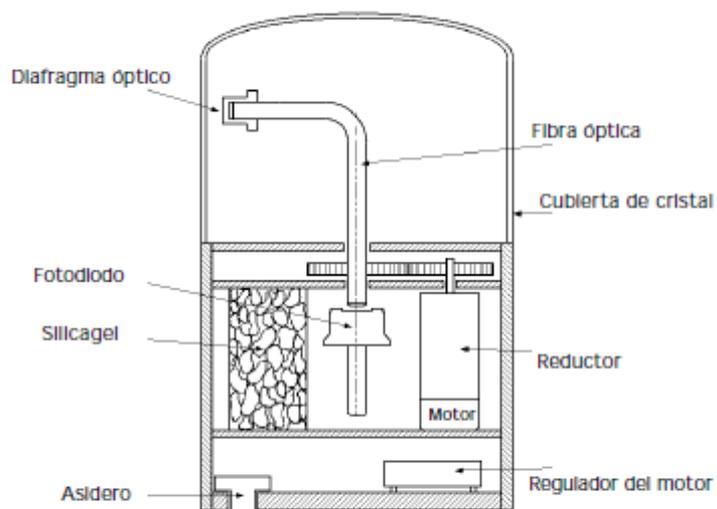
Cabe destacar que al menos uno de los dos factores de absorción toma el valor unidad, ya que las bandas de absorción no se solapan entre sí.

2.1.6 Aparatos de medida

Los instrumentos de medida de la radiación solar pueden dividirse en tres categorías según la medida que realicen.

Heliógrafos

Los heliógrafos se utilizan para medir la duración de la luz solar, determinan los periodos del día durante los cuales la intensidad de radiación directa sobrepasa un mínimo (120 W/m^2). El intervalo de tiempo que transcurre entre la salida y la puesta de Sol es el máximo tiempo de radiación solar diaria posible, para un día concreto del año en un lugar determinado. En la figura se muestra el heliógrafo de Denis-Jordan, está formado por una fibra óptica acodada 90° , accionada por un motor de corriente continua y girando a una vuelta por cada $1/100$ de hora; el extremo de la fibra recibe la radiación solar a través de un diafragma, en el otro extremo se sitúa una célula fotoeléctrica que produce una señal cuya magnitud es proporcional a la intensidad de la radiación recibida.

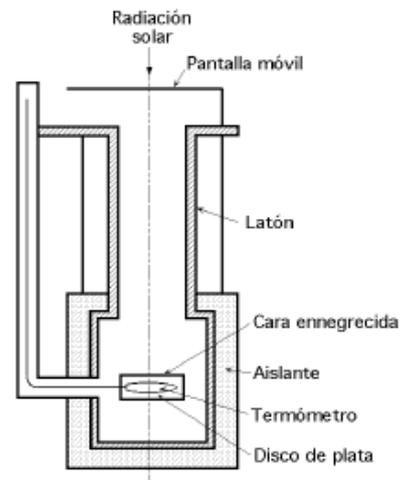


Heliógrafo de Denis-Jordan

Pirheliómetros

Estos instrumentos miden la radiación solar directa, constan de una abertura colimada y una cara de recepción que ha de permanecer en todo momento normal a los rayos solares con lo que consta de un dispositivo automático de seguimiento del Sol. El aparato recibe energía únicamente del disco solar y de un estrecho anillo de cielo contiguo, a través de un tubo largo. El error que provoca una abertura excesiva, aumenta proporcionalmente a la cantidad de radiación admitida. El ángulo de abertura es de $5,7^\circ$. Un pirheliómetro típico de disco de

plata, permite deducir la intensidad de radiación directa a partir de lecturas termométricas sucesivas, abriendo y cerrando la entrada del aparato. En este proceso han de seguirse unas normas muy estrictas en cuanto al tiempo de exposición, que ha de ser muy preciso.

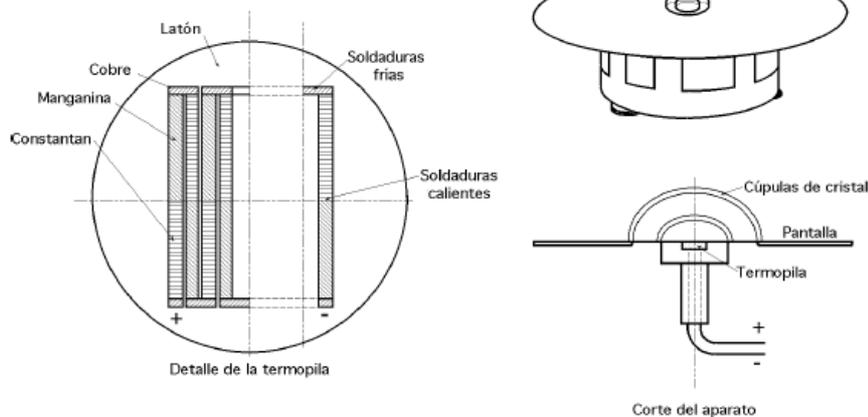


Pirheliómetro de disco de plata de Abbot

Piranómetros

Este tipo de aparatos sirve para medir la radiación global, directa y difusa recibida en todas direcciones; por esta razón el instrumento descansa sobre una base horizontal. El ancho de la banda de frecuencias medido por el piranómetro abarca desde $0,3 \mu\text{m}$ hasta $3 \mu\text{m}$; en caso de estar protegido de la radiación directa por un anillo protector desvanecedor, medirá solo la radiación difusa.

Su funcionamiento se basa en detectar la diferencia de temperaturas, entre una superficie blanca y otra negra mediante termopilas o células fotoeléctricas, estas han de estar protegidas del viento y compensadas para los cambios de temperatura ambientales que se puedan producir con una doble semiesfera de vidrio para eliminar los fenómenos de convección.



Piranómetro de Kipp

2.1.7 Datos de radiación solar directa

Los datos sobre radiación del lugar donde se desea construir la central son la fuente más fiable de información. En caso de no disponer de ellos, se pueden utilizar algunas relaciones empíricas para calcular la radiación a partir de las horas de Sol o porcentajes posibles de horas de Sol o nubosidad. Existe una tercera opción, realizar el cálculo para una localidad determinada mediante datos de localidades de similar latitud, clima y topografía.

En principio es posible determinar la radiación directa a partir de las tablas adecuadas, que cubren un amplio intervalo de latitudes, en el caso del territorio español, se centran normalmente en las capitales de provincia. Además las consejerías correspondientes de comunidades autónomas como Andalucía, interesadas en albergar centrales termosolares, ponen a disposición del público los datos climatológicos necesarios.

2.2 REFLEXIÓN DE LA ENERGÍA

La energía solar que se recibe en el terreno donde se instala la central tiene que ser concentrada en un único punto o conjunto de puntos para poder ser acumulada en forma de calor en un fluido y posteriormente transformada en energía eléctrica. Por ello se utilizan una serie de espejos con el fin de que reflejen la radiación solar, dirigiéndola hacia un punto previamente fijado

2.2.1 Principio de reflexión de la luz

Según el principio de reflexión de la luz, una onda que choca con una superficie plana se refleja con un ángulo igual al incidente.

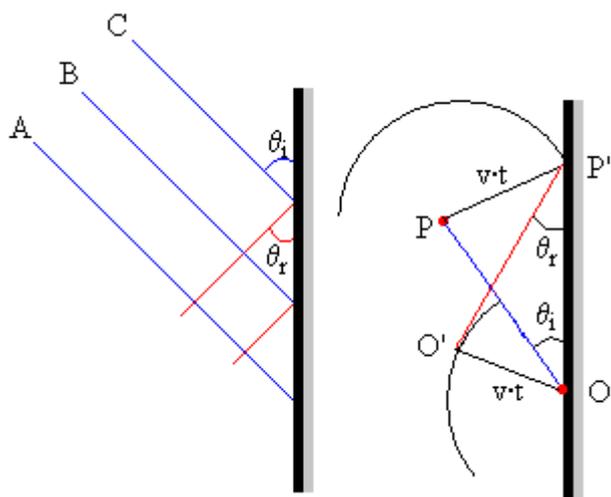


Figura 2: Ley de la Reflexión.

Fuente: Física con ordenador, Ángel Franco García (<http://www.sc.ehu.es/>)

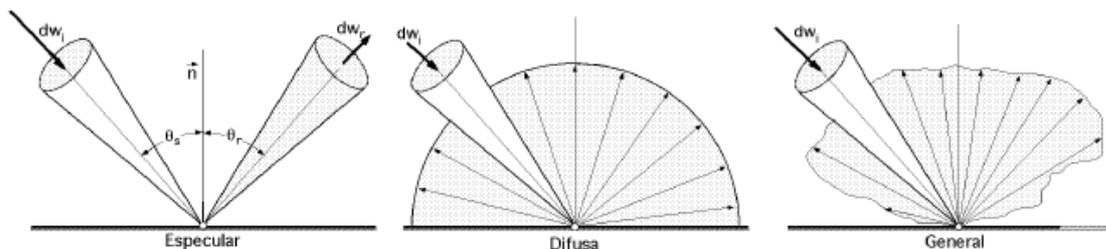
En la figura de la izquierda se muestra un frente de ondas reflejado en una superficie plana, siendo θ_i el ángulo de incidencia y θ_r el ángulo de reflexión. Las posiciones del frente de ondas al cabo de un tiempo t pueden calcularse trazando circunferencias de radio $(v \cdot t)$ con centro en los puntos del frente de onda inicial. Las ondas situadas en los extremos superiores (A, B, C) se propagan sin obstáculo hasta la pared, donde se invierte el sentido de propagación.

En la parte derecha de la figura, se traza una recta perpendicular al segmento \overline{PO} , definiendo el punto P' en su intersección con la superficie. El módulo del segmento $\overline{PP'}$ es igual a $v \cdot t$. Se traza una circunferencia con ese mismo radio y centro en O y el segmento $\overline{P'O'}$ tangente a dicha circunferencia. Dado que los triángulos OPP' y $OO'P$ tienen dos lados y un ángulo iguales, se puede deducir que el ángulo θ_i de incidencia tiene que ser igual al ángulo θ_r de reflexión.

2.2.2 Materiales reflectantes

Las superficies pueden clasificarse en reflectantes o absorbentes, en función de cómo se comportan las ondas que chocan con ellas, teniendo en cuenta que este comportamiento puede variar con la longitud de onda.

Una propiedad importante de la radiación reflejada es su dispersión espacial, considerando que la radiación incidente tiene forma de haz estrecho, existen dos tipos de radiación reflejada, especular y difusa.



Tipos de reflexión en superficies

La reflexión especular es igual a la que se produciría en un espejo, es decir, el ángulo de incidencia y el de reflexión son iguales y se encuentran contenidos en el mismo plano, junto con la normal a la superficie. La reflexión difusa sin embargo elimina todas las características de la radiación incidente, distribuyendo la radiación reflejada de forma uniforme en todas direcciones. Por último puede existir una mezcla de las dos anteriores, la reflexión general, donde hay direcciones en las que la intensidad de la radiación reflejada es mayor.

Normalmente la magnitud de la intensidad reflejada en determinada dirección para una superficie dada, será función de la longitud de onda λ y de la distribución espacial de la radiación incidente. Además, la energía comprendida en el haz de luz inicial se puede reflejar en todas direcciones con lo que la intensidad que se refleje en una determinada será muy pequeña comparada con la inicial. Por ejemplo una pintura blanca es un buen reflector, pero la radiación reflejada es muy difusa por lo que se considera un material con un poder reflector bajo desde el punto de vista de la concentración.

2.2.3 Reflectividad de los materiales

La reflectividad de un material es la relación entre la energía reflejada y la energía incidente. En el caso de los heliostatos este parámetro depende de varios factores, el tipo de material con el que están construidas sus superficies, las características del protector transparente utilizado en su fabricación, su estado superficial, la erosión que posean y la suciedad depositada, es decir, no solo los materiales de fabricación sino también las condiciones de mantenimiento.

$$r_E = \frac{E_{reflejada}}{E_{incidente}}$$

Los espejos se fabrican preparando el material óptico en forma de láminas metálicas pulidas, o depositándolo sobre una superficie convenientemente preparada. Una superficie reflectante se compone de tres tipos de capas, sin tener en cuenta el soporte. La primera de ellas es una placa de vidrio perfectamente plana y pulida, sobre la que se deposita por algún proceso químico o electroquímico un material metálico, generalmente plata o aluminio, que a su vez se aísla del ambiente exterior por la tercera capa de material protector no metálico,

la cual puede ser una o varias láminas de plástico, cuya finalidad es proteger el depósito metálico de la oxidación.

2.3 MECANISMOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR

En el receptor donde se concentran los rayos solares reflejados por los heliostatos tienen lugar numerosos procesos de transferencia de calor, tanto entre los elementos que lo forman como con los fluidos que están en contacto con ellos.

El receptor está formado por sólidos opacos, con lo que el calor se transmitirá entre ellos por conducción, mientras que cuando dicha transferencia se produzca entre un sólido y un fluido en contacto con él, ocurrirá mediante convección. Además, al estar trabajando a temperaturas altas, no se puede despreciar el calor transmitido por radiación. A continuación se explicaran los mecanismos de transmisión de calor mencionados.

2.3.1 Conducción

La conducción es un mecanismo de transmisión de calor entre sólidos opacos en contacto entre los que existe un gradiente de temperatura. El calor se transmite siempre de la región a mayor temperatura a la de menor temperatura, su valor es proporcional al gradiente y a la superficie de contacto, además también depende del tipo de material según su conductividad térmica:

$$Q_k = -k_{material} \cdot A_{contacto} \cdot \frac{dT}{dx};$$

El signo negativo en la expresión es necesario para que el flujo de calor tenga sentido contrario al gradiente de temperatura.

Este proceso puede compararse con la conducción eléctrica, permitiendo analizar situaciones más complejas con conceptos desarrollados en la teoría de circuitos eléctricos. La temperatura de cada punto del problema sería la magnitud análoga al potencial eléctrico y el flujo de calor a la intensidad, tal que la expresión se puede escribir en forma semejante a la ley de Ohm:

$$Q_k = \frac{\Delta T}{R_k} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{L}{k_{material} \cdot A_{contacto}}}$$

Resistencia de contacto

La resistencia que se ha tenido en cuenta hasta ahora es la que encuentra el flujo de calor entre dos regiones de un mismo sólido o entre dos sólidos perfectamente acoplados, sin embargo, si las dos superficies a distintas temperaturas no ajustan perfectamente se puede introducir entre ellas una fina capa de fluido con lo que aparece lo que se representa como resistencia de contacto. Esta resistencia al paso del calor depende de varios factores, la rugosidad de las superficies, la presión que las mantiene en contacto, la naturaleza del fluido que se encuentra entre ambas y las temperaturas de los medios sólidos y fluidos.

En la interfase, el mecanismo por el que se transmite el calor y su determinación son complejos, la conducción de calor ocurre a través de los puntos de contacto entre los sólidos, la radiación entre las superficies y la convección a través del fluido. El calor puede expresarse de la siguiente forma:

$$Q = h_{ci} \cdot A \cdot \Delta T_i = \frac{\Delta T_i}{\frac{1}{h_{ci} \cdot A}} = \frac{\Delta T_i}{R_i}$$

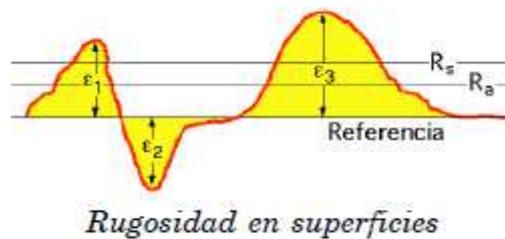
Siendo h_{ci} una conductancia interfacial, A el área de contacto y ΔT_i la diferencia de temperatura entre las superficies sólidas.

En los sólidos mecánicamente unidos, no se suele considerar la resistencia de la interfase a pesar de que siempre esté presente. Sin embargo es necesario conocer la existencia de dicha resistencia y la diferencia de temperaturas que resulta de ella, ya que en casos de presiones de contacto bajas y superficies rugosas puede llegar a ser dominante. El problema es que no existe ninguna teoría o base empírica que la describa exactamente para situaciones de interés industrial. El cálculo de la transmisión de calor entre placas compuestas se complica debido a que las conductividades térmicas pueden ser función de la temperatura. En resumen, hay varias opciones para considerar las resistencias de contacto; pueden englobarse en los coeficientes de convección, o también es posible considerar la caída de

temperatura, utilizando una conductividad térmica equivalente del medio que separa las superficies.

La resistencia de contacto tendrá mayor o menor importancia, dependiendo del contexto en el que se esté trabajando, por ejemplo, si se trata de aislamientos, ayuda a evitar las pérdidas de calor no deseadas; sin embargo, si el objetivo es extraer calor de un sistema con flujos térmicos elevados, la resistencia de contacto debe ser baja, evitando con ello un gradiente de temperaturas pronunciado.

Es posible establecer casos límite para el valor de la resistencia de interfase en función del número de puntos de contacto; si son muchos será una resistencia baja y si son pocos la resistencia será muy elevada. Esto dependerá en parte de la rugosidad de los materiales en contacto. En la siguiente figura se muestra el perfil de un material en el que el grado de rugosidad viene dado por los valores de ϵ :



Siendo:

$$R_a = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \dots + \epsilon_n}{n};$$

$$R_s = \sqrt{\frac{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \dots + \epsilon_n^2}{n}};$$

El contacto entre superficies será tanto mejor cuanto menor sea el valor de R_s , ya que menor será la rugosidad de la superficie. Para materiales duros la unión es menor que para materiales blandos aunque la presión, la temperatura y el tiempo favorecen el contacto en ambos casos.

La resistencia térmica de contacto también varía con el estado de la superficie, tal que si se producen cambios debido al medio o a las condiciones de operación, puede variar la transferencia de calor; para volver a las condiciones de partida será necesario detener el sistema y hacer una limpieza, eliminando la capa de suciedad. Sin embargo también se pueden utilizar sistemas auxiliares de purificación para evitar que el espesor aumente de forma excesiva sin necesidad de detener la instalación. Otras alteraciones que pueden producirse en la superficie son pequeñas grietas o desprendimiento de capas, en todo caso, cualquiera de estos cambios afecta a las condiciones del sistema.

Conductividad térmica

La conductividad térmica, normalmente llamada con la letra k , es la propiedad de los materiales que define la facilidad con la que los atraviesa un flujo de calor, excepto en los gases a bajas temperaturas, es imposible predecir su valor analíticamente, con lo que la información de la que se dispone se basa en medidas experimentales. Además en general es una propiedad que varía con la temperatura, aunque en la mayor parte de los casos se puede tomar un valor medio constante y conseguir resultados satisfactorios.

En la tabla que se muestra a continuación se presentan algunos valores típicos de conductividad térmica a una temperatura determinada para dar una idea del orden de magnitud que se maneja:

Material	$k(\text{W/m}\cdot\text{K})$ a 300 K
Cobre	386
Aluminio	204
Vidrio	0,75
Plástico	0,2-0,3
Agua	0,6
Aceite de motores	0,15
Freón (líquido)	0,07
Aire	0,026

Tabla 1: Conductividad de los materiales

Los materiales se pueden clasificar en conductores o aislantes térmicos, en función de su valor de conductividad. En los materiales conductores, la transmisión de calor por conducción se asocia al movimiento de los electrones libres y las vibraciones de la estructura reticular, por lo que en general también serán buenos conductores de la electricidad (cobre,

plata, aluminio...). En el caso de los materiales aislantes se suele encontrar una estructura porosa con un gas atrapado en ella, serán también buenos aislantes eléctricos. En este tipo de materiales la transferencia de calor se puede producir por diferentes mecanismos, conducción por la estructura porosa o fibrosa, conducción y convección entre el fluido atrapado y la estructura, y por último radiación entre porciones de la estructura porosa, lo que tomará mayor importancia en caso de altas temperaturas o recintos vacíos.

En caso de que sea necesario tener en cuenta la variación de k con la temperatura, se puede plantear la siguiente expresión, siendo β una constante y k_0 el valor de la conductividad de referencia:

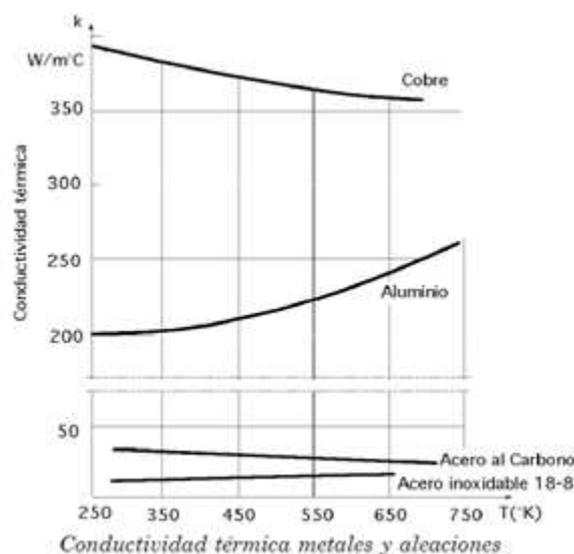
$$k = k(T) = k_0(1 + \beta \cdot T)$$

En ese caso, la integral de Fourier proporciona:

$$Q_k = - \int_{T_1}^{T_2} A \cdot k_0(1 + \beta \cdot T) \cdot dT = \frac{k_0 \cdot A}{L} \left[T_1 - T_2 + \frac{\beta}{2} (T_1^2 - T_2^2) \right]$$

$$Q_k = \frac{k_m \cdot A}{L} (T_1 - T_2)$$

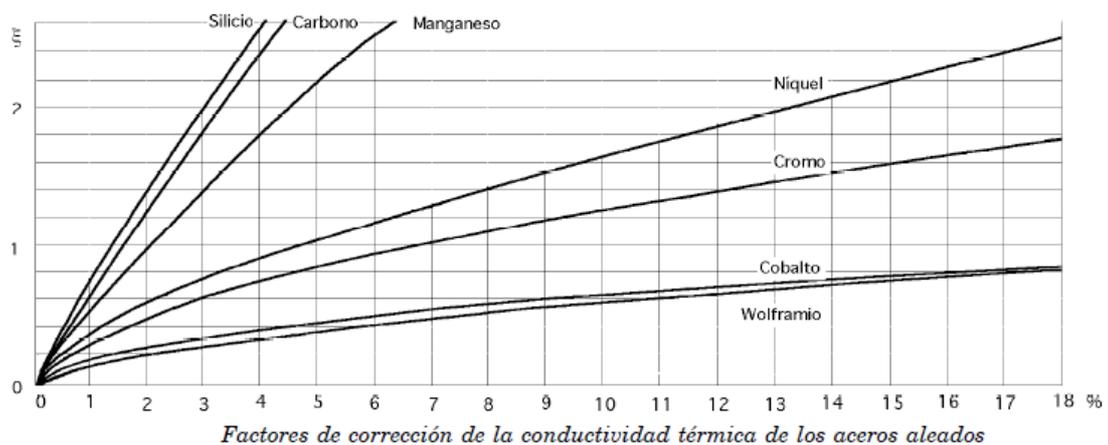
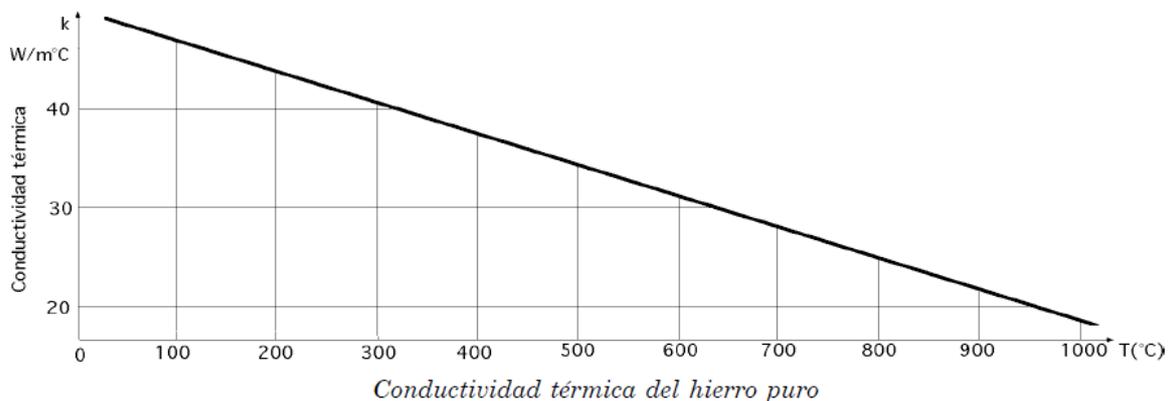
Siendo k_m el valor de la conductividad a la temperatura media. En la siguiente gráfica se puede observar como varía la conductividad con la temperatura para algunos materiales.



A continuación se analiza la conducción para materiales en los tres estados de la materia. En el caso de los sólidos se van a considerar las aleaciones metálicas, ya que son las que se van a utilizar, normalmente la conductividad de una aleación se puede determinar con la siguiente expresión:

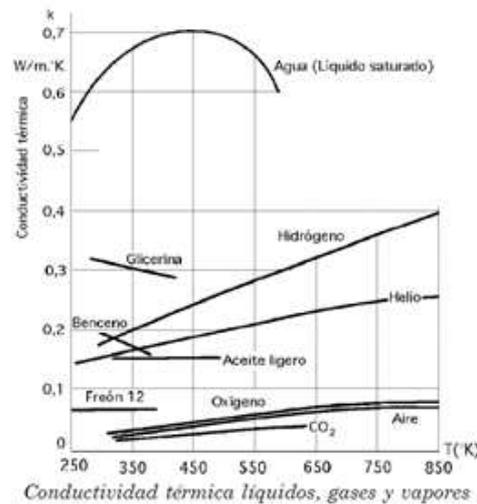
$$k = \frac{k_0}{1 + \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n}$$

Siendo los valores de ξ los factores de corrección de dicha conductividad, propios de cada metal presente en la aleación y k_0 la conductividad del metal base. Las dos siguientes gráficas representan la conductividad térmica del hierro puro, y los factores característicos de los metales adicionales que se utilizan en la composición del acero aleado.



La conductividad en las sustancias líquidas decrece a medida que la temperatura aumenta, con la excepción del agua, sin embargo, el cambio es tan pequeño que para ciertos

intervalos de temperatura puede considerarse constante, además en los líquidos al ser prácticamente incompresibles, la conductividad no es función de la presión.



