

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y
EMPRESARIALES**

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA



TESIS DOCTORAL

**CINCO ENSAYOS SOBRE COMPLEJIDAD
EN ECONOMÍA**

Autor: D. Lucía Silvia Inglada Pérez
Director: Dr. D. Pablo Coto Millán

Santander, 2014

AGRADECIMIENTOS

A través de estas líneas quiero mostrar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que han prestado su ayuda y apoyo para que esta Tesis Doctoral se llevara a cabo.

En primer lugar quiero agradecer a mi director de tesis, el doctor y catedrático, Dr. D. Pablo Coto Millán la confianza que ha depositado en mí y su gran ayuda a lo largo del desarrollo de esta tesis en la que, junto con sus conocimientos de la Ciencia Económica, me ha transmitido en todo momento sus consejos, su apoyo y su optimismo.

En segundo lugar agradecer al departamento de Economía Aplicada de la Universidad de Cantabria por haberme brindado esta magnífica oportunidad de expresar mis inquietudes acerca del enfoque de la Teoría de la Complejidad en la Economía.

A toda mi familia por haberme apoyado en todo momento; a mis padres por haberme acompañado siempre, por su apoyo incondicional, por la educación que me han proporcionado, por su paciencia, por su tiempo, y por haberme soportado en todos esos momentos de crisis. A mis hermanos, Sergi y Vi, por estar ahí siempre, a Wuachy y Zari, el primero porque sin ti nunca habría llegado hasta aquí y porque siempre estarás conmigo aunque ya no estés aquí y a Zari, mi niña, por tu amor incondicional en todo momento.

A Victoriano por haber confiado en mí en todo momento, por sus ánimos constantes, por escucharme, por ayudarme a superar los obstáculos y los miedos, por entender cuál es mi sueño y cuál era el barco elegido y subirme en el conmigo, por tu tiempo y tu paciencia, por hacerme tan feliz, por enseñarme a trabajar con esmero y por la vida que nos espera y que confío en que empiece pronto.

También quisiera hacer extensible mi agradecimiento al resto de familiares y amigos por su apoyo en todos los momentos. En especial, a todos los componentes del ACFC por sus ánimos en todo momento.

Finalmente agradecer a todos mis compañeros del CNIO, especialmente al Grupo de Cáncer Endocrino, a mis compañeros del Ministerio de Educación y de la UNED y a todos mis alumnos, todo lo que me han enseñado y he aprendido de ellos durante todos estos años.

Por último, agradecer a todas aquellas personas que depositaron su confianza en mí y a todos aquellos a los que en algún momento fallé y aún así siguen a mi lado.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	3
1.1. Objeto de la tesis	7
1.1.1. Objetivos generales	7
1.1.2. Objetivos específicos	7
1.2. Interés.....	8
1.3. Novedad y aportaciones.....	10
1.4. Limitaciones del estudio	12
1.5. Estructura de la Tesis	13
Bibliografía.....	14
 2. COMPLEJIDAD, CAOS Y ECONOMÍA.....	17
2.1. Teoría de la Complejidad.....	17
2.1.1. Sistemas Complejos	18
2.1.2. Complejidad y Economía	20
2.2. Teoría del Caos	23
2.2.1. Antecedentes	23
2.2.2. Definiciones de Caos	25
2.2.3. Propiedades de los Sistemas Caóticos.....	26
2.2.4. Sistemas dinámicos, Caos y Economía	32
2.3. La Hipótesis de los Mercados Eficientes	33
2.3.1. Conceptos Básicos	33
2.3.2. Mercados Eficientes.....	35
2.3.3. Características Estadísticas de la Hipótesis.....	36
2.3.4. Anomalías	37
2.4. Revisión de la literatura	39
2.4.1. Teoría del Caos.....	39
2.4.2. Revisión de la Literatura en Economía y Finanzas	40
Bibliografía.....	41
 3. METODOLOGÍA	49
3.1. Esquema y Diagrama Metodológico	49
3.1.1. Comprobación de las hipótesis	49
3.1.2. Modelización de la linealidad	51
3.1.3. Estudio de la no linealidad	51
3.1.3. Modelización de la volatilidad.....	54
3.1.4. Estudio del comportamiento caótico	55
3.2. Metodología del análisis de series temporales	56
3.2.1. Aproximación a las series temporales.....	56
3.2.2. Modelización de las Series Temporales.....	57

3.2.3. Estudio de la no linealidad y la aleatoriedad	72
3.2.4. Estudio del comportamiento caótico	81
Bibliografía.....	98

4. ENSAYO 1: APLICACIÓN A LA SERIE TEMPORAL DE LOS PRECIOS DIARIOS DEL PRECIO DEL PETRÓLEO..... 105

4.1. Introducción	106
4.1.1. Objeto y Motivación.....	106
4.1.2. Interés	107
4.1.3. Novedad y aportaciones	108
4.1.4. Estructura.....	108
4.2. Revisión de la literatura	109
4.3. Datos y metodología.....	110
4.3.1. Datos.....	110
4.3.2. Metodología	111
4.4. Resultados Empíricos	112
4.4.1. Modelización lineal.....	113
4.4.2. Análisis de la aleatoriedad y existencia de no linealidad.....	114
4.4.3. Modelización no lineal.....	116
4.4.4. Estudio del comportamiento caótico	117
4.5. Conclusiones	124
Bibliografía.....	125
ANEXOS.....	129
Anexo 4.A: Histogramas y Gráficos Qq.....	129
Anexo 4.B: Detalles de los Modelos Aplicados a la serie.....	131
Anexo 4.C: Resultados de los test de Aleatoriedad y No Linealidad.....	132
Anexo 4.D: Estudio de la Componente Caótica	135

5. ENSAYO 2: APLICACIÓN A LA SERIE TEMPORAL DE LAS COTIZACIONES DIARIAS DEL MERCADO BURSÁTIL..... 137

5.1. Introducción	138
5.1.1. Objeto y Motivación.....	139
5.1.2. Interés	140
5.1.3. Novedad y aportaciones	140
5.1.4. Estructura.....	141
5.2. Revisión de la literatura	142
5.3. Datos y metodología.....	145
5.3.1. Datos.....	145
5.3.2. Metodología	147
5.4. Resultados Empíricos.....	149
5.4.1. Modelización lineal.....	150
5.4.2. Análisis de la aleatoriedad y no linealidad	152
5.4.3. Modelización no lineal.....	155
5.4.4. Análisis del comportamiento caótico	155

5.5. Conclusiones	164
Bibliografía.....	166
ANEXOS.....	171
Anexo 5.A: Histogramas y Gráficos Qq.....	171
Anexo 5.B: Detalles de los Modelos Aplicados a la serie.....	179
Anexo 5.C: Resultados de los test de Aleatoriedad y No Linealidad.....	183
Anexo 5.D: Estudio de la Componente Caótica	195

6. ENSAYO 3: APLICACIÓN A LA SERIE TEMPORAL DIARIA DEL BALTIC DRY INDEX 199

6.1. Introducción	200
6.1.1. Objetivos	200
6.1.2. Interés	201
6.1.3. Novedad y aportaciones	202
6.1.4. Estructura.....	203
6.2. Revisión de la literatura	203
6.3. Datos y Metodología	207
6.3.1. Datos.....	207
6.3.2. Metodología	210
6.4. Resultados Empíricos.....	213
6.4.1. Modelización lineal.....	215
6.4.2. Análisis de la aleatoriedad y no linealidad	217
6.4.3. Modelización no lineal.....	221
6.4.4. Estudio del comportamiento caótico	222
6.5. Conclusiones	232
Bibliografía.....	234
ANEXOS.....	239
Anexo 6.A: Histogramas y Gráficos Qq.....	239
Anexo 6.B: Detalles de los Modelos Aplicados a la serie.....	247
Anexo 6.C: Resultados de los test de Aleatoriedad y No Linealidad.....	251
Anexo 6.D: Estudio de la Componente Caótica	263

7. ENSAYO 4: APLICACIÓN A LA SERIE TEMPORAL MENSUAL DE LA DEMANDA DE TRANSPORTE AÉREO..... 267

7.1. Introducción	268
7.1.1. Objeto y motivación.....	268
7.1.2. Interés	268
7.1.3. Novedad y aportaciones	269
7.1.4. Estructura.....	270
7.2. Revisión de la literatura	270
7.3. Datos y metodología.....	273
7.3.1. Datos.....	273
7.3.2. Metodología	274
7.4. Resultados Empíricos.....	277

7.4.1. Modelización lineal	279
7.4.2. Análisis de la aleatoriedad y no linealidad	279
7.4.3. Modelización no linealidad	283
7.4.4. Análisis del comportamiento caótico	284
7.5. Conclusiones	294
Bibliografía.....	296
ANEXOS.....	302
Anexo 7.A: Histogramas y Gráficos Qq.....	302
Anexo 7.B: Detalles de los Modelos Aplicados a la serie.....	308
Anexo 7.C: Resultados de los test de Aleatoriedad y No Linealidad.....	310
Anexo 7.D: Estudio de la Componente Caótica	319
8. ENSAYO 5: APLICACIÓN A LA SERIE TEMPORAL MENSUAL DE LA DEMANDA DE TRANSPORTE MARÍTIMO	323
8.1. Introducción	324
8.1.1. Objetivos	324
8.1.2. Interés	325
8.1.3. Novedad y aportaciones	325
8.1.4. Estructura.....	326
8.2. Revisión de la literatura	327
8.3. Datos y Metodología.....	328
8.3.1. Datos.....	328
8.3.2. Metodología	329
8.4. Resultados Empíricos.....	331
8.4.1. Modelización lineal.....	334
8.4.2. Análisis de la aleatoriedad y la no linealidad.....	334
8.4.3. Modelización no lineal.....	337
8.4.4. Análisis del comportamiento caótico	338
8.5. Conclusiones	346
Bibliografía.....	348
ANEXOS.....	352
Anexo 8.A: Histogramas y Gráficos Qq.....	352
Anexo 8.B: Detalles de los Modelos Aplicados a la serie.....	357
Anexo 8.C: Resultados de los test de Aleatoriedad y No Linealidad.....	359
Anexo 8.D: Estudio de la Componente Caótica	367
9. RESUMEN Y CONCLUSIONES	371
9.1. Conclusiones Generales.....	371
9.2. Conclusiones Específicas.....	374
9.2.1. Primer Ensayo.....	375
9.2.2. Segundo Ensayo	375
9.2.3. Tercer Ensayo.....	376
9.2.4. Cuarto Ensayo	376
9.2.5. Quinto Ensayo.....	377

9.3. Resumen de las Conclusiones	378
9.3.1. Resumen de las Conclusiones Generales	378
9.3.1. Resumen de las Conclusiones Específicas.....	379
Bibliografía.....	380

LISTADO DE ACRÓNIMOS

AIC	Criterio de Información de Akaike
ARCH	Modelo Autorregresivo Condicional Heterocedástico
ARIMA	Modelo Autorregresivo Integrado de Media Móvil
BDI	Baltic Dry Index
BFI	Baltic Freight Index
CAC 40	Cotation Assistée en Continu
CD	Dimensión de Correlación
DAX	Deutscher Aktien Index
DFA	Test Dickey Fuller Aumentado
DJIA	Dow Jones Industrial Average
EGARCH	Modelo General Exponencial Autorregresivo Condicional Heterocedástico
EIA	Energy Information Administration
EMH	Hipótesis de Mercado Eficiente
FTSE 100	Financial Times Stock Exchange
GARCH	Modelo General Autorregresivo Condicional Heterocedástico
GR	Gráficos de Recurrencia
JB	Test Jarque Bera
KPSS	Test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin
M-G	Test Matilla-García
NASDAQ	National Association of Securities Dealers Automated Quotation
PP	Test Phillips-Perron
R/S	Rescaled Range Analysis
S&P 500	Standard & Poor's 500
SIC	Criterio de Información de Schwartz o Bayesiano
VAR	Modelo de Vectores Autorregresivos
VECM	Modelo de Vectores de Corrección del Error
WTI	West Texas Intermediate

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1:	Tipos de sistemas y comportamiento asociado.....	26
Figura 2.2:	Ejemplo de atractor extraño.....	31
Figura 2.3:	Ejemplos de fractales.....	32
Figura 3.1:	Esquema del procedimiento de estudio de cada serie.....	49
Figura 3.2:	Resumen de la etapa de comprobación de las Hipótesis.....	52
Figura 3.3:	Resumen de la etapa de selección del modelo lineal.....	53
Figura 3.4:	Test de aleatoriedad y no linealidad aplicados.....	54
Figura 3.5:	Programas utilizados para el cálculo de los métodos de detección del comportamiento caótico.....	56
Figura 3.6:	Gráfico de recurrencia de la serie de Roosler.....	96
Figura 3.7:	Gráfico de recurrencia de una serie estocástica	97
Figura 4.1:	Evolución de la serie del precio del crudo (WTI).....	111
Figura 4.2:	Evolución de la serie de retornos del precio del petróleo (WTI).....	113
Figura 4.3:	Gráficos de recurrencia de las series del petróleo.....	123
Figura 5.1:	Gráficos de la evolución de las series bursátiles consideradas.....	146
Figura 5.2:	Evolución de los Retornos de las series bursátiles del Dow Jones, Ibex 35, Nasdaq, y Nikkei.....	149
Figura 5.3.A:	Gráficos de recurrencia para las series correspondientes a los retornos y de los residuos del modelo ARMA del Dow Jones.....	160
Figura 5.3.B:	Gráficos de recurrencia para las series de los modelos GARCH y EGARCH del Dow Jones.....	161
Figura 5.4.A:	Gráficos de recurrencia para las series correspondientes a los retornos y los residuos del modelo ARMA del Ibex35.....	161
Figura 5.4.B:	Gráficos de recurrencia para las series GARCH y EGARCH del Dow Jones.....	162
Figura 5.5.A:	Gráficos de recurrencia para las series de los retornos y modelo ARMA del Nasdaq.....	162
Figura 5.5.B:	Gráficos de recurrencia para las series GARCH y EGARCH del Nasdaq....	163
Figura 5.6.A:	Gráficos de recurrencia para las series de los retornos y modelo ARMA del Nikkei.....	163
Figura 5.6.B:	Gráficos de recurrencia para las series no lineales del Nikkei.....	164
Figura 6.1:	Evolución de la serie del Baltic Dry Index.....	209
Figura 6.2:	Evolución de los retornos del BDI.....	217
Figura 6.3.A:	Gráficos de recurrencia para las series correspondientes a los retornos y a los residuos del modelo ARMA de la serie global del BDI.....	228
Figura 6.3.B:	Gráficos de recurrencia para las series de los modelos GARCH y EGARCH de la serie global del BDI.....	228
Figura 6.4.A:	Gráficos de recurrencia para las series correspondientes a los retornos y os residuos del modelo ARMA de la primera subserie del BDI.....	229
Figura 6.4.B:	Gráficos de recurrencia para las series de los modelos GARCH y EGARCH de la primera subserie del BDI.....	230
Figura 6.5.A:	Gráficos de recurrencia para las series correspondientes a los retornos y de los residuos del modelo ARMA de la segunda subserie del BDI.....	230
Figura 6.5.B:	Gráficos de recurrencia para las series de los modelos GARCH y EGARCH de la segunda subserie del BDI.....	231
Figura 6.6.A:	Gráficos de recurrencia para las series correspondientes a los retornos y de los residuos del modelo ARMA de la tercera subserie del BDI.....	231
Figura 6.6.B:	Gráficos de recurrencia para las series de los modelos GARCH y EGARCH de la tercera subserie del BDI.....	232
Figura 7.1:	Evolución de las series de tráfico aéreo de mercancías, tráfico aéreo Internacional y tráfico aéreo Interior de Pasajeros.....	278
Figura 7.2:	Evolución de las series de tráfico aéreo de mercancías, tráfico aéreo Internacional y tráfico aéreo Interior de Pasajeros después de aplicar una diferencia regular y una diferencia estacional sobre sus logaritmos.....	280

Figura 7.3.A:	Gráficos de recurrencia para las series diferencias regular y estacional y modelo SARIMA, correspondientes al tráfico aéreo internacional de viajeros.....	292
Figura 7.3.B:	Gráficos de recurrencia para las series GARCH y EGARCH, correspondientes al tráfico internacional de viajeros.....	293
Figura 7.4.A:	Gráficos de recurrencia para las series de diferencias regular y estacional y modelo SARIMA de la serie de tráfico aéreo interior de pasajeros.....	293
Figura 7.4.B:	Gráficos de recurrencia para las series GARCH y EGARCH de la serie de tráfico aéreo interior de pasajeros.....	294
Figura 7.5.A:	Gráficos de recurrencia para las series diferencias regular y estacional y modelo SARIMA, correspondientes al tráfico aéreo de mercancías.....	294
Figura 7.5.B:	Gráficos de recurrencia para las series GARCH y EGARCH, correspondientes al tráfico aéreo de mercancías.....	394
Figura 8.1:	Evolución de las series de tráfico marítimo.....	329
Figura 8.2:	Evolución de las series después de aplicar una diferencia regular y una diferencia estacional sobre sus logaritmos.....	335
Figura 8.3.A:	Gráficos de recurrencia para las dos series correspondientes a las diferencias regular y estacional y al modelo SARIMA, para el tráfico de mercancías en contenedores.....	344
Figura 8.3.B:	Gráficos de recurrencia para las series GARCH y EGARCH correspondientes al caso del tráfico de mercancías en contenedores.....	344
Figura 8.4.A:	Gráficos de recurrencia para las dos series correspondientes a las diferencias regular y estacional y al modelo SARIMA del tráfico de graneles líquidos.....	345
Figura 8.4.B:	Gráficos de recurrencia correspondientes a las series GARCH y EGARCH para el tráfico de graneles líquidos.....	345
Figura 8.5.A:	Gráficos de recurrencia para las series de las diferencias regular y estacional y del modelo SARIMA correspondientes al tráfico de graneles sólidos.....	346

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1:	Comparación entre los distintos enfoques de la Economía.....	22
Tabla 2.2:	Definiciones de Caos.....	27
Tabla 3.1:	Interpretación del valor del coeficiente de Hurst.....	92
Tabla 4.1:	Estadísticos de las series consideradas.....	110
Tabla 4.2:	Estudio de la Estacionariedad.....	114
Tabla 4.3:	Resumen de los test de no linealidad.....	114
Tabla 4.4:	Resultados de los contrastes del Comportamiento Caótico.....	120
Tabla 4.B.1:	Modelo ARMA(8,0) del precio del petróleo.....	131
Tabla 4.B.2:	Modelo GARCH(1,1) del precio del petróleo.....	131
Tabla 4.B.3:	Modelo EGARCH(1,1) del precio del petróleo.....	131
Tabla 4.C.1:	Test de aleatoriedad y no linealidad.....	132
Tabla 4.C.2:	Resultados del test BDS para la serie ARIMA(8,0)	132
Tabla 4.C.3:	Resultados del test BDS para la serie GARCH(1,1)	133
Tabla 4.C.4:	Resultados del test BDS para EGARCH (1,1)	133
Tabla 4.C.5:	Resultados del test de Kaplan.....	134
Tabla 4.D.1:	Dimensión de correlación.....	135
Tabla 4.D.2:	Resultados del Test de Lyapunov.....	135
Tabla 4.D.3:	Resultados test 0/1 y Hurst.....	135
Tabla 5.1:	Revisión de la literatura.....	142
Tabla 5.2:	Estadísticos y test básicos de las series.....	148
Tabla 5.3:	Modelización de las series.....	150
Tabla 5.4:	Estudio de la Estacionariedad de las series.....	151
Tabla 5.5:	Resumen test de no linealidad.....	154
Tabla 5.6:	Resultado Métodos Comportamiento Caótico.....	158
Tabla 5.B.1:	Modelo ARMA(2,5) para la serie del Dow Jones.....	179
Tabla 5.B.2:	Modelo GARCH(2,1) para la serie del Dow Jones.....	179
Tabla 5.B.3:	Modelo EGARCH(2,1) para la serie del Dow Jones.....	179
Tabla 5.B.4:	Modelo ARMA(0,3) para la serie del Ibex 35.....	180
Tabla 5.B.5:	Modelo GARCH(2,1) para la serie del Ibex 35.....	180
Tabla 5.B.6:	Modelo EGARCH(2,1) para la serie del Ibex 35.....	180
Tabla 5.B.7:	Modelo ARMA(2,2) para la serie Nasdaq.....	181
Tabla 5.B.8:	Modelo GARCH(2,1) para la serie Nasdaq.....	181
Tabla 5.B.9:	Modelo EGARCH(2,3) para la serie Nasdaq.....	181
Tabla 5.B.10:	Modelo ARMA(0,1) para la serie Nikkei.....	181
Tabla 5.B.11:	Modelo GARCH(1,1) para la serie Nikkei.....	181
Tabla 5.B.12:	Modelo EGARCH(1,1) para la serie Nikkei.....	183
Tabla 5.C.1:	Test de aleatoriedad y no linealidad (DJIA e IBEX35).....	184
Tabla 5.C.2:	Test de aleatoriedad y no linealidad (Nasdaq y Nikkei).....	185
Tabla 5.C.3:	Resultados del test BDS para la Serie ARMA(2,5)	185
Tabla 5.C.4:	Resultados del test BDS para la Serie GARCH(2,1)	186
Tabla 5.C.5:	Resultados del test BDS para la Serie EGARCH(2,1).....	186
Tabla 5.C.6:	Resultados del test BDS para la Serie ARMA(0,3).....	187
Tabla 5.C.7:	Resultados del test BDS para la Serie GARCH(2,1).....	187
Tabla 5.C.8:	Resultados del test BDS para la Serie EGARCH(2,1).....	187
Tabla 5.C.9:	Resultados del test BDS para la Serie ARMA(2,2).....	188
Tabla 5.C.10:	Resultados del test BDS para la Serie GARCH(2,1).....	188
Tabla 5.C.11:	Resultados del test BDS para la Serie EGARCH(2,3).....	190
Tabla 5.C.12:	Resultados del test BDS para la Serie ARMA(0,1).....	190
Tabla 5.C.13:	Resultados del test BDS para la Serie GARCH(1,1).....	191
Tabla 5.C.14:	Resultados del test BDS para la Serie EGARCH(1,1).....	192
Tabla 5.C.14:	Resultados del test de Kaplan para la serie del Dow Jones.....	193
Tabla 5.C.16:	Resultados del test de Kaplan para la serie del IBEX35.....	194
Tabla 5.C.17:	Resultados del test de Kaplan para la serie del Nasdaq.....	195
Tabla 5.C.18:	Resultados del test de Kaplan para la serie del Nikkei.....	196
Tabla 5.D.1:	Dimensión de Correlación.....	196
Tabla 5.D.2:	Resultados del test de Lyapunov.....	196
Tabla 5.D.3:	Resultados del test 0/1 y del exponente de Hurst.....	197

Tabla 5.D.4:	Resultados del test de Matilla- García.....	198
Tabla 6.1:	Revisión de la literatura internacional sobre modelos del precio del transporte marítimo.....	205
Tabla 6.2:	Estadísticos básicos de las series.....	212
Tabla 6.3:	Modelos aplicados a cada una de las series.....	213
Tabla 6.4:	Estudio de la Estacionariedad.....	216
Tabla 6.5:	Resumen de los test de no linealidad.....	219
Tabla 6.6:	Resultados de los contrastes del Comportamiento Caótico.....	226
Tabla 6.B.1:	Modelo ARMA(9,0) para la serie del BDI.....	247
Tabla 6.B.2:	Modelo GARCH(1,2) para la serie del BDI.....	247
Tabla 6.B.3:	Modelo EGARCH(2,3) para la serie del BDI.....	247
Tabla 6.B.4:	Modelo ARMA(5,0) para la serie del BDI_I.....	248
Tabla 6.B.5:	Modelo GARCH(1,1) para la serie del BDI_I.....	248
Tabla 6.B.6:	Modelo EGARCH(3,1) para la serie del BDI_I.....	248
Tabla 6.B.7:	Modelo ARMA(3,0) para la serie del BDI_II.....	248
Tabla 6.B.8:	Modelo GARCH(1,1) para la serie del BDI_II.....	249
Tabla 6.B.9:	Modelo EGARCH(1,1) para la serie del BDI_II.....	249
Tabla 6.B.10:	Modelo ARMA(7,0) para la serie del BDI_III.....	249
Tabla 6.B.11:	Modelo GARCH(1,1) para la serie del BDI_III.....	249
Tabla 6.B.12:	Modelo EGARCH(1,1) para la serie del BDI_III.....	250
Tabla 6.C.1:	Test de aleatoriedad y no linealidad.....	251
Tabla 6.C.2:	Test de aleatoriedad y no linealidad (Submuestras BDI).....	252
Tabla 6.C.3:	Resultados del test BDS para la Serie ARMA(9,0).....	253
Tabla 6.C.4:	Resultados del test BDS para la Serie GARCH(1,2).....	253
Tabla 6.C.5:	Resultados del test BDS para la Serie EGARCH(2,3).....	254
Tabla 6.C.6:	Resultados del test BDS para la serie ARMA(5,0).....	254
Tabla 6.C.7:	Resultados del test BDS para la Serie GARCH(1,1).....	255
Tabla 6.C.8:	Resultados del test BDS para la Serie EGARCH(3,1).....	255
Tabla 6.C.9:	Resultados del test BDS para la Serie ARMA(3,0).....	256
Tabla 6.C.10:	Resultados del test BDS para la Serie GARCH(1,1).....	256
Tabla 6.C.11:	Resultados del test BDS para la Serie EGARCH(1,1).....	256
Tabla 6.C.12:	Resultados del test BDS para la Serie ARMA(7,0).....	257
Tabla 6.C.13:	Resultados del test BDS para GARCH(1,1).....	258
Tabla 6.C.14:	Resultados del test BDS para EGARCH(1,1).....	258
Tabla 6.C.15:	Resultados del test de Kaplan para la serie BDI.....	259
Tabla 6.C.16:	Resultados del test de Kaplan para la submuestra I del BDI.....	260
Tabla 6.C.17:	Resultados del test de Kaplan para la submuestra II del BDI.....	261
Tabla 6.C.18:	Resultados del test de Kaplan para la submuestra III del BDI.....	262
Tabla 6.D.1:	Dimensión de Correlación.....	263
Tabla 6.D.2:	Resultados del test de Lyapunov.....	264
Tabla 6.D.3:	Resultados test 0/1 y Hurst en la serie de contenedores.....	265
Tabla 6.D.4:	Resultados del test de Matilla- García et al.....	265
Tabla 7.1:	Resumen de la revisión de la literatura sobre modelos de demanda de transporte aéreo.....	271
Tabla 7.2:	Estadísticos y test básicos de las series.....	276
Tabla 7.3:	Tipos de modelos aplicados a cada una de las series.....	277
Tabla 7.4:	Estudio de la Estacionariedad.....	281
Tabla 7.5:	Resumen de los test de no linealidad.....	286
Tabla 7.6:	Resultado Métodos Comportamiento Caótico.....	289
Tabla 7.B.1:	Modelo AR(6,0)MA(1)MA(1) ₁₂ para la serie de Pasajeros Exteriores.....	308
Tabla 7.B.2:	Modelo GARCH(1,1) para la serie de Pasajeros Exteriores.....	308
Tabla 7.B.3:	Modelo EGARCH(1,1) para la serie de Pasajeros Exteriores.....	308
Tabla 7.B.4:	Modelo MA(1)MA(1) ₁₂ para la serie de Pasajeros Interiores.....	308
Tabla 7.B.5:	Modelo GARCH(1,1) para la serie de Pasajeros Interiores.....	309
Tabla 7.B.6:	Modelo EGARCH(0,1) para la serie de Pasajeros Interiores.....	309
Tabla 7.B.7:	Modelo AR (6,0)MA(1) ₁₂ para la Serie de Tráfico de Mercancías.....	309
Tabla 7.B.8:	Modelo GARCH(1,0) para la Serie de Tráfico de Mercancías.....	309
Tabla 7.B.9:	Modelo EGARCH(2,1) para la Serie de Tráfico de Mercancías.....	310
Tabla 7.C.1:	Test de aleatoriedad y no linealidad.....	311
Tabla 7.C.2:	Resultados del test BDS para la serie ARMA(6,0)MA(1)MA(1) ₁₂	312

Tabla 7.C.3:	Resultados del test BDS para la serie GARCH(1,1).....	312
Tabla 7.C.4:	Resultados del test BDS para la serie EGARCH(1,1).....	313
Tabla 7.C.5:	Resultados del test BDS para la serie ARMA(0,1)MA(1) ₁₂	313
Tabla 7.C.6:	Resultados del test BDS para la serie GARCH(1,1).....	314
Tabla 7.C.7:	Resultados del test BDS para la serie EGARCH(0,1).....	314
Tabla 7.C.8:	Resultados del test BDS para la serie ARMA(6,0)MA(1) ₁₂	315
Tabla 7.C.9:	Resultados del test BDS para la serie GARCH(1,0).....	315
Tabla 7.C.10:	Resultados del test BDS para la serie EGARCH(2,1).....	316
Tabla 7.C.11:	Resultados del test de Kaplan para la serie de Pasajeros Internacionales.....	317
Tabla 7.C.12:	Resultados del test de Kaplan para la serie de Pasajeros Interiores.....	318
Tabla 7.C.13:	Resultados del test de Kaplan para la serie de Tráfico de Mercancías.....	319
Tabla 7.D.1:	Dimensión de correlación.....	320
Tabla 7.D.2:	Resultados del Test de Lyapunov.....	321
Tabla 7.D.3:	Resultados test 0/1 y Hurst en la serie de contenedores.....	321
Tabla 7.D.4:	Resultados del test de Matilla- García.....	322
Tabla 8.1:	Resumen de la revisión de la literatura sobre modelos no lineales y de detección de caos para la demanda de transporte marítimo.....	328
Tabla 8.2:	Estadísticos y test básicos de las series.....	331
Tabla 8.3:	Tipos de modelos aplicados a cada una de las series.....	332
Tabla 8.4:	Estudio de la Estacionariedad.....	333
Tabla 8.5:	Resumen de los test de no linealidad.....	336
Tabla 8.6:	Resultado de los métodos de comportamiento caótico.....	342
Tabla 8.B.1:	Modelo lineal para la serie de Mercancía General Contenedores.....	361
Tabla 8.B.2:	Modelo GARCH para la serie de Mercancía General Contenedores.....	361
Tabla 8.B.3:	Modelo EGARCH para la serie de Mercancía General Contenedores.....	361
Tabla 8.B.4:	Modelo lineal para la serie de Tráfico de Graneles Líquidos.....	362
Tabla 8.B.5:	Modelo GARCH para la serie Tráfico de Graneles de Líquidos.....	362
Tabla 8.B.6:	Modelo EGARCH para la serie de Tráfico de Graneles Líquidos.....	362
Tabla 8.B.7:	Modelo lineal para la serie Tráfico de Graneles Sólidos.....	362
Tabla 8.C.1:	Test de aleatoriedad y no linealidad (Contenedores y Líquidos).....	363
Tabla 8.C.2:	Test de aleatoriedad y no linealidad (Graneles Sólidos).....	364
Tabla 8.C.3:	Resultados del test BDS para la serie ARMA(5,0)MA(12).....	364
Tabla 8.C.4:	Resultados del test BDS para la serie GARCH(2,0).....	365
Tabla 8.C.5:	Resultados del test BDS para la serie EGARCH(3,3).....	365
Tabla 8.C.6:	Resultados del test BDS para la serie AR(2)MA(1)MA(1) ₁₂	366
Tabla 8.C.7:	Resultados del test BDS para la serie GARCH(1,0).....	366
Tabla 8.C.8:	Resultados del test BDS para la serie EGARCH(1,0).....	367
Tabla 8.C.9:	Resultados del test BDS para la serie MA(1)MA(1) ₁₂	367
Tabla 8.C.10:	Resultados del test de Kaplan para el tráfico de mercancías.....	368
Tabla 8.C.11:	Resultados del test de Kaplan para el tráfico de Graneles Líquidos.....	369
Tabla 8.C.12:	Resultados del test de Kaplan para el tráfico de Graneles Sólidos.....	370
Tabla 8.D.1:	Dimensión de correlación.....	371
Tabla 8.D.2:	Resultados del test de Lyapunov.....	371
Tabla 8.D.3:	Resultados del test 0/1 y del exponente de Hurst.....	372
Tabla 8.D.4:	Resultados del test de Matilla- García et al.....	372

INTRODUCCIÓN

1. INTRODUCCIÓN

La ciencia clásica se ha centrado en la predicción y sistematización matemática de las regularidades, imponiendo una naturaleza predecible y determinista. A partir del siglo XVII, las ciencias empíricas postulaban que el Universo atendía a un patrón acorde con las leyes de movimiento y otros principios mecánicos y lineales descubiertos por Isaac Newton. Posteriormente, se fue evolucionando hacia la idea de un Universo gobernado por otras hipótesis. Así, en el siglo XIX se formaliza el campo de la geometría no lineal o no euclídea que difería de la geometría tradicional en el incumplimiento de, al menos, uno de los postulados de la geometría Euclidiana¹. De igual forma, en el siglo XX se evoluciona hacia un pensamiento distinto, con hitos tan relevantes como el origen de la mecánica cuántica o los descubrimientos de Albert Einstein.

La evolución del pensamiento económico está, íntimamente ligada al desarrollo de las ciencias empíricas e influenciada por el entorno político y social. Por ello no es de extrañar que hayan seguido trayectorias paralelas en su evolución. Los economistas clásicos defendían básicamente que todo funciona dentro de un orden, que la economía tiende al equilibrio y que existe pleno empleo de recursos. Se consideraba que las desviaciones de las situaciones de equilibrio eran temporales y en consecuencia, era suficiente adoptar un enfoque estático de cualquier situación. Esta metodología implicaba un análisis, excesivamente simple, del fenómeno económico.

La mayoría de los modelos económicos se sostenían en la hipótesis de linealidad, implicando que las relaciones causa-efecto se mantuviesen en la misma proporción y que toda acción tenía un único resultado. Además, los sistemas lineales podían desagregarse para estudiar de forma aislada el comportamiento de cada una de sus partes. Es decir, bastaba con estudiar cada parte por separado, para luego unirlas y obtener una explicación del funcionamiento del sistema. De igual forma, la modelización de los sistemas y mercados financieros suponía y por tanto adoptaba, el comportamiento de un mercado eficiente. Es decir, un mercado en el que los precios reflejan toda la información, tanto de los hechos pasados como de los futuros y la modelización se realiza mediante “camino aleatorios”, en los que se asumen condiciones como que los cambios surgidos a lo largo del tiempo en los precios o rendimientos son independientes, idénticamente distribuidos o que siguen una distribución normal. Por tanto, el análisis de las series temporales y la

¹ Se considera que Euclides es el padre de la geometría. Su obra quedó plasmada en el libro de “Los Elementos”. Los postulados de la geometría euclidiana eran cinco. De forma resumida; Por dos puntos diferentes pasa una sola línea recta; Un segmento rectilíneo puede ser siempre alargado; Hay una sola circunferencia con un centro y un radio dados; Todos los ángulos rectos son iguales; Si una recta secante corta a dos rectas formando a un lado ángulos interiores, la suma de los cuales sea menor que dos ángulos rectos, las dos rectas alargadas se cortarán en el mismo lado.

predicción de la evolución futura de las variables económicas se ha llevado a cabo mediante la modelización lineal, en la que la presencia de perturbaciones o de shocks exógenos constituye un elemento imprescindible para la correcta modelización de la complejidad del proceso.

Sin embargo, Paul Anthony Samuelson (1947), en su libro “Foundations of Economic Analysis”, publicado en 1947, incluía ya tres capítulos bajo el título “Estabilidad del Equilibrio: Estática Comparativa y Dinámica”; “Estabilidad del Equilibrio: Sistemas Lineales y No Lineales” y “Elementos Fundamentales de la Economía Dinámica”, publicados previamente en dos prestigiosas revistas económicas², en los que aconsejaba sustituir el supuesto de linealidad por el de no linealidad, a fin de que los nuevos modelos pudiesen reflejar las fluctuaciones económicas más satisfactoriamente.

Tres años más tarde, en 1951, William J. Baumol, en su libro *Economic Dynamics*, recoge no solo las ideas de P. Samuelson, sino que resume también la dinámica clásica de Marx y Schumpeter y propone el empleo de los modelos no lineales en economía, dado que no siempre los hechos económicos satisfacen una relación lineal.

Actualmente existe un amplio acuerdo entre investigadores, analistas y expertos económicos, en que la teoría económica tradicional se ha visto incapaz de explicar satisfactoriamente algunas particularidades de los sistemas económicos, como la presencia de una alta volatilidad en determinadas variables, las inesperadas fases de recesión o expansión en el ciclo económico (Johnson, 2003) e importantes hechos y fenómenos económicos, como la crisis actual y las burbujas financieras.

Frente a las hipótesis y postulados en que se apoya la Teoría Económica tradicional y que implica elementos como linealidad, evolución de los precios, caminos aleatorios, mercados eficientes, situación de equilibrio, etc., surge la noción del concepto de complejidad en la economía, que ayuda a explicar la esencia de estos hechos económicos anómalos, atribuyéndolos a un conjunto de circunstancias como por ejemplo, que los mercados financieros, lejos de ser procesos lineales, presenten una componente no lineal estocástica, caótica o incluso una combinación de ambas.

La Ciencia de la Complejidad surge en el siglo XX y supone un nuevo paradigma que abarca conceptos tan amplios e importantes, como la teoría del caos y la modelización y la teoría de la no linealidad. Este nuevo enfoque implica, entre otros factores, la necesidad de estudiar los componentes y las formas de interrelación de los sistemas para su correcta comprensión.

² Los dos primeros en Samuelson (1941) y Samuelson (1942) en *Econometrica* y el último, en Samuelson (1947) en *The Review of Economic Statistics*.

Friedrich Hayek (1899-1992) hizo aportaciones al pensamiento económico y la neurociencia desde la perspectiva de la complejidad. Para Hayek cuanto más planifica el Estado, más difícil resulta para un individuo planificar. Hayek era tremendamente escéptico y pesimista acerca de la capacidad de los gobiernos de moldear a la sociedad. Cada individuo y cada empresa, conoce mejor que nadie su propia situación y pueden planificar su futuro a partir de informaciones específicas y dispersas entre los miembros de la sociedad. Los intentos de los gobiernos de planificar, suponen el regreso a un orden primitivo e instintivo que elimina el libre mercado. Este orden espontáneo es el mejor modo de organizar a una economía compleja, ya que el conocimiento sobre la sociedad, nunca puede ser perfecto.

Después de la Segunda Guerra Mundial, la reconstrucción de los países dio consenso a políticas keynesianas de intervención gubernamental en la economía. Simultáneamente, los economistas austriacos liderados por Hayek, fundaron la sociedad Mont Pèlerin que se enfrentaba a los planteamientos keynesianos. Para Hayek, el gobierno debe de actuar sólo para preservar los mecanismos espontáneos del mercado. En el año 1974, Friederich Hayek obtiene el premio Nobel y a finales de la década de 1970, Margaret Thatcher en el Reino Unido y Ronald Reagan en USA, comienzan a privatizar las industrias nacionalizadas y sus gobiernos desregulan los mecanismos del mercado. Más recientemente los economistas austriacos, se han caracterizado por criticar los rescates bancarios del colapso del sistema financiero de 2007-2008, ya que suponen una injerencia injustificable en el mercado.

La teoría de la complejidad, que nace con los trabajos sobre termodinámica del químico Ilya Prigogine (1917-2003), sugiere que las acciones regulares, racionales y predecibles de los individuos y las empresas no tienen por qué dar lugar, necesariamente, a equilibrios estables y predecibles. En definitiva, la economía puede ser caótica aunque los comportamientos de los individuos sean racionales, regulares y predecibles. Los economistas franceses Jean-Michel Grandmont y Alan Kirman en 1975, al igual que anteriormente Hayek, consideraron que la economía es demasiado compleja para que sus modelos sean lineales, pero además los individuos interactuando entre sí usan reglas prácticas simples más que cálculos racionales, a la manera de las hormigas en los hormigueros y de las abejas en las colmenas. En definitiva, la economía en su conjunto, a veces puede explicarse mejor por patrones de conducta complejos que por modelos optimizadores.

Grandmont y Kirman se inspiran en la teoría del caos, desarrollada en la década de los años 50 por Lorenz. En esta teoría, un pequeño cambio en las condiciones iniciales puede multiplicarse a largo plazo y provocar grandes cambios. Este es el efecto mariposa: “Una mariposa mueve las alas en Hong-Kong y se genera un tornado en Oklahoma”. Si esto es así en el mundo físico del meteorólogo Edward Lorenz, también puede ser así en el crecimiento económico, en los precios del crudo o en las cotizaciones bursátiles. La economía formula predicciones a gran escala

con las leyes de los grandes números y esto es erróneo. Así Mandelbrot asegura, que los economistas se equivocan cuando liman cifras económicas buscando medias e ignorando extremas, pues son precisamente las cifras sin limar y las extremas las que dan una imagen más real. Para Mandelbrot, la leve aleatoriedad que incorporan los modelos confunde y los modelos deben basarse en una aleatoriedad salvaje ya que, los sucesos imprevistos importan mucho más de lo que se cree, cuando se experimentan cambios. Por eso para Mandelbrot, los mercados son mucho más volátiles de lo que los economistas consideran. El error de los economistas según Mandelbrot es buscar leyes a la manera de la física clásica ya que, los equilibrios predecibles que constituyen el fundamento de las teorías económicas hoy son dudosos.

Los fenómenos económicos presentan ciertas particularidades que hacen de la Teoría de la Complejidad y en particular, de la teoría del caos y los sistemas dinámicos, un instrumento adecuado para su análisis, ya que entre otras características, son sistemas que muestran un cierto grado de orden debido a los mecanismos de control que poseen y además presentan la capacidad de autoorganización. Sin embargo, la evolución de las variables económicas muestran una conducta irregular que, en cierto modo, se repite como consecuencia de los agentes implicados en el proceso. La teoría del caos y de los sistemas dinámicos se ha planteado como la disciplina metodológica que permite describir pautas de comportamiento irregular, dentro de una estructura global ordenada y constituye un instrumento, cada vez más perfeccionado, para el estudio de la economía dinámica. Esta teoría ofrece grandes posibilidades, al aplicar modelos deterministas formalmente simples para la interpretación de fenómenos dinámicos complejos.

En definitiva, la complejidad de los fenómenos económicos, la irregularidad y ausencia de pautas observables en el comportamiento de muchas de las variables significativas, no son incompatibles con un cierto grado de orden. En el denominado régimen caótico, irregularidad y orden no son términos mutuamente excluyentes sino que pueden presentarse simultáneamente. Cabe mencionar la paradoja del Caos que permite describir pautas de comportamiento irregular dentro de una estructura global ordenada.

La necesidad de hacer visible la naturaleza dinámica, compleja e irregular de los fenómenos económicos, la exigencia del desarrollo de modelos más respetuosos y ajustados al comportamiento real de los mercados y el análisis y diseño de alternativas innovadoras para la solución de los problemas económicos, se han convertido en el germen del nacimiento de un aluvión de nuevas investigaciones. Surge, por tanto, un escenario repleto de nuevas perspectivas que incorporan un conjunto de innovaciones en relación con el comportamiento económico, que la visión tradicional había olvidado o relegado a un segundo plano.

Por todo lo expuesto, adquiere un carácter sumamente relevante el estudio de la dinámica subyacente en la evolución de las series temporales económicas, delimitando la posible presencia de no linealidad y de un régimen caótico en su patrón de comportamiento.

1.1. Objeto de la tesis

1.1.1. Objetivos generales

En esta investigación se estudian los aspectos que giran en torno a la complejidad de la Ciencia Económica y en concreto, los patrones no lineales y comportamientos caóticos subyacentes en la dinámica temporal de las series temporales económicas, desde una concepción profunda, utilizando para ello una aproximación metodológica comprensiva que optimiza los resultados del análisis. En este sentido, al incluir un amplio conjunto de herramientas de diversa índole se contribuye a paliar las posibles deficiencias que pudieran surgir en la aplicación de cada una de ellas por separado.

Esta tesis se compone de una colección de cinco ensayos independientes, aunque con puntos en común. En cada ensayo se examina el comportamiento de una serie temporal subyacente a un proceso financiero o económico de especial relevancia en la economía mundial, con el fin de obtener información del proceso generador del mismo. Mediante la aplicación de la teoría clásica de las series temporales se elimina la parte lineal de la serie original, para posteriormente, utilizando un amplio y diversificado conjunto de herramientas en forma de métodos y test, propias de la Teoría del Caos y de la no linealidad, examinar el posible comportamiento no lineal y/o caótico del proceso económico o financiero que es objeto de estudio en cada ensayo.

En definitiva, el objetivo básico en cada uno de los ensayos es contestar con argumentos robustos a los dos interrogantes siguientes: (i) ¿Pueden ser explicados completa y satisfactoriamente el comportamiento y la dinámica de la serie temporal analizada mediante un modelo lineal? y (ii) ¿En caso de detectarse la existencia de no linealidad, se debe a la existencia de un proceso caótico en la dinámica de la serie objeto de estudio?

1.1.2. Objetivos específicos

Los objetivos específicos de esta investigación son los siguientes:

- Caracterización estadística de las series temporales analizadas.

- Análisis de las series temporales valiéndose de herramientas propias de los sistemas dinámicos no lineales.
- Aplicación de una amplia y exhaustiva batería de test que bien permiten analizar en dicha serie aspectos como la estacionaridad, el comportamiento lineal (o su no linealidad), la independencia de las observaciones y su aleatoriedad, la volatilidad o bien la presencia de un comportamiento caótico.

1.2. Interés.

La simple lectura de los objetivos de esta tesis, que consisten básicamente en el contraste empírico de la existencia de no linealidad y comportamiento caótico en un conjunto de series temporales de gran relevancia en la economía y las finanzas, permite deducir el interés y la utilidad de abordar esta investigación:

- Un primer motivo de interés de este trabajo radica en que ofrece una respuesta a una cuestión clave en el ámbito económico como es si los modelos lineales, tan frecuentemente utilizados en la economía, se ajustan satisfactoriamente al mundo real (De Coster y Mitchell, 1981), o bien no están correctamente especificados y es necesario aplicar algún modelo no lineal, utilizando, por ejemplo, métodos no paramétricos, con el fin de mejorar la precisión de la predicción respecto a la obtenida utilizando el modelo lineal. En este sentido, la dinámica no lineal amplía enormemente el espectro de posibles comportamientos cualitativos de un sistema: Si la dinámica lineal se caracteriza por ser simple y regular, la no lineal podría tener un matiz caótico, es decir, ser compleja y altamente irregular. La existencia del caos en las relaciones económicas no es una cuestión trivial. Las economías están en permanente proceso de cambio y es difícil identificar cuáles de esos cambios se determinan dentro del sistema “endógenos” y cuáles son consecuencia de shocks externos estocásticos o fortuitos exógenos”. Así por ejemplo, en una serie temporal sometida a una dinámica caótica resulta muy fácil atribuir los movimientos al cambio estructural del modelo económico, cuando en realidad no hay cambio alguno.
- El interés de esta investigación se extiende al ámbito de la predicción de la evolución futura de las diversas series analizadas, ya que por ejemplo, la existencia de un comportamiento caótico en las variables económicas permitiría realizar predicciones a corto plazo y constituiría el primer paso para la construcción de un modelo predictivo, usando la base teórica de los sistemas dinámicos no lineales.

- Desde la perspectiva del diseño de la política económica, la existencia de una dinámica caótica en el comportamiento de una variable económica sería de suma utilidad ya que facilitaría la utilización de políticas anticíclicas sobre la variable de referencia, al tener las fluctuaciones un carácter endógeno y generarse los ciclos en la propia dinámica del sistema.

Asimismo y restringido al ámbito específico de cada uno de los cinco ensayos de esta tesis, el análisis de la no linealidad y dinámica caótica que se realiza para cada una de las correspondientes series, presenta un interés relevante por los motivos que se especifican a continuación.

- La modelización y el estudio de la existencia de la no linealidad y dinámica caótica de la serie de los precios del petróleo, que se realiza en el capítulo cuarto, adquieren sumo interés debido a que su evolución está íntimamente conectada, con el nivel de pulsaciones de la actividad económica mundial. En este sentido, las bruscas y pronunciadas variaciones en el precio del crudo han sido el factor desencadenante, de muchas de las recesiones acaecidas en las economías de los países más desarrollados y han jugado un papel crucial, en la agudización de sus desequilibrios macroeconómicos. Además, la predicción de la volatilidad en los rendimientos de dicho precio, juega un papel clave en el proceso de la toma de decisiones financieras, relacionadas con la evaluación de productos derivados energéticos, la creación de estrategias de cobertura óptima, la inversión en carteras y la gestión de riesgos. Finalmente, la modelización y el estudio de la existencia de no linealidad y dinámica caótica presentan una particular utilidad, para los agentes que intervienen en los mercados financieros y para el diseño de las políticas macroeconómicas.
- El análisis del comportamiento no lineal y dinámica caótica de los índices bursátiles, que se lleva a cabo en el capítulo quinto, es particularmente útil para los agentes que intervienen en los mercados de capitales: Inversionistas, intermediarios financieros, entidades de crédito, reguladores, etc. Otro motivo de interés deriva de que, los mercados bursátiles que dichos índices representan, constituyen un barómetro fiel de la evolución de la actividad en las economías más desarrolladas.
- El interés del estudio y modelización del Baltic Dry Index (BDI), que se realiza en el capítulo sexto, se debe a su relevancia como indicador de los precios en el mercado de transporte marítimo de graneles sólidos que representan, una parte significativa de los precios de los productos finales. Este interés se extiende no solo a todos los agentes intervinientes en la operación de transporte –armadores, navieros, fletadores, cargadores, brokers-, sino también a todos los sectores manufactureros que, por un lado, utilizan las

mercancías transportadas como inputs intermedios en su proceso de producción y por otro, necesitan transportar una parte de las mercancías que producen en forma de graneles sólidos. Otro motivo, que refuerza el interés del estudio y modelización del BDI, se debe a que dicho índice es considerado un indicador adelantado de la evolución de la economía mundial, facilitando la predicción del comportamiento futuro de la actividad económica. En este sentido, Bakshi et al. (2011) demostraron que las tasas de crecimiento trimestrales del BDI, constituyen un buen predictor de la evolución de la actividad económica en numerosos países.

- El interés del estudio de la demanda del transporte aéreo en España, que se realiza en el capítulo séptimo, deriva del hecho de que en la era actual de la globalización, el transporte aéreo juega un papel relevante en la economía mundial. Este papel se refuerza para el caso español, debido a que un sector económico muy ligado a él, como es el turístico, tiene un peso muy importante en la economía española.
- Finalmente, el hecho de que cerca del 90% de los intercambios internacionales de mercancías tengan lugar mediante el transporte marítimo, permite comprobar la relevancia de dicho modo de transporte en el comercio mundial y se traduce en que, el análisis que se lleva a cabo en el capítulo octavo sobre el comportamiento de la serie temporal del tráfico marítimo en los puertos españoles, presente sumo interés y sea particularmente útil, para la planificación de las inversiones y la gestión del sistema portuario.

1.3. Novedad y aportaciones.

Al revisar la literatura internacional se observa que desde la década de los 1980, aprovechando el rápido desarrollo de la informática, que permitía la aplicación de nuevos y más sofisticados métodos y test, surgen numerosos trabajos que tienen por objetivo el estudio del posible comportamiento no lineal y caótico de las series temporales económicas y financieras.

La primera conclusión que se deduce del análisis de este amplio conjunto de investigaciones, es que los resultados obtenidos varían significativamente, según cuáles han sido los datos y herramientas metodológicas empleadas en el análisis y no es posible alcanzar un consenso generalizado sobre el comportamiento de las fluctuaciones en las series económicas y financieras. Respecto a la cuestión de si existe dependencia no lineal de origen caótico determinístico, el análisis realizado hace concluir que no es posible dar una contestación concluyente sobre dicha cuestión, aunque existe una tendencia nítida en las investigaciones más recientes, hacia la alternativa de inexistencia de un comportamiento caótico en las series

económicas y financieras. Así, durante una primera etapa, son muy frecuentes los trabajos que obtienen un comportamiento caótico. Por ejemplo, Panas y Ninni (2000) encuentran evidencia de caos para el precio de una serie de productos, en los mercados de petróleo de Rotterdam y mediterráneo, Frank y Stengos (1989) en los mercados de oro y plata y Scheinkman y LeBaron (1986), utilizando datos diarios y semanales de los retornos, encuentran evidencia de dinámica caótica en los mercados bursátiles estadounidenses.

Sin embargo, más recientemente, una vez incorporados nuevos métodos y test con más potencia estadística sobre la detección de la dinámica caótica, se observa que la mayoría de las investigaciones sugieren que los datos analizados no son caóticos, es decir, presentan un comportamiento estocástico, o bien obtienen resultados contradictorios, dependiendo del método utilizado. Dentro de esta última corriente, se incluyen los estudios más recientes como por ejemplo, Matilla-García (2007) y BenSaïda (2014). En general, en estos últimos estudios se utilizan principalmente nuevos métodos más modernos, con más potencia y que pueden lidiar con el ruido que presentan las series económicas y financieras. Tampoco hay que olvidar que las series que se analizan en estos estudios, abarcan un espacio temporal más amplio y que incorporan datos más recientes que, probablemente son más fiables que los anteriores.