La expresión que se utiliza para determinar la difusividad térmica en los líquidos es:

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p} = \frac{5}{4} \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho}{M}}$$

Donde M es la masa molecular, ρ la densidad del líquido y c_p el calor específico. Por otro lado, para definir la variación de k con la temperatura, Riedel propone la expresión:

$$k = k_K \cdot [1 - 6,7 \cdot (1 - T_r)^{2/3}]$$

Siendo k la conductividad térmica a la temperatura $T = T_r T_k$ en K, k_K la conductividad a la temperatura crítica T_k en K y T_r la temperatura reducida igual a $\frac{T}{T_k}$. En caso de que el valor de k_K se desconozca, se puede emplear la expresión anterior para determinar la conductividad a una temperatura para la que no existen resultados de medida, tal que el valor de k_K se calcula en unas condiciones para las que T_k sea conocida. Si T_k también es desconocida se puede determinar junto con el valor de k_K realizando dos medidas de k a temperaturas suficientemente separadas entre sí. Hay que tener en cuenta que la ecuación puede utilizarse para temperaturas reducidas del orden de 0,9 aproximadamente. Además la conductividad de los líquidos varía con la temperatura, al acercarse al punto crítico disminuye con mayor rapidez, ya que la conductividad en estado gaseoso siempre es menor. En el caso de conocer el valor de k para el vapor saturado seco y la temperatura T_k , la

conductividad del líquido para la temperatura de saturación se puede determinar mediante la siguiente tabla y expresión:

$$\frac{k'}{k} = f\left(\frac{T}{T_k}\right)$$

T/T _k	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	1
k'/k	38	33	27	19,3	15,5	12	9,3	4,3	1

Tabla 2:Valores de k'/k

Por último se va a estudiar la conducción en gases y vapores, la cual crece con la presión, aunque a presiones normales el aumento es tan pequeño que puede despreciarse, excepto en un caso próximo al punto crítico y con valores de presión extremos. Por analogía con el proceso de transferencia de calor y apoyado en la teoría molecular, se propone la siguiente relación entre la conductividad y la viscosidad dinámica de un gas:

$$k = \varepsilon \cdot c_v \cdot \eta = \varepsilon \cdot c_v \cdot \eta_0 \cdot \frac{1 + \frac{C}{T_0}}{1 + \frac{C}{T}} \cdot \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

Siendo C constante y con dimensiones de temperatura, y ε el módulo de Maxwell, que depende del número de átomos n que haya contenidos en la molécula según la siguiente expresión:

$$\varepsilon = 1 + \frac{4,5}{1 + 2n}$$

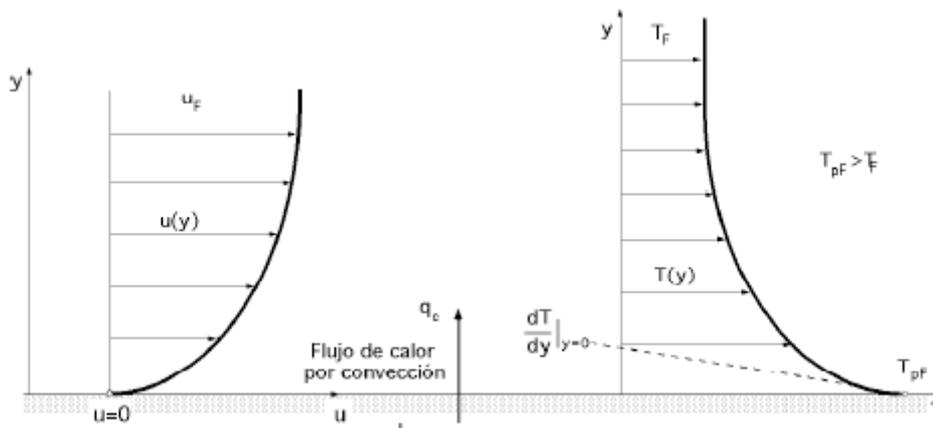
Para finalizar, en la siguiente tabla se presentan los valores de la constante y la viscosidad dinámica para los gases más utilizados a nivel industrial:

Fluido	C	η_0 (kg·s/m ²)
Aire	114	0,166
Oxígeno	128	0,18
Hidrógeno	74	0,083
Nitrógeno	110	0,16
Anhídrido carbónico	260	0,137
Monóxido de carbono	-	0,16
Vapor de agua	673	0,087

Tabla 3: Valores de C y η_0 para la fórmula

2.3.2 Convección

Esté mecanismo de transferencia de calor ocurre al poner en contacto un fluido a temperatura T_F con un sólido a diferente temperatura. Existen dos tipos de convección, libre o natural y forzada. La convección natural es aquella en la que la fuerza que desplaza el fluido procede del contacto con una superficie a diferente temperatura, ya que esto genera fuerzas ascensionales; el fluido próximo a la superficie aumenta su velocidad de desplazamiento debido a una diferencia de densidades al variar su temperatura. En contraposición, en la convección forzada actúan fuerzas motrices externas que desplazan el fluido a una velocidad u_F sobre una superficie que se encuentra a una temperatura T_{pF} distinta a la del fluido. Al ser la velocidad mayor que en el caso de la convección natural, la transferencia de calor también es mayor. En la siguiente figura se muestra la distribución de temperaturas y velocidades sobre una placa plana para una situación de convección forzada:



Distribución de la temperatura y la velocidad sobre una placa plana en convección forzada

La cantidad de calor que se transmite por convección se puede expresar mediante la Ley de Newton independientemente de que sea natural o forzada:

$$Q_c = h_{cF} \cdot A \cdot (T_{pF} - T_F)$$

Siendo h_{cF} la conductancia convectiva térmica unitaria y A el área de contacto entre ambos medios. Esta ecuación sirve además como definición del coeficiente de transmisión de calor por convección h_{cF} cuyo valor ha de ser determinado analítica o experimentalmente. En la siguiente tabla se relacionan algunos de sus valores:

Condición	hc(W/m·K)
Convección natural aire	6 a 30
Convección natural agua	18 a 100
Convección forzada aire	30 a 300
Convección forzada vapor	1800 a 4800
Convección forzada aceite	30 a 1800
Convección forzada agua	300 a 12000
Vaporización agua	3000 a 120000
Condensación agua	5000 a 120000

Tabla 4: Valores representativos del coeficiente de transmisión de calor por convección

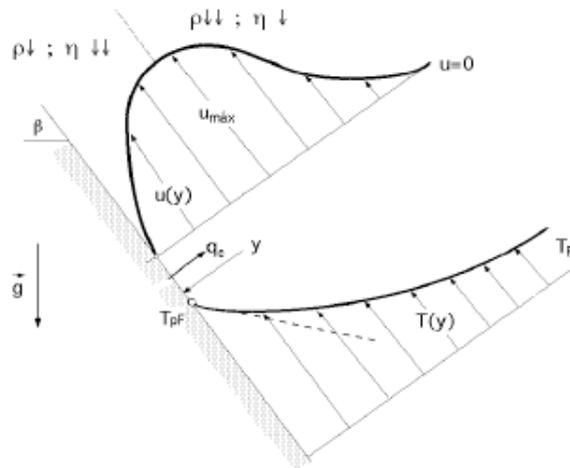
En la distribución de la velocidad del fluido cercano a una placa plana mostrado en la figura anterior, se observa que esta es menor cuanto más cerca se encuentra el fluido de la superficie, esto se debe a la viscosidad que da lugar a una fuerza de rozamiento. Como la velocidad del fluido en contacto con la placa es nula, la transmisión de calor por unidad de superficie entre la placa y el fluido se puede considerar debida únicamente a la conducción:

$$\frac{Q_c}{A} = -k_F \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = h_{cF} \cdot (T_{pF} - T_F)$$

Según esta fórmula, aparentemente el proceso podría ser completamente conductivo, pero el gradiente de temperatura en la zona cercana a la superficie viene determinado por la velocidad con la que el fluido que se encuentra más lejos de la pared puede transportar la energía a la corriente principal. El gradiente de temperaturas depende del campo de velocidades, tal que a mayor velocidad, mayor gradiente de temperaturas con lo que se produce también una mayor transferencia de calor, se deduce entonces que para este proceso, convección y conducción son igualmente importantes.

En el caso de convección natural lo que ocurre es muy similar, sin embargo la velocidad del fluido depende de sus propiedades. En el caso de los gases, un aumento de temperatura provoca que la densidad disminuya y la viscosidad aumente, sin embargo para los líquidos, ambas propiedades disminuyen. En la convección natural, si el fluido se encuentra en estado líquido la velocidad en la zona cercana a la placa crecerá al alejarse de ella, pero al alcanzar una velocidad máxima, este fenómeno se invierte hasta que la velocidad del fluido alcanza de nuevo el valor nulo que también tenía el que queda en contacto directo con la placa. Esta

distribución tanto de velocidades como de temperaturas del fluido puede observarse en la figura siguiente:



Distribución de la temperatura y la velocidad en convección natural sobre una placa plana inclinada

La distribución de temperaturas tiene una forma muy similar al caso de convección forzada. Hay que tener en cuenta que en la figura se ha supuesto una placa a mayor temperatura que el fluido en contacto con ella.

El coeficiente de transmisión de calor por convección forzada depende normalmente de las propiedades del fluido, es decir:

$$h_{cF} = f(\rho, \eta, u_F, k, c_p)$$

Además la velocidad vendrá determinada por el sistema por lo que es posible medirla directamente. Sin embargo en el caso de convección natural es necesario calcularla, teniendo en cuenta que es función de la diferencia de temperaturas entre la superficie y el fluido (ΔT), el coeficiente de dilatación térmica (β) y el campo de fuerzas exteriores (g). En el estudio de procesos térmicos se determinan una serie de números adimensionales para caracterizar algunos parámetros. El que caracteriza el tipo de fluido es el número de Prandtl, el cual representa un cociente de velocidades, la de difusión de la cantidad de movimiento entre la de difusión del calor, según su valor, los fluidos se pueden clasificar en cuatro grandes grupos:

Tipo de fluido	Número de Prandtl
Gases	$Pr \cong 1$
Líquidos (agua, aceites calientes...)	$Pr > 1$
Aceites a bajas temperaturas	$Pr > 100$
Metales líquidos	$Pr \ll 1$

El correspondiente a la convección natural es el número de Grashoff:

$$Gr = \frac{g \cdot \beta}{\nu^2} \cdot \Delta T \cdot L^3$$

La expresión viene dada por el cociente entre las fuerzas de flotación y las de viscosidad. Además, en el caso de convección natural, para determinar si el flujo es laminar o turbulento se utiliza el número de Rayleigh, que resulta del producto del número de Grashoff por el número de Prandtl:

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g \cdot \beta}{\nu^2} \cdot \Delta T \cdot L^3 \cdot \frac{c_p \cdot \mu}{k}$$

Número de Rayleigh	$Ra < 10^7$	$Ra > 10^9$
Régimen del fluido	Laminar	Turbulento

La convección forzada se caracteriza mediante el número de Reynolds, el cociente entre las fuerzas de inercia y las de viscosidad:

$$Re = \frac{u_F \cdot L}{\nu}$$

Su valor determina el tipo de régimen en el que se encuentra el fluido en el interior de una tubería, en caso de estar por encima de 8000, el régimen es turbulento, sin embargo para valores menores que 2000, el fluido se encuentra en régimen laminar.

La analogía eléctrica también puede aplicarse a la transmisión de calor por convección, expresando la resistencia de la interfase fluido-superficie de la siguiente forma:

$$R = \frac{1}{h_c \cdot A}$$

Siendo posible entonces incluir este fenómeno dentro de la red de resistencias térmicas junto con la conducción.

2.3.3 Radiación

La radiación es el único medio de transferencia de calor que puede tener lugar a través del vacío o de un fluido, ya que se propaga en forma de ondas electromagnéticas. La energía que radia una superficie es función de su naturaleza y su temperatura en el instante dado. Los cuerpos se pueden clasificar según su poder emisor. Un radiador perfecto se denomina cuerpo negro, y emite una cantidad de energía radiante de su superficie dada por la expresión:

$$Q_r = \sigma \cdot A \cdot T^4 = A \cdot E_b$$

Siendo E_b el poder emisor del radiador. El calor se expresa en W y la temperatura en grados Kelvin. La constante dimensional de Stefan-Boltzman en unidades del sistema internacional toma el valor:

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^8 \frac{W}{m^2 K^4}$$

Según la expresión, toda superficie negra irradia calor proporcionalmente a la cuarta potencia de su temperatura absoluta, sin embargo hay que tener en cuenta también las condiciones del medio ya que la transferencia de energía requiere otro cuerpo o superficie que la reciba, y cuya temperatura absoluta sea menor que la del emisor. Suponiendo un cuerpo a temperatura T_1 que irradia calor en el interior de un recinto cerrado cuyas paredes se encuentran a una temperatura T_2 , estando ambos formados por superficies negras, el recinto absorbe toda la energía emitida por el cuerpo, cuyo valor viene dado por:

$$Q_r = \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Sin embargo esta es una situación muy concreta, normalmente los cuerpos tienen una relación geométrica según la cual existe una parte de energía radiada por el cuerpo emisor que no es recibida por el cuerpo receptor. Esta relación se determina mediante un factor de forma $F_{emisor-receptor}$, con lo que el calor emitido por el cuerpo 1 que llega a 2 puede escribirse como:

$$Q_r = Q_{1 \rightarrow 2} = \sigma \cdot A \cdot F_{12} \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Además los cuerpos reales no serán nunca radiadores ideales, ya que emiten la radiación a un ritmo menor que los cuerpos negros. Si para una misma temperatura, emiten una fracción constante de la energía que emitiría un cuerpo negro para cada longitud de onda, se denominan cuerpos grises. La emisividad es la propiedad de los materiales que determina lo próximo que se encuentran del radiador ideal, es necesario tener en cuenta que varía con la temperatura. Análogamente al cuerpo negro, un cuerpo gris emite:

$$Q_r = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$$

Estudiando de nuevo la transferencia de calor entre dos cuerpos, no siendo negro ninguno de los dos, pero que poseen una relación geométrica, el calor neto transferido entre ambos se puede escribir como:

$$Q_{12} = \sigma \cdot A_1 \cdot F_{12}^* \cdot (T_1^4 - T_2^4) = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{A_1 \rho_1}{A_2 \varepsilon_1}}$$

Donde las emitancias se han tenido en cuenta junto con el factor de forma F_{12}^* . Tanto los factores de forma como las emisividades se pueden encontrar en tablas, asociados a geometrías simples y a distintos materiales.

2.3.4 Método de elementos finitos

Existen muchos problemas que aparecen en la ingeniería, de una complejidad matemática tal, que aunque la deducción de las ecuaciones diferenciales por las que se rigen no resulte muy complicada, su solución por métodos exactos de análisis, aun habiendo considerado algunas hipótesis simplificadoras, no se logra salvo para casos muy concretos. Por esta

razón, para problemas más complejos, ya sea en cuanto a su geometría, condiciones de contorno o cargas, se recurre al método de elementos finitos.

Este método, también conocido como MEF, ha ganado mucha importancia debido a que permite resolver problemas ingenieriles que hasta hace poco tiempo eran demasiado complejos para los métodos tradicionales, con lo que era necesario un prototipo con el que realizar los ensayos e ir implementando mejoras de forma iterativa, esto implicaba un coste elevado tanto económico como en tiempo de desarrollo. Además este desarrollo se debe a los avances informáticos de los últimos años.

Este método realiza un modelo matemático de cálculo del sistema real, con lo que es más sencillo y económico modificar un prototipo, sin embargo hay que tener en cuenta que no deja de ser un método aproximado, debido a las hipótesis en las que se basa. Por esta razón no se puede prescindir totalmente de los prototipos, pero sí se consigue que el primero se aproxime más al diseño óptimo.

La idea en la que se basa este método es la división de un sistema continuo en un conjunto de elementos conectados entre sí por una serie de puntos llamados nodos, cuanto menores sean dichos elementos, mayor será la exactitud de los resultados obtenidos. Al realizar esta transformación, se consigue pasar de un sistema continuo con infinitos grados de libertad, regido por una ecuación o un sistema de ecuaciones diferenciales a un sistema con un número de grados de libertad finito y con un comportamiento que se modela por las mismas ecuaciones que el sistema continuo.

En cualquier sistema que se analice es posible distinguir tres conceptos, el dominio, definido como el espacio geométrico donde se analizará el sistema; las condiciones de contorno, que son aquellas variables conocidas que condicionan los cambios sufridos por el sistema; y las incógnitas que se desean conocer. El dominio se dividirá mediante puntos, líneas o superficies, en función de las dimensiones del problema, de forma que se aproxime mediante un sistema de porciones o elementos al sistema inicial. A los elementos se asocian un número discreto de puntos, conocidos como nodos, que los conectarán entre sí. Sobre dichos nodos se materializarán las propiedades del sistema, las incógnitas entre ellas, en el caso de un problema térmico, algunos ejemplos pueden ser temperaturas, presiones o flujos de calor.

El sistema evolucionará hasta un estado final, donde conocidos los valores de los grados de libertad de los nodos, es posible determinar cualquier otra incógnita e incluso obtener la evolución temporal. Si se plantea la ecuación diferencial que rige el comportamiento del sistema continuo para el elemento, se hallan fórmulas que relacionan el comportamiento del interior de dicho nodo con el valor que tomen sus grados de libertad. Esto se lleva a cabo mediante unas funciones de interpolación, ya que interpolan el valor de la variable nodal dentro del elemento.

Este tipo de problemas se formulan matricialmente, debido a la facilidad con la que se manipulan las matrices mediante un ordenador; una vez conocidas las matrices que definen el comportamiento del elemento se ensamblan, formándose un conjunto de ecuaciones algebraicas, resolviéndolas se obtienen los valores de los grados de libertad en los nodos.

Es muy importante analizar de forma crítica los resultados obtenidos comparándolos con resultados numéricos o con la evidencia experimental. De esta forma puede hallarse una estimación del error que se ha cometido y en caso necesario, aumentar el número de elementos en los que se ha dividido el sistema.

3 CAMPO DE HELIOSTATOS

El objetivo del diseño del campo de heliostatos es que el área con la que reflejan la luz solar dichos espejos opere con la mayor eficacia posible. Los heliostatos han de orientarse de forma adecuada sea cual sea la posición del Sol, dirigiendo los rayos reflejados hacia el receptor, cuya posición se ha fijado de antemano.

El rendimiento de la superficie de los heliostatos puede verse reducido por las interferencias que se producen entre ellos debido a su cercanía. El efecto sombra se produce si un espejo impide que los rayos procedentes del Sol alcancen la superficie de otro espejo del campo. En el caso de que los rayos interceptados sean los reflejados, se denomina efecto apantallamiento. En el diseño del campo hay que tener en cuenta también las interferencias físicas que se pueden producir entre espejos introduciendo distancias de seguridad para evitar choques.

3.1 GENERALIDADES

Uno de los dos grandes inconvenientes de este tipo de sistemas de captación de energía es, como ya se ha mencionado, que solo la parte de radiación solar directa puede ser aprovechada, ya que es la única que admite la modelización necesaria para aplicar la Ley de reflexión de la luz. Por esta razón, los lugares donde predomine el tiempo nublado no son adecuados para este tipo de centrales. El siguiente problema que se plantea deriva de la necesidad de situar en la estructura de los espejos, mecanismos de dirección de manera que puedan seguir constantemente el movimiento aparente del Sol, a la vez que dirigir su rayo reflejado hacia un punto concreto del receptor en lo alto de la torre, esto último requiere gran fiabilidad y exactitud, lo que implica una estructura robusta. Esto supone un aumento de peso que condicionará la potencia de los mecanismos de orientación.

Además los espejos han de conservarse limpios para mantener su calidad óptica y reflectividad.

3.2 DISTRIBUCIÓN DE LOS HELIOSTATOS EN EL TERRENO

En este caso se ha elegido una distribución en anillos con centro en el origen de coordenadas. El radio mínimo viene determinado por el espacio que ocupa el sistema de potencia, situado al pie de la torre.

Situando los centros de los heliostatos en los anillos, se define el campo tal que la cuerda entre dos centros consecutivos, denominada c , sea constante e igual a la suma de la distancia mínima de seguridad entre heliostatos ($d_{seg} = 1\text{ m}$), y su lado ($L = 5\text{ m}$):

$$c = d_{seg} + L \quad (2-1)$$

Por otro lado, para la distancia entre anillos, se añadirá un metro más de margen. El campo cuenta con un eje de simetría en el cual se sitúa el espejo central de cada anillo, a partir de él y respetando las distancias de seguridad, se colocarán los demás. Como ya se ha mencionado, la distribución se basa en una distancia entre centros de dos heliostatos consecutivos constante, lo que implica que el ángulo asociado a ella tomará un valor constante para cada anillo. Para calcular la relación que hay entre cuerda, ángulo y radio se toma el triángulo de vértice O, en la base de la torre y los otros dos en los centros de dos heliostatos consecutivos en un mismo anillo A y B, tal que:

$$\sin(\alpha/2) = \frac{\overline{AB}/2}{\overline{OA}} \quad (2-2)$$

Despejando, sustituyendo la distancia entre centros \overline{AB} por la deseada c , y \overline{OA} por el radio r del anillo se halla la relación:

$$\alpha(r) = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{c}{2 \cdot r}\right) \quad (2-3)$$

3.3 ORIENTACIÓN DE LOS HELIOSTATOS

Los heliostatos han de redirigir en cada momento del día y cada día del año, los rayos solares hacia el receptor, con lo que en cada momento han de tener la orientación adecuada.

Para definir la posición que ha de tener cada heliostato en cada momento se determina el vector normal a su superficie, denominado \vec{n} . Este vector se calcula a partir de otros dos; el vector \vec{s} , con la misma dirección que los rayos solares y sentido opuesto, y el vector \vec{t} , que tiene la dirección y sentido del segmento que une el centro del heliostato con el receptor en lo alto de la torre. Estos tres vectores son unitarios y tienen un origen común en el centro del heliostato.

El fenómeno de la reflexión es el cambio de dirección de una onda cuando entra en contacto con una superficie. Se rige por dos leyes, el rayo incidente y el reflejado están en el mismo plano, y los ángulos que forman dichos rayos con la superficie de reflexión son iguales. Teniendo en cuenta que el vector \vec{s} solo se diferencia del rayo incidente en el sentido y el vector \vec{t} coincide con el rayo reflejado, se puede deducir de la primera ley, que la terna de vectores \vec{n} , \vec{s} y \vec{t} se encuentran en el mismo plano; y de la segunda, que el vector \vec{n} coincide con la bisectriz de los otros dos; ya que si forman el mismo ángulo con la superficie de reflexión, formarán el complementario con el vector normal a dicha superficie. Por estas dos razones, será posible calcular la dirección del vector \vec{n} tal que:

$$\vec{N} = \vec{s} + \vec{t}; \quad (2-4)$$

$$\vec{n} = \frac{\vec{N}}{|\vec{N}|} = \frac{\vec{s} + \vec{t}}{|\vec{s} + \vec{t}|}; \quad (2-5)$$

A la hora de operar con los vectores, se utilizarán los ángulos que forman con los ejes del sistema de coordenadas; el formado con el eje vertical se denominará θ , y el que formen con el eje de dirección Norte, se denominará β ; ambos llevarán el correspondiente

subíndice. De esta forma, al definir los vectores mediante sus cosenos directores, siempre serán unitarios.

Primero se estudiará el movimiento aparente del Sol, su posición viene definida por tres ángulos, λ se refiere a la latitud del lugar, el ángulo δ , que representa la declinación media del día y el ángulo horario τ , se considera negativo antes del mediodía. A partir de la ecuación de Benford y Bock se determina el ángulo cenital para la posición del Sol, simplificando dicha ecuación como se explicó en la introducción, se obtiene:

$$\cos(\theta_s) = \sin(\delta) \cdot \sin(\lambda) + \cos(\delta) \cdot \cos(\lambda) \cdot \cos(\tau)$$

Por otro lado, para calcular el ángulo acimutal, aplicando el Teorema de Proporcionalidad de los senos en trigonometría esférica, se obtiene:

$$\frac{\sin(\theta_s)}{\sin(\tau)} = \frac{\sin(90 - \delta)}{\sin(\beta_s)}$$

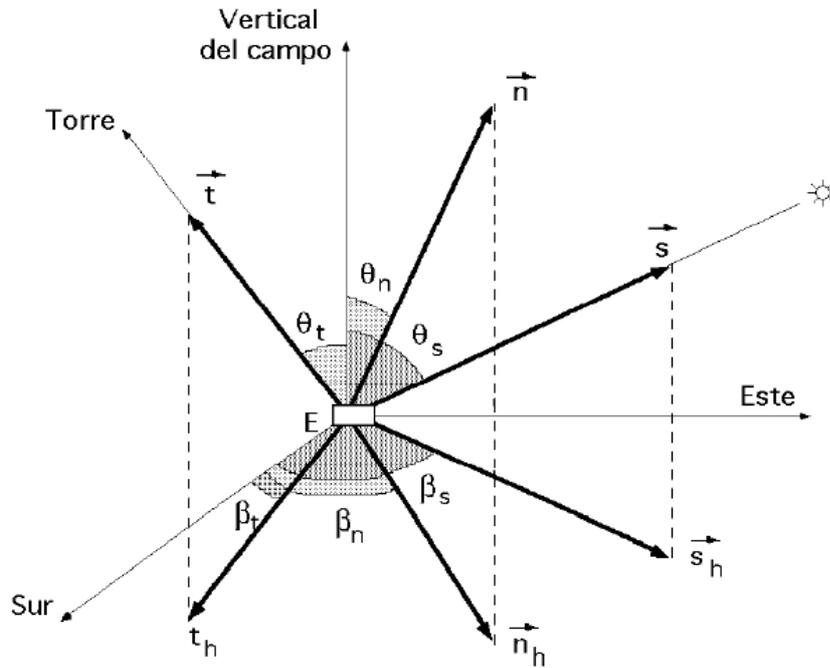
$$\sin(\beta_s) = \frac{\sin(\theta_s) \cdot \cos(\delta)}{\sin(\tau)}$$

Estudiando los ángulos que determinan la posición del heliostato respecto al receptor, el ángulo cenital viene definido por la siguiente ecuación, siendo r el radio del anillo donde se encuentra, y H la diferencia de alturas entre el receptor y el centro del heliostato:

$$\tan \theta_t = \frac{r}{H}$$

El ángulo acimutal β_t , es el que forma la proyección del vector \vec{t} con la dirección Norte.

El vector \vec{t} depende únicamente de la posición del heliostato respecto a la torre, con lo que se mantendrá constante en el tiempo; por otro lado, el vector \vec{s} es función de la posición del Sol, por lo que varía con el tiempo; al estar el Sol a una distancia considerablemente grande, los rayos que llegan al campo se pueden considerar paralelos, con lo que este vector será el mismo para todos los heliostatos del campo. Por lo tanto al ser el vector \vec{n} función de los dos anteriores, será único para cada momento y heliostato.



A continuación se calculan los ángulos que lo definen (θ_n, β_n) , en función de los que son conocidos; proyectando los vectores de la ecuación (2-4) sobre el eje vertical y despejando:

$$|\vec{N}| \cdot \cos(\theta_n) = \cos(\theta_s) + \cos(\theta_t) \quad (2-6)$$

$$\cos(\theta_n) = \frac{1}{|\vec{N}|} \cdot (\cos(\theta_s) + \cos(\theta_t))$$

Por otro lado, aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo formado por \vec{N} y sus proyecciones vertical y horizontal; y despejando:

$$|\vec{N}|^2 = (|\vec{N}| \cdot \sin(\theta_n))^2 + (\cos(\theta_s) + \cos(\theta_t))^2$$

$$\tan \theta_n = \frac{\sqrt{|\vec{N}|^2 - (\cos(\theta_s) + \cos(\theta_t))^2}}{|\vec{N}| \cdot \cos(\theta_n)} \quad (2-7)$$

Sustituyendo la ecuación (2-6) en esta última obtenemos:

$$\tan \theta_n = \frac{\sqrt{|\vec{N}|^2 - (\cos(\theta_s) + \cos(\theta_t))^2}}{(\cos(\theta_s) + \cos(\theta_t))} \quad (2-8)$$

Para eliminar la variable $|\vec{N}|$, se sustituye por sus componentes de la siguiente forma:

$$|\vec{N}|^2 = (-\sin(\theta_n) \cdot \sin(\beta_n))^2 + (-\sin(\theta_n) \cdot \cos(\beta_n))^2 + (\cos(\theta_n))^2 \quad (2-9)$$

Sustituyendo en (2-8) y desarrollando se obtiene finalmente la expresión de θ_n :

$$\tan \theta_n = \frac{\sqrt{(\sin \theta_s)^2 + (\sin \theta_n)^2 + 2 \cdot \sin(\theta_s) \cdot \sin(\theta_n) \cdot \cos(\beta_s - \beta_t)}}{(\cos(\theta_s) + \cos(\theta_t))} \quad (2-10)$$

A continuación se calcula otra función para el ángulo acimutal β_n , partiendo de nuevo de la ecuación (2-4):

$$\vec{N} = \vec{s} + \vec{t}; \quad (2-4)$$

$$\begin{aligned} \vec{N} = & (-\sin(\theta_s) \cdot \sin(\beta_s) - \sin(\theta_t) \cdot \sin(\beta_t))\vec{i} \\ & + (-\sin(\theta_s) \cdot \cos(\beta_s) - \sin(\theta_t) \cdot \cos(\beta_t))\vec{j} \\ & + (\cos(\theta_s) + \cos(\theta_t))\vec{k}; \end{aligned}$$

$$\tan \beta_n = \frac{|\vec{n}|_i}{|\vec{n}|_j} = \frac{-\sin(\theta_s) \cdot \sin(\beta_s) - \sin(\theta_t) \cdot \sin(\beta_t)}{-\sin(\theta_s) \cdot \cos(\beta_s) - \sin(\theta_t) \cdot \cos(\beta_t)};$$

$$\tan \beta_n = \frac{\sin(\theta_s) \cdot \sin(\beta_s) + \sin(\theta_t) \cdot \sin(\beta_t)}{\sin(\theta_s) \cdot \cos(\beta_s) + \sin(\theta_t) \cdot \cos(\beta_t)} \quad (2-11)$$

Las componentes de los vectores se pueden expresar en conjunto en forma de matriz:

$$\begin{pmatrix} \vec{n} \\ \vec{s} \\ \vec{t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\theta_n) \cdot \sin(\beta_n) & -\sin(\theta_n) \cdot \cos(\beta_n) & \cos(\theta_n) \\ -\sin(\theta_s) \cdot \sin(\beta_s) & -\sin(\theta_s) \cdot \cos(\beta_s) & \cos(\theta_s) \\ -\sin(\theta_t) \cdot \sin(\beta_t) & -\sin(\theta_t) \cdot \cos(\beta_t) & \cos(\theta_t) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix}; \quad (2-12)$$

3.4 INTERFERENCIAS ENTRE HELIOSTATOS

Las interferencias que se pueden producir en un campo de heliostatos disminuyen el área efectiva para la reflexión, por lo que es necesario tenerlas en cuenta a la hora de diseñar la distribución sobre el terreno de los espejos, minimizándolas en la medida de lo posible.

Estos efectos pueden considerarse desde el punto de vista geométrico como proyecciones cilíndricas de unos espejos sobre otros. Teniendo en cuenta que los espejos son cuadrados, las proyecciones serán en todo momento paralelogramos, por lo que para determinarlas bastará con proyectar los vértices de los heliostatos. A continuación se calculan las coordenadas de dichos vértices en función de las coordenadas de los centros.

$$x_1 = x_0 + \frac{l}{2} (\cos(\beta_n) - \cos(\theta_n) \cdot \sin(\beta_n));$$

$$y_1 = y_0 + \frac{l}{2} (-\sin(\beta_n) - \cos(\theta_n) \cdot \cos(\beta_n));$$

$$z_1 = z_0 - \frac{l}{2} \cdot \sin(\theta_n);$$

$$x_2 = x_0 + \frac{l}{2} (\cos(\beta_n) + \cos(\theta_n) \cdot \sin(\beta_n));$$

$$y_2 = y_0 + \frac{l}{2} (-\sin(\beta_n) + \cos(\theta_n) \cdot \cos(\beta_n));$$

$$z_2 = z_0 + \frac{l}{2} \cdot \sin(\theta_n);$$

$$x_3 = x_0 + \frac{l}{2} (-\cos(\beta_n) + \cos(\theta_n) \cdot \sin(\beta_n));$$

$$y_3 = y_0 + \frac{l}{2} (\sin(\beta_n) + \cos(\theta_n) \cdot \cos(\beta_n));$$

$$z_3 = z_0 + \frac{l}{2} \cdot \sin(\theta_n);$$

$$x_4 = x_0 + l/2 (-\cos(\beta_n) - \cos(\theta_n) \cdot \sin(\beta_n));$$

$$y_4 = y_0 + l/2 (\sin(\beta_n) - \cos(\theta_n) \cdot \cos(\beta_n));$$

$$z_4 = z_0 - l/2 \cdot \sin(\theta_n);$$

Siendo las coordenadas de los centros:

$$x_0 = r \cdot \cos(\theta_t);$$

$$y_0 = r \cdot \sin(\theta_t);$$

La coordenada z_0 es la altura del centro del heliostato respecto al campo.

Las proyecciones de los vértices de un heliostato, con la dirección adecuada, sobre el plano de otro heliostato al que interfiere, definirán el área del segundo que queda inutilizada.

3.4.1 Efecto sombra

Se denomina efecto sombra a la interferencia que produce un espejo sobre otro al interceptar los rayos solares impidiendo que lleguen hasta su superficie, reduciendo con ello la superficie útil del espejo sombreado.

Para determinar la sombra que hace un heliostato "A" sobre otro "B", se proyecta la superficie del primero sobre el plano del segundo con la dirección del vector Sol. En la práctica, se hace pasar por cada uno de los cuatro vértices del heliostato "A" una recta con la dirección del vector \vec{s} , definida tal que k es el subíndice que indica de que vértice se trata. Por lo tanto a continuación se presenta la ecuación de la recta que pasa por el vértice k del heliostato "A", con la dirección del vector \vec{s} :

$$\frac{x - x_{k,A}}{-\sin(\theta_s) \cdot \sin(\beta_s)} = \frac{y - y_{k,A}}{-\sin(\theta_s) \cdot \cos(\beta_s)} = \frac{z - z_{k,A}}{\cos(\theta_s)};$$

Seguidamente se calcula la intersección de dichas rectas con el plano del heliostato "B", definido a partir de su vector normal \vec{n} y las coordenadas de su centro $(x_{0,B}, y_{0,B}, z_{0,B})$:

$$B_1 \cdot (x - x_{0,B}) + B_2 \cdot (y - y_{0,B}) + B_3 \cdot (z - z_{0,B}) = 0$$

Siendo los valores de B los cosenos directores del vector normal:

$$B_1 = -\sin(\theta_{n,B}) \cdot \sin(\beta_{n,B});$$

$$B_2 = -\sin(\theta_{n,B}) \cdot \cos(\beta_{n,B});$$

$$B_3 = \cos(\theta_{n,B});$$

El paralelogramo determinado por los puntos intersección será la sombra, por último habrá que valorar la intersección entre dicha sombra y la superficie del heliostato "B", hallando que zona de dicho heliostato "B" resulta útil finalmente.

3.4.2 Efecto apantallamiento

El efecto apantallamiento se comporta de forma similar a la sombra. Es la interferencia que puede generar un espejo sobre los rayos reflejados por otro. En este caso, se proyectará también la superficie del heliostato "A" sobre la de "B", pero será con la dirección de los rayos reflejados, según el vector \vec{t} . Es necesario tener en cuenta que este vector es único para cada heliostato "B"; procediendo análogamente al caso anterior, se define la recta que pasa por el vértice k del heliostato "A", con la dirección de los rayos reflejados por "B":

$$\frac{x - x_{k,A}}{-\sin(\theta_{t,B}) \cdot \sin(\beta_{t,B})} = \frac{y - y_{k,A}}{-\sin(\theta_{t,B}) \cdot \cos(\beta_{t,B})} = \frac{z - z_{k,A}}{\cos(\theta_{t,B})};$$

El plano que define la superficie del heliostato apantallado es al igual que en el caso anterior:

$$B_1 \cdot (x - x_{0,B}) + B_2 \cdot (y - y_{0,B}) + B_3 \cdot (z - z_{0,B}) = 0$$

Siendo los valores de B los cosenos directores del vector normal:

$$B_1 = -\sin(\theta_{n,B}) \cdot \sin(\beta_{n,B});$$

$$B_2 = -\sin(\theta_{n,B}) \cdot \cos(\beta_{n,B});$$

$$B_3 = \cos(\theta_{n,B});$$

Una vez conocidos los puntos intersección, se puede reconstruir el paralelogramo del apantallamiento de "A" sobre el plano de "B" e intersecarlo con la superficie del heliostato apantallado para observar que parte de su área queda inutilizada.

Estas interferencias que se producen sobre los espejos pueden solaparse entre sí o incluso quedar una dentro de otra, con lo que solo se tendrá en cuenta como área eficaz la superficie de cada espejo que no quede afectada por ninguno de los dos fenómenos.

3.5 EFECTO COSENO

La radiación solar se ha estudiado en relación a una superficie perpendicular al vector que la representa, como no es el caso de los heliostatos, es necesario determinar un factor de atenuación que modelice este efecto.

Si se proyecta el área de un heliostato sobre un plano perpendicular al vector \vec{s} , se obtiene el área equivalente sobre la que incide la radiación solar. Conocidos los vectores \vec{n} y \vec{s} , el factor de incidencia será el coseno del ángulo que forman:

$$f_{\text{incidencia}} = \cos(\alpha_{ns});$$

$$\cos(\alpha_{ns}) = \frac{\vec{n} \cdot \vec{s}}{|\vec{n}| \cdot |\vec{s}|};$$

Este es un efecto de atenuación que aumentará con el ángulo θ_{ns} . Como los vectores son unitarios resulta:

$$fi = \vec{n} \cdot \vec{s};$$

3.6 RECEPCIÓN DE LOS RAYOS SOLARES

Hasta ahora se han considerado los rayos solares como vectores, sin embargo esto solo es correcto si la luz procede de un punto. Si se tiene en cuenta que el diámetro del Sol es aproximadamente de $1,4 \cdot 10^6$ m y la distancia entre este astro y la Tierra $1,5 \cdot 10^8$ m, los rayos solares llegan a la Tierra con un ángulo de apertura de $\xi=32'$, por lo que al reflejarse, lo harán con el mismo ángulo.

Para captar toda la radiación, será necesario tener en cuenta dicha apertura a la hora de dimensionar el receptor. Sin esta consideración, los haces de luz reflejados por los heliostatos, tenían forma de prismas, y su eje será el vector \vec{t} , sin embargo con ella, pasarán a ser troncos de pirámide, cuyos planos se encuentran abiertos $16'$ respecto a los que delimitan el prisma para un mismo heliostato. Estos planos se intersecarán con el plano frontal del receptor, obteniendo los vértices del paralelepípedo donde incide la luz solar reflejada. Para hallar los planos mencionados, se trabaja con un vector \vec{m} perpendicular a cada uno de ellos.

Un plano k de un heliostato concreto i , se asocia a un vector $\vec{m}_{k,i}$ perpendicular a él, coplanario con el vector \vec{t}_i , y formando con él un ángulo conocido; con estas condiciones se plantea un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas. El plano que contiene a $\vec{m}_{k,i}$ es perpendicular a la arista a , contenida en el plano del tronco de pirámide que se está calculando, que une los vértices $k, k + 1$ del heliostato, y contiene al primero de dichos vértices. La primera ecuación que se plantea define la arista a mediante sus componentes y también a partir de los vectores posición de los vértices que une:

$$\vec{a} = [a_x, a_y, a_z] = [\vec{v}_{k+1} - \vec{v}_k]$$

La ecuación del plano que contiene a los vectores $\vec{m}_{k,i}$ y \vec{t}_i , y al vértice k :

$$\begin{vmatrix} x - x_k & y - y_k & z - z_k \\ t_{i,x} & t_{i,y} & t_{i,z} \\ m_{k,x} & m_{k,y} & m_{k,z} \end{vmatrix} = 0$$

También se puede definir el plano mediante su vector perpendicular \vec{a} :

$$[a_x \quad a_y \quad a_z \quad (\vec{a} \cdot \vec{v}_k)] = 0$$

Con lo que desarrollando el determinante e igualando a la segunda expresión del plano, se obtiene un sistema de tres ecuaciones con las tres componentes del vector $\vec{m}_{k,i}$ como incógnitas:

$$t_{i,y} \cdot m_{k,i,x} - t_{i,z} \cdot m_{k,i,y} = a_x;$$

$$-t_{i,x} \cdot m_{k,i,z} + t_{i,z} \cdot m_{k,i,x} = a_y;$$

$$t_{i,x} \cdot m_{k,i,y} - t_{i,y} \cdot m_{k,i,x} = a_z;$$

Si se intenta resolver se llega a la conclusión de que nos encontramos ante un sistema donde dos de sus ecuaciones son linealmente dependientes, con lo que es necesario obtener una tercera ecuación para poder hallar las componentes del vector $\vec{m}_{k,i}$, se utiliza el producto escalar ya que define el ángulo que tiene que formar el vector incógnita con \vec{t}_i :

$$\vec{m}_{k,i} \cdot \vec{t}_i = |\vec{m}_{k,i}| \cdot |\vec{t}_i| \cdot \cos \alpha_{mt} = t_{i,x} \cdot m_{k,i,x} + t_{i,y} \cdot m_{k,i,y} + t_{i,z} \cdot m_{k,i,z};$$

El ángulo que forma \vec{t}_i con el plano perpendicular a $\vec{m}_{k,i}$ son los 16' que han de desviarse los rayos solares, con lo cual, el ángulo que forma con el propio vector es:

$$\alpha_{mt} = 90^\circ - 16';$$

En resumen, resolviendo el sistema formado por las dos primeras ecuaciones del sistema linealmente dependiente y la ecuación que determina el ángulo α_{mt} , se obtiene:

$$\begin{pmatrix} 0 & -t_{i,z} & t_{i,y} \\ t_{i,z} & 0 & -t_{i,x} \\ t_{i,x} & t_y & t_{i,z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m_{k,i,x} \\ m_{k,i,y} \\ m_{k,i,z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ \cos(\alpha_{mt}) \end{pmatrix}$$

Una vez conocidas las componentes del vector $\vec{m}_{k,i}$, la ecuación de un plano perpendicular a él, del que además se conocen dos puntos se puede expresar como:

$$[m_{k,i,x} \quad m_{k,i,y} \quad m_{k,i,z} \quad - (\vec{m}_k \cdot \vec{v}_k)] = 0;$$

Calculando los planos asociados al heliostato i y los vértices v_k y v_{k+1} , se halla el punto de intersección de la recta que definen con el plano del receptor. Ampliando el desarrollo a todos los vértices de todos los heliostatos, se halla la distribución de la incidencia de los rayos reflejados sobre el receptor.

4 SIMULACIÓN POR ORDENADOR DEL FUNCIONAMIENTO DEL CAMPO

Una vez que las características básicas del campo están definidas, se procede a un análisis que permita cuantificar la energía que es captada por los heliostatos. Este análisis se realizará por ordenador, para ello se ha desarrollado un software específico, que permite estudiar cada uno de los heliostatos y su relación con el resto de la central, a lo largo de todo el año. Este software se ha realizado en el lenguaje de programación MatLab de cálculo técnico.

4.1 PLANTEAMIENTO

El estudio del campo de heliostatos se ha dividido en tres partes más sencillas que permitan hallar soluciones parciales también más simples. Primero se posicionarán los espejos sobre el terreno, para después orientarlos, calculando por último las interferencias que se producen entre ellos.

Los datos proporcionados por el usuario del programa para resolver este planteamiento son de tres naturalezas:

- Datos asociados al terreno: latitud (λ).
- Dimensiones de los elementos de la central: número de anillos del campo y ángulo que abarca (n, α_{campo}), radio que ocupa el sistema de potencia al pie de la torre (r_{min}), dimensiones de los heliostatos: longitud máxima o diagonal (l) y altura sobre el suelo de su centro (H_h) y altura de la torre (H_t).
- Distancias de seguridad: entre heliostatos, en la posición más desfavorable (d_{seg}) y la necesaria para permitir el paso de un vehículo de mantenimiento entre anillos (dr).

Se va a utilizar una función principal, *central_solar*, la cual irá llamando a las demás en un orden concreto, cubriendo las tres partes del planteamiento.

A continuación se describen las tres partes del planteamiento así como las subrutinas que se han utilizado para resolverlo.

4.1.1 Distribución sobre el terreno

Este apartado se ha calculado con una única función, *campo_norte_anillos*, que calcula la posición de los heliostatos sobre el terreno, según los parámetros especificados por el usuario.

Subrutina campo norte anillos

Esta subrutina calcula la posición de los heliostatos a partir de las condiciones que se impongan relativas al tamaño del campo, las medidas de los espejos y las distancias de seguridad entre ellos para que no se produzcan choques. Para realizar los cálculos se requieren por tanto, el número de anillos y el ángulo máximo que abarca el campo (n , $alfa_{campo}$), la distancia entre la base de la torre y el primer radio de heliostatos ($rmin$); las distancias de seguridad son (c) que representa la distancia entre centros de dos heliostatos consecutivos del mismo anillo; la distancia entre los radios de dos anillos (dr), y la altura de los heliostatos (H_h). Las salidas de la función son dos matrices con las coordenadas de los centros de los heliostatos en polares en el plano (P) y en cartesianas en el espacio (P_c) y un vector (r) que almacena los radios de los anillos; también consta de una salida gráfica, donde se representan las posiciones de los heliostatos sobre el plano mediante asteriscos.

Primero se define un vector r que contiene los valores de los radios de los anillos, tal que estén repartidos uniformemente, separados por la distancia dr determinada, la primera componente sea $rmin$ y su número de elementos sea n :

$$r = rmin: dr: rmin + dr \cdot (n - 1)$$

A continuación se abre un bucle *for* para barrer cada anillo k de los n anillos del campo. Primero se calculan tanto el ángulo que separa dos heliostatos consecutivos de un mismo anillo:

$$theta_k = 2 \cdot \sin^{-1}(c/(2 \cdot r_k))$$

A partir de este ángulo y del total del campo se calculan cuantos heliostatos caben en el anillo k :

$$j_k = alfa_{campo} / (2 \cdot theta_k)$$

Seguidamente se dibuja y se almacena en la matriz P el espejo correspondiente a dicho anillo que coincide con el eje de simetría, para ello es necesario haber inicializado dicha matriz al comienzo de la función:

$$P = [P; 0 \ r(k)]$$

Dentro de cada anillo se utilizará un último bucle para barrer las j posiciones de los espejos en él. De tal forma que el ángulo en el que se posiciona el espejo del anillo i -ésimo y posición j es:

$$\alpha_{i,j} = \alpha(r(i)) \cdot j$$

Las coordenadas polares de los espejos se van almacenando haciendo uso de la simetría ya mencionada, de la siguiente forma:

$$P = [P; \alpha_{i,j} \ r(i); -\alpha_{i,j} \ r(i)]$$

Estos puntos se van dibujando sobre el plano según se calculan, mostrando al final la representación de los heliostatos formando el campo total. Además, para facilitar cálculos posteriores, se calcularán las coordenadas de los espejos en cartesianas, tal que el espejo i -ésimo almacenado en la final i :

$$x(i) = P(i, 2) \cdot \cos(P(i, 1))$$

$$y(i) = P(i, 2) \cdot \sin(P(i, 1))$$

La coordenada vertical será constante para todos ellos, coincidente con el dato proporcionado por el usuario (H_h), quedando al final la fila i -ésima de la matriz P_c :

$$P(i, :) = [x(i) \ y(i) \ H_h]$$

4.1.2 Orientación de los heliostatos

En esta parte del planteamiento se va a calcular la posición que toma cada heliostato en cada instante (vectores \vec{n}). Para ello se necesita conocer su posición en el campo con relación a la torre (vectores \vec{t}) y la posición del Sol (vectores \vec{s}).

Subrutina rayos reflejados

Esta función calcula los vectores \vec{t}_i , que tienen la misma dirección y sentido que los rayos reflejados por cada uno de los heliostatos hacia el receptor, y módulo unidad. Para ello se determinan los ángulos que forman dichos vectores con del sistema de coordenadas (θ_t, β_t) , a partir de la posición de cada heliostato respecto a la base de la torre. El ángulo que forma el vector \vec{t}_i con el plano horizontal $(\theta_{t,i})$ se calcula con la diferencia de alturas entre centros del heliostato y del receptor, y la distancia de dicho heliostato i a la base del receptor, tal que:

$$\theta_{t,i} = \tan^{-1} \left(\frac{r(i)}{H_t - H_h} \right)$$

El ángulo que forma \vec{t}_i con el eje de dirección Norte $(\beta_{t,i})$, coincide con la coordenada angular del heliostato i . Las dos salidas numéricas de esta subrutina son la matriz T , en cuyas filas se almacenan los vectores \vec{t}_i , y la matriz ang_t donde se guardan los ángulos (θ_t, β_t) , la fila i de dichas matrices tiene la siguiente estructura:

$$T(i,:) = [-\sin(\theta_{t,i}) \cdot \sin(\beta_{t,i}) \quad -\sin(\theta_{t,i}) \cdot \cos(\beta_{t,i}) \quad \cos(\theta_{t,i})]$$

$$ang_t(i,:) = [\theta_{t,i}, \beta_{t,i}]$$

Subrutina horas de luz

Esta función se ejecuta para calcular los datos necesarios para cada uno de los días que se va a calcular. Primero se genera un vector columna con los días de la siguiente forma:

$$dia = di: id: df$$

Desde el inicial (di) al final (df), con el intervalo entre ellos que se desee (id). A partir de este momento, se trabaja con vectores de las mismas dimensiones que dia . Se calcula el valor de la declinación media ($delta$) y del ángulo horario de salida del Sol (t_s) para cada uno de ellos con las fórmulas presentadas en el apartado teórico. Sabiendo que la Tierra rota a razón de 15°/hora, se pueden calcular las horas límite de luz con las siguientes fórmulas:

$$hin = 12 - \frac{t_s}{15}; \quad hfn = 12 + \frac{t_s}{15};$$

A partir de ellas el cálculo de las horas de luz y los intervalos

A partir de este punto, los cálculos van a depender de la posición del Sol, con lo que las funciones se ejecutarán en el interior de dos bucles que barrerán respectivamente el día y la hora, dando lugar a un instante concreto. En principio sería necesario conocer los resultados para todo el año, pero se pueden aplicar algunas simplificaciones para que el programa se ejecute en un tiempo menor:

- Se realizan los cálculos únicamente para medio año, ya que la otra mitad dará resultado simétricos. Con lo que se comienza el ciclo en el solsticio de verano ($di = 173$), y finaliza coincidiendo en el solsticio de invierno ($df = 356$).
- Por otro lado, la declinación media del día (δ), se está calculando con una fórmula aproximada, con lo que el error no aumenta significativamente si se considera constante para intervalos de 10 días ($id = 10$).

Aplicando las simplificaciones mencionadas, se define el primer bucle para barrer los días con la sentencia:

$$\text{for } dia = di: id: df$$

Dentro del cual se llamará al resto de subrutinas utilizadas en la orientación de los heliostatos y el cálculo de las interferencias que se producen entre ellos. Teniendo en cuenta que no se calculan todos los días del año, los cálculos se realizarán para el día medio del intervalo, definido tal que:

$$Z = dia + \frac{\text{intervalo_dias}}{2}$$

El bucle que barre las horas tendrá en cuenta únicamente las horas de luz del día correspondiente, para reducir el número de cálculos a realizar, teniendo la siguiente sentencia:

$$\text{for } hora = hin: int_horas: hfn$$

Subrutina ángulo horario

Una vez definido el instante de estudio se comprueba que el Sol ha salido, a partir de los datos ($hora, t_s$), se hallará el valor de τ en dicho instante y se compara con el valor que

toma ese día a la salida del Sol. Primero, ya que se ha observado una discontinuidad en ese punto y el error cometido es mínimo, en el caso de que el instante de estudio sean las 12 del mediodía, se cambiará el valor de la variable *hora* por 11,99, consiguiendo unos resultados válidos y evitando discontinuidades. Para saber si la central se encuentra o no en horas de funcionamiento, se compara *tau* en el instante dado con el ángulo tau de salida del Sol (t_s) en el día que se está estudiando. Teniendo en cuenta que el ángulo horario es nulo al mediodía, se puede determinar con la siguiente fórmula:

$$tau = (hora - 12) \cdot 15^\circ$$

En el caso de que $|tau| < |t_s|$, la central se encontrará en horas de funcionamiento; en ese caso, la variable lógica *hf* toma el valor unidad, y en caso contrario, valor nulo, este valor se utilizará posteriormente en una estructura condicional para decidir si se continúan o no los cálculos.

Subrutina vectores

Esta función tiene como entradas los ángulos que definen la posición del Sol ($lambda, delta, tau$), las matrices de las coordenadas de la distribución de heliostatos en coordenadas cartesianas y polares (P_c, P), el número de heliostatos (j) y las salidas de la subrutina anterior (T, ang_t). Mediante las formulas que se han desarrollado en el apartado teórico Campo de heliostatos de este proyecto, se redefine la posición del Sol mediante los ángulos (θ_s, β_s) que forma su vector posición \vec{s} con los ejes de coordenadas:

$$s = [-\sin(\theta_s) \cdot \sin(\beta_s) \quad -\sin(\theta_s) \cdot \cos(\beta_s) \quad \cos(\theta_s)]$$

Con el fin de poder dibujar las ternas de vectores para cada heliostato, se crea una matriz S , con tantas filas como heliostatos, con el vector \vec{s} en cada una de ellas.

El cálculo del vector \vec{n}_i , se realiza de forma individual para cada heliostato i , a partir de ($\theta_s, \beta_s, \theta_{t,i}, \beta_{t,i}$) con las fórmulas descritas en el apartado teórico, se hallan ($\theta_{n,i}, \beta_{n,i}$).

Seguidamente se almacena el vector \vec{n}_i para cada heliostato, en las filas en la matriz N de la siguiente forma:

$$N(i, :) = [-\sin(\theta_{n,i}) \cdot \sin(\beta_{n,i}) \quad -\sin(\theta_{n,i}) \cdot \cos(\beta_{n,i}) \quad \cos(\theta_{n,i})]$$

La otra salida numérica de la función es ang_n . Por último, la salida gráfica de esta función es el dibujo de la terna de vectores $(\vec{n}, \vec{s}, \vec{t})$ sobre el centro del heliostato que les corresponde.

4.1.3 Sombras y apantallamientos

La última parte que afecta directamente a los heliostatos son las interferencias que se producen entre ellos, las cuales se han calculado a lo largo de las siguientes funciones, obteniendo como salida final, el vector $areas_medias_eficaces$ que almacena en la fila correspondiente, el área útil de reflexión de la que consta cada heliostato en un instante. Posteriormente se tratará dicho vector para hallar la media en el periodo de tiempo deseado y el valor para el campo completo.

Subrutina vértices

Esta función calcula las coordenadas de los vértices de los heliostatos en el momento deseado, a partir de las coordenadas de su centro. Los vértices se han numerado empezando por el inferior izquierdo, en sentido anti horario, y se almacenarán en la matriz de tres dimensiones C .

Para llevar a cabo el cálculo son necesarias las coordenadas de los centros de los heliostatos (P_c), su orientación (N, ang_n) y la longitud de su arista (l).

Para mayor comodidad, se toma un heliostato i cada vez, y se calculan sus cuatro vértices siguiendo las formulas que se aportaron en el apartado teórico; por ejemplo, para calcular las coordenadas del vértice 1:

$$C(1, :, i) = P_c(i, :) + \frac{l}{2} \cdot [(\cos(\beta_{n,i}) - \sin(\beta_{n,i}) \cdot \cos(\theta_{n,i}), \quad -\sin(\beta_{n,i}) \\ - \cos(\beta_{n,i}) \cdot \cos(\theta_{n,i}), \quad -\sin(\theta_{n,i})]$$

Siendo $\beta_{n,i} = ang_n(i, 1)$ y $\theta_{n,i} = ang_n(i, 1)$.

También se lleva a cabo el cálculo de la ecuación del plano que contiene al heliostato. Dada la ecuación de un plano P cualquiera:

$$P(x, y, z) = Ax + By + Cz + D$$

Las constantes (A, B, C) coinciden con las componentes del vector \vec{n} perpendicular a él. El término independiente para el heliostato i puede hallarse después de despejar y sustituir de la siguiente forma:

$$D = -(N(i, 1) \cdot P_c(i, 1) + N(i, 2) \cdot P_c(i, 2) + N(i, 3) \cdot P_c(i, 3))$$

En MatLab, esto puede hacerse de forma más sencilla con un producto escalar entre los vectores \vec{n}_i y $(x_{0,i}, y_{0,i}, z_{0,i})$ tal que el plano queda definido como:

$$Plano(i, :) = [N(i, :) - N(i, :) \cdot P_c(i, :)]'$$

Subrutina base heliostato

Esta función calcula el sistema de coordenadas asociado a cada uno de los heliostatos. Constará de dos ejes contenidos en el plano de heliostato ($eje1, eje2$) paralelos a sus aristas, y un tercero perpendicular a él (\vec{n}). Este sistema de coordenadas se almacena en la matriz *Base_heliostato*, salida de la subrutina. Tomando como anteriormente, un espejo genérico i ; la dirección y sentido de los ejes contenidos en el plano se calcula restando las coordenadas de los vértices de la siguiente forma:

$$eje1_i = C(1, :, i) - C(4, :, i); \quad eje1_i = \frac{eje1_i}{norm(eje1_i)};$$

$$eje2_i = C(2, :, i) - C(1, :, i); \quad eje2_i = \frac{eje2_i}{norm(eje2_i)};$$

$$Base_heliostato(:, :, i) = [eje1_i' \quad eje2_i' \quad N(i, :)]';$$

La finalidad de este sistema de coordenadas es facilitar el cálculo de las áreas libres de interferencias de cada heliostato.

Subrutina subconjunto apantallamiento

Con el fin de agilizar los cálculos, esta función calcula qué espejos apantallan potencialmente a otros. La matriz cuadrada B de dimensión j , almacena en su elemento (b, a) el valor unidad si el heliostato b apantalla al heliostato a ; en caso contrario el valor de ese elemento será nulo.

Para determinar los heliostatos b que pueden apantallar al heliostato a , se define una zona del espacio cercana a él, y se contrasta que heliostatos tienen sus vértices dentro de ese espacio en el instante de cálculo. Dicha zona se delimita con dos radios, siendo el radio máximo el del heliostato a :

$$rtmax = P(a, 2)$$

El radio menor se encuentra uno por delante de él:

$$rtmin = P(a, 2) - dr$$

Por último se definen dos rectas con la dirección del vector \vec{t}_a que pasan por los vértices extremos del espejo apantallado. Como vértices extremos se toman aquellos para los que al hacer pasar las rectas por ellos, el área abarcada es mayor (se extraen de la matriz C mediante los índices (ind_1, ind_2) en la función *vértices extremos* explicada a continuación). Las ecuaciones de las proyecciones sobre el plano de dichas rectas se almacenan en la matriz R :

$$R(i, :) = [t_a(2) \quad -t_a(1) \quad -t_a(2) \cdot C(ind_i, 1, a) + t_a(1) \cdot C(ind_i, 1, a)]$$

Para determinar si un heliostato cualquiera b se encuentra en la zona de influencia, se compararán las coordenadas de los vértices de todos los heliostatos con los límites del volumen establecido; en caso de que alguno de ellos se encuentre en su interior, el elemento (b, a) de la matriz B tomará el valor unidad; en caso contrario se mantendrá el valor nulo. Para determinar si el vértice k de un heliostato b se encuentra efectivamente en el interior del volumen, se extraen sus coordenadas cartesianas de la matriz C :

$$xkb = C(k, 1, b); \quad ykb = C(k, 2, b); \quad zkb = C(k, 3, b);$$

Y el cuadrado de su coordenada radial:

$$r^2 = xkb^2 + ykb^2;$$

Lo que en MatLab puede expresarse como el producto escalar del vector (xkb, ykb) resultando:

$$r2 = C(k, 1:2, b) \cdot C(k, 1:2, b);$$

Se han impuesto las siguientes cinco condiciones, dos radiales, para que el punto se encuentre en el interior del anillo

$$r^2 \geq r_{tmin}^2; r^2 \leq r_{tmax}^2;$$

Dos en el plano, tal que se encuentre entre las dos rectas:

$$x_{kb} \geq \frac{-R(1,3) + R(1,2) \cdot y_{kb}}{R(1,1)}; x_{kb} \leq \frac{-R(2,3) + R(2,2) \cdot y_{kb}}{R(2,1)};$$

Y por último una condición en el eje vertical tal que solo se consideren los puntos que, para el mismo punto del plano del terreno, se encuentren por encima del plano Pl correspondiente al heliostato a :

$$z_{kb} > \frac{-Pl(4) + Pl(2) \cdot y_{kb} + Pl(1) \cdot x_{kb}}{Pl(3)}$$

En el caso de que el punto cumpla todas las condiciones:

$$B(b, a) = 1$$

Subrutina vértices extremos

Esta subrutina determina que pareja de los cuatro vértices de un heliostato que entran en la matriz E , se encuentra más alejada de la recta R que pasa por su centro ($centro = (x_0, y_0, z_0)$) con la dirección del vector \vec{s} .

Para cada vértice k , se determina la distancia a partir de dos vectores y se almacena en $d(k)$. El vector w_k tiene el centro como origen y el vértice como punto final, \vec{s} es un vector fila:

$$w = E(k, :) - centro;$$

$$d(k) = norm(w - (w \cdot s') \cdot s);$$

A continuación se determinan las dos mayores componentes del vector d , y su posición relativa. El vértice que se encuentra más alejado de la recta R se asociará en principio a ind_1 :

$$[dist\ ind1] = max(d);$$

Una vez obtenido su índice, se elimina el vector d para poder hallar el siguiente más lejano:

$$d(ind1) = 0; \quad [dist \ ind2] = \max (d);$$

Seguidamente se almacenan las coordenadas de ambos vértices en la matriz E y se valora cuál de ellos tiene un valor de coordenada x menor, es decir se encuentra más al Oeste. En el caso de que sea ind_2 , será necesario intercambiarlos.

Subrutina rectas vértices

Esta subrutina calcula las rectas que pasan por los puntos proporcionados en las filas de la matriz C con la dirección del vector \vec{v} . A la salida se proporcionan dos matrices ($Plano_1, Plano_2$) tal que la intersección de los planos proporcionados en su fila k , página i , coincide con la recta asociada al vértice k del heliostato i .

Subrutina subconjunto sombra

Esta función calcula el conjunto de heliostatos b que pueden hacer sombra a un heliostato a . La salida de esta función consiste en un vector de una columna y tantas filas como heliostatos, los elementos de las filas correspondientes a los heliostatos b que potencialmente sombreen a a , tomarán el valor unidad, el resto se mantendrán con valor cero.

Su funcionamiento es similar al de la subrutina *subconjunto_apantallamiento*, pero en este caso hay que tener en cuenta que las sombras varían a cada instante, con lo que los resultados se asocian a un heliostato en un momento determinado. Se establece un volumen alrededor del heliostato a mediante dos rectas y dos radios, el máximo será el del propio heliostato, y el mínimo dos filas de espejos por delante:

$$r_{smin} = P(a, 2); \quad r_{smax} = P(a, 2) - 2 \cdot dr;$$

Para la estimación de las sombras una mayor distancia por delante del heliostato que se está estudiando, porque el Sol tiene mayor variación de altura en el cielo que la torre receptora, con lo cual las sombras llegarán a estar más horizontales, teniendo una mayor zona de afección.