En resumen, como afirman BenSaïda y Litimi (2013) para el caso de los mercados financieros, muchos de los estudios realizados, principalmente los más antiguos, llegan a una conclusión equívoca sobre la presencia de caos debido a una errónea especificación de los métodos y test utilizados tradicionalmente, que deberían aplicarse exclusivamente a series temporales libres de ruido, lo que no suele ocurrir en las series temporales financieras.

Con el fin de contribuir a disipar las divergencias existentes entre los resultados de las numerosas investigaciones realizadas, se presenta para cada uno de los cinco ensayos que componen esta tesis, una nueva metodología compuesta de una amplia batería de test y de herramientas cuantitativas, que conforman una aproximación metodológica óptima ya que, al incluir varias herramientas de diversa índole, se puede paliar las posibles deficiencias de cada una de ellas.

En nuestro conocimiento, en ninguno de los estudios realizados sobre la dinámica de las series económicas y financieras, se aplica un número tan elevado de métodos y contrastes como en esta investigación.

Asimismo, este trabajo contribuye a rellenar el vacío existente en la literatura internacional sobre el comportamiento no lineal y caótico de los mercados bursátiles ya que, además de constituir el estudio que engloba la utilización de un número mayor de métodos y técnicas para el análisis de la no linealidad y el comportamiento

caótico de las diversas series temporales consideradas, incluye a las más recientes y con una mayor potencia para discriminar el tipo de dinámica subyacente.

En definitiva, el robusto armazón metodológico utilizado en esta investigación permite dotar de un mayor grado de confianza a los resultados obtenidos, en relación con los trabajos anteriores y nos sitúa en condiciones de poder ofrecer una respuesta más fiable al dilema de la existencia de no linealidad y caos en los fenómenos económicos.

Descendiendo al detalle, las principales aportaciones de esta investigación son las siguientes:

- Comparación de las distintas metodologías existentes, para el análisis de la no linealidad y la dinámica caótica.
- Estudio pionero de procesos económicos relevantes, desde la perspectiva de la Ciencia de la Complejidad.
- Aplicación de las técnicas más modernas y que, de acuerdo con la literatura existente, muestran una mayor potencia en sus resultados.

1.4. Limitaciones del estudio

Entre las limitaciones de este estudio cabe señalar las siguientes:

- La primera limitación es que las series temporales analizadas, se componen de datos con frecuencia mensual y diaria y aunque otros investigadores han encontrado evidencias de caos utilizando frecuencias similares, es posible que la dependencia entre observaciones se vea perturbada, cuando el intervalo temporal entre ellas es demasiado amplio. Este hecho sería más probable en el caso de dos de las series analizadas –referentes al tráfico marítimo y aéreo- que tienen frecuencia mensual.
- En tres de los cinco ensayos se estudian series financieras que aunque tienen un número considerable de datos, es posible que estén afectadas por la existencia de ruido (por ejemplo errores de medida, o de agregación de variables). Gao et al. (1999), entre otros investigadores, han sugerido que la detección de caos únicamente presenta una completa credibilidad, cuando la contaminación presente en la serie es pequeña.
- Las series subyacentes de los procesos generadores estudiados no recogen los cambios estructurales del sistema. Así por ejemplo, el Baltic Dry Index se

ha visto afectado en varias ocasiones, por cambios en las ponderaciones de los índices que lo componen y es difícil garantizar que, las características del mercado reflejadas en dicho índice, permanezcan inalterables durante todo el periodo de estudio.

1.5. Estructura de la Tesis

Esta investigación se organiza de la forma siguiente: En el capítulo segundo se expone una visión panorámica de las relaciones entre los conceptos de complejidad, no linealidad y caos con la economía. Se introducen las distintas teorías que existen, sobre el funcionamiento de los mercados financieros y se lleva a cabo una revisión de la literatura existente, sobre la aplicación de la teoría del caos a la economía y a los mercados financieros.

A continuación, en el capítulo tercero, se describe de forma exhaustiva la metodología general para el análisis de la no linealidad y del comportamiento caótico, que se va a aplicar a las series temporales que se estudian en esta investigación.

En los cinco capítulos sucesivos, desde el cuarto hasta el octavo, se presentan los ensayos correspondientes a las series económicas analizadas. En el capítulo cuarto se analiza el comportamiento de la serie de los precios diarios del petróleo, West Texas Intermediate (WTI). En el quinto, se estudian las series correspondientes a los índices bursátiles Dow Jones Industrial Average, Ibex35, Nikkei y Nasdaq. A continuación, en el capítulo sexto, se analiza la serie BDI, efectuando un estudio por separado de su dinámica durante tres subperiodos, que han sido seleccionados de acuerdo a los niveles de volatilidad que presenta la serie. El análisis de las series de tráfico aéreo de viajeros (internacional y nacional) y de mercancías, se presenta en el capítulo séptimo. Posteriormente, en el capítulo octavo, se estudian las series de tráfico marítimo de contenedores, graneles sólidos, graneles líquidos.

Finalmente, en el último capítulo, se extraen una serie de conclusiones sobre la investigación realizada, se resaltan las principales aplicaciones de los resultados obtenidos y se indican las posibles líneas de investigación futuras.

Bibliografía

Bakshi, G., Panayotov, G., y Skoulakis, G. (2011): The Baltic Dry index as a predictor of global stock returns, commodity returns, and global economic activity. *In AFA 2012 Chicago Meetings Paper*.

Baumol, W. J. (1959): *Economic dynamics*, The Mac Millan Co., New York.

BenSaïda, A. (2014): "Noisy chaos in intraday financial data: Evidence from the American index", *A lied Mathematics and Computation*, 226, 258-265.

BenSaïda, A. y Litimi, H. (2013): "High level chaos in the exchange and index markets", *Chaos, Solitons & Fractals*, 54, 90-95.

DeCoster, G. P. y Mitchell, D. W. (1991): "The efficacy of the correlation dimension technique in detecting determinism in small samples", *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 39(4), 221-229.

Devaney, R. L. (1986): *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, Benjamin/Cummings Publishing, Menlo Park, CA.

Frank, M., y Stengos, T. (1989): "Measuring the strangeness of gold and silver rates of return", *The Review of Economic Studies*, 56(4), 553-567.

Gao, J. B., Hwang, S. K., y Liu, J. M. (1999): "When can noise induce chaos?" *Physical review letters*, 82(6), 1132.

Johnson, N. F., Jefferies, P., y Hui, P. M. (2003): Financial market complexity. *OUP Catalogue*.

Panas E. y Ninni V., (2000): "Are oil markets chaotic? A nonlinear dynamic analysis", *Energy Economics*, 22, 549–568.

Samuelson, P. A. (1941): "The stability of equilibrium: comparative statics and dynamics", *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 97-120.

Samuelson, P. A. (1942): "The stability of equilibrium: linear and nonlinear systems", *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1-25.

Samuelson, P. A. (1943): "Dynamics, statics, and the stationary state", *The Review of Economic Statistics*, 58-68.

Samuelson, P. A. (1944): "The relation between Hicksian stability and true dynamic stability", *Econometrica, Journal of the Econometric Society*, 256-257.

Samuelson, P. A. (1947): *Foundations of Economic Analysis*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, USA.

Scheinkman, J. A., y LeBaron, B. (1989): "Nonlinear dynamics and stock returns", *Journal of Business*, 311-337.

PRIMERA PARTE: MARCO TEÓRICO Y METODOLÓGICO

2. COMPLEJIDAD, CAOS Y ECONOMÍA

2.1. Teoría de la Complejidad

La Teoría de la Complejidad, surge como una alternativa crítica a las corrientes implantadas en los siglos XVII a XIX, la denominada “Ciencia Clásica” o newtoniana (Wiener, 1969) y por ello, no puede ser comprendida sin hacer referencia a sus predecesores, es decir, a las teorías que anteriormente habían sido enunciadas.

Los postulados de la ciencia clásica, en los que se ha sustentado toda la investigación realizada en los últimos siglos, han sido:

- Determinismo y Mecanicismo
- Reversibilidad del tiempo
- Reduccionismo
- Linealidad

El primer postulado, el Determinismo, descansa en el supuesto Laplaciano consistente en que si se conoce el instante y la posición de las partículas, es posible predecir el estado del Universo en un momento cualquiera, pasado o futuro. Es decir, dadas todas las condiciones existentes en un instante cualquiera, un conjunto de leyes determina totalmente el futuro y el pasado. Este concepto ha sido compartido por la mayoría de los científicos, desde Descartes hasta Newton, entendiendo el universo como una máquina determinista perfecta (Morin, 2005). El Universo sería un conjunto perfectamente organizado, capaz de explicar todo de manera exacta, además, completamente determinista, dado que el futuro se encuentra en relación de dependencia con respecto al pasado. En esta concepción del Universo, se rechaza todo lo accidental, aleatorio e individual, así como las fluctuaciones y la inestabilidad, asumiéndolos como errores y dejando reinar a los principios del orden y de la estabilidad (Morin, 1984 y 2005).

El concepto de la Reversibilidad del tiempo subyace en la idea ya explicada, del determinismo Newtoniano y Laplaciano (Morin, 1984). Por medio de las ecuaciones newtonianas, existe la posibilidad de describir tanto el pasado como la evolución futura (Prigogine, 1997).

El Reduccionismo hace alusión a que los fenómenos son analizados de manera fragmentada. El sistema se separa en distintas partes de tal forma que su suma explica el proceso completo. La relevancia y trascendencia de este supuesto de la ciencia clásica, queda plasmado en la denominación dada por muchos autores a este paradigma como el del enfoque reduccionista o el de la simplificación (Johansen, 1994; Morin, 1984 y 2005).

Finalmente, debido en gran parte a la carencia de ordenadores y técnicas matemáticas avanzadas, se planteó la idea de que el Universo podía ser explicado mediante aproximaciones lineales (Waldrop, 1992). En los métodos de análisis se utilizaban técnicas lineales, introduciendo un término de error para poder explicar los fenómenos.

No obstante, a lo largo del Siglo XX, se observa la existencia de varios campos como la probabilidad, la termodinámica, la mecánica cuántica y la teoría de la relatividad, que no encuentran explicación posible desde la perspectiva de la ciencia clásica.

2.1.1. Sistemas Complejos

En contraposición con la concepción clásica, gobernada por las leyes de Newton, surge la Teoría de la Complejidad. La Ciencia o Teoría de la Complejidad (Complexity Science) abarca el estudio de los sistemas complejos y constituye una revolución conceptual metodológica en casi todos los campos de investigación científica, ligada estrechamente al estudio de fenómenos no lineales.

En la naturaleza se pueden encontrar una gran cantidad de ejemplos de sistemas complejos de muy distinta idiosincrasia. Basta con mencionar a modo de ejemplo, a entidades tan distintas como una célula, un organismo, un ordenador, un ecosistema, una población de insectos o una economía de mercado.

Una forma de definir un sistema es como un conjunto de elementos o partes que interaccionan entre sí con el fin de alcanzar un objetivo. Por tanto, existe una influencia mutua entre sus componentes, es decir, que el cambio que uno de ellos experimenta repercute y afecta a los demás. Además ese objetivo común y concreto debe existir y estar bien definido. Por tanto para comprender un sistema es necesario analizar sus componentes, las interacciones en el mismo y la función del sistema.

La revisión de la literatura internacional hace concluir que, no existe una definición consensuada, precisa y absolutamente aceptada de un sistema complejo (Rosser, 1999). Mier (2002) postula la existencia de una amalgama de teorías de la complejidad, dado que no existe un carácter unitario y consistente entre las mismas, ni una propuesta teórica acotada, dotada de un objeto específico. En sentido amplio, se dice que sistema es complejo cuando no puede explicarse de forma satisfactoria a partir de sus componentes individuales.

Independientemente de ello, en relación con las numerosas definiciones existentes, Rickles (2011) señala una serie de propiedades que a continuación se exponen:

- Un sistema complejo debe contener varias subunidades.
- Las subunidades del sistema deben ser independientes.
- Las interacciones entre las distintas subunidades deben ser no lineales (al menos en algún momento del sistema).

En definitiva, las propiedades del sistema subyacen en las interacciones del mismo y estas propiedades son “emergentes”. Este concepto es probablemente una de las características más relevantes de la Complejidad. El sistema posee propiedades que no se encuentran en cada parte del mismo, sino que emergen desde las interacciones y relaciones entre las partes, por lo que no puede analizarse estudiando cada parte por separado (Capra, 2003).

Si al sistema además de las propiedades anteriores, se le exige que las subunidades del mismo modifiquen sus propiedades y comportamiento con respecto a un ambiente en evolución, el sistema se denomina sistema complejo adaptativo. Todo sistema complejo adaptativo exhibe una serie de propiedades. Las más importantes se enumeran a continuación:

- **La agregación:** La agregación prolifera de un comportamiento complejo derivado de la interacción de comportamientos individuales, que se caracterizan por ser mucho menos complejos. Es importante resaltar la importancia que posee el orden³ del sistema.
- **Reglas de adaptabilidad:** Los agentes integrados en los sistemas complejos, asimilan información del ambiente y la combinan derivando en su propia regla de decisión, sin la necesidad de interactuar con ningún agente externo.
- **No-linealidad:** En un modelo lineal el valor final supone la suma de cada una de las partes. Sin embargo, en estos sistemas el comportamiento final es mucho más complicado. Esta propiedad se considera esencial (necesaria) para los sistemas complejos aunque no suficiente.
- **Retroalimentación:** Una parte del sistema recibe retroalimentación, es decir, la forma en que sus vecinos interactúan posteriormente, depende de cómo ha interactuado con ellos en un momento anterior. La presencia de retroalimentación no es una condición suficiente de complejidad, siendo necesario que las unidades sean parte de un grupo suficientemente grande para exhibir complejidad.

³ La definición de orden es bastante compleja, pero abarcaría conceptos como simetría, organización o determinismo.

2.1.2. Complejidad y Economía

En el ámbito de la economía la concepción de la teoría “clásica”, basada en las hipótesis derivadas de las leyes de Newton, se revelan insuficientes. La primera crítica al enfoque clásico, reside en la búsqueda de "leyes naturales" que expliquen todos los fenómenos económicos. Adicionalmente, el equilibrio, considerado como el estado final, radica más en la física y en la naturaleza que en la economía. Este concepto de equilibrio presenta la limitación de que su análisis no suele reflejar ni explicar de forma satisfactoria los fenómenos Económicos.

En las últimas décadas, la aplicación de la Ciencia de la Complejidad a la Ciencia Económica, ha implicado un cambio en el estudio de los fenómenos económicos. Antiguamente se consideraba el estudio de cada parte del sistema por separado, simplificando el mismo y asumiendo que, la suma de todos los elementos, constituían el sistema global. Sin embargo, este enfoque se ha mostrado insuficiente e ineficaz para explicar la mayoría de los fenómenos económicos.

En este sentido, la “Teoría de la Complejidad Económica”, ofrece una alternativa sugerente para la explicación de dichos fenómenos. La aproximación a los fenómenos económicos reside básicamente en recordar que la clave inicial del sistema está relacionada con el examen de la interrelación (conexión) que los “agentes económicos” sostienen entre sí, aunque estos se diferencian unos de otros (heterogeneidad de los “agentes”).

Las interacciones entre los diversos agentes se encuentran de forma dispersa y sin la existencia de una jerarquía intrínseca clara. Además, existen fenómenos de retroalimentación positiva y, por tanto, existencia de relaciones no lineales, que constituyen características distintivas de los Sistemas Complejos. Asimismo se observan relaciones entre el sistema y su entorno ya que ninguna economía es un sistema cerrado (Durlauf, 1997).

La Economía Compleja no constituye un sistema determinístico predecible, sino un proceso en evolución dinámica y lejos del equilibrio. Los agentes económicos, ya sean bancos, consumidores, empresas, o inversionistas, se adaptan mediante la evolución y el aprendizaje, y ajustan sus movimientos al mercado, a las decisiones de compra, a los precios y a las previsiones que estos movimientos o decisiones crean (Arthur, 1999). Los “elementos” económicos -agentes humanos- reaccionan con estrategia y prospectiva, considerando los resultados que pudieran derivarse como consecuencia del posible comportamiento del sistema (Arthur, 1999). Además, el sistema presenta dependencia del pasado y como consecuencia de las relaciones entre las agentes, ya mencionadas, surgen en el nivel macro un cúmulo de propiedades que no se deducen simplemente del conocimiento del comportamiento del nivel micro.

En el mundo financiero, la Teoría de la Complejidad ha supuesto una verdadera revolución sobre el entendimiento de diversos fenómenos económicos y se ha convertido en una explicación a los múltiples vaivenes de los mercados. Considerar los mercados como sistemas adaptativos complejos, para así suscitar una posible explicación endógena a las fluctuaciones de las variables económicas, parece ser una forma más real y descriptiva que otras hipótesis alternativas, de explicar lo que realmente ocurre en los mercados (Mauboussin, 2002), y permite abordar con un mayor grado de rigor matemático las inestabilidades y fluctuaciones (Fernández, 2002). Además, permite modelizar de forma más precisa las situaciones y fenómenos para entender ciertas características agregadas de los entornos económicos que se caracterizan por la coexistencia de un gran número de agentes heterogéneos (Durlauf, 1998).

Cabe considerar a los mercados financieros como sistemas complejos, en los que las propiedades dinámicas a largo plazo son dependientes de la evolución de un gran número de sistemas acoplados no lineales (Wang and Hui, 2001), y compuesto por multitud de agentes, con creencias idiosincrásicas sobre el futuro (Durlauf, 1998).

Las teorías clásicas, basadas en comportamientos lineales, han evolucionado hacia teorías no lineales, capaces de generar fluctuaciones irregulares con ciertas propiedades de regularidad, que constituyen características presentes habitualmente en las series reales observadas. Así pues, parece correcto insertar el comportamiento de los mercados de capitales, dentro del campo de los procesos complejos.

Algunas características de los Sistemas Complejos, que se observan en los mercados son:

- Los sistemas, habitualmente y de forma endógena, exhiben grandes y sorprendentes cambios, sin que exista causa ajena alguna (Sornette, 2003).
- La dificultad en la modelización de los sistemas financieros, asociada a la complejidad del modelo, ya que no admiten la simplificación hasta el estado de “causa-efecto”, ni aún conociendo todos los factores.
- El gran número de variables y agentes intervinientes.
- La sensibilidad a las condiciones iniciales. El comportamiento y la dinámica cambian según se esté en uno u otro lugar o momento.
- Irracionalidad y no determinismo puro: Esta última característica queda reflejada en acciones como, por ejemplo, la venta masiva de una acción por un vago rumor en el mercado o la influencia de operadores ocasionales sin

conocimiento del mercado, donde su demanda puede considerarse puramente aleatoria.

- **Adaptación y Evolución:** Los agentes económicos, ya sean entidades financieras, consumidores, empresas, o inversionistas, ajustan continuamente sus movimientos y acciones al mercado, a las decisiones de compra, a los precios y a las previsiones.
- **No-Estacionariedad:** Las propiedades estadísticas y dinámicas del Sistema no varían a lo largo del tiempo.

Tabla 2.1: Comparación entre los distintos enfoques de la Economía

Campo	Economía de la Complejidad	Economía Tradicional
Dinámica	Sistemas abiertos, dinámicos, no-lineales, lejos del punto de equilibrio.	Sistemas cerrados, estáticos, lineales y en equilibrio.
Agentes	Modelizados de forma individual; usando reglas inductivas para tomar decisiones; Presentan errores y prejuicios; Aprenden a adaptarse a través del tiempo. Son heterogéneos.	Modelizados colectivamente; utilizan cálculos deductivos complejos para tomar decisiones; Tienen toda la información necesaria; no cometen errores y no tienen prejuicios; No aprenden ni tienen necesidad de hacerlo (son ya perfectos); mayoritariamente homogéneos.
Redes	Modelizan explícitamente las interacciones bilaterales entre los agentes individuales; Las redes de relaciones cambian con el tiempo;	Los agentes interactúan indirectamente a través de mecanismos de mercados (por ejemplo, subastas).
Emergencia	No hace distinción entre macroeconomía y microeconomía; Los patrones macro son un resultado emergente de las interacciones y comportamientos de los niveles micro.	La macroeconomía y la microeconomía se mantienen como disciplinas independientes.
Evolución	El proceso evolutivo de diferenciación, selección y amplificación provee al sistema endógeno para la creación de innovación y es responsable de su crecimiento en orden y complejidad.	No existe un mecanismo para la creación de innovación, crecimiento, orden o complejidad.
Preferencias	La creación de preferencias es central; Los individuos no son necesariamente egoístas.	Las preferencias están ya dadas; Los individuos son egoístas.

Fuente: Beinhocker (2006) y Arthur, W. B. (1999)

Análogamente, los mercados presentan una serie de características que permiten considerarlos como sistemas complejos. Estas son:

1. Correlaciones y tendencias a largo plazo (retroalimentación).
2. Mercados erráticos (en niveles críticos) bajo ciertas condiciones.

3. Descripción mediante series temporales (de indicadores bursátiles y rendimientos) que, a diferentes escalas o incrementos de tiempos, tienen la misma apariencia y presentan características similares.
4. La fiabilidad de las predicciones es menor a medida que se avanza en el tiempo.

Las implicaciones directas del paradigma de la complejidad en la metodología económica han conllevado, no solo un cambio de enfoque en las teorías Económicas, sino también el desarrollo de una metodología más completa, incluyendo nuevas técnicas y nuevos modelos. En primer lugar se han desarrollado nuevos modelos deterministas no lineales que generan una dinámica similar a la presente en la economía real, con el fin de analizar su evolución futura y cuantificar el grado de complejidad existente. También se ha pretendido estudiar la evolución futura a través de nuevos modelos estocásticos no lineales. En tercer lugar, las nuevas herramientas que han surgido, enfocadas en el paradigma de las Ciencias Complejas, permiten analizar las series temporales subyacentes de los procesos Económicos y conocer así sus características más relevantes. Finalmente, se han creado nuevas técnicas, como las redes neuronales, para predecir su evolución futuro (Jaramillo et al., 2004).

2.2. Teoría del Caos

2.2.1. Antecedentes

Al comienzo de la década de los 1960, surge la teoría o matemática del caos. La teoría del caos se integra como un componente de la teoría de la Complejidad y está constituida por un conjunto de técnicas matemáticas que sirven para estudiar el comportamiento de procesos que aparentemente se comportan de forma aleatoria, aperiódica y carente de toda regularidad.

El estudio de los procesos deterministas, que muestran comportamientos altamente complicados, fue iniciado ya por Jules-Henri Poincaré (1854-1912) a finales del siglo pasado. El origen se sitúa en 1888, con las contribuciones de Poincaré al problema de los N cuerpos⁴, planteado por Karl Weierstrass. Poincaré indica, que las ecuaciones newtonianas funcionan a la perfección cuando se aplican solamente a problemas de dos cuerpos, como por ejemplo, la tierra y el sol. Sin embargo, en el momento de incluir a la luna, la atracción que ejerce sobre la tierra trae consigo la generación de perturbaciones en la órbita terrestre, modificando, por ejemplo, la distancia entre la tierra y el sol, entre otras consecuencias. A este problema se le conoció como el de los tres cuerpos. Poincaré (1890) no sólo manifestó sus críticas

⁴ El problema de los N -cuerpos consiste en el estudio del movimiento de N masas en un sistema de referencia Newtoniano en el que sólo actúa la fuerza de atracción gravitatoria entre ellas.

a las ecuaciones newtonianas, sino que planteó la necesidad de una nueva matemática y, general, una nueva ciencia para explicar la dinámica de los sistemas complejos. La conclusión principal de Poincaré establecía que la evolución de un sistema como el mencionado, era extremadamente caótica, en el sentido de que una pequeña perturbación en el estado inicial (como por ejemplo, una mínima variación en la posición inicial de un cuerpo), podía llevar eventualmente a un estado radicalmente diferente, es decir, que el comportamiento dependía sensiblemente de las condiciones iniciales.

Sin embargo, no fue hasta las investigaciones de Lorenz (1963), cuando empezaron a surgir distintas aplicaciones del caos determinista, primero en la física y posteriormente, en otras disciplinas del conocimiento como la economía.

Lorenz, antiguo alumno de Harvard, estaba estudiando el fenómeno de la convección en la atmósfera, para lo que planteó un modelo matemático formado por tres ecuaciones diferenciales ordinarias⁵, en las que se incluían tres variables que expresan como cambian a lo largo del tiempo la velocidad y temperatura del aire. Su objetivo básico era describir y hacer predicciones climatológicas.

Observó al introducir pequeñas diferencias en los datos, algo tan sencillo como utilizar tres o seis decimales, que la predicción sobre el estado final era completamente diferente, de tal forma que cualquier pequeña perturbación en los datos o error en las condicionales iniciales del sistema podría tener una gran influencia en el resultado final.

Lorenz había descubierto la dependencia sensitiva a las condiciones iniciales o el denominado efecto mariposa⁶: “El aleteo de una mariposa en Brasil puede ocasionar un tornado en Texas”. Su hallazgo fue publicado en una revista de meteorología, en un artículo titulado “Deterministic Nonperiodic Flow” y en él se puede encontrar la definición de “atractor extraño”. Lorenz publicaba una imagen, con forma parecida a la de una mariposa⁷. El gráfico describía sistemas que casi alcanzan la estabilidad, como podrían ser poblaciones de animales que se multiplican y reducen con regularidad.

Sin embargo, el artículo de Lorenz pasó prácticamente desapercibido. Sólo Stephen Smale (1967) el primero en manejar la dinámica caótica, proporcionando la aplicación conocida como herradura de Smale⁸ y James Jorke, el introductor del

⁵ Denominado sistema de Lorenz (1963).

⁶ Se denomina, por tanto, efecto mariposa a la amplificación de errores que pueden aparecer en el comportamiento de un sistema complejo.

⁷ Posteriormente denominado atractor de Lorenz.

⁸ La aplicación consiste en la superposición de dos operaciones sucesivas: la primera consiste en estirar del espacio de estados y la segunda en plegar el espacio resultante.

término caos en la literatura científica, reconocieron las repercusiones filosóficas del mismo.

La década de 1970 fue el inicio de los pilares de la teoría del caos. El matemático norteamericano Guckenheimer (1977) acuñó la expresión “dependencia sensible a las condiciones iniciales”. Robert May (1976) dio a conocer en su artículo “Simple Mathematical Models with Complicated Dynamics” el paradigma del sistema dinámico caótico discreto: la ecuación logística discreta. Además, Feigenbaum (1978) descubrió las constantes universales que caracterizan la transición del movimiento periódico al movimiento caótico, dando inicio a la Teoría de la Bifurcación.

2.2.2. Definiciones de Caos

En la actualidad, no existe una definición universalmente aceptada de caos determinista. El término caos fue introducido con su presente connotación por J. Yorke y T. Y. Li en 1976. Sin embargo, una de las primeras definiciones data de 1986 como el “comportamiento estocástico que ocurre en un sistema determinista”. En la literatura es posible encontrar varias definiciones (tabla 2.1), que convergen a la misma idea, consistente en la presencia de determinismo en una situación que aparentemente es aleatoria. Esto se traduce en que en estos sistemas no sea factible predecir la evolución futura, aunque sí permiten una predicción a corto plazo (figura 2.1). En este sentido, Casdagli (1992) describe que en los modelos caóticos, es posible modelizar el comportamiento de forma determinista y realizar predicciones a corto plazo, bastante más precisas que las que podrían obtenerse de un modelo lineal estocástico.

A pesar de existir un gran número de definiciones de caos (tabla 2.1), en la actualidad, la definición de caos más utilizada, se debe a R. Devaney (1989) y establece que el caos queda definido por las siguientes tres propiedades fundamentales:

- Sensible a las condiciones iniciales
- Ser topológicamente transitivo⁹
- Presentar órbitas densas¹⁰

⁹ f es topológicamente transitiva en D si para cualquier pareja de subconjuntos ($\Phi \neq$) abiertos A y B de D , existen $a \in A$ y $n \geq 1$ tales que $f^n(a) \in B$.

¹⁰ Sean J y K dos conjuntos tales que $J \subset K$. Decimos que J es denso en K si $\forall x \in K$ y $\forall \varepsilon > 0$, $\exists y \in J$ tal que la $d(x, y) < \varepsilon$.

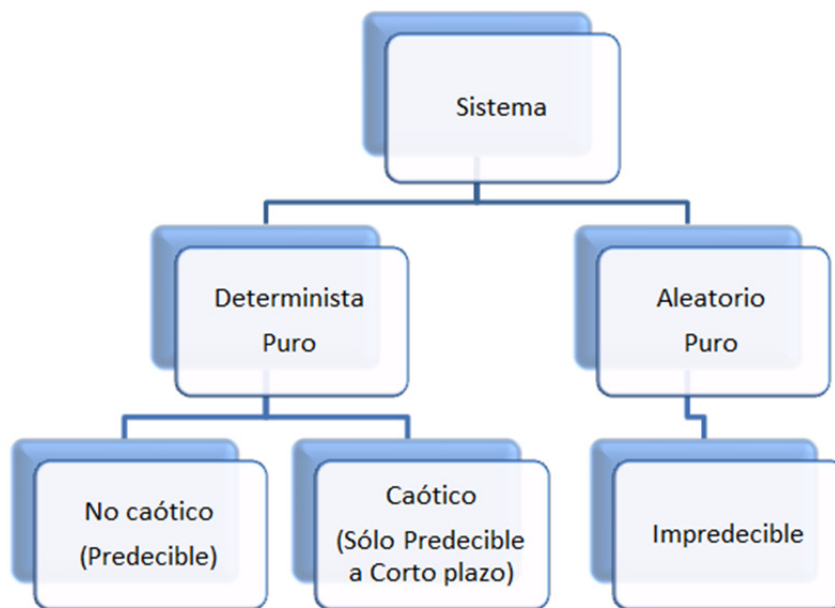


Figura 2.1: Tipos de sistema y comportamiento asociado. Entre paréntesis se muestra el comportamiento que muestra el Sistema. Fuente: Elaboración Propia

La teoría del caos presenta como principal ventaja que permite el tratamiento de los fenómenos complejos, desde un nuevo e innovador punto de vista. Antes de postularse la teoría del caos, los científicos se enfrentaban con unas herramientas que únicamente permitían explicar patrones sencillos. Los sistemas más complejos, en los que se incluía un mayor número de variables normalmente relacionadas, se modelizaban mediante modelos estocásticos y para ello la teoría de la probabilidad era una herramienta esencial. Con la teoría del caos y este cambio drástico de paradigma, se permite la modelización de sistemas complejos, en los que intervienen numerosas variables. Permite por tanto, explicar de manera determinista, sin recurrir a leyes de probabilidad, nuevos sistemas que hasta ese momento, no encontraban su encaje en otras formas.

2.2.3. Propiedades de los Sistemas Caóticos

Los sistemas caóticos se engloban en los denominados sistemas dinámicos y por ello, es necesario conocer no solo las características sino también los componentes y elementos principales que caracterizan a los sistemas dinámicos.

2.2.3.1. Sistemas Dinámicos

Los sistemas dinámicos tienen su origen en los estudios de Isaac Newton, quien ideó una teoría física que incluía la gravitación universal y las leyes del movimiento. Posteriormente, en primer lugar Henri Poincaré y a continuación George D. Birkhoff, iniciaron un estudio más abstracto, basándose en las ecuaciones diferenciales.

Tabla 2.2: Definiciones de Caos

Autor	Definición
Barnett y Choi (1989)	“Medio para producir un origen determinista en un proceso estocástico. Por tanto, la literatura sobre el caos determinista puede ser una explicación teóricamente profunda de los fenómenos estocásticos”
Baumol y Benhabib (1989)	“Es un fenómeno en el que un mecanismo dinámico que es muy simple y determinista proporciona trayectorias a lo largo del tiempo tan complicadas que no detectarían la mayoría de los test de aleatoriedad usuales”.
Stewart (1991)	“Comportamiento sin ley gobernado completamente por la ley”.
Medio (1992)	“Comportamiento estocástico que ocurre en un sistema determinista”
Blank (1996)	“La teoría del caos trabaja con procesos deterministas que parecen aleatorios (estocásticos) pero cuya dimensión es finita”
Prigogine (1997)	“El caos determinista se encuentra definido por ecuaciones que si bien engendran un comportamiento aleatorio, son tan deterministas como las leyes de Newton”
Baumol y Quandt (1996)	“Comportamiento totalmente determinista que es, al menos en algunos aspectos, indistinguible de un proceso aleatorio o, más bien, de un proceso perturbado por elementos sustancialmente aleatorios”
Yang y Brorsen (1996)	“Procesos deterministas que parecen estocásticos son definidos como caos determinista”
Lorenz (1996)	“Proceso que parece comportarse de acuerdo con el azar, aunque su desarrollo esté determinado por leyes precisas”

Algunas definiciones de Caos. **Fuente:** Elaboración propia a partir de Gimeno et al. (2004)

Los sistemas dinámicos hacen referencia a la evolución de los sistemas a través del tiempo, es decir, a un conjunto de reglas que describen como evoluciona un determinado fenómeno, a partir de un cierto estado inicial, a medida que cambia la variable tiempo. El objetivo básico de su estudio consiste en describir la variación y en el mejor de los casos, predecirla, por lo que se exige que el movimiento observado en el sistema dependa, entre otros factores, de la situación en la que se haya encontrado el propio sistema anteriormente. Se define, por tanto, el estado de un sistema como aquel, en el que se conoce la suficiente información para predecir la evolución.

En el estudio de los sistemas dinámicos, el tiempo puede considerarse una variable continua, o bien una variable discreta. En el primer caso el sistema viene descrito mediante sistemas de ecuaciones diferenciales (sistemas dinámicos continuos):

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_m, t) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_m, t) \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\dot{x}_m = f_1(x_1, x_2, \dots, x_m, t)$$

Donde se ha omitido la dependencia explícita de cada variable con el tiempo para simplificar la notación y $\dot{x}_i$ denota la derivada de la variable i -ésima con respecto a la variable independiente, el tiempo.

El conjunto de ecuaciones se puede expresar vectorialmente, de forma mucho más compacta, como:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t) = f(x(t), t)$$

Los sistemas dinámicos discretos generalmente se formulan mediante sistemas de ecuaciones en diferencias (EDs). Su forma general, es:

$$x[n] = f(x[n-1], n)$$

Siendo $x[n] = [x_1[n], \dots, x_m[n]]^T$ el vector que contiene las variables del sistema.

2.2.3.1.1. Espacio de fases

La solución a un sistema dinámico, se representa mediante un gráfico en el que se considera el valor de cada una de las variables de estado, en función del tiempo. Este gráfico proporciona información sobre los estados que adopta el sistema, y es esencial para estudiar la velocidad de convergencia hacia el equilibrio dinámico, a largo plazo.

La evolución de los estados del sistema suele representarse gráficamente en el denominado **espacio de fases**, cuyas coordenadas son los componentes del estado o lo que es lo mismo, los grados de libertad del sistema y que, en general, dependen de la naturaleza del fenómeno que se esté estudiando. Además, cada punto representa un estado concreto del sistema dinámico, ya que las coordenadas de un punto en el espacio de fases serán numéricamente iguales a los valores que tomen cada una de las variables de estado en un mismo instante temporal.

La **dimensión** se define como los grados de libertad del sistema o lo que es lo mismo, el número de variables independientes necesarias para especificar un estado. El conjunto de estados que se obtienen con la evolución del sistema se denominada **órbita**. Así, toda solución particular del sistema viene representada

mediante una curva denominada órbita, en la que cada punto corresponde a un instante temporal concreto.

La inspección visual del flujo del sistema, permite el análisis del comportamiento cualitativo global de todas las posibles órbitas que se inicien en un conjunto determinado, facilitando la detección de la existencia de conjuntos de atractores o de equilibrios dinámicos estables en la evolución temporal del sistema.

2.2.3.1.2. El equilibrio del sistema dinámico

El estudio de la dinámica de un sistema incluye, entre otros aspectos, el análisis del equilibrio a largo plazo. Los equilibrios no son más que conjuntos invariantes bajo la acción del sistema, es decir, subconjuntos del espacio de fases tales que el sistema se sitúa en dicho conjunto invariante en algún instante del tiempo. La dinámica del propio sistema, hace que éste permanezca en dicho conjunto invariante de forma permanente.

Los equilibrios pueden ser de dos tipos:

- Conjunto Repulsor
- Conjunto Atractor

Los conjuntos repulsivos serán aquellos equilibrios dinámicos que no son atractores, es decir, que si el sistema parte de un entorno del repulsor, se irá apartando de él a medida que pasa el tiempo.

Un atractor es el mínimo conjunto del espacio de fases con una cuenca de atracción, es decir, un atractor dispone de un entorno para el que toda trayectoria que parta del mismo acaba atrapada dentro del atractor (Ruelle, 1992). El concepto de "atractor" aparece al representar la evolución del sistema dinámico en el denominado espacio de fases y representa un punto que atrae hacia sí un sistema. Strogatz (2000) determina que los atractores, deben cumplir tres propiedades:

- El atractor es invariante, cualquier trayectoria que comience dentro del atractor, permanecerá en él en todo momento (siempre y cuando no se perturbe el sistema).
- Al atractor convergen las trayectorias desde un conjunto abierto de condiciones iniciales, al cual se le llama la "cuenca de atracción".
- El atractor es el mínimo conjunto que cumple las dos condiciones anteriores, es decir, no contiene subconjuntos propios con sus mismas propiedades.

Atendiendo al comportamiento asintótico del sistema, existen un total de cuatro tipos de atractores:

- Punto fijo
- Ciclo límite
- Toro
- Atractor extraño

Las soluciones a los sistemas dinámicos, una vez alcanzados los atractores del tipo punto fijo y ciclo límite, muestran una evolución temporal perfectamente regular y periódica.

Si el atractor está formado por un único punto quiere decir que, una vez que se alcanza ese valor, el sistema permanece ahí de forma permanente. Los sistemas lineales únicamente pueden obtener un atractor¹¹ de este tipo y además, estos puntos fijos se clasifican a su vez en función de la evolución del sistema cuando se encuentra en un entorno del punto, obteniendo, de esta forma, la clasificación de asintóticamente estable, estable o inestable, en función de si se acerca al punto, se mantiene a una cierta distancia o se aleja, respectivamente. Por el contrario, en los ciclos límites, las órbitas evolucionan siguiendo un ciclo regular, en el que se repiten los mismos estados cada cierto periodo de tiempo.

El tercer tipo de atractor, los atractores cuasi-periódicos denominados toros, es más complejo que los anteriores. Constituyen el resultado del solapamiento de dos movimientos periódicos simples. Sin embargo, a pesar de su alta complejidad, es factible predecir su comportamiento, ya que las órbitas que están cercanas se mantienen próximas.

En los atractores extraños, el conocimiento del punto de partida de una secuencia, no permite conocer dónde se encontraría el sistema en el futuro. Además, el sistema nunca se repite, cubriendo en cada ciclo una nueva región del espacio de fases.

Capra (2003a) afirma que existen tres modelos básicos de atractores:

- Atractores puntuales: Que llevan a un equilibrio estable.
- Atractores periódicos: Que llevan a oscilaciones periódicas.
- Atractores extraños: Que corresponde a sistemas caóticos.

¹¹ También se denomina punto de equilibrio, punto estacionario, punto singular o punto crítico.

2.2.3.2 Sistemas Caóticos

Los sistemas caóticos se engloban dentro de los sistemas dinámicos. Lorenz (1963) fue también el primero en describir las principales características del caos: Sensibilidad a las condiciones iniciales y la aparente aleatoriedad. Otros investigadores han caracterizado desde entonces las particularidades de los sistemas caóticos¹².

Los sistemas caóticos se caracterizan por las siguientes propiedades (Chu 2003):

- (i) El sistema subyacente es no lineal.
- (ii) Pueden existir atractores caracterizados por su dimensión fractal.
- (iii) Ser procesos deterministas.
- (iv) Sensibilidad a las condiciones iniciales.

La no linealidad se plantea como una condición necesaria aunque no suficiente para la existencia de caos, es decir, es una exigencia (Lorenz, 1993). De hecho, Feigenbaum (1991) considera que el caos es un tipo de comportamiento no lineal o una manifestación menos interesante que esta. El manejo de ecuaciones no lineales exige el uso de técnicas matemáticas que no eran conocidas hasta hace poco tiempo y de medios informáticos, que no eran accesibles antiguamente. En las ecuaciones no lineales, a diferencia de las ecuaciones lineales, una pequeña causa puede dar origen a un gran efecto (Hayles, 1990).

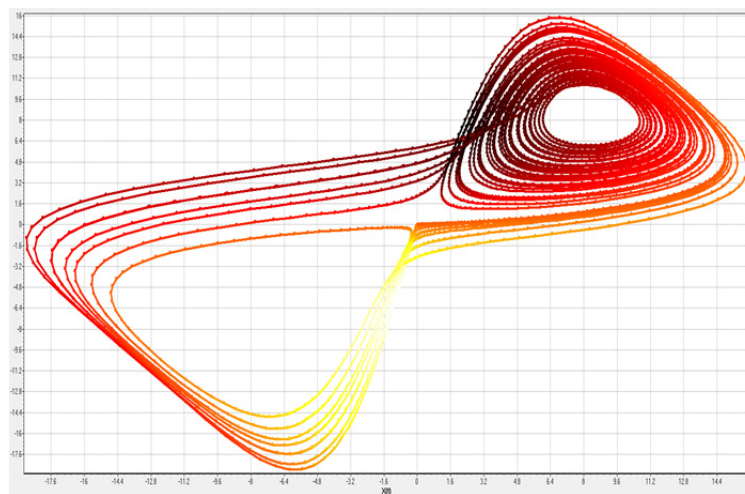


Figura 2.2: Ejemplo de atractor extraño. Fuente: Elaboración propia.

¹² Un sistema dinámico puede definirse como la descripción matemática determinista para la evolución del estado de un sistema a lo largo del tiempo.

Los atractores caóticos, o lo que es lo mismo los “atractores extraños”, presentan propiedades fractales. El término de fractal fue empleado por primera vez por Mandelbrot (1985) y hace referencia a estructuras geométricas con dos características principales: la “auto-semejanza” y la “dimensión fraccionaria”.

La auto-semejanza significa que posee la misma estructura en todas las escalas en la que pueda observarse, es decir, que a pesar de variar la escala se observa una forma similar. La dimensión fraccionaria mide el grado de irregularidad o de fragmentación de un objeto. En la naturaleza hay muchos ejemplos de fractales: los vasos sanguíneos y sus capilares, los árboles, las nubes, los cauces de ríos, las turbulencias del agua o los copos de nieve

Por último, la propiedad de la sensibilidad a las condiciones iniciales, ya mencionada en apartados anteriores, se refiere a que el sistema sólo se comporta de la misma manera, si las condiciones de las que se parte fueran las mismas. Dos trayectorias que inicialmente estuvieran muy cerca, en un sistema caótico rápidamente divergirían. La implicación práctica es que, las predicciones a largo plazo, se vuelven totalmente imposibles en un sistema caótico, donde pequeñas incertidumbres pueden amplificarse y propagarse de forma exponencial a lo largo del sistema.

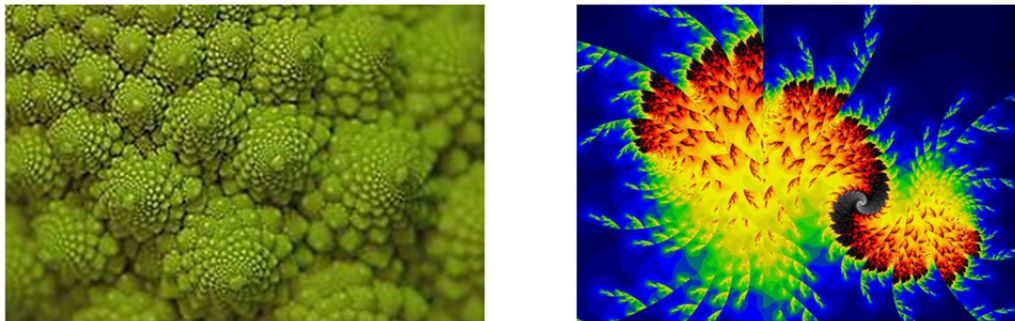


Figura 2.3: Ejemplos de fractales. El primero constituye un fractal que se encuentra en la naturaleza (brécol romanescos) y el segundo un conjunto de Julia.

2.2.4. Sistemas dinámicos, Caos y Economía

Las limitaciones de los sistemas lineales los revelan como una herramienta insuficiente para comprender la riqueza de la dinámica de la economía. Por esta razón, desde las últimas décadas, se han introducido los modelos determinísticos no lineales para describir el comportamiento, a veces periódico o errático, de algunas variables económicas.

La aproximación no lineal en la dinámica económica forma parte del acervo de aquellos economistas que de una forma u otra difieren del concepto de equilibrio intrínseco en la teoría clásica. Revisando la literatura existente, se observan, por ejemplo, la existencia de modelos dinámicos correspondientes a la economía evolutiva o a dinámicas no lineales en modelos de crecimiento, teniendo en cuenta las tasas de desempleo.

El estudio de la Economía desde el punto de vista de los sistemas dinámicos se establece en 1947 por P.A. Samuelson (1947) en su libro *Foundations of Economic Analysis*. Desde entonces, tanto las ecuaciones diferenciales como las ecuaciones en diferencias han sido ampliamente utilizadas por los economistas.

Ante la incapacidad para explicar el comportamiento de ciertas variables económicas, frecuentemente se ha asumido de forma errónea la hipótesis de aleatoriedad. En este sentido, la presencia de un comportamiento caótico constituye una atractiva explicación de la aparente aleatoriedad de muchas variables económicas. De hecho, la existencia del caos sugiere que los economistas “deberían intentar especificaciones no lineales de una variable antes de acudir a un modelo aleatorio” (Butler, 1990). Más aún, la Teoría del Caos permite aplicar la teoría de la complejidad a esta ciencia, así como encontrar ciertas regularidades en un aparente desorden.

Los antecedentes de la teoría del caos aplicada a la economía, se remontan a 1961, cuando se publicó el artículo de Mandelbrot titulado “Stable Paretion Functions and the Multiplicative Variation of Income”. En él se describían las principales características de los activos financieros. La consecuencia más importante es que los precios no parecen comportarse como si proviniesen de una distribución normal y por tanto, no parece correcto representarlos como señala la hipótesis de mercado eficiente¹³.

2.3. La Hipótesis de los Mercados Eficientes

2.3.1. Conceptos Básicos

2.3.1.1. Los Mercados Financieros

Los mercados financieros son un fiel reflejo de la evolución de la economía mundial. Joseph Stiglitz (2006) considera el sistema financiero como el cerebro de la economía. De hecho, si se analiza el periodo de la última crisis financiera, en cualquier índice de un mercado financiero se puede encontrar una gran reducción de su valor. Así por ejemplo, uno de los índices más importantes del mercado de valores de EEUU, el S&P500, experimentó una reducción de un 38,4% en el año

¹³ Ver la próxima sección.

2008, coincidiendo con el comienzo de la crisis financiera actual, originada por el colapso de la burbuja inmobiliaria en Estados Unidos durante los dos años previos.

Al inspeccionar las series temporales derivadas del precio, volumen o el número de transacciones de estos activos, parece imposible encontrar un patrón y aparentemente, dichas series tienen un comportamiento aleatorio. La investigación empírica de los mercados financieros ha sido abordada por un gran número de científicos, que han postulado diversas teorías acerca de su comportamiento. Sin ir más lejos, el último premio nobel de Economía (2013) ha sido concedido a los científicos Lars Peter Hansen, Robert Shiller y Eugene Fama, por sus contribuciones a la teoría de la determinación de los precios de los activos financieros.

Las características propias de las series financieras han sido objeto de estudio durante más de medio siglo. En la actualidad, se ha demostrado que constan de unas propiedades estadísticas comunes (Cont, 2011);

- Ausencia de autocorrelación: Las autocorrelaciones de los activos financieros son a menudo insignificantes, excepto para escalas de tiempo intra-diarias muy pequeñas.
- Colas densas¹⁴: La distribución (incondicional) de los retornos parece mostrar colas tipo Pareto. En particular, este hecho supone que la distribución de la variable es diferente a la distribución normal
- Asimetría: Se observa una gran magnitud en los descensos de los precios de las acciones y activos financieros y en los índices bursátiles, pero por el contrario, los aumentos son de menor magnitud.
- Volatilidad: Diferentes medidas de volatilidad presentan una autocorrelación positiva en varios momentos, los sucesos de alta volatilidad, tienden a estar agrupados en el tiempo.

Analizando con mayor detalle las características mencionadas, cabe citar que la primera demostración formal de la ausencia de autocorrelación se debe a Kendall y Hill (1953), que únicamente encontraron pequeñas correlaciones en las series de los retornos semanales de 19 índices bursátiles británicos en el periodo 1928-38. En esta misma línea, Fama (1965) investigó en su tesis doctoral los retornos de índices bursátiles, considerando frecuencias diarias y semanales. En general, las autocorrelaciones obtenidas eran positivas y de una magnitud pequeña.

¹⁴ También referidas como colas anchas o pesadas.

Los retornos de los activos financieros muestran por lo general, una distribución con forma acampanada similar a la distribución normal, pero que contiene más masa en las colas de la distribución en comparación con la distribución Gaussiana. Estas distribuciones suelen denominarse leptocúrticas por el valor de curtosis que presentan. El primer autor en describir esta característica fue Alexander (1961), basándose en que los gráficos Qq, publicados por Osborne dos años antes, mostraban la forma de “S” característica de las distribuciones leptocúrticas.

La asimetría refleja que las series temporales financieras, responden de forma diferente ante shocks¹⁵ positivos o shocks negativos.

La Heterocedasticidad fue descrita por primera vez por Mandelbrot (1963), al analizar los retornos de frecuencia diaria del precio del algodón. El mismo autor sugiere que la volatilidad estaba correlacionada a lo largo del tiempo, ya que los cambios bruscos de tendencia, suelen estar seguidos de cambios bruscos de tendencias y los cambios pequeños, de cambios pequeños (Mandelbrot 1963).

2.3.2. Mercados Eficientes

La teoría de los mercados eficientes (EMH), constituye una de las hipótesis más estudiadas en Economía. Postula que un mercado es eficiente si la competencia entre los distintos participantes que intervienen, conduce a una situación de equilibrio, en la que el precio de mercado de cualquier título, constituye una buena estimación de su precio teórico o intrínseco (Aragonés et al., 1994).

De acuerdo a Fama (1970), la hipótesis de mercado eficiente¹⁶, implica que los precios de los activos incorporan toda la información disponible, lo que supone que reflejan toda la información existente y se ajustan total y rápidamente a los nuevos datos que puedan surgir. En un mercado eficiente, todos los títulos están perfectamente valorados es decir, los inversores obtendrán un rendimiento sobre su inversión que será el apropiado para el nivel de riesgo asumido, sin importar cuáles sean los títulos adquiridos. Por esta razón, predecir el precio futuro de un activo y obtener beneficios extraordinarios con base en su información histórica, es básicamente imposible (Peters 1991).

Atendiendo al tipo de fuente de información disponible para los inversores, Fama (1970)¹⁷ clasifica la hipótesis de los mercados eficientes en las formas siguientes:

- **Forma eficiente débil:** Afirma que los precios de los activos reflejan la información de todos los datos históricos disponibles. Es decir, usando los

¹⁵ También denominados choques.

¹⁶ Corresponde a la forma débil.

¹⁷ La idea de clasificar la información fue iniciada por Roberts (1967).

precios históricos es imposible construir una estrategia exitosa de especulación. El ajuste de los precios es instantáneo. Los cambios en los precios son independientes entre sí, por lo que el nivel de precios es aleatorio. Ningún inversor podrá obtener, por tanto, una rentabilidad superior a la normal. Esta forma implica que el inversor no puede obtener beneficios mediante la técnica del análisis técnico¹⁸.

- **Forma eficiente semi-fuerte:** Los activos reflejan toda la información pública (tales como el pago de dividendos y la división de acciones). Esto se traduce en la imposibilidad de obtener rentabilidades superiores, basándose en la información pública disponible en los movimientos previos de precios, informe de resultados, anuncios de dividendos, balances anuales, trimestrales, variación del tipo de interés, balances contables, etc. Existe, por tanto, un desfase temporal en el ajuste de los precios, que será tanto menor cuanto más eficiente sea el mercado. Sólo los inversores con información privilegiada podrán obtener una rentabilidad superior
- **Forma eficiente fuerte:** Se refleja tanto la información pública como la privada, lo que supone que ningún inversor puede superar regularmente el comportamiento del mercado. Los cambios en los precios son variables aleatorias independientes, que incorporan toda la información pública y privada. Nadie puede obtener una rentabilidad superior a la que obtendría cualquier inversor, con una cartera aleatoria. Suponiendo ciertas las hipótesis de esta condición, la técnica del análisis fundamental¹⁹ para predecir futuras tendencias de los índices es ineficaz.

2.3.3. Características Estadísticas de la Hipótesis

La hipótesis de los mercados eficientes, en su forma más general²⁰ asume que los cambios de precios siguen un movimiento browniano, aleatorio. Dentro del movimiento browniano subyacen tres conceptos.

1. **Independencia estadística de los precios.** Cada precio nuevo es independiente del anterior, de forma que los precios de ayer no influyen en el precio de hoy, al igual que el precio de hoy no influirá en el precio de mañana.
2. **Estacionariedad estadística.** El proceso que genera los cambios de precio, sea cual sea, es invariante.

¹⁸ El análisis técnico consiste en el análisis de los gráficos de la evolución del índice y de los retornos (o rendimientos) del mismo con el fin de extraer un patrón o regla para predecir las tendencias futuras del precio (Brown y Jennings, 1989).

¹⁹ La hipótesis básica del análisis fundamental, es que todo índice cuyo valor sea inferior al valor esencial o fundamental, acabará ajustándose al valor esencial o fundamental.

²⁰ Eficiencia débil.

3. **Normalidad en los precios.** Los cambios en los precios se ajustan a una distribución normal definida por una campana de Gauss; los cambios grandes son escasos, con una frecuencia muy pequeña.

Esto es lo que se denomina "Teoría del paseo o camino aleatorio". Lo único que puede predecirse acerca de la magnitud de eventuales cambios en los precios de las acciones, es que los grandes cambios no predecibles son menos frecuentes que los pequeños. Según dicha teoría, no existen tendencias predecibles en los precios de las acciones o títulos valores, que puedan utilizarse para "enriquecerse rápidamente".

La revisión de la literatura existente permite comprobar que hasta ahora los resultados obtenidos han sido inconclusos acerca de la eficiencia en los mercados.

2.3.4. Anomalías

La hipótesis de mercados eficientes ha sido cuestionada y sujeta a una revisión crítica. Los modelos tradicionales adolecen de presentar una visión simplificada del funcionamiento de los mercados financieros, que no ha sido capaz de explicar sus movimientos, realizar óptimas predicciones, ni detallar y caracterizar los factores que impulsan los movimientos del mercado o la manera en que estos se producen.

En este sentido, muchos autores han encontrado discrepancias con las hipótesis planteadas en la teoría anterior. De hecho, previamente a la publicación de la teoría de los mercados eficientes, ya se habían encontrado discrepancias con la hipótesis de normalidad en las series temporales correspondientes a los precios de un activo. Una de las anomalías, quizás la más llamativa, es la descrita por Osborne (1959) cuando estudió la función de densidad de los retornos y comprobó que en su distribución las colas eran más densas que en una distribución normal. Desde entonces, las propiedades de las series financieras, han sido objeto de un amplio y detallado estudio. En la actualidad, parece existir un cierto acuerdo en que su distribución presenta por lo general, un exceso de curtosis y unas colas más densas que la distribución normal (Mauboussin, 2002; Mantegna et al., 1995; Pagan, 1996).

Existen además otro grupo de fenómenos que la EMH no es capaz de explicar, como la última crisis financiera en la que se ve inmersa la economía mundial, y otros sucesos que no quedan tan atrás, como las burbujas de las punto com, que ponen de manifiesto las ineficiencias existentes en el mercado y en el modelo correspondiente. Otras discrepancias con el comportamiento real, caso de la valoración de las relacionadas con la valoración de activos, son mencionadas por autores como Banz (1981) quien indica que en las empresas en las que la capitalización bursátil es baja, se producen rendimientos superiores a los indicados

por el CAPM²¹. En esta misma línea, cabe incluir a las investigaciones de Reinganum (1981, 1982), Roll (1981), y Edmister (1983), quienes señalan que el riesgo de las empresas con un menor tamaño estaba subestimado, dado que los títulos de dichas compañías se negocian con una menor frecuencia que los de las grandes.

Además de las anomalías y problemas descritos, presentan especial interés las relacionadas con el denominado “efecto calendario”, que se observa en los mercados de capitales, siendo las más significativas las siguientes:

- **El Efecto Enero:** Se ha demostrado que, durante los últimos días del mes de diciembre la cotización de las empresas tiende a bajar, produciéndose en el mes de enero, rentabilidades anormalmente elevadas respecto a las del resto del año, es decir que existen retornos²² mayores en Enero que en otros meses del año. Entre otros analistas, Rozeff y Kinney (1976) comprobaron, al estudiar diversos índices financieros de EEUU, que los retornos mayores se producen en el mes de enero.
- **El Efecto Fin de Mes:** Lakonishok y Smidt (1988) investigaron el denominado efecto fin de mes en la serie de los retornos diarios del Dow Jones, durante el periodo 1897-1986. Obtienen que los retornos presentan un valor relativamente alto el último día de cada mes y durante los primeros días del mes siguiente, produciéndose, por tanto, una parte relevante del crecimiento de los retornos en ese período. Entre las diversas teorías surgidas para explicar este fenómeno, cabe destacar la que sostiene que este efecto puede ser debido a la presión de comprar, tras el pago de los salarios mensuales o bien que las compañías, al menos en EEUU sean más propensas a hacer públicos los resultados, especialmente si estos son positivos, a principios de cada mes (Ogden, 1990).
- **El Efecto Fin de Semana o Efecto Lunes:** Esta distorsión del mercado financiero fue descubierta como consecuencia del interés suscitado por la implicación que el cese de la negociación durante el fin de semana podría tener sobre los precios. En este sentido, French (1980) indica que la magnitud del rendimiento cada lunes no sólo no se parecía al de los demás días de la semana, sino que era significativamente menor. Este mismo efecto se observaba también en los rendimientos de los martes, que sucedían a un lunes festivo. En realidad el efecto fin de semana hace referencia a las rentabilidades observadas para los lunes y también a los viernes, siendo estas últimas ligeramente más altas que las del resto de la semana.

²¹ El CAPM son las siglas en inglés del modelo de valoración de activos financieros,

²² Algunos autores se refieren a este término como rendimientos.

- **El Efecto Día Festivo:** Las investigaciones empíricas realizadas sugieren también que los retornos que preceden a los días festivos, son por lo general, mayores que los correspondientes a la de los demás días que no cumplen tal condiciones. Así por ejemplo, Ariel (1987) analizó los valores de los retornos correspondientes de 160 días que precedía a días festivos, durante el periodo 1963–1982 y encuentra que el retorno medio correspondiente a los días anteriores a festivos tenía una magnitud de 0,529%, comparado con el valor de 0,056% correspondiente a los otros días.

En la actualidad, la mayoría de los analistas financieros, y en particular bursátiles, rechazan esta teoría y sus predicciones se sustentan en métodos²³ basados en hipótesis bien distintas.

2.4. Revisión de la literatura

2.4.1. Teoría del Caos

Los orígenes de la teoría de caos se remontan al siglo XIX, con las ideas de Henri Poincaré, a quien se puede considerar el pionero en el estudio formal de los sistemas dinámicos. Posteriormente, numerosos científicos y matemáticos desarrollaron distintos aspectos de esta teoría.

En relación con su evolución temporal, cabe señalar que la teoría del caos no se ha desarrollado de forma lineal, probablemente debido a su carácter multidisciplinar. En este sentido, se ha beneficiado de las aportaciones de otras disciplinas, como de las matemáticas (Poincaré, Cantor, Lyapunov, y Smale), la ecología y la dinámica de poblaciones (May), la ingeniería eléctrica (Duffing y Van Der Pol), la meteorología (Lorenz), y la hidrodinámica y los fenómenos de turbulencia (Ruelle y Takens).

En la actualidad, la multidisciplinaridad de la teoría de caos se refleja en sus polifacéticas aplicaciones, que abarcan áreas tan dispares como el estudio de los fenómenos económicos (Grandmont, 1986; Lorenz, 1989; Peters, 1991; Medio, 1991 y Goodwin, 1990), desarrollos en el estudio de la evolución de poblaciones biológicas (May, 1976) y de la fisiología cardíaca (Glass y Mackey, 1988) o finalmente, el campo de la mecánica cuántica (Stewart, 1989). La teoría de caos aún se sigue aplicando en numerosas disciplinas científicas, consolidándose como una de las teorías más importantes y con próspero futuro en relación con su grado de utilización.

²³ El análisis técnico y el análisis fundamental.

2.4.2. Revisión de la Literatura en Economía y Finanzas

En Economía, las aplicaciones de la teoría del caos responden a dos corrientes bien diferenciadas. La primera corriente aplica la teoría del caos a los distintos modelos de los fenómenos económicos, mientras que la segunda corriente tiene como objetivo la búsqueda de la existencia de un componente caótico en las series temporales que describen un proceso o fenómeno económico.

La literatura sobre modelos teóricos (micro o macroeconómicos) que incluyan las condiciones que dan lugar a un comportamiento caótico no es escasa (Parker et al, 1996). La utilización de sistemas dinámicos no lineales²⁴ permite explicar de manera endógena la evolución de las variables económicas relevantes y no como oscilaciones erráticas consecuentes de factores exógenos.

Los estudios teóricos en economía que pueden conducir a un comportamiento caótico pueden encontrarse en campos tan dispares como son los siguientes: precios de los bonos (Coto Millán et al., 2002), ciclos económicos y modelos de desarrollo (Day, 1982 y 1983) modelos crecimiento óptimo de generaciones solapadas (Benhabid et al., 1980 y 1982; Coto-Millan et al., 2002) o innovaciones tecnológicas (Arthur, 1989).

La segunda corriente o línea de investigación, consiste en la detección de caos utilizando las series temporales subyacentes a un proceso económico relevante. De esta forma, se conocen las características del proceso generador del fenómeno, mediante el estudio de las propiedades de la serie temporal que este produce. La literatura que versa sobre la aplicación de la teoría del caos en los campos de la economía y las finanzas a las series temporales es muy extensa y por ello, realizar una revisión exhaustiva es una tarea casi inalcanzable.

Dentro del proceso de búsqueda de una comprensión más profunda de las leyes subyacentes, la contrastación de posibles comportamientos caóticos en las series económicas y sistemas financieros comienza en la década de 1980, aplicándose inicialmente a variables macroeconómicas.

Las series estudiadas mediante esta corriente, son de diversa naturaleza y abarcan desde los índices bursátiles y precios de títulos de deuda más importantes, (Scheinkman et al., 1989 y Chen, 1988) pasando por el estudio del precio de mercancías y materias primas como el oro o la plata (Frank et al., 1989), variables macroeconómicas como la tasa de desempleo (Frank et al., 1988b), datos sobre el PBN y el PBI (Scheinkman et al., 1987), o incluso, la serie de demanda del tráfico aéreo (Adrangi, 2010).

²⁴ Los fundamentos de la dinámica no-lineal permiten tratar con mayor rigurosidad las fluctuaciones del sistema, analizándolas como procesos endógenos del sistema.

Bibliografía

Adrangi, B., Chatrath, A., Dhanda, K. K., y Raffiee, K. (2001): "Chaos in oil prices? Evidence from futures markets", *Energy Economics*, 23(4), 405-425.

Aragonés, J. R., y Mascareñas, J. (1994): "La eficiencia y el equilibrio en los mercados de capital", *Análisis financiero*, 64, 76-89.

Ariel, R. A. (1987): "A monthly effect in stock returns", *Journal of Financial Economics*, 18(1), 161-174.

Ariel, R. A. (1990): "High stock returns before holidays: existence and evidence on possible causes", *The Journal of Finance*, 45(5), 1611-1626.

Arthur, W. B. (1989): "Competing technologies, increasing returns, and lock-in by historical events", *The Economic Journal*, 116-131.

Arthur, W. B. (1999): "Complexity and the economy", *Science*, 284(5411), 107-109.

Barnett, W. A. y Choi, S. S. (1989): "A comparison between the conventional econometric approach to structural inference and the nonparametric chaotic attractor approach", *Economic Complexity: Chaos, Sunspots, Bubbles, and Nonlinearity*, 141-212.

Baumol, W.J. y Benhabib J. (1989): "Chaos: significance, mechanism, and economic applications", *The Journal of Economic Perspectives*, 77-79.

Baumol, W.J. y R.E. Quandt (1996): *Chaos and their implications for forecasting* en Trippi, R.R. (ed.): *Chaos & nonlinear dynamics in the financial markets*; Irwin Professional Publishing.

Blank, S. C. (1991): "“Chaos” in futures markets? A nonlinear dynamical analysis", *Journal of Futures Markets*, 11(6), 711-728.

Benhabib, J. y Day, R. H., (1980): "Erratic Accumulation", *Economic Letters*, vol. 6, Nº 1, 113-117.

Benhabib, J. y Day, R. H., (1982): "A Characterization of Erratic Dynamics in the Overlapping Generations Model", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 4, Nº 1 37-55.

Bergé, P., Pomeau, Y., y Vidal, C., (1984): *Order Within Chaos*. Translated by L. Tuckerman. Paris: J. Wiley & Sons.

Brown, S. J., y Warner, J. B. (1985): "Using daily stock returns: The case of event studies", *Journal of Financial Economics*, 14(1), 3-31.

Brown, D., y Jennings, R. (1989): "On technical analysis", *Review of Financial Studies*, 2(4), 527- 551.

Butler, A (1990): "A Methodological Approach to chaos: Are Economists Missing the Point?", *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, vol. 72 Mar/Apr 1990, 36-48.

Cadsby, C. B., y Ratner, M. (1992): "Turn-of-month and pre-holiday effects on stock returns: Some international evidence", *Journal of Banking & Finance*, 16(3), 497-509.

Capra, F. (2003): *La trama de la vida. Una nueva perspectiva de los sistemas vivos*. Barcelona: Editorial Anagrama. ISBN: 84-339-0554-6.

Casdagli, M., des Jardins, D., Eubank, S., Farmer, J. D., Gibson, J., Theiler, J. y Hunter N. (1992): "Nonlinear Modeling of Chaotic Time Series: Theory and Applications." In *Applied Chaos*, edited by J. H. Kim and J. Stringer, 335. New York: Wiley.

Casdagli, M. (1992): "Chaos and deterministic versus stochastic non-linear modelling", *Journal of the Royal Statistical Society Series B (Methodological)*, 303-328.

Chen, P. (1988): "Empirical and theoretical evidence of economic chaos", *System Dynamics Review*, 4(1-2), 81-108.

Cont, R. (2011): "Statistical modeling of high-frequency financial data", *Signal Processing Magazine, IEEE*, 28(5), 16-25.

Coto Millán, P., y Sarabia Alegría, J. M. (2002): "Dinámicas no lineales y caóticas en los mercados financieros", *Cuadernos de Economía*, 25(69), 69-85.

Day, R. H., (1982): "Irregular Growth Cycles", *American Economic Review*, vol. 72, N° 3, 406-14.

Day, R. H., (1983): "The Emergence of Chaos from Classical Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 98, 201-13.

Durlauf, S. N. (1998): "What should policymakers know about economic complexity?", *Washington Quarterly*, 21(1), 155-165.

Fama, E. F. (1963): "Mandelbrot and the stable Paretian hypothesis", *Journal of Business*, 420-429.

Fama, E. F. (1965): "The behaviour of stock-market prices", *Journal of Business* 38:1, 34-105.

Fama, E. F. (1970): "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work", *Journal of Finance*, 25(2), 383-417.

Feigenbaum, M. J. (1978): "Quantitative universality for a class of nonlinear transformations", *Journal of statistical physics*, 19(1), 25-52.

Fernández, E. O. y de Cabo, R. M. (2002): "Implicaciones del Caos determinista en la Economía y la gestión empresarial", *Encuentros multidisciplinares*, 4(11), 39-46.

Fernández Díaz, A., y Grau Carles, P. (2012): "Hipótesis de mercado eficiente, caos y mercado de capitales",

Frank, M., Gencay, R. y Stengos, T. (1988): "International chaos?". *European Economic Review*, 32(8), 1569-1584.

Frank, M. Z., y Stengos, T. (1988): "Some evidence concerning macroeconomic chaos", *Journal of Monetary Economics*, 22(3), 423-438.

Frank, M., y Stengos, T. (1989): "Measuring the strangeness of gold and silver rates of return", *The Review of Economic Studies*, 56(4), 553-567.

French, K. R. (1980): "Stock returns and the weekend effect", *Journal of Financial Economics*, 8:1, 55-69.

French, K. R., Schwert G. W. y Stambaugh R. F. (1987): "Expected stock returns and volatility", *Journal of Financial Economics*, 19, 3-29.

Gibbons, M. R., y Hess, P. (1981): "Day of the week effects and asset returns", *Journal of business*, 579-596.

Gimeno, R., Mateos, R., Escot, L., Olmedo, E., y Grau, P. (2004): "Detección de comportamientos caóticos en modelos TAR aplicados a series temporales de coyuntura económica española", *Revista Venezolana de Análisis de Coyuntura*, 10(1), 123-142.

Grandmont, J.M. (1986a): *Nonlinear Economics Dynamics*, Academic Press. Orlando Florida.

Guckenheimer, J. (1977): "On the bifurcation of maps of the interval." *Inventiones Math*, 39, 165-78.

Hayles, N. K. (1993): *La evolución del caos: el orden dentro del desorden en las ciencias contemporáneas*. Gedisa. España; ISBN: 84-7432-472-6.

Hsieh, D. A. (1991): "Chaos and nonlinear dynamics: application to financial markets" *The journal of finance*, 46(5), 1839-1877.

Jaffe, J., y Westerfield, R. (1989): "Is there a monthly effect in stock market returns?: Evidence from foreign countries", *Journal of Banking & Finance*, 13(2), 237-244.

Jaramillo, J. M. V., Fernández, E. O., y de Cabo, R. M. (2004): "La Economía en el marco de la Ciencia Compleja", *Encuentros multidisciplinares*, 6(17), 56-61.

Johansen, O. (1994): *Introducción a la teoría general de sistemas*. México D.F.: Limusa Noriega Editores.

Kendall, M. G. y A. B. Hill (1953): "The analysis of economic time-series", *Journal of the Royal Statistical Society Series A* 116:1, 11-34.

Lakonishok, J., y Smidt, S. (1988): "Are seasonal anomalies real? A ninety-year perspective", *Review of Financial Studies*, 1(4), 403-425.

Lane, S. N., y Richards, K. S. (1997): "Linking river channel form and process: time, space and causality revisited", *Earth Surface Processes and Landforms*, 22(3), 249-260.

LeBaron, B. (1994): "Chaos and nonlinear forecastability in economics and finance", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Physical and Engineering Sciences*, 348(1688), 397-404.

Li, T. Y., y Yorke, J. A. (1975): "Period three implies chaos", *American mathematical monthly*, 985-992.

Lorenz, E. N. (1963): "Deterministic nonperiodic flow", *Journal of the atmospheric sciences*, 20(2), 130-141.

Lorenz, H. W. (1993a): *Nonlinear dynamical economics and chaotic motion* Berlin: Springer-Verlag.

Lorenz, Edward N. (1993b): *La esencia del caos*. Madrid: Debate, 1995.

Malkiel, B. G. (2003): "The efficient market hypothesis and its critics", *Journal of economic perspectives*, 59-82.

Mantegna, R. N. y H. E. Stanley (1995): "Scaling behaviour in the dynamics of an economic index", *Nature*, 376, 46-49.

Mandelbrot, B. (1961): "Stable Paretian random functions and the multiplicative variation of income", *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 517-543.

Mandelbrot, B. B. (1963): "The variation of certain speculative prices". *Journal of Business*, 36: 394-419.

Mauboussin, M. J. (2002): "Revisiting market efficiency: the stock market as a complex adaptive system", *Journal of Applied Corporate Finance*, 14(4), 47-55.

May, R. M. (1976): "Simple mathematical models with very complicated dynamics", *Nature*, 261(5560), 459-467.

Medio, A. (1992): *Chaotic dynamics. Theory and applications to Economics*; Cambridge University Press.

Meyer, Y. (1992) *Wavelets and operators* (Vol. 37). Cambridge: Cambridge University press.

Mier, R. (2002): *Complejidad: bosquejos para una antropología de la inestabilidad*. En: Pérez-Taylor, R. Editor (2002). *Antropología y complejidad*. Barcelona: Editorial Gedisa S.A. ISBN 84-7432-816-0.

Morin, E. (2001): *El Método I. La naturaleza de la naturaleza*. Madrid: Ediciones Cátedra. ISBN 9788437602677.

Morin, E. (1984): *Ciencia con Consciencia*. Barcelona. Editorial: Anthropos. ISBN 9788485887347.

Ogden, J. P. (1990): "Turn-of-Month Evaluations of Liquid Profits and Stock Returns: A Common Explanation for the Monthly and January Effects", *The Journal of Finance*, 45(4), 1259-1272.

Osborne, M. F. M. (1959): Brownian motion in the stock market. *Operations Research* 7, 145-173. Reprinted in Cootner (1964), pages, 100-128.

Pagan, A. (1996): "The econometrics of financial markets", *Journal of Empirical Finance* 3, 15-102.

Peters, E.E. (1991): *Chaos and Order in the Capital Markets*. John Wiley and Sons, New York, NY.

Peters, E. E. (1996): *Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices, and market volatility* (Vol. 1). John Wiley & Sons. New York, NY.

Poincaré, H. (1890): "Sur le probleme des trois corps et les équations de la dynamique", *Acta mathematica*, 13(1), A3-A270.

Provansal, M., Mathis, C., y Boyer, L. (1987): Bénard-von Kármán instability: transient and forced regimes. *Journal of Fluid Mechanics*, 182, 1-22.

Prigogine, I. (1997b): *Las leyes del caos*. ISBN: 84-7423-726-2 Barcelona: Crítica.

Qi, J., Hu, P., y Wang, B. (2013): *The study on a comprehensive evolving model of directed weighted stock network based on information services*. In *Service Systems and Service Management (ICSSSM), 2013 10th International Conference on IEEE*.

Ramsey, J. B., Sayers, C. L., y Rothman, P. (1988): "The statistical properties of dimension calculations using small data sets: Some economic applications", CV Starr Center for Applied Economics, New York University, Faculty of Arts and Science, Department of Economics.

Rickles, D. (2011). *Econophysics and the complexity of financial markets*. In Cliff A. Hooker (Eds.), *Philosophy of Complex Systems (Handbook of the Philosophy of Science, Vol.10)*, Oxford, UK: Elsevier.

Roberts, H. (1967). Statistical versus clinical prediction of the stock market. Unpublished manuscript.

Rosser, J. B. (1999): "On the complexities of complex economic dynamics", *The Journal of Economic Perspectives*, 169-192.

Rozeff, M. S., y Kinney Jr, W. R. (1976): "Capital Market Seasonality: The Case of Stock Returns", *Journal of Financial economics*, 3, 379-402.

Ruelle, D (1992): *Chaotic Evolution and Strange Attractors. The statistical analysis of time series for deterministic nonlinear systems*. Cambridge University Press, Cambridge.

Scheinkman, J. A., y LeBaron, B. (1989a): "Nonlinear dynamics and stock returns", *Journal of Business*, 311-337.

Scheinkman, J. A., y LeBaron, B. (1989b): Nonlinear dynamics and GNP data. In *Economic complexity: chaos, sunspots, bubbles, and nonlinearity, Proceedings of the Fourth International Symposium in Economic Theory and Econometrics* (Cambridge University Press, Cambridge)

Scheinkman, J.A. (1991): *No linealidades en las series económicas: herramientas estadísticas relacionadas con la dinámica no lineal*; Cuadernos Económicos del ICE, vol. 47, nº 1.

Shaffer, S. (1991): "Structural shifts and the volatility of chaotic markets", *Journal of Economic Behavior and Organization*, 15(2), 201-214.

Smale, S. (1967): "Differentiable dynamical systems", *Bulletin of the American mathematical Society*, 73(6), 747-817.

Sornette (2003): *Why Stock Markets Crash (Critical Events in Complex Financial Systems)* Princeton University Press, NJ ISBN 0-691-09630-9.

Strogatz. S.H. (2000): *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering*. Perseus Books Publishing, ISBN:0738204536.

Veiga, M. C. G. (1995): "La teoría del caos: nuevas perspectivas en la modelización económica". *Documentos de trabajo (Universidad de Oviedo. Facultad de Ciencias Económicas)*, (88), 7-30.

Waldrop, M. (1992): *Complexity. The emerging science at the edge of order and chaos*. Nueva York: Simon & Schuster Paperbacks.

Wang, B. H y Hui, P. M. (2001): "The distribution and scaling of fluctuations for Hang Seng index in Hong Kong stock market", *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 20(4), 573-579.

Yang, S. R. y Brorsen, B. W. (1993): "Nonlinear dynamics of daily futures prices: conditional heteroskedasticity or chaos?", *Journal of Futures Markets*, 13(2), 175-191.

Yang, S. R. y Brorsen B.W. (1996): *Nonlinear dynamics of daily futures prices: conditional heteroskedasticity or chaos* en R.R. Trippi (ed.): *Chaos & nonlinear dynamics in the financial markets*; Irwin Professional Publishing.

3. METODOLOGÍA

3.1. Esquema y Diagrama Metodológico

Para el estudio de la existencia de linealidad (o de no linealidad) y del comportamiento caótico se sigue el procedimiento metodológico que comprende las fases siguientes:

1. Comprobación de las hipótesis.
2. Obtención del modelo lineal.
3. Estudio de la no linealidad.
4. Modelización de la volatilidad.
5. Estudio del comportamiento caótico.

En la figura 3.1 se representa un esquema general del procedimiento.

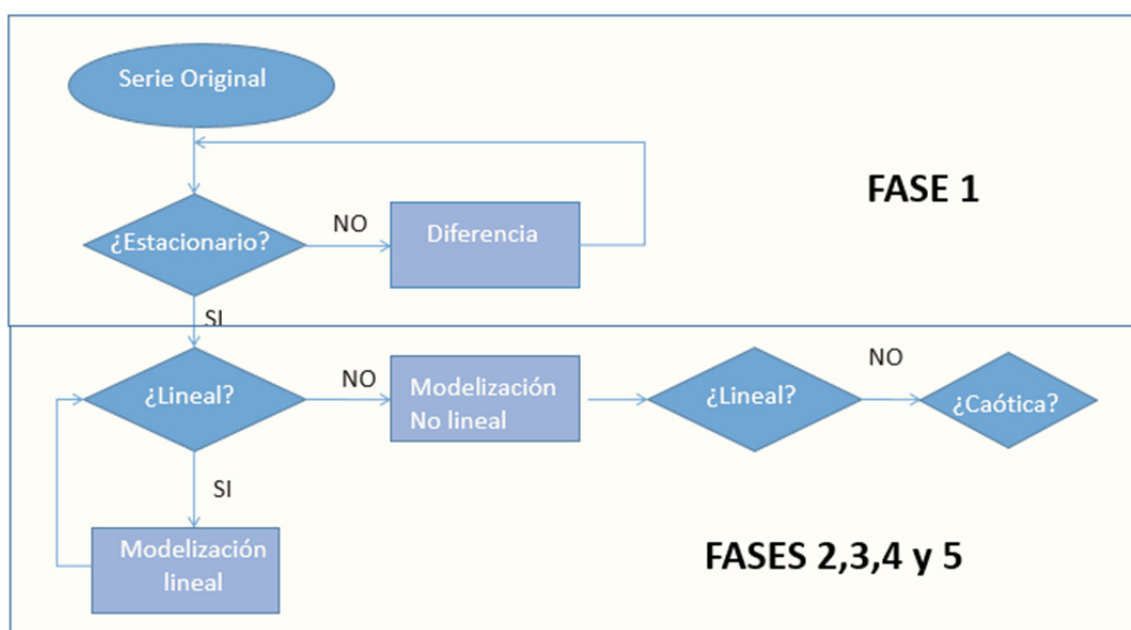


Figura 3.1: Esquema del procedimiento de estudio de cada serie

3.1.1. Comprobación de las hipótesis

En una primera instancia se observó la evolución de la serie y se extrajeron los principales estadísticos²⁵ de la misma. Adicionalmente, se realizó el contraste de Jarque Bera (1987), que es una prueba asintótica de normalidad para muestras de gran tamaño muestral. Analiza la relación entre el coeficiente de asimetría y la curtosis de los residuos de la ecuación estimada y los compara con una distribución

²⁵ Los estadísticos obtenidos de cada serie son los que siguen: la media, la mediana, la desviación típica, el máximo, el mínimo, el coeficiente de curtosis y el coeficiente de asimetría.

normal, de forma tal que si estas relaciones son suficientemente diferentes se rechaza la hipótesis nula de normalidad.

Finalmente se estudió la estacionariedad, mediante tres contrastes distintos, que son los siguientes:

- Test Aumentado de Dickey Fuller (ADF)
- Test de Phillips-Perron (PP)
- Test de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)

Los dos primeros, el test aumentado de Dickey Fuller (Dickey et al., 1979) y el test de Philips Perron (Philips et al., 1988) son dos test de raíces unitarias. El primero tiene como principal limitación que asume que los errores del modelo son independientes y que tiene varianza constante. Para paliar este inconveniente el test de Phillips-Perron utiliza una aproximación no paramétrica. El tercer test utilizado, el test de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) para evaluar la estacionariedad de la serie, parte de la hipótesis de que la serie es estacionaria.

En segundo lugar y tras verificar que la serie en estudio en general no era estacionaria, se obtuvieron los **retornos**²⁶ mediante la expresión:

$$\ln(R_{t-1}) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$$

tal que P_t es el dato de la serie temporal en el momento t .

A continuación se estudió la evolución temporal de la serie de los retornos y se extrajeron los principales estadísticos de la misma (la media, la mediana, la desviación típica, el máximo, el mínimo, el coeficiente de curtosis y el coeficiente de asimetría). Adicionalmente, se contrastó la hipótesis de que la muestra provenía de una distribución normal, mediante el test de Jarque-Bera (1987). Asimismo se diagnosticaron las diferencias entre la serie de los retornos y una distribución normal mediante el gráfico Qq²⁷ y se realizó el histograma de los residuos para comprobar si la distribución de la serie se ajustaba a la distribución normal.

Esta nueva serie denominada “retornos” presenta propiedades importantes como la **estacionariedad**. Esta propiedad resulta esencial, ya que es un prerequisite en un gran porcentaje de las técnicas tanto de modelización, como de análisis de la no linealidad o del comportamiento caótico que se utilizarán, a posteriori, en esta investigación.

²⁶ También denominada tasa de variación, serie de log-retornos o rendimientos.

²⁷ Otros autores lo denomina gráfico cuartil-cuartil.

Para la confirmación de la estacionariedad, se ejecutaron de nuevo los tres test anteriormente descritos:

- Test aumentado de Dickey Fuller (ADF)
- Test de Phillips-Perron (PP)
- Test de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)

El diagrama del proceso de modelización de esta primera fase está representado en la figura 3.2.

3.1.2. Modelización de la linealidad

Posteriormente, se elimina la estructura lineal que presenta la serie, siguiendo en primera instancia, el mismo proceso que el recomendado por Nelson et al. (1991), que consiste en la selección del modelo $ARIMA(p,d,q)$ ²⁸ que obtenga el menor valor atendiendo al **criterio de información de Schwarz** (1978).

El criterio de Schwarz, penaliza en función de la precisión del modelo ajustado y por la inclusión de parámetros adicionales en el modelo. Sin embargo se diferencia de otros como el criterio de Akaike (1974), por penalizar de forma más estricta el número de parámetros incluidos en el modelo.

A continuación, siguiendo el proceso descrito por Barkoulas (2012), se han estudiado los residuos del modelo. En el caso de que los residuos estuviesen correlacionados, se ha aumentado el orden del modelo ARMA, incrementándose la magnitud de p y q . El estudio de la correlación de los residuos se ha realizado mediante la observación de sus funciones de autocorrelación y funciones de autocorrelación parciales (FAS y FAP). También se comprobó la correlación mediante el test de Ljung-Box. En la figura 3.3 se muestra el resumen de etapa de selección del modelo.

Una vez que se ha determinado el modelo lineal óptimo. Se aplicó y se extrajeron los residuos del mismo. A los nuevos residuos se les denomina la serie $ARMA(p,q)$ en lo que sigue del proceso.

3.1.3. Estudio de la no linealidad

La presencia de no linealidad es una condición necesaria pero no suficiente, para la existencia de una componente determinística caótica en el sistema. Además, es una característica inherente de los sistemas complejos. Las aportaciones de la no

²⁸ Referidas como modelos $ARMA(p,q)$ en esta investigación.

linealidad a la Economía resultan muy importantes, ya que los modelos lineales, se muestran incapaces de explicar algunos fenómenos observados (Nefci, 1986).

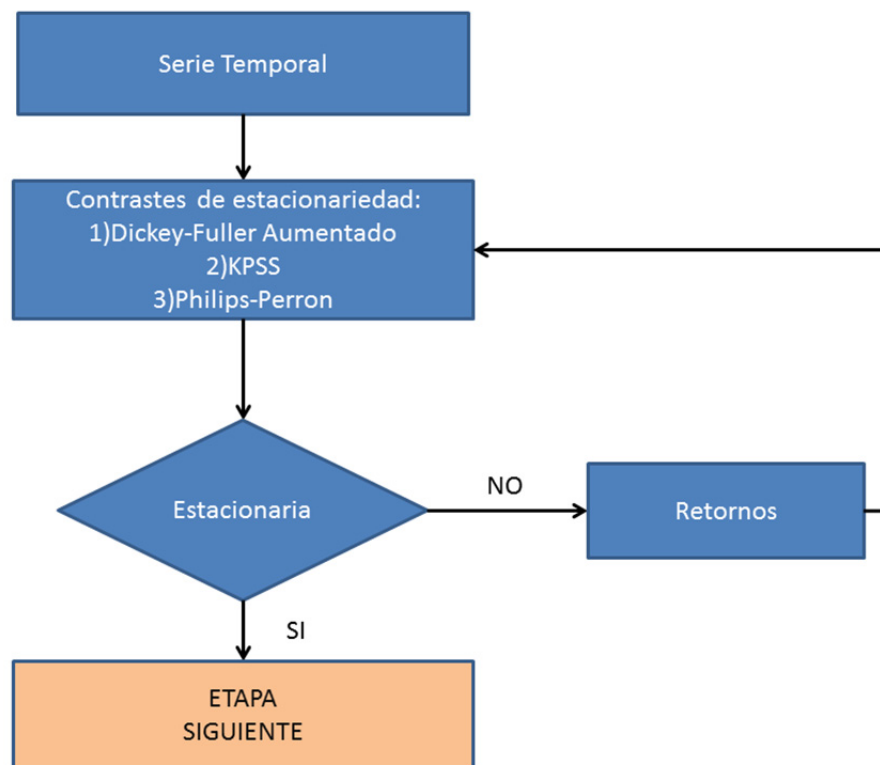


Figura 3.2: Esquema de la etapa de comprobación de las Hipótesis

Las principales ventajas de los modelos no lineales son las que siguen:

1. Los modelos no lineales, a diferencia de los modelos lineales, pueden proporcionar soluciones estacionarias cíclicas. De esta forma ya no se explican los ciclos como aleatoriedad en el sistema, si no que se considera una característica endógena del sistema.
2. Ciertos modelos no lineales admiten la existencia de un comportamiento asimétrico en los datos.
3. Los no lineales, a diferencia de los lineales, pueden proporcionar soluciones estacionarias cíclicas. De esta forma ya no se explican los ciclos como aleatoriedad en el sistema, si no que se considera una característica endógena del sistema.
4. Ciertos modelos no lineales admiten la existencia de un comportamiento asimétrico en los datos

Por todo ello resulta esencial la utilización de este tipo de modelos.

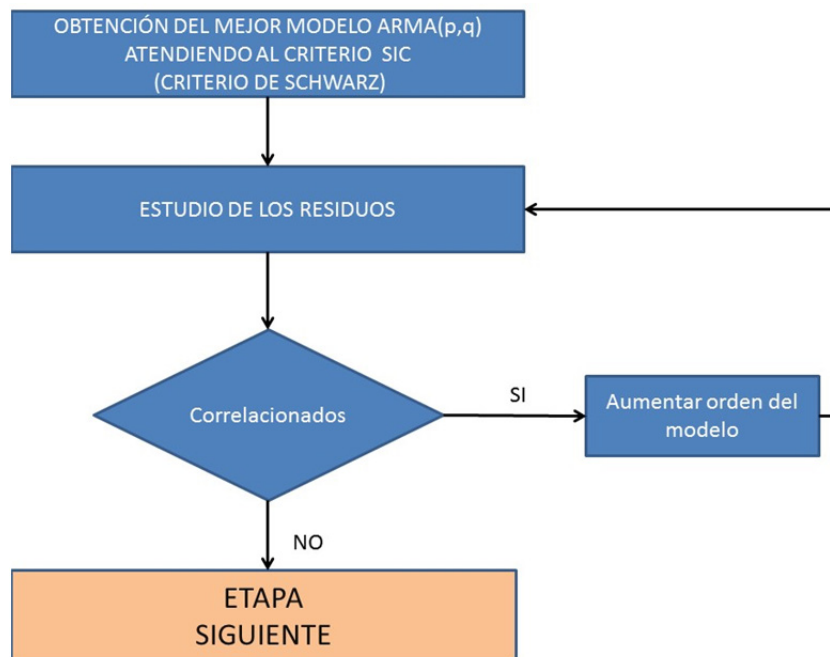


Figura 3.3: Esquema de la etapa de selección del modelo lineal

Para comprobar la existencia de la no linealidad y la aleatoriedad, se ha empleado una amplia batería de métodos compuesta por un gran número de test, consiguiendo así suplementar las posibles limitaciones de cada uno de ellos. Los test utilizados son:

- El **test de Rachas** (Wald y Wolfowitz, 1940) para evaluar la aleatoriedad de la serie.
- El **test de Keenan** (1985), un test de Portmanteau que contrasta la hipótesis de un modelo lineal versus a uno no lineal.
- El **test de Tsay** (1986), que supone una generalización del test anterior.
- El **test de Teräsvirta** (1983) que está basado en la metodología de las redes neuronales.
- El **test de White** (1989) basado también en la metodología de redes neuronales.

- El **test de Brock, Dechert y Scheinkman** (Brock et al,1989), uno de los test más potentes para detectar no linealidad y otros tipos de dependencia en los datos (Barnet et al., 1997).
- El **test de Kaplan** (1994) que ha demostrado también tener potencia estadística para determinar si los datos son lineales.

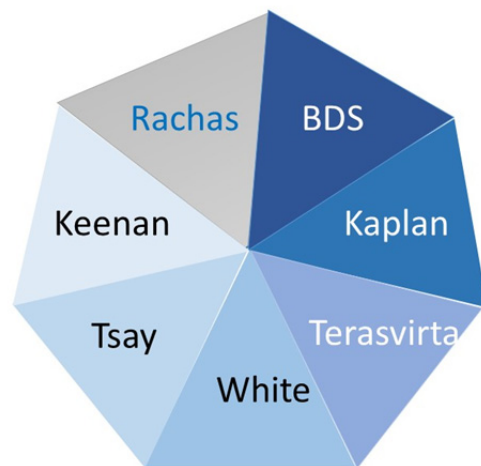


Figura 3.4: Test de aleatoriedad y no linealidad aplicados.

3.1.3. Modelización de la volatilidad

Una vez que se han obtenido los residuos del modelo ARMA seleccionado²⁹ (etapa de modelización de la linealidad) y que se ha verificado la existencia de no linealidad (la etapa anterior), se verifica si la naturaleza de la no linealidad es debida a la volatilidad condicional, es decir a la heterocedasticidad. Este hecho se comprueba mediante el test ARCH aplicando un modelo no lineal multiplicativo de la **familia ARCH** (Engle, 1982).

Si las series presentan indicios de heterocedasticidad se seleccionan sendos modelos de las familias GARCH y EGARCH. En concreto se selecciona el mejor modelo GARCH(p,q) (Boollerslev, 1986), y el mejor modelo EGARCH(p,q) (Nelson, 1991). El orden y el modelo se eligieron con el mismo procedimiento que el modelo lineal aplicado previamente³⁰. Tras la estimación, se han estandarizaron los

²⁹ A la serie obtenida tras aplicar filtros ARMA a los retornos se le denomina serie ARMA, en adelante.

³⁰ Como primer paso se selecciona el modelo heterocedástico atendiendo al criterio SIC. Posteriormente, se observa si los residuos están correlacionados. En el caso de que así sea, se aumenta el orden del modelo hasta encontrar uno en el que esto no ocurra y además cumpla las condiciones de cada uno de los modelos heterocedásticos elegidos.

residuos obtenidos dividiendo por sus desviaciones estándar condicionales, es decir, por la expresión:

$$z_t = \frac{\hat{u}_t}{\sqrt{\hat{h}_t}}$$

tal que $\hat{u}_t$ son los residuos de la ecuación condicional de la media y $\hat{h}_t$ es su varianza estimada.

3.1.4. Estudio del comportamiento caótico

Finalmente se estudió la existencia de la componente caótica en cada serie. Para ello, se aplicaron diversos métodos que se explicarán a lo largo del capítulo y que son los siguientes:

- La **Dimensión de la Correlación**, una medida de la complejidad de un sistema dinámico y permite distinguir, un sistema determinista de uno estocástico (Grassberger et al., 1983).
- El **Exponente de Lyapunov**, que analiza en el sistema la propiedad de la sensibilidad a las condiciones iniciales.
- El **Test de 0/1** (Gottwald et al., 2004) que proporciona un valor cercano a cero o uno, indicando este último valor existencia de caos o ruido en la serie.
- El **test de Matilla-García (2010)**, que tiene como ventaja principal la no necesidad de construcción del atractor para evaluar la existencia de caos.
- Los **Gráficos de Recurrencia**, que es una herramienta visual que permite analizar la existencia de patrones periódicos, entre otros aspectos de la serie temporal.

Así mismo, también se ha estudiado la existencia de persistencia o memoria a largo plazo en cada una de las series, mediante la aplicación de la técnica del rango reescalado (R/S), que permite obtener el **coeficiente de Hurst** (1951).

En la figura 3.5 se muestra un resumen de los distintos métodos aplicados, y le programa utilizado.

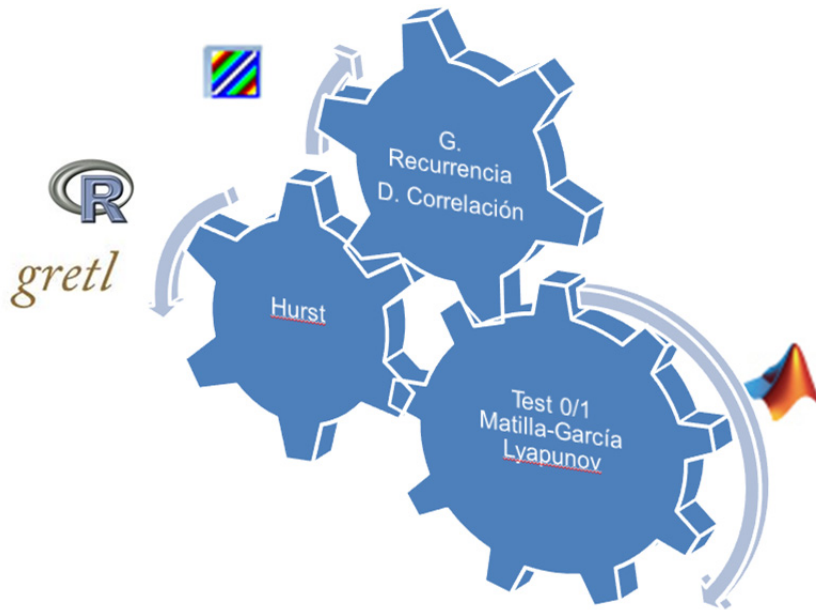


Figura 3.5: Programas utilizados para el cálculo de los métodos de detección del comportamiento caótico

3.2. Metodología del análisis de series temporales

Una serie temporal x_t se define como una secuencia cronológica ordenada tomada en general con una cierta frecuencia, normalmente diaria, de los precios de cierre o precios promedio de negociación de un bien, tasa de cambio, acción o indicador bursátil.

Para el análisis de las series temporales se emplean diferentes metodologías que contribuyen a entender e interpretar el proceso generador de la misma.

3.2.1. Aproximación a las series temporales

Como primera aproximación se indagó sobre la distribución de las series financieras, mediante estadísticos básicos como: la media, la mediana, el valor el máximo y el mínimo, el coeficiente de asimetría y el coeficiente de curtosis

Además, se realizó el contraste de Jarque Bera (1987), que es una prueba asintótica de normalidad para muestras de gran tamaño muestral.

La hipótesis que se contrasta: H_0 : “La distribución es normal”. Mediante el estadístico de Jarque Bera (JB):

$$JB = \frac{n}{6} \left[S^2 + \frac{1}{4} (K - 3)^2 \right]$$

Tal que n es el número de observaciones (o grados de libertad); S es el coeficiente de asimetría de la muestra y, K es el coeficiente de curtosis de la muestra. Si los datos provienen de una distribución normal, el estadístico JB tiene una distribución chi-cuadrado con dos grados de libertad.

3.2.2. Modelización de las Series Temporales

3.2.2.1. Conceptos Básicos

➤ Obtención de los Retornos

Las series temporales de los fenómenos económicos suelen carecer de la propiedad de estacionariedad. En la práctica, se suele trabajar con los denominados retornos³¹:

Los retornos de una serie temporal X_t se definen como:

$$\ln(R_{t+1}) = \ln(X_t) - \ln(X_{t-1})$$

Obsérvese que la serie así construida no tiene unidades y es estacionaria.

➤ Estacionariedad

Los métodos utilizados en las siguientes secciones, especialmente los de detección del comportamiento caótico, parten del requisito de que la serie temporal es estacionaria.

Una sucesión de variables aleatorias o proceso estocástico $\{x_t\}$ se dice que es estacionario, si sus distribuciones de probabilidad conjunta finito dimensionales no dependen de la “ventana de tiempo” que se considere, de tal manera que es idéntica para cada variable aleatoria.

Definiciones

Se define una serie temporal como estacionaria³² si existen sus momentos de primer y segundo orden y estos son constantes e independientes de t , es decir cumple las siguientes condiciones:

³¹ También denominados rendimientos, tasa de variación o de log-retornos por otros autores.

³² Esta definición atiende a “estacionariedad débil”. La estacionariedad fuerte de un proceso estocástico se define como la sucesión ordenada de variables aleatorias cuya función de distribución es invariante ante valores igualmente separados. En la práctica, es casi imposible conocer la verdadera función de distribución de muchos procesos aleatorios, así que la definición anterior se

1. $E(x_t) = E(x_{t+s}) = \mu < \infty \forall s$
2. $V(x_t) = V(x_{t+s}) = \sigma^2 \forall s$
3. $Cov(x_t, x_{t+s}) = Cov(x_{t+s}, x_{t+s+u}) = \mu_u \forall s, \forall t$

Se define el ruido blanco como un caso particular de la definición anterior:

1. $E(x_t) = E(x_{t+s}) = 0 \forall s$
2. $V(x_t) = V(x_{t+s}) = \sigma^2 \forall s$
3. $Cov(x_t, x_{t+s}) = Cov(x_{t+s}, x_{t+s+u}) = 0 \forall s, \forall t$

Si además de las propiedades anteriores se asume que sigue una distribución normal, entonces se dice que el ruido es de tipo gaussiano.

Metodología

Las pruebas de raíz unitaria han sido la herramienta utilizada para determinar si un proceso es estacionario o no.

Test Aumentado Dickey-Fuller

En estadística y econometría el test Aumentado de Dickey-Fuller (1979) es un test de raíces unitarias. Para realizar el test se plantea el siguiente modelo:

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \delta_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \delta_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

Tal que α es una constante, β el coeficiente de la tendencia temporal y p el orden del proceso autorregresivo.

Con carácter previo a la estimación, hay que decidir si se incluye una constante, constante y tendencia o ninguna de las anteriores en el test. Atendiendo a los valores de dichos coeficientes se especifican distintas versiones del test. El modelo expuesto más arriba correspondería con el caso de incluir los términos de tendencia más constante. Los otros son los que siguen:

1. Con constante:

$$\Delta y_t = \alpha + \gamma y_{t-1} + \delta_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \delta_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

2. Con tendencia:

$$\Delta y_t = \beta t + \gamma y_{t-1} + \delta_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \delta_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

confirma sólo para el primer y segundo momento de la serie, es decir para la media y varianza del proceso.

La elección del modelo es importante porque la distribución del estadístico t bajo la hipótesis nula depende del mismo. Una primera aproximación consiste en estimar el modelo con constante y tendencia, ya que las otras dos opciones pueden considerarse como un caso particular de esta. Sin embargo, el hecho de incluir regresores irrelevantes en la regresión reduce la potencia del test. También ha de elegirse el orden p del proceso autorregresivo, generalmente atendiendo a los criterios de información.

La hipótesis que se contrasta es la siguiente:

$$H_0 \equiv \gamma = 0$$

Frente a la alternativa de:

$$H_1 \equiv \gamma < 0$$

El estadístico para realizar el test es el siguiente:

$$DF_\tau = \frac{\hat{\gamma}}{SE(\gamma)}$$

Test Philips-Perron

Phillips y Perron (1988) desarrollaron un test de raíces unitarias, que difiere del anterior en una modificación simple que permite lidiar con el problema de la correlación serial y los errores de heterocedasticidad. El test plantea la siguiente ecuación:

$$\Delta y_t = \beta' D_t + \pi y_{t-1} + \varepsilon_t$$

El test de Phillips-Perron (1988) considera un proceso

$$y_t = \mu + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Donde μ y ρ son parámetros y ε_t es un ruido blanco.

Así, es una serie estacionaria si $-1 < \rho < 1$. Si $\rho = 1$, y_t es una serie no estacionaria (si el proceso comienza en cualquier punto, la varianza de y_t se incrementa con el tiempo y tiende a ser infinito. La corrección de la correlación serial y heterocedasticidad en los errores ε_t se realizan mediante los siguientes estadísticos:

$$Z_t = \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\lambda}^2} \right)^{1/2}$$

Los parámetros $\hat{\sigma}^2$ y $\hat{\lambda}^2$ son parámetros consistentes de las estimaciones:

KPSS

El test de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (Kwiatkowski et al., 1992), KPSS, se considera complementario a los test anteriores. Mientras los anteriores parten de la hipótesis nula de la existencia de una raíz unitaria versus una alternativa de estacionariedad, el test KPSS opera bajo una hipótesis nula de estacionariedad.

El test contrasta la hipótesis de estacionariedad en torno a nivel o en torno a una tendencia lineal, frente a la alternativa de una raíz unitaria. El punto de partida del test es la formulación siguiente:

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \varepsilon_t \\ \mu_t &= \mu_{t+1} + u_t \end{aligned}$$

tal que u_t son i.i.d. y ε_t satisface las condiciones de regularidad de Phillips y Perron(1988), que permiten el tratamiento de series con autocorrelación serial

Sobre las expresiones anteriores se contrasta:

$$\begin{aligned} H_0 &= \sigma_u^2 = 0 \\ H_1 &= \sigma_u^2 > 0 \end{aligned}$$

mediante el estadístico que viene dado por la expresión:

$$\hat{\eta}_u = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{T^2 S^2(I)}$$

Tal que $s^2(I) = T^{-1} + \sum_{t=1}^T e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{a=1}^l w(s, l) \sum_{t=s+1}^T e_t e_{t-s}$

Los test KPSS, pueden ser utilizados de forma complementaria al contraste ADF, ofreciendo algunas ventajas respecto a éste. En concreto, los contrastes de estacionariedad proporcionan mejores resultados que el test ADF en las series que presentan características de media móvil con coeficientes positivos y de magnitud elevada.

3.2.2.2. Tipos de modelos

3.2.2.1.1. Modelos lineales

La descripción de la serie temporal constituye una concepción estadística, en términos probabilísticos, para describir la forma de aleatoriedad que está presente en la serie temporal. Box y Jenkins (1975) desarrollaron una clase de modelos, los modelos autorregresivos integrados de medias móviles (ARIMA), con el fin de modelizar y predecir series temporales. Estos modelos lineales han resultado razonablemente satisfactorios como instrumentos de análisis, y previsión, siendo probablemente los modelos más conocidos y utilizados.

Las mayores críticas a los modelos aludidos se fundamentan en la hipótesis de la existencia de una estructura de correlación lineal, entre la variable dependiente y los regresores. Además requieren, como paso previo a la especificación del modelo, la eliminación de ciertos componentes como la tendencia y la estacionalidad, perdiéndose de esta forma información potencial de la serie original.

A continuación se describen de forma resumida, los modelos autorregresivos integrados de medias móviles (ARIMA) considerados en el presente estudio.

3.2.2.2.1 Modelos lineales

Los modelos estacionarios pueden clasificarse como modelos como autorregresivos (AR), de medias o promedios móviles (MA) o procesos mixtos de los anteriores, denominados modelos ARMA.

3.2.2.2.1.1. Modelos Autorregresivos

Un modelo se define como autorregresivo si la variable endógena de un período t es explicada por las observaciones de ella misma correspondientes a períodos anteriores (parte sistemática) añadiéndose, un término de error (innovación). Los modelos autorregresivos, se escriben de forma abreviada como $AR(p)$, tal que p representa el orden autorregresivo, es decir, el número de retardos de la serie temporal que se introducen en el modelo.

De forma matemática un modelo autorregresivo de orden p se representa como:

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y_{t-i} + \varepsilon_t$$

Tal que: y_t son los parámetros del modelo, los coeficientes a_i son constantes o parámetros autorregresivos y ε_t es ruido blanco $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon)$.

Estos modelos presentan las siguientes características:

- Los modelos AR(p) también pueden representarse, mediante el operador retardo de la forma siguiente: $\phi_p(B)x_t = \delta + \varepsilon_t$ tal que ϕ_p es un polinomio autorregresivo $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$.
- Los modelos AR(p) son estacionarios si todas las raíces del polinomio autorregresivo, es decir las raíces de $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$, están fuera del círculo unidad.

3.2.2.2.1.2. Modelos de medias móviles

Los procesos de orden q de medias móviles, MA(q), se representan como:

$$Z_t = \mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots + \psi_q a_{t-q} = \mu + \sum_{j=0}^q \psi_j a_{t-j}$$

donde a_t es un proceso de ruido blanco.