Los vértices por los que pasan las rectas que limitan al subconjunto se calculan con la función *vértices_extremos* como ya se hizo con los apantallamientos, pero en este caso, el

vector director será el vector solar \vec{s} . Las coordenadas del punto de estudio se renombran de forma similar al caso de los apantallamientos:

$$xkb = C(k, 1, b); \quad ykb = C(k, 2, b); \quad zkb = C(k, 3, b);$$

$$r^2 = xkb^2 + ykb^2; \quad r2 = C(k, 1: 2, b) \cdot C(k, 1: 2, b);$$

Las condiciones que se utilizan para determinar si un punto se encuentra o no en el interior del volumen son idénticas a las utilizadas para los apantallamientos. En caso afirmativo:

$$B(b) = 1;$$

Subrutina punto intersección

Esta subrutina tiene las ecuaciones de tres planos como sus entradas, y su punto intersección como salida. Se realiza el cálculo con la ayuda de la función *rref*.

Subrutina área polígono discontinuo

Debido a que las interferencias sobre un heliostato pueden dar lugar a un área final formada por varias áreas menores no conectadas entre sí, se hace necesaria esta función ya que *polyarea* no ofrece resultados validos en estos casos; la sintaxis es muy similar, tiene como entradas dos vectores de igual tamaño que contienen los vértices ordenados en sentido horario del polígono (xc, yc); y como salida un escalar ($area_{ns}$) con el valor del área de dicho polígono.

Primer se calcula cuantos vértices tiene el conjunto de polígonos y se inicializa la salida:

$$i = length(xc); \quad areas_{ns} = 0;$$

Se establece un bucle de tipo *for* para barrer todos los vértices a partir del segundo. Se abre también un bloque condicional *if* que se ejecuta si el punto k , que en principio es el primero (se inicializa $k = 1$ antes de comenzar el bucle) es igual al punto v , es decir si su coordenada x e y son iguales entre sí. Al ser iguales quiere decir que se ha encontrado un polígono cerrado, con lo que se hallará su área con la función predeterminada para ello y se sumará a $area_{ns}$:

$$area_{ns} = area_{ns} + polyarea(xc(k:v), yc(k:v));$$

A continuación se suman dos unidades al índice v y se guarda en el nuevo k , con lo que se avanza hasta el primer vértice del siguiente polígono. En caso de que el nuevo índice k sea mayor que el número de vértices inicial i , se ha finalizado el cálculo, en caso contrario, se realiza la siguiente iteración con los nuevos valores.

Subrutina sombra apantallamiento

Esta función calcula las interferencias que se producen entre espejos en un instante dado. Consta de una única salida numérica, $areas$, un vector de una columna y j filas; en cada una de ellas se almacena el área útil del heliostato correspondiente, y tantas salidas gráficas como heliostatos estén interferidos por otros.

Primero se calculan las rectas con la dirección de los rayos de Sol que pasan por todos los heliostatos mediante la subrutina $rectas_vertices$, las rectas vienen definidas mediante parejas de planos, almacenados en filas análogas de las matrices $Plano_{1s}$ y $Plano_{2s}$. Seguidamente se inicializa un vector $areas$ de una columna y tantas filas como espejos en el campo, con el valor del área total de un heliostato para todos sus elementos.

Se abrirá un bucle for para abarcar todos los espejos a ; utilizando de nuevo la subrutina $rectas_vertices$, se calculan las rectas que pasan por sus vértices con la dirección de su vector \vec{t}_a , esta vez están almacenadas en las matrices $Plano_{1a}$ y $Plano_{2a}$. El conjunto de espejos que puede hacer sombra al espejo a en el instante de estudio se calcula con la subrutina $subconjunto_sombra$ descrita anteriormente, con lo que con el vector B_s y en la columna a de la matriz B_a se puede agilizar el cálculo notablemente.

El primer polígono que se define es el del heliostato a que se está estudiando. Con lo que se realiza el cambio de sistema de coordenadas de cada uno de sus vértices; del sistema de referencia original al asociado al espejo, que se encuentra en la página a de la matriz $Base_{heliostato}$:

$$Base_{heliostato} = (:, :, a);$$

Para ello se utilizará la función $rref$. Una vez obtenidos los puntos, se ordenan mediante $poly2cw$ y se guarda una copia de los vectores que los definen en las parejas de vectores $(x_a, y_a), (x_s, y_s)$; la primera de ellas se mantendrá igual hasta el final de la función y de la

segunda se irán sustrayendo las partes que queden interferidas, obteniendo al final el área que permanece útil.

A continuación se abrirá una estructura tipo *for* para abarcar de nuevo todos los heliostatos del campo. En primer lugar se considerarán las sombras, para minimizar el número de cálculos que es necesario realizar, se llevará a cabo el cálculo dentro de una estructura condicional, con lo que solo se realiza el cálculo si el elemento de la matriz B_s asociado al heliostato que se está considerando tiene el valor unidad. En caso contrario, se realiza la misma comparación para el elemento correspondiente de la columna a de la matriz B_a , en caso de que tenga el valor unidad, se calculará el apantallamiento, si no, se pasa al siguiente heliostato del campo.

El método de cálculo de ambas interferencias es el mismo. En el caso de las sombras, una vez comprobado que el heliostato b puede dar sombra a a , se estudia cada uno de sus k vértices, hallando la intersección de los siguientes planos mediante la función *punto_interseccion*:

- Planos en cuya intersección es la recta de vector director \vec{s} que pasa por el vértice k del heliostato b :

$$Pl1 = Plano_{1s}(k, :, b); \quad Pl2 = Plano_{2s}(k, :, b);$$

- Plano del heliostato a :

$$Pl = Plano(a, :);$$

Seguidamente el punto intersección se cambia de base, pasando del sistema de coordenadas original con origen en la base de la torre, al sistema propio del heliostato a mediante la función *rref*. Una vez que se obtienen las cuatro intersecciones, al igual que se hizo con los vértices de a , se ordenan horariamente con *poly2cw* quedando almacenados en la pareja de vectores (xb, yb) . Este polinomio representa la proyección de la sombra del espejo b sobre el plano del espejo a , para comprobar si dicha sombra afecta al heliostato se realiza la intersección de ambos polinomios:

$$polybool('intersection', xa, ya, xb, yb)$$

Solo en caso de que no sea nula se continúan los cálculos. Utilizando de nuevo la función *polybool*, se resta del polinomio que representa el heliostato *a*, la sombra que crea sobre él el espejo *b*:

$$[xs \ ys] = \text{polybool}('subtraction', xs, ys, xb, yb);$$

Hay que tener en cuenta, que el área del espejo *a* representada por (xs, ys) es únicamente la no interferida, de ella se irán sustrayendo todas las zonas apantalladas o sombreadas, quedando al final la parte útil. Con el fin de facilitar la visualización, se calcula la intersección de la sombra con el área total del heliostato:

$$[xo \ yo] = \text{polybool}('intersection', xa, ya, xb, yb)$$

Y abre una figura en la que se dibujan las aristas del heliostato *a* (xa, ya) en azul y la intersección que tiene con el heliostato *b* (xo, yo) en verde. En ella se dibujarán todas las sombras y apantallamientos que se produzcan sobre *a*.

A continuación, si el elemento correspondiente $B_a(b, a)$, tiene valor unidad, se analiza el apantallamiento que produce el heliostato *b* sobre el *a*, de forma análoga a como se analizó la sombra. Para cada vértice *k*, se realiza la intersección de los planos:

$$Pl1 = \text{Plano}_{1a}(k, :, b); \quad Pl2 = \text{Plano}_{2a}(k, :, b);$$

Cuya intersección coincide con la recta de vector director \vec{t}_a , que pasa por el vértice; y el plano del heliostato *a* ya definido como *Pl*. Una vez halladas las cuatro intersecciones, se cambian de sistema de coordenadas y se realiza el mismo análisis que para las sombras, la única variación es que se representarán en color rojo en lugar de en verde.

Una vez analizado completamente el heliostato *a*, se calcula el área del polinomio que haya quedado en (xs, ys) mediante la función *area_polinomio_discontinuo* y se almacena en la fila *a* del vector *areas*:

$$\text{areas}(a) = \text{area_poligono_discontinuo}(xs, ys);$$

En caso de que el área no se vea inutilizada por ningún otro heliostato:

$$\text{areas}(a) = l * l;$$

4.1.4 Reflexión de los rayos

Subrutina factor de incidencia

Esta función toma el área útil de cada heliostato, su vector \vec{n} , y el vector \vec{s} en un instante dado y calcula el área equivalente tras aplicar el efecto coseno. EL factor de incidencia (fi) se calcula para cada heliostato a en cada instante i y es igual a:

$$fi_{a,i} = \vec{n}_a \cdot \vec{s}_i;$$

Para calcular los factores de incidencia en un vector de j filas y una columna, se multiplica la matriz N por el vector \vec{s} transpuesto. Después se multiplicará el área de cada heliostato por si factor de incidencia correspondiente, con un producto de componente a componente:

$$areasf = areasi.* fi;$$

4.1.5 Receptor

Subrutina plano receptor

Esta subrutina calcula la ecuación del plano donde se encuentra el receptor para una altura de torre H_t y dada la posición y la altura de los heliostatos en el campo.

Para fijar la orientación del plano se ha calculado el vector director de un rayo reflejado genérico, con origen en el centro de gravedad del campo, tal que este vector llegará perpendicular al receptor. Como el campo es simétrico respecto al eje x , solo es necesario hallar la componente y de su centro de gravedad:

$$y_g = \frac{(\sum y_0)}{j}; \quad x_g = 0;$$

Con lo que el vector normal al receptor será:

$$\vec{n}_r = [0 \quad y_g \quad H_h - H_t];$$

Es necesario conocer también un punto que pertenezca al plano, en este caso se va a tomar el centro del receptor:

$$R = [0 \quad 0 \quad H_t];$$

Con lo que la ecuación del plano resulta:

$$Plr = [\vec{n}_r - \vec{n}_r \cdot R]$$

Subrutina puntos extremos

Esta función, a partir de un conjunto de puntos pertenecientes a un plano (*Int*), halla los de coordenadas máximas y mínimas (*pext*). Está diseñada para un plano paralelo al eje *x*, como es el caso del plano del receptor.

Los cuatro puntos que se seleccionan son, el más alto (*y_{max}*), el más bajo (*y_{min}*), el que se encuentra más al Oeste (*x_{min}*) y el que se encuentra más al Este (*x_{max}*); el cálculo que se realiza es análogo para todos ellos con lo que el procedimiento se puede explicar una única vez.

En el caso del punto *y_{min}*, se analiza la segunda columna (donde se guarda la coordenada *y*) de la matriz *Int* para sus *k* filas e *i* páginas con la función *min*:

$$[y_{min} \ i1] = \min(Int(:,2,:));$$

Los resultados obtenidos son dos vectores ya que la matriz se analiza por páginas. Cada componente de *y_{min}* es el valor mínimo de *y* que se ha encontrado en cada página, su correspondiente valor en *i1* es la fila en la que se encuentra. Para hallar el mínimo de todos ellos:

$$[m \ i2] = \min(y_{min});$$

En este caso los resultados obtenidos serán escalares ya que la entrada es un vector en lugar de una matriz. El valor de la mínima coordenada *y* que se ha encontrado es *m* y su posición en el vector *y_{min}* es *i2*, como los valores se encontraban ordenados coincide con el valor de la página en la que se encuentra. El número de fila es la componente *i2* del vector *i1*. Por lo que el vector se extrae de la matriz:

$$f = i1(i2); c = i2;$$

$$p_{ymin} = Int(f, :, c);$$

Cuando se desee encontrar un mínimo en lugar de un máximo se utilizará la función *max*; en el caso de que se busque según la componente *x*, se estudiará la primera columna en lugar de la segunda.

Una vez obtenidos los cuatro puntos se almacenan en las filas de la matriz *pext*. Y se dibujan como asteriscos rojos, de esta forma se diferencian del resto del conjunto si es que se dibuja en la misma figura.

Subrutina área receptor

Esta función calcula los puntos donde inciden los rayos reflejados por los heliostatos en el plano del receptor y para el instante de cálculo selecciona los más alejados del centro; no tiene sentido almacenar las coordenadas de todos ellos ya que si se diseña el receptor para que abarque a los más extremos, todos los demás quedarán también recogidos.

El cálculo se realiza para un heliostato *i* partiendo de su vector \vec{t}_i , se van a utilizar parejas de vértices consecutivos, los cuales están numerados del 1 al 4 al igual que los planos. Para calcular el plano *k*, se utilizan los vértices *k1*, donde éste último normalmente tiene el valor *k + 1* excepto en el caso *k = 4* donde *k1 = 1* para cerrar el haz de luz. Una vez fijados los parámetros anteriores, el plano *k* del heliostato *i* se calcula resolviendo el sistema que se planteó en el apartado teórico:

$$A \cdot m = a;$$

Donde *A* es la matriz de coeficientes y *a* el vector columna de términos independientes. Despejando y resolviendo se hallan los coeficientes del vector *m*:

$$m = A \setminus a;$$

Por último se calcula la ecuación del plano y se almacena en la fila *k* de la matriz *Plano*:

$$Plano(k,:) = [m' \quad -m' \cdot C(k, :, i)'];$$

Cuando se han obtenido los cuatro planos asociados al haz del heliostato *i*, se hace la intersección de parejas consecutivas de dichos planos con el plano del receptor. Se impone de nuevo el bloque condicional para emparejar el primer plano con el último y se resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$[I] = rref([A \ B]);$$

$$A = \begin{pmatrix} Plr(1:3) \\ Plano(k, 1:3) \\ Plano(k1,1:3) \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -Plr(4) \\ -Plano(k, 4) \\ -Plano(k1,4) \end{pmatrix}$$

Es decir, la matriz $[A \ B]$ tiene los coeficientes de las ecuaciones de los planos con el término independiente despejado. El resultado del sistema de ecuaciones se almacena en la fila k de la matriz *punto* para dibujarlo, en la misma figura se encontrarán los puntos correspondientes a todos los vértices de todos los heliostatos para todos los instantes calculados. El punto que se acaba de calcular también se almacena en la matriz *Int* en su fila k , página i .

Al finalizar el cálculo para todos los heliostatos, se seleccionan los puntos de coordenadas más extremas de la matriz *Int* mediante la subrutina *puntos_extremos*.

Subrutina vértices receptor

Dado un plano *Plr* y dos vectores $\vec{v\bar{v}}, \vec{v\bar{h}}$, perpendiculares entre sí, contenidos en él; esta función calcula los vértices de un rectángulo contenido en dicho plano, cuyas aristas son paralelas a los vectores, que contiene a los puntos proporcionados en la matriz *pext*. Cada uno de los puntos de la matriz *pext* se renombra según su posición relativa al centro del receptor:

$$p_{xmin} = pext(1,:); p_{xmax} = pext(2,:);$$

$$p_{ymin} = pext(3,:); p_{ymax} = pext(y,:);$$

Para tener en cuenta un margen de error del 5% que pueden tener los sistemas de dirección de los heliostatos, se desplazan los puntos alejándolos aun más del origen de coordenadas la distancia correspondiente:

$$lx = (p_{xmax} - p_{xmin}) \cdot 0.05; \quad ly = (p_{ymax} - p_{ymin}) \cdot 0.05;$$

$$p_{xmin} = p_{xmin} + lx \cdot \vec{v\bar{h}}; \quad p_{xmax} = p_{xmax} + lx \cdot \vec{v\bar{h}};$$

$$p_{ymin} = p_{ymin} + ly \cdot \vec{v\bar{v}}; \quad p_{ymax} = p_{ymax} + ly \cdot \vec{v\bar{v}};$$

Los nuevos valores de las coordenadas de los puntos serán por donde se harán pasar las aristas del receptor. Los vértices del receptor se hallan resolviendo el sistema de tres planos formado por el del receptor Plr , uno perpendicular a \overline{vv} que contenga uno de los puntos de coordenada vertical extrema, y otro perpendicular a \overline{vh} que contenga a uno de los puntos de coordenada horizontal extrema. Al hacer las cuatro combinaciones posibles se obtienen los cuatro vértices. El sistema se resuelve con una matriz compuesta, tal que solo varía la parte de los términos independientes:

$$I = rref([A B]);$$

$$A = \begin{pmatrix} Plr(1:3) \\ vh \\ vv \end{pmatrix}; B_{inf-Este} = \begin{pmatrix} -Plr(4) \\ vh \cdot p_{xmax} \\ vv \cdot p_{ymin} \end{pmatrix};$$

El resultado de los cuatro sistemas de ecuaciones se almacena en la matriz V .

4.1.6 Cálculos generales

Los cálculos realizados por las subrutinas anteriores están asociados a un instante determinado. Con el fin de obtener resultados para todo el año, se ejecuta la función descrita a continuación, abarcando todas las anteriores.

Subrutina central solar

Esta subrutina abarca todo el planteamiento del campo, hasta la llegada de los rayos reflejados al receptor. Sus entradas son los datos introducidos por el usuario sobre el campo, número de anillos (*anillos*), ángulo máximo del campo ($alfa_{campo}$), distancia mínima entre la base de la torre y el primer arco de heliostatos (*rmin*); las dimensiones de los espejos, altura y lado (H_h, l); distancias de seguridad ($d_{seguridad}, dr$); altura de la torre (H_t).

Como ya se ha mencionado anteriormente en este documento, existen algunas funciones que no es necesario ejecutar más que una vez ya que sus resultados no dependen de la hora, son aquellas que calculan la posición de los espejos en el terreno, y sus vectores \vec{t} correspondientes, así como la declinación media de cada día de cálculo y sus horas de luz.

A continuación se abrirá el primer bucle *for* para abarcar cada día establecido en las entradas (*di, id, df*) día inicial, intervalo de días y día final, encontrándose el primero y el último lo más cercanos posible a los solsticios de verano e invierno, por lo tanto, para determinar los instantes de cálculo, se utilizará la intersección entre el vector *dia* y el vector *i*:

$$dia = di: id: df;$$

$$i = hin: ih: hfn;$$

Como horas de inicio y fin de cada día pueden tomarse las de amanecida y anohecida, sin embargo para que la central comience a funcionar, se ha de haber alcanzado una potencia mínima, con lo que se pueden tomar como horas de inicio reales, en cuanto a producción de potencia, desde las 8 de la mañana hasta las cuatro de la tarde, hora solar. Cabe destacar que para todos los días del año, estas ocho horas son de luz, con lo que en caso de realizar el cálculo de esta forma, el número de cálculos para cada día no varía.

Para el primer bucle se utilizará el contador *d* que se habrá inicializado previamente; además se inicializará para cada día el contador *h* utilizado para cada instante de cálculo del día. Se inicializan también todos los vectores que se van a utilizar para almacenar los datos de área y potencia para cada instante de cálculo.

Seguidamente se abre el segundo bucle, abarcando las horas para las que se va a realizar el cálculo. Primero se ejecuta la función *angulo_horario* para determinar el ángulo *tau*, y la variable *hf* tal que si esta última es igual a la unidad, para el instante de cálculo el Sol ha salido y se ejecuta el resto de los cálculos, en caso contrario, se pasa a calcular el siguiente instante.

La primera función que se ejecuta es *vectores* para calcular la terna de vectores con origen en el centro de cada heliostato ($\vec{n}, \vec{s}, \vec{t}$), con el vector *n* se ha definido la posición de cada espejo del campo, con lo que seguidamente se pueden calcular sus vértices con la función del mismo nombre (*vértices*) y un sistema de coordenadas asociado con *base_heliostato*. A continuación, con el fin de disminuir el número de cálculos en cuanto a las sombras y apantallamientos se calculan los subconjuntos de espejos que apantallan a cada uno (*subconjunto_apantallamiento*). La siguiente función que se lleva a cabo es

sombras_apantallamientos cuya salida es el área útil de cada heliostato en el instante de cálculo, a continuación hay que aplicar el factor de incidencia debido al efecto coseno ($f_{\text{incidencia}}$). El área total del campo se almacena en la variable A , como la suma de las áreas individuales de los heliostatos. Los cálculos realizados a continuación son los relativos a la incidencia de los rayos reflejados sobre el plano del receptor calculando la distribución de los puntos incidentes para cada iteración y almacenando los cuatro puntos más extremos del conjunto, finalmente, cuando se haya finalizado el proceso iterativo, se calculan los vértices que delimitan el área del plano frontal del receptor tal que recoja la totalidad de los rayos reflejados.

Además, en la parte final de la función se ejecuta un bucle condicional *if* mediante el que se representan los heliostatos sobre el terreno con una gama de colores en función de su área útil en el periodo calculado, para ello es necesaria la variable *cont* que se ha calculado y que coincide con el número de iteraciones totales.

4.2 PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

El este apartado se presentan algunos ejemplos de los resultados gráficos obtenidos a partir del programa, se desarrolla más ampliamente en el anexo B de este proyecto. Se presentan tres tipos de representaciones:

- La primera de ellas es un esquema de la posición que ocupa los heliostatos sobre el terreno, donde se dibujan sus centros mediante asteriscos azules.
- La segunda representación es muy similar a la primera, también un esquema de las posiciones de los heliostatos, sin embargo ahora se representa únicamente la mitad del campo y el color en el que se representan es función del área útil en un momento determinado.
- La última representación gráfica dibuja las sombras y apantallamientos que se producen sobre un heliostato concreto en un momento determinado; las primeras se representan en verde y los segundos en rojo.

En los tres casos, con el fin de obtener resultados homogéneos, se ha efectuado el cálculo con un campo de 72 anillos abarcando 70° y con una distancia entre la base de la torre y la primera fila de espejos de 65 m (4596 heliostatos).

- En la figura 1 se ha representado el campo completo, se indica además la posición de dos heliostatos para futuras referencias.

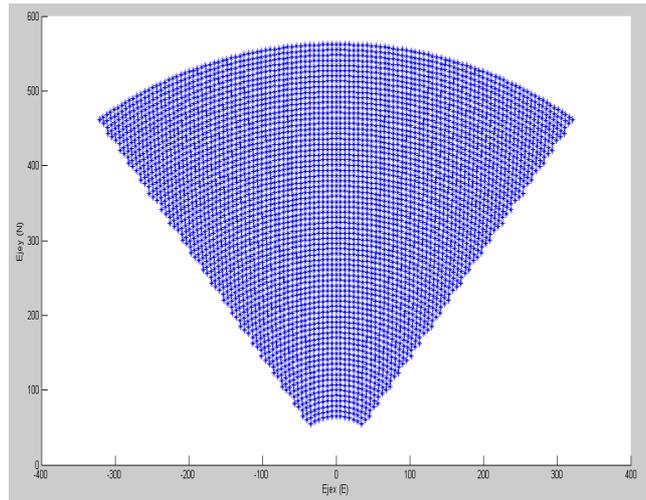


Figura 3: Esquema del campo concentrador (72 anillos, $\alpha_{campo} = 70^\circ$, $r_{min} = 65$ m)

- En la figura 2 se representa la mitad oeste del mismo campo, con un gradiente de colores que varía desde rojo hasta azul, representando área mayor o menor respectivamente. La superficie de los heliostatos, de 25 m^2 , se ve afectada por varios factores:
 - Interferencias entre heliostatos: sombras y apantallamientos.
 - Efecto coseno o factor de incidencia, función del ángulo que forma el vector de los rayos solares incidentes la normal al heliostato.

La representación corresponde al solsticio de verano, el día más favorable del año y punto de diseño.

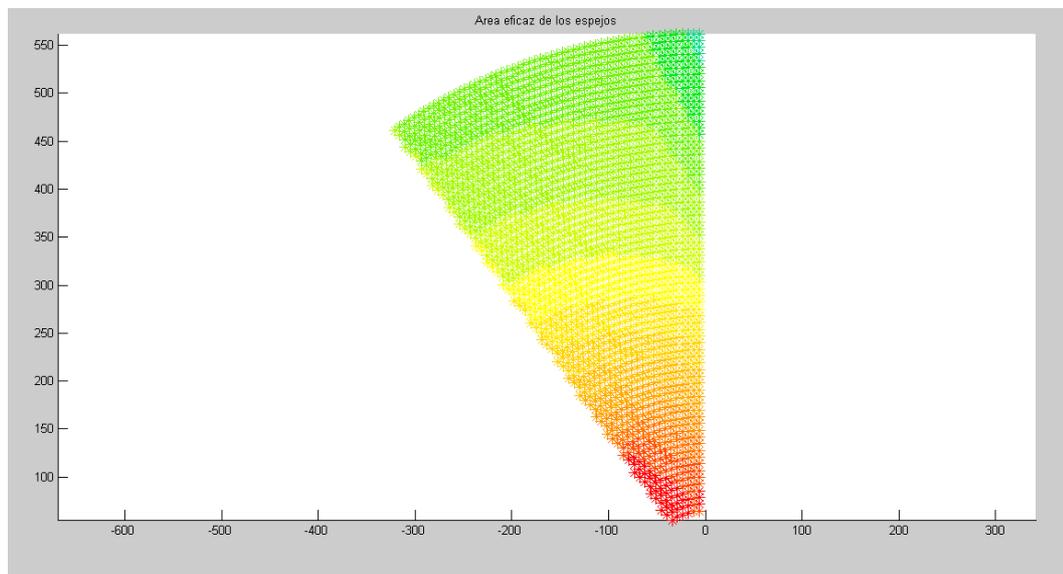


Figura 4: Esquema de la mitad del campo concentrador, representando el área eficaz para el día 173, a las 10 am, con una altura de torre de 125 m

- La tercera y cuarta figura ejemplifican las interferencias que se producen entre heliostatos. La principal característica de la central que afecta a la magnitud de las sombras es la altura de la torre, cuanto más alta sea esta más horizontales se posicionarán los heliostatos, lo que disminuirá las sombras, así como la distancia entre anillos. Mientras que los apantallamientos se ven muy afectados por esta última, no varían tanto como las sombras a lo largo del día ya que estas dependen en mayor medida de la posición del Sol.

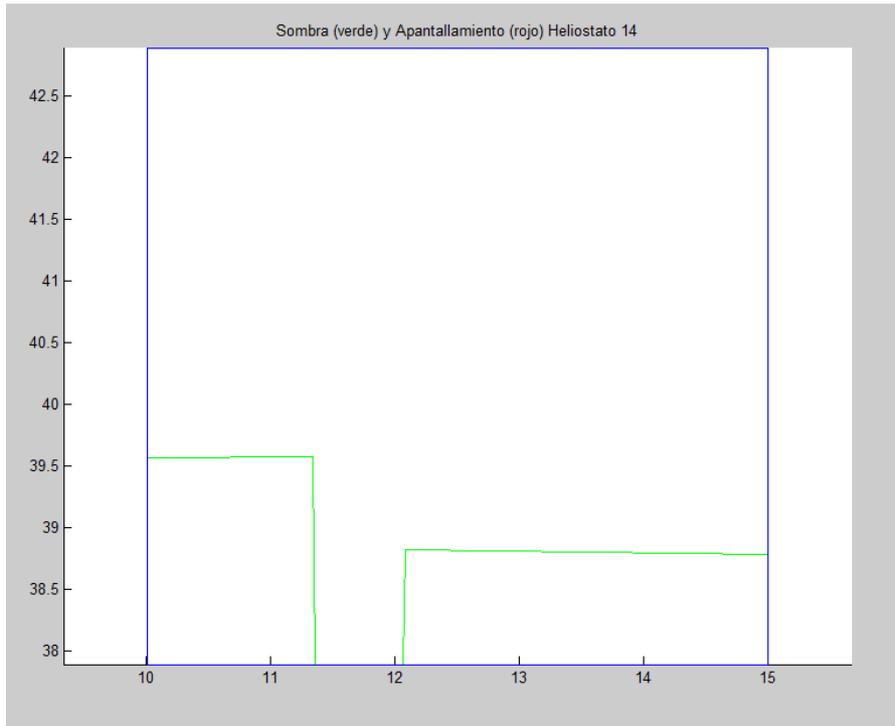


Figura 5: Sombras en el heliostato 14 el día 35 del año a las 10 am, para una altura de torre de 125 m

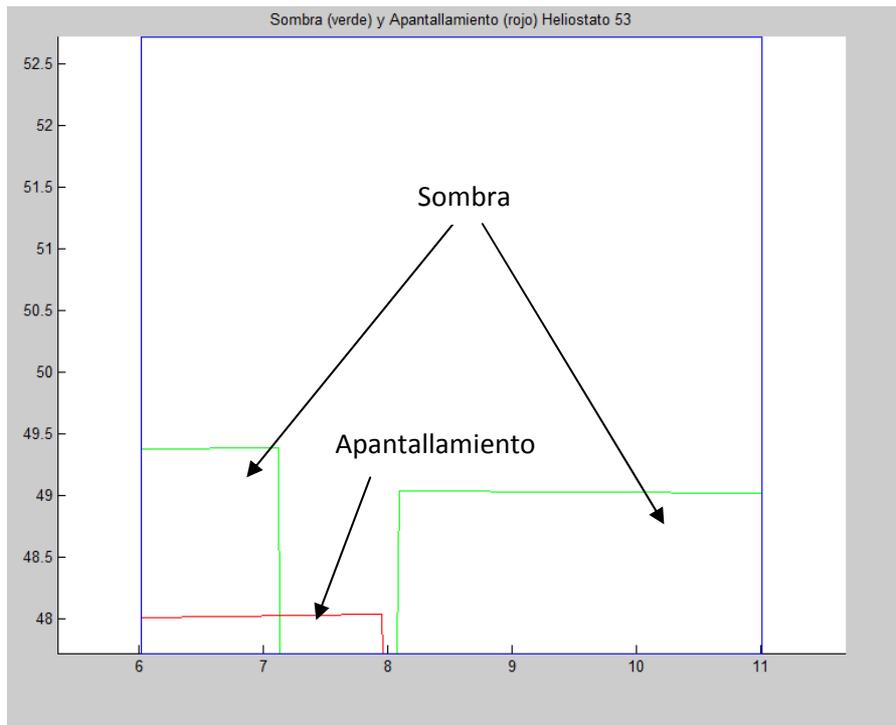


Figura 6: Sombras y apantallamientos en el heliostato 53 el día 35 del año a las 10 am, para una altura de torre de 125 m

5 CICLO DE POTENCIA

La evolución de las centrales térmicas ha estado muy condicionada por las mejoras en el rendimiento térmico del ciclo termodinámico según el que funcionan, ya que por pequeñas que sean pueden suponer un gran ahorro en cuanto a combustible. En el caso de una central termosolar el combustible viene determinado por la zona en la que se construya dicha central y su meteorología, sin embargo una mejora en el rendimiento del ciclo de potencia implica menores instalaciones para un mismo valor de potencia nominal, lo que disminuye la inversión inicial y el posterior mantenimiento.