3.2.2.2.1.3. Componente estocástico:

A su vez el componente estocástico N_t se modeliza mediante un proceso ARMA(p,q)xARMA(P,Q)_s donde s es el período estacional³³. Utilizando la representación del modelo, basada en los polinomios característicos, se obtienen las expresiones siguientes:

$$\phi_p(B)\Phi_P(B)N_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B)a_t$$

Siendo:

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

$$\Phi_P(B) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_P B^{Ps}$$

$$\Theta_Q(B) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}$$

Por ejemplo, para el caso del popular 'modelo de las líneas aéreas', en el modelo para el componente estocástico, $p=P=0$ y $d=D=q=Q=1$, la especificación del

³³ En esta investigación se aplicó como 12.

componente estocástico sigue una representación integrada y de medias móviles (ARIMA) de tipo multiplicativo ARIMA (0,1,1)(0,1,1)₁₂:

$$N_t = \frac{(1 - \theta_1 B)(1 - \theta_{12} B^{12})}{(1 - B)(1 - B^{12})} a_t$$

La expresión anterior constituye una descomposición preliminar de las series originales en un componente determinista, resultado de agregar los efectos de calendario y Semana Santa y otro estocástico, que representa los movimientos observados, asociados a la respuesta de un sistema lineal a una secuencia de innovaciones.

3.2.2.2.2. Modelos no lineales

La teoría clásica de las series temporales (metodología de Box-Jenkins)³⁴, postula que el desarrollo estadístico se realiza a partir de un proceso estocástico estacionario; es decir, de un proceso con media constante, varianza constante y con un valor de correlación, entre dos observaciones distintas, igual a la de otras dos cualquiera, separadas por la misma distancia (mismo número de períodos).

Sin embargo, varios estudios indican que los modelos no lineales y no estacionarios son más flexibles, cuando se trata de capturar las características de los datos y pueden mejorar la calidad del ajuste y la capacidad de predicción del modelo. En concreto Tiao y Tsay (1994) consideran que estos avances, no significan que los modelos lineales sean menos útiles, al contrario, los modelos lineales proporcionan una primera aproximación que puede resultar de gran ayuda, como una primera estimación de algunos parámetros.

A lo largo de los años se han ido proponiendo, varios tipos de modelos que intentan explicar diferentes fenómenos no lineales, existiendo actualmente un sinfín de procesos no lineales, descritos en la literatura. Hsieh (1995) los clasifica como modelos aditivos y modelos del tipo multiplicativo en función de la relación que se establece entre la variable residual "t" y la función no lineal.

Así se definen los siguientes modelos:

Definición: Se define un modelo aditivo como aquel que tiene como expresión general:

$$X_t = F(I_{t-i}) + \varepsilon_t$$

³⁴ Ver Box y Jenkins (1975).

tal que:

- I_{t-1} es la información hasta el instante $t-1$
- $F(\cdot)$ es la función esperanza condicionada y es no lineal.

Definición: Se define un modelo multiplicativo como aquel que tiene como expresión general:

$$X_t = G(I_{t-1})^a * \varepsilon_t$$

tal que $G(\cdot)$ es la función de la varianza condicionada.

En este trabajo se procede a adoptar esta misma clasificación, es decir la clasificación de Hsieh (1995)³⁵. Entre todos los modelos no lineales de carácter multiplicativo se estudian los modelos autorregresivos de heterocedasticidad condicional (ARCH) introducidos por Engle (Engle y Patton, 2001) y posteriormente generalizados por Bollerslev a los denominados modelos generalizados autorregresivos de heterocedasticidad condicional, GARCH(p,q), definidos por Bollerslev (1986). Asimismo, se estudian los modelos Exponenciales Generales Autorregresivos Condicionales Heterocedásticos, EGARCH(p,q) descritos por Daniel Nelson (1991).

3.2.2.1.1. Introducción

La modelización equívoca de la evolución y determinantes de la varianza, puede suponer problemas estadísticos cuando se estiman modelos econométricos. De entre todos ellos quizás los más graves sean los ligados con la eficiencia de los parámetros estimados y su fuerte volatilidad ante el amplio intervalo de confianza en el que se mueven.

Los modelos de carácter multiplicativo de las series temporales, determinan un patrón de comportamiento estadístico para la varianza. La diferencia entre varianza condicional (volatilidad) y no condicional es que, la expectativa condicional, se refiere a una expectativa hacia el futuro, pero sujeta a la información acumulada hasta el tiempo t , a diferencia de la no condicional, que no modifica el conjunto de información. Una serie estacionaria que tenga, por tanto, varianza constante (no condicional), puede presentar oscilaciones a corto plazo que es lo que recoge la varianza condicional.

³⁵ Existen otras clasificaciones en la literatura, como la de Tong (Tong, 1983) que divide a los modelos no lineales en un total de 13 modelos distintos o la de Guegan (1994) que tiene en cuenta entre otras características, modelos autorregresivos combinados con diversos tipos de no linealidad, modelos en los que la media y la varianza dependen del tiempo.

Debido a que la volatilidad varía en el tiempo, los modelos clásicos de series temporales no son adecuados para modelizar, ya que parten del supuesto inadecuado de una varianza con un valor constante.

En este sentido, muchas series temporales, especialmente las series temporales financieras, muestran con frecuencia variaciones temporales en los momentos condicionados de segundo orden, que tienden a estar correlacionados en el sentido de que, variaciones de gran magnitud en el valor de la serie son seguidos por grandes cambios (periodos de poca volatilidad) mientras que, a pequeños cambios les siguen cambios pequeños. A partir del concepto de volatilidad, han surgido numerosos modelos en el campo de las Finanzas, ya que la volatilidad es uno de los principales elementos que influyen en la evolución de estos mercados, puesto que a través de ella se puede estimar y medir la cuantía de los cambios impredecibles que se producen en la rentabilidad de un activo financiero y determinar cuál es el riesgo financiero del mercado o del valor de compra o venta de opciones.

Según Engle (2001), un buen modelo para la volatilidad de los retornos debe contener las siguientes características:

- **Aglomeración de la volatilidad.** La volatilidad se agrupa por períodos, es decir, la volatilidad tiende a ser alta durante un período y baja durante otro. Además cuando existe un cambio grande en la volatilidad suelen seguir cambios grandes y viceversa.
- **Reversión a la media.** La aglomeración de la volatilidad implica que a un período de alta volatilidad, eventualmente, seguirá otro de volatilidad normal, y a un período de baja volatilidad seguirá uno de volatilidad más alta. Además, existe un nivel medio de volatilidad al cual esta retorna eventualmente. Los pronósticos a largo plazo convergerán todos al nivel normal.
- **La volatilidad es asimétrica.** La volatilidad se comporta diferente frente a innovaciones positivas y negativas. No reacciona de la misma manera frente a una gran alza en el precio de un activo que frente a una caída en su precio. Sin embargo, varios modelos imponen que la varianza condicional es afectada simétricamente por las innovaciones positivas y negativas, ignorando este efecto de asimetría.
- **Influencia de variables exógenas.** Las variables de las series temporales financieras están influidas por los mercados, y por ello se espera que estas variables estén afectando en mayor o menor medida. Es decir, existen una serie de variables exógenas que contienen información interesante sobre la volatilidad de la serie.

- **Distribución de probabilidad.** La distribución de probabilidad de los retornos tiene colas más densas que las de la distribución normal y en general, exceso de curtosis.

En definitiva, la clave de estos modelos radica en considerar la información pasada de la variable y su volatilidad observada como un factor altamente explicativo de su comportamiento presente y, por extensión lógica, de su futuro predecible.

Los modelos a analizar en esta sección se basan en la idea clave de que se modeliza la media condicional y la varianza condicional simultáneamente. Es decir, se propone un modelo de regresión (media condicional) y además un mecanismo que controla la evolución de los errores (varianza condicional), incorporando de esta forma el hecho de que la volatilidad no es constante.

3.2.2.1.2. Los Modelos Autorregresivos Condicionales Heterocedásticos

Con el fin de modelizar la tasa de inflación de Reino Unido, Engle propuso en 1982 los Modelos Autorregresivos Condicionales Heterocedásticos de orden q, ARCH(q), que permiten modelizar los cambios temporales de la varianza condicional como una función de las observaciones pasadas de la serie. Estos modelos han sido y son muy ampliamente empleados en series temporales económicas y financieras.

Los modelos ARCH de orden q o de forma abreviada, ARCH(q) se definen por la siguiente expresión:

$$y_t = \varepsilon_t \sigma_t$$

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

En relación con estos modelos cabe hacer las siguientes apreciaciones:

1. ε_t es un proceso de t variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d) , es decir $\varepsilon_t \sim N(0,1)$, σ_t es la volatilidad y además $y_t \sim N(0, \sigma)$.
2. $w > 0$ y $\sigma_t > 0 \quad \forall i = 1, \dots, q$
3. $\sum_{i=1}^n \alpha_i < 1$

3.2.2.1.3. Los Modelos Generales Autorregresivos Condicionales Heterocedásticos

La modelización de muchas series temporales mediante modelos ARCH requiere de un alto número de retardos lo que puede generar un abultado número de iteraciones para poder alcanzar una solución al sistema planteado, pudiendo darse el caso de no encontrar nunca una solución. Para evitar éste efecto, Bollerslev generalizó en 1986 los modelos ARCH(q) al proponer los modelos generalizados autorregresivos condicionales heterocedásticos, GARCH(p,q), en los que la varianza condicional depende no solo de los cuadrados de las perturbaciones, sino además, de las varianzas condicionales de períodos anteriores (Bollerslev, 1986).

El modelo GARCH(p,q) queda definido por la siguiente expresión:

$$y_t = \varepsilon_t \sigma_t$$
$$\sigma_t^2 = w + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2$$

1. ε_t es un proceso de t variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d) , es decir $\varepsilon_t \sim N(0,1)$, σ_t es la volatilidad y además $y_t \sim N(0, \sigma)$.
2. $w > 0$ y $\sigma_t > 0 \quad \forall i=1, \dots, q$
3. $\sum_{i=1}^n \alpha_i < 1$,

Lo que convierte a los modelos ARCH(q) en un caso particular de los modelos GARCH(p,q).

En particular el modelo GARCH (1,1) es el siguiente:

$$y_t = \varepsilon_t \sigma_t$$
$$\sigma_t^2 = w + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$$

Numerosos trabajos empíricos de series financieras muestran que este modelo, el más sencillo de los modelos GARCH(p,q), es suficiente para modelizar con éxito la varianza condicional incluso en periodos muestrales extensos.

Sin embargo, los modelos GARCH presentan varias deficiencias para recoger la realidad empírica suministrada por algunas variables en especial las variables

financieras y por ello puede ser interesante plantear modelos alternativos. En primer lugar, la restricción de que los parámetros deban ser positivos, puede producir dificultades en la estimación (Nelson, 1991). Además, no consideran los posibles efectos asimétricos originados en función del signo de la perturbación en el período anterior.

3.2.2.1.3. Los Modelos Exponenciales Generales Autorregresivos Condicionales Heterocedásticos

Los modelos Exponenciales Generales Autorregresivos Condicionales Heterocedásticos de forma resumida modelos EGARCH(p,q) se definieron por primera vez en la publicación de Daniel Nelson (1991) sobre heterocedasticidad condicional en los modelos de rentabilidad de activos.

$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t} v_t$$

$$\log(\sigma_t) = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j \log h_{t-j} + \sum_{k=1}^p \left[\theta_k \left(\frac{\varepsilon_{t-k}}{\sqrt{h_{t-k}}} \right) + \gamma_k \left(\left| \frac{\varepsilon_{t-k}}{\sqrt{h_{t-k}}} \right| - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) \right]$$

3.2.2.3 Elección del modelo

3.2.2.3.1. Criterios para seleccionar el mejor modelo

Se expone a continuación dos técnicas habitualmente utilizadas en la selección de modelos, son las basadas en el criterio de información de Akaike, AIC (Akaike Information Criteria) y el criterio bayesiano de Schwartz, SIC (Schwartz Bayesian Criterion).

- El estadístico **AIC** (Akaike, 1974) se calcula a partir del valor de la función de verosimilitud, L, en los parámetros estimados:

$$AIC = \frac{-2\log L(\hat{\beta}, \hat{\sigma}^2) + 2r}{n} \approx \log(\hat{\sigma}^2) + r \frac{2}{n}$$

- El criterio Bayesiano **SIC**³⁶ (Schwarz, 1978) se calcula mediante la expresión:

$$SIC = \frac{-2\log L(\hat{\beta}, \hat{\sigma}^2) + r \log n}{n} \approx \log(\hat{\sigma}^2) + r \frac{\log n}{n}$$

³⁶ Otros autores lo denominan BIC.

En ambos casos, el primer término mide la precisión del modelo ajustado, mientras el segundo, penaliza la inclusión de parámetros adicionales. La penalización es mayor en el criterio de información de Schwartz que en otros como el de Akaike(1974), lo que le confiere indudables ventajas en su utilización. El criterio de selección será el que minimiza el estadístico de información utilizado (en este caso el que minimiza el criterio SIC)

3.2.2.3.2. Estudio de los residuos

Para analizar y modelizar la serie temporal es necesario identificar la estructura que la genera, es decir, la forma en que influyen las observaciones del pasado en las futuras. Para ello se estudian las siguientes funciones:

- Función de Autocorrelación Simple (FAS)
- Función de Autocorrelación Parcial (FAP)

La Función de Autocorrelación Simple

La Función de Autocorrelación Simple (FAS) proporciona el coeficiente de correlación entre una observación y las siguientes. Se define como una función r , tal que $\forall k \ r_k = corr(y_t, y_{t-k})$ es decir, devuelve el coeficiente de correlación lineal simple entre las variables y_t e y_{t-k} , que puede expresarse de la forma siguiente:

$$\rho_k = \frac{Cov(y_t, y_{t-k})}{\sqrt{Var(y_t)}\sqrt{Var(y_{t-k})}}$$

La FAS proporciona información sobre como una observación influye en las siguientes. Hay un valor para cada grado de separación (retardos) por lo que es una sucesión de números: $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_k$ que representan:

ρ_1 : La influencia de una observación y_i sobre la siguiente y_{i+1}

ρ_2 : La influencia de una observación y_i sobre la segunda posterior y_{i+2}

ρ_k : La influencia de una observación y_i sobre la k retardos posterior y_{i+k}

Estos valores están acotados entre -1 y 1 inclusive. El valor de cero quiere decir que no existe relación entre la observación y_i y la separada k retardos, y_{i+k} . Si un ρ_k es próximo a el valor 1, la relación entre y_i y la separada k retardos, y_{i+k} es muy fuerte y positiva, y si es próximo a -1, la relación entre y_i y la separada k retardos, y_{i+k} es muy fuerte y negativa.

Al estimar un modelo ARIMA, y en particular un modelo AR(p) la función de autocorrelación simple puede ayudar a seleccionar los parámetros del modelo. En la práctica, esta función no se conoce y se estima a partir de los residuos del modelo, es decir se estima a partir de pares de residuos de la muestra.

Desafortunadamente, la utilización de esta función puede obviar la no linealidad. La razón es que los coeficientes de autocorrelación miden el grado de asociación lineal entre y_t y y_{t-1} , por lo que existe el riesgo de no detectar las relaciones no lineales existentes entre los datos.

Para el análisis del comportamiento no lineal de los datos, una herramienta útil de diagnóstico es examinar los FAS de los cuadrados o del cubo de los residuos. Por ejemplo, el análisis del FAS los cuadrados de los residuos de la ecuación estimada pueden revelar un patrón no lineal.

La Función de Autocorrelación Parcial

La Función de autocorrelación parcial (FAP) se define como una función ϕ tal que, $\phi_{kk} = \text{corr}(y_t y_{t-k} / y_{t-1}, \dots, y_{t-k-1})$ es decir, devuelve la correlación lineal existente entre y_t y y_{t-k} , pero descontando el efecto que tienen los retardos intermedios sobre ellas.

Para medir esta correlación parcial basta con construir una regresión como la siguiente:

$$y_t = \phi_{k0} + \phi_{k1}y_{t-1} + \dots + \phi_{kk}y_{t-k} + \dots + \varepsilon_t$$

Donde el último coeficiente sería el coeficiente de correlación parcial de orden k. Salvo para k=1 el resto de los valores de la FAS y FAP serán distintos.

En definitiva, proporciona la relación directa existente entre observaciones separadas por k retardos, es decir por ejemplo, cómo influye y_1 sobre y_3 directamente, sin considerar y_2 .

El Contraste de Ljung-Box

Si los residuos son independientes sus primeras m autocorrelaciones son cero, para cualquier valor de m. El criterio práctico es escoger un m suficientemente grande, pero que se pueda estimar $p_m = \rho(m)$ entonces, el contraste de Ljung-Box (chi-cuadrado) contrasta la hipótesis nula de que las primeras m autocorrelaciones son cero.

Es decir

$$\begin{aligned} H_0: \rho_1 = \dots = \rho_m = 0 \\ H_1: \rho_i \neq 0 \end{aligned}$$

El estadístico de Box-Pierce es el siguiente
:

$$Q_{bp} = T \sum_{j=1}^m \rho_j^2$$

Posteriormente el test de McLeod-Li (1983) supuso una mejora del contraste anterior. Dicho test determina si hay autocorrelaciones significativas en los cuadrados de los residuos de una ecuación lineal. Para realizar el test, se aplica el modelo que proporcione el mejor ajuste y se definen los residuos. $\hat{e}_t$. Después se obtienen las autocorrelaciones de los residuos al cuadrado.

Si ρ_i es el coeficiente de correlación correspondiente a la serie formada por los cuadrados **de los residuos de la muestra**; $\hat{e}_t^2$ y $\hat{e}_{t-1}^2$, puede utilizarse el estadístico de Ljung-Box para determinar si dicha serie presenta correlación serial. Para ello se calcula el siguiente estadístico:

$$Q = T(T+2) \sum_{i=1}^n \rho_i / (t-i)$$

El estadístico Q tiene una distribución asintótica χ^2 con n grados de libertad si la serie $\hat{e}_t^2$ es incorrelada. Es decir, rechazar la hipótesis nula es equivalente a aceptar que el modelo es no lineal.

Una forma alternativa consiste en estimar la regresión:

$$\hat{e}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{e}_{t-1}^2 + \dots + v_t$$

En el caso de que no exista no linealidades $\alpha_1 \dots \alpha_n$ deben ser cero. Con una muestra de T residuos, si no existiera no linealidad, el test estadístico TR^2 debe converger a una distribución X^2 con n grados de libertad. En muestras pequeñas se puede utilizar un F-test para la hipótesis nula $\alpha_1 = 0; \dots \alpha_n = 0$.

Aunque este test, tiene bastante potencia para detectar varios tipos de no linealidad, debe resaltarse que no especifica cuál es la forma exacta de la no linealidad. Es decir, que el hecho de rechazar la hipótesis nula no indica cuál es la naturaleza de la no linealidad incluida en los datos.

3.2.3. Estudio de la no linealidad y la aleatoriedad

Antes de introducir los métodos de detección del comportamiento caótico, es importante desarrollar una batería de test estándar para identificar los distintos modelos, compararlos y estudiar si las observaciones están idénticamente distribuidas y son independientes (i.i.d), detectar la presencia de algunas características y en especial estudiar la no linealidad.

3.2.3.1. El Test de Rachas

El estudio de la aleatoriedad de la serie se realiza mediante el test no paramétrico de rachas o test de Wald y Wolfowitz. (1940). Se considera una muestra de una variable con dos posibles resultados: E y S, y se define una racha como una sucesión de valores consecutivos repetidos que está entre dos valores adyacentes distintos. El número total de rachas (o las longitudes de las mismas) constituye una medida del grado de aleatoriedad con que están repartidos los posibles valores a lo largo de la muestra observada.

En este sentido, cabe concluir:

- Demasiadas rachas implican excesiva alternancia de valores (dependencia negativa)
- Pocas rachas indican largas sucesiones de valores contiguos repetidos (dependencia positiva)

Aunque el test del número de rachas está pensado para una distribución con sólo dos posibles valores (E y S), también puede aplicarse a variables continuas. Para ello, se codifican las observaciones con los valores + o -, según que el dato en cuestión sea superior o inferior, respectivamente, a la mediana muestral. El contraste se lleva a cabo sobre el número total de Rachas y su fundamento teórico es el siguiente:

Se considera una muestra de tamaño n de una variable con dos posibles resultados. De las n observaciones hay n_1 de tipo 1 y n_2 de tipo 2, tal que $n_1 + n_2 = n$. Se denota R como el número total de rachas del contraste, siendo este número el estadístico del contraste que se utiliza para contrastar la hipótesis nula de que: la muestra de los datos es aleatoria.

Para muestras de tamaño grande, R se aproxima asintóticamente a una distribución normal con la siguiente media y varianza:

$$E(R) = 1 + \frac{2n_1n_2}{n} \quad V(R) = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n)}{n^2(n - 1)}$$

Si los valores n_1 y n_2 son pequeños la distribución de R está tabulada.

3.2.3.2. El Test de Keenan

3.2.3.1.1. Introducción

El test de Keenan es un caso particular del test RESET, cuya ventaja principal es que evita la multicolinealidad (Ramsey, 1969, Keenan, 1985).

➤ *Test de Reset*

La hipótesis de partida es que los datos atienden a un modelo lineal frente a la hipótesis alternativa de que el modelo es no lineal. Se basa en la idea de que en el caso de que los residuos del modelo lineal sean independientes, no deberían estar correlacionados con los regresores utilizados en la ecuación estimada o con los valores ajustados y por lo tanto, la regresión en los residuos de estos valores no debe ser estadísticamente significativa.

El algoritmo para realizar el test RESET es el siguiente:

1. Estimar el modelo de mejor ajuste. Sean $\{e_t\}$ los residuos del modelo e $\hat{y}_t$ los valores ajustados.
2. Seleccionar un valor de H^{37} y estimar la siguiente ecuación de regresión:

$$e_t = \delta z_t + \sum_{h=2}^H \alpha_h \hat{y}_t^h$$

tal que z_t es el vector que contiene las variables incluidas en el modelo estimado en el Paso 1.

Se rechaza la hipótesis nula de linealidad si el valor del estadístico F para la muestra concreta excede el valor teórico de la F -estándar. El test RESET es fácil de implementar, y no requiere la estimación de un gran número de parámetros y además tiene una potencia razonable para detectar algunos tipos de no linealidad.

3.2.3.1.2. El Test de Keenan

Toda serie temporal estacionaria $\{Y_t\}$ puede escribirse como sigue, atendiendo a la expansión de Volterra (1959) de una serie estacionaria.

³⁷ Normalmente 3 o 4.

$$Y_t = \mu + \sum_{u=-\infty}^{\infty} \theta_u \varepsilon_{t-u} + \sum_{u=-\infty}^{\infty} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \theta_{uv} \varepsilon_{t-u} \varepsilon_{t-v}$$

tal que μ es la media de Y_t y $\{\varepsilon_t\}$ es una secuencia estacionaria, independiente e idénticamente distribuida con media cero. El proceso es lineal, si el término que contiene el doble sumatorio es nulo, es decir si todos los coeficientes θ son nulos.

El método consiste en contrastar si el coeficiente del término del doble sumatorio es nulo, para afirmar si el proceso es o no lineal. El algoritmo propuesto por Keenan es el siguiente (Keenan, 1985):

1. Realizar la regresión mediante mínimos cuadrados de Y_t en el conjunto $w_t = \{1, Y_{t-1}, \dots, Y_{t-M}\}$ para obtener un modelo que atienda a la expresión $Y = W\Phi + e$. Siendo $Y = Y_{M+1}, Y_{M+2}, \dots, Y_n$ y $e = e_{M+1}, e_{M+2}, \dots, e_n$. De esta forma pueden calcularse los valores ajustados $\{\hat{Y}_t\}$ y los correspondientes residuos $\{\hat{e}_t\}$ para $t = M + 1, \dots, N$ y obtener la suma de los residuos al cuadrado $\langle \hat{e}, \hat{e} \rangle = \sum \hat{e}_t^2$
2. Realizar la regresión de $\{\hat{Y}_t^2\}$ sobre $(1, Y_{t-1}, \dots, Y_{t-M})$ y hallar los residuos $\{\hat{\varepsilon}_t\}$ para $t = M + 1, \dots, n$. El modelo de regresión es $Y' = W\Phi + \varepsilon_t$ tal que $Y' = (\hat{Y}_{M+1}^2, \hat{Y}_{M+2}^2, \dots, \hat{Y}_n^2)$ y $\varepsilon = (\varepsilon_{M+1}, \dots, \varepsilon_n)$
3. Realizar la regresión de $\hat{e} = \hat{e}_{M+1}, \hat{e}_{M+2}, \dots, \hat{e}_n$ sobre $\hat{\varepsilon} = (\hat{\varepsilon}_{M+1}, \dots, \hat{\varepsilon}_n)$ para obtener la siguiente ecuación $\hat{e} = \hat{\xi}\eta_0 + \varepsilon$

A continuación, calcular el siguiente parámetro:

$$\hat{\eta} = \hat{\eta}_0 \left(\sum_{t=M+1}^n \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 \right)$$

4. Calcular el estadístico del test, que tiene como hipótesis nula que la serie temporal es lineal, y que tiene una distribución $F(1, n - 2M - 2)$.

$$F = \frac{\hat{\eta}^2(n - 2M - 2)}{\langle \hat{e}, \hat{e} \rangle - \hat{\eta}^2}$$

Para el cálculo del test se utilizó el programa R.

3.2.3.3. El Test de Tsay

Este test es una generalización del test anterior. Al igual que el de Keenan estudia la no-linealidad basándose en la media del proceso. El algoritmo es el siguiente:

1. Realizar la regresión lineal de Y_t en X_t (en la práctica se suele estimar un modelo AR) y se obtienen los residuos $\hat{\varepsilon}_t$.
2. Para cada observación de Y_t se construye el vector Z_t del producto cruzado de las observaciones pasadas, es decir, Y_{t-1}, Y_{t-j} para $i, j = 1, \dots, p$ tal que $i \leq j$. Por ejemplo si $p = 2$ entonces $Z_t = [Y_{t=1}^2 Y_{t=1} Y_{t=2} Y_{t=2}^2]$. Nótese que el vector Z_t tiene $p(p+1)/2$ elementos.
3. Obtener los residuos $\hat{\eta}_t$ de la regresión del vector Z_t en las variables explicativas anteriores.
4. Realizar la regresión de $\hat{\varepsilon}_t$ en $\hat{\eta}_t$, y obtener los nuevos residuos $\hat{\xi}_t \hat{\varepsilon}_t = \delta_0 + \dots + \delta_p \hat{\eta}_{t-p} + \xi_t$
5. Finalmente se calcula el estadístico de Tsay:

$$F = \frac{(\hat{\varepsilon}_t \hat{\eta}_t)' (\hat{\eta}_t \hat{\eta}_t) (\hat{\eta}_t \hat{\varepsilon}_t) / m}{\hat{\xi}_t \hat{\xi}_t / (n - p - m - 1)}$$

Tsay (1986) demostró que el estadístico anterior sigue una distribución asintótica F de Snedecor con los siguientes grados de libertad: $F(m, n - p - m - 1)$.

Para su cálculo se utilizó el programa R.

3.2.3.4. El Test de White

El test de White (1990)³⁸ no debe confundirse con el conocido test de heteroscedasticidad de White (1989). Consiste en modelizar la serie temporal, mediante una red neuronal de propagación hacia delante con una capa oculta, la cual se usa para establecer si los residuos de un filtro (lineal) AR(p) exhiben estructura no lineal (en media).

Esta metodología tiene la ventaja de que es innecesario un pre-filtrado de la varianza condicional. La salida de la red neuronal viene dada por:

$$y_t = x_t \beta + \sum_{j=1}^q \delta_j \psi(x_t, y_t) + \varepsilon_t$$

³⁸ Algunos autores lo denotan como el test de Lee-White Granger, o test de White basado en redes neuronales.

tal que: x_t es la entrada, β es un vector columna que representa los pesos de las conexiones entre la capa de entrada y la capa de salida, y_j los pesos de los elementos de entrada en relación a los elementos de la capa oculta, δ_j es un escalar que representa los pesos de los elementos de la capa oculta en relación al elemento de salida y ψ es una función de activación. La red neuronal funciona enviando señales, desde las unidades de entrada hasta las unidades ocultas intermedias, de tal forma que cada unidad oculta produce una activación ψ que envía una señal a la unidad de salida.

Mediante la red neuronal, se determina si hay alguna estructura no lineal en los residuos de un filtro AR(p) sobre la misma serie temporal. La hipótesis nula, la de partida, del test, es que el modelo que mejor se ajusta al proceso es lineal. Si la hipótesis de linealidad (en media) es cierta, los residuos de un filtro lineal (como el filtro AR) no se deberían correlacionar con ninguna función de la historia del proceso, es decir:

$$P[E(y_t/X_t) = x_t \setminus \beta] = 1$$

para algún θ^* , los pesos de la red óptima δ_j son cero para $j = 1..q$. El test de White analiza la hipótesis de que $\delta_j = 0$.

Para su cálculo se utilizó el programa R.

3.2.3.5. El Test de Teräsvirta

El test parte de la hipótesis de que el modelo es lineal (en media). Este test modeliza la serie original mediante una serie de Taylor (Teräsvirta, 1983). Para ello se supone un modelo de la forma:

$$y_t = y_t \beta + \sum_{j=1}^q \sum_{i=1}^q \delta_j y_{t-i} y_{t-j} + \sum_{j=1}^q \sum_{i=1}^q \sum_{k=1}^q \delta_{i,j,k} y_{t-i} y_{t-j} y_{t-k} + \varepsilon_t$$

La hipótesis nula de la que parte el test es la siguiente: $H_0 = \delta_j = \delta_{ijk} = 0$

El contraste y por tanto la elección del modelo óptimo, se realiza mediante un estadístico parecido al que se utilizaba en los test anteriores y que atiende a una distribución $F(p_2 - p_1, n - p_2)$ siendo p_1 , p_2 y n el número de parámetros del primer modelo, el número de parámetros del segundo modelo y la suma de ambos respectivamente.

Para su cálculo se utilizó el programa R.

3.2.3.6. El Test de Brock, Dechert y Scheinkman

El test no paramétrico BDS fue inicialmente desarrollado por Brock, Dechert y Scheinkman³⁹ en 1987 y posteriormente publicado en 1996, (Brock et al., 1996). Originalmente se formuló para estudiar la independencia y la estructura no lineal (i.i.d.) en una serie temporal. Sin embargo, varios estudios han demostrado que el test tiene potencia estadística para detectar un gran número de procesos lineales y no lineales⁴⁰. En particular los autores del método demostraron que al aplica el test a los residuos de un modelo lineal, si el test rechaza la hipótesis de partida (es decir son iid) indicará la existencia de dependencia lineal en los datos.

El procedimiento es el siguiente: Sea d la distancia y $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}$ dos realizaciones de la secuencia $\{\varepsilon_t\}$. Si todos los valores son independientes, entonces la probabilidad de que la distancia entre dos pares de residuos sea menor que d , es decir $(\varepsilon_i, \varepsilon_j) < d$, debe ser igual para todos los pares de residuos.

Sea $\{u_t\}$ un proceso estocástico estrictamente estacionario de variables aleatorias de números reales con una función de distribución F . Se define entonces una m -historia como:

$$u_t^m = (u_t, u_{t-1} \dots u_{t+m-1})$$

y F_m su función de distribución. Si los $\{u_t\}$ son independientes, se cumple que $F_m(x_1, \dots, x_m) = \prod_{k=1}^m F(x_k)$.

Sea $G_i^j = \sigma - (u_t, u_{t-1} \dots u_{t+m-1})$ para $1 \leq i < j \leq \infty$, se define entonces el proceso estocástico $\{u_t\}$ como un proceso que es absolutamente regular si, $\beta_k = \sup\{E[|P(A/G_1^\infty) - P(A)| | A \in G_{n+k}^\infty]\}$ converge a cero.

Para $x \in \mathbb{R}$ se utilizará la norma $\|x\| = \max_{1 \leq k \leq n} \{|x_k|\}$.

Se denomina χ^2 a la función característica del conjunto A . Entonces, cada m -historia puede ser considerada un punto en un espacio m -dimensional y se define la integral de correlación:

³⁹ Este test impone que $t=1$, Existe una versión generalizada del test por Matilla-Garcia et al. (Matilla et al., 2004)

⁴⁰ Ejemplos de ello, son los estudios de Brock et al. (1991) o Barnet et al. (1997).

$$C_{m,n}(\varepsilon) = \frac{\sum_{1 \leq s} \sum_{t \leq n} \chi_{\varepsilon}(\|u_s^m - u_t^m\|)}{\binom{n}{2}}$$

$$y \quad C_m(\varepsilon) = \lim_{n \rightarrow \infty} C_{m,n}(\varepsilon) = \iint \chi_{\varepsilon}(\|u - v\|) dF_m(u) dF_n(v) \quad ^{41}$$

Si el proceso es independiente entonces se cumple:

$$\chi_{\varepsilon}(\|u - v\|) = \prod_{i=1}^m \chi_{\varepsilon}(|u_i - v_i|)$$

Por lo que: $C_m(\varepsilon) - C_1(\varepsilon)^m$

Se define el siguiente estadístico del test como:

$$T = \sqrt{n} \frac{C_m(\varepsilon) - C_1(\varepsilon)^m}{\sigma_m(\varepsilon)}$$

tal que $\sigma_m(\varepsilon)$ es un estimador de la desviación estándar bajo la hipótesis nula. A medida que n se aproxima a infinito, el estadístico converge a una distribución normal con media cero y varianza uno ($N(0,1)$).

Los autores del método demostraron que al aplicar el test a los residuos de un modelo lineal, si el test rechaza la hipótesis de partida (es decir son i.i.d) indicará la existencia de dependencia lineal en los datos.

Distribución en muestras pequeñas: La distribución asignada más arriba al estadístico del test BDS, constituye la distribución asintótica del estadístico. Sin embargo, en la práctica el tamaño muestral suele ser bastante pequeño. Además para el cálculo del BDS son necesarios otros dos parámetros la dimensión de embebimiento m y la distancia entre los puntos ε . Los autores del método, Brock, Hsieh y Le Baron (1993) describen que en ciertas condiciones la distribución asintótica del estadístico puede aproximar la distribución empírica:

a) Número de observaciones es mayor de 500

⁴¹ Obsérvese que se ha simplificado la expresión escribiendo una integral por cada vector de variables

- b) Dimensión de embebimiento inferior o igual a 5
- c) La distancia debe estar entre 0,5 y 2.

Además se conoce, de esa misma investigación (Brock, et al., 1993) que el test rechazará la hipótesis nula en modelos específicos como son el modelo autorregresivo de orden 1 AR(1), el modelo de media móvil de orden uno MA(1), y frente al modelo autorregresivo de heterocedasticidad condicional (ARCH) y el modelo generalizado autorregresivo de heterocedasticidad condicional (GARCH(p,q)).

Cuando el tamaño muestral. Para muestras pequeñas los valores críticos del estadístico no coinciden con los de la $N(0,1)$ así como cuando se aplica el estadístico a los residuos estimados de un modelo (de Lima,1996).

Para su cálculo se utilizó el programa R y el programa Eviews.

3.2.3.7. El test de Kaplan

El contraste de Kaplan (Kaplan, 1994) se basa en el concepto de continuidad en los sistemas deterministas, que establece que tras una iteración, dos puntos que inicialmente están próximos se mantendrán próximos, mientras que si el modelo subyacente es estocástico dos puntos inicialmente próximos, pueden tener imágenes muy alejadas entre sí. La hipótesis nula del test, es la linealidad del sistema frente a la no linealidad.

De forma general y resumida, dado un vector $z_t \equiv (z_t, z_{t-\tau}, \dots, z_{t-(m-1)\tau})$ embebido en un espacio de fases m-dimensional y obtenido del conjunto de los datos observados: $\{z\}_{i=1}^T$ y sea la imagen del punto z_t para un entero denominado retardo τ , $z_{t+\tau} = f(z_t)$.

La técnica de Kaplan examina para una dimensión de embebimiento m y un orden de retardo concreto, τ todas las distancias entre dos pares de puntos $\delta_{i,j} = |z_j - z_k|$ y sus respectivas imágenes, $\varepsilon_{i,j} = |z_{j+\tau} - z_{k+\tau}|$ para posteriormente calcular la media de los valores de $\varepsilon_{j,k}$ condicionados al correspondiente valor de $\delta_{i,j}$ es decir $E(r) \equiv \overline{\varepsilon_{j,k}}$ para j y k tal que $\delta_{i,j} < r$.

$E(r)$ es por tanto una media de todas las imágenes, cuyos puntos iniciales están suficientemente próximos. Para todo sistema determinista es obvio que el $\lim_{r \rightarrow 0} E(r) \rightarrow 0$, pero para los sistemas caóticos no está tan clara esta convergencia.

Se define entonces el denominado, estadístico de Kaplan (K) como:

$$K = \lim_{r \rightarrow 0} E(r)$$

El valor de K se espera que sea mayor en aquellos sistemas no deterministas, en comparación con los sistemas deterministas. Como se ha mencionado, la hipótesis nula del test es que el modelo subyacente de los datos es un sistema dinámico lineal. Para realizar el test, se trabaja con un estadístico K que se calcula para la serie original (K test) y un modelo generador lineal estocástico con la mismas propiedades (con el mismo histograma y función de autocorrelación) que el sistema original (KS). Si el valor del estadístico de la serie original, excede el de las series bajo la hipótesis alternativa de linealidad estocástica, se acepta la hipótesis nula de linealidad.

La distribución del estadístico no está tabulada, pero Kaplan propone dos cotas máximas para el contraste de la hipótesis nula de linealidad. La primera es el mínimo KS estimado a partir de las series subrogadas, y la segunda es la media menos dos o tres veces la desviación típica de todos los KS estimados⁴².

Se rechaza la hipótesis nula de linealidad cuando el valor de K calculado para la serie original reconstruida es mayor que, al menos, una de las dos cotas (que se denominan, para simplificar KS y KSmin respectivamente).

El contraste de Kaplan, ha demostrado a pesar de su simplicidad ser capaz de detectar un amplio espectro de clases de no linealidad (Barnet, 1997).

Para su cálculo se utilizó el programa Matlab.

3.2.2.8. Evaluación de la no linealidad

Engle (1982) establece inicialmente un test de multiplicadores de Lagrange para detectar la presencia de estructura ARCH.

Sean $\hat{\varepsilon}_t$ los residuos procedentes del ajuste por mínimos cuadrados de

$$X_t = a_0 + a_1 X_{t-1} + \dots + a_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

Sea $z_t = (1, \hat{\varepsilon}_{t-1}^2, \dots, \hat{\varepsilon}_{t-q}^2)$ y $h_t = h(z, \alpha)$ con α el vector de parámetros de dimensiones $(q+1)$. Bajo la hipótesis nula de no existencia de un modelo ARCH, h_t

⁴² En este estudio se toma como cota la media menos dos veces la desviación típica.

es una constante igual a h_0 . Si se supone ε_t normal. El test de multiplicadores de Lagrange de Engle vendrá dado por:

$$LM = \frac{1}{2} f_0^T z (z^T z)^{-1} z^T f_0$$

Tal que $z^T = (z_{p+1}^T, \dots, z_n^T)$ y $f_0 = \left[\left(\frac{\hat{\varepsilon}_{p+1}^2}{h_0-1} \right), \dots, \left(\frac{\hat{\varepsilon}_n^2}{h_0-1} \right), \dots \right]^T$

LM se distribuye asintóticamente como una χ_q^2 bajo la hipótesis nula de ausencia de ARCH.

Una forma equivalente de obtener el estadístico LM es realizar la regresión de $\hat{\varepsilon}_t^2$ sobre el conjunto $(1, \hat{\varepsilon}_t^2, \dots, \hat{\varepsilon}_{t-q}^2)^T$. El test vendrá dado por el coeficiente de la regresión NR2.

Además, Lee (1991) demuestra que el test de multiplicadores puede ser usado para detectar presencia de una estructura GARCH(p,q), mediante la hipótesis nula de no estructura ARCH y la alternativa de un ARCH(q) concreto.

3.2.4. Estudio del comportamiento caótico

3.2.4.1. Introducción

Dado un modelo generador de datos (el sistema real, regido por una determinada ley dinámica) se observa una serie temporal de datos, que representa las medidas de las variables que interactúan en el modelo generador de datos. Las series temporales, pueden interpretarse como el resultado de un sistema dinámico que tiene una serie de variables que obedecen a una determinada ley dinámica. El objetivo del estudio de las mismas es determinar si el sistema dinámico es o no caótico, utilizando, la serie temporal, es decir la señal muestral del sistema. Para ello, se utiliza la teoría de la incrustación, inserción, embebimiento o absorción, que trata de establecer las condiciones necesarias para que la dinámica reconstruida de las series temporales, pueda extrapolarse al sistema original.

Como primera condición se exige que la función que relaciona las variables en el atractor del sistema original con las observadas sea inyectiva, para asegurar que dos estados diferentes en el atractor original se identifiquen después en la reconstrucción. Asimismo, la función debe mantener la información diferencial, la dinámica del sistema.

El método de los retardos para reconstruir el atractor en el espacio de fases a partir de una serie temporal se fundamenta en el teorema de inmersión de Takens (1981), que establece que, bajo ciertas condiciones, es posible reconstruir un sistema topológicamente equivalente al sistema dinámico original y extraer la información relevante.

3.2.4.1. Reconstrucción atractor

Como primer paso se realiza la reconstrucción del atractor: Dado un sistema dinámico discreto de la forma:

$$x_t = F(x_{t-1})x \in \mathbb{R}$$

tal que $F: U \rightarrow \mathbb{R}^n$ es una función y U un subconjunto abierto de $\mathbb{R}^n$ (Fraser, 1986) entonces $A \subset U$ es un conjunto cerrado límite de U si existe un entorno abierto V de A , tal que el límite de las iteraciones de x es A , $\forall x \in V$ cuando $t \rightarrow \infty$.

Empíricamente se observa, a menudo, una serie de observaciones escalares y_t , que representa al sistema multidimensional de la ecuación anterior. Con el fin de recuperar la dinámica del sistema (trayectoria original) mediante el análisis de la serie temporal observada y_t , se utiliza el teorema de inmersión de Takens (1980, 1983) que se presenta a continuación.

Teorema (Takens):

Se define un vector m -dimensional construido a partir de la serie de tiempo observada

$$y_m^t = (y_t, \dots, y_{t+m-1}) = ((g(x_t), \dots, (g(F^{m-1}(x_t)))) \equiv I_m$$

tal que F^{m-1} es la composición de F con el mismo $m-1$ veces. La idea es reconstruir el espacio de dimensión de estado expandiendo la señal unidimensional y_t en un espacio de fase m -dimensional, donde se sustituye cada observación de la señal y_m^t por el vector en la ecuación.

El teorema de Takens establece que para cada par (F, g) el mapa $I_m: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ será una inmersión para $m \geq 2n + 1$. Así se garantiza la existencia de difeomorfismos entre el atractor original y el reconstruido siempre que la dimensión de inmersión m , sea lo suficientemente grande con respecto a la dimensión del atractor.

El teorema de Takens asegura que la dinámica generada en el espacio de fases es equivalente a la dinámica del sistema original cuando $m \geq 2n + 1$.

3.2.4.2. Selección de los parámetros óptimos

Para la aplicación de algunos métodos de detección de la existencia de una componente caótica y reconstruir el atractor, hace falta determinar la magnitud de dos parámetros, la dimensión de embebimiento y la del retardo(t). A continuación se describe como se han elegido durante esta investigación

3.2.4.2.1. Elección de la magnitud del retardo

3.2.4.2.1.1 Introducción

Para elegir el retardo t apropiado se deben tener en cuenta dos características fundamentales (Solé et al., 1996):

1. T debe ser lo suficientemente grande, para que entre y_t e $y_{t+\tau}$ se obtenga la mayor cantidad de información nueva posible. Si es demasiado pequeño los valores de y_t e $y_{t+\tau}$ serán casi idénticos y no se podrá obtener información acerca de la dinámica del sistema subyacente. Además, si la serie está perturbada por ruido, y se elige una dimensión de retardo excesivamente pequeña, la serie aparecerá como puramente aleatoria y será imposible extraer información sobre la dinámica subyacente (Kugiumtzis et al., 1994).
2. T debe ser lo suficientemente pequeño para que y_t e $y_{t+\tau}$ no sean completamente independientes. Si es muy grande ambos valores estarán muy alejados y entonces no será posible detectar, por ejemplo, la sensibilidad a las condiciones iniciales.

Para calcular el retardo óptimo, se elige el primer mínimo local de la información mutua promedio. El cálculo de la dimensión de embebimiento m , se realiza con el primer cero del método de los falsos vecinos cercanos.

3.4.2.1.1.2. La función de Información Mutua Media

La función de Información Mutua Media (I) supone una generalización de la función de correlación lineal y es capaz de captar cualquier tipo de correlación o dependencia lineal o no lineal entre dos observaciones separadas por un retardo t entre observaciones de una serie de tiempo.

Hace referencia a la información que el conocimiento de, por ejemplo, x_i proporciona de $x_{i+\tau}$. El valor de $I(T)$, siendo T el retardo, viene dado por

$$I(T) = \sum_{i=1}^N P(x_i, x_{i+\tau}) \log_2 \left[\frac{P(x_i, x_{i+\tau})}{P(x_i)P(x_{i+\tau})} \right]$$

tal que $P(x_i, x_{i+\tau})$ es la probabilidad de observar x_i y $x_{i+\tau}$, $P(x_i)$ es la probabilidad de observar x_i . $I(T)$ es la cantidad de información que se tiene de x_i al observar $x_{i+\tau}$ tal que τ es el primer mínimo local.

La función de Información Mutua proporciona el retardo más adecuado para reconstruir el atractor contenido en la serie. Una buena elección para el tiempo de retardo τ , como el primer mínimo que alcanza esta función (Fraser et al., 1986), ya que es la que provee la máxima información nueva con medición en $x(t + \tau)$ y entonces, el retardo será suficientemente alto como para que los dos valores no estén proporcionando la misma información sin perder la dependencia proporcionada por el sistema dinámico subyacente.

3.2.4.2.2. Elección de la dimensión de embebimiento

La determinación de la dimensión de embebimiento⁴³, se realiza mediante el análisis de los vecinos cercanos, sugerida por Kennel et al. (1992). Esta técnica consiste en embeber una serie temporal y_t en sucesivas dimensiones mayores, comparando los pares de vectores (v_t y v_t^{NN} - el vecino más cercano de v_t) de tal manera que estén cerca en $\mathbb{R}^n$ pero no en $\mathbb{R}^{n+1}$.

Cada punto $v_t = (y_{t-\tau}, y_{t-2\tau}, \dots, y_{t-n\tau})$ tiene un vecino más cercano:

$$v_t^{NN} = (y_{t-\tau}, y_{t-2\tau}, \dots, y_{t-n\tau})$$

Si el número de datos es grande, la distancia entre v_t y v_t^{NN} debería ser pequeña. Cuando estos dos puntos son vecinos de verdad se separan muy lentamente. Puede darse el caso que este acercamiento se deba a que el embebimiento en $\mathbb{R}^n$ ha producido trayectorias que se cruzan durante la inmersión más que por la dinámica del sistema. Por ello, conviene ir aumentando la dimensión de embebimiento de uno en uno para ir comprobando lo que ocurre.

Si se aumenta en uno la dimensión entonces se tiene los siguientes vectores:

$$\hat{v}_t = (y_{t-\tau}, y_{t-2\tau}, \dots, y_{t-(n+1)\tau})$$

Y los vecinos serían:

$$\hat{v}_t^{NN} = (y_{t'-\tau}, y_{t'-2\tau}, \dots, y_{t'-(n+1)\tau})$$

⁴³ Otros autores lo denominan dimensión de inmersión.

La distancia entre estos pares de puntos viene dado por:

$$||\hat{v}_t - \hat{v}_t^{NN}||^2 - ||v_t - v_t^{NN}||^2 = (y_{t-(n+1)\tau} - y_{t'-(n+1)\tau})^2$$

Así se define que dos puntos son falsos vecinos cercanos si:

$$\frac{|y_{t-(n+1)\tau} - y_{t'-(n+1)\tau}|}{||v_t - v_t^{NN}||} \geq R_t$$

La elección de R_t depende de la distribución espacial de los datos embebidos. Su decisión es determinante, pues si es demasiado pequeño, se obtendrán que no son vecinos algunos que sí lo son y análogamente, si es demasiado grande, algunos falsos vecinos no se incluirán. Normalmente se recomienda que su valor este entre $10 < R_t < 30$, así que se establece el punto medio, 15 como un buen valor. En la práctica, debería considerarse distintos valores de R_t .

Para la realización, se ha utilizado un algoritmo un poco distinto del descrito anteriormente, por sus ventajas. En este algoritmo no hay que determinar parámetros como R_t y presenta como principales ventajas que no es sensible al remuestreo de la serie y es robusto ante la presencia de ruido. Se calcula como sigue: Cada vector

$$v_t = (y_{t-\tau}, y_{t-2\tau}, \dots, y_{t-n\tau})$$

Tiene un vecino más cercano

$$v_t^{NN} = (y_{t'-\tau}, y_{t'-2\tau}, \dots, y_{t'-n\tau})$$

Se iteran ambos puntos y se calcula $R = |y_{t-(n+1)\tau} - y_{t'-(n+1)\tau}|$ que es la distancia entre las imágenes de ambos vectores. También puede interpretarse a $y_{t'-(n+1)\tau}$ como una predicción de un predictor de $y_{t-(n+1)\tau}$ y así R sería el error de predicción. Para detectar si un vecino encontrado es falso, se compara R con el error que haría un predictor trivial. Si el error de este es menor que R el vecino se clasifica como “falso”.

$$|y_{t'-(n+1)\tau} - y_{t'-(n+1)\tau}| = |y_{t-(n+1)\tau} - y_{t-(n+1)\tau}|$$

El vecino más cercano es considerado como vecino falso.

3.2.4.2. Métodos de detección del régimen caótico

3.2.4.2.1 Dimensión de Correlación

La Dimensión de la Correlación (CD), surge como respuesta al problema de la estimación de las dimensiones para caracterizar un fenómeno caótico. A la hora de realizar la reconstrucción, es necesario conocer el número de dimensiones, m , en el que se inscribe o dimensión de embebimiento, tanto para hacer su representación en el diagrama de fases como para estimar un modelo simple del fenómeno.

Una característica importante de los atractores caóticos es su dimensión, que se define como el límite inferior del número de las variables de estado (grados de libertad) necesaria para describir el comportamiento de estado estable.

Para estimar la dimensión del atractor reconstruido se utiliza el algoritmo de Grassberger y Procaccia (1983, 1984), que está basado en la integral de correlación dada por la expresión siguiente:

$$C_m(\varepsilon) = \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \mathbb{I}_{\|y_j^m - y_k^m\| < \varepsilon} \right\} \quad m = 2, 3, \dots$$

$$C_m(\varepsilon) = \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \mathbb{I}_{\|y_j^m - y_k^m\| < \varepsilon} \right\} \quad m = 2, 3, \dots$$

tal que $\{\Lambda\}$, $\|\cdot\|$, N y m denotan respectivamente la cardinalidad del conjunto, una norma⁴⁴, el número de componentes y la dimensión de la inmersión, respectivamente.

Grassberger y Procaccia (1984) mostraron que cuando $\varepsilon \rightarrow 0$, $C_m(\varepsilon) \sim \varepsilon^v$, siendo v es el exponente de correlación. Así para pequeños epsilons se obtiene la expresión

$$\ln_2 C_m(\varepsilon) = \ln_2 S + v \ln_2 \varepsilon$$

tal que S es una constante.

La estimación de v cuando $m \rightarrow \infty$, proporciona la dimensión de la correlación (CD). Cuando $m \geq 2n + 1$ Brock (1986) y Brock y Dechert (1988) demostraron que la dimensión es independiente, tanto de la distribución normal como de la dimensión de inmersión.

La dimensión de un sistema dinámico se determina estimando la pendiente de la recta de regresión de $\ln_2 C_m(\varepsilon)$ y un intercepto para cada dimensión de la correlación. Si los datos son puramente estocásticos, la dimensión de correlación

⁴⁴ La dimensión de correlación es independiente de la norma utilizada (Brock et al., 1986)

será igual a la dimensión de la inmersión para todo m . Si los datos son deterministas, la pendiente estimada se estabilizará en un punto, sin aumentar a medida que m aumenta. Esta “saturación” de la pendiente es la dimensión de correlación estimada para el proceso no observado, que subyace en el proceso que generó los datos. Es decir, que si el sistema dinámico es caótico, $C_m(\varepsilon)$ se estabiliza en algún punto D , a medida que m crece, aunque esta condición no es suficiente para concluir la presencia de caos.

Cuando el tamaño muestral no es muy grande, existe un problema de convergencia de la dimensión de correlación (Smith, 1988). Como solución Ramsey et al. (1990) proponen calcular la dimensión de correlación para dimensiones de embebimiento crecientes hasta aquella para la cual se observe que la dimensión de correlación experimenta una caída rápida, ya que se habrá excedido el límite permitido por el número de datos disponible.