5.1 CICLO RANKINE

El ciclo térmico Rankine opera con vapor y es el que se utiliza típicamente en centrales termoeléctricas. El agua que recorre el ciclo como se muestra en las figuras 5 y 6.

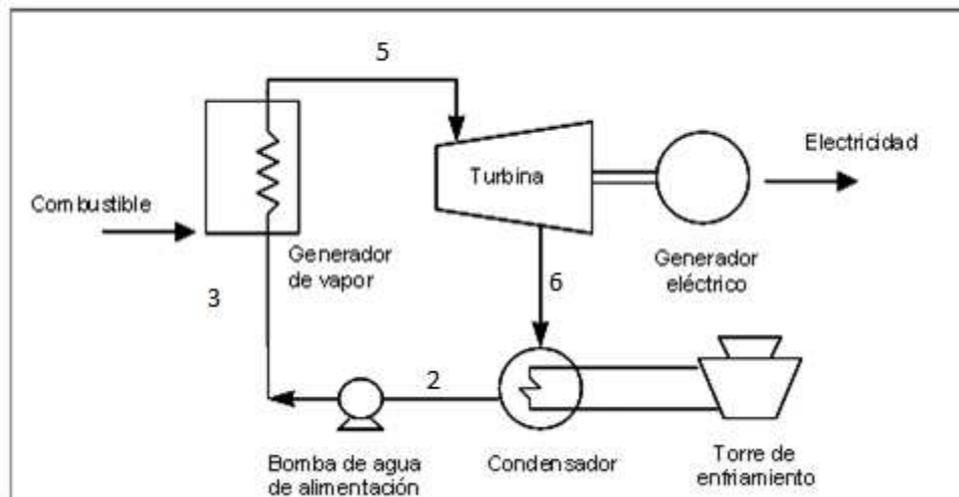


Figura 7: Representación de una instalación que sigue un ciclo Rankine

La energía útil entra en el ciclo en la caldera, durante el proceso (3-5), se aporta calor aumentando su temperatura y presión; seguidamente el agua entra en la turbina y cede parte de la energía que acaba de adquirir, en el caso de que este proceso fuese isoentrópico finalizaría en el punto 7, sin embargo como la turbina no es ideal el proceso ocurre entre los puntos (5-6). A continuación el fluido se licúa en el condensador (6-2) y se bombea (2-3) para hacerlo llegar de nuevo a la caldera.

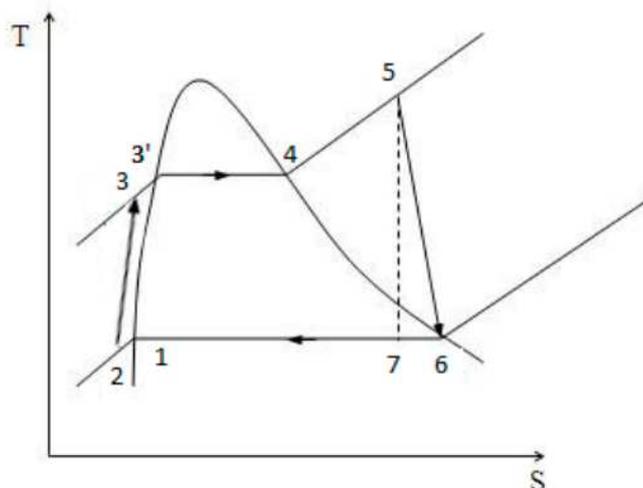


Figura 8: Ciclo Rankine en el diagrama T-s

Algunas consideraciones que hay que tener en cuenta para un mejor funcionamiento de los componentes son relativas al estado físico del fluido al entrar en ellos. Para que el trabajo de la bomba sea lo menor posible, el agua ha de encontrarse en estado líquido, por esta razón se alarga el paso por el condensador hasta el punto 2. Por otro lado, para evitar dañar los álabes de la turbina todo el fluido que entra en ella ha de encontrarse en estado gaseoso y las primeras gotas de líquido no deben aparecer hasta el condensador, por ello se ha de evitar que el punto 6 entre en la campana de vapor húmedo.

Este ciclo termodinámico es el ideal que sirve de base al funcionamiento de las centrales termoeléctricas, se puede aumentar su rendimiento realizando algunas modificaciones. El objetivo será alargar

Es posible aumentar la temperatura promedio a la que el calor se transfiere al agua, o disminuir a la que el fluido cede calor en el condensador. Sin embargo hay que tener en cuenta que el valor de la presión está relacionado directamente con el de la temperatura, con lo que mientras se puede reducir el coste aumentando el rendimiento del ciclo térmico, se aumenta en el precio de la caldera ya que será necesario que esté fabricada para soportar mayores presiones. Además la temperatura inferior se encuentra limitada por el fluido de refrigeración que se utiliza en el condensador, que comúnmente será agua tomada de algún recurso natural cercano, ya sea el mar o un río, su temperatura rondará los 20 °C. La naturaleza de la fuente de calor limitará la temperatura que es posible alcanzar en la caldera, así como los materiales empleados en la zona de sobrecalentamiento de la misma. La

presión máxima es del orden de 150 bar, debido a problemas de diseño mecánico en la turbina y por la humedad admitida en ella; la temperatura máxima aproximada es de 540 °C. En cuanto a los valores en el condensador, la temperatura se suele encontrar entre 26 °C y 52 °C, con lo que la presión se sitúa en el intervalo de 0,03 bar a 0,14 bar.

6 CARACTERÍSTICAS DEL MODELO UTILIZADO

El aprovechamiento de la energía solar está directamente relacionado con el movimiento del Sol durante el día y la insolación recibida por la superficie terrestre donde se sitúa la central en cada momento. Para el estudio de dichos parámetros, será necesario modelizar el movimiento solar y disponer de valores estadísticos de las horas de insolación diaria, mensual y anual en la zona donde se sitúa la central.

6.1 MODELO DEL CAMPO CONCENTRADOR

Con el fin de captar la mayor cantidad de radiación solar posible, los heliostatos han de orientarse de una forma concreta en cada momento, siguiendo el movimiento aparente del Sol, y reflejando los rayos que reciben orientados hacia el receptor central situado en lo alto de la torre. Esta orientación podría definirse de forma general para todo el campo si se consideran los planos de los heliostatos, tangentes en su centro a una familia de paraboloides con el eje en la dirección de los rayos solares y el foco situado en el receptor de la torre. De esta forma, los rayos incidentes en la superficie de los heliostatos se han considerado paralelos entre sí, el error cometido es despreciable ya que la distancia a la que se encuentra el Sol se puede considerar infinita para la situación planteada; dichos rayos inciden en la superficie de la parábola, que los refleja a un solo punto, el foco, donde se encuentra el receptor.

El campo concentrador que se utiliza está formado por espejos planos cuadrados de $5 \times 5 \text{ m}^2$, dispuestos sobre un terreno horizontal, siguiendo arcos de circunferencia con centro en la base de la torre. A la hora de elegir el ángulo de apertura del campo, hay que tener en cuenta cómo afectará al rendimiento del conjunto de la central, comparando para un mismo número de heliostatos, si se elige un valor de ángulo pequeño, existirán heliostatos más alejados de la torre, con lo que la energía reflejada tendrá que hacer un recorrido mayor hasta alcanzar el receptor; sin embargo, cuanto mayor sea el ángulo que abarca el campo, menor será la perpendicularidad con la que llega el haz de energía al receptor.

El anillo más cercano a la base, se encuentra a una distancia de 65 m, distancia suficiente para albergar el sistema de potencia al pie de la torre, estando los siguientes sobre arcos en los que el radio aumenta 7 m en cada uno de ellos. En cuanto a la distancia entre centros de

heliostatos de un mismo arco, será la necesaria para que no se produzcan interferencias entre ellos al maniobrar para ajustar su orientación, por lo que se han tomado 6 m.

6.2 CONSIDERACIONES PRÁCTICAS

El modelo con el que se va a trabajar lleva asociado un conjunto de consideraciones a tener en cuenta. El sistema de seguimiento solar se efectuará por el método de orientación en dos ejes (Alt-acimut, eje horizontal y vertical), mediante motores eléctricos. Teniendo en cuenta que el centro focal se sitúa en el centro geométrico del receptor, los heliostatos dirigirán los rayos reflejados a puntos tanto por encima como por debajo de dicho punto, con el fin de obtener una distribución homogénea sobre el colector, evitando picos de calor que podrían afectar a la estructura del receptor.

Por otro lado, los errores de construcción y dirección que se tendrán en cuenta son los siguientes:

- Los errores de dirección en la cadena cinemática que dirige los espejos.
- Las imperfecciones en las superficies reflectantes.
- La deformación y desviación del rayo reflejado a consecuencia del viento.
- Los relacionados con la cadena cinemática de dirección de los espejos.

7 BIBLIOGRAFÍA

DOCUMENTOS

- Caracterización climática de Andalucía, Consejería de medio ambiente y ordenación del territorio, Junta de Andalucía.
<http://www.juntadeandalucia.es/medioambiente/site/portalweb/>
- Benoit & Pierre Beckers. Comment calculer la déclinaison du soleil. Septiembre de 2010. Documento online:
http://www.heliodon.net/downloads/Beckers_2010_Helio_007_fr.pdf
- Fernández Díez, P, *Ingeniería térmica y de fluidos*.
- Fernández Díez P. *Energías alternativas*

PÁGINAS WEB

- <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/snell/snell.htm>
- http://www.iit.upcomillas.es/~carnicero/Resistencia/Introduccion_al_MEF.pdf
- <http://www.uru.edu/fondoeditorial/libros/pdf/elementosfinitos/CAP%201%20COMPLETO.pdf>
- <http://www.sol-arg.com/index.php/caracteristicas-materiales/caracteristicas-superficiales>
- <http://es.slideshare.net/reynolrivas/conceptos-basicos-de-solid-works-piezas-y-ensamblajes>
- <http://es.mathworks.com/help/matlab/operators-and-elementary-operations.html>
- <http://ocw.unican.es/enseanzas-tecnicas/centrales-de-generacion-de-energia-electrica/materiales/bloque-energia-IV.pdf>
- <http://www.psa.es/webesp/instalaciones/receptor.php>

CÁLCULOS

ÍNDICE

1 CAMPO CONCENTRADOR 82
2 CICLO DE POTENCIA..... 87

1 CAMPO CONCENTRADOR

El tamaño del campo será aquel que satisfaga las condiciones de potencia nominal de la central, teniendo además el mayor rendimiento posible. Ejecutando el programa que se ha planteado anteriormente se obtienen una serie de valores de área media útil del campo concentrador para distintos días a lo largo de año, con distintos tamaños de campo y alturas de torre. Las cinco alturas utilizadas comienzan en un valor mínimo de 100 metros hasta un máximo de 200 metros.

La determinación de la altura de la torre y el tamaño del campo está relacionada, ya que para un mismo campo, cuanto más alto se sitúe el receptor, menores serán las interferencias que se producen entre los espejos. Por ello se analizan varios campos de distintos tamaños con diferentes alturas de torre.

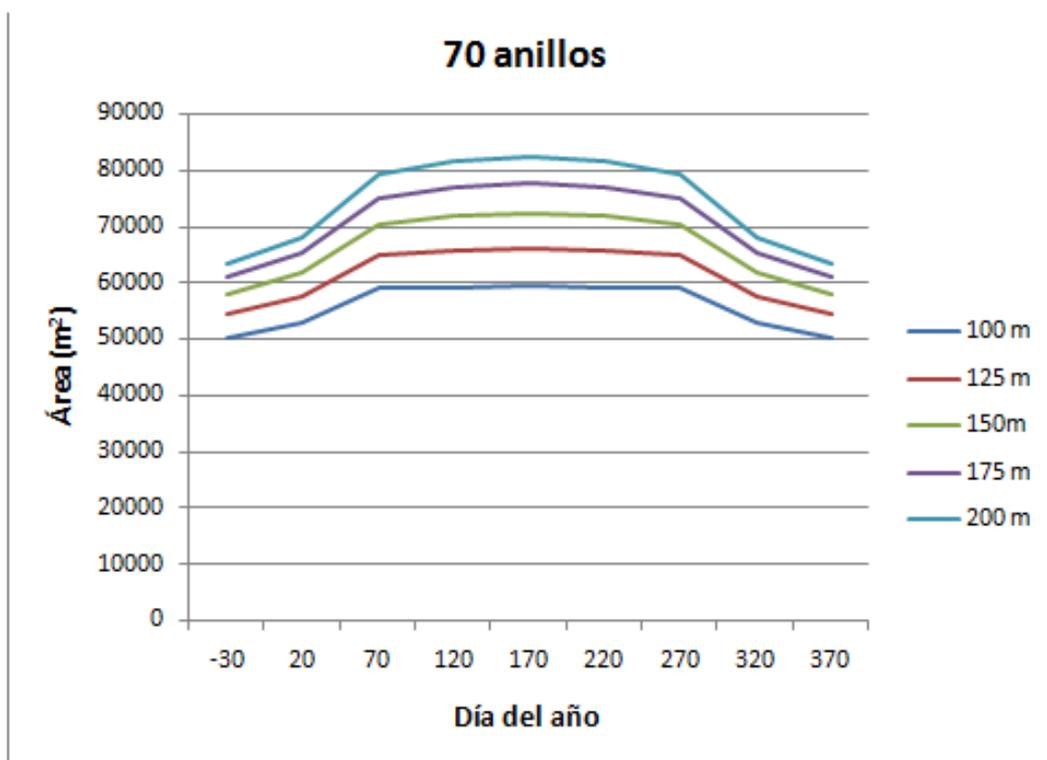


Figura 9: Grafica del área eficaz del campo concentrador de 70 anillos y 4368 heliostatos para 9 días del año y con 5 alturas de torre diferentes

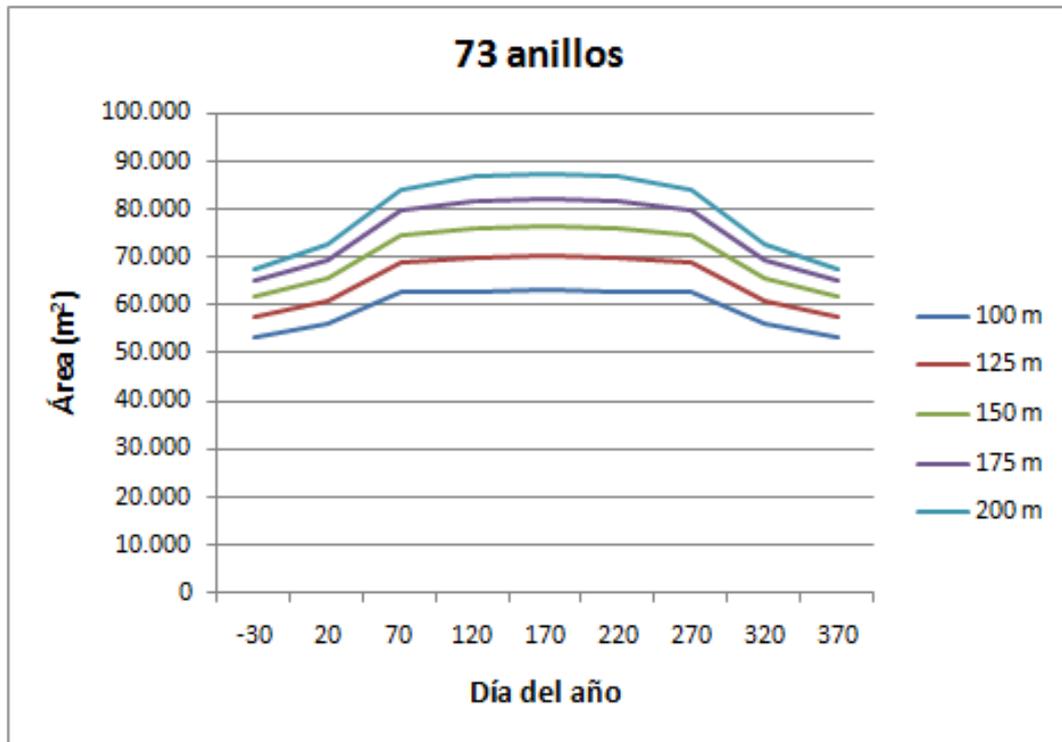


Figura 10: Grafica del área eficaz del campo concentrador de 73 anillos y 4711 heliostatos para 9 días del año y con 5 alturas de torre diferentes

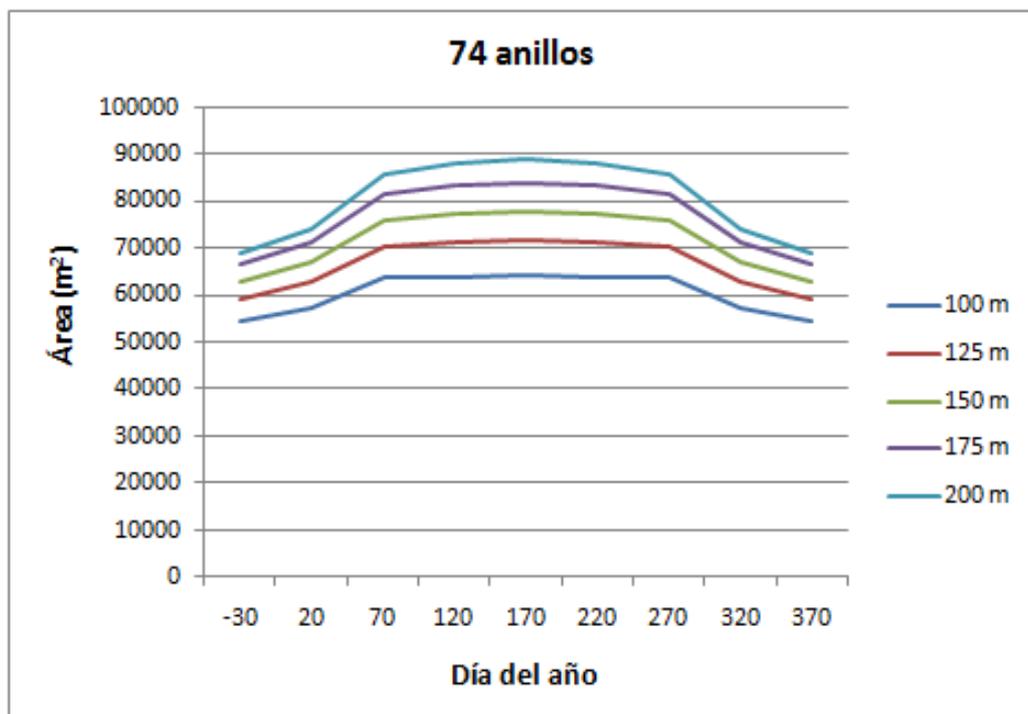


Figura 11: Grafica del área eficaz del campo concentrador de 74 anillos y 4828 heliostatos

para 9 días del año y con 5 alturas de torre diferentes

Analizando las gráficas obtenidas se obtienen las siguientes conclusiones:

- Para las menores alturas de torre, el área útil se mantiene prácticamente constante, aunque en unos valores mucho menores que los máximos que se pueden esperar del campo concentrador. Para alturas mayores, la uniformidad a lo largo del año desaparece.
- A medida que la altura de la torre aumenta, el área útil del campo resulta cada vez mayor, sin embargo, se observa que a partir de cierta altura, el aumento de superficie es menor.

La primera conclusión resulta interesante por la posibilidad de obtener valores de radiación en el receptor prácticamente constantes, lo que implica mantener las temperaturas de los procesos de intercambio térmico constantes. Esto permite un diseño más ajustado del ciclo de potencia y mayor rendimiento del mismo. Sin embargo el campo concentrador trabajaría con una relación baja entre superficie especular total y la realmente útil.

La segunda conclusión destaca la existencia de una altura máxima, a partir de la cual no resulta económico seguir incrementándola, ya que se obtiene un escaso aumento de energía, y un gran aumento en la inversión económica que supone.

Determinación del número de heliostatos

La potencia necesaria en el receptor para el rendimiento combinado de receptor y ciclo de potencia es:

$$P_{receptor} = \frac{P_{nominal}}{\eta} = \frac{10 \text{ MW}}{0,21} = 47,619 \text{ MW};$$

Cabe destacar que no existirán pérdidas por absorción en el trayecto desde cada espejo hasta el receptor, ya que la mayor parte de los gases de los que se compone el aire son transparentes a todas las radiaciones del espectro solar, las únicas excepciones son el vapor de agua y el dióxido de carbono, que son absorbentes específicos, sin embargo se encuentran en una proporción muy reducida, con lo que al ser las distancias también pequeñas, no se tiene en cuenta en el balance de energías. Por lo tanto, la potencia recibida por el receptor será la misma que emite el campo concentrador.

El siguiente parámetro por el que se verá afectada la energía recogida es la reflectividad de los heliostatos que tendrá un valor menor que la unidad. En el mercado se pueden encontrar una enorme variedad de materiales reflectantes:

Tipo de superficie reflectante	Reflectividad
Hoja de aluminio de alta pureza, nueva	0,95
Aluminio con pintura de SiO, limpio	0,97
Hoja de aluminio con pureza del 99,5%	0,87
Hierro galvanizado con pátina normal	0,60

La reflectividad nominal media del campo concentrador r_E toma el valor 0,90, basado en datos de campos de heliostatos operando en la actualidad, con lo que la potencia que ha de recibir el campo se verá afectada de la siguiente forma:

$$P_{recibida\ por\ el\ campo} = \frac{P_{receptor}}{r_E} = \frac{47619\ kW}{0,90} = 52910\ kW;$$

La potencia de la radiación media recibida desde el Sol es de 1000 W/m² en condiciones meteorológicas óptimas, por lo que se tomará un valor de intensidad de radiación media 0,80 kW/m², el área efectiva necesaria será por tanto de:

$$A_{efectiva} = \frac{P_{recibida\ por\ el\ campo}}{I_r} = \frac{52910\ kW}{0,80\ \frac{kW}{m^2}} = 66137,50\ m^2;$$

Una vez conocida el área, se puede estimar a partir de las gráficas y las consideraciones presentadas al comienzo del capítulo, que pareja de campo concentrador-altura de torre es la óptima en esta situación. Se ha optado por un campo de 72 anillos con una altura de torre de 125 m y 4596 heliostatos, el área útil en el punto de diseño en este caso es de 67657 m².

La superficie total del campo es el sector de corona circular comprendido entre el radio mínimo de 65 m y el radio máximo, que será igual al número de anillos menos uno por la distancia que existe entre ellos:

$$S_{total} = \frac{\pi \cdot \{[(72 - 1) \cdot 7\ m]^2 - (65\ m)^2\}}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{70^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = 148308,306\ m^2;$$

La superficie total de los espejos será igual al número de espejos por la superficie de uno de ellos, teniendo en cuenta que tienen 5 m de lado:

$$S_{espejos} = N_{espejos} \cdot A_{espejo} = 4596 \cdot 25 \text{ m}^2 = 114900 \text{ m}^2;$$

Si el factor de eficacia del campo concentrador se define como la relación entre la superficie especular instalada y la del terreno, se obtiene:

$$\varepsilon_{campo} = \frac{S_{espejos}}{S_{total}} = \frac{114900,000 \text{ m}^2}{148308,306 \text{ m}^2} = 0,744;$$

Además, la eficacia especular se define como la relación entre el área efectiva del campo y la superficie especular instalada, con lo que resulta:

$$\varepsilon_{especular} = \frac{A_{efectiva}}{S_{espejos}} = \frac{67657 \text{ m}^2}{114900 \text{ m}^2} = 0,589;$$

2 CICLO DE POTENCIA

La central termosolar trabajará en base a un ciclo Rankine con vapor sobrecalentado a 40 atm. En primer lugar, en un intercambiador de calor se vaporiza y recalienta el fluido motor, al absorber el calor cedido por el fluido que circula por el receptor. A continuación el vapor de agua que se ha obtenido se introduce en una turbina donde se expansionará realizando un trabajo y llegando finalmente al condensador en el que volverá a alcanzar un estado líquido.

La variación de entalpía que experimenta al pasar por la turbina se transforma en energía cinética que mueve el alternador obteniéndose energía eléctrica. En la siguiente tabla se muestran las propiedades del agua en cada uno de los puntos señalados del ciclo.

Punto	Presión (atm)	Temperatura (°C)	Entalpía (Kcal/kg)
1	0,05	32,5	32,55
2	40	32,5	32,55
3	40	249,18	258,2
4	40	249,18	669
5	40	600	875
6	0,05	32,5	585
7	0,05	32,5	539

A partir de estos valores se puede calcular el rendimiento teórico del ciclo Rankine:

$$\eta_{teórico} = \frac{h_5 - h_7}{h_5 - h_1} = \frac{875 - 539}{875 - 32,55} = 0,399;$$

Para hallar el rendimiento real es necesario tener en cuenta que la expansión que se produce en la turbina no es isoentrópica:

$$\eta_{real} = \frac{h_5 - h_6}{h_5 - h_1} = \frac{875 - 585}{875 - 32,55} = 0,344;$$

Con lo que el rendimiento de la turbina tendrá que tener el valor:

$$\eta_{turbina} = \frac{h_5 - h_6}{h_5 - h_7} = \frac{875 - 585}{875 - 539} = 0,86;$$

A continuación se puede calcular el flujo másico de vapor, o velocidad másica del vapor de agua (kg/s) que se expande en la turbina, teniendo en cuenta que ha de cumplir:

$$P_{teórica} = \dot{m}_{vapor} \cdot \Delta i_{teórica}$$

Conocidas la potencia nominal o teórica de la central y el salto entálpico teórico, se despeja la expresión obteniendo:

$$\dot{m}_{vapor,teórico} = \frac{P_{teórica}}{\Delta i_{teórica}} = \frac{10000 \text{ kW}}{(875 - 539) \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} \cdot 4,186 \frac{\text{kJ}}{\text{kcal}}} = 7,086 \frac{\text{kg}}{\text{s}};$$

Estimando el rendimiento eléctrico del alternador en un valor de 0,9, para el grupo generador de energía resulta un rendimiento total de:

$$\eta_{grupo \text{ energético}} = \eta_{alternador} \cdot \eta_{turbina} = 0,744;$$

El consumo de energía debido a los sistemas de bombeo del ciclo Rankine supone alrededor de un 2%:

$$\dot{m}_{vapor,real} = \frac{\dot{m}_{vapor,teórico}}{\eta_{grupo \text{ energético}}} \cdot 1,02 = \frac{7,086 \frac{\text{kg}}{\text{s}}}{0,744} \cdot 1,02 = 9,715 \frac{\text{kg}}{\text{s}};$$

Con lo que finalmente, la potencia que puede ser absorbida por el fluido caloportador a su paso por el receptor es de:

$$P_{receptor \text{ efectiva}} = \dot{m}_{vapor,real} \cdot (h_5 - h_1) = 9,715 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot (875 - 32,55) \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} \cdot 4,186 \frac{\text{kJ}}{\text{kcal}};$$

$$P_{receptor \text{ efectiva}} = 34374,160 \text{ kW};$$

El intercambiador de calor es una pieza muy importante de la central ya que transfiere el calor desde el fluido caloportador que circula por el receptor hasta el agua que realiza el ciclo Rankine. Es un intercambiador de tipo carcasa y tubos donde el agua circula por los tubos mientras que el otro fluido circula entre la carcasa y la parte exterior de los tubos. Cabe destacar que el fluido caloportador es obligado a circular de forma perpendicular a los tubos para obtener una mayor transferencia de calor que si circulase paralelamente, con este fin el intercambiador cuenta con pantallas que aseguren este flujo.

El intercambiador estará construido sobre la misma carcasa, aunque se considere dividido en tres zonas diferenciadas en las que se realizan el calentamiento del agua, vaporización y recalentamiento del vapor.

La eficacia del intercambiador se define como el cociente entre la velocidad real de transferencia de calor en un intercambiador determinado y la máxima velocidad posible de transferencia de calor. Dependiendo de los valores de las capacidades térmicas de cada fluido, se elige la fórmula adecuada:

$$\varepsilon = \frac{C_{caliente} \cdot (T_{caliente_{entrada}} - T_{caliente_{salida}})}{C_{min} \cdot (T_{caliente_{entrada}} - T_{frio_{entrada}})};$$

$$\varepsilon = \frac{C_{frio} \cdot (T_{frio_{salida}} - T_{frio_{entrada}})}{C_{min} \cdot (T_{caliente_{entrada}} - T_{frio_{entrada}})};$$

Siendo:

$$C = \dot{m} \cdot c_p;$$

En ambos casos la eficacia puede expresarse como:

$$\varepsilon = \frac{1 - e^{-\frac{[1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}] \cdot U \cdot A}{C_{min}}}}{1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}};$$

Siendo válida la expresión para intercambiadores con flujo paralelo. En este caso el valor de la eficacia vendrá dado por el factor corrector correspondiente.

PRESUPUESTO

ÍNDICE

1	PRESUPUESTO DE EJECUCIÓN DE MATERIAL	92
1.1	TERRENO	92
1.2	RECEPTOR.....	93
1.3	HELIOSTATOS	94
1.4	ELEMENTOS DE LA CENTRAL	95
1.5	SUMA DE PARTIDAS.....	96
2	PRESUPUESTO DE EJECUCIÓN POR CONTRATA	97
3	PRESUPUESTO PARA CONOCIMIENTO DE LA ADMINISTRACIÓN	98

1 PRESUPUESTO DE EJECUCIÓN DE MATERIAL

1.1 TERRENO

Elemento	Cantidad (m ²)	Precio unitario (€/ud)	Precio total (€)
Compra del terreno	250000	8	2000000
Acondicionamiento de la superficie	250000	10	2500000
		Suma total	<hr/> 4500000

1.2 RECEPTOR

Elemento	Cantidad	Precio unitario (€/ud)	Precio total (€)
Hormigón	50000	60	3000000
Tubos	4400	30	132000
Material refractario	800	30	24000
Material aislante	900	15	13500
Chapas acero inoxidable	700	40	28000
Suma total			<hr/> 3197500

1.3 HELIOSTATOS

Elemento	Cantidad	Precio unitario (€/ud)	Precio total (€)
Hormigón	9200	60	552000
Espejos	4596	2500	11490000
Mecanismos de dirección	4596	2000	9192000
Estructura	4596	350	1608600
Suma total			<hr/> 22842600

1.4 ELEMENTOS DE LA CENTRAL

Elemento	Cantidad	Precio unitario (€/ud)	Precio total (€)
Conjunto bombas de circulación	1	135000	135000
Intercambiador de calor	1	3600000	3600000
Turbina y condensador	1	3825000	3825000
Circuito de tuberías	1	720000	720000
Suma total			<hr/> 8280000

1.5 SUMA DE PARTIDAS

Partida	Precio (€)
Terreno	4500000
Receptor	3197500
Heliostatos	22842600
Elementos de la central	8280000
Suma total	<hr/> 38820100

El presupuesto de ejecución de material asciende a treinta y ocho millones ochocientos veinte mil cien euros.