La dimensión de correlación tiene otros inconvenientes. (i) Ramsey et al. (1990), describen que al calcular la CD en series temporales finitas estocásticas se puede obtener un valor menor que la dimensión de embebimiento, (ii) existe un sesgo en el valor de la CD cuando hay presencia de ruido en la serie, (iii) un proceso autorregresivo que tenga una raíz cercana a la unidad puede generar un valor pequeño de la CD, lo que induciría a concluir presencia de caos determinista, aunque el proceso fuese lineal (Brock et al, 1988). Para evitar esta situación, se calcula la CD tanto para la serie de los residuos del modelo autorregresivo, como para la serie original de tal manera que si se obtiene una dimensión igual o inferior a la obtenida para la serie original, no existirá evidencia de caos determinista (iv) si el proceso es determinista y la dimensión del atractor es alta, la dimensión de embebimiento será similar a la del proceso estocástico, ya que no se alcanzará el nivel de saturación (Martin et al., 1994).

Para su cómputo se utilizó el programa VRA.

3.2.4.2.2. Lyapunov

Los exponentes de Lyapunov miden la tasa media de divergencia o convergencia entre dos órbitas adyacentes, es decir cuantifican la sensibilidad a las condiciones iniciales en el espacio de fases, identificando el atributo básico del caos determinista. Se aborda mediante una función exponencial, en la cual el exponente determina la tasa de divergencia de órbitas adyacentes que parten de puntos próximos de forma infinitesimal (Nieto del Alba, 1998). Los sistemas caóticos exhiben un coeficiente λ positivo y los sistemas que son estables, un coeficiente negativo.

Existen en la literatura una gran cantidad de algoritmos para el cálculo de este coeficiente. Los distintos métodos pueden clasificarse de dos formas distintas:

- Métodos Directos: calculan directamente a partir de la reconstrucción del atractor la divergencia de las órbitas de puntos inicialmente próximos.
- Métodos Indirectos que utilizan otras metodologías para el cálculo del exponente.

Método Directos

Los métodos directos utilizan directamente los datos, midiendo empíricamente todas las órbitas generadas a partir de puntos que difieren inicialmente en una cantidad infinitesimal. Se ha comprobado que en condiciones ideales (Brock, 1986; Eckmann y Ruelle, 1992), con infinitos datos y sin que las series estén afectadas por algún factor exógeno (ruido), el valor proporcionado converge al verdadero valor del exponente máximo de Lyapunov. Ejemplos de los métodos más utilizados y que pueden clasificarse en esta categoría, son el método de Wolf (1985) y el de Kantz (1994).o Rosestein (1993) que asumen que la divergencia inicial entre estados iniciales crece a una tasa exponencial dada por el sistema reconstruido del sistema de fases:

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{|\Delta X(X_o, t)|}{|\Delta X_o|}$$

Métodos Indirectos

La segunda corriente se apoya en la utilización de métodos indirectos, para estimar la tasa de divergencia del sistema subyacente. En un primer momento, la estimación de la matriz Jacobiana se realizó mediante modelos lineales, pero actualmente se ha evolucionado hacia modelos no lineales, como las redes neuronales. Algunos de los métodos que pueden englobarse en esta categoría son, por ejemplo, el de Gencay y Dechert (1992) o el de Eckmann y Roulle (1996).

Elaboración del test

La estimación de los exponentes de Lyapunov usando redes neuronales puede encontrarse en estudios anteriores como el de Gencay y Dechert (1992). Estos exponentes han demostrado ser bastante precisos al aplicarse a una serie con ruido. Sin embargo, las propiedades estadísticas del estimador exponente Lyapunov eran desconocidas hasta que fueron publicadas por Shintani y Linton (2004).

Para la estimación del exponente de Lyapunov en esta investigación se propone un método Jacobiano que viene descrito en Bensaida (2012 y 2013). De forma resumida se expone a continuación

Dada una serie temporal $\{x_t\}_{t=1}^T$ un sistema caótico con ruido puede escribirse como:

$$x_t = f(x_{t-L}, x_{t-2L}, \dots, x_{t-ML}) + \varepsilon_t$$

Tal que L es el retardo considerado, m es la dimensión de embebimiento y ε_t es el ruido de la serie. La función anterior f se considera un mapa caótico desconocido y la amplitud del ruido viene dado por la varianza de ε_t .

BenSaïda aproxima el exponente de Lyapunov, mediante un método que calcula la matriz Jacobiana del sistema. El exponente de Lyapunov estimado consiste en:

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{2M} \ln(v_1)$$

Tal que M es un entero arbitrario, calculado de la evaluación de puntos $M \simeq T^{\frac{2}{3}}$ y v_1 representa el mayor autovalor de la matriz $(T_M U_0)'(T_M U_0)$ tal que $U_0 = (1, 0, \dots, 0)'$ y $T_M = \prod_{t=1}^{M-1} J_{M-t}$ el producto de las matrices jacobianas J_t .

Para aproximar el mapa caótico desconocido f para una serie temporal, se propone una red neuronal que trabaja con q capas ocultas y que tiene como función activadora la función hiperbólica tangente. El sistema caótico se aproxima a la siguiente ecuación mediante mínimos cuadrados no lineales:

$$x_t \approx \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \alpha_j \tanh\left(\beta_{0,j} + \sum_{i=1}^m \beta_{i,j} X_{t,iL}\right) + \varepsilon_t$$

Tal que los órdenes (L, m q) definen la complejidad del sistema. La distribución asintótica del exponente de Lyapunov fue descrita por Shintani y Linton (2004). La varianza del mayor exponente de Lyapunov se define, siguiendo a BenSaïda como:

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{M} \sum_{t=M+1}^{M-1} \left[\xi\left(\frac{j}{1,3221M^{1/5}}\right) \sum_{t=|j|+1}^M \widehat{\eta_r} \widehat{\eta_{t-|j|}} \right]$$

Tal que $\hat{\eta}_t = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{\max(\text{eig}(T_t T_{t'}'))}{\max(\text{eig}(T_{t=1} T'))} \right] - \hat{\lambda}$ tal que eig son los autovalores y ξ es el kernel cuadrático espectral. La hipótesis nula del test es

$$H_0 = \lambda \geq 0$$

Bajo la hipótesis nula del test, el estadístico W tiene la siguiente distribución asintótica

$$\hat{W} = \sqrt{M} \hat{\lambda}_m \rightarrow N(0,1)$$

3.2.4.2.3. El Método 0/1

Este test fue propuesto por Gottwald y Melbourne (Gottwald et al., 2004) y tiene una serie de ventajas frente a otros test como por ejemplo, que no es necesario reconstruir el espacio de fases mediante el teorema o que la interpretación del resultado, que al ser 0-1 es muy fácil de interpretar.

El test parte de un sistema dinámico caracterizado por las variables de estado $x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$, una serie de observaciones (n) y una constante c entonces si se elige una constante c de forma aleatoria se definen:

$$p(n) = \sum_{j=1}^n \phi(j) \cos(\phi(j)) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$p(n) = \sum_{j=1}^n \phi(j) \sin(\phi(j)) \quad n = 1, 2, 3,$$

tal que

$$\theta(j) = jc + \sum_{i=1}^j \phi(i)$$

Para caracterizar el crecimiento de la función $p(t)$, se puede utilizar el desplazamiento cuadrático medio (mean square displacement, MSD) de $p(t)$, que se define como:

$$M(n) = \lim \frac{1}{N} [p(j+n) - p(j)]^2 \quad n = 1, 2$$

Si el comportamiento de $p(n)$ es browniano es decir, si el sistema es caótico, entonces $M(t)$ crecerá linealmente con el tiempo. En cambio, si el sistema no es caótico $M(n)$ estará acotado. Se define la tasa del crecimiento asintótico de MSD, como:

$$K(n) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\log(M(n) + 1)}{\log(n)}$$

K puede ser determinada numéricamente mediante una regresión lineal de $\log(M(n))$ frente a $\log(n)$ (Press, 1992). Con el fin de evitar logaritmos negativos se procede como sigue:

$$K(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N} [p(j+n) - p(j)]^2 \quad n = 1, 2, \dots$$

que no varía la pendiente de K .

Para su cálculo se utilizó el programa Matlab, y un total de 6000 réplicas.

3.2.4.2.4. El Exponente de Hurst

El exponente de Hurst (H) es una medida de independencia de las series temporales, estudiada inicialmente por el científico británico Harold Edwin Hurst, con el fin de distinguir series con dimensiones fractales (Hurst, 1951).

Hurst descubrió que muchos fenómenos naturales exhiben un comportamiento que puede ser caracterizado por un proceso aleatorio sesgado, en el cual existe “memoria de largo plazo” entre las observaciones, es decir, que los eventos de un periodo influyen en todos los siguientes. Posteriormente, las ideas de Hurst fueron retomadas por Benoit B. Mandelbrot quien generalizó su trabajo y denominó “análisis de rango reescalado (R/S)”, definido como un método estadístico utilizado para evaluar la ocurrencia de eventos poco comunes (Mandelbrot, 1969).

Definición: Sea una serie de valores ε_t con $t \geq 1$, independientes e idénticamente distribuidos (iid), con media μ y varianza σ_t , se define entonces un paseo aleatorio como la secuencia $W = \varepsilon_1 + \dots + \varepsilon_t$, tal que su esperanza viene dado por la expresión $E[W] = E[\varepsilon_1 + \dots + \varepsilon_t] = t\mu$ y con varianza $V[W] = V[\varepsilon_1 + \dots + \varepsilon_t] = t\sigma^2$

El test de Hurst, parte de la hipótesis de que la serie temporal de estudio es un camino aleatorio, es decir que la hipótesis nula es:

$$H_0 = t^{1/2} \sigma$$

El test se realiza como sigue:

Sea una serie temporal con N observaciones, distribuidas de manera uniforme en el mismo intervalo de tiempo. Sea M el número de subperiodos de tal forma que cada uno tenga el mismo número de observaciones t , I_m cada subperiodos y $N_{k,m}$ cada elemento de un determinado subperíodo. Entonces se definen la media y la varianza de cada subperiodo I_m como:

$$\mu I_m = \sum_{K=1}^t N_{k,m}$$

$$\sigma I_m = \sqrt{\frac{1}{t} \sum_{K=1}^t (N_{k,m} - \mu I_m)^2}$$

De esta forma, utilizando las medias, se obtiene una serie de M medias, y t desviaciones acumuladas en relación a estas medias que se definen como:

A continuación se define la $X_{k,m} = \sum_{k=1}^t (N_{k,m} - \mu_{I,m})$ s medios acumulados en cada secuencia como:

$$RI_m = \max(X_{k,m}) - \min(X_{k,m})$$

La serie se normaliza dividiendo los valores entre la desviación típica correspondiente σ_{I_m} . Estos valores normalizados, mantienen la relación entre H y t, por lo que se puede definir el estadístico:

$$\frac{R}{S_t} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{RI_m}{\sigma_{I_m}} = ct^H$$

Tal que c es una constante. Finalmente, para calcular el valor de H se calcula una serie de R/S_t para los distintos valores de t. A continuación se calcula $\frac{R}{S_t} = ct^H$. Para ello resulta más sencillo linealizar la expresión, tomando logaritmos:

$$\log(R/S_t) = \log(c) + H \log(t)$$

Para posteriormente calcular el valor de H mediante una regresión lineal simple. Como $R_{Im} \geq 0$ y σ_{Im} , el límite inferior de H , tiende a cero. Además, como R_{Im}/σ_{Im} son sumatorios de t valores normalizados, su valor máximo tenderá a t , por lo que el valor máximo de H , tenderá a 1.

La interpretación se realiza en función del valor del coeficiente de Hurst (tabla 3.1)

Sin embargo, las conclusiones citadas deben tomarse con cierta precaución ya que, no debe olvidarse, que varios autores han criticado este método, por el cúmulo de debilidades que presenta: (i) puede estar sesgado ya que se basa en estadísticos que no son robustos (desviación típica, rango); (ii) Es sensible a los outliers o valores atípicos, y (iii) La interpretación del coeficiente es válida para muestras infinitas. Además, se ha demostrado de forma teórica (Bassler, 2006), que existen series en las que se obtiene un valor del coeficiente de Hurst superior a 0,5, sin que ello implique la existencia de persistencia o memoria a largo plazo en las series.

Tabla 3.1: Interpretación del valor del coeficiente de Hurst

Valor H	Interpretación
$0 < H < 0,5$	La serie presenta estructura y es un proceso de reversión a la media: si el valor observado representa un incremento (decremento) la próxima observación debería ser un decremento (incremento)
$H = 0,5$	La serie es aleatoria (ruido blanco). Las observaciones son independientes y no están correlacionadas.
$0,5 < H < 1$	La serie presenta estructura “persistente”, y un incremento debería seguir de un incremento y un decremento de un decremento.

3.2.4.2.5. Test de Matilla-García et al.

En el año 2010 Matilla-García et al. publicaron un nuevo test para evaluar si una serie es determinista (Matilla-García, 2010). El método se presenta a continuación después de describir una serie de conceptos previos.

Definiciones y notación.

Definición; Sea $\{X_t\}_{t \in I}$ una serie temporal, m (dimensión de inmersión) un entero positivo tal que $m \geq 2$, y S_m el grupo simétrico de orden $m!$, que corresponde al grupo formado por todas las permutaciones de longitud m . y π_i un símbolo del grupo simétrico S_m tal que $\pi_i = (i_1, i_2, \dots, i_n) \in S_m$

Se supone entonces un patrón de orden para un símbolo $\pi_i = (i_1, i_2, \dots, i_n) \in S_m$ en un tiempo $t \in I$. y que la serie temporal está inmersa en un espacio m -dimensional, tal que:

$$X_m(t) = (X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+m}) \text{ para } t \in I$$

Se dice entonces que t es del tipo I si y sólo si $\pi_i = (i_1, i_2, \dots, i_n)$ es el único símbolo en el grupo S_m cumpliendo las siguientes dos condiciones:

$$a) \ x_{t+r0} \leq x_{t+r1} \leq \dots \leq x_{t+r(m-1)}$$

$$b) \ r_{s-1} < r_s \quad \text{si} \quad x_{t+r(s-1)} = x_{t+r(s-1)}$$

La condición b) garantiza la unicidad del símbolo π_i siempre que los valores de X_t tengan una distribución continua en la que los valores continuos sean muy poco comunes, es decir que tengan una probabilidad de ocurrencia igual a cero.

Nótese que $\forall t$ tal que t es del tipo π_i , siempre que los valores de X_t , la m componente $X_m(t)$ es convertida en un único símbolo π_i que describe como la ordenación $t + 0 < t + 1 < \dots < t + (m - 1)$ es convertida en la serie temporal analizada⁴⁵.

Definición: Sea $\{X_t\}_{t \in I}$ una serie temporal y m una dimensión de inmersión, entonces la frecuencia relativa de un símbolo $\pi \in S_m$ viene dado por la siguiente expresión:

$$p(\pi) = p_\pi = \frac{\# \{t \in I / t \text{ es del tipo } \pi\}}{|I| - m + 1}$$

Tal que $|I|$ denota la cardinalidad del conjunto I .

Se define entonces la entropía de permutación de la serie temporal $\{X_t\}_{t \in I}$ para una dimensión de inmersión $m \geq 2$. Esta entropía es definida como la entropía de Shannon de los $m!$ distintos símbolos que siguen

$$h^{W_j}(m) = - \sum_{\pi_j \in W_j} p(\pi) \log p(\pi)$$

La entropía de permutación, $h(m)$ es la información contenida en la comparación de m valores consecutivos de la serie temporal. Está claro que $0 \leq h(m) \leq \ln(m!)$ tal que el límite inferior se alcanza para una serie que sólo presente una permutación admisible, y el límite superior para un sistema completamente aleatorio (secuencia iii.d) donde las posibles permutaciones aparecen con la misma probabilidad

⁴⁵ Para un ejemplo concreto con números puede consultarse Matilla-García et al (Matilla-Garcia, 2010).

Construcción del test

Sea $\{X_t\}_{t \in I}$ una serie temporal y m una dimensión de inmersión. Entonces se construye un test para la discriminación entre procesos deterministas o estocásticos como sigue:

1. Se define T como el número de datos y m la dimensión de embebimiento. Se definen además $w, k \in \mathbb{N}$ tales que cumplan que $w! = \frac{m}{k}$

2. Se definen los siguientes subconjuntos:

$$W_1 \subseteq W_2 \subseteq \dots \subseteq W_n$$

Tal que: $W_j = W_{j-1} \cup \{w \text{ símbolos azar de } S_m - W_{j-1}\}$ y se calculan las entropías de permutación modificadas⁴⁶.

$$h^{W_j}(m) = - \sum_{\pi_j \in W_j} p(\pi) \log p(\pi)$$

3. Se calculan $dh^{W_j}(m)$ la pendiente de $h^{W_j}(m)$, es decir:

$$dh^{W_j}(m) = \frac{h^{W_{j+1}}(m) - h^{W_j}(m)}{\log\left(\frac{j+1}{j}\right)}$$

Si la serie es estocástica no existirá un punto de saturación y a medida que el denominador aumente lo hará la expresión $dh^{W_j}(m)$.

4. Se confirma o refuta la última afirmación. Para ello, se realiza la siguiente regresión:

$$dh^{W_j}(m) = \alpha_0 + \alpha_1 j + \varepsilon_j \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, k-1$$

Tal que ε_j es ruido blanco. La regresión anterior constituye una regresión de tendencia de los símbolos del modelo, en los que la estimación se realiza por mínimos cuadrados. La hipótesis nula del test puede escribirse como $H_0: \alpha_1 = 0$ frente a la alternativa de $H_1: \alpha_1 > 0$. Para aceptar o rechazar la hipótesis se realiza un t-test clásico.

⁴⁶ Nótese como $h(m) = \lim_{j \rightarrow k} h^{W_j}(m)$.

3.2.4.2.6. Gráficos de Recurrencia

Además de los métodos analíticos descritos anteriormente existen otros métodos de detección de caos y otro tipo de patrones de naturaleza más visual, siendo el denominado gráfico de recurrencia (GR) uno de los más utilizados.

El Gráfico de Recurrencia (GR) es una herramienta de análisis que revela la existencia de patrones recurrentes e intermitentes en series temporales. Propuesto por primera vez por Ekmann (1987), ha tenido gran aplicación en la caracterización de sistemas dinámicos. Este método topológico muestra las estructuras ocultas de las series temporales desde un punto de vista cualitativo. Los gráficos se construyen suponiendo distancias mutuas que pertenecen a la misma trayectoria en el espacio de fases reconstruido.

La construcción se realiza como sigue:

Sea m la dimensión de embebimiento e y_i^m el vector m - dimensional en el espacio de fases reconstruido en el tiempo $t=1,2,...k$.

Se genera la matriz de recurrencia, mediante la comparación de cada vector embebido y_i^m con los demás y_j^m . Se dibuja un punto en el caso de que esta comparación sea menor que un valor ε para una distancia concreta⁴⁷. Es decir si se cumple la condición:

$$||y_i^m - y_j^m|| < \varepsilon$$

La recurrencia de un momento de estado i en un tiempo diferente j ocurre cuando y_j^m está suficientemente cerca de y_i^m . El GR puede por tanto mostrar que vectores están próximos entre sí y cuales están alejados.

Las estructuras diagonales de los GR identifican el rango en el que una fracción de la trayectoria está relativamente cerca de otra en un tiempo diferente. Para un sistema de caos determinista, se observan pequeñas lineales paralelas a la diagonal principal. Sin embargo en los sistemas aleatorios, los pequeños segmentos de líneas están ausentes, y se muestran puntos distribuidos uniformemente.

Esta técnica es independiente de algunos constreñimientos como son el tamaño muestral, el ruido y estacionariedad. Además proporciona información adicional sobre la estructura del atractor, pues el gráfico conserva el orden temporal de la serie, permitiendo conocer el lugar y la periodicidad de las órbitas periódicas.

Para su cálculo se utilizó el programa VRA⁴⁸.

⁴⁷ La medida de la distancia es generalmente es $L1$, la Euclídea o L^∞ .

⁴⁸ <http://www.recurrence-plot.tk/online/index.php>

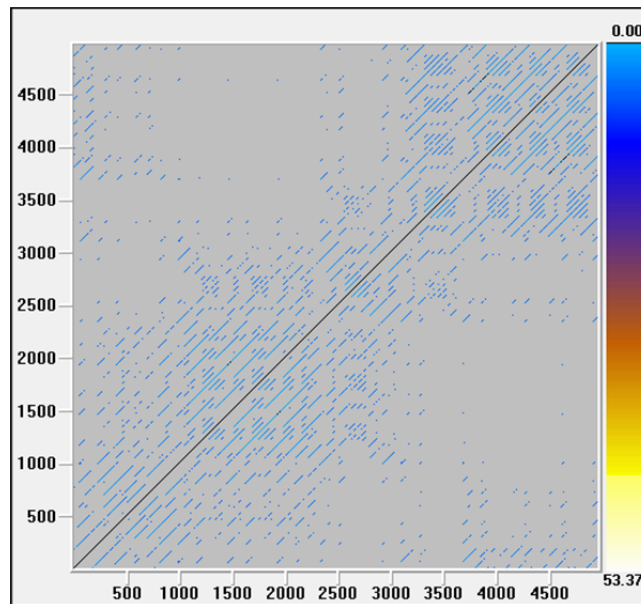


Figura 3.6: Gráfico de recurrencia de la serie de Rooser

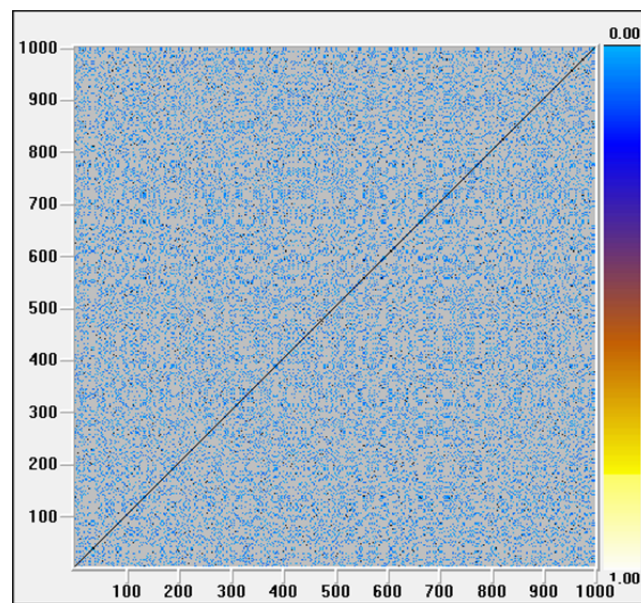


Figura 3.7: Gráfico de recurrencia de una serie ruido blanco

Bibliografía

Akaike, H. (1974): "A new look at the statistical model identification. *Automatic Control*", *IEEE Transactions on*, 19(6), 716-723.

Barkoulas, J. y Travlos, N. (1998): "Chaos in an Emerging Capital Market? The Case of the Athens Stock Exchange", *Applied Financial Economics*, 8, 231-243.

Barnett, W.A., R.A. Gallant, M.J. Hinich, J.A. Jungeilges, D.T. Kaplan y M.J. Jensen (1997): "A Single-blind Controlled Competition Among Tests for Nonlinearity and Chaos", *Journal of Econometrics*, 82, 157-192.

BenSaïda, A. (2012): "Are financial markets stochastic: a test for noisy chaos" *American International Journal of Contemporary Research*, 2 (8), 57-68.

BenSaïda, A. y Litimi, H. (2013): "High level chaos in the exchange and index markets", *Chaos Solitons Fractals*, 54, 90-95.

BenSaïda, A. (2014): "Noisy chaos in intraday financial data: Evidence from the American index", *Applied Mathematics and Computation*, 226, 258-265.

Bollerslev, T. (1986): "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.

Brock, W.A., Dechert W.D. y Sheinkman J.A. (1987): A Test of Independence Based on the Correlation Dimension, SSRI no. 8702, Department of Economics, University of Wisconsin, Madison.

Brock, W. A. (1986): "Distinguishing random and deterministic systems: Abridged version", *Journal of Economic theory*, 40(1), 168-195.

Brock W. A. y Dechert. W. D. (1988a): Theorems on distinguishing deterministic from random systems. In: William A. Barnett et al. (eds.) *Dynamic Econometric Modeling*. pp. 247-266. [Online]. International Symposia in Economic Theory and Econometrics. (No. 3). Cambridge: Cambridge University Press. Available from: Cambridge Books Online

Brock, W.A. y Sayers C.L. (1988b): "Is the business cycle characterized by deterministic chaos", *Journal of Monetary Economics*, vol. 22.

Brock, W.A., Hsieh D.A. y B. LeBaron (1991): *Nonlinear Dynamics, Chaos, and Instability: Statistical Theory and Economic Evidence*. MIT Press.

Brock, W.A. y Potter S. (1993): "Nonlinear Time Series and Macroeconomics", in G.S. Maddala, C. R. Rao and H. D. Vinod (eds.), *Handbook of Statistics*, Vol. II. North Holland, Amsterdam.

Brock, W. A., Scheinkman, J. A., Dechert, W. D. y LeBaron, B. (1996): "A test for independence based on the correlation dimension", *Econometric reviews*, 15(3), 197-235.

De Lima, P. J. F. (1996): "Nuisance parameter free properties of correlation integral based statistics", *Econometric Reviews*, 15(3), 237-259.

Dickey, D. y Fuller, W. (1979): "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root", *Journal of the American Statistical Association*, 74, 426-431.

Eckmann, J. y Ruelle, D. (1985): "Ergodic theory of chaos and strange attractors", *Rev. Mod. Phys.* 57 (3), 617-656.

Eckmann J.P., Oliffson K. S., Ruelle D. (1987): "Recurrence plots of dynamical systems" *Europhys. Letters*, 4, 973.

Engle, R.F. (1982): "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of Variance of U.K. Inflation", *Econometrica*, 50, 987-1007.

Eom, C., Choi, S., Oh, G., y Jung, W. S. (2008): "Hurst exponent and prediction based on weak-form efficient market hypothesis of stock markets", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(18), 4630-4636.

Fama, D.F. (1965): "The Behavior of Stock Market Prices", *The Journal of Business*, vol. 38, 34-105.

Fama, D.F. (1970): "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work", *The Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2, Papers and Proceedings of the Twenty-Eighth Annual Meeting of the American Finance Association, 383-417.

Grassberger, P. y I. Procaccia (1983): "Measuring the strangeness of strange attractor"; *Physica* 9D, 189-208.

Grassberger, P. y I. Procaccia (1983): "Characterization of strange attractors"; *Physical Review Letters*, vol. 50, nº 5, 346-349.

Grassberger P. y Procaccia, I., (1984): "Dimensions y entropies of strange attractors from a fluctuating dynamics approach", *Physica*, 13D, 34-54.

Gottwald, G. A. y Melbourne, I. (2004): "A new test for chaos in deterministic systems", *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 460(2042), 603-611.

Guhathakurta, K., Bhattacharya, B., y Chowdhury, A.R. (2010): "Using recurrence plot analysis to distinguish between endogenous and exogenous stock market crashes", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(9), 1874-1882.

Hsieh, D.A. (1991): "Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets", *Journal of Finance*, 46, 1839-1877.

Hurst, H. E. (1951): "Long Term Storage Capacity of Reservoirs", *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116, 770-799.

Jarque, C. M., y Bera, A. K. (1987): "A test for normality of observations and regression residuals", *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, 163-172.

Kaplan, D. T. (1994): "Exceptional events as evidence for determinism", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 73(1), 38-48.

Keenan, D. M., (1985): "A Tukey nonadditivity-type test for time series non-Linearity", *Biometrika* 72, 39-44.

Kennel, M. B., Brown, R. y Abarbanel, H. D. (1992): "Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction", *Physical review A*, 45(6), 3403.

Kugiumtzis. D.; Lillekjendlie, B. y Christophersen, N (1994): Chaotic time series Panjí: Estimation of invariant properties in state space. University of Oslo. Norwav, Nonlinear Science e-Print Archives no. chaodyn/9401004 v3.

Kwiatkowski D., Phillips P. C. B., Schmidt P. y Shin Y., (1992): "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root", *Journal of Econometrics*, 54, 159-178.

MacKinnon, J. G. (1996): "Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests", *Journal of Applied Econometrics* 11, 601–618.

Martin, V.L. y K. Sawyer (1994): *Statistical techniques for modelling non-linearities* en J. Creedy y V.L. Martin: Chaos and non-linear models in economics; Edward Elgar Publishing, 117-119

Matilla-García, M., Queralt, R., Sanz, P., y Vázquez, F. J. (2004). "A generalized BDS statistic", *Computational Economics*, 24(3), 277-300.

Matilla-García, M. y Ruiz Marin, M. (2010): "A new test for chaos and determinism based on symbolic dynamics", *Journal of Economic Behavior & Organization*, 76, 600-614.

Neftci, S. N. (1986): Testing non-linearity in business cycles. In *Competition, Instability, and Nonlinear Cycles* (pp. 324-340), Springer Berlin Heidelberg.

Nelson, D. B. (1991): "Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach", *Econometrica*, 59, 347-370.

Nieto de Alba U. (1998): *Historia del tiempo en economía*, McGraw Hill, España.

Phillips P. C. B. y Perron P. (1988): "Testing for Unit Roots in Time Series Regression," *Biometrika*, 75, 335-346.

Ramsey, J.B., (1969): "Tests for Specification Errors in Classical Linear Least Squares Regression Analysis", *Journal of the Royal Statistical Society, Series B.*, 31(2), 350–371.

Ramsey, J.B., C.I. Sayers y P. Rothman (1990): "The statistical properties of dimension calculations using small data sets: some economic applications", *International Economic Review*, vol. 31, nº 4,

Rosenstein M.T., Collins J.J., De Luca C.J. (1993): "A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets", *Physica D* 65, 117.

Schwarz, G. (1978): "Estimating the dimension of a model", *The annals of statistics*, 6(2), 461-464.

Shannon, C.A., (1948): "A mathematical theory of communication", *Bell System Technical Journal* 27, 623-656.

Shintani, M. y Linton, O., (2004): "Nonparametric neural network estimation of Lyapunov exponents and a direct test for chaos". *Journal of Econometrics*, 120, 1-33.

Smith, L. A. (1988): "Intrinsic limits on dimension calculations", *Physics Letters A*, 133(6), 283-288.

Solé. R.V. y Manrubia, SC. (1996): *Orden y Caos en sistemas complejos*. Edicions Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.

Takens, F., (1980): Detecting strange attractors in turbulence. In: Rand, D., Young, V. (Eds.), *Dynamical Systems y Turbulence. Lecture Notes in Mathematics*, vol. 898. Springer-Verlag, Berlin, 266–382.

Takens, F., (1983): Distinguishing deterministic y random systems. In: Borenblatt, G., Iooss, G., Joseph, D. (Eds.), *Nonlinear Dynamics y Turbulence*. Pitman, Boston, 315-333.

Teräsvirta T., Lin C. F., y Granger C. W. J., (1993): "Power of the Neural Network Linearity Test", *Journal of Time Series Analysis* 14, 209-220.

Tong H., (1983): *Threshold Models in Non-linear Time Series Analysis*. Springer, New York.

Tsay. Ruey S., (1986): "Nonlinearity tests for time series", *Biometrika*, 73, 2, 461-466.

Volterra, V., (1959): *Theory of functionals and of integral and integro-differential equations*. Dover.

Wald, A. y Wolfowitz J., (1940): "On a test whether two samples are from the same population," *Ann. Math Statist.*, 11, 147-162.

White H., (1989): "An additional hidden unit test for neglected nonlinearity in multilayer feedforward networks". *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, IEEE Press, New York, II. 451-455.

Wolf A., Swift J. B., Swinney H. L. y Vastano J. A., (1985): "Determining Lyapunov Exponents from a Time Series", *Physica D*, Vol. 16, 285-317.

Yang, S. y Brorsen B.W. (1993): "Nonlinear Dynamics of Daily Futures Prices: Conditional Heteroskedasticity or Chaos?", *The Journal of Futures Markets*, 13(2), 175-191.

SEGUNDA PARTE: APLICACIÓN A CASOS PRÁCTICOS

4. ENSAYO 1: APLICACIÓN A LA SERIE TEMPORAL DE LOS PRECIOS DIARIOS DEL PRECIO DEL PETRÓLEO

Resumen: En este trabajo se estudia la existencia de patrones no lineales y el comportamiento caótico en la serie de los precios diarios del petróleo del West Texas Intermediate (WTI). Para ello, se presenta un nuevo marco conceptual y metodológico que engloba una amplia batería de técnicas cuantitativas para el análisis de la no linealidad y el comportamiento determinista incluyendo el estudio de la naturaleza dinámica subyacente de los distintos sistemas. Esta investigación supone una apreciable contribución a la literatura internacional sobre dinámica no lineal y caótica en economía y en particular en el estudio de las series financieras, al ser el trabajo que utiliza el mayor número de herramientas metodológicas para el análisis de una serie financiera, con el objetivo de analizar su comportamiento y la dinámica subyacente en su evolución. Los resultados reflejan que la serie de los precios del petróleo presenta patrones no lineales, que no son compatibles con un comportamiento caótico. Con esta investigación se contribuye de forma apreciable a esclarecer el comportamiento de una variable financiera de gran relevancia en la economía mundial como es el precio del petróleo.

Palabras-clave: Petróleo, Caos, Sistemas Dinámicos, Dependencia No Lineal, Modelos GARCH

Abstract: This research studies the possible existence of nonlinear patterns and chaotic nature of the spot price of crude oil (WTI). For this purpose a new conceptual and methodological framework that encompasses a large number of techniques for the analysis of non-linearity and deterministic behaviour including detection of low dimensionality chaos is stated. This study is as far as we know the one that applies the greatest number of methodological tools for the analysis of a financial series, with the aim of analysing its behaviour. Our results suggest that determinism in crude oil market cannot be assume, although further studies need to be done. Overall, our work sheds additional light on the underlying dynamics of such an important variable as the oil price in the world economy.

Keywords: Crude, Oil markets, Nonlinear dependence, Dynamical System, Chaos, GARCH modelling.

JEL CLASSIFICATION CODES: C12; C22; G15; Q40

4.1. Introducción

El petróleo, también conocido como petróleo crudo o simplemente crudo, es una mezcla homogénea de compuestos orgánicos, principalmente de hidrocarburos insolubles en agua. Constituye una materia prima de gran relevancia y uno de los factores de producción más importante en muchas economías.

Factores como el aumento de la población o el no ser un recurso renovable, han influido en la volatilidad de su precio, presentando grandes variaciones en los últimos años - desde un precio de 25 dólares por barril en Agosto de 2003 a 130 dólares por barril en Mayo del 2008. Estudios recientes sugieren que la alta volatilidad que presenta y el nivel de sus precios, pueden jugar un papel fundamental e inverso en los indicadores macroeconómicos (Ferderer, 1996). Además, la mayoría de las grandes crisis financieras de la economía mundial, han venido precedidas por grandes aumentos en el precio del petróleo (Hamilton, 2008). El precio del petróleo muestra un comportamiento asimétrico y está asociado con grandes descensos en la actividad económica, con una alta inflación (Hamilton, 2008; y IEA, 2004) e incluso con el comportamiento del mercado de valores (Sadorsky, 2003).

4.1.1. Objeto y Motivación

Dada su relevancia, no es de extrañar que existan muchos estudios empíricos que analizan las características del precio del crudo, así como su predicción y modelización. Autores como Ramsey (1969) han descrito algunas de las características relacionadas con el precio del petróleo como son: (i) la presencia de no linealidad, (ii) el gran impacto de sus fluctuaciones en los precios de los bienes y servicios, debido a que la alta volatilidad de los precios del petróleo genera incertidumbre y, como un resultado inmediato, puede observarse inestabilidad económica tanto en los países exportadores de petróleo como en los importadores de petróleo; y (iii) la marcada influencia de los choques del precio del petróleo con respecto a la probabilidad de entrar en una recesión económica.

El mercado del petróleo ha sido también estudiado desde la perspectiva de un mercado eficiente (EMH), que básicamente propugna que el precio del mercado refleja toda la información disponible. Dicha hipótesis, inicialmente formulada por Fama (1970), ha sido objeto de numerosas críticas. La hipótesis de que el mercado del petróleo sea eficiente, ha sido estudiada durante más de 20 años. A pesar de ello, hasta la fecha, no existe ningún consenso acerca de la naturaleza del mismo, y los resultados de los distintos estudios realizados son en cierta medida contradictorios.

Esta investigación contribuye a esclarecer el comportamiento de la serie temporal del precio del petróleo, analizando su dinámica y volatilidad. Con el fin de examinar

este tema tan complejo, se toma como punto de partida la serie temporal del precio diario del barril del West Texas Intermediate (WTI). Posteriormente se aplica la misma metodología de modelización de la parte lineal y de la volatilidad que otros investigadores han utilizado (Barkoulas, 2012 y Matilla-García, 2007). A continuación, se realiza el estudio más exhaustivo y completo que existe en la literatura, del análisis de la no linealidad y de la dinámica caótica, en el mercado del petróleo.

4.1.1.1. Objetivos específicos

Adicionalmente, los objetivos específicos del presente trabajo son los siguientes:

- Caracterización estadística de la serie temporal de precios del petróleo.
- Modelización de la serie temporal de los precios del petróleo.
- Análisis de la serie temporal a través del uso de herramientas propias de los sistemas dinámicos no lineales.

4.1.2. Interés

El análisis de los precios del petróleo que se realiza en esta investigación, adquiere sumo interés debido a que su evolución está íntimamente conectada con el nivel de pulsaciones de la actividad económica mundial. Las violentas variaciones en el precio del crudo han sido el factor desencadenante de muchas de las recesiones acaecidas en las economías de los países más desarrollados. Asimismo, la modelización y el estudio de la existencia de no linealidad y dinámica caótica en la serie del precio del petróleo presenta particular utilidad para los agentes que intervienen en los mercados financieros, productores, consumidores domésticos e industriales, sectores manufactureros y de servicios como el transporte, compañías refinadoras de productos petrolíferos y gas, autoridades gubernamentales e inversionistas, sin olvidar su papel clave en el diseño de la política macroeconómica (De Jesús, 2013).

Finalmente, cabe destacar que esta serie, posee unas características muy adecuadas para llevar a cabo el análisis de su posible dinámica no lineal y caótica, al disponer de un número considerable de datos⁴⁹, muy superior al de otras series económicas de menor frecuencia.

⁴⁹ La serie analizada en esta investigación abarca desde el 2 enero de 1986 al 31 de agosto de 2011, suponiendo un total de 6.476 observaciones.

4.1.3. Novedad y aportaciones

En la actualidad, no existe ningún método estándar para estudiar la no linealidad y el posible comportamiento caótico de las series temporales (Gilmore, 1996). De hecho, aunque existen diversos métodos para estudiar el comportamiento caótico de la series temporales, ninguno ha mostrado ser claramente superior a los demás, (Pannas y Ninni, 2000). Por ello, este estudio presenta un nuevo marco conceptual y metodológico que engloba a un gran número de técnicas para el análisis de la no linealidad y el comportamiento caótico de una serie temporal y constituye, hasta el momento, el estudio que engloba un mayor número de métodos juntos, aplicados a una misma serie y el que incorpora los test más recientes y de mayor potencia. Cabe destacar que la utilización de todas las herramientas disponibles, supone un enfoque general que permite minimizar las carencias que puedan presentar los distintos métodos aplicados, considerados individualmente (Pannas y Ninni, 2000).

4.1.4. Estructura

Para conseguir los objetivos de esta investigación y contrastar si los modelos lineales, utilizados tradicionalmente, explican satisfactoriamente la dinámica subyacente o por el contrario, existe un comportamiento no lineal estocástico o determinístico en la serie diaria del precio del petróleo, en primer lugar se aplican los filtros adecuados a la serie original, en forma de diferencias regulares de los logaritmos, para obtener la series de los retornos⁵⁰. A continuación, después de comprobar si las series de retornos son estacionarias, se procede al proceso de modelización lineal de las series obtenidas, para el periodo que transcurre entre el 3 de febrero de 1992 y el 31 de julio de 2013, utilizando modelos ARMA.

Finalmente, se aplica una extensa batería de técnicas y test para contrastar la existencia de no linealidad y dinámica caótica en las series de los residuos obtenidos en la modelización anterior. Como primer paso se examina la presencia de no linealidad en los precios del crudo. El análisis de la series temporales en un marco no lineal aporta, entre otras cuestiones, conocimiento sobre la estructura interna de la serie, además de revelar información acerca de la naturaleza del proceso generador de la misma (Pannas y Ninni, 2000). Posteriormente, se investiga la posible existencia de caos determinista. La importancia del estudio caótico radica en la distinción del carácter determinista o estocástico de una serie temporal (Pannas y Ninni, 2000)⁵¹.

En el caso que se detectara la existencia de no linealidad, la utilización de los modelos ARIMA⁵² para la predicción y modelización no sería adecuada y habría que

⁵⁰ Otros autores los denominan log-retornos, rendimientos o tasas de variación.

⁵¹ El principal interés de conocer si una serie es aleatoria o determinista es que estas últimas permiten realizar una predicción.

⁵² Referidos como modelo ARMA en esta investigación.

introducir otras alternativas metodológicas, como los modelos GARCH(p,q) (Bollerslev, 1986) y EGARCH(p,q) (Nelson, 1991) para el caso específico de que se observara que la no linealidad de los residuos no fuera de carácter determinista y se debiera a la variación temporal de la volatilidad.

Este trabajo se estructura de la forma siguiente. En el apartado segundo se presenta una revisión de la literatura internacional sobre el comportamiento caótico y no lineal del precio del petróleo. En la sección tercera se describen las fuentes de datos utilizadas, así como el proceso metodológico adoptado en esta investigación. En el apartado cuarto se exponen y comentan los principales resultados, analizando y discutiendo las evidencias existentes a favor y en contra de las hipótesis de no linealidad y régimen caótico, así como los modelos más adecuados para explicar el comportamiento de las series analizadas. Finalmente, se extraen una serie de conclusiones sobre la investigación realizada y se indican las posibles líneas de investigación futuras.

4.2. Revisión de la literatura

La mayoría de los estudios acerca de la eficiencia del mercado de los precios del petróleo, así como de su posible comportamiento no lineal y caótico, pueden englobarse en varias corrientes bien diferenciadas.

La primera de ellas estudia la existencia de persistencia en el mercado del petróleo. Las técnicas y herramientas para el estudio de este objetivo consisten principalmente en el análisis de rango reescalado (Rescaled Range Analysis, o R/S) o el detrended fluctuation analysis (DFA). La aplicación de ambos métodos, considerando subperiodos muestrales de pocos años, ha permitido afirmar que a medida que avanza el tiempo, el mercado del petróleo evoluciona hacia un mercado más eficiente (Tabak y Cajueiro, 2007 y Wang y Liu, 2010). Además, se ha demostrado que considerando largos periodos de tiempo, el mercado se muestra como un mercado eficiente, aun siendo ineficiente en cortos espacios de tiempo (Alvarez-Ramirez, 2008)

Sin embargo otros investigadores han aplicado métodos específicos de detección del comportamiento caótico. Por ejemplo, Panas y Ninni (2000) concluyeron mediante la aplicación de varios métodos y test (dimensión de la correlación, entropía y exponente de Lyapunov), que existían evidencias de caos para varios productos en los mercados de petróleo de Rotterdam y mercados mediterráneos. Moshiri (2006) también encontró evidencias de caos en sus estudios, al aplicar las técnicas de la dimensión de la correlación y la entropía pero no así con el exponente de Lyapunov. Finalmente, Matilla-Garcia (2007), mediante la utilización de una técnica de la estabilidad del máximo exponente de Lyapunov, detectó que la serie de precios del petróleo, seguía una dinámica determinista. Sin embargo otros

autores, como Barkoulas et al. (2012), concluyen que no parece existir dependencia de las condiciones iniciales del sistema.

4.3. Datos y metodología

4.3.1. Datos

La serie objeto de estudio corresponde a los datos diarios del precio del barril de petróleo crudo de West Texas Intermediate (WTI), también conocido como Texas Light Sweet. Los datos fueron obtenidos de la página web de la “Energy Information Administration” (EIA), del Departamento de Energía de Estados Unidos⁵³. El periodo muestral empleado tiene frecuencia diaria y abarca desde el 2 de enero de 1986 al 31 de agosto de 2011, suponiendo un total de 6.476⁵⁴ observaciones.

Tabla 4.1: Estadísticos de las series consideradas

	WTI ¹	Retornos	ARMA(8,0)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Media	35,8933	0,0002	0,0002	-0,0036	-0,0067
(D.T)	26,1656	0,0261	0,0260	0,9992	1,0004
Mediana	22,45	0,0006	0,0010	0,0201	0,0170
Mínimo	10,25	-0,4064	-0,3990	-8,8806	-9,3947
Máximo	145,31	0,1916	0,1940	5,5687	5,4975
Asimetría	1,5289	-0,7690	-0,7971	-0,3230	-0,3218
Curtosis	4,5878	17,4714	16,7610	6,1919	6,5028
Jarque-Berra	3203,3*	57138,5*	51710,3*	2857,7*	3417,8*
N	6476	6475	6467	6467	6467

Nota: Los estadísticos se muestran para las series del precio WTI diarias originales, la serie de retornos, y los residuos de los modelos ARMA(8,0), GARCH(1,1) y EGARCH(1,1). (D.T) es la Desviación típica. Asimetría y Curtosis corresponden al coeficiente de asimetría de Fisher y al coeficiente de curtosis, respectivamente. Los precios de la serie WTI vienen expresados en dólares por barril. El asterisco* significa que el resultado del test correspondiente es significativo al 95% de nivel de confianza. **Fuente:** Elaboración propia.

La representación de la serie original se muestra en la Figura 4.1. La inspección visual de la evolución temporal del precio diario en dólares por barril, revela la presencia de tendencias de diferente signo que merece la pena destacar: Las tendencias crecientes corresponden a los años 1999, 2000 y del 2002 al 2008, mientras que las decrecientes corresponden principalmente a los años 1997, 1998 y 2001. Asimismo, en la evolución de los precios se observa un conjunto de brucas fluctuaciones que pueden asociarse a determinados acontecimientos⁵⁵; como son el colapso del régimen Iraní pro-americano en 1979 y el comienzo de la Guerra de Irak e Irán en 1981 o el estallido del conflicto en el Golfo Pérsico entre Kuwait e Irak, en agosto de 1990.

⁵³ <http://tonto.eia.doe.gov/dnav/pet/hist/rwtcM.htm>

⁵⁴ Se omiten los días en los que no se realizaron transacciones.

⁵⁵ La EIA presenta una relación actualizada de diferentes acontecimientos que podrían explicar algunas de las fluctuaciones de los precios del petróleo.

Los principales estadísticos de la variable precio del crudo (WTI) se muestran en la primera columna de la tabla 4.1. Los precios oscilan entre 10,25\$ y 145,31\$ y la serie presenta un coeficiente de asimetría de 1,53 indicando que predominan los datos situados a la derecha de la media. El resultados del test de Jarque-Bera(1987), rechaza la hipótesis de que los datos se comporten como una distribución normal lo que puede considerarse un indicio de presencia de no linealidad (Fang, 1994).

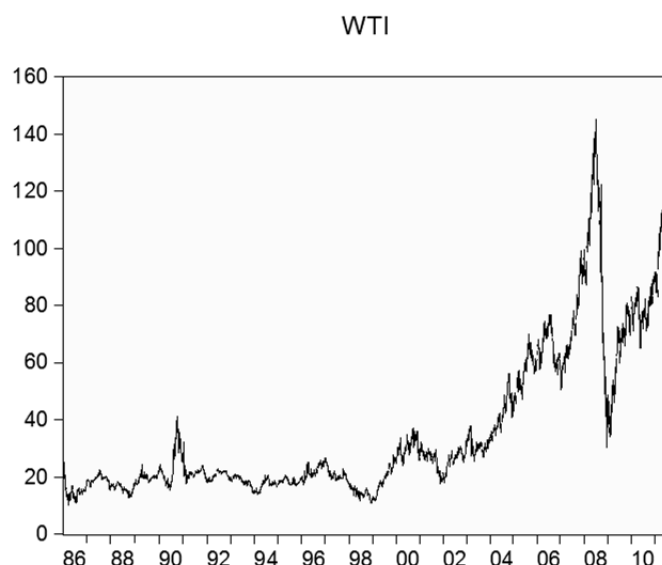


Figura 4.1: Evolución de la serie del precio del crudo (WTI)

4.3.2. Metodología

La metodología del presente estudio se desarrolla mediante las siguientes etapas. En primer lugar se obtiene la serie de retornos(R_t)⁵⁶. Posteriormente, tras comprobar que la serie R_t es estacionaria, se elimina la estructura lineal que presenta dicha serie, siguiendo el proceso recomendado por Nelson et al. (1991) que consiste básicamente en la elección del modelo ARMA(p,q) que presente el menor valor según el criterio de Información de Schwarz⁵⁷ (Schwarz, 1978).

En el caso de que los residuos del modelo obtenido estuviesen correlacionados, se aumentaría el orden del modelo (Barkoulas, 2012). Posteriormente se aplica el modelo ARMA(p,q) elegido como más adecuado y se obtienen los respectivos residuos⁵⁸.

⁵⁶ Ver nota 2.

⁵⁷ El criterio de información de Schwartz introduce un término de penalización para el número de parámetros en el modelo, con el fin de resolver el problema de la sobreparametrización. La penalización es mayor en este criterio que en otros como el de Akaike(1974), lo que comparativamente le confiere indudables ventajas en su utilización.

⁵⁸ En adelante serie ARMA(p,q).

Finalmente, tras comprobar la existencia de no linealidad en los residuos de la serie ARMA(p,q) y la existencia de heterocedasticidad en los mismos, se les aplican sendos modelos no lineales multiplicativos: un modelo autorregresivo con heterocedasticidad condicional (GARCH(p,q)) y un modelo exponencial (EGARCH(p,q)). El orden y tipo de modelo se eligió de la misma forma que la descrita anteriormente para la modelización ARMA(p,q). Tras la estimación del modelo elegido como más adecuado en cada caso, se estandarizaron los residuos obtenidos en cada modelo, mediante sus desviaciones estándar condicionales, imponiendo una distribución normal⁵⁹.

Estas dos últimas series, así como la de los retornos y la del modelo lineal, son objeto de análisis posteriormente durante la etapa de aplicación de los métodos de detección de caos. Además se estudiará la persistencia de las series obtenidas en los pasos descritos, mediante el método del coeficiente de Hurst.

4.4. Resultados Empíricos

El análisis de la evolución diaria del precio del crudo (figura 4.1), muestra la existencia de una variabilidad proporcional a los valores de la variable y en torno a la media. Con el fin de eliminar esta última característica y además convertirla en estacionaria para poder aplicar el filtro ARMA(p,q) adecuado a la serie de los residuos obtenidos, se calcula la serie de los retornos de la serie original. En la evolución de la nueva serie, que se presenta en la figura 4.2, se observan periodos de alta volatilidad, seguidos de remansos de tranquilidad con bajos niveles de volatilidad.

La nueva serie de retornos muestra un outlier o valor anómalo en el año 1992 coincidiendo con la Guerra del Golfo (figura 4.2). La heterocedasticidad condicional también es pronunciada durante los años 1997 y 2008, debido fundamentalmente a la crisis asiática y a la recesión económica de EEUU.

La media y la mediana de la serie son nulas (tabla 4.1), la serie oscila entre los valores -0,40 y 0,19, y presenta un coeficiente de asimetría negativo, indicando que los rendimientos extremos negativos tienen mayor probabilidad de ocurrir que los rendimientos extremos positivos. El coeficiente de curtosis es positivo y bastante alto (14,41), lo que indica la existencia de colas más densas que la distribución normal, como es frecuente en las series temporales de retornos de variables financieras (Fama, 1970)⁶⁰. Además se rechaza la hipótesis de que la serie atiende

⁵⁹ Las dos series de residuos estandarizados se denominarán series GARCH(p,q) y EGARCH(p,q) en adelante.

⁶⁰ No hay que olvidar que es una serie de precios.

a una distribución normal, ya que el p-valor asociado al estadístico es mayor que el nivel de significación. El histograma y el gráfico Qq⁶¹ que se muestran en el Anexo 4.A, sugieren unas conclusiones similares con respecto a que la serie se distribuye según una distribución normal. Este resultado puede considerarse un indicador de la existencia de no linealidad en la serie (Fang, 1994).

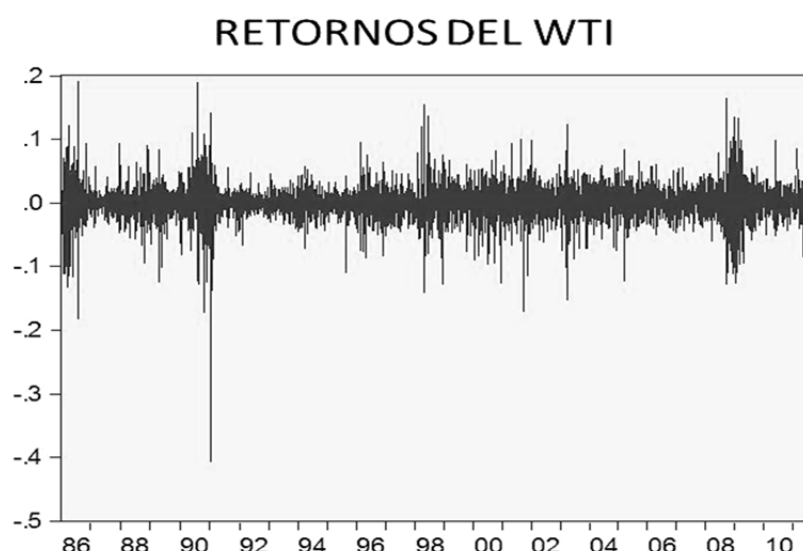


Figura 4.2: Evolución de la serie de retornos del precio del petróleo (WTI)

Los resultados de los test DFA⁶², PP⁶³ y KPPS⁶⁴ confirman que la serie es estacionaria, tal y como se observa en la tabla 4.2, donde se muestran los resultados obtenidos de los diferentes test aplicados para evaluar la estacionariedad de la serie. De esta forma se cumplen los prerequisites para aplicar la metodología Box-Jenkins (1970,1975) para el análisis de series temporales y eliminar el componente lineal de la serie de retornos mediante la aplicación del modelo ARMA(p,q) más adecuado.