Santander 04/02/2015

El ingeniero industrial

2 PRESUPUESTO DE EJECUCIÓN POR CONTRATA

Presupuesto de ejecución de material	38820100 €
Gastos generales (13-17%)	5046613 €
Beneficio (6-10%)	2329206 €
	<hr/>
IVA (21%)	46195919
Presupuesto de ejecución por contrata	55897062 €

El presupuesto de ejecución de por contrata asciende a cincuenta y cinco millones ochocientos noventa y siete mil sesenta y dos euros.

Santander 04/02/2015

El ingeniero industrial

3 PRESUPUESTO PARA CONOCIMIENTO DE LA ADMINISTRACIÓN

Presupuesto de ejecución por contrata	55897062
Gastos de redacción del proyecto	2000 €
Gastos de tramitación del proyecto	2500 €
Presupuesto para conocimiento de la administración	<hr/> 55900562 €

El presupuesto para conocimiento de la administración asciende a cincuenta y cinco millones novecientos mil sesenta y dos euros.

Santander 04/02/2015

El ingeniero industrial

ANEXO A: PROGRAMACIÓN

ÍNDICE

1	SUBROUTINAS PROGRAMADAS.....	101
1.1	SUBROUTINA CENTRAL SOLAR.....	101
1.2	SUBROUTINA CAMPO NORTE ANILLOS	102
1.3	SUBROUTINA RAYOS REFLEJADOS.....	103
1.4	SUBROUTINA HORAS DE LUZ	104
1.5	SUBROUTINA ANGULO HORARIO	104
1.6	SUBROUTINA VECTORES	105
1.7	SUBROUTINA VÉRTICES.....	105
1.8	SUBROUTINA BASE HELIOSTATO	106
1.9	SUBROUTINA SUBCONJUNTO APANTALLAMIENTO.....	107
1.10	SUBROUTINA VERTICES EXTREMOS.....	107
1.11	SUBROUTINA RECTAS VERTICES	108
1.12	SUBROUTINA SUBCONJUNTO SOMBRA	108
1.13	SUBROUTINA PUNTO INTERSECCION	109
1.14	SUBROUTINA AREA POLIGONO DISCONTINUO.....	110
1.15	SUBROUTINA SOMBRA APANTALLAMIENTO	110
1.16	SUBROUTINA FACTOR INCIDENCIA.....	112
1.17	SUBROUTINA ÁREA RECEPTOR	113
1.18	SUBROUTINA PUNTOS EXTREMOS	114
1.19	SUBROUTINA VÉRTICES RECEPTOR.....	114

1 SUBROUTINAS PROGRAMADAS

1.1 SUBROUTINA CENTRAL SOLAR

```

function [j areas_medias_eficaces Pc V area_mediadia amax delta]
...=central_solar(di,id,df,latitud,anillos,alfa_campo,rmin,l,d_seg,dr,Hh,Ht)
cont=0;areas_medias_eficaces=0;
pext=0;pextcomp=zeros(4,3,2);
lambda=latitud*pi/180;
%Cálculo de la posición del los espejos en el plano del terreno
[P Pc r]=campo_norte_anillos(anillos,alfa_campo,rmin,d_seg,dr,Hh);j=length(P);
%Cálculo de los vectores T: Rayos reflejados hacia el receptor
[T ang_t]=rayos_reflejados(P,Ht,Hh);
%Cálculo del plano del receptor
[Plr]=plano_receptor(j,Pc,Ht,Hh);
d=0;ih=intervalo entre instantes de cálculo deseado;
[dia intluz hin hfn t_s delta]=horas_luz(di,df,id,ih,lambda);
area_mediadia=zeros(length(dia),4);
for dia=di:id:df
    d=d+1;h=0;
    i=8:ih:16;
    %i=hin(d):ih:(hfn(d)-ih); (Se utilizará esta línea en lugar de la anterior si
se desea acotar el cálculo desde la hora de salida del Sol hasta la hora en que se
esconde)
    area_dia=zeros(length(i),1);
    %vector donde se almacena el área útil del campo para cada
Ar=0;
    for hora=8:ih:12
        [tau hf]=angulo_horario(hora,t_s(d));
        if hf==1
            cont=cont+1;%Número total de veces que se realiza el calculo
            h=h+1; %Número de horas en el día de calculo
            %Vectores que definen la orientación
            del=delta(d);
            [s N ang_n]=vectores(j,P,Pc,lambda,del,tau,T,ang_t);
            %Coordenadas de los vértices de los espejos (C) y plano que definen
            %(Plano)
            [C Plano]=vertices(j,Pc,ang_n,l,N);
            %El sistema de coordenadas asociado (Base_heliostato)
            [Base_heliostato]=base_heliostato(j,C,N);
            %Subconjunto de espejos que apantallan a otros
            [B_a]=subconjunto_apantallamiento(j,Pc,P,T,C,Plano,r);
            %Área sombreada y/o apantallada de cada heliostato en ese instante
            [areas_no_interferidas]=sombra_apantallamiento
            ... (s,T,Pc,P,r,l,C,Plano,Base_heliostato,B_a);
            [areas_eficaces]=f_incidencia(N,s,areas_no_interferidas);
            areas_medias_eficaces=areas_medias_eficaces+areas_eficaces;
            A=sum(areas_eficaces);Ar=Ar+A*ih;
            area_dia(h)=A; %Área total del campo en una hora-día dado
            %Cálculo de los vértices del receptor y el plano que los contiene
            figure(3),pextcomp(:,:,1)=pext;
            %Se guardan los puntos intersección más extremos según la última
            iteración
            [pext]=area_receptor(j,C,Pc,T,Plr);
            %del conjunto de intersecciones de los rayos reflejados con el área
            del receptor, pext selecciona los extremos (aquellos más alejados del
            origen de coordenadas)
            pextcomp(:,:,2)=pext;
            [pext]=puntos_extremos(pextcomp);
        end
    end
end
a=sum(area_dia);figure(5),title('Area'),hold on,plot(i,area_dia,'m*'),
area_mediadia(d,:)=a intluz(d) dia];
end
%%CÁLCULO DE LOS VERTICES DEL RECEPTOR PARA QUE ABARQUE TODOS LOS RAYOS
%%REFLEJADOS

```

```

n_r=Plr(1:3);
vh=[1 0 0];vv=[0 -n_r(3) n_r(2)];
%Al final del proceso, en pext se tienen los puntos mas alejados del centro del
receptor donde se refleja la luz
[V]=vertices_receptor(pext,vv,vh,Plr);
figure(3),plot3([V(:,1); V(1,1)],[V(:,2);V(1,2)],[V(:,3);V(1,3)], 'b');
%%REPRESENTACIÓN DEL AREA EFICAZ DE CADA HELIOSTATOS
areas_medias_eficaces=areas_medias_eficaces/cont;
figure(2), hold on
amax=l^2;
areas=areas_medias_eficaces;
for i=1:j
    if amax>=areas(i) && areas(i)>0.95*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[1 0 0], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.95>=areas(i) && areas(i)>0.9*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[1 0.298 0], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.9>=areas(i) && areas(i)>0.85*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[1 0.463 0], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.85>=areas(i) && areas(i)>0.8*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[1 0.573 0], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.8>=areas(i) && areas(i)>0.75*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[1 0.667 0], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.75>=areas(i) && areas(i)>0.7*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[1 0.749 0], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.7>=areas(i) && areas(i)>0.65*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[1 0.827 0], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.65>=areas(i) && areas(i)>0.6*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[1 0.91 0], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.6>=areas(i) && areas(i)>0.55*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[1 1 0], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.55>=areas(i) && areas(i)>0.5*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[0.816 0.984 0], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.5>=areas(i) && areas(i)>0.45*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[0.647 0.973 0], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.45>=areas(i) && areas(i)>0.4*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[0.431 0.953 0], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.4>=areas(i) && areas(i)>0.35*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[0 0.906 0.059], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.35>=areas(i) && areas(i)>0.3*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[0 0.859 0.514], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.3>=areas(i) && areas(i)>0.25*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[0.004 0.792 0.827], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.25>=areas(i) && areas(i)>0.2*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[0.043 0.494 0.843], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.2>=areas(i) && areas(i)>0.15*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[0.071 0.31 0.855], 'MarkerSize',9);
    elseif amax*0.15>=areas(i) && areas(i)>0.1*amax
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[0.106 0.106 0.867], 'MarkerSize',9);
    else
        plot(Pc(i,1),Pc(i,2), '*', 'color',[0.275 0.078 0.863], 'MarkerSize',9);
    end
end
end
title('Area eficaz media de los espejos a lo largo del año')

```

1.2 SUBROUTINA CAMPO NORTE ANILLOS

```

function [P Pc r i]=campo_norte_anillos(n,alfa_campo,rmin,c,dr,Hh)
%ENTRADAS
%n = numero de anillos del campo
%alfa_campo = Angulo del sector de circunferencia donde se encuentra el
%campo
%rmin = distancia entre la base de la torre y la primera línea de heliostatos
%c = distancia mínima entre centros de heliostatos
%consecutivos en un mismo anillo
%dr = distancia entre radios de anillos

```

```

%Hh = altura del centro del heliostato
%SALIDAS
%r = vector de los radios
%P=[theta r];
%Pc = [x y z];
%i = Número total de heliostatos
%Las coordenadas de la base de la torre serán (0,0), y se definirán
circunferencias concéntricas con ese centro para fijar los anillos de
heliostatos

P=[];
r=rmin:dr:(n-1)*dr+rmin;
theta=zeros(n,1);%se define para que la cuerda sea igual en todo momento
%alfa_campo=asin(c2/(2*c1));%en radianes
alfa_campo=alfa_campo*pi/180;
hold on, figure(1)
for k=1:n %el bucle se repite para cada radio
    theta(k)=2*asin(c/(2*r(k)));
    j=alfa_campo/(2*theta(k));j=floor(j);
    %Número de ángulos enteros que entran en el radio k (mitad)
    polar(0+pi/2,r(k),'*');
    P=[P;0+pi/2 r(k)];
    for m=1:j
        t=theta(k)*m+pi/2;
        %Se suma pi/2 para hacer coincidir las referencias de Matlab
        %Con las que se usaron para el cálculo de beta_s (medida respecto a la
        dirección norte)
        polar(t, r(k),'*'),polar(pi-t,r(k),'*')
        P=[P;pi-t r(k); t r(k)];
    end
    %dibujo de la malla (líneas) OPCIONAL
    %radio=linspace(r(k),r(k),100);phi=linspace(0,acm,100);
    %polar(phi+pi/2,radio,'-'),polar(pi/2-phi,radio,'-')

end
xlabel('Ejex (E)'),ylabel('Ejey (N)')

%Para usar la función quiver3 y dibujar los vectores n, la matriz que
%define las coordenadas de los heliostatos sobre el suelo ha de estar en
%coordenadas cartesianas:
i=length(P);x=zeros(i,1);y=x;
z=Hh*ones(i,1);
for b=1:i
    phi=P(b,1);ro=P(b,2);
    x(b)=ro*cos(phi);y(b)=ro*sin(phi);
end
Pc=[x y z];

```

1.3 SUBROUTINA RAYOS REFLEJADOS

```

function [T ang_t]=rayos_reflejados(P,Ht,Hh)
%Esta funcion calcula los vectores cuya dirección es la de los rayos
%reflejados (Centro del heliostato->Centro del receptor) y modulo unitario

%ENTRADAS
%P = Matriz de las coordenadas de los centros de los heliostatos sobre
%el terreno
%Ht = Altura a la que se encuentra el receptor
%Hh = Altura de los centros de los heliostatos sobre el suelo
%SALIDAS
%T = Matriz de tres columnas y tantas filas como heliostatos en la que
%se almacenan los vectores que coincidirían con los rayos
reflejados
%ang_t = Matriz de dos columnas y tantas filas como heliostatos donde

```

```

        %se almacenan los angulos que forman los vectores T con los ejes
        %coordenados
dh=Ht-Hh;
theta_t=atan(P(:,2)./dh);beta_t=pi/2-P(:,1);stt=sin(theta_t);
T=[-stt.*sin(beta_t) -stt.*cos(beta_t) cos(theta_t)];
ang_t=[theta_t beta_t];

```

1.4 SUBROUTINA HORAS DE LUZ

```

function [dia intluz hin hfn t_s delta]=horas_luz(di,df,id,inthoras,lambda)
%Esta función calcula las horas de amanecida y anohecida para un intervalo
%de días dado

%ENTRADAS
    %di = Primer día de calculo
    %id = Intervalo entre días de calculo
    %df = Último día de cálculo
    %inthoras = Intervalo entre instantes de calculo
    %lambda = Latitud del lugar (radianes)
%SALIDAS
    %dia = Vector de los números de días que se han calculado
    %hin = Vector de las horas de amanecida de los días de calculo
    %hfn = Vector de las horas de anohecida de los días de calculo
    %t_s = Vector de los ángulos horarios de salida del Sol
    %delta = Vector de las declinaciones medias de los días de calculo

rts=180/pi;str=pi/180;
dia=(di:id:df)';
delta=asin(sin(23.45*str)*cos((dia-172)*2*pi/365));
t_s=acos(-tan(lambda)*tan(delta))*rts;
hin=12-t_s./15;
hfn=12+t_s./15;
hluz=hfn-hin;
intluz=floor(hluz./inthoras);

```

1.5 SUBROUTINA ANGULO HORARIO

```

function [tau hf]=angulo_horario(hora,t_s)
if hora==12
    hora=11.99;
end
%ENTRADAS
    %hora =hora del día en formato 24h
    %t_s = Ángulo de salida del Sol
%SALIDAS (en grados sexagesimales)
    %tau = Ángulo horario
%OTRAS VARIABLES UTILIZADAS
    %hf = variable auxiliar para estructura if (dentro o fuera de horas de
funcionamiento)
%la hora en formato 24h
tau=(hora-12)*15;%tau_salida=real(tau_salida);
if abs(tau)<abs(t_s)
    % disp('En horas de funcionamiento')
    hf=1;
else
    % disp('Fuera de horas de funcionamiento')
    hf=0;
end
%Todos los ángulos salida están en grados sexagesimales

```

1.6 SUBROUTINA VECTORES

```
function [s N ang_n]=vectores(j,P,Pc,lambda,delta,tau,T,ang_t)
%ENTRADAS
    %P = [theta r] es una matriz que contiene las posiciones de los heliostatos
    (theta>=0) sobre el plano, con origen de coordenadas en la base del receptor
    %Pc = contiene los mismos puntos que la matriz P en coordenadas cartesianas
    %Ht = altura de la torre
    %Hh = altura del heliostato
    %lambda = Latitud; delta = Declinación media del día; tau = Angulo horario
%SALIDAS
    %Matrices que contienen los vectores:
        % S: posición del sol en cada momento
        % T: posición del heliostato respecto al receptor
        % N: vector perpendicular al heliostato
%Los ángulos theta se miden respecto a la vertical y los beta respecto a la
%dirección norte
str=pi/180;la=lambda;d=delta;tau=tau*str;
N=zeros(j,3);ang_n=zeros(j,2);

%%%VECTORES CON LA DIRECCION DE LOS RAYOS SOLARES Y SENTIDO INVERSO (S)
%La posición del sol viene definida con los ángulos de entrada:
%Lambda(latitud), Delta(dia) y Tau(hora)
theta_s=acos(sin(d)*sin(la)+cos(d)*cos(la)*cos(tau)); sts=sin(theta_s);

beta_s=asin(sin(tau)/sin(theta_s)*cos(d));
s=[-sts*sin(beta_s) -sts*cos(beta_s) cos(theta_s)];o=ones(j,1);
s1=s(1).*o;s2=s(2).*o;s3=s(3).*o;S=[s1 s2 s3];

%%%VECTORES CON ORIGEN EN EL CENTRO DE CADA HELIOSTATO Y FIN EN EL
%%%RECEPTOR (T)
for a=1:j
    %%%VECTORES QUE DEFINEN LA POSICION DEL HELIOSTATO (N)
    stt=sin(ang_t(a,1));beta_t=ang_t(a,2);theta_t=ang_t(a,1);
    theta_n=atan(sqrt(sts^2+stt^2+2*stt*sts*cos(beta_t-
    ...beta_s))/(cos(theta_s)+cos(theta_t)));

beta_n=atan((sts*sin(beta_s)+stt*sin(beta_t))/(sts*cos(beta_s)+stt*cos(beta_t))
...);
    N(a,:)=[-sin(theta_n)*sin(beta_n) -sin(theta_n)*cos(beta_n) cos(theta_n)];
    ang_n(a,:)=[theta_n beta_n];
end

% grid on, hold on,xlabel('Ejex (E)'),ylabel('Ejey (N)'),zlabel('Ejez
(Vertical)')
% quiver3(Pc(:,1),Pc(:,2),Pc(:,3),T(:,1),T(:,2),T(:,3),'c')
% quiver3(Pc(:,1),Pc(:,2),Pc(:,3),S(:,1),S(:,2),S(:,3),'g')
% quiver3(Pc(:,1),Pc(:,2),Pc(:,3),N(:,1),N(:,2),N(:,3),'r')
```

1.7 SUBROUTINA VÉRTICES

```
function [C Plano]=vertices(j,Pc,ang_n,l,N)
%ENTRADAS
    %Pc = La matriz contiene las coordenadas de los centros de los heliostatos
    en cartesianas [x y z]
    %N = La matriz contiene los vectores perpendiculares a la superficie
    %de los heliostatos en el momento de calculo
    %l = Lado del heliostato
    %ang_n = Vector de j filas y 2 columnas que almacena [theta_n beta_n]
%SALIDAS
    %Plano = Tiene almacenado en su fila i, el plano que define el
    %heliostato i: Plano = [A B C D]; Ax+By+Cz+D=0
```

```

%C (4x3xj) = En esta matriz tridimensional se almacenan las coordenadas de
%los vértices de los heliostatos de la siguiente forma:
%El número de heliostatos avanza con el número de páginas, en las
tres columnas se almacena las tres coordenadas (x,y,z) de los puntos
y el numero de fila coincide con el numero de esquina

Plano=zeros(j,4);C=zeros(4,3,j);lm=1/2;
for i=1:j
    %Coordenas de las esquinas en el sistema de coordenadas original;
    theta_n=ang_n(i,1);beta_n=ang_n(i,2);
    C(1,:,i)=Pc(i,:)+lm*[(cos(beta_n)-sin(beta_n)*cos(theta_n)) (-
...sin(beta_n)-cos(beta_n)*cos(theta_n)) -sin(theta_n)];
    C(2,:,i)=Pc(i,:)+lm*[(cos(beta_n)+sin(beta_n)*cos(theta_n)) (-
...sin(beta_n)+cos(beta_n)*cos(theta_n)) sin(theta_n)];
    C(3,:,i)=Pc(i,:)+lm*[(-cos(beta_n)+sin(beta_n)*cos(theta_n)) -
...(sin(beta_n)+cos(beta_n)*cos(theta_n)) sin(theta_n)];
    C(4,:,i)=Pc(i,:)+lm*[(-cos(beta_n)+sin(beta_n)*cos(theta_n))
...(sin(beta_n)-cos(beta_n)*cos(theta_n)) -sin(theta_n)];

    %Plano que define el heliostato i
    d=-N(i,:)*Pc(i,:)';
    Plano(i,:)=[N(i,:) d];
    %Ax+By+Cz+D=0,[A B C] = Componentes del vector director
end

```

1.8 SUBROUTINA BASE HELIOSTATO

```

function [Base_heliostato]=base_heliostato(j,C,N)
%Esta funcion calcula un sistema de ejes coordenados con origen en el
%centro del heliostato, dos vertices paralelos a sus lados y uno
%perpendicular al plano que lo define

%ENTRADAS
    %j = Numero de heliostatos en el campo
    %C (4x3xj) = En esta matriz tridimensional se almacenan las coordenadas de
los vértices de los heliostatos de la siguiente forma:
    %El número de heliostatos avanza con el número de páginas, en las
tres columnas se almacena las tres coordenadas (x,y,z) de los
puntos, y el numero de fila coincide con el numero de esquina
    %N = La matriz contiene los vectores perpendiculares a la superficie
%de los heliostatos en el momento de cálculo

%SALIDAS
    %Base_heliostato = Es una matriz que tiene una página por heliostato;
%en las columnas de la pagina (i) columnas se almacenan los
%vectores que definirán el sistema de coordenadas utilizado
%para calcular las sombras sobre el heliostato (i); la
%columna 1 corresponde a un vector paralelo al suelo y a uno de
%los lados del heliostato (i), la columna 3, a un vector
%paralelo al vector (N(i,:)) y la columna 2, a un vector
%perpendicular a los dos anteriores (paralelo al otro lado del
%heliostato)

Base_heliostato=zeros(3,3,j);
for i=1:j
    %Dirección del segmento que une las dos esquinas inferiores
    eje1=C(1,:,i)-C(4,:,i);eje1=eje1/norm(eje1);
    %Dirección del segmento que une las dos esquinas que quedan más al este
    eje2=C(2,:,i)-C(1,:,i);eje2=eje2/norm(eje2);
    Base_heliostato(:, :, i)=[eje1' eje2' N(i,:)'];
end

```

1.9 SUBROUTINA SUBCONJUNTO APANTALLAMIENTO

```

function [B]=subconjunto_apantallamiento(j,Pc,P,T,C,Plano,r)
%Los apantallamientos que aparecen en el campo de heliostatos son simepre
%iguales.

%ENTRADAS
    %P = Matriz que contiene en sus filas las coordenadas de los heliostatos en
    el plano en polares [theta r]
    %Pc = Matriz que contiene en sus filas las coordenadas de los centros de los
    heliostatos en coordenadas cartesianas [x y z]
    %T = Matriz que almacena en sus filas las componentes de los rayos
    reflejados por cada heliostato en dirección a la torre
    %C = (4,3,j) matriz que contiene las coordenadas de los vértices de los
    %heliostatos
    %Plano = Matriz que contiene en cada fila j el plano que contiene a la
    %superficie del heliostato j
    %r = Vector que contiene los radios de los anillos

%SALIDA
    %B (jxj) = La matriz B tiene una columna por cada heliostato del campo
    %'a', mismo número de filas, En la columna 'a', fila 'b' se encontrará el
    %valor unidad si el heliostato 'b' apantalla al 'a'

%Heliostato a = El apantallado. En la columna a de la matriz aparecerán
%señaladas con '1' las filas correspondientes con los heliostatos que
%interfieran con él.
drh=r(2)-r(1);%Distancia radial entre heliostatos
B=zeros(j);
for a=1:j
    %Límites en el plano
    v=T(a,:);%Vector director de las rectas
    rtmin=P(a,2)-drh;rtmax=P(a,2);
    E=C(:, :, a);centro=Pc(a,:);[ind1 ind2]=vertices_extremos(v,E,centro);
    R=[v(2) -v(1) -v(2)*C(ind1,1,a)+v(1)*C(ind1,2,a);
        v(2) -v(1) -v(2)*C(ind2,1,a)+v(1)*C(ind2,2,a)];
    Pl=Plano(a,:);
    for b=1:j
        for k=1:4
            xkb=C(k,1,b);ykb=C(k,2,b);zkb=C(k,3,b);
            r2=C(k,1:2,b)*C(k,1:2,b)';
            %Cuadrado del radio en el que se encuentra la esquina
            if r2>=rtmin^2 && r2<=rtmax^2 && xkb>=(-(R(1,3)+R(1,2)*ykb)/R(1,1))
...&& xkb<=(-(R(2,3)+R(2,2)*ykb)/R(2,1)) && zkb>(-
...(Pl(4)+Pl(2)*ykb+Pl(1)*xkb)/Pl(3))
            %Condición radial: x^2+y^2
            %x>=-(c1+b1*y)/a1; x<=-(c2+b2*y)/a2
            %z>-(D+B*y+A*x)/C %el plano del heliostato 'b' tiene que
            %estar por encima del de 'a'
            B(b,a)=1;
        end
    end
    B(a,a)=0;
end
end

```

1.10 SUBROUTINA VERTICES EXTREMOS

```

function [ind1 ind2]=vertices_extremos(s,E,centro)
%Esta matriz calcula de las cuatro esquinas del heliostato a, por cuales
%han de pasar las rectas de dirección s que limitarán la zona de los
%heliostatos que pueden hacerle sombra
%ENTRADAS
    %centro(1,3) = Coordenadas del centro del heliostato a

```

```

    %E (4,3) = Matriz que contiene las coordenadas de las esquinas del heliostato
    %A
    %SALIDAS
    %Índices de los vértices extremos
    %Calcular recta que pasa por el centro del heliostato con la dirección del
    vector s
    d=zeros(4,1);
    %Cálculo de la distancia
    for k=1:4
        w=E(k,:)-centro; %fila
        d(k)=norm(w-(w*s').*s);
        %distancia entre una línea con la dirección del vector s que pasa por el
        %centro del heliostato y las esquinas del heliostato
    end
    %Ordenando las componentes en orden ascendente
    [dist,ind1]=max(d);
    d(ind1)=0;
    %Se elimina la máxima componente para hallar seguidamente la siguiente más
    %grande
    [dist,ind2]=max(d);
    E=[E(ind1,:);E(ind2,:)];
    %Comprobar que esquina es la que se encuentra más al Oeste, y colocarla la
    primera(ind1)en caso de que no lo sea ya
    [dist ind]=min(E(:,1));
    if ind==2
        i=ind1;
        ind1=ind2;
        ind2=i;
    end
end

```

1.11 SUBROUTINA RECTAS VERTICES

```

function [Plano1 Plano2]=rectas_vertices(C,v)
%Esta función calcula las rectas que salen de cada esquina de los
%heliostatos con la dirección del vector v, definidas por dos planos
%(Plano1 y Plano2)
%ENTRADAS
    %C (4x3xj) = Contiene los puntos por los que han de pasar las rectas
    en sus filas
    %v = Es el vector director de las rectas
%SALIDAS
    %Plano1 y Plano2 (4x4xj) = Cada uno tiene en su página i, fila k, uno
    de los planos que definen la recta que pasa por la esquina k del
    heliostato i con dirección v

m=size(C);
j=m(3);
%j = numero de heliostatos
Plano1=zeros(4,4,j);Plano2=Plano1;
for i=1:j
    for k=1:4
        Plano1(k,:,i)=[v(2) -v(1) 0 C(k,2,i)*v(1)-v(2)*C(k,1,i)];
        Plano2(k,:,i)=[v(3) 0 -v(1) C(k,3,i)*v(1)-v(3)*C(k,1,i)];
    end
end
end

```

1.12 SUBROUTINA SUBCONJUNTO SOMBRA

```

function [B]=subconjunto_sombra(P,Pc,a,C,Pl,rsmín,rsmáx,s)
%Esta función calcula el subconjunto de espejos B que pueden hacer sombra a A
%Por las esquinas del heliostato A se hacen pasar dos planos verticales y
%paralelos al vector s, si alguna de las esquinas de un posible
%heliostato b esta dentro de esos límites, se considerará parte del
%subconjunto, se van a considerar únicamente la propia fila y 'rad' por delante

```

```

%ENTRADAS
  %P = Matriz de las posiciones de los heliostatos en el plano en
      %polares (Pc expresa lo mismo en cartesianas)
  %a = Heliostato sobre el que se están calculando las sombras
  %C = Matriz que contiene las coordenadas de las esquinas de los
      %heliostatos
  %Pl = Vector que contiene los coeficientes de la ecuación del plano
      %del heliostato 'a'
  %rsmin = Distancia radial mínima
  %rsmax = Distancia radial máxima
  %s = Vector sol en el momento determinado
%SALIDAS
  %B (j,1) = Subconjunto de heliostatos B que pueden sombrear a A, si
      %el heliostato b se encuentra en dicho subconjunto, si
      %correspondiente fila se rellenara con un 1, si no será un 0

  %Se pueden obviar las componentes verticales, con lo que se
  %trabajaría con la intersección de los planos con el suelo (dos
  %rectas en el plano)

  %Cálculo de las esquinas extremas por las que pasarán las rectas
  E=C(:, :, a);centro=Pc(a, :);[ind1 ind2]=vertices_extremos(s,E,centro);
  %Rectas en el plano que limitan el subconjunto, (ind1 corresponde
  %siempre a la esquina situada mas al oeste)
  R=[s(2) -s(1) -s(2)*C(ind1,1,a)+s(1)*C(ind1,2,a);
      s(2) -s(1) -s(2)*C(ind2,1,a)+s(1)*C(ind2,2,a)];
  j=length(P);B=zeros(j,1);
      for b=1:j
          for k=1:4
              xb=C(k,1,b);yb=C(k,2,b);zb=C(k,3,b);
              r2=(C(k,1:2,b)*C(k,1:2,b)');
              %r2=x^2+y^2 = condicion radial
              if r2>=rsmin^2 && r2<=rsmax^2 && xb>=(-
... (R(1,3)+R(1,2)*yb)/R(1,1)) && xb<=(-(R(2,3)+R(2,2)*yb)/R(2,1)) && zb>(-
... (Pl(4)+Pl(2)*yb+Pl(1)*xb)/Pl(3))
              %Condición Radial: rad es el límite mínimo, y P(a,2)
              %el límite máximo
              %Condición 2: x>=-(c1+b1*y)/a1 (Recta más al oeste);
              %x<=-(c2+b2*y)/a2 tal que el punto (x,y) quede
              %entre ambas rectas
              %Condición de altura: z (de la esquina a considerar tiene
              %que ser mayor que la altura del plano del
              %heliostato 'a' en ese punto del plano del terreno)
              z>=-(D+B*y+A*x)/C
          B(b)=1;
          end
          end
          end
      B(a)=0;