4.4.1. Modelización lineal

Con base en el criterio señalado y la metodología descrita, se determina que el mejor modelo ARMA es el modelo ARMA(8,0) (ver Anexo 4.B). Los estadísticos de los residuos de dicho modelo (serie ARMA(8,0) en adelante), y los resultados de los test de raíces unitarias y estacionariedad se presentan en la tablas 4.1 y 4.2, respectivamente. La serie ARMA(8,0) aún tiene un coeficiente alto de curtosis (16,7610) y un coeficiente de asimetría distinto de cero, características típicas de las

⁶¹ Otros autores lo denomina gráfico cuantil-cuantil.

⁶² Test de Dickey-Fuller Aumentado (Dickey y Fuller, 1979).

⁶³ Test Phillips-Perron (Philips y Perron, 1988).

⁶⁴ Test de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (Kwiatkowski et al., 1992).

series financieras (Fama, 1970). Asimismo, el histograma y el gráfico Qq indican que la serie no atiende a una distribución normal.

Tabla 4.2: Estudio de la Estacionariedad

	S. Original(WTI)	Retornos
<i>Test Dickey Fuller Aumentado(DFA)</i>		
Con Constante	-0,9391 (0,7763)	-59,7856 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-2,6818 (0,2442)	-59,7911 (0,0000)
<i>Test Phillips-Perron (PP)</i>		
Con Constante	-0,9990 (0,7558)	-81,4000 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-2,7412 (0,2198)	-81,4172 (0,0001)
<i>Test Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin (KPSS)</i>		
Con Constante	6,7722	0,1023
Con Constante y Tendencia	1,5417	0,1460

Nota: La Hipótesis nula de los test DFA y PP es que la serie tiene raíces unitarias, mientras que en el test KPSS es la inexistencia de raíces unitarias. Entre paréntesis se muestra el p-valor unilateral de MacKinnon (1996). El ancho de banda para el Test Phillips-Perron se determinó utilizando el método Bartlett Kernel (Newey-West automático) Los valores críticos, al 5% de nivel de confianza para este test, fueron 0,463 y 0,146 para los casos de incorporar una constante y constante más tendencia, respectivamente. Para cada test aplicado, los valores menores que el nivel de significación o valor crítico se muestran en negrita.

4.4.2. Análisis de la aleatoriedad y existencia de no linealidad

En la siguiente etapa y como paso previo a la modelización de la volatilidad o varianza condicional de la serie, se investiga la existencia de dependencia y su naturaleza en la serie de los residuos del modelo lineal aplicado (serie ARMA(8,0)). Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 4.3 y en el Anexo 4.C.

Tabla 4.3: Resumen de los test de no linealidad

Test	Hipótesis	ARMA(8,0)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Rachas	Aleatorio	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Keenan	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza
Tsay	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza
White	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza
Teräsvirta	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza
BDS	Lineal ^b	Rechaza	No rechaza	No rechaza
Kaplan	Lineal	Mixto	No rechaza	No rechaza

Notas: Los resultados específicos para cada serie y cada test se muestran en el Anexo 4.C. Se han obtenido los resultados, considerando un nivel de confianza del 95%. En el caso de que se rechace la hipótesis o muestre una ligera evidencia de rechazo (situación mixta), se refleja dicha circunstancia en negrita. ^aLineales en la media. ^b El test BDS puede aplicarse como un test de linealidad, una vez se ha eliminado la parte lineal de la serie.

4.4.2.1. El test de Rachas

En primer lugar se estudia la aleatoriedad de la serie, mediante la utilización del test de Rachas (Wald y Wolfowitz, 1940). Los resultados pueden consultarse en la tabla 4.3 y en el Anexo 4.C. El p-valor obtenido es mayor que el valor de significación (0,05), por lo que se acepta la hipótesis nula de que la serie es aleatoria. Este resultado aportaría evidencia acerca de un mercado del petróleo eficiente.

4.4.2.2. Resultados del test de Keenan y del Test de Tsay

Los primeros test que se aplican para detectar la existencia de no linealidad en la serie ARMA(8,0), son el test de Keenan(1985) y el test de Tsay(1986). Los resultados se muestran resumidos en la tabla 4.3 y en el Anexo 4.C. Ambos test parten de la hipótesis de que la serie sigue un modelo autorregresivo de orden p. Los resultados obtenidos con ambos test rechazan la hipótesis nula de linealidad.

4.4.2.3. Resultados del test de Teräsvirta y del test de White

Los test de Teräsvirta(1983) y White(1983) utilizan la metodología de redes neuronales para contrastar la hipótesis de linealidad. Ambos test rechazan la existencia de un modelo lineal, aportando evidencia empírica acerca de la existencia de no linealidad en la serie de precios del petróleo.

4.4.2.4. Resultados del test BDS

El test BDS utilizado en esta investigación sigue la metodología sugerida por Brock, que consiste básicamente en aplicarlo tras eliminar la dependencia lineal. De este modo, se plantea el test como un método indirecto de análisis de la no linealidad de un proceso. Este procedimiento es teóricamente viable ya que los cálculos efectuados sobre los residuos de un modelo autorregresivo no pierden la información importante derivada de la serie original, en el caso de que ésta última proviniera de un sistema no lineal caótico, tal como demuestra el teorema de Brock (1992).

Una vez eliminada la parte lineal se aplica el test BDS a la serie resultante para diferentes dimensiones de embebimiento (variando en el intervalo 2-9). Los resultados obtenidos para los distintos valores de ϵ recomendados por Brock (1993), se muestran en el Anexo 4.C. La serie ARMA(8,0) no es ruido blanco y presenta algún tipo de dependencia, posiblemente no lineal (ver tabla 4.3 y Anexo 4.C).

4.4.2.5. Resultados del método de Kaplan

El método de Kaplan (1994) se aplica a aquellas series temporales en las la forma funcional del proceso de generación de los datos es desconocida. Su objetivo básico es determinar si hay evidencia de un mecanismo determinista subyacente, es decir, la hipótesis nula de este test es la linealidad estocástica del proceso. Se considera que se verifica la hipótesis de partida si el valor del estadístico K, calculado para la serie original (Ktest), es menor que los valores obtenidos para las réplicas de cada serie, de las que a modo de resumen, se toma el valor más pequeño entre el mínimo (Kmin) y la media menos dos desviaciones típicas (KS).

Los resultados de aplicar el método de Kaplan(1994) a la serie ARMA(8,0) se muestran en el Anexo 4.C, para las dimensiones de embebimiento que varían desde 2 hasta 9 y para el tiempo de retardo(t) igual a 1. En general, el valor mínimo representativo (Kmin) obtenido de las réplicas, es más pequeño que el valor de K obtenido de la serie original, por lo que se rechaza la hipótesis nula de que la serie atiende a un modelo lineal.

El método se repitió para distintos valores de retardo t y embebimiento m, incluidos los valores óptimos seleccionados por los métodos de la mínima información mutua y los falsos vecinos cercanos, para la dimensión de embebimiento y el retardo óptimo, sin que los resultados varíen de forma significativa. Los estadísticos media, mínimo, K y desviación típica se han calculado sobre un total de 30 réplicas de cada serie, considerando los mismos parámetros de retardo y dimensión de embebimiento que en la serie original (Anexo 4.C).

En resumen, todos los test aplicados han mostrado evidencia nítida acerca de la no linealidad de la serie, incluidos los métodos considerados más potentes como el método de Kaplan y el BDS (Barnet, 1997). El método BDS consta de una potencia suficiente para todo tipo de estructura lineal y no lineal (Dechert, 1988) y por ello sus resultados no han de ser obviados. En la siguiente etapa se procede a analizar el origen de la no linealidad detectada.

4.4.3. Modelización no lineal

Una vez detectada la existencia de no linealidad en la serie analizada, se estudia cuál es su naturaleza. Para ello se utiliza el test del multiplicador de Lagrange para varios órdenes (de 1 a 5)⁶⁵ de un modelo ARCH, siendo el resultado del test significativo e indicando que la no linealidad podría deberse al momento de orden dos de la serie (volatilidad).

⁶⁵ Los valores obtenidos son 53,00; 63,45; 80,04; 58,96 y 72,44, con un p-valor<0,0001 en todos los casos.

Posteriormente se eliminó la heterocedasticidad del modelo, aplicando modelos de la familia GARCH y a continuación se estandarizaron los residuos. Los modelos de la familia GARCH capturan eficientemente la memoria a largo plazo en la serie de precios del petróleo (Wang, 2011).

El modelo seleccionado corresponde al modelo GARCH(1,1). Los coeficientes y detalles del modelo se muestran en el Anexo 4.B. Los coeficientes y parámetros del modelo estimado muestran un p-valor asociado menor que el valor de significación, lo que implica que la variación en los retornos está influenciada por el comportamiento de la volatilidad en el período anterior. El modelo aplicado proporciona residuos estandarizados e incorrelados⁶⁶. Cabe señalar que otros autores han utilizado previamente este mismo modelo para modelizar esta misma serie (Barkoulas, 2012) y que se trata de uno de los modelos más utilizados en cuanto a las series financieras se refiere.

Los modelos EGARCH(p,q), a diferencia de los modelos GARCH(p,q), modelizan la varianza condicional considerando el signo de la innovación en el período anterior y por ello suelen considerarse unos buenos candidatos para la modelización de la varianza condicional en las series financieras.

El modelo EGARCH(p,q) óptimo es el EGARCH(1,1). Los coeficientes, así como las principales características del modelo se muestran en el Anexo 4.B. Los residuos estandarizados del modelo EGARCH(1,1) aún muestran un exceso de curtosis e indicios de asimetría negativa (tabla 4.1).

4.4.4. Estudio del comportamiento caótico

4.4.4.1 Análisis de la aleatoriedad y linealidad

Como la no linealidad es una condición necesaria (pero no suficiente) del comportamiento caótico, se procede a analizarla en las series GARCH(1,1) y EGARCH(1,1) (tabla 4.3). El hecho de comprobar la existencia de no linealidad mediante los preanálisis adecuados, puede evitar caer en el error de la sobreestimación del modelo y por ello es necesario hacer un análisis exhaustivo de dicha cuestión.

4.4.4.4.1. Resultados del test de Rachas

El test de Rachas (Wald y Wolfowitz, 1940) parte de la hipótesis nula de que los datos son aleatorios. Los resultados obtenidos para ambas series, GARCH(1,1) y

⁶⁶ Específicamente las magnitudes del Q(24) son 28,6035 [0,235] y 27,1044 [0,300] para las funciones de autocorrelación simple y parcial, respectivamente.

EGARCH(1,1), se muestran en el Anexo 4.C y confirman la hipótesis de partida, al obtenerse un p-valor mayor que el valor de significación (0,05).

4.4.4.4.2. Resultados del test de Keenan y Tsay

Los primeros test que se aplican para confirmar la existencia de no linealidad en las series GARCH(1,1) y EGARCH(1,1) son el test de Keenan (1985) y el de Tsay(1986). Ambos test parten de la hipótesis de que la serie sigue un modelo autorregresivo en la media de orden p. Los resultados obtenidos, que se muestran en la tabla 4.3 y Anexo 4.C, rechazan la hipótesis nula de linealidad.

4.4.4.4.3. Resultados del test de Teräsvirta y el test de White

Los resultados obtenidos mediante la aplicación de los test de Teräsvirta(1983) y White (1993) que se muestran en la tabla 4.3 y Anexo 4.C son estadísticamente significativos, por lo que se rechaza la hipótesis de linealidad.

4.4.4.4.4. Resultados del Test BDS

Brock et al. (1993) estudiaron la distribución del estadístico BDS y demostraron que la distribución asintótica se aproximaba bien a la distribución normal, al considerar un tamaño muestral mayor de 500. Los resultados del test para la serie GARCH(1,1) muestran que no existe dependencia en los datos al refutar la hipótesis de partida. Sin embargo en la serie EGARCH(1,1) se observa para el último épsilon considerado ($\varepsilon = 2$), un rechazo de la hipótesis de partida, indicando la posible existencia de dependencia remanente en los datos ver tabla 4.3 y Anexo 4.C).

4.4.4.4.5. Resultados del Método de Kaplan

Los resultados de aplicar el método de Kaplan se muestran en el Anexo 4.C e indican que no se rechaza la hipótesis de linealidad para ninguno de los dos casos considerados.

4.4.4.2. Análisis de los métodos de detección del comportamiento caótico

Como se deduce del apartado anterior, algunos de los métodos utilizados han mostrado ciertas evidencias de la existencia de no linealidad en las series. En este sentido, no hay que olvidar que cada uno de ellos difiere en la hipótesis de partida y por eso, es recomendable usar todos los test de forma complementaria y no caer en el error de la comparación de los mismos. Cabe señalar que no es la primera vez que los resultados de estos test difieren (Chen, 2001).

La existencia de no linealidad es importante ya que es una condición necesaria, pero no suficiente, para encontrar evidencia de caos. En esta sección se analiza si la naturaleza de estas series es determinista y en particular, si es caótica. Las conclusiones extraídas de la aplicación de cada método se muestran en la tabla 4.4.

4.4.4.2.1. Dimensión de la Correlación

La dimensión de correlación (CD) de un sistema dinámico se considera una medida de su complejidad y permite discriminar entre un sistema determinista y uno aleatorio (Grassberger y Procaccia, 1983). Además, el teorema de los residuos de Brock (1983) establece que los residuos de un proceso finito AR(p), tienen la misma dimensión que la serie original, es decir, que la dimensión de correlación debería ser invariante ante dichas transformaciones.

Con el fin de cuantificar el grado de complejidad del sistema generado por los precios del petróleo, se ha calculado la dimensión de correlación de las cuatro series descritas, considerando diferentes dimensiones de embebimiento ($m=1, 2, \dots, 8$) y el valor óptimo del tiempo de retardo, según el criterio de la mínima información mutua (Fraser y Swinney, 1986). Las dimensiones de correlación obtenidas se exponen en el Anexo 4.D.

Los resultados obtenidos sugieren que la CD generalmente aumenta a medida que aumenta la dimensión de la inmersión (ver tabla 4.4 y Anexo 4.D). Sin embargo, sus magnitudes son menores que el valor con el que se aseguraría que el proceso fuese completamente estocástico⁶⁷. Además, los valores no convergen a un valor fijo, lo que sugiere ausencia de saturación, a pesar de que el incremento de la CD sea menor que uno. En el caso de las series GARCH(1,1) y EGARCH(1,1), este incremento es mayor.

Por ello parecen existir suficientes indicios para concluir que no existe un atractor extraño y que en el caso de que exista, no es de una dimensión baja.

4.4.4.2.2. Exponente de Lyapunov

El exponente de Lyapunov mide la tasa media de divergencia (correspondiente con un valor positivo) o convergencia (correspondiente con un valor negativo) de dos trayectorias cercanas que difieren en las condiciones iniciales, en únicamente una cantidad infinitesimal. Existen varios algoritmos para el cálculo del exponente de Lyapunov que pueden clasificarse en dos grupos bien diferenciados: Aquellos que realizan métodos directos y los que utilizan redes neuronales. Entre los primeros se

⁶⁷ En el caso estocástico el valor de la dimensión de correlación sería el mismo que el de la dimensión de embebimiento.

encuentra, el algoritmo de Wolf (1985), que ha sido ampliamente empleado en la literatura, aunque se ha demostrado que es sensible al posible ruido que pueda presentar una serie (BenSaïda y Litimi (2013)). En esta investigación se utiliza el procedimiento proporcionado por Eckmann y Roulle (1996), basado en métodos Jacobianos, ya que es capaz de lidiar con el ruido que los sistemas puedan presentar (Eckmann, 1996). La distribución de este estadístico ha sido descrita previamente mediante la utilización del teorema central del límite y un proceso de cadenas de Markov (Shintani y Linton, 2004).

Para generar el mapa F de la serie temporal y los parámetros (L,m,q) de la red neuronal, se ha utilizado el procedimiento sugerido por BenSaïda y Litimi(2013). Los resultados obtenidos del test aplicado a cada una de las series se muestran en el Anexo 4.D. El exponente obtenido es negativo en todos los casos y el p-valor es menor que el valor de significación, por lo que se rechaza la hipótesis de comportamiento caótico en los precios del petróleo. Sin embargo la no aceptación de caos de baja dimensión no excluye la existencia de caos en dimensiones altas (Dechert, 1988).

Tabla 4.4: Resultados de los contrastes del Comportamiento Caótico.

Método	Ho	Conclusión
<i>GARCH(1,1)</i>		
CD	-	Si existe un atractor debe ser de alta dimensión.
Lyapunov	Caos	$p < 0,05$. Se rechaza Ho.
O/1	-	$T=0,99$; La serie tiene un comportamiento caótico o existe mucho ruido en la serie.
Hurst	-	Las series son persistentes.
M-G	Determinismo	Se rechaza Ho ($p\text{-valor} < 0,05$).
Recurrencia	-	El gráfico no muestra líneas paralelas a la diagonal.
<i>EGARCH(1,1)</i>		
CD	-	Si existe un atractor debe ser de alta dimensión.
Lyapunov	Caos	$p < 0,05$. Se rechaza Ho.
O/1	-	$T=0,99$; La serie tiene un comportamiento caótico o existe ruido en la serie.
Hurst	-	Las series son persistentes.
M-G	Determinismo	Se rechaza Ho ($p\text{-valor} < 0,05$).
Recurrencia	-	El gráfico no muestra líneas paralelas a la diagonal

Notas: CD: Resultados de la correlación de dimensión. M-G: Método Matilla- García. et al., (2010) O/1 test de Melbourne-Gottwald (2004).

4.4.4.2.3. Método O/1

Siguiendo el procedimiento descrito por los autores del método (Gottwald y Melbourne, 2009) que consiste en emplear varias frecuencias para aumentar el

grado de robustez del test, se realizó el test un total de 6000 veces y se tomó la mediana de todas las realizaciones. Este método es independiente de la naturaleza del vector que se considera y además no hace falta reconstruir el atractor para realizarlo.

Los resultados del exponente $0/1$ para todas las series se muestran en el Anexo 4.D. El test proporciona un valor cercano a 0 ó a 1. Si el valor es 0 se concluye que la serie es claramente estocástica, sin embargo si el resultado es 1, no puede afirmarse con seguridad que la serie tenga un componente caótico ya que el resultado puede deberse a la existencia de ruido en la serie (ver tabla 4.4 y Anexo 4.D). Todos los resultados obtenidos son próximos al valor 1 (Anexo 4.D), por lo que se concluye que puede existir un alto nivel de ruido en la serie o bien tener un significativo componente caótico.

4.4.4.2.4. Estudio de la persistencia

El análisis R/S tradicional permite contrastar la existencia de memoria en una serie temporal mediante el cálculo del exponente de Hurst. Dicho exponente puede estar sesgado si la serie temporal presenta dependencia lineal (Lo, 1991), por lo que se hace necesario reducir toda la posible dependencia lineal de la misma. Consecuentemente, en la presente investigación, se calcula el exponente en las cuatro series consideradas. Los resultados del exponente, así como de la desviación típica obtenida se muestran en el Anexo 4.D.

Los resultados obtenidos muestran un coeficiente de Hurst mayor que 0,5 en todas las series, por lo que se concluye que existen indicios de la existencia de dependencias a largo plazo en las series del precio del petróleo. Es decir, las series presentan cierta propensión a que las tendencias continúen. Estos resultados van en la misma dirección que otros ya publicados, en relación con otras series financieras e incluso con los resultados que pueden observarse en la literatura, al analizar el precio del petróleo. Cabe señalar que algunos autores han obtenido coeficientes mayores del exponente de Hurst que los de esta investigación, posiblemente debido a que el mercado de precios del petróleo es más eficiente a medida que el tiempo avanza, y que el periodo muestral que consideraban abarcaba un espacio temporal más reducido que no incluía a los años más recientes que sí son incluidos en esta investigación (Tabak y Cajueiro, 2007; Wang y Liu, 2010).

4.4.4.2.5. Test Matilla-García et al.

Posteriormente se aplicó el test de Matilla-García et al. (2010) a las series GARCH(1,1) y EGARCH(1,1). Este test no necesita reconstruir el atractor del

sistema como paso previo y el análisis se hace directamente, utilizando los datos. Para realizar el proceso se definen los valores de la entropía modificada de Shannon. Posteriormente, basándose en el hecho de que en las series deterministas, a diferencia de las estocásticas, la información o complejidad calculada a partir de la entropía de permutación, no aumenta al incrementar el número de símbolos una vez alcanzado el punto de saturación, se plantea un test, realizando una regresión lineal con los valores de las entropías de permutación. La pendiente de la recta se asocia con el grado de complejidad de los datos. Los autores describen que si el coeficiente obtenido es nulo, la serie es determinista y si es mayor que cero, la serie es estocástica.

Para realizar el test, los parámetros se fijaron como $m=4$, $k=2$ y $w=12$. Los coeficientes obtenidos para ambas series fueron mayores que cero y significativos ($\alpha_1 = 0,26 p - valor < 0,0001$; $\alpha_1 = 0,24 p - valor < 0,0001$) para las series GARCH(1,1), EGARCH(1,1) respectivamente, por lo que se rechaza la hipótesis nula de existencia de determinismo para ambas series.

4.4.4.2.6. Gráficos de Recurrencia

El Análisis de Recurrencia Visual se basa en la definición del gráfico de recurrencia de Eckmann (1987) y tiene la ventaja de que el único requisito necesario es que los datos se encuentren equiespaciados. Como un método alternativo a los anteriores, los gráficos de recurrencia constituyen una herramienta gráfica del análisis de caos y otros factores de las series estacionarias. Además, se ha demostrado su utilidad para la detección de fenómenos económicos como es el caso de las burbujas financieras (Guhathakurta, 2010).

Los gráficos están compuestos por un conjunto de puntos en un cuadrado de dimensión $M \times M$, donde los ejes o los lados del cuadrado (M), representan la secuencia cronológica de los vectores en el espacio reconstruido. Los patrones uniformes y no identificados están asociados con la presencia de aleatoriedad y por el contrario, el grado de estructura presente se asocia con un patrón determinista. Además, los puntos que se encuentran por encima de la diagonal principal, representan la distancia entre el mismo vector y cada vector embebido en el espacio de fases y por tanto, segmentos paralelos a la diagonal indicarían un comportamiento caótico (Barkoulas et al., 2012).

Los gráficos de recurrencia para las distintas series consideradas se muestran en la Figura 4.3. Para su elaboración, a pesar de que se haya demostrado que el valor del retardo no influye en el patrón observado en los gráficos de recurrencia, se han considerado los valores óptimos de los dos parámetros, m (dimensión de embebimiento) y t (el retardo considerado), como ya se ha descrito previamente (Fraser y Swinney, 1986; Kennel et al., 1992). Asimismo, se ha elegido la distancia

euclídea y el punto de corte del radio (ϵ) viene definido como un 10% de la distancia máxima entre todos los puntos del espacio de fase reconstruido (Zbilut, 1992).

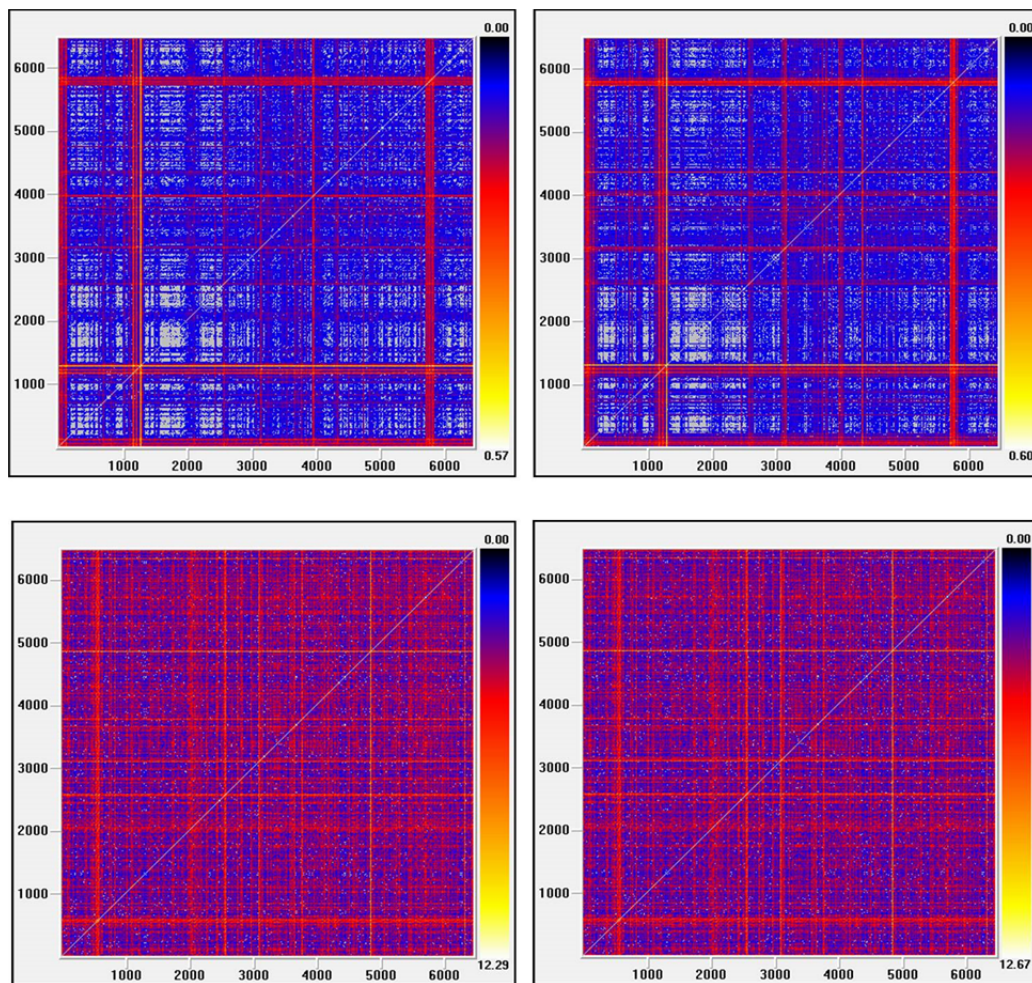


Figura 4.3: Gráficos de recurrencia de las series de retornos, residuos del modelo ARMA, residuos del modelo GARCH y residuos del modelo EGARCH del petróleo

El gráfico correspondiente a la serie de retornos, no muestra líneas paralelas a la diagonal por lo que se concluye que aparentemente no existe evidencia de caos. Cabe destacar que los puntos de dicho gráfico parecen tener un patrón sensiblemente diferente de los patrones característicos que pueden observarse en las series caóticas, como por ejemplo en el caso de la serie de Roosler⁶⁸ (figura 3.7 del capítulo 3). En el gráfico de la serie de retornos se observa también la presencia de líneas horizontales y verticales que indican períodos de tiempo caracterizados por la alteración dinámica (cambios bruscos o eventos extremos) sugiriendo que la dinámica del sistema varía con tiempo. Los gráficos de recurrencia correspondientes

⁶⁸ La serie de Roosler presenta un comportamiento caótico.

a las series GARCH(1,1) y EGARCH (1,1), no muestran ningún patrón de línea paralela a la diagonal principal, desechando la existencia de caos.

4.5. Conclusiones

En este trabajo se ha analizado la dinámica subyacente de los precios medios diarios del petróleo WTI. Para ello se ha realizado un estudio exhaustivo, integral y completo de la posible existencia de no linealidad y régimen caótico en la serie. Los modelos obtenidos en las diferentes etapas de esta investigación, así como los resultados globales sobre la existencia de no linealidad que aparentemente es de tipo estocástico, coinciden en líneas generales con los obtenidos en otros trabajos ya publicados, como es el caso de Barkoulas (2012).

Sin embargo, en esta investigación no sólo se han aplicado las mismas técnicas que en dicho trabajo (Dimensión de la Correlación y Gráficos de Recurrencia), sino que se ha ampliado de forma relevante el marco y envergadura del estudio citado mediante la utilización de otros métodos adicionales de detección de caos, como el test de Matilla-García et al (2008), el test de Lyapunov, utilizando la distribución del estadístico desarrollada por Shintani y Linton (2004) o el test 0/1 (Gottwald y Melbourne, 2004 y 2009), además de estudiar la posible persistencia o memoria a largo plazo de la serie con el coeficiente de Hurst. Adicionalmente y como paso previo a los métodos mencionados, se ha confirmado la presencia de un componente no lineal compatible con heterocedasticidad.

Los resultados obtenidos contribuyen de forma apreciable a esclarecer el comportamiento y la dinámica subyacente de una variable financiera de gran relevancia en la economía mundial, como es el precio del petróleo y además resultan sumamente interesantes para el diseño de la política macroeconómica así como para los diferentes agentes que tienen relación con las operaciones en los mercados financieros.

Una línea de investigación futura se perfila en el análisis de las relaciones entre los precios del petróleo y otras variables de los mercados de capitales como pueden ser los índices bursátiles, empleando modelos no lineales. El estudio de la no linealidad y la dinámica caótica de los precios del petróleo, considerando diferentes subperiodos temporales, seleccionados de acuerdo a sus niveles de volatilidad, es otra línea de investigación que con base al trabajo realizado, se abre al futuro. Finalmente, el análisis comparativo de los resultados obtenidos en las predicciones del precio del petróleo, utilizando varios modelos lineales y no lineales: Modelos ARMA, GARCH y EGARCH, se desvela también como un posible proyecto futuro de investigación en relación con el análisis económico del precio del petróleo.

Bibliografía

Alvarez-Ramirez, J., Alvarez, J., y Rodriguez, E. (2008): "Short-term predictability of crude oil markets: a detrended fluctuation analysis approach", *Energy Economics*, 30 (5), 2645-2656.

Barkoulas J. T., Chakraborty A. y Ouandlous A (2012), "A metric and topological analysis of determinism in the crude oil spot market", *Energy Economics*, 34(2), 584-591.

Barnett, W. A., Gallant, A. R., Hinich, M. J., Jungeilges, J. A., Kaplan, D. T. y Jensen, M. J. (1997): "A single blind controlled competition among tests for nonlinearity and chaos", *Journal of Econometrics*, 82(1), 157-192.

BenSaïda, A. (2012): "Are financial markets stochastic: a test for noisy chaos" *American International Journal of Contemporary Research*, 2 (8), 57-68.

BenSaïda, A., y Litimi, H. (2013): "High level chaos in the exchange and index markets", *Chaos, Solitons & Fractals*, 54, 90-95.

BenSaïda, A. (2014): "Noisy chaos in intraday financial data: Evidence from the American index", *Applied Mathematics and Computation*, 226, 258-265.

Bera, A. K. y Jarque, C. M. (1980): "Efficient tests for normality, heteroskedasticity, and serial independence of regression residuals", *Economic Letters*, 6, 255-259.

Bollerslev (1986): "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity" *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.

Box, G. y Jenkins, G. (1970): *Time series analysis: Forecasting and control*, San Francisco: Holden-Day.

Brock W. A., (1986): "Distinguishing random y deterministic systems: an expanded version", *Journal of Economic Theory*, 90(1), 168-95.

Brock W. A., Dechert W. D. , Scheinkman J. A., y LeBaron B., (1996): "A test for independence based on the correlation dimension", *Econometric Reviews*, 15, 197-235.

Cajueiro, D. O., y Tabak, B. M. (2004): "The Hurst exponent over time: testing the assertion that emerging markets are becoming more efficient", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 336(3), 521-537.

Chen, S. H., Lux, T., y Marchesi, M. (2001): "Testing for non-linear structure in an artificial financial market", *Journal of Economic Behavior & Organization*, 46(3), 327-342.

Dechert D., (1988): "A characterization of Independence for a Gaussian Process in terms of the Correlation integral", University of Wisconsin-Madison, SSRI working paper no.9412.

Dickey, D. y Fuller, W. (1979): "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root", *Journal of the American Statistical Association*, 74, 426-431.

Eckmann, J. y Ruelle, D. (1985): "Ergodic theory of chaos and strange attractors", *Rev. Mod. Phys*, 57 (3), 617-656.

Eckmann J.P., Kamphorst S.O. y Ruelle D., (1987): "Recurrence Plots of Dynamical Systems", *Europhysics Letters*, 4(9), 973-977.

Fama, D.F. (1970): "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work", *The Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2, Papers and Proceedings of the Twenty-Eighth Annual Meeting of the American Finance Association, 383-417.

Fang, H., Lai, K. S., y Lai, M. (1994): "Fractal structure in currency futures price dynamics", *The Journal of Futures Markets*, 14, 169-181.

Ferderer, J.P. (1997): "Oil price volatility and the Macroeconomy", *Journal of macroeconomics*, 18(1), 1-26.

Grassberger P. y Procaccia, I., (1984): "Dimensions y entropies of strange attractors from a fluctuating dynamics approach", *Physica* 13D, 34-54.

Gilmore C. G., (1996): "Detecting Linear and Nonlinear Dependence in Stock Returns: New Methods Derived From Chaos Theory", *Journal of Business & Accounting*, 29, (9), 1357-1377.

Gottwald G.A. y I. Melbourne, (2004): "A new test for chaos in deterministic systems", *Proceedings of The Royal Society of London A*, 460 (2042), 603-611.

Guhathakurta, K., Bhattacharya, B., y Chowdhury, A.R. (2010): "Using recurrence plot analysis to distinguish between endogenous and exogenous stock market crashes", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(9), 1874-1882.

Hamilton, James. (1983): "Oil in the Macroeconomy since World War II", *Journal of Political Economy*, 91, 228-248.

Hamilton, J. D. (2008). *Understanding crude oil prices* (No. w14492). National Bureau of Economic Research.

Hurst H.E. (1951): "Long-term Storage of Reservoirs", *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 166.

International Energy Agency (IEA) Report, (2004): Analysis of the impact of high oil prices of the global economy. <http://www.europeanenergyforum.eu/archives/news-from/international-energy-agency/analysis-of-the-impact-of-high-oil-prices-on-the-globaleconomy>

Jarque, C. M., y Bera, A. K. (1987): "A test for normality of observations and regression residuals", *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, 163-172.

Kaplan, D. T. (1994): "Exceptional events as evidence for determinism" *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 73(1), 38-48.

Keenan, D. M., (1985): "A Tukey nonadditivity-type test for time series non-Linearity", *Biometrika* 72, 39-44.

Kennel, M. B., Brown, R., y Abarbanel, H. D. (1992): "Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction", *Physical review A*, 45(6), 3403.

Kwiatkowski D., Phillips P. C. B., Schmidt P. y Shin Y., (1992): "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root", *Journal of Econometrics*, 54, 159-178.

Nelson, D. B. (1991): "Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach", *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 347-370.

Matilla-García M., (2007): "Nonlinear dynamics in energy futures", *Energy Journal*. 28, 7-29.

Matilla-García M y Ruiz M., (2010): "A new test for chaos and determinism based on symbolic dynamics", *Journal of Economic Behavior & Organization*, 76, 600-614.

Moshiri S. y Foroutan F., (2006): "Forecasting nonlinear crude oil futures prices", *Energy Journal*, 27, 81-96.

Panas E. y Ninni V., (2000): "Are oil markets chaotic? A nonlinear dynamic analysis", *Energy Economics*, 22, 549-568.

Phillips P. C. B. y Perron P, (1988): "Testing for Unit Roots in Time Series Regression", *Biometrika*, 75, 335-346.

Ramsey, J.B., (1969): "Tests for Specification Errors in Classical Linear Least Squares Regression Analysis", *Journal of the Royal Statistical Society, Series B.*, 31(2), pp. 350-371.

Sadorsky, P., (2003): "The Macroeconomic Determinants of Technology Stock Price Volatility", *Review of Financial Economics*, 12, 191-205.

Schwarz, G. (1978): "Estimating the dimension of a model", *The annals of statistics*, 6(2), 461-464.

Shintani, M. y Linton, O., (2004): "Nonparametric neural network estimation of Lyapunov exponents and a direct test for chaos". *Journal of Econometrics*, 120, 1-33.

Tabak, B. M., y Cajueiro, D. O. (2007): "Are the crude oil markets becoming weakly efficient over time? A test for time-varying long-range dependence in prices and volatility", *Energy Economics*, 29(1), 28-36.

Teräsvirta T., Lin C. F., y Granger C. W. J., (1993): "Power of the Neural Network Linearity Test", *Journal of Time Series Analysis*, 14, 209-220.

Tsay. Ruey S., (1986): "Nonlinearity tests for time series", *Biometrika*, 73, 2, 461-466.

Wald, A., y Wolfowitz, J. (1940): "On a test whether two samples are from the same population", *The Annals of Mathematical Statistics*, 11(2), 147-162.

Wang, Y., y Liu, L. (2010): "Is WTI crude oil market becoming weakly efficient over time? new evidence from multiscale analysis based on detrended fluctuation analysis", *Energy Economics*, 32(5), 987-992.

White H., (1989): "An additional hidden unit test for neglected nonlinearity in multilayer feedforward networks". Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, IEEE Press, New York, II, 451-455.

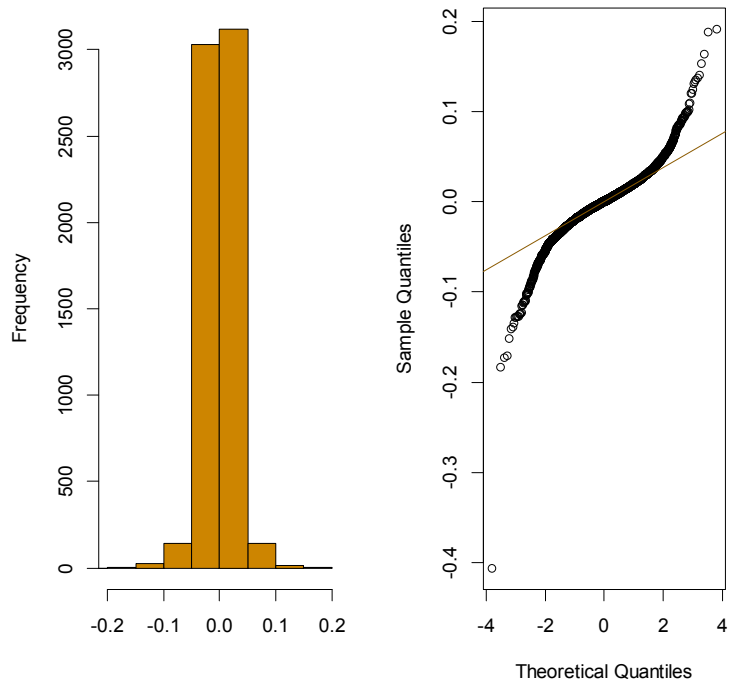
Wolf, A., Swift, J.B., Swinney, H.L. y Vastano, J.A. (1985): "Determining Lyapunov exponents from a time series", *Physica*, 16D, 285-317.

Zbilut, J.P. y Webber .C.L.: (1992): "Embeddings and delays as derived from quantification of recurrence plots", *Phys. Letters. A*, 171 (3-4) 199-203.

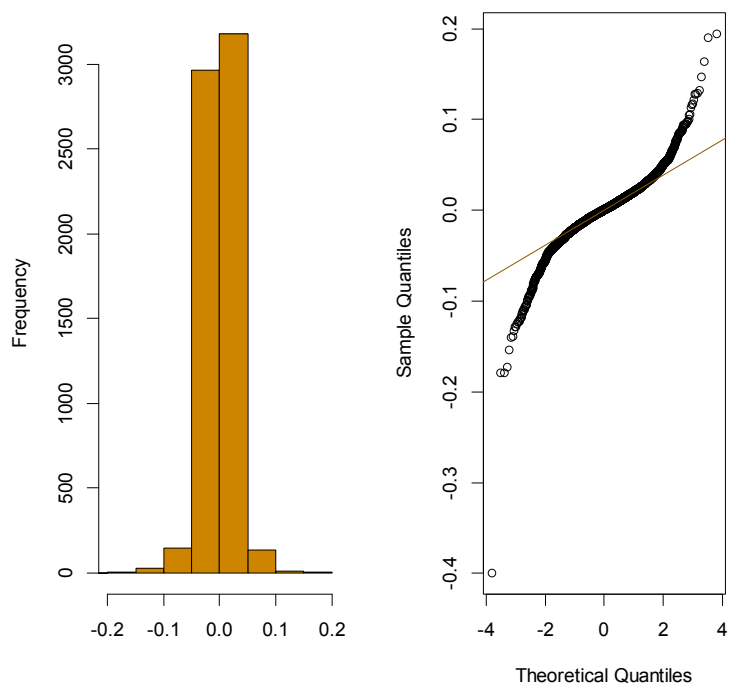
ANEXOS

Anexo 4.A: Histogramas y Gráficos Qq

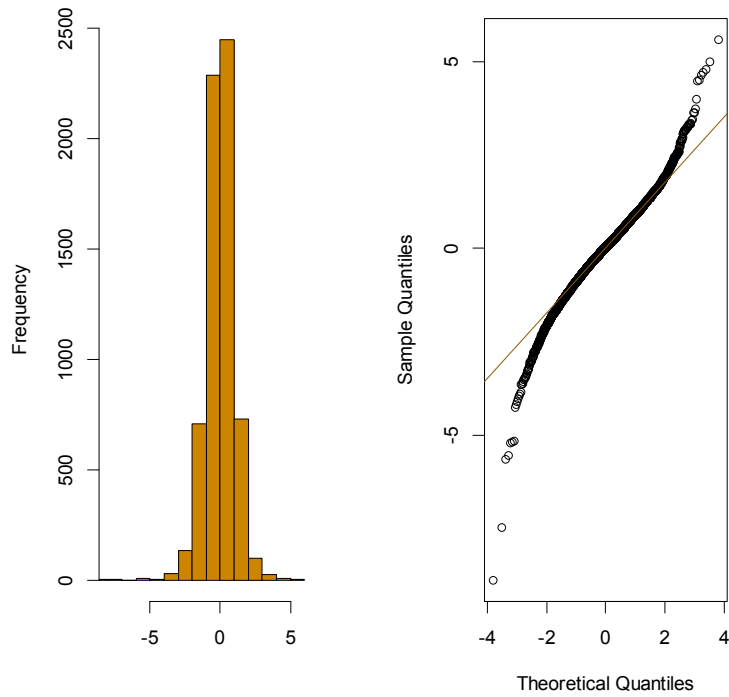
4.A.1.1. Retornos



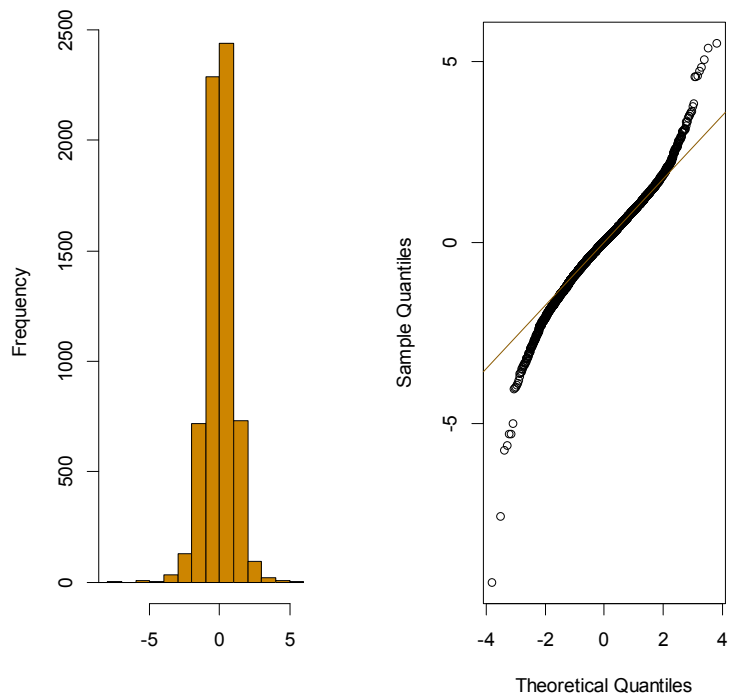
4.A.1.2. Modelo lineal



4.A.1.3. Modelo GARCH



4.A.1.4. Modelo EGARCH



Anexo 4.B: Detalles de los Modelos Aplicados a la serie

4.B.1. Precio del Petróleo: West Texas Intermediate

4.B.1.1. Modelo Lineal

Tabla 4.B.1: Modelo ARMA(8,0) del precio del Petróleo

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	0,0002	0,0003	0,7303	0,4652
AR(1)	-0,0100	0,0124	-0,8004	0,4235
AR(2)	-0,0483	0,0124	-3,8868	0,0001
AR(3)	-0,0274	0,0124	-2,2060	0,0274
AR(4)	0,0110	0,0124	0,8791	0,3794
AR(5)	-0,0552	0,0124	-4,4456	0,0000
AR(6)	-0,0266	0,0124	-2,1352	0,0328
AR(7)	-0,0142	0,0124	-1,1394	0,2546
AR(8)	-0,0452	0,0124	-3,6397	0,0003

4.B.1.2. Modelo GARCH

Tabla 4.B.2: Modelo GARCH(1,1) del precio del Petróleo

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	7,08E-06	9,3E-07	7,6459	0,0000
RESID(-1) ²	0,0936	0,0042	22,2740	0,0000
GARCH(-1)	0,9007	0,0047	190,5039	0,0000

4.B.1.3. Modelo EGARCH

Tabla 4.B.3: Modelo EGARCH(1,1) del precio del Petróleo

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C(10)	-0,2396	0,0166	-14,4600	0,0000
C(11)	0,1919	0,0077	25,0710	0,0000
C(12)	-0,0018	0,0040	-0,4470	0,6549
C(13)	0,9874	0,0017	573,9012	0,0000

El modelo lineal previamente empleado se ha presentado en la sección anterior.

Anexo 4.C: Resultados de los test de Aleatoriedad y No Linealidad

4.C.1. Resultados de los test de Rachas, Keenan, Tsay, Teräsvirta y White

Tabla 4.C.1: Test de aleatoriedad y no linealidad del precio del Petróleo

Test	Retornos	ARMA(8,0)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
<i>Rachas</i>	3294 0,1700	3207 0,4940	3215 0,6277	3195 0,3259
<i>Keenan</i>	2,9697^[8] 0,0848	16,4025^[0] 5,182E-05	4,3643^[1] 0,0367	5,3088^[1] 0,0213
<i>Tsay</i>	6,2300^[8] 1,8xE-28	5,2960^[0] 0,0012	4,6580^[1] 0,0309	5,206^[1] 0,0225
<i>Teräsvirta</i>	14,5836 0,0007	16,9945 0,0002	6,3635 0,0415	6,879 0,0321
<i>White</i>	21,2011 2,49E-05	25,0087 3,71E-06	11,4878 0,0032	13,2847 0,0013

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor, y entre corchetes, si es necesario, la dimensión del modelo elegido para realizar el test correspondiente.

4.C.2. Resultados del test BDS

4.C.2.1. Serie ARMA(8,0)

Tabla 4.C.2: Resultados del test BDS para la serie ARIMA(8,0)

Épsilon/M	0,5* σ	1* σ	1,5* σ	2* σ
2	0,0072	0,0170	0,0177	0,0128
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0078	0,0305	0,0396	0,0320
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	0,0057	0,0370	0,0591	0,0529
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	0,0036	0,0378	0,0736	0,0732
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,0022	0,0359	0,0842	0,0920
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	0,0012	0,0325	0,0911	0,1085
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	0,0007	0,0285	0,0944	0,1222
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

4.C.2.2. Serie GARCH(1,1)

Tabla 4.C.3: Resultados del test BDS para la serie GARCH(1,1)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	-0,0002	-0,0001	0,0002	0,0006
	0,5915	0,9142	0,7884	0,3432
3	-0,0001	8,8E-06	0,0007	0,0016
	0,7399	0,9939	0,6602	0,1950
4	5 E-05	0,0005	0,0012	0,0023
	0,7222	0,6479	0,5376	0,1884
5	4,1E-05	0,0006	0,0014	0,0028
	0,5171	0,4701	0,5063	0,2117
6	2,5E-05	0,0007	0,0019	0,0035
	0,3447	0,2747	0,3734	0,1792
7	1,4E-05	0,0007	0,0022	0,0040
	0,1952	0,1358	0,2735	0,1704
8	6E-06	0,0006	0,0021	0,0038
	0,1389	0,0935	0,2696	0,2177

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

4.C.2.3. Serie EGARCH(1,1)

Tabla 4.C.4: Resultados del test BDS para EGARCH (1,1)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	-0,0003	-0,0002	0,0005	0,0010
	0,3877	0,8031	0,5622	0,1270
3	-0,0003	-0,0004	0,0010	0,0025
	0,3531	0,7361	0,4924	0,0405
4	-0,0001	-0,0001	0,0016	0,0037
	0,5975	0,9587	0,4131	0,0329
5	0,0000	6,6E-05	0,0017	0,0047
	0,6303	0,9410	0,4060	0,0331
6	0,0000	0,0002	0,0021	0,0057
	0,7086	0,7645	0,3269	0,0268
7	0,0000	0,0003	0,0023	0,0064
	0,9532	0,5729	0,2617	0,0262
8	0,0000	0,0002	0,0020	0,0063
	0,9214	0,5437	0,2881	0,0407

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

4.C.3. Resultados del test Kaplan

Tabla 4.C.5: Resultados del test de Kaplan de los precios del petróleo

	Dim	Media K	Desv. Típica	Mínimo	K	K*
Retornos	1	0,0292	0,0026	0,0237	0,0219	1,3324
	2	0,0297	0,0019	0,0266	0,0222	1,3423
	3	0,0305	0,0034	0,0248	0,0193	1,5839
	4	0,0312	0,0055	0,0245	0,0212	1,4719
	5	0,0287	0,0034	0,0160	0,0182	1,5768
	6	0,0273	0,0059	0,0116	0,0124	2,1971
	7	0,0322	0,0160	0,0096	0,0147	2,1935
	8	0,0270	0,0067	-0,0061	0,0157	1,7183
ARMA(8,0)*	1	0,0288	0,0020	0,0231	0,0241	1,1985
	2	0,0296	0,0017	0,0267	0,0216	1,3669
	3	0,0294	0,0039	0,0234	0,0183	1,6053
	4	0,0295	0,0035	0,0205	0,0155	1,9096
	5	0,0288	0,0040	0,0198	0,0135	2,1326
	6	0,0278	0,0064	0,0042	0,0119	2,3438
	7	0,0292	0,0058	0,0161	0,0108	2,7058
	8	0,0281	0,0097	-0,0162	0,0107	2,6300
GARCH(1,1)*	1	1,1201	0,0460	0,0921	1,2197	0,9184
	2	1,1116	0,1387	0,2775	1,0598	1,0489
	3	1,1668	0,1247	0,2494	1,0513	1,1098
	4	1,1206	0,1505	0,3010	1,1321	0,9899
	5	1,1956	0,4873	0,8191	1,1188	1,0687
	6	1,1073	0,2034	0,4067	1,1989	0,9236
	7	1,1465	0,1773	0,3546	1,0629	1,0786
	8	1,1526	0,2721	0,5441	0,9010	1,2793
EGARCH(1,1)	1	1,1662	0,0793	0,1587	1,0316	1,0316
	2	1,1414	0,0921	0,1841	0,9944	0,9944
	3	1,1286	0,1610	0,3219	0,9864	0,9864
	4	1,1493	0,1829	0,3658	1,1518	1,1518
	5	1,1488	0,2369	0,2159	1,1309	1,1309
	6	1,1269	0,2160	0,3273	1,2323	1,2323
	7	1,0791	0,2991	0,3652	1,1733	1,1733
	8	1,2314	0,4502	0,3198	1,0602	1,0602

Resultados del test de Kaplan, sobre 30 datos sustitutivos. El valor de K* se ha calculado como el cociente entre la media y K, el estadístico. El mínimo constituye el valor más pequeño entre el mínimo de las réplicas y la media menos 2 veces la desviación típica. K. Dim representa la dimensión de embebimiento y corresponde con la dimensión m-1 del test BDS. * Para estas series el método del primer mínimo de la función de información mutua determinó que el valor óptimo de t era t= 3,3 para las series ARMA(8,0) y GARCH(1,1) Se repitieron los análisis con los valores óptimo descritos obteniéndose los mismos resultados.