```

1.13 SUBROUTINA PUNTO INTERSECCION

```

function [I]=punto_interseccion(Pl,P11,P12)
%Esta matriz calcula la intersección de las rectas salientes de las
%esquinas de los heliostatos b, con el plano que define el heliostato a

%ETRADAS = Tres planos, se halla su punto intersección
  %Pl = Plano de la superficie del heliostato a
  %P11, P12 = Definen la recta saliente de la esquina del heliostato b
%SALIDAS
  %I = Punto intersección de los tres planos (vec. columna)
  %Hay que tener en cuenta que los valores de entrada para ref han de ser:
  %rref([A B C -D])

```

```
P1(4)=-P1(4);P11(4)=-P11(4);P12(4)=-P12(4);
B=[P1;P11;P12];I=rref(B);I=I(:,4);
```

1.14 SUBROUTINA AREA POLIGONO DISCONTINUO

```
function [area_ns]=area_poligono_discontinuo(xc,yc)
%Dado el polígono o conjunto de polígonos definido en (xc yc), calcular su
%área. No se calcula con polyarea porque hay casos en los que el polígono
%no es continuo, si no que está formado por un conjunto de ellos

%ENTRADAS
%xc,xy = Definen los vértices de la zona no sombreada del heliostato A
%SALIDAS
%área = Escalar en el que se van sumando la o las áreas de dicha zona
%no sombreada

i=length(xc);area_ns=0;k=1;
for v=(k+1):i
    if xc(k)==xc(v) && yc(k)==yc(v)
        area_ns=area_ns+polyarea(xc(k:v),yc(k:v));
        %fill(xc(k:v),yc(k:v),'y')
        k=v+2;
        if k>=i
            break
        end
    end
end
end
```

1.15 SUBROUTINA SOMBRA APANTALLAMIENTO

```
function [areas]=sombra_apantallamiento
... (s,T,Pc,P,r,l,C,Plano,Base_heliostato,B_a)
%Las sombras se producen donde unos espejos se interponen en la trayectoria
%de los rayos solares y les impiden alcanzar otros

%Los apantallamientos se producen donde un espejo se interpone en la
%trayectoria de los rayos reflejados por otro, impidiéndoles alcanzar la
%torre

%ESTA FUNCION ESTA CALCULANDO EL AREA QUE QUEDA ÚTIL DE CADA HELIOSTATO
%DESPUÉS DE DESCONTAR LAS SOMBRAS Y APANTALLAMIENTOS

%ENTRADAS
%Pc = La matriz contiene las coordenadas de los centros de los heliostatos
en cartesianas [x y z]
%P = Coordenadas polares de los heliostatos en el plano
%T = La matriz contiene los vectores con la dirección del segmento que
%une el centro del heliostato con el receptor en la torre
%s = Vector que define la posición solar
%l = Lado del heliostato
%r = Vector que contiene los radios de los anillos
%Base_heliostato (3,3,j) = Es una matriz que tiene una página por heliostato
%en las columnas de la pagina (i) columnas se almacenan los
%vectores que definirán el sistema de coordenadas utilizado
%para calcular las sombras sobre el heliostato (i); la
%columna 1 corresponde a un vector paralelo al suelo y a uno de
%los lados del heliostato (i), la columna 3, a un vector
%paralelo al vector (N(i,:)) y la columna 2, a un vector
%perpendicular a los dos anteriores (paralelo al otro lado del
%heliostato)
%C (4,3,j) = En esta matriz tridimensional se almacenan las coordenadas de
los vértices de los heliostatos de la siguiente forma:
```

```

%El número de heliostatos avanza con el número de páginas, en las
tres columnas se almacena las tres coordenadas (x,y,z) de los puntos
y el numero de fila coincide con el numero de esquina
%Plano (j,1) = Tiene almacenado en su fila i, el plano que define el
%heliostato i: Plano = [A B C D]; Ax+By+Cz+D=0
%B_a (j,j) = La matriz tiene una columna por cada heliostato del campo
%'a', mismo número de filas, En la columna 'a', fila 'b' se
%encontrará el valor unidad si el heliostato 'b' apantalla al
%heliostato 'a'

%SALIDAS
%areas = Matriz (jx1), cada fila corresponde a un heliostato, contendrá
%el valor correspondiente al área útil del heliostato en la
%situación estudiada

%OTRAS VARIABLES
%d = Termino independiente de la ecuación del plano del heliostato i
%Plano1 y Plano2 = Tienen en su página i, fila k, los dos planos que
%definen la recta que pasa por la esquina k del heliostato i
%(pueden ser de dirección s(igual para todos los heliostatos) o
%dirección t(varia para cada heliostato))
%B_s (j,1) = Se genera uno diferente por cada heliostato 'a' estudiado,
%y cada una de sus filas corresponde a uno de los heliostatos
%del campo, si el heliostato i puede dar sombra a 'a' el valor
%de la columna i tendrá un 1, en caso contrario, un 0.En la
%función subconj_s se han impuesto las condiciones necesarias
%para calcular el subconjunto.

%Se pueden calcular antes de entrar en ningun bucle porque el vector s
%no varia
[Plano1_s Plano2_s]=rectas_vertices(C,s);
j=length(Pc);areas=(1*1)*ones(j,1);drh=r(2)-r(1);
for a=1:j
    %SOMBRA y APANTALLAMIENTO en paralelo
    %Se recalculan para cada heliostato a, ya que el vector t varia
    t=T(a,:);[Plano1_a Plano2_a]=rectas_vertices(C,t);Pl=Plano(a,:);
    %Cálculo de que heliostatos pueden sombrear a 'a'
    %Los heliostatos pueden dar sombra a aquellos que se encuentran
    %hasta dos anillos por detrás
    rsmin=(P(a,2)-
...2*drh);rsmax=P(a,2);[B_s]=subconjunto_sombra(P,Pc,a,C,Pl,rsmin,rsmax,s);
    Ints=zeros(4,3);Intb_srl=Ints;%o=zeros(3,1);
    %Pasar las coordenadas de las esquinas de 'a' al SR del propio 'a'
    for k=1:4
        %Los puntos de intersección par el heliostato 'a' serán sus
        %propias esquinas
        I=C(k,:,a)';
        Int_h=rref([Base_heliostato(:, :, a) I]);Ints(k,:)=Int_h(:,4)';
    end
    [xa ya]=poly2cw(Ints(:,1)',Ints(:,2)');xs=xa;ys=ya;
    %Con lo que en (xa,ya) ya se tiene guardado el área del heliostato
    %a, se irá restando el área que queda inutilizada de (xs,ys)
    for b=1:j
        %Si el heliostato b puede hacer sombra a 'a'
        if B_s(b)==1
            for k=1:4
                %Recta que pasa por la esquina k del heliostato
                %'b', con la dirección de s ---> intersecar con el
                %plano del heliostato 'a'
                Pl1=Plano1_s(k,:,b);Pl2=Plano2_s(k,:,b);
                [I]=punto_interseccion(Pl,Pl1,Pl2);
                %El punto se expresa en función de un nuevo sistema
                %de coordenadas definido para el heliostato
                %sombreado a
                %Int_h = Solo se utiliza como variable auxiliar

```

```

        Int_h=rref([Base_heliostato(:, :, a)
...I]);Ints(k,:)=Int_h(:,4)';
        end
        [xb yb]=poly2cw(Ints(:,1)',Ints(:,2)');
        %En (xb,yb) esta la proyección segun s del
        %heliostato 'b' sobre el plano del 'a'
        if sum(polybool('intersection',xa,ya,xb,yb))~=0
            %Solo dibuja si hay interseccion
            figure(a),title(['Sombra (verde) y Apantallamiento
...(rojo) Heliostato ',num2str(a)]),hold on
            %Como resultado, en (xb,yb) se tienen las esquinas de
            las proyecciones de las sombras del heliostato b sobre a
            [xs ys]=polybool('subtraction',xs,ys,xb,yb);
            %En (xs,ys) está definida el área del heliostato a,
            %que no está sombreada ni apantallada por el heliostato
            %'b' ni los anteriores
            [xo yo]=polybool('intersection',xa,ya,xb,yb);
            %
            %
            plot(xo,yo,'g-'), plot([xa xa(1)],[ya
...ya(1)],'b'),axis equal
            %En xo yo se guarda el área que apantalla el
            %heliostato b al 'a', y se rellena en color cian 'c'
            end
        end
        %Si el heliostato b puede apantallar a 'a'
        if B_a(b,a)==1
            for k=1:4
                Pl1=Plano1_a(k, :, b);Pl2=Plano2_a(k, :, b);
                [I]=punto_interseccion(Pl,Pl1,Pl2);
                Intb_srl(k,:)=I';
                Int_h=rref([Base_heliostato(:, :, a)
...I]);Ints(k,:)=Int_h(:,4)';
                end
                [xb yb]=poly2cw(Ints(:,1)',Ints(:,2)');
                %En (xb,yb) esta la proyección del plano de 'b'
                %según el vector t sobre el plano de 'a'
                if sum(polybool('intersection',xa,ya,xb,yb))~=0
                    figure(a),title(['Sombra (verde) y Apantallamiento
...(rojo) Heliostato ',num2str(a)]),hold on
                    [xs ys]=polybool('subtraction',xs,ys,xb,yb);
                    %
                    [xp yp]=polybool('intersection',xa,ya,xb,yb);
                    %
                    %
                    plot(xp,yp,'r-'),plot([xa xa(1)],[ya ya(1)],'b')
                    axis equal
                end
            end
        end
        areas(a)=area_poligono_discontinuo(xs,ys);
        if polyarea(xa,ya)==polyarea(xs,ys)
            areas(a)=1*1;
        end
    end
end

```

1.16 SUBROUTINA FACTOR INCIDENCIA

```

function [areasf]=f_incidencia(N,s,areasi)
%Esta función calcula el área eficaz de los heliostatos
%ENTRADAS
    %N = Vectores normales a las superficies de los heliostatos
    %s = Vector que indica la posición del Sol
    %areasi = Áreas no interferidas de los heliostatos
%SALIDAS
    %areasf = Áreas eficaces de los heliostatos (Considerando solo la que
    %ven los vectores s)
%OTRAS VARIABLES
    %fi = Para cada heliostato, es  $\cos(s^n)$  el coseno del ángulo formado por el

```

```

%vector s incidente y el vector normal al espejo, como ambos son
%unitarios, coincide con el producto escalar
fi=N*s';
areasf=areasi.*fi;

```

1.17 SUBROUTINA ÁREA RECEPTOR

```

function [pext]=area_receptor(j,C,Pc,T,Plr)
%Esta subrutina calcula las coordenadas de los puntos intersección de los
%rayos reflejados en el, seleccionando los más extremos para almacenarlos en (pext)

%ENTRADAS
    %j = Numero de heliostatos
    %C (4,3,j)= Matriz de las coordenadas de los vértices de los heliostatos
    %Pc (j,3)= Matriz de las coordenadas de los dentro de los heliostatos sobre
    el terreno
    %T (j,3)= Matriz de los vectores que unen Heliostato y Receptor
    %Plr (1,4)= Plano del receptor donde inciden los rayos reflejados
%SALIDAS
    %pext = Es una matriz que encuentra aquellos más alejados del centro del
    %receptor, del conjunto que hay en la matriz Int.
%OTRAS VARIABLES
    %Int (4,3,j)= Tiene una página por heliostato. Almacena las intersecciones
    %de los rayos solares más extremos (salientes de los vértices de los
    %heliostatos).
    %Plano (4,4) = Matriz donde se almacenan los planos inclinados que
    %delimitan el haz de rayos reflejados de un heliostato. Se
    %sobreescribe para cada uno.
    %punto (4,3) = Matriz de las coordenadas de los puntos de las
    %intersecciones de los haces de luz (Plano) con el plano del
    receptor
    %(Plr)

%Hallar los planos inclinados 16 minutos e intersecarlos ocn el plano del
receptor
Plano=zeros(4,4);punto=zeros(4,3);Int=zeros(4,3,j);
% figure(3)
for i=1:j
    t=T(i,:);
    for k=1:4
        %El plano se calcula hallando su vector normal m.
        %Para que el cálculo se realice correctamente también en el caso de
        %los vértices 4_1 (que no funcionarían para k_k+1):
        k1=k+1;
        if k==4
            k1=1;
        end
        %Para hallar el vector normal m, se resuelve el sistema A*m=a
        A=[0 -t(3) t(2);t(3) 0 -t(1);t(1) t(2) t(3)]; a=[C(k1,1:2,i)-C(k,1:2,i)
        ...cos((90-16/60)*pi/180)];
        m=A\a'; Plano(k,:)=[m' -m'*C(k,:,i)'];
        %Almacenando los planos que engloban el haz de luz
    end
    %Ahora, tomando los planos de 2 en 2 se intersecan con el plano del
    receptor:

    for k=1:4
        %Para que el cálculo se realice correctamente también en el caso de
        %los vértices 4_1 (que no funcionarían para k_k+1):
        if k==4
            k1=1;
        else
            k1=k+1;
        end
    end

```

```

        A=[Plr(1:3); Plano(k,1:3); Plano(k1,1:3)];B=-[Plr(4); Plano(k,4);
...Plano(k1,4)];
        [I]=rref([A B]);Int(k,:,i)=I(:,4)';punto(k,:)=I(:,4)';
    end
% hold on
%La matriz punto se necesita porque el comando plot no admite entradas de
más de dos dimensiones
% plot3(punto(:,1),punto(:,2),punto(:,3),'og')
end
%Hallar los puntos más extremos del conjunto
[pext]=puntos_extremos(Int);

```

1.18 SUBROUTINA PUNTOS EXTREMOS

```

function [pext]=puntos_extremos(Int)
%Dado el conjunto de puntos Int, se calcula cuáles de ellos son mas
%extremos (pext)
%ENTRADAS
%Int = contiene (un conjunto de puntos) la intersección de la esquina k del
heliostato i en la fila k de la pagina i
%SALIDAS
%pext = Almacena los puntos más extremos del conjunto que proporcione
%Int
%Valorar que PUNTOS quedan más alejados del centro del receptor
[xmin i1]=min(Int(:,1,:));[m i2]=min(xmin);f=i1(i2);c=i2;pxmin=Int(f,:,c);
[ymin i1]=min(Int(:,2,:));[m i2]=min(ymin);f=i1(i2);c=i2;pymin=Int(f,:,c);
[xmax i1]=max(Int(:,1,:));[m i2]=max(xmax);f=i1(i2);c=i2;pxmax=Int(f,:,c);
[ymax i1]=max(Int(:,2,:));[m i2]=max(ymax);f=i1(i2);c=i2;pymax=Int(f,:,c);
pext=[pxmin; pxmax; pymin; pymax];
plot3(pext(:,1),pext(:,2),pext(:,3),'r')

```

1.19 SUBROUTINA VÉRTICES RECEPTOR

```

function [V]=vertices_receptor(pext,vv,vh,Plr)
%ENTRADAS
%pext (4,3) = Puntos más extremos del conjunto de los que ha de recoger el
receptor.
%vv vh (1,3) = Vectores con la dirección de una de las rectas que limitan el
área del receptor
%Plr (4,1) = Plano del receptor
%SALIDAS
%V (4,3) = Vértices del receptor

%Para hallar los vértices del receptor se intersecaran tres planos:
%El propio del receptorPlr
%Uno que contenga a la recta horizontal correspondiente
%Uno que contenga a la recta vertical correspondiente
%Los planos se definen mediante su vector normal y un punto contenido,
%tener en cuenta que las rectas son perpendiculares entre sí

A=[Plr(1:3);vh;vv];V=zeros(4,3);
%En V se almacena los vertices del receptor en sentido horario
pxmin=pext(1,:);pxmax=pext(2,:);pymin=pext(3,:);pymax=pext(4,:);
lx=(pxmax(1)-pxmin(1))*0.05;ly=(pymax(2)-pymin(2))*0.05;
pxmin=pxmin-lx*vh;pxmax=pxmax+lx*vh;
pymin=pymin-ly*vv;pymax=pymax+ly*vv;
B=[-Plr(4);vh*pxmin';vv*pymax'];I=rref([A B]);I=I(:,4);V(3,:)=I';
B=[-Plr(4);vh*pxmin';vv*pymin'];I=rref([A B]);I=I(:,4);V(2,:)=I';
B=[-Plr(4);vh*pxmax';vv*pymax'];I=rref([A B]);I=I(:,4);V(4,:)=I';
B=[-Plr(4);vh*pxmax';vv*pymin'];I=rref([A B]);I=I(:,4);V(1,:)=I';

```

ANEXO B: COMPORTAMIENTO DEL CAMPO CONCENTRADOR

ÍNDICE

1	ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL CAMPO DE HELIOSTATOS	117
1.1	VARIACIÓN DEL AREA ÚTIL	117
1.1.1	Altura de la torre.....	117
1.1.2	Día del año	118
1.1.3	Hora del día.....	120
1.2	SOMBRAS Y APANTALLAMIENTOS.....	124
1.2.1	Altura de la torre	124
1.2.2	Día del año	125
1.2.3	Hora del día.....	127

1 ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL CAMPO DE HELIOSTATOS

A partir del programa que se ha diseñado, se pueden hallar numerosas representaciones que permitan analizar el comportamiento del campo concentrador. A continuación se van a comparar diferentes situaciones variando algunos parámetros y observar los resultados obtenidos.

1.1 VARIACIÓN DEL AREA ÚTIL

En este apartado los resultados se presentan mediante una imagen de la mitad oeste del campo, para un instante o periodo de tiempo determinado. La representación es un esquema de la distribución de los heliostatos sobre el terreno, tal que sus centros se simbolizan con asteriscos cuyo color es función del área útil del que disponen en esas circunstancias. El color rojo se asocia al área máxima y se degrada hacia el azul a medida que esta disminuye.

1.1.1 Altura de la torre

Se presentan dos imágenes para un campo de 72 anillos que abarca 70°, con un radio mínimo de 65 m, el cálculo se ha realizado para el solsticio de verano a las 10 de la mañana; la diferencia entre ambas es la altura de la torre, en el primer caso el receptor se encuentra a una altura de 100 m y en el segundo de 200 m.

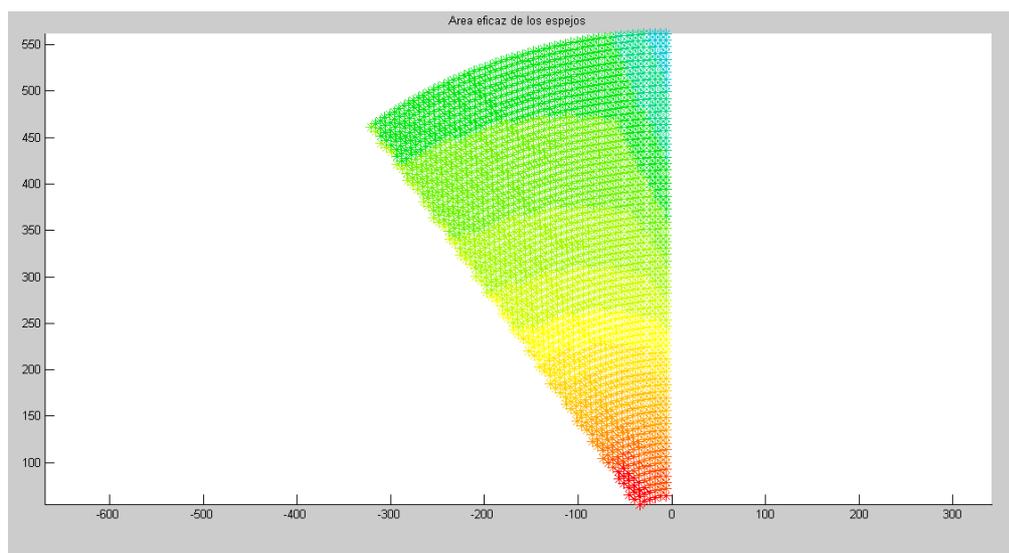


Figura 12: Esquema de la mitad del campo concentrador, representando el área eficaz para el día 173, a las 10 am, con una altura de torre de 100 m

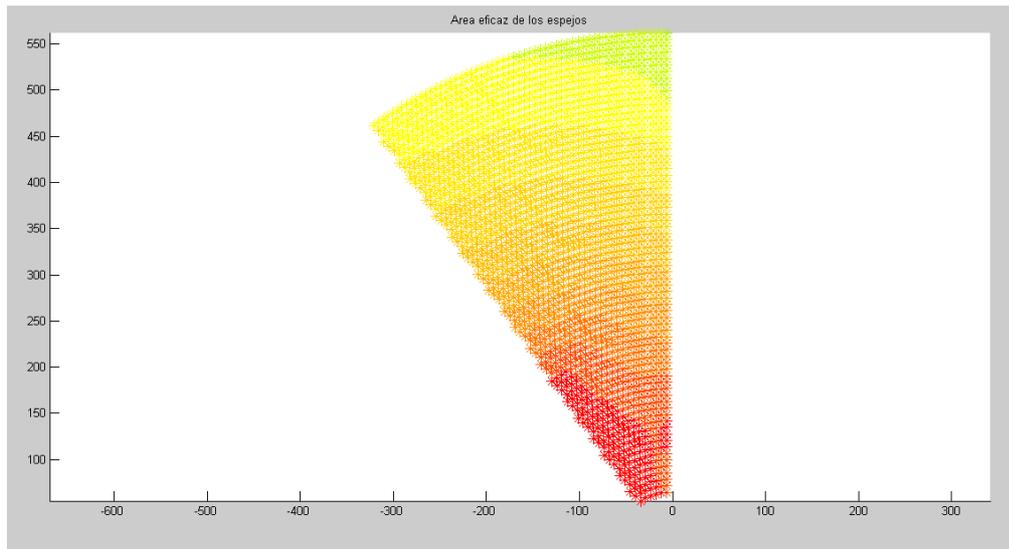


Figura 13: Esquema de la mitad del campo concentrador, representando el área eficaz para el día 173, a las 10 am, con una altura de torre de 200 m

La diferencia entre ambas representaciones es notable. Para el segundo caso, mayor altura, se observa un área eficaz mayor para todos los heliostatos si se compara con el anterior. La eficacia del campo puede expresarse como:

$$\varepsilon = \frac{A_{eficaz}}{A_{instalada}}$$

Su valor aumentará al aumentar la altura de la torre, sin embargo ya se ha definido el concepto de altura máxima, aquella a partir de la cual la velocidad a la que aumenta el área eficaz disminuye. Dado que la inversión económica en la torre aumenta casi exponencialmente con su altura, es necesario alcanzar un equilibrio entre dicha altura y el tamaño del campo, consiguiendo el mayor rendimiento para los heliostatos con una inversión en la construcción de la torre razonable.

1.1.2 Día del año

Los días del año que representan los puntos límite en cuanto a mayor y menor área eficaz son los solsticios de verano y de invierno respectivamente. El punto de diseño que se ha tomado para la central es el solsticio de verano, día 173 del año. A continuación se muestra el estado del campo en ambos días límite:

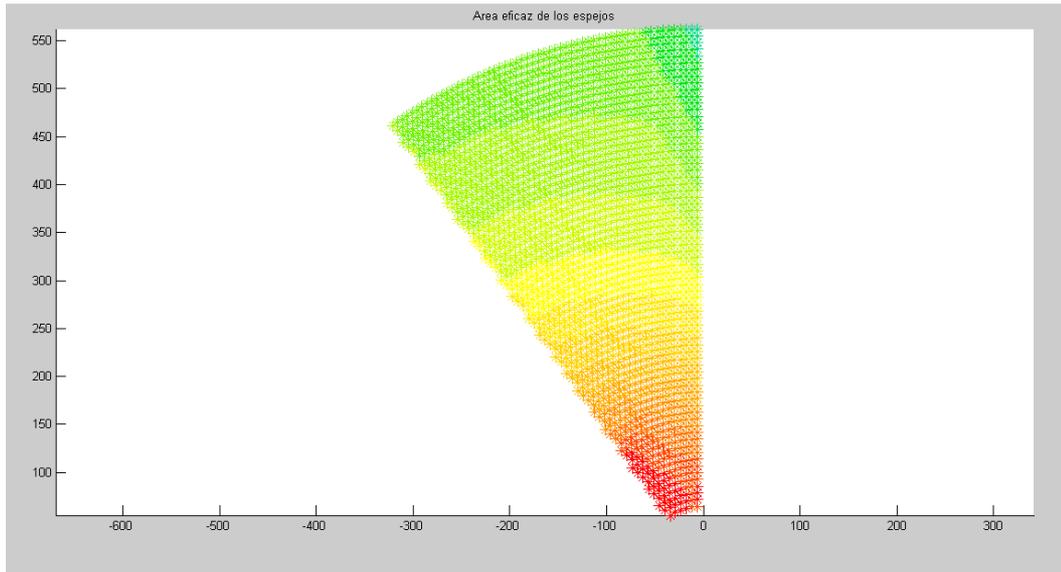


Figura 14: Esquema de la mitad del campo concentrador, representando el área eficaz para el día 173, a las 10 am, con una altura de torre de 125 m

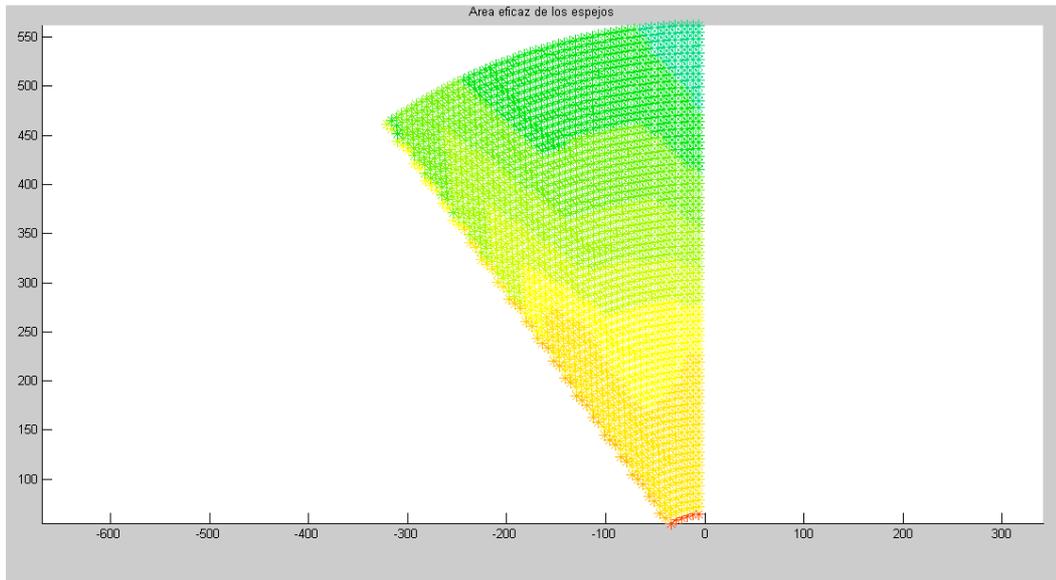


Figura 15: Esquema de la mitad del campo concentrador, representando el área eficaz para el día 356, a las 10 am, con una altura de torre de 100 m

Como en el caso anterior, solo se ha variado el parámetro que se desea comparar, en este caso el día del año. Esta diferencia en el estado del campo se debe a la altura del Sol, representada por su declinación:

$$\delta = \text{asin} \left(\sin(23,45) \cdot \cos \left((Z - 172) \cdot \frac{360}{365} \right) \right)$$

Día del año	Declinación media (δ)
173	+23,45
356	-23,45

Cuando el Sol se encuentra en una posición más alta, los heliostatos se sitúan con un ángulo más horizontal, con lo que las sombras y apantallamientos que se producen entre ellos son menores. Sin embargo, a medida que la declinación disminuye y la altura del Sol es menor, los espejos adoptan una posición más vertical con lo que interfieren más unos con otros y el área eficaz del campo se ve afectada.

1.1.3 Hora del día

La hora del día también se encuentra muy relacionada con la altura a la que se encuentra el Sol. La hora del día más favorable son las 12 hora solar, cuando el Sol se encuentre alineado con la torre, ya que será el momento donde menor sea la influencia del efecto coseno. A continuación se presenta el estado del campo para varios instantes del día, para el día más favorable del año.

Como solo se está estudiando la mitad del campo, se observa su comportamiento a lo largo de todo el día; ya que se combinan la simetría del movimiento del Sol, cuyo 'eje' se encuentra en el mediodía, con la simetría presente en la distribución de los heliostatos sobre el terreno. La zona oeste del campo h horas antes del mediodía se comportará de la misma forma que la parte este h horas después del mediodía, y viceversa.

Por otro lado, la central necesita recibir una potencia mínima para que funcione correctamente, si se tiene en cuenta la disminución del área eficaz a medida que se acerca el final del día, no resulta rentable mantener la central en funcionamiento a no ser que cuente con un sistema de almacenamiento de energía que permita homogeneizar la cantidad de calor recibida a lo largo del día.