Anexo 4.D: Estudio de la Componente Caótica

4.D.1. Resultados de la Dimensión de Correlación

Tabla 4.D.1: Dimensión de correlación de los precios del petróleo

M	Retornos ³	AR(8) ³	GARCH(1,1) ²	EGARCH(1,1) ³
1	0,92	0,98	0,96	0,96
2	1,87	1,92	1,92	1,92
3	2,74	2,57	2,88	2,88
4	4,25	3,89	3,83	3,84
5	6,23	3,81	4,78	4,84
6	8,49	8,49	5,73	5,87
7	7,59	5,68	6,57	7,10
8	8,72	5,42	7,65	8,50

Al lado de cada modelo aplicado se indica como superíndice el valor óptimo del tiempo de retardo según el criterio de la mínima información. M representa el valor de embebimiento de la serie

4.D.2. Resultados del test de Lyapunov

Tabla 4.D.2: Resultados del Test de Lyapunov de los precios del petróleo

	(L,m,q)	Lambda	P-valor	Hipótesis
Retornos	(1,6,4)	-0,1701	2,25E-183	H ₁
ARMA(8, 0)	(3,6,5)	-0,4954	1,18E-46	H ₁
GARCH(1,1)	(3,6,2)	-0,6163	0,0000	H ₁
EGARCH(1,1)	(4,5,5)	-0,6903	1,58E-28	H ₁

La Hipótesis nula de la existencia de una componente caótica es rechazada para aquellos p-valores menores que el 0,05.

4.D.3. Resultados del test 0/1 y coeficiente de Hurst

Tabla 4.D.3: Resultados test 0/1 y Hurst

Serie	Exponentes de 0/1	Hurst (H, sd)
Retornos	0,9970	0,5101* (0,0097)
ARMA(8, 0)	0,9981	0,5434* (0,0124)
GARCH(1,1)	0,9981	0,5304* (0,0172)
EGARCH(1,1)	0,9982	0,5255* (0,0178)

Se utilizaron un total de 6000 puntos para el método 0-1. * Los resultados fueron significativos a un nivel 5% de confianza. (H) corresponde al valor del coeficiente de Hurst, sd el error estándar asociado al coeficiente.

5. ENSAYO 2: APLICACIÓN A LA SERIE TEMPORAL DE LAS COTIZACIONES DIARIAS DEL MERCADO BURSÁTIL

Resumen: En este trabajo se estudia la existencia de patrones no lineales y el comportamiento caótico, en las series temporales correspondientes a cuatro índices bursátiles con especial relevancia en la economía mundial: Dow Jones, Ibex, Nasdaq y Nikkei. Para ello, se presenta un marco conceptual y metodológico que engloba una amplia batería de técnicas cuantitativas para el análisis de la no linealidad y el comportamiento caótico, incorporando los contrastes más recientes y de mayor potencia. Los resultados obtenidos contribuyen, de forma apreciable, a esclarecer el comportamiento de los principales mercados bursátiles mundiales y sugieren que la dinámica de las series financieras analizadas parece seguir un patrón no lineal. Asimismo, no se detectan evidencias apreciables de la existencia de un comportamiento caótico en las series financieras analizadas.

Palabras clave: Mercado bursátil, Hipótesis de Mercado Eficiente, Dinámica no lineal, Complejidad, Caos, exponente de Hurst, BDS, serie temporal, predicción no lineal.

Abstract: This research studies the possible existence of nonlinear patterns and chaotic nature of four of the most important financial markets of the world: Dow Jones, Ibex, Nasdaq, and Nikkei. For this purpose a conceptual and methodological framework that encompasses a large number of techniques for the analysis of non-linearity and deterministic behaviour including detection of low dimension of chaos is stated. This study is as far as we know the one that applies more methods to the same series. Our results suggest that although there has been found a dominant nonlinear structure in financial markets, determinism cannot be assumed and hence chaos cannot be inferred.

Keywords: Stock exchange, Nonlinear dynamics, Efficient Market Hypothesis, Complexity, Chaos, Rescaled range, Hurst exponent, Long memory, time series, nonlinear forecasting.

JEL CLASSIFICATION CODES: C14, C12, G10, G14, C52, C22, C65.

5.1. Introducción

El análisis de los mercados financieros y la evolución de los precios de los mismos constituyen un capítulo esencial, en el ámbito de la Economía. La existencia de múltiples agentes involucrados en la fijación de los precios de los activos, que además actúan con objetivos marcadamente diferentes, permite considerar los mercados financieros como sistemas complejos, en los que las interacciones de los elementos microscópicos resultan esenciales para todos los agentes interesados en conocer su comportamiento: gestores de fondos de inversión y otros inversores, gerentes de riesgo y en general, para todas las personas e instituciones relacionadas con el mercado de valores.

Los mercados financieros han sido estudiados, a lo largo de la historia, por numerosos autores, especialmente en las últimas décadas. La teoría más extendida, la hipótesis de los mercados eficientes (EMH), defiende que los mercados incorporan toda la información existente y se ajustan de forma rápida a los nuevos datos que pueden surgir. Sin embargo, los métodos tradicionales de modelización de las series temporales financieras y bursátiles en particular, basados en hipótesis como la EMH y en el supuesto de linealidad, se han mostrado impotentes para explicar los efectos de fenómenos y acontecimientos como las burbujas o las recesiones asociadas a bruscas variaciones en el precio de las materias primas.

Además, durante las últimas décadas, el desarrollo acelerado de las nuevas tecnologías de información y comunicación, fenómenos como la globalización de la economía y la aparición de nuevos y sofisticados instrumentos financieros de inversión y financiación, han generado un aumento exponencial del nivel de complejidad en el funcionamiento de los mismos.

Surge, por tanto el interés y la necesidad de introducir métodos alternativos que, en su gran mayoría, proceden de otras disciplinas científicas como la física, para modelizar la dinámica de las series financieras, detectando posibles comportamientos no lineales y caóticos deterministas. De esta forma se abre el abanico de alternativas de análisis y predicción de las series financieras y particularmente de las series de cotizaciones en los mercados bursátiles, ancladas tradicionalmente en métodos como el análisis técnico y fundamental o en supuestos como el del mercado eficiente, basado en que los precios de los activos reflejan toda la información disponible.

La existencia de una dinámica no lineal en las series financieras se ha contrastado empíricamente en numerosos estudios (Olmedo et al, 2007) y paralelamente han surgido diversos modelos teóricos consistentes con la presencia de no linealidad en los precios de los activos (Sarantis, 2001). El enfoque no lineal es muy adecuado para captar los rasgos característicos de las series financieras así como sus bruscas fluctuaciones y por ello juega un papel relevante en la modelización económica

(Matilla-García et al., 2010; Granger, 2008). El interés inicial por la utilización de modelos no lineales en las series financieras se ha visto extendido a la resolución del interrogante de si la dinámica no lineal es de carácter estocástico o determinístico, que en la actualidad constituye un punto clave en el proceso de modelización y predicción. La aparición de nuevos modelos sobre la volatilidad de las series financieras, como el modelo ARCH (Engle, 1972); el GARCH (Bollerslev, 1986) y el EGARCH (Nelson, 1991), junto a la teoría del caos que permite explicar el efecto de los shocks en los mercados bursátiles como parte de la propia dinámica endógena de la serie, han supuesto una contribución fundamental en la resolución de dicha cuestión.

5.1.1. Objeto y Motivación

La teoría de los mercados eficientes afirma que el precio de los activos incorpora toda la información de forma inmediata, por lo que no es posible obtener beneficios sistemáticos apoyados en posibles diferencias en el nivel de información de los agentes involucrados. Desde su formulación por Fama en 1970, varios autores han intentado demostrar o refutar dicha teoría, como reflejan los numerosos estudios empíricos existentes en la literatura que, principalmente optan por constatar la hipótesis de un mercado eficiente de forma analítica, o refutar la misma, bien basándose en la descripción de las anomalías⁶⁹ observadas o a partir de los resultados de las múltiples herramientas disponibles para evaluar la hipótesis.

Esta investigación contribuye a esclarecer el dilema de la eficiencia del mercado bursátil, analizando su dinámica y volatilidad. Para ello, se investiga la posible existencia de no linealidad y caos determinista en las series de los precios diarios de las acciones en cuatro mercados bursátiles de especial relevancia en la economía mundial: Dow Jones, Ibex, Nikkei y Nasdaq, teniendo todos ellos en común un importante volumen de capitalización y que pertenecen a economías con un alto nivel de desarrollo. Los tres primeros representan a diferentes bloques económicos - Estados Unidos, Unión Europea y Japón- mientras que el índice Nasdaq es un indicador de los precios de los activos tecnológicos, que adquieren suma importancia en la era de la Nueva Economía.

Adicionalmente, entre los objetivos específicos del presente trabajo, cabe señalar la realización de un análisis comparativo, mediante la utilización de herramientas propias de los sistemas dinámicos no lineales, del comportamiento y de la dinámica subyacente en el proceso generador de datos de las cuatro series temporales de índices bursátiles consideradas, en relación con aspectos como la linealidad (o su no linealidad), la independencia y aleatoriedad de las observaciones y la dinámica caótica.

⁶⁹ Las anomalías observadas en los mercados financieros con respecto a la hipótesis de los mercados eficientes se describen con detalle en el capítulo 2 de esta tesis.

5.1.2. Interés

El análisis de los índices bursátiles que se realiza en esta investigación adquiere sumo interés debido, a que en la actualidad los mercados que representan constituyen un barómetro fiel de la evolución de la actividad en las economías más desarrolladas. Asimismo, la modelización y estudio de la existencia de no linealidad y dinámica caótica de las series bursátiles presentan particular utilidad para los agentes que intervienen en los mercados de capitales: inversionistas, intermediarios financieros, entidades de crédito, reguladores, etc. El conocimiento de su dinámica es esencial para llevar a cabo predicciones precisas de su evolución futura y de crucial importancia para gestionar adecuadamente el nivel de riesgo en el mercado de capitales y aplicar correcta y eficientemente los precios en el mercado de derivados y de futuros.

Finalmente, cabe destacar que los mercados financieros, en general y los mercados de capitales, en particular, poseen unas características muy adecuadas para llevar a cabo el análisis de su posible dinámica no lineal y caótica, al disponer de un número considerable de datos⁷⁰, muy superior al de otras series económicas de menor frecuencia.

5.1.3. Novedad y aportaciones

Al revisar la literatura internacional, se observa que existen numerosos trabajos que tienen por objetivo, la modelización de las series temporales de los índices bursátiles pero en ninguno de ellos, se aplica un número tan elevado de métodos y contrastes en el análisis del posible comportamiento no lineal y caótico de dichos mercados, como en esta investigación.

McKenzie (2001), así como BenSaïda y Litimi (2013) indican que muchos de los estudios realizados, llegan a una conclusión equívoca sobre la presencia de caos en los mercados financieros, debido a una errónea especificación de los métodos y test utilizados tradicionalmente, que deberían aplicarse exclusivamente a series temporales libres de ruido, lo que no suele ocurrir en las series temporales bursátiles. En este sentido, este trabajo contribuye a rellenar el vacío existente en la literatura internacional sobre el comportamiento no lineal y caótico de los mercados bursátiles ya que, además de constituir el estudio que engloba la utilización de un número mayor de métodos y técnicas, para el análisis de la no linealidad y el comportamiento caótico de las diversas series temporales consideradas, incluye a las más recientes y de mayor potencia para discriminar el tipo de dinámica subyacente. Asimismo, la selección de los índices bursátiles, que son objeto de estudio, permite llevar a cabo un análisis comparativo de las diferencias entre los

⁷⁰ Las cuatro series analizadas en esta investigación tienen entre 5414 y 5427 observaciones.

mercados bursátiles pertenecientes a economías desarrolladas pero que forman parte de bloques económicos diferentes.

5.1.4. Estructura

Para contrastar si los modelos lineales utilizados tradicionalmente explican satisfactoriamente la dinámica subyacente o por el contrario, existe un comportamiento no lineal estocástico o determinístico en las series diarias de los índices bursátiles considerados, en primer lugar se aplican los filtros adecuados a la serie original, en forma de diferencias regulares de los logaritmos, para obtener las correspondientes series de los retornos o rendimientos.

A continuación, después de comprobar si las series de retornos son estacionarias, se procede al proceso de modelización lineal de las series obtenidas, para el periodo que transcurre entre el tres de febrero de 1992 y el 31 de Julio de 2013, utilizando modelos ARMA(p,q).

Finalmente, se aplica una extensa batería de técnicas y test para contrastar la existencia de no linealidad y dinámica caótica en las series de los residuos, obtenidos en la modelización anterior. En el caso que se detectara la existencia de no linealidad, la utilización de los modelos ARIMA⁷¹ para la predicción y modelización no sería adecuada y habría que introducir otras alternativas metodológicas, como los modelos GARCH(p,q) (Bollerslev, 1986) y los modelos EGARCH(p,q) (Nelson, 1991) para el caso de que se observara que la no linealidad de los residuos no fuera de carácter determinista y se debiera a la variación temporal de la volatilidad.

El trabajo se organiza de la siguiente manera: En el apartado segundo se lleva a cabo una revisión de la literatura internacional sobre la modelización y predicción de los mercados bursátiles, incidiendo con especial énfasis en aquellos trabajos que contrastan la posible existencia de comportamiento no lineal y caótico. En la sección tercera se describen las fuentes de datos utilizadas así como el proceso metodológico adoptado en esta investigación. En el capítulo cuarto se exponen y comentan los principales resultados obtenidos para las cuatro series de índices bursátiles consideradas, analizando y discutiendo las evidencias existentes a favor y en contra de las hipótesis de no linealidad y régimen caótico, así como los modelos más adecuados para explicar el comportamiento de las series analizadas. Finalmente, en el último capítulo se extraen una serie de conclusiones sobre la investigación realizada y se indican las posibles líneas de investigación futuras.

⁷¹ Referidos como modelo ARMA(p,q) en este trabajo.

5.2. Revisión de la literatura

A partir de la revisión de la literatura internacional relacionada con las investigaciones que tienen por objeto el análisis y contrastación de la existencia de una dinámica no lineal y caótica en los mercados bursátiles, una primera y evidente conclusión es que los resultados obtenidos dependen mayoritariamente de los datos y métodos o contrastes empleados en cada estudio. Independientemente de ello, con carácter general se observa que la mayor parte de los estudios realizados, especialmente a partir de la aparición del test BDS (Brock, et al, 1987 y 1996), sugieren la existencia de dependencias no lineales en los mercados bursátiles⁷².

Respecto a la cuestión de si esta dependencia no lineal es de origen caótico determinístico, la observación de la tabla 5.1, que integra una muestra de las publicaciones más representativas sobre dicha cuestión, hace posible concluir que si bien no es posible emitir una contestación válida con carácter general, se detecta una tendencia nítida en las investigaciones más recientes hacia la alternativa de inexistencia de un comportamiento caótico en las series de los mercados bursátiles. Así, durante una primera etapa, iniciada por el trabajo de Scheinkman y LeBaron (1989) que utilizando datos diarios y semanales de los retornos, encuentran evidencia de dinámica caótica en los mercados bursátiles estadounidenses, son frecuentes los trabajos que obtienen un comportamiento caótico. Sin embargo, más recientemente, una vez incorporados nuevos métodos y test más potentes sobre la detección de la dinámica caótica, se observa que la mayoría de las investigaciones sugieren que los datos no son caóticos, es decir, que presentan un comportamiento estocástico.

En este sentido, McKenzie (2001) y BenSaïda y Litimi (2013) indican que muchos de los estudios realizados no llegan a una conclusión categórica sobre la presencia de caos en los mercados financieros debido a una errónea especificación de los métodos y test utilizados. Mencionan que los test empleados tradicionalmente deberían aplicarse a series temporales con un elevado número de observaciones y libres de ruido para obtener conclusiones inequívocas, pero esto último no suele ocurrir en las series temporales financieras y en particular en las bursátiles.

En relación con el desarrollo de nuevos contrastes para detectar un comportamiento caótico, McKenzie (2001) incorpora un nuevo algoritmo con una mayor potencia para la detección de caos que el basado en el signo del exponente de Lyapunov, muy frecuentemente utilizado en los estudios anteriores. Empleando dicho test, analiza el comportamiento de 10 series financieras de retornos y concluye que existe no linealidad en las series analizadas pero en ninguna de ellas se observa un

⁷² En Sarantis (2001) se enumera una amplia lista de trabajos que tienen en común la contratación y aceptación de la hipótesis de no linealidad en los mercados financieros.

comportamiento caótico, sugiriendo que las series financieras elegidas son estocásticas.

Tabla 5.1: Revisión de la literatura		
Autores (Año)	Objetivos	Resultados
Scheinkman y LeBaron (1989)	Estudian varias series semanales y diarias del mercado bursátil de Estados Unidos.	Encuentran evidencias de no linealidad y caos.
Hsieh (1991)	Estudia la serie semanal de retornos de una cartera de valores de los mercados bursátiles.	No detecta comportamiento caótico en los rendimientos de los mercados bursátiles.
Blank (1991)	Analiza el comportamiento del índice bursátil S&P 500 mediante las dimensiones de correlación y los exponentes de Lyapunov.	Sugiere la presencia de no linealidad determinista. Es condición necesaria pero no suficiente para caos, al no disponer de test de significación estadística de las estimaciones.
Mayfield y Mizrach (1992)	Analizan la serie temporal de los retornos de alta frecuencia del índice S&P 500.	Encuentran evidencias de existencia de comportamiento caótico.
Yang y Brorsen (1993)	Estudian varios mercados de futuro, entre ellos el índice bursátil S&P 500.	Detectan evidencias de no linealidad consistente con caos en cerca de la mitad de los casos estudiados.
Abhyankar (1995)	Estudian la presencia de no linealidad y caos en la serie de rendimientos del índice FTSE-100.	Concluyen que el modelo TGARCH explica solo una parte de la dependencia no lineal pero no se puede asegurar que el proceso sea caótico.
Sewell, et al. (1996)	Investigan las variaciones semanales de los índices de cinco mercados bursátiles asiáticos y de Estados Unidos.	Sugieren que los resultados obtenidos no prueban la existencia de caos en las series estudiadas.
Abhyankar et al. (1997)	Investigan la dependencia no lineal y caos en los retornos de los índices bursátiles: FTSE-100, S&P 500, Nikkei 225 y DAX.	Encuentran evidencias de no linealidad, pero sin existencia de dinámica caótica.
Barkoulas y Travlos (1998)	Estudian la presencia de un comportamiento caótico en la serie de retornos del mercado bursátil de Atenas.	No obtienen evidencias de caos en la serie analizada.
Pandey et. al. (1998)	Investigan la presencia de caos en cinco mercados bursátiles europeos y de Estados Unidos.	No detectan caos de baja dimensión.
Gao y Wang (1999)	Estudian entre otras, la serie diaria de futuros del S&P 500.	Encuentran evidencias de no linealidad pero no detectan la existencia de un comportamiento caótico.
McKenzie (2001)	Analiza el comportamiento de 10 series financieras de retornos, mediante la aplicación de un nuevo test que se muestra más potente para la detección del caos que el basado en el signo del exponente de Lyapunov.	Concluye que existe no linealidad en las series analizadas pero en ninguna de ellas se observa un comportamiento caótico, sugiriendo que las series financieras elegidas son estocásticas.
(Coto- Millán et al., 2002)	Analizan el comportamiento caótico en dos modelos, uno de generaciones solapadas y otro del precio de los bonos	Concluyen que existe un comportamiento caótico en ambos modelos.
Kyrtsou y Terraza(2002)	Investigan la dinámica del Índice CAC 40 del mercado bursátil francés.	Detectan evidencias de un comportamiento no lineal y caótico.

Antoniou and Vorlow (2005)	Examinan la dinámica de varias series de retornos de valores del mercado bursátil FTSE 100.	Encuentran evidencias de no linealidad pero concluyen que es necesaria más investigación para poder confirmar el comportamiento caótico de las series analizadas.
Yousefpoor et al. (2008)	Estudian el posible comportamiento caótico del mercado bursátil de Teherán.	Detectan evidencias de un comportamiento caótico.
Matilla-García y Ruiz Marin (2010)	Estudian el comportamiento caótico de la serie diarias del índice bursátil DJIA.	Obtienen evidencias de que no existe una dinámica caótica en las series de retornos.
Mishra et al. (2011)	Contrastan la presencia de dependencia no lineal y caos determinista en las series de rendimientos de seis índices del mercado bursátil de la India.	Sugieren la existencia de no linealidad pero solo encuentran algunas evidencias, de un posible comportamiento caótico en dos de las seis series analizadas.
BenSaïda (2012)	Investiga la existencia de dinámica caótica en los índices bursátiles S&P 500, Nikkei 225 y CAC 40 durante el periodo 1999-2008, utilizando una nueva metodología para aplicar el método del exponente de Lyapunov.	No detecta evidencias de comportamiento caótico en las series analizadas.
BenSaïda y Litimi (2013)	Analizan la no linealidad y el comportamiento caótico en los índices financieros citados son los siguientes: S&P 500, NASDAQ composite, Nikkei 225, CAC 40, FTSE 100, DAX desde el 1-1-2006 hasta el 21-12-2012.	Concluyen que todos los mercados financieros citados son no lineales y estocásticos, es decir, no presentan evidencias de un comportamiento caótico.
BenSaïda (2014)	Investiga la existencia de dinámica caótica en los retornos del índice de S & P 500 para 4 frecuencias diferentes: semanal, diaria, 30 minutos y 5 minutos.	Obtiene que la dinámica no es caótica para las series analizadas.

Fuente: Elaboración propia.

Matilla-García y Ruiz Marin (2010) proponen un nuevo test para determinar si la dinámica de una serie es determinista (incluido caos de baja dimensión) en vez de un proceso estocástico y lo aplican a la serie diaria⁷³ del índice Dow Jones Industrial Average, encontrando evidencias de la inexistencia de un comportamiento caótico en dicha serie. Asimismo, BenSaïda (2012) desarrolla una nueva metodología para aplicar el método del exponente de Lyapunov y no detecta evidencias de comportamiento caótico en los índices bursátiles S&P 500, Nikkei 225 y CAC 40 durante el periodo 1999-2008. Recientemente, BenSaïda y Litimi (2013) aplican un test con mayor potencia que el del signo del exponente de Lyapunov, basado en la distribución del estadístico y en redes neuronales, a la serie temporal de los índices siguientes: S&P 500, NASDAQ Composite, Nikkei 225, CAC 40, FTSE 100 y DAX, considerando el periodo temporal entre el 1 de enero de 2006 hasta el 21 de Diciembre de 2012. Concluyen que todos los mercados financieros anteriores son no lineales y estocásticos, es decir, no presentan un comportamiento caótico.

⁷³ La serie analizada cubre el periodo que transcurre desde el 2 de Enero de 1928 hasta el 18 de Octubre de 2000, que incluye el crack de 1929, con un total de 18.490 observaciones.

El comportamiento caótico en los mercados financieros se ha estudiado desde dos vertientes bien distintas. Además, del análisis de las series temporales subyacentes de procesos financieros, varios investigadores han propuesto modelos matemáticos, en los que se demuestra un determinismo caótico. Algunos de los estudios que abarcan este enfoque son el estudio de Coto-Millán et al. (2002) en el que se encuentran sendos modelos, uno relacionado con los bonos y otro de modelos crecimiento óptimo de generaciones solapadas. Los autores demuestran existencia de un régimen caótico en ambos modelos (Coto-Millán et al., 2002).

5.3. Datos y metodología

5.3.1. Datos

Las series temporales de las cotizaciones diarias de los mercados de valores, utilizadas en esta investigación, para el periodo que transcurre entre Enero de 1992 y Julio 2013, corresponden respectivamente a los siguientes índices bursátiles: Dow Jones Industrial Average (Dow Jones), Ibex 35 (Ibex), Nasdaq- 100 (Nasdaq) y Nikkei 225 (Nikkei). Los índices bursátiles seleccionados ofrecen una imagen fidedigna de la evolución del correspondiente mercado y su utilización es sumamente interesante para los agentes que operan en los mercados bursátiles, ya que facilita la toma de decisiones al no necesitar grandes volúmenes de información.

El índice bursátil del Dow Jones Industrial Average (Dow Jones en adelante) refleja el comportamiento del precio de la acción de las 30 compañías industriales más importantes y representativas de Estados Unidos. El índice Ibex 35 es el índice de referencia del mercado continuo de la Bolsa Española. Está compuesto por los 35 valores más líquidos cotizados en el Sistema de Interconexión Bursátil de las cuatro Bolsas Españolas, independientemente del sector al que pertenezcan. El Ibex representa un amplio porcentaje del volumen total contratado en el mercado continuo y de la capitalización del total de la Bolsa Española, por lo que es un buen indicador de la tendencia y evolución del mercado. El índice Nasdaq-100 (Nasdaq en adelante) es un índice bursátil de Estados Unidos, que incluye también compañías de otros países y se caracteriza por estar compuesto por numerosas compañías tecnológicas, que poseen alta ponderación en el índice. Las empresas se ponderan por el criterio de capitalización. Por sus características, es más volátil y especulativo que otros índices como el Dow Jones. Finalmente, el índice Nikkei 225 (Nikkei en adelante), es el índice bursátil más popular del mercado japonés y está compuesto por los 225 valores más líquidos, que cotizan en la Bolsa de Tokio. Los valores del índice Nikkei, ponderan por precios y no por capitalización.

La muestra que se analiza abarca desde Enero 1992 hasta Julio 2013, incluyendo los datos diarios de cierre del índice. Los datos han sido tomados de Yahoo

Finance⁷⁴ y su evolución temporal se representa en la figura 5.1. En la Tabla 5.2 se muestran los principales estadísticos descriptivos de las cuatro series investigadas.

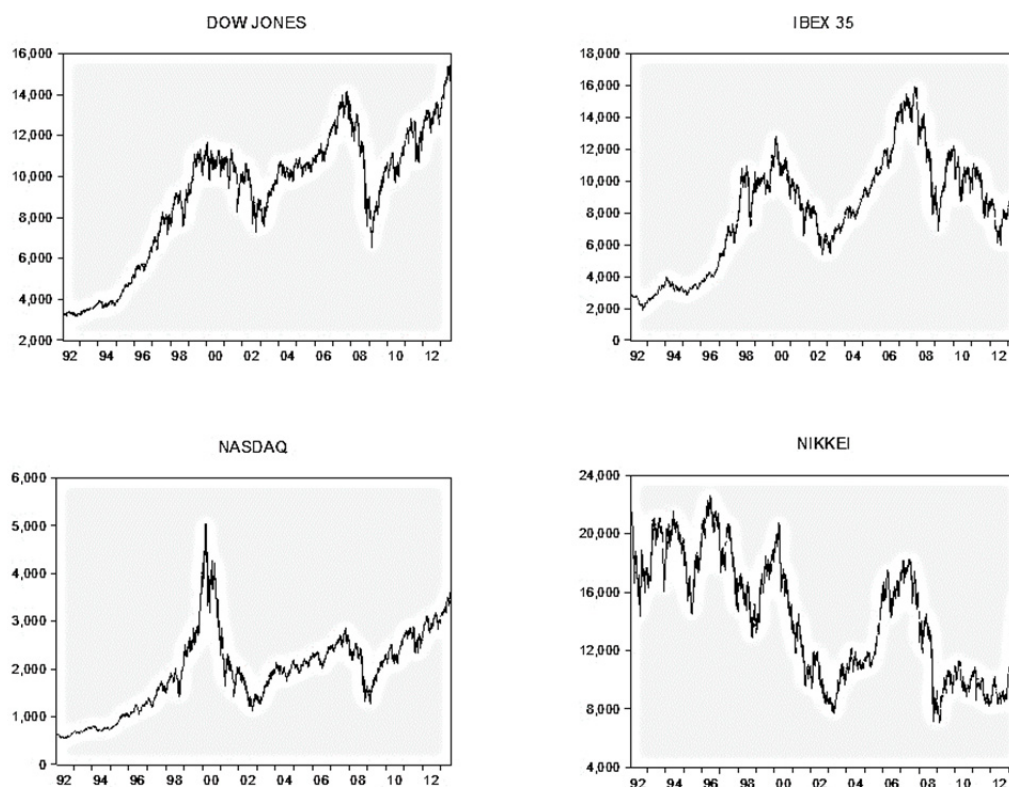


Figura 5.1: Gráficos de la evolución de las series bursátiles del Dow Jones, Ibex 35, Nasdaq Y Nikkei.

Al analizar la evolución de las cuatro series consideradas, se observa en la Figura 5.1 que el índice de la bolsa de Japón, el Nikkei, tiene un comportamiento distinto a los demás, probablemente debido a que la serie comienza en 1992, en plena efervescencia de una burbuja financiera. Entre enero de 1986 y diciembre de 1989, la Bolsa de Tokio había tenido una rentabilidad media anual del 31% y el índice Nikkei 225 pasó de un valor de 13.083 a 38.916 puntos. Sin embargo, el 18 de agosto de 1992, el índice bursátil disminuyó hasta el valor de 14.309, perdiendo en poco más de dos años y medio cerca de un 63% del máximo alcanzado a finales de 1989.

Unos años después, en 1997, el Continente Asiático sufrió una nueva crisis que provocó que los precios de las divisas, acciones y bonos, de un amplio grupo de países del sudeste asiático, sufrieran graves convulsiones. Aunque Japón no fue de los primeros países afectados, su economía también se vio posteriormente perturbada ya que la crisis se fue extendiendo por todos los países del continente en

⁷⁴<http://finance.yahoo.com/>

mayor o menor medida. Muchas de las monedas de los países del continente asiático sufrieron devaluaciones próximas al 50%.

Al analizar la evolución de la economía de Estados Unidos, se observa que la década de los 1990 se caracteriza por la existencia de un ciclo alcista, impulsado, entre otros factores, por el intenso cambio tecnológico. Sin embargo, los valores tecnológicos que se habían situado entre las empresas con mayores rendimientos bursátiles, habían sido sobrevalorados y el NASDAQ, el principal índice tecnológico, sufrió una caída cuya magnitud llegó a alcanzar el 14 abril del año 2000, cerca del 34%.

En la Tabla 5.2 se muestran los principales estadísticos descriptivos de las series estudiadas. Tanto la serie del principal índice bursátil de la Bolsa de Estados Unidos como la correspondiente al de la Bolsa Española, presentan un coeficiente de asimetría negativo (-0,51 y -0,05 respectivamente) a diferencia de las otras series financieras consideradas en el estudio. Puede concluirse que los datos no provienen de una distribución normal, tal y como refleja el test de Jarque-Bera ($P\text{-valor} < 0,05$), el histograma de la serie y el gráfico Qq⁷⁵ (Anexo 5.A).

5.3.2. Metodología

La metodología empleada se ha descrito ya con detalle, en apartados anteriores de esta investigación, por lo que únicamente se exponen los hitos más significativos.

Como paso previo se obtuvieron las series correspondientes a los retornos de las cuatro series originales. A continuación, con el fin de eliminar la dependencia lineal, se han aplicado filtros a cada una de ellas mediante modelos ARMA. La elección del modelo se realizó, en una primera instancia, atendiendo al criterio descrito por Nelson et al. (1991), que consiste en seleccionar el modelo cuyo que consiste básicamente en la elección del modelo ARMA(p,q) que presente el menor valor según el criterio de Información de Schwarz⁷⁶ (Schwarz, 1978).

En el caso de que los residuos del modelo obtenido estuviesen correlacionados, se aumentó el grado del modelo (Barkoulas, 2012). Posteriormente se modelizó la volatilidad de la serie, con modelos heterocedásticos de la familia ARCH (GARCH y EGARCH). Los modelos finales seleccionados para cada una de las series consideradas pueden consultarse en la tabla 5.3.

⁷⁵ Otros autores lo denomina gráfico cuantil-cuantil.

⁷⁶ El criterio de información de Schwartz introduce un término de penalización para el número de parámetros en el modelo, con el fin de resolver el problema de la sobreparametrización. La penalización es mayor en este criterio que en otros como el de Akaike(1974), lo que comparativamente le confiere indudables ventajas en su utilización.

Tabla 5.2: Estadísticos y test básicos de las series

	Serie Original	Retornos	ARMA	GARCH	EGARCH
DOW JONES					
Media	9108,07	0,0003	-5,8e-007	-0,0356	0,0028
(D.T)	3147,61	0,0112	0,0112	0,9994	0,9999
Mediana	10080,3	0,0005	0,0004	0,0017	0,0350
Mínimo	3136,58	-0,0821	-0,0790	-6,5989	-6,0801
Máximo	15567,7	0,1051	0,0993	3,4852	3,7538
Asimetría	-0,5103	-0,1364	-0,2810	-0,4213	-0,3715
Curtosis	2,2721	11,4338	10,7387	4,4806	4,2585
Jarque-Bera	354,59*	16062,4*	13575,8*	654,4*	481,64*
N	5415	5414	5412	5412	5412
IBEX 35					
Media	8124,38	0,0002	4,86e-008	-0,0407	-0,0063
(D,T)	3354,74	0,0146	0,0145	0,9989	1,0001
Mediana	8362,9	0,0007	0,0005	-0,0158	0,0166
Mínimo	1873,58	-0,0959	-0,0965	-6,5618	-7,7301
Máximo	15945,7	-0,1348	0,1335	5,9752	5,2568
Asimetría	-0,0526	-0,0054	-0,0428	-0,2057	-0,1960
Curtosis	2,3074	7,8791	7,7376	4,4174	4,4775
Jarque-Bera	110,96*	5382,03*	5076,16*	492,48*	528,23*
N	5427	5426	5426	5426	5426
NASDAQ					
Media	1950,235	-7,19E-05	-2,30e-007	-0,0316	0,0043
(D.T)	842,569	0,0149	0,0156	0,0351	0,9999
Mediana	1989,22	-9,34E-05	0,0009	-6,1386	0,0706
Mínimo	547,84	-0,1195	-0,1018	4,1826	-6,1143
Máximo	5048,62	0,1366	0,1265	0,9994	3,5622
Asimetría	0,3527	-0,0584	-0,0979	-0,3825	-0,4038
Curtosis	3,0323	12,7954	8,4806	4,0381	4,0070
Jarque-Bera	112,519*	22759,76*	6782,03*	374,96*	375,74*
N	5415	5414	5412*	5412	5412
NIKKEI					
Media	14304,3	-9,1E-05	-5,22E-08	-0,0357	-0,0045
(D.T)	4073,77	0,0154	0,0154	0,9997	1,0001
Mediana	14416,6	6,31E-05	0,0002	-0,0160	0,0129
Mínimo	7054,98	-0,1211	-0,1204	-6,4953	-6,7925
Máximo	22667	-0,1323	0,1282	5,6944	5,7235
Asimetría	0,1026	-0,2147	-0,2397	-0,1943	-0,1597
Curtosis	1,7032	8,2470	8,2517	4,4910	4,5000
Jarque-Bera	379,75*	6104,3*	6125,1*	522,85*	518,01*
N	5287	5286	5286	5286	5286

Nota: Todos los estadísticos se muestran para las series originales, la serie de retornos y los residuos de los modelos ARIMA, GARCH y EGARCH. (D.T) es la Desviación típica. Jarque-Bera corresponde al test de Jarque - Bera Asimetría y Curtosis corresponden al coeficiente de asimetría de Fisher y al coeficiente de curtosis, respectivamente. El asterisco* refleja que el resultado del test correspondiente es significativo al 95% de nivel de confianza. **Fuente:** Elaboración propia.

Tras la estimación de ambos modelos, se estandarizaron los residuos obtenidos mediante sus desviaciones estándar condicionales. Estas dos últimas series, así como la de los retornos y la del modelo lineal, para cada una de las bolsas financieras consideradas, serán objeto de análisis en los siguientes apartados.

Finalmente, se estudia el posible comportamiento caótico y la existencia de persistencia en cada una de las series.

5.4. Resultados Empíricos

El análisis de la evolución diaria de los índices bursátiles seleccionados en esta investigación (figura 5.1), muestra la existencia de una variabilidad proporcional a los valores de la variable y que gira en torno a la media. Con el fin de eliminar esta última característica, se calculan la serie de los retornos⁷⁷ de la serie original, con el procedimiento anteriormente expuesto (figura 5.2).

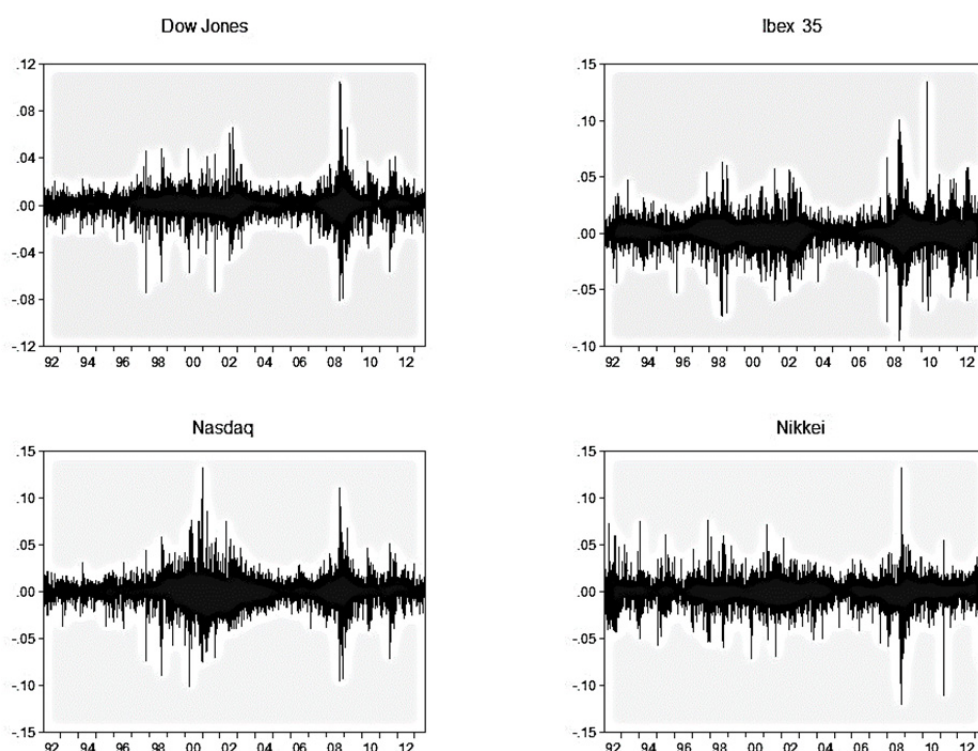


Figura 5.2: Evolución de los Retornos de las series bursátiles del Dow Jones, Ibex 35, Nasdaq y Nikkei

Las nuevas series presentan una distribución de frecuencias leptocúrtica, con un coeficiente de asimetría negativo (tabla 5.2) y unas colas más anchas que las de la distribución normal, características conocidas de los rendimientos bursátiles (Fama, 1970 y 1965). El exceso de curtosis provoca que, rentabilidades alejadas de la

⁷⁷ También denominados tasas de variación, rendimientos o serie de log-retornos (serie retornos en adelante).

media sean más comunes que en una distribución normal y por lo tanto, que el inversor esté sometido a un mayor riesgo. Atendiendo al test de Jarque-Bera (Jarque y Bera 1987), al histograma y al gráfico QQ (Anexo 5.D), los retornos no parecen seguir el comportamiento de una distribución normal, lo que puede considerarse un indicio de que las series han sido generadas por procesos no lineales.

Para analizar la estacionariedad de los índices, se aplicaron diversos contrastes de raíces unitarias y estacionariedad. El resultado del test de Dickey y Fuller aumentado⁷⁸ (ADF), el contraste de Phillips y Perron⁷⁹ (PP), que corrige de forma no paramétrica las estimaciones de los errores estándar de los parámetros en el modelo de Dickey y Fuller y el test Kwiatkowski Phillips Schmidt Shin (KPSS)⁸⁰ confirman que la serie es estacionaria (tabla 5.4).

La gráfica de la serie retornos se muestra en la figura 5.2.

Tabla 5.3: Modelización de las series

Índice	Modelo lineal ARMA	Modelo no lineal	
		[GARCH]	[EGARCH]
Dow Jones	ARMA(2,5)	GARCH(2,1)	EGARCH(2,1)
IBEX 35	ARMA(0,3)	GARCH(2,1)	EGARCH(2,1)
NASDAQ	ARMA(2,2)	GARCH(2,1)	EGARCH(2,3)
Nikkei	ARMA(0,1)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)

5.4.1. Modelización lineal

Con base en el criterio señalado y la metodología descrita, se determina que los modelos ARMA más adecuados para las series diarias correspondientes a los índices bursátiles Dow Jones, IBEX 35, Nasdaq y Nikkei son los siguientes: ARMA(2,3), ARMA(0,3), ARMA(2,2) y ARMA(0,1) respectivamente. Los estadísticos de los residuos obtenidos mediante la aplicación de los modelos correspondientes, se presentan en la tabla 5.3.

Las nuevas series obtenidas⁸¹, tras eliminar la parte lineal, presentan valores de sus medias cercanos a cero, un coeficiente de asimetría negativo, coeficientes de curtosis mayores que la distribución normal, dentro del intervalo (4,06-4,56) y no parecen seguir el patrón de la distribución normal (valor del estadístico Jarque-Bera; $\leq 0,005$), lo que puede ser un indicador de la existencia de una componente subyacente no lineal (Fang, 1994).

⁷⁸ Test de Dickey-Fuller Aumentado (Dickey y Fuller, 1979)

⁷⁹ Test de Phillips-Perron (Phillips y Perron, 1988)

⁸⁰ Test de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (Kwiatkowski et al., 1992)

⁸¹ Se refiere a los residuos después de eliminar la parte lineal.

Tabla 5.4: Estudio de la Estacionariedad de las series

	Serie Original	Retornos
DOW JONES		
<i>Test Dickey Fuller Aumentado</i>		
Con Constante	-1,0288 (0,7451)	-56,0490 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-2,2115 (0,4825)	-56,0525 (0,0000)
<i>Test Phillips-Perron</i>		
Con Constante	-0,9623 (0,7685)	-78,6723 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-2,1111 (0,5389)	-78,6832 (0,0001)
<i>Test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin</i>		
Con Constante	7,1098	0,1793
Con Constante y Tendencia	1,1008	0,0832
IBEX 35		
<i>Test Dickey Fuller Aumentado</i>		
Con Constante	-1,8643 (0,3496)	-53,5682 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-1,6676 (0,7655)	-53,5897 (0,0000)
<i>Test Phillips-Perron</i>		
Con Constante	-1,8167 (0,3727)	-71,1395 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-1,5767 (0,8023)	-71,1609 (0,0000)
<i>Test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin</i>		
Con Constante	5,1229	0,2791
Con Constante y Tendencia	1,0088	0,0543
NASDAQ		
<i>Test Dickey Fuller Aumentado</i>		
Con Constante	-1,3869 (0,5904)	-54,9507 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-2,0781 (0,5574)	-54,9485 (0,0000)
<i>Test Phillips-Perron</i>		
Con Constante	-1,3869 (0,5904)	-74,6870 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-2,0781 (0,5574)	-74,6836 (0,0001)
<i>Test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin</i>		
Con Constante	0,0860	0,1198
Con Constante y Tendencia	0,6694	0,0861
NIKKEI		
<i>Test Dickey Fuller Aumentado</i>		
Con Constante	-2,3032 (0,1710)	-75,6134 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-2,5121 (0,3222)	-75,6142 (0,0001)
<i>Test Phillips-Perron</i>		
Con Constante	-2,3485 (0,1568)	-75,7549 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-2,5440 (0,3066)	-75,7590 (0,0001)
<i>Test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin</i>		
Con Constante	5,5059	0,0950
Con Constante y Tendencia	0,4156	0,0491

La hipótesis nula de los test es la existencia de raíces unitarias. Entre paréntesis, para el test Dickey Fuller Aumentado, se muestra el p-valor unilateral de Mac Kinnon (1996). El ancho de banda para el Test Phillips-Perron se determinó utilizando el Bartlett Kernel (Newey-West automático). Los valores críticos para el test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin al 5% de nivel de confianza fueron 0,463 y 0,146 para el modelo con constante y el modelo con constante más tendencia. En negrita, los valores menores que el nivel de significación (5%).

El análisis de la función de autocorrelación simple (FAS) y de la función de autocorrelación parcial (FAP) de la serie, permite observar que varios coeficientes de autocorrelación son significativos, a un nivel de confianza del 5%. La estructura de autocorrelación de los valores absolutos de la serie, muestra la presencia de dependencia no lineal, lo que es consistente con la heterocedasticidad condicional y otros tipos de no-linealidad, que se estudian más adelante.

5.4.2. Análisis de la aleatoriedad y no linealidad

Una vez eliminada la componente lineal de los datos, se comprueba la existencia de no linealidad y la naturaleza de esta, como paso previo a la aplicación de un modelo no lineal.

Con el fin de evaluar la no linealidad y la aleatoriedad de los datos, se realizó una amplia batería de test. Los test aplicados son los siguientes: el test de Rachas (Wald y Wolfowitz, 1940), el de Keenan (1985), el de Tsay (1986), el de Teräsvirta (1983), el de White (1989), el BDS (Brock et al., 1997) y el de Kaplan (1994). Sus principales características se han descrito en apartados anteriores de esta investigación.

La principal ventaja de utilizar un conjunto tan amplio de instrumentos de contraste, es obtener información fidedigna acerca de la naturaleza de las series ya que, hasta la fecha, ninguno de ellos ha mostrado ser eficiente, para todos los posibles casos de dependencia existentes. Sin embargo, cabe recordar, que se ha demostrado que algunos test como el BDS (Brock et al., 1997), el de White (1989) o el de Kaplan (1994), son más eficientes a la hora de detectar la existencia de dependencia de los datos (Barnet, 1997).

El test BDS se aplica siguiendo la metodología sugerida por Brock, que consiste en aplicarlo tras eliminar la dependencia lineal. De este modo, se plantea este test como un método indirecto de analizar la no linealidad de un proceso. Si el test rechaza la hipótesis nula, la serie sería no lineal. Este procedimiento es teóricamente viable, ya que los cálculos sobre los residuos de un modelo autorregresivo, no pierden la información importante derivada de la serie original, si es que ésta última proviniera de un sistema no lineal caótico, tal como demuestra el teorema de Brock (1992).

Se aplicó el test BDS a las distintas series, en la que ya se había eliminado la dependencia lineal, para diferentes dimensiones de embebimiento (variando entre 2 y 9). Los resultados se muestran en el Anexo 5.C, para los distintos valores de ϵ recomendado por Brock (1993).

El método de Kaplan se aplica a series de datos, generadas a través de un proceso cuya forma funcional es desconocida. Su objetivo es determinar si hay evidencia de

un mecanismo subyacente determinista, es decir, la hipótesis que se contrasta es la linealidad estocástica del proceso. Se considera que se verifica la hipótesis de partida si el valor del estadístico K, calculado para la serie original (Ktest), es menor que los valores obtenidos para las réplicas obtenidas de cada serie, de las que a modo de resumen, se toma el valor más pequeño (Kmin) entre el mínimo y la media menos dos desviaciones típicas (KS).

Los resultados se muestran en el Anexo 5.C para las distintas dimensiones de embebimiento y $t=1$ (tiempo de retardo). El método se repitió tanto para distintos valores del retardo, como para los valores óptimos de retardo y dimensión de embebimiento⁸², sin que los resultados varíen de forma significativa. Los estadísticos media, mínimo, K y desviación típica se han calculado sobre un total de 30 réplicas de cada serie, considerando los mismos parámetros de retardo y dimensión de embebimiento, que en la serie original (Anexo 5.C).

5.4.2.1 Dow Jones

A partir de los resultados del test de Rachas mostrados en la tabla 5.5, se deduce que la serie de los residuos del modelo lineal se comporta de forma aleatoria. Además, todos los procedimientos empleados, salvo el de Kaplan, sugieren la existencia de no linealidad en la serie.

5.4.2.2. Ibex 35

Atendiendo al resultado del test de Rachas (tabla 5.5, Anexo 5.C) se concluye que la serie temporal correspondiente al Ibex 35 empírica es aleatoria y aporta evidencia acerca de la hipótesis de mercados eficientes en este mercado.

La mayoría de las demás pruebas realizadas sobre el carácter lineal de esta serie no rechazan la posible linealidad de los datos. Sin embargo, los resultados del test BDS, el test que tiene más potencia de todos los considerados en esta fase (Barnet 1997), sugieren la posible existencia de dependencia en los datos.

5.4.2.3. Nasdaq

Con respecto a la serie de datos del índice Nasdaq, el índice compuesto por las empresas tecnológicas más importantes, los test de no linealidad empleados indican, en su mayoría, que existe un componente no lineal en los datos.

⁸² El valor óptimo de retardo y el de dimensión de embebimiento se seleccionaron por los métodos de la mínima información mutua y los falsos vecinos cercanos respectivamente

Tabla 5.5: Resumen de los test de no linealidad

Dow Jones Industrial Average					
Test	Ho	Retornos	ARMA(2,5)	GARCH(2,1)	EGARCH(2,1)
Rachas	Aleatorio	Rechaza	No rechaza	Rechaza	Rechaza
Keenan	Lineal ^a	No rechaza	Rechaza	No rechaza	No rechaza
Tsay	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	No rechaza	No rechaza
White	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	No rechaza	No rechaza
Teräsvirta	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza
BDS	Lineal ^b	-	Rechaza	No rechaza	Mixto
Kaplan	Lineal	No rechaza	Mixto	No rechaza	No rechaza
Ibex 35					
Test	Ho	Retornos	ARMA(0,3)	GARCH(2,1)	EGARCH(2,1)
Rachas	Aleatorio	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Keenan	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Tsay	Lineal ^a	Rechaza	No rechaza	Rechaza	No rechaza
White	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Teräsvirta	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	No rechaza	No rechaza
BDS	Lineal ^b	-	Rechaza	No rechaza	Mixto
Kaplan	Lineal	Mixto	Mixto	No rechaza	Mixto
Nasdaq					
Test	Ho	Retornos	ARMA(2,2)	GARCH(2,1)	EGARCH(2,3)
Rachas	Aleatorio	Rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza
Keenan	Lineal ^a	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Tsay	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza
White	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza
Teräsvirta	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza
BDS	Lineal ^b	Rechaza	Rechaza	Mixto	Mixto
Kaplan	Lineal	Rechaza	Mixto	No rechaza	No rechaza
Nikkei					
Test	Ho	Retornos	ARMA(0,1)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Rachas	Aleatorio	Rechaza	No rechaza	Rechaza	Rechaza
Keenan	Lineal ^a	NR	No rechaza	Rechaza	No rechaza
Tsay	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	No rechaza	No rechaza
White	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	No rechaza	No rechaza
Teräsvirta	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	No rechaza	No rechaza
BDS	Lineal ^b		Rechaza	Mixto	Mixto
Kaplan	Lineal	No rechaza	No rechaza	Mixto	No rechaza

Ho: Hipótesis nula del test. ^a Lineales en la media. ^b El test BDS puede aplicarse como un test de linealidad una vez se ha eliminado la parte lineal de la serie. Mixto: no concluyente, debido a la diferencia de resultados para las distintas dimensiones de embebimiento.

5.4.2.4. Nikkei

A partir de los contrastes aplicados se deduce que el índice bursátil Nikkei tiene un comportamiento aleatorio y además, se concluye que los datos parecen presentar algún tipo de dependencia ya que el test BDS muestra resultados significativos para las diferentes dimensiones de embebimiento consideradas y los distintos épsilon

considerados (Anexo 5.C). La existencia de dependencia se confirma con los test de White (1989) y Teräsvirta (1983).

5.4.3. Modelización no lineal

La mayoría de los procedimientos empleados han mostrado evidencia acerca de la no linealidad de las distintas series consideradas en esta investigación. En particular, los resultados obtenidos a partir del test BDS, uno de los métodos más potentes (Barnett, 1997), corroboran dicha aseveración.

Una vez detectada la existencia de no linealidad se realizó el test del multiplicador de Lagrange para varios órdenes (entre 2 y 5) para cada una de las series bursátiles. Todas las series presentaron indicios de heterocedasticidad por lo que a continuación se ajustan modelos de la familia ARCH(q).

En un primer momento se aplicó el mejor modelo GARCH(p,q) atendiendo al criterio descrito anteriormente y se obtuvieron los residuos estandarizados. Los modelos seleccionados finalmente son GARCH(2,1) para las series del Dow Jones, Ibex35 y Nasdaq (tabla 5.3). Para la serie del Nikkei se optó sin embargo por un modelo GARCH(1,1), uno de los modelos más utilizados para modelizar la volatilidad en las series financieras (Barkoulas 2012).

Los modelos EGARCH, a diferencia de los modelos GARCH, realizan la estimación de la varianza condicional, considerando el signo de la innovación en el período anterior y por ello, suelen ser buenos candidatos para modelizar los procesos financieros. Los modelos elegidos se muestran en la tabla 5.4 y Anexo 5.B.

Los modelos de esta familia seleccionados fueron EGARCH(2,1) para las series del Dow Jones y del Ibex35, así como EGARCH(2,3) y EGARCH(1,1) para las series del Nasdaq y el Nikkei, respectivamente. Los residuos estandarizados de las 8 series obtenidas, tienen menos curtosis (con un valor medio de 4) que los modelos ARMA obtenidos previamente, e indicios de asimetría negativa (tabla 5.2).

5.4.4. Análisis del comportamiento caótico

5.4.4.1. Estudio de la no linealidad

Como la no linealidad es una condición necesaria (pero no suficiente) del comportamiento caótico, se procede a analizar su posible existencia en las series (tabla 5.4).

5.4.4.1.1. Dow Jones

El test de Rachas para el caso del Dow Jones rechaza la hipótesis de aleatoriedad cuando se aplica a los residuos estandarizados de los modelos GARCH y EGARCH (tabla 5.5 del Anexo 5.C). Aunque este test no sea un test empírico de no linealidad, sí puede considerarse un indicador del comportamiento de la serie, indicando en este caso evidencia en contra de la eficiencia del mercado bursátil estadounidense (Caraiari, 2012). Además, el test BDS indica que podría existir algún tipo de dependencia o estructura reminiscente, compatible con la existencia de caos, en la serie de los residuos estandarizados obtenidos a partir del modelo EGARCH, al obtener valores por debajo del nivel de significación, al considerar el valor de ϵ más pequeño y cualquier dimensión.