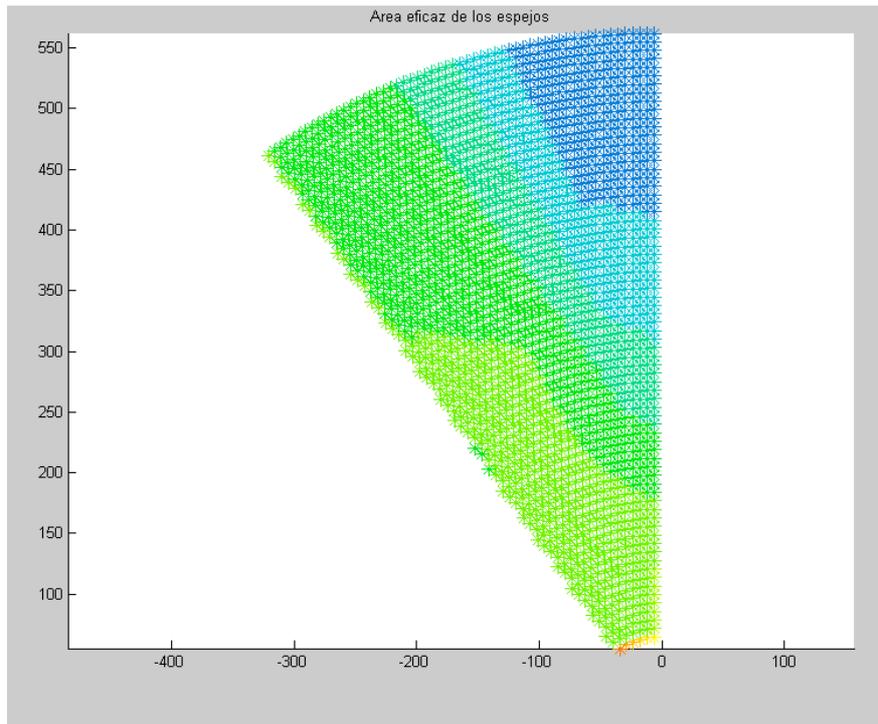


Figura 16: Esquema de la mitad del campo concentrador, representando el área eficaz para el día 173, a las 6 am, con una altura de torre de 125 m

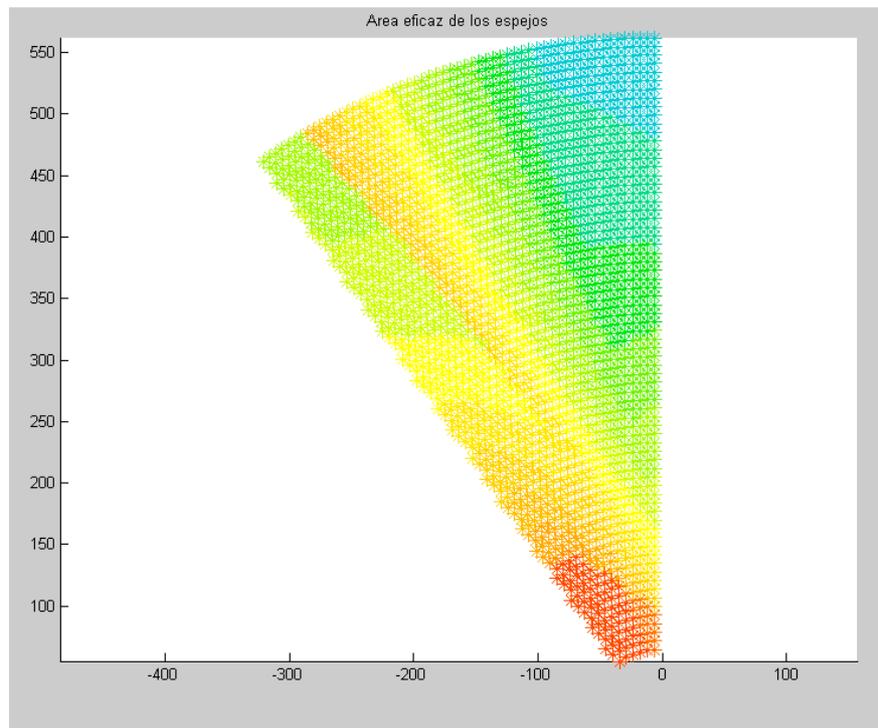


Figura 17: Esquema de la mitad del campo concentrador, representando el área eficaz para el día 173, a las 8 am, con una altura de torre de 125 m

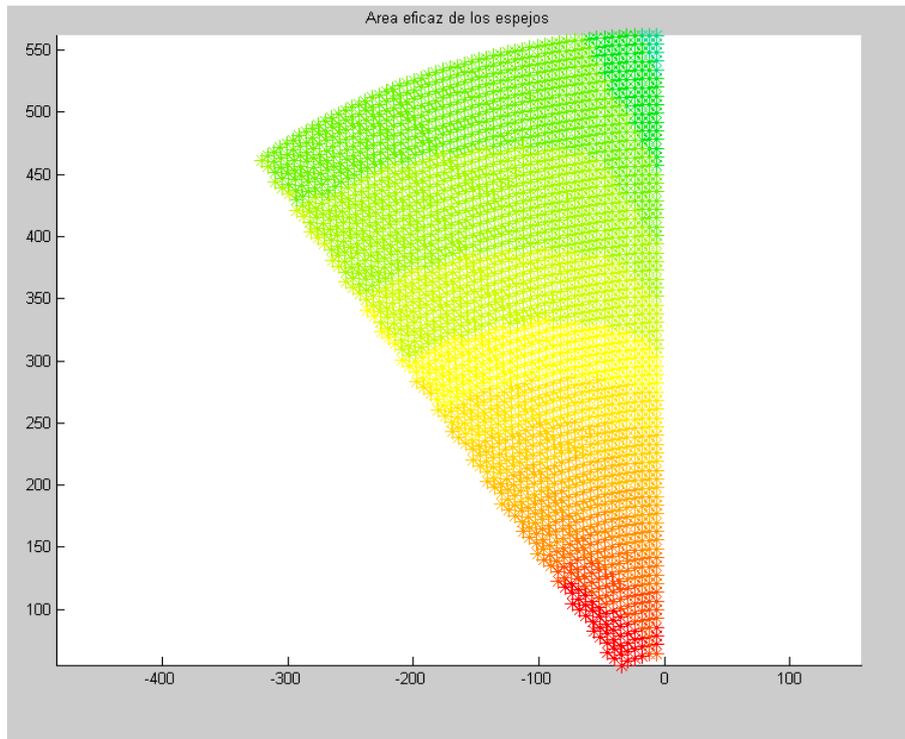


Figura 18: Esquema de la mitad del campo concentrador, representando el área eficaz para el día 173, a las 10 am, con una altura de torre de 125 m

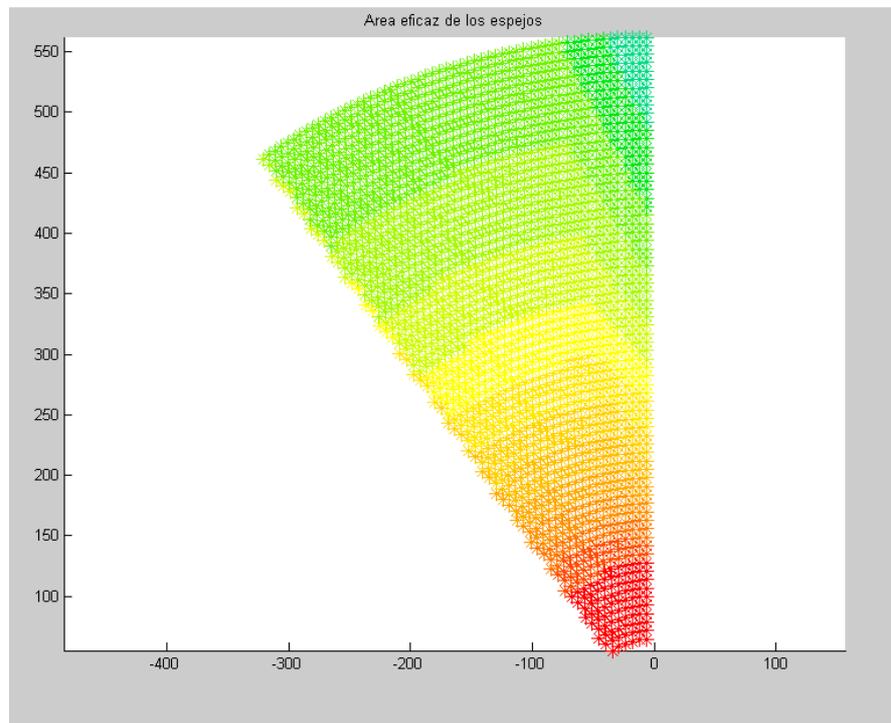


Figura 19: Esquema de la mitad del campo concentrador, representando el área eficaz para el día 173, a las 12 am, con una altura de torre de 125 m

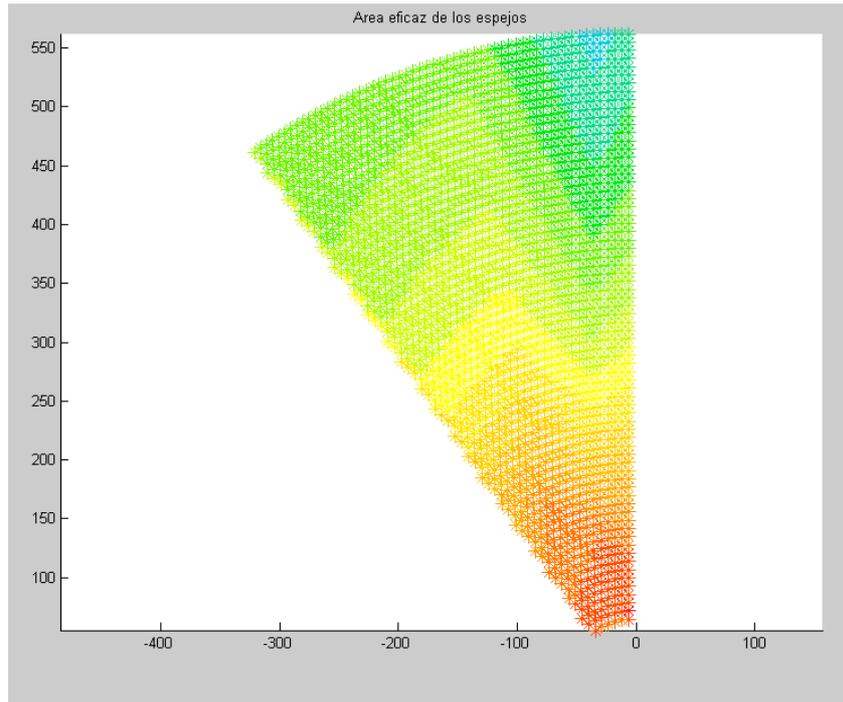


Figura 20: Esquema de la mitad del campo concentrador, representando el área eficaz para el día 173, a las 2 pm, con una altura de torre de 125 m

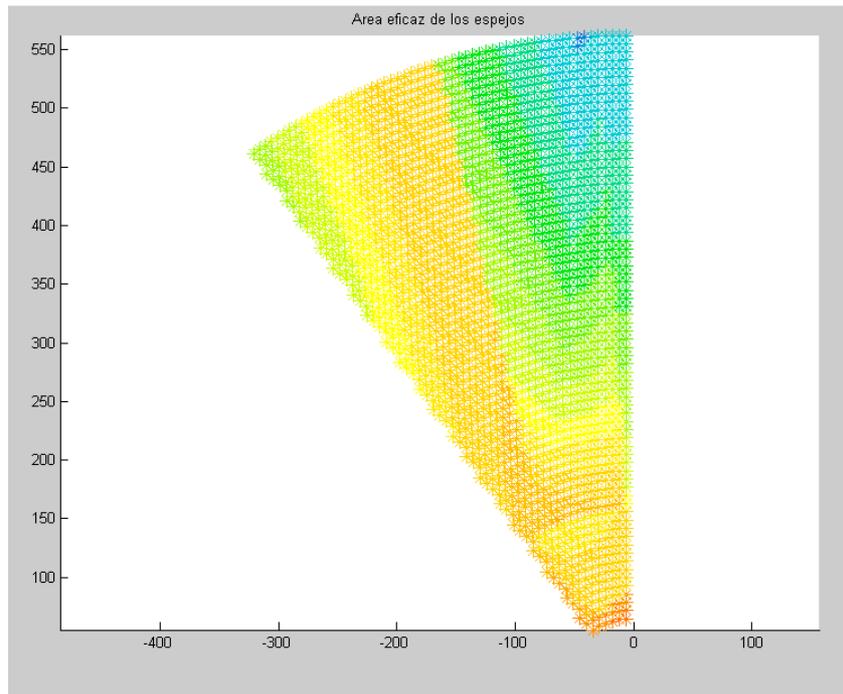


Figura 21: Esquema de la mitad del campo concentrador, representando el área eficaz para el día 173, a las 4 pm, con una altura de torre de 125 m

En la última figura se observa claramente que el Sol se encuentra muy bajo y en la parte negativa del eje x (Oeste). A la vista del comportamiento del campo a lo largo del día, se ha

decidido que las horas de funcionamiento de la central serán desde las ocho de la mañana hasta las cuatro de la tarde, ya que fuera de ese intervalo no se recibe potencia suficiente.

1.2 SOMBRAS Y APANTALLAMIENTOS

En este apartado se representa el área que queda inutilizada para cada heliostato del campo para unas condiciones determinadas y en un instante dado. De nuevo todos los cálculos se hacen para un campo de 72 anillos que abarcan 70° , siendo la distancia mínima entre la base de torre y el primer anillo de 65 m.

Al igual que en el apartado anterior, solo se está calculando la mitad del campo. Las coordenadas que aparecen en las imágenes tienen su origen en la base de la torre lo que permite conocer la posición del heliostato que se estudia. Además, también se comparará la variación de las áreas útiles según varios parámetros.

1.2.1 Altura de la torre

Se estudia el comportamiento de las sombras sobre el heliostato 2000 para diferentes alturas de torre el día más favorable del año (solsticio de verano, día 173) a las 12 del mediodía.

En este momento las sombras son muy escasas ya que el sol se encuentra alto y sus rayos no se ven interferidos.

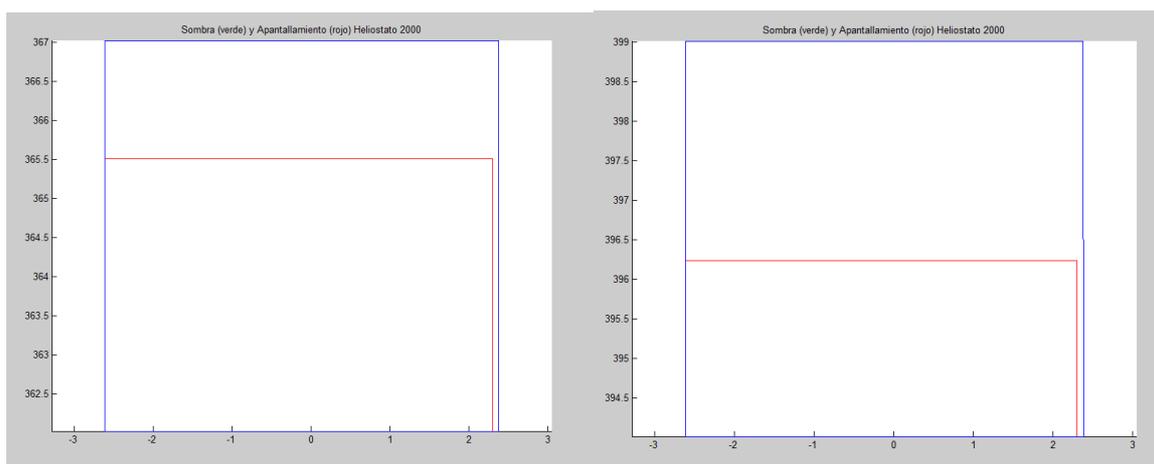


Figura 22: Representación del área útil del heliostato 2000, en el campo mencionado a las 12 del mediodía, el día 173, para una altura de torre de 100 m (izda) y para una altura de torre de 200 m (dcha)

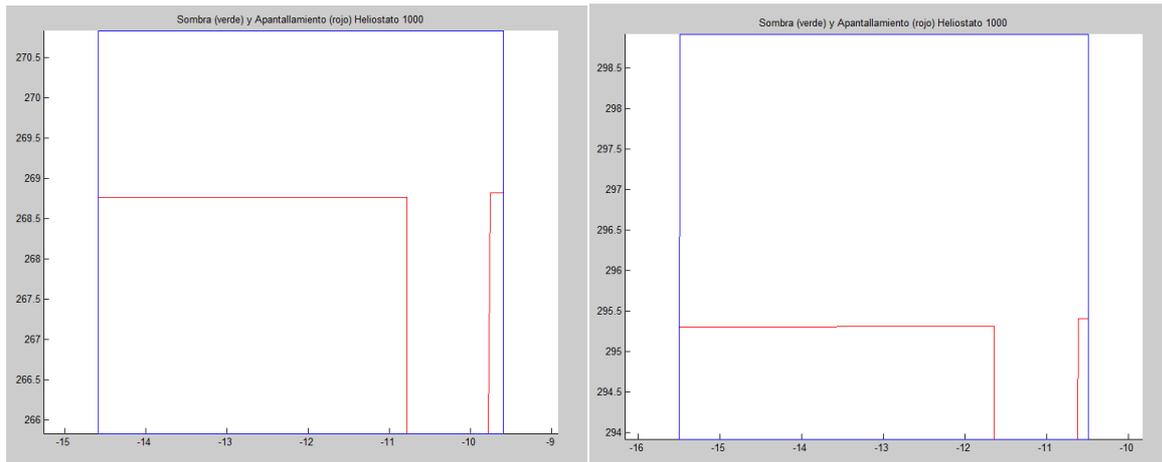


Figura 23: Representación del área útil del heliostato 1000, en el campo mencionado a las 12 del mediodía, el día 173, para una altura de torre de 100 m (izda) y para una altura de torre de 200 m (dcha)

En las siguientes figuras se analizan otro heliostato donde se producen sombras en las horas finales del día. Cabe destacar que este tipo de interferencias no se ve casi afectada por la variación de altura de la torre, al contrario que los apantallamientos, ya que esta mas influida por la altura del Sol.

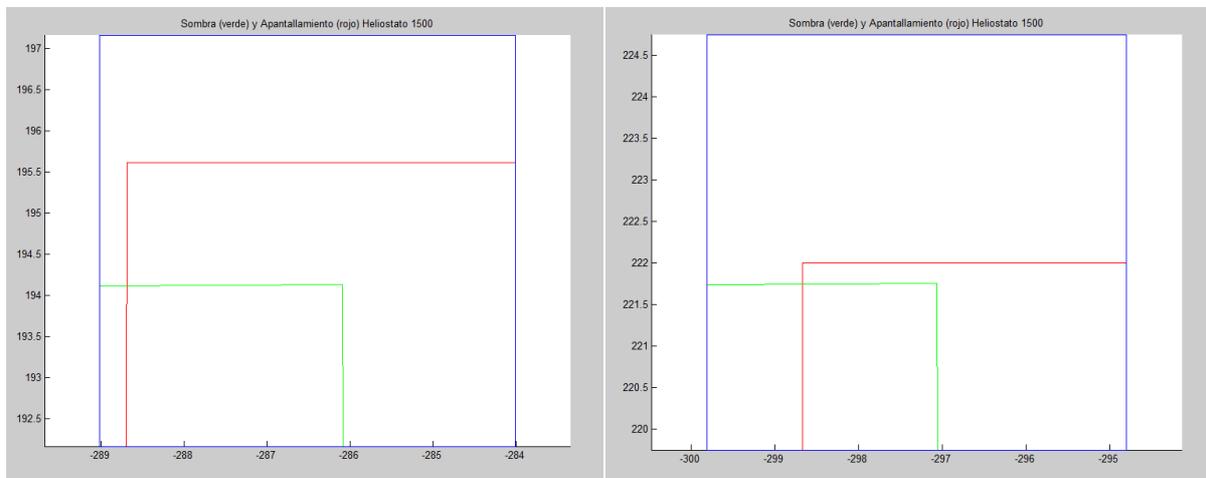


Figura 24: Representación del área útil del heliostato 1500, en el campo mencionado a las 4 pm, el día 173, para una altura de torre de 100 m (izda) y para una altura de torre de 200 m (dcha)

1.2.2 Día del año

A continuación se va a analizar como varían las interferencias que se producen entre heliostatos en función del día del año, el dato que varía en este caso es la declinación media del día. La altura de la torre se fija en 125 m, y el campo que se analiza sigue teniendo la misma distribución de heliostatos.

Se comparan los dos solsticios, el día 173, solsticio de verano y el día 356 o solsticio de invierno, por ser el día más favorable y más desfavorable respectivamente para el funcionamiento de la central.

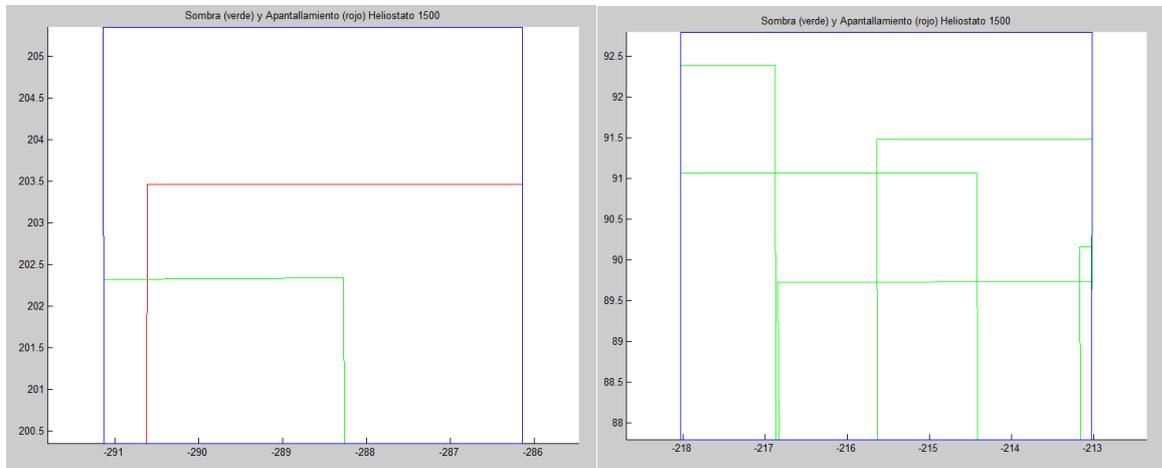


Figura 25: Representación del área útil del heliostato 1500 en el campo mencionado a las 4pm, con una altura de 125 m, en el día 173 (izda) y el día 356 (dcha)

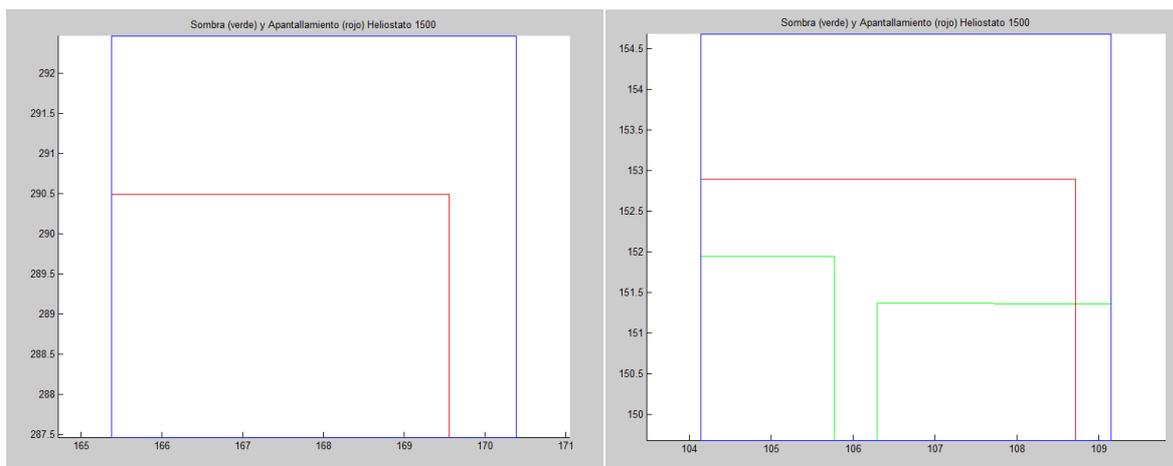


Figura 26: Representación del área útil del heliostato 1500 en el campo mencionado a las 10 am, con una altura de 125 m, en el día 173 (izda) y el día 356 (dcha)

Se observa sobre todo un aumento de las sombras, esto se debe a la variación en la altura a la que se encuentra el Sol. Cuanto más alto se encuentre, más cercanas a la horizontal se encuentran las superficies de los heliostatos, y menos interferencias se producen entre ellos.

1.2.3 Hora del día

Por último se observa el área útil de un heliostato a lo largo de un día del año concreto, para un mismo campo, a lo largo de un día. Se han tomado dos horas alejadas de las horas centrales para que se aprecie un mayor número de interferencias.

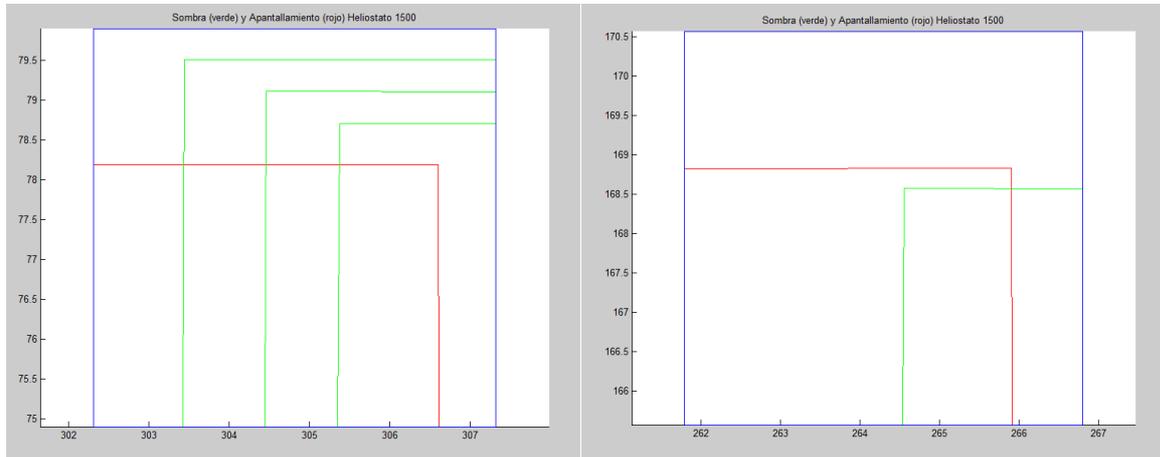


Figura 27: Representación del heliostato 1500 del campo, el día 245 del año para una altura de 125 m, para las 6 am (izda) y las 8 am (dhcha)

En las imágenes se puede apreciar cómo cuánto más cerca está el instante de cálculo del mediodía solar, menores son las sombras.

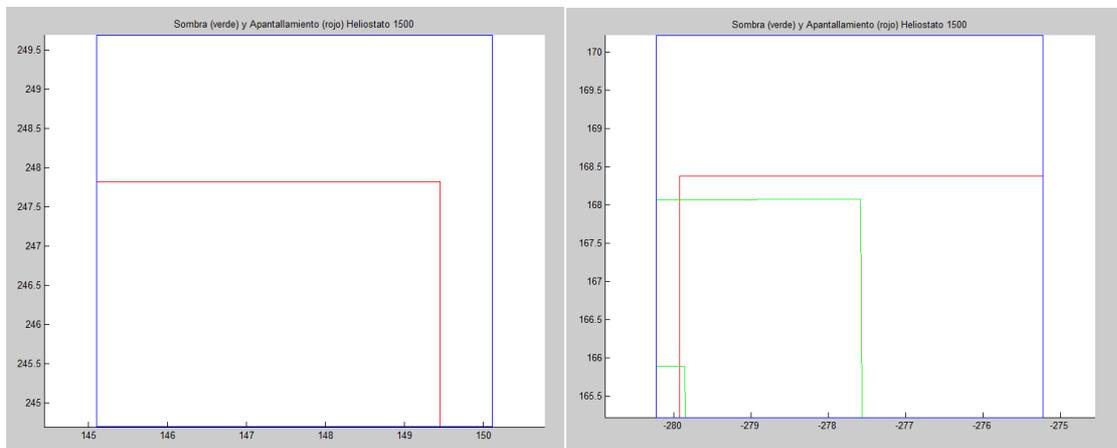


Figura 28: Representación del heliostato 1500 del campo, el día 245 del año para una altura de 125 m, para las 10 am (izda) y las 16 pm (dhcha)

En estas dos últimas figuras se ve cómo influye a las interferencias el punto de inflexión que supone la mitad del día.

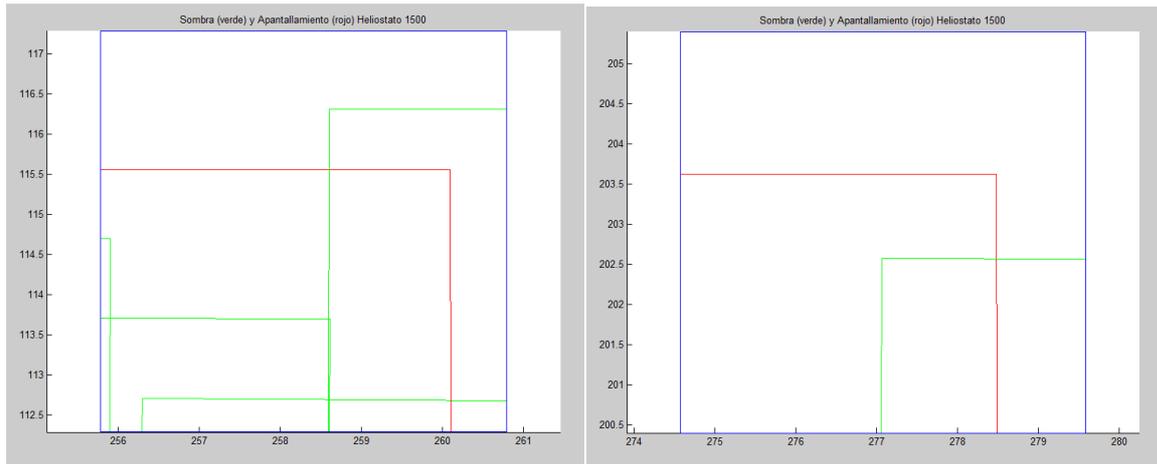


Figura 29: Representación del heliostato 1500 del campo, el día 173 del año para una altura de 125 m, para las 6 am (izda) y las 8 am (dhcha)

Analizando finalmente el solsticio de verano para el mismo heliostato, cabe destacar como los apantallamientos representados en rojo apenas varían mientras que las sombras disminuyen notablemente en dos horas, a medida que se acerca el mediodía solar.