5.4.4.1.2. Ibex

Los resultados obtenidos de los test BDS y Kaplan (tabla 5.5 del Anexo 5.C), sugieren que el índice Ibex tiene un comportamiento estocástico no lineal.

5.4.4.1.3. Nasdaq

En el caso del índice Nasdaq, parece existir dependencia en los datos, como se comprueba a partir de los resultados del test BDS. En el caso del primer modelo GARCH, se rechaza la hipótesis de independencia para el valor de ϵ más pequeño considerado y para casi todas las dimensiones. Sin embargo, en el caso de los residuos estandarizados del modelo EGARCH(p,q), el test muestra claras evidencias de dependencia al considerar los dos mayores valores de ϵ (tabla 5.5 del Anexo 5.C).

5.4.4.1.4. Nikkei

A partir del test BDS se rechaza la hipótesis de independencia en la serie temporal del Índice Nikkei, para todos los valores de ϵ y las distintas dimensiones de embebimiento consideradas.

5.4.4.2. Estudio del comportamiento caótico

La posible existencia de no linealidad en las series financieras y económicas, no necesariamente es consistente con la existencia de caos (Adrangi, 2004) aunque si puede ser un indicio del mismo. Por ello es necesario estudiar a continuación la posible existencia de una dinámica caótica en las series consideradas

Para el estudio del comportamiento caótico en una serie temporal se pueden emplear tanto métodos analíticos como visuales. En la presente investigación se

abordan métodos de distinto índole con el fin de obtener conclusiones más robustas sobre la posible existencia de un comportamiento caótico.

5.4.4.2.1. Dimensión de la Correlación

La dimensión de correlación (CD) cuantifica el grado de complejidad de los sistemas generados por las series objeto de estudio y permite distinguir un sistema determinista de uno aleatorio. El teorema de los residuos de Brock establece que los residuos de un proceso finito autorregresivo, tendrán la misma dimensión que la serie original, es decir que la dimensión de la correlación debería ser invariante ante estas transformaciones (Brock, 1997).

Las dimensiones de correlación se muestran en el Anexo 5.D, para las diferentes dimensiones consideradas (variando desde 2 hasta 8) y para el valor óptimo del tiempo de retardo, según el criterio de la máxima información. Los resultados sugieren que, en todos los casos, salvo para la serie del modelo EGARCH en el índice Dow Jones, la dimensión de correlación aumenta a medida que aumenta la dimensión de la embebimiento (Anexo 5.D), aunque por debajo del valor esperado si el proceso fuese aleatorio⁸³. Tampoco se observa, salvo en la última serie mencionada, saturación de la pendiente a medida que aumenta la dimensión de embebimiento⁸⁴, por lo que no se puede asegurar, en este caso, que la serie sea caótica. Por ello cabe concluir que existen suficientes evidencias sobre la inexistencia de un atractor extraño en la series (salvo para la anteriormente citada) y que, en el caso de que existiese, este no sería de una dimensión alta.

5.4.4.2.2. Resultados del test de Lyapunov

El exponente de Lyapunov refleja la tasa media de convergencia o divergencia de dos trayectorias infinitesimalmente cercanas en el espacio de fases. Valores positivos del mismo reflejan la existencia de una dinámica caótica. Existen varios algoritmos para el cálculo del exponente de Lyapunov que pueden clasificarse en dos grupos bien diferenciados; aquellos que realizan métodos directos y otros que utilizan redes neuronales. Entre los primeros se encuentra, el algoritmo de Wolf (Wolf et al., 1985) que ha sido ampliamente empleado en la literatura, aunque se ha demostrado que es sensible al posible ruido que pueda presentar una serie (BenSaïda, 2014) y por lo tanto, puede dar lugar a conclusiones equívocas. En esta investigación se utiliza el proporcionado por Eckmann y Roulle (1985) basado en métodos Jacobianos, ya que es capaz de lidiar con el ruido que los sistemas puedan

⁸³ En un proceso aleatorio se espera que a medida que se aumenta la dimensión de embebimiento, la dimensión de correlación aumente en el mismo porcentaje.

⁸⁴ Otros autores se refieren a la dimensión de embebimiento como la dimensión de inserción.

presentar. Además, la distribución de este estadístico ha sido descrita previamente mediante la utilización del teorema central del límite y un proceso de cadenas de Markov (Shintani y Linton, 2004).

Tabla 5.6: Resultado de los Métodos del Comportamiento Caótico

Método	Ho	Conclusión
<i>Dow Jones</i>		
CD	-	Duda para el EGARCH, para el GARCH si existe un atractor debe ser de alta dimensión.
Lyapunov	Caos	$p < 0,05$. Se rechaza Ho
0/1	-	Ambas series tienen ruido o un comportamiento caótico
Hurst	-	Las series son persistentes (presentan memoria a largo plazo)
M-G	Determinismo	Rechaza Ho ($p < 0,05$)
Recurrencia	-	Ningún gráfico muestra líneas paralelas a la diagonal. Parece aleatorio para ambas series
<i>Ibex35</i>		
CD	-	Si existe un atractor debe ser de alta dimensión.
Lyapunov	Caos	$p < 0,05$. Se rechaza Ho
0/1	-	$T = 0,99$; la serie tiene ruido o un comportamiento caótico
Hurst	-	Las series son persistentes (presentan memoria a largo plazo)
M-G	Determinismo	Rechaza Ho ($p < 0,05$)
Recurrencia	-	Ningún gráfico muestra líneas paralelas a la diagonal
<i>Nasdaq</i>		
CD	-	Si existe un atractor debe ser de alta dimensión.
Lyapunov	Caos	$p < 0,05$. Se rechaza Ho
0/1	-	$T = 0,99$; la serie tiene ruido o un comportamiento caótico
Hurst	-	Las series son persistentes (presentan memoria a largo plazo)
M-G	Determinismo	Rechaza Ho ($p < 0,05$)
Recurrencia	-	Ningún gráfico muestra líneas paralelas a la diagonal
<i>Nikkei</i>		
CD	-	Si existe un atractor debe ser de alta dimensión.
Lyapunov	Caos	$p < 0,05$. Se rechaza Ho
0/1	-	$T = 0,99$; la serie tiene ruido o un comportamiento caótico
Hurst	-	Las series son aleatorias
M-G	Determinismo	Rechaza Ho ($p < 0,05$)
Recurrencia	-	Parece aleatorio para GARCH y caótico para EGARCH

CD-Resultados de la correlación de dimensión. M-G, Método Matilla- García et al. (2010)

Para generar el mapa F de la serie temporal y determinar los parámetros (L,m,q) de la red neuronal se ha utilizado una red neuronal siguiendo el mismo procedimiento que BenSaïda (2014). Los resultados obtenidos en la aplicación del test a las series

se muestran en el Anexo 5.D. El exponente obtenido es negativo en todos los casos y con un p-valor menor que el valor de significación ($p < 0,05$), por lo que se rechaza la hipótesis de comportamiento caótico en todas las series consideradas.

5.4.4.2.3. Método 0/1

Siguiendo el procedimiento descrito por los autores del método, que consiste en emplear varias frecuencias para aumentar el grado de robustez del test, se realizó el test un total de 6000 veces y se tomó la mediana de todas las realizaciones (Gottwald y Melbourne, 2009). Los resultados del exponente 0/1 para las series se muestran en el Anexo 5.D. El test proporciona un valor cercano a 0 ó a 1. Si el valor es 0 se concluye que la serie es claramente estocástica, sin embargo si el resultado es 1, no puede afirmarse con seguridad que la serie tenga una componente caótica, ya que el resultado puede deberse al ruido. Todos los resultados obtenidos son próximos al valor 1 (Anexo 5.D), por lo que se concluye que la serie puede tener mucho ruido o bien tener un significativo componente caótico.

5.4.4.2.4. Estudio de la persistencia de las series

La existencia de memoria a largo plazo en una serie temporal, resulta interesante desde distintos puntos de vista. Proporciona evidencia acerca del grado de ineficiencia en el funcionamiento del mercado, pero también permite realizar una predicción de la serie temporal (Eom, 2008). Existen diversos métodos que permiten calcular la persistencia de una serie temporal. El utilizado en esta investigación, el análisis R/S tradicional, permite contrastar la existencia de memoria en una serie temporal mediante el cálculo del exponente de Hurst (1951). Cabe señalar que el valor obtenido del exponente puede estar sesgado si la serie temporal presenta dependencia lineal, o dependencia a corto plazo (Lo, 1997)⁸⁵. Pero aún así puede plantearse como una opción válida para contrastar la hipótesis de que las variables son independientes e idénticamente distribuidas.

Se aplicó el procedimiento tanto a los retornos como a la serie filtrada por modelos autorregresivos (para eliminar la dependencia a corto plazo), como a los modelos no lineales (Ellis, 2007). Los resultados muestran un coeficiente de Hurst mayor a 0,5 en todas las series. Asimismo, ninguna de las series no lineales incluye el valor que denota aleatoriedad (0,5) en el intervalo de confianza, siendo el límite inferior del mismo mayor, por lo que se concluye la existencia de dependencias de largo plazo. Es decir las series presentan cierta propensión a que las tendencias continúen. Estos resultados son bastante frecuentes en el caso de los índices bursátiles, en especial de aquellos países más desarrollados. En concreto las series Dow Jones y

⁸⁵ En concreto Blasco de Heras y Santa María (1994) han demostrado la existencia de dependencia a corto plazo en la serie bursátil española.

Nasdaq han sido recientemente estudiadas mediante varios métodos, incluyendo el que se ha empleado y sus resultados van en la misma dirección (Kristoufek; 2010). Asimismo otros autores han reflejado resultados similares a los obtenidos para los mismos índices considerados en esta investigación (Granero, 2008).

5.4.4.2.5 Test Matilla-Garcia et al.

Posteriormente se aplicó el test de Matilla-García et Ruiz Marin. (2010), a las series. Este test no necesita reconstruir el atractor del sistema como paso previo y el análisis se hace directamente utilizando los datos. Para realizar el proceso se definen los valores de entropía modificada de Shannon. A continuación y basándose en que las series determinísticas, a diferencia de las estocásticas, la información o complejidad calculada a partir de la entropía de permutación, no aumenta al incrementar el número de símbolos una vez alcanzado el punto de saturación, se plantea un test, realizando una regresión lineal, con los valores de las entropías de permutación.

Para realizar el test, los parámetros se fijaron como $m=4$, $k=2$ y $w=12$. Los resultados son mayores que cero en todos los casos rechazándose, por tanto la hipótesis de existencia de determinismo en las series consideradas.

5.4.4.2.6 Gráficos de Recurrencia

Los gráficos de recurrencia constituyen una herramienta gráfica compuesta por un conjunto de puntos en un cuadrado de dimensión $M \times M$, donde los ejes o los lados del cuadrado (M), representan la secuencia cronológica de los vectores en el espacio reconstruido. Esta herramienta tiene la ventaja de que el único requisito necesario es que los datos se encuentren equi-espaciados. Se ha demostrado su utilidad para la detección de fenómenos económicos como es el caso de las burbujas (Guhathakurta, 2010).

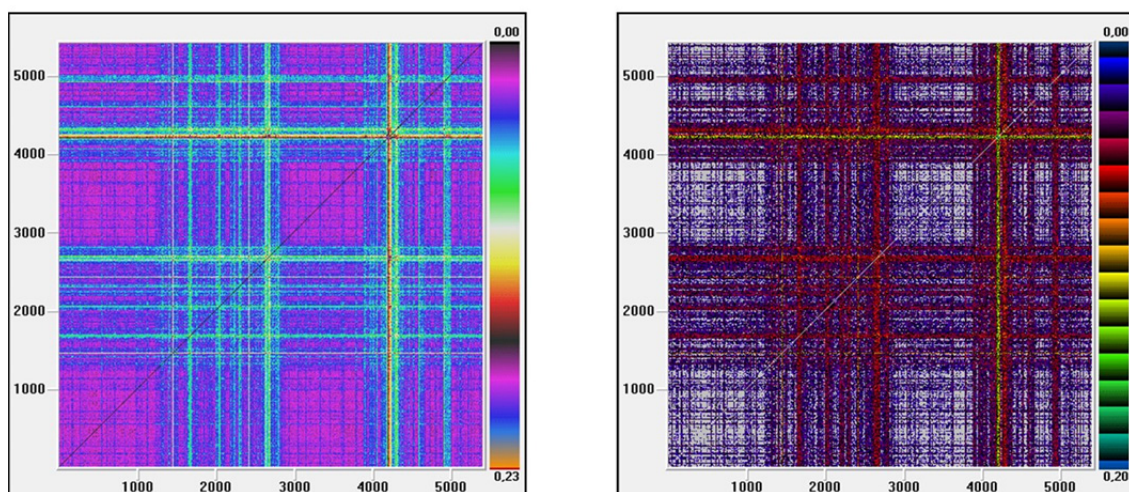


Figura 5.3.A: Gráficos de recurrencia para las series correspondientes a los retornos y de los residuos del modelo ARMA del Dow Jones.

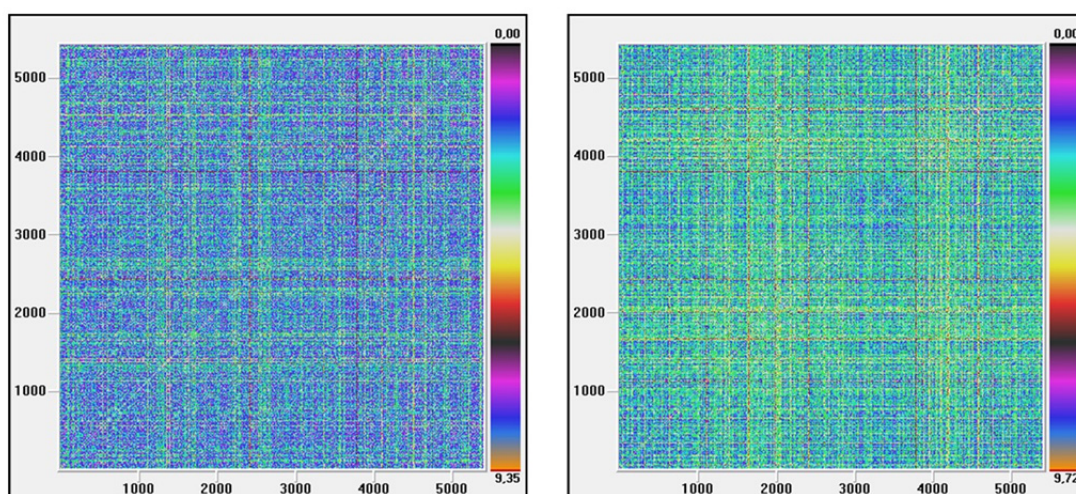


Figura 5.3.B: Gráficos de recurrencia para las series de los modelos GARCH y EGARCH del Dow Jones.

En las Figuras 5.3; 5.4; 5.5; y 5.6 se muestran los Gráficos de Recurrencia para las cuatro series consideradas. Para su elaboración, se han considerado, los valores óptimos de los dos parámetros, m - dimensión de embebimiento y t - el retardo considerado, como ya se ha descrito previamente (Fraser y Swinney, 1986 y Kennel et al., 1992). Asimismo, se ha elegido la distancia euclídea y el punto de corte del radio (ϵ) viene definido como un 10% de la distancia máxima entre todos los puntos del espacio de fase reconstruido (Zbilut, 1992).

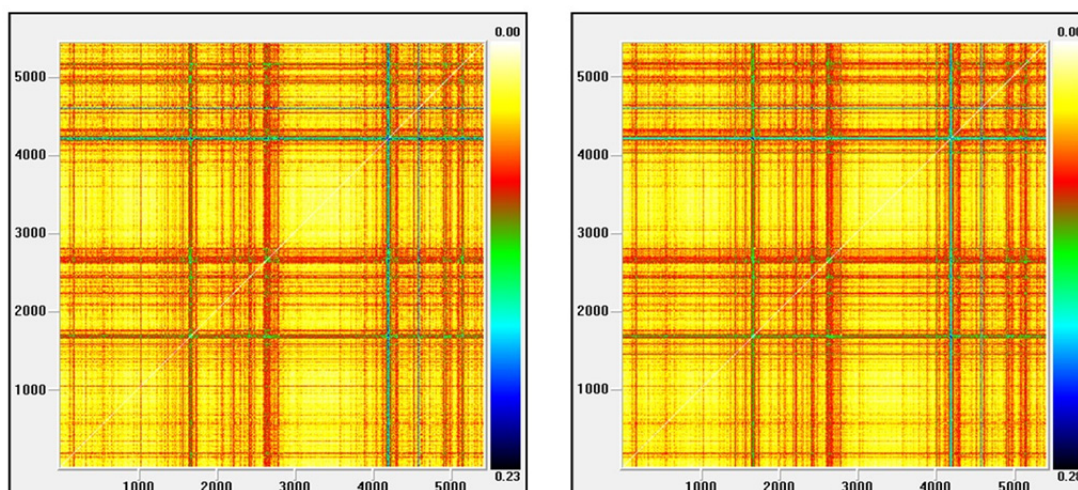


Figura 5.4.A: Gráficos de recurrencia para las series correspondientes a los retornos y los residuos del modelo ARMA del Ibox35.

El Análisis de Recurrencia Visual se basa en la definición de gráfico de recurrencia de Eckmann (1987). Los puntos por encima de la diagonal principal, representan la distancia entre el mismo vector y cada vector embebido en el espacio de fases y por tanto segmentos paralelos a la diagonal, indicarían un comportamiento caótico (Barkoulas, 2012).

De todos los GR realizados, únicamente el correspondiente al modelo EGARCH del índice bursátil Nikkei, muestra líneas paralelas a la diagonal muy homogéneas y bastantes distintas de las que muestra la serie de Roosler (figura 3.7 del capítulo 3) para los parámetros ($t=3$, $m=14$), de la que se conoce su comportamiento caótico.

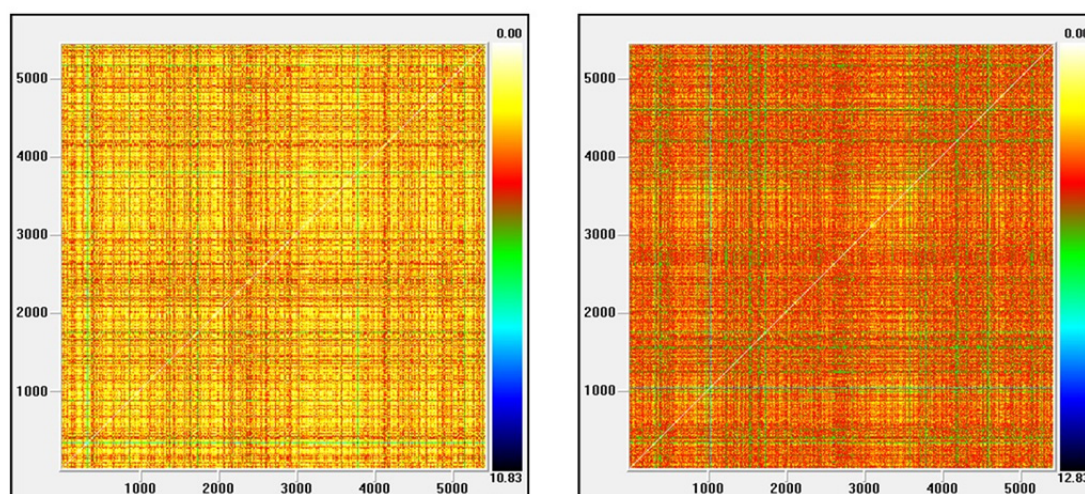


Figura 5.4.B: Gráficos de recurrencia para las series GARCH y EGARCH del Dow Jones

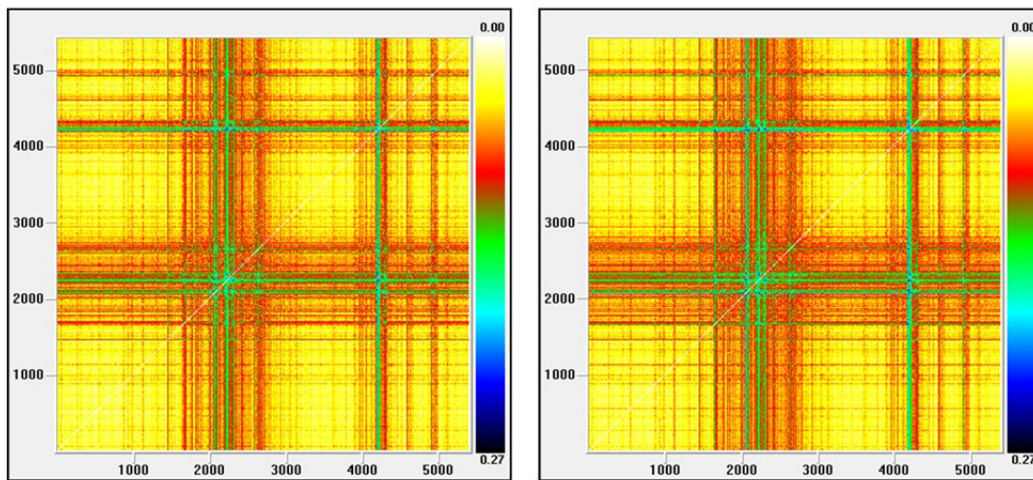


Figura 5.5.A: Gráficos de recurrencia para las series de los retornos y modelo ARMA del Nasdaq.

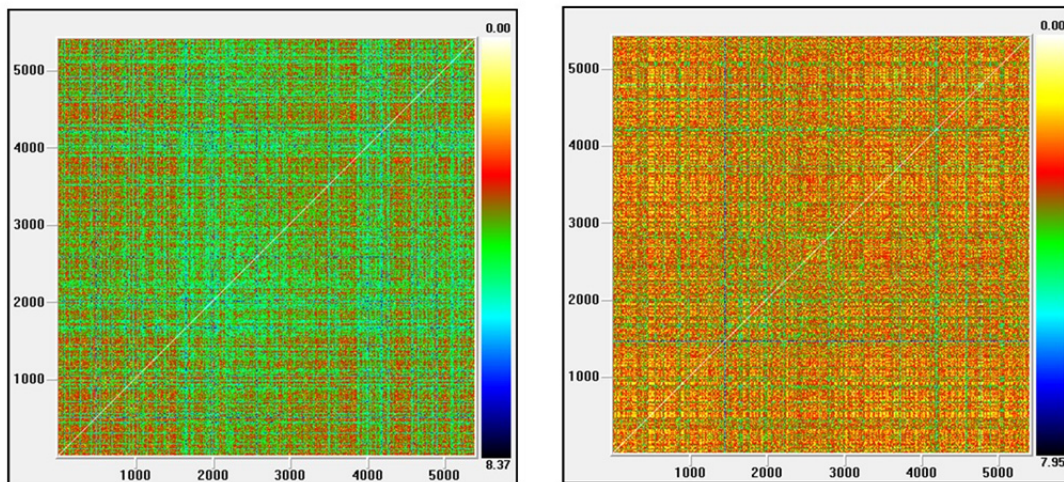


Figura 5.5.B: Gráficos de recurrencia para las series GARCH y EGARCH del Nasdaq

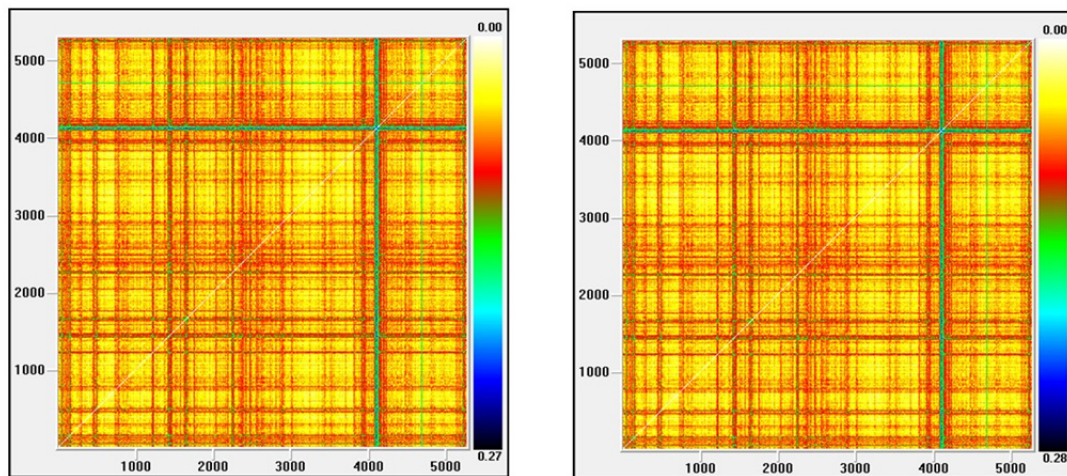


Figura 5.6.A: Gráficos de recurrencia para las series de los retornos y modelo ARMA del Nikkei.

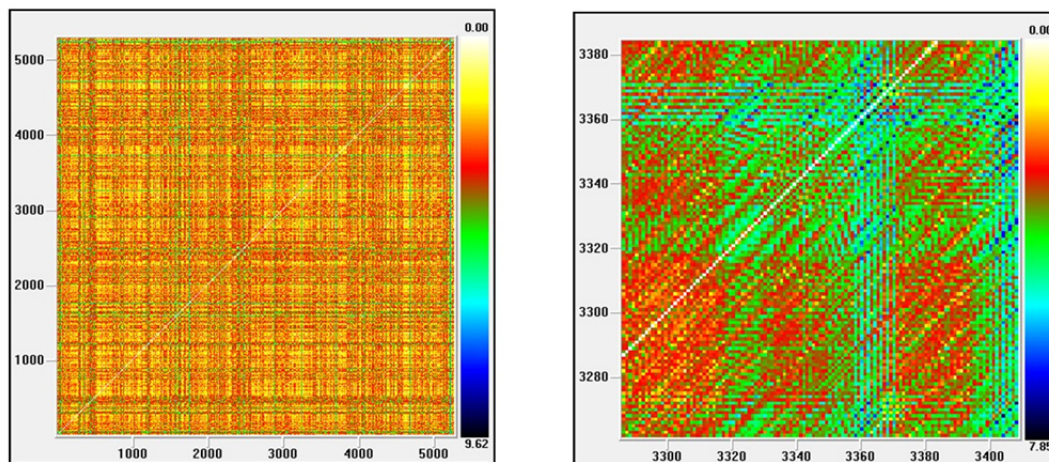


Figura 5.6.B: Gráficos de recurrencia para las series GARCH Y EGARCH del Nikkei

5.5. Conclusiones

En este trabajo se han analizado las series de los principales índices bursátiles (Dow Jones, Ibex35, Nasdaq y Nikkei) y por tanto, la dinámica subyacente de los mercados de activos que representan. Para ello se ha realizado un estudio exhaustivo, integral y completo de la posible existencia de no linealidad y régimen caótico, además de estudiar la posible persistencia de la serie con el método del coeficiente de Hurst.

Los resultados de la no linealidad y de la independencia de las series sugieren que la existencia de dependencia, puede deberse a la heterocedasticidad, al menos hasta cierto punto y por ello parece lógico utilizar modelos GARCH y EGARCH. Además se ha encontrado muy poca evidencia de la existencia de un componente caótico. En este sentido, de todos los métodos analizados, solamente el test 0/1 sugería la existencia de un posible componente caótico en todas las series (ver Anexo 5.D), posiblemente debido al ruido presente en las mismas. Finalmente se ha demostrado la existencia de persistencia a largo plazo en las series.

En resumen, los resultados obtenidos, aunque no completamente concluyentes, tienden a indicar que las series temporales analizadas presentan un comportamiento no lineal y estocástico.

Estos hallazgos pueden ser de gran interés para los diferentes agentes que tienen relación con las operaciones en los mercados bursátiles: inversionistas, intermediarios financieros, entidades de crédito y financieras, etc., así como para los reguladores del mercado de capitales.

Las futuras investigaciones consisten en el análisis de las relaciones entre los diferentes índices bursátiles, empleando modelos no lineales y en el estudio comparativo de los resultados obtenidos en las predicciones de cada índice bursátil utilizando varios modelos lineales y no lineales: Modelos ARMA, GARCH y EGARCH.

Bibliografía

Abhyankar A. H., Copeland L. S. Wong W. (1995): "Non-linear dynamics in real-time equity market indices: evidence from the UK", *Economic Journal*, vol. 105, 864-880.

Abhyankar A. H., Copeland L. S. y Wong W. (1997): "Uncovering nonlinear structure in real time, stock-market indexes: the S&P 500, the DAX, the Nikkei 225, and the FTSE-100", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 15, 1-14.

Adrangi, B., Arjun, C., Ravindra, K., y Kambiz, R. (2004): "Emerging Market Equity Prices and Chaos: Evidence from Thailand Exchange", *International Journal of Business*, 9(2).

Antoniou A. y Vorlow C. E. (2005): "Price Clustering and Discreteness: Is there Chaos behind the Noise?", *Physica A*, vol. 348, 389-403.

Barkoulas, J. y Travlos, N. (1998): "Chaos in an Emerging Capital Market? The Case of the Athens Stock Exchange", *Applied Financial Economics*, 8, 231-243.

BenSaïda, A. (2012): "Are financial markets stochastic: a test for noisy chaos" *American International Journal of Contemporary Research*, 2 (8), 57-68.

BenSaïda, A. y Litimi, H. (2013): "High level chaos in the exchange and index markets", *Chaos Solitons Fractals*, 54, 90-95.

BenSaïda, A. (2014): "Noisy chaos in intraday financial data: Evidence from the American index", *Applied Mathematics and Computation*, 226, 258-265.

Blank S. C. (1991): "Chaos in Futures Markets: A Nonlinear Dynamically Analysis", *The Journal of Futures Markets*, vol. 11, 711-728.

Bollerslev, T. (1986): "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.

Brock, W. A., Dechert, W. D. y Scheinkman, J. (1987). A test for independence based on the correlation dimension. Department of Economics, University of Wisconsin, University of Houston and University of Chicago *Wisconsin, University of Houston and University of Chicago*.

Brock, W. A., Scheinkman, J. A., Dechert, W. D y LeBaron, B. (1996): "A test for independence based on the correlation dimension", *Econometric Reviews*, 15 (3), 197-235.

Caraiani, P. (2012): "Nonlinear dynamics in CEE stock markets indices", *Economics Letters*, 114(3), 329-331.

Coto Millán, P., y Sarabia Alegría, J. M. (2002): "Dinámicas no lineales y caóticas en los mercados financieros", *Cuadernos de Economía*, 25(69), 69-85.

Dickey, D. y Fuller, W. (1979): "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root", *Journal of the American Statistical Association*, 74, 426-431.

Eckmann, J. y Ruelle, D. (1985): "Ergodic theory of chaos and strange attractors", *Rev. Mod. Phys.* 57 (3), 617-656.

Engle, R.F. (1982): "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of Variance of U.K. Inflation", *Econometrica*, 50, 987-1007.

Ellis, C., y Hudson, C. (2007): "Scale-adjusted volatility and the Dow Jones index", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 378(2), 374-386.

Eom, C., Choi, S., Oh, G., y Jung, W. S. (2008): "Hurst exponent and prediction based on weak-form efficient market hypothesis of stock markets", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(18), 4630-4636.

Fama, D.F. (1965): "The Behavior of Stock Market Prices", *The Journal of Business*, vol. 38, 34-105.

Fama, D.F. (1970): "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work", *The Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2, Papers and Proceedings of the Twenty-Eighth Annual Meeting of the American Finance Association, 383-417.

Fang, H., Lai, K. S., y Lai, M. (1994): "Fractal structure in currency futures price dynamics ". *The Journal of Futures Markets*, 14, 169-181.

Fraser, A. M., y Swinney, H. L. (1986): "Independent coordinates for strange attractors from mutual information", *Physical review A*, 33(2), 1134.

Gao A. H. y Wang G. H. K. (1999): "Modeling Nonlinear Dynamics of Daily Futures Price Changes", *The Journal of Futures Markets*, vol. 19(3), 325-351.

Gottwald, G. A., y Melbourne, I. (2004): "A new test for chaos in deterministic systems", *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 460(2042), 603-611.

Granger, C.W.J. (2008): "Non-linear Models: Where Do We Go Next - Time Varying Parameter Models?", *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics* 12, 1- 9.

Grassberger P. y Procaccia, I., (1984): "Dimensions y entropies of strange attractors from a fluctuating dynamics approach", *Physica*, 13D, 34-54.

Granero, S., Trinidad Segovia, J. E., y García Pérez, J. (2008): "Some comments on Hurst exponent and the long memory processes on capital markets", *Physica, A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(22), 5543-5551.

Guhathakurta, K., Bhattacharya, B., y Chowdhury, A.R. (2010): "Using recurrence plot analysis to distinguish between endogenous and exogenous stock market crashes", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(9), 1874-1882.

Hsieh, D.A. (1991): "Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets", *Journal of Finance*, 46, 1839-1877.

Hurst H.E. (1951): "Long-term Storage of Reservoirs". Transactions of the American Society of Civil Engineers, 166.

Jarque, C. M., y Bera, A. K. (1987): "A test for normality of observations and regression residuals", *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, 163-172.

Kaplan, D. T. (1994): "Exceptional events as evidence for determinism", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 73(1), 38-48.

Keenan, D. M., (1985): "A Tukey nonadditivity-type test for time series non-Linearity", *Biometrika*, 72, 39-44.

Kennel, M. B., Brown, R., y Abarbanel, H. D. (1992): "Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction", *Physical review A*, 45(6), 3403.

Kyrtsoy, C. y Terraza, M. (2002): "Stochastic chaos or ARCH effects in stock series? A comparative study", *International Review of Financial Analysis*, 11 (4), 407-431.

Kristoufek, L. (2010): "On spurious anti-persistence in the US stock indices", *Chaos, Solitons & Fractals*, 43(1), 68-78.

Kwiatkowski D., Phillips P. C. B., Schmidt P. , and Shin Y., (1992): "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root.", *Journal of Econometrics*, 54, 159-178.

MacKinnon, J. G. (1996): "Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests", *Journal of Applied Econometrics*, 11, 601-18.

Matilla-Garcia, M. y Ruiz Marin, M. (2010): "A new test for chaos and determinism based on symbolic dynamics", *Journal of Economic Behavior & Organization*, 76, 600-614.

Mayfield E.S, y Mizrach B. (1992): "On Determining the Dimension of Real-time Stock Price Data", *Journal of Business Economics and Statistics*, 10, 367-64.

McKenzie, M.D. (2001): "Chaotic behavior in national stock market indices: new evidence from the close return test", *Global Finance Journal*, 12 (1), 35-53.

Mishra, R.K. Sehgal, S. y Bhanumurthy, N.R. (2011): "A search for long-range dependence and chaotic structure in Indian stock market", *Review of Financial Economics*, 20 (2), 96-104.

Nelson, D.B. (1991): "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach", *Econometrica*, 59(2), 347-70.

Olmedo, E., Velasco, F. y Valderas, J.M. (2007): "Caracterización no Lineal y Predicción no Paramétrica en el IBEX35", *Estudios de Economía Aplicada* vol. 25-3, 815-842.

Pandey, V., Kohers, T., y Kohers G. (1998): "Deterministic nonlinearity in the stock returns of major European markets and the United States", *Financial Review*, vol. 33, 45-63.

Phillips P. C. B. y Perron P. (1988): "Testing for Unit Roots in Time Series Regression", *Biometrika*, 75, 335-346.

Sarantis, N. (2001): "Nonlinearities, cyclical behaviour and predictability in stock markets: international evidence", *International Journal of Forecasting*, 17: 459-482.

Scheinkman, J. and LeBaron, B. (1989): "Nonlinear Dynamics and Stock Returns", *Journal of Business*, 62, 311-337.

Schwarz, G. (1978): "Estimating the dimension of a model", *The annals of statistics*, 6(2), 461-464.

Sewell, S.P., Stansell, S.R., Lee, I, y Below, D. (1996): "Using chaos measures to examine international capital market integration", *Applied Financial Economics*, 6, 91-101.

Shintani, M. and Linton, O., (2004): "Nonparametric neural network estimation of Lyapunov exponents and a direct test for chaos". *Journal of Econometrics*, 120, 1-33.

Tsay. Ruey S., (1986): "Nonlinearity tests for time series", *Biometrika* 73, 2, 461-466.

Teräsvirta T., Lin C. F., y Granger C. W. J., (1993), "Power of the Neural Network Linearity Test", *Journal of Time Series Analysis*, 14, 209-220.

Yang, S. y Brorsen B.W. (1993): "Nonlinear Dynamics of Daily Futures Prices: Conditional Heteroskedasticity or Chaos?", *The Journal of Futures Markets*, 13(2), 175-191.

Yousefpoor, P., Esfahani, M.S. y Nojumi, H. (2008): "Looking for systematic approach to select chaos tests", *Applied Mathematics and Computation*, 198 (1), 73-91.

Wald, A., y Wolfowitz, J. (1940): "On a test whether two samples are from the same population", *The Annals of Mathematical Statistics*, 11(2), 147-162.

White H., (1989): "An additional hidden unit test for neglected nonlinearity in multilayer feedforward networks". Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, IEEE Press, New York, II, 451-455.

Wolf, A., Swift, J.B., Swinney, H.L. y Vastano, J.A. (1985): "Determining Lyapunov exponents from a time series", *Physica*, 16D, 285-317.

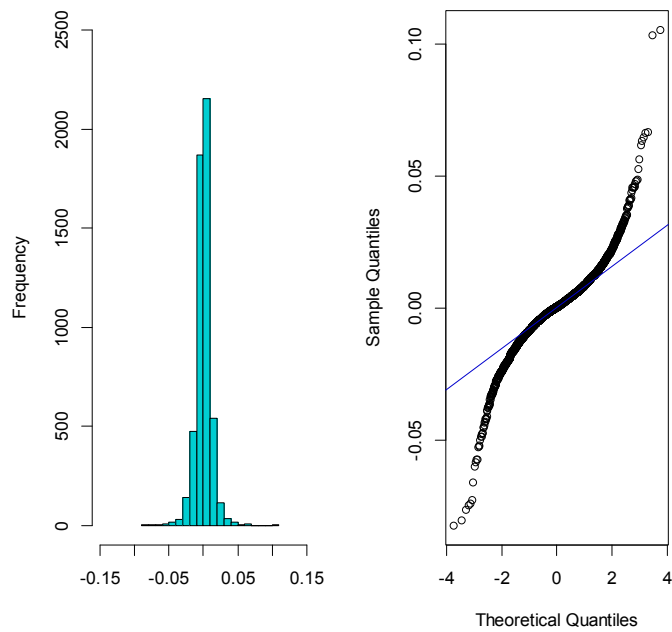
Zbilut, J. P., y Webber Jr, C. L. (1992): "Embeddings and delays as derived from quantification of recurrence plots", *Physics letters A*, 171(3), 199-203.

ANEXOS

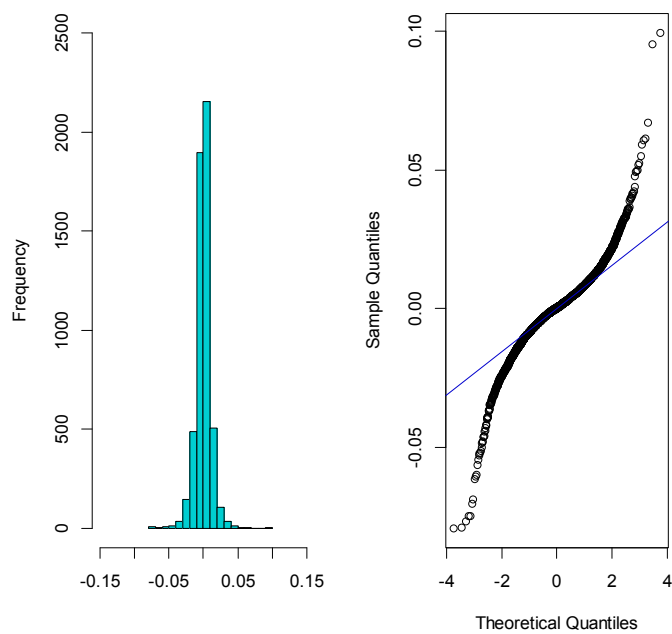
Anexo 5.A: Histogramas y Gráficos Qq

5.A.1. Dow Jones

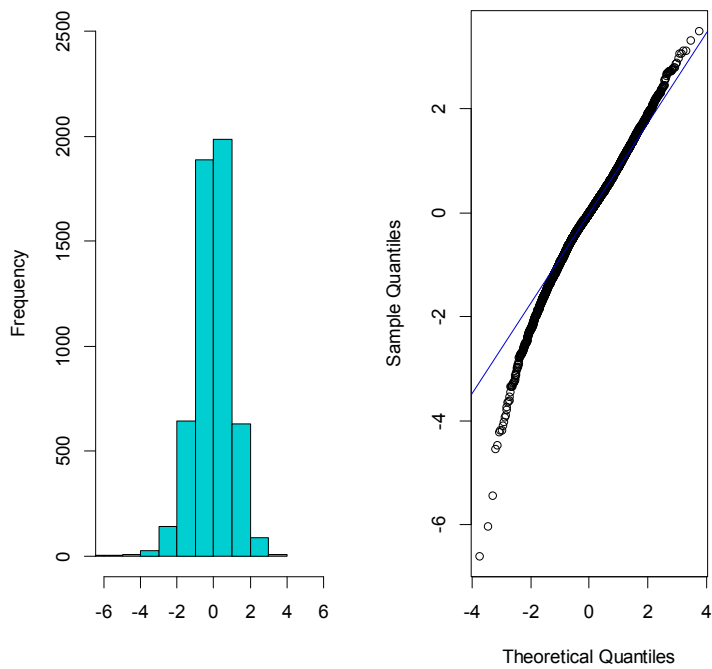
5.A.1.1. Retornos



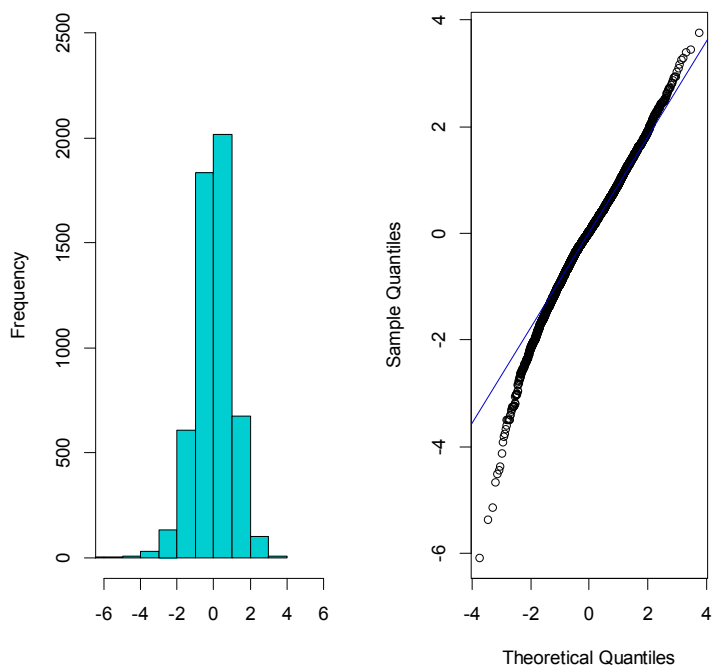
5.A.1.2. Modelo lineal



5.A.1.3. Modelo GARCH

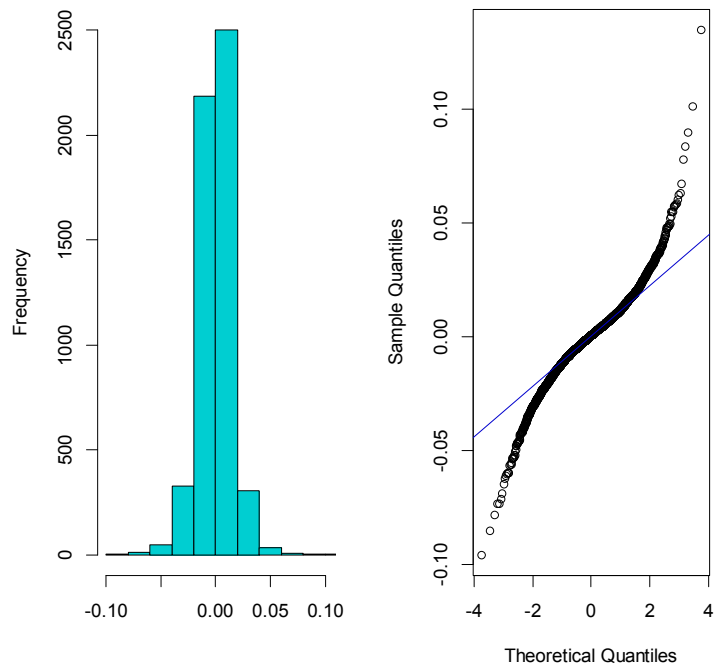


5.A.1.4. Modelo EGARCH

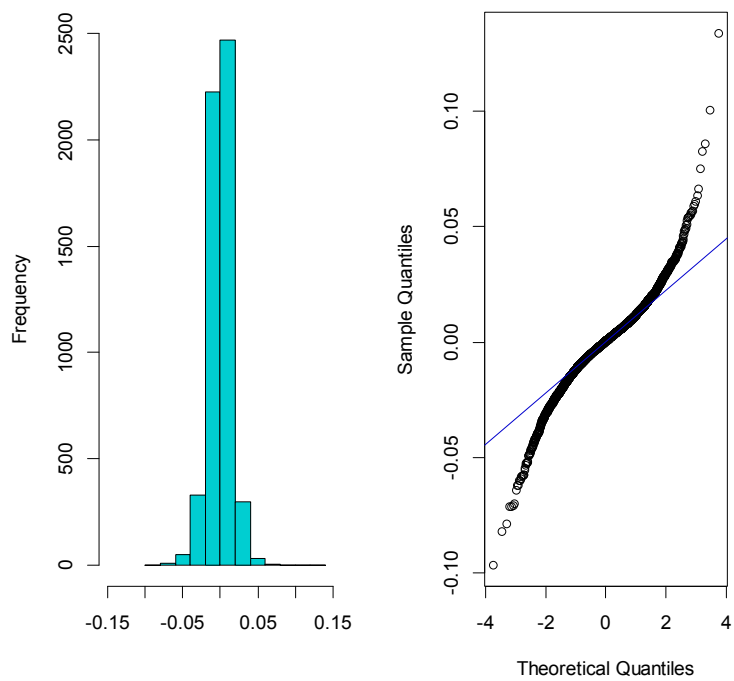


5.A.2. Ibex 35

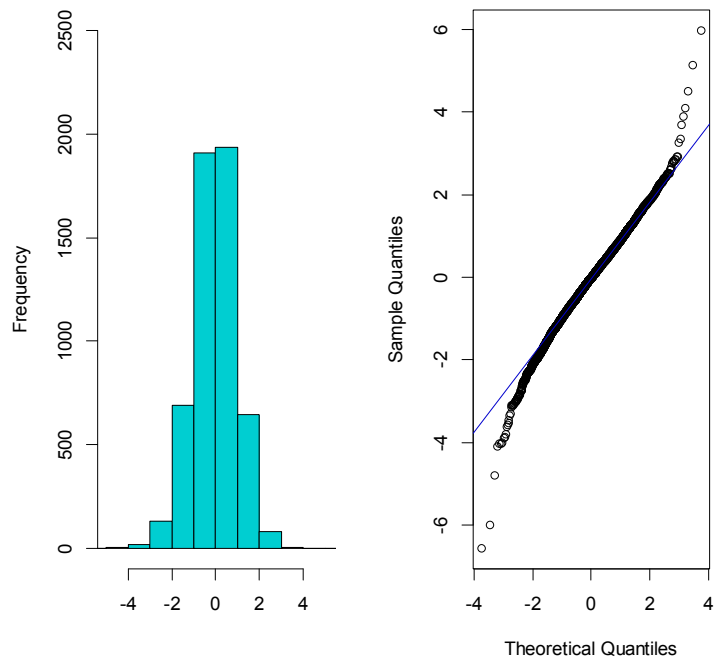
5.A.2.1. Retornos



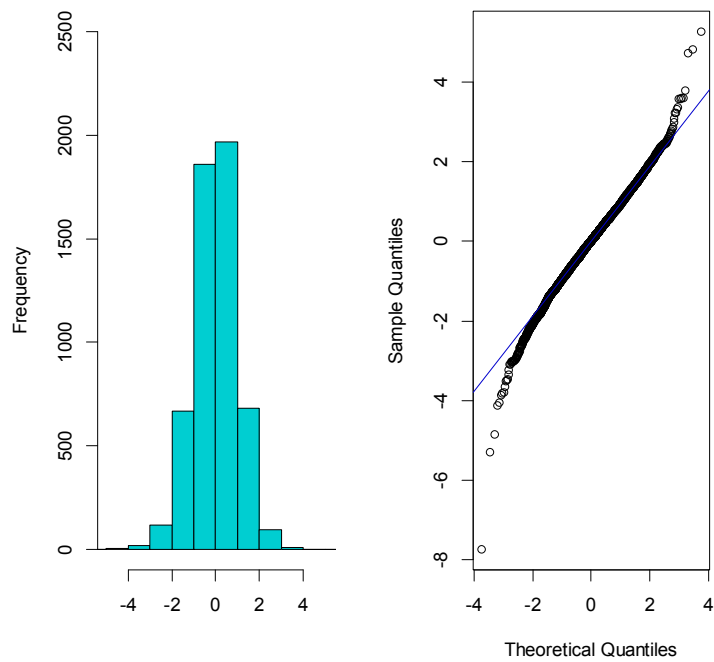
5.A.2.2. Modelo lineal



5.A.2.3. Modelo GARCH

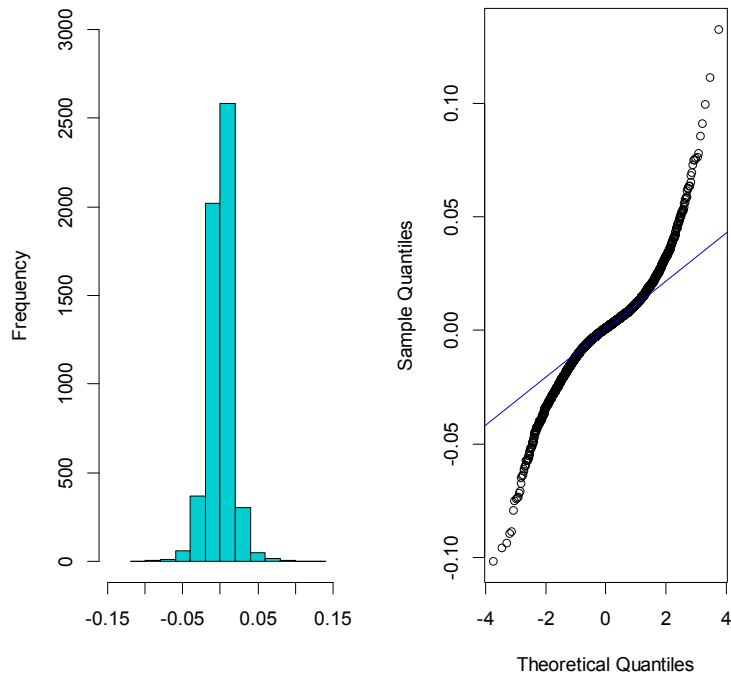


5.A.2.4. Modelo EGARCH

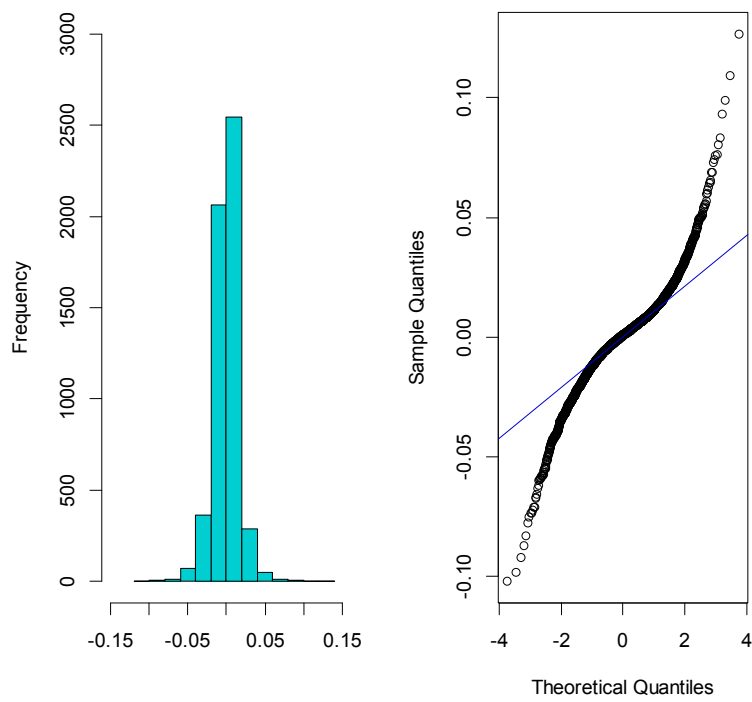


5.A.3. Nasdaq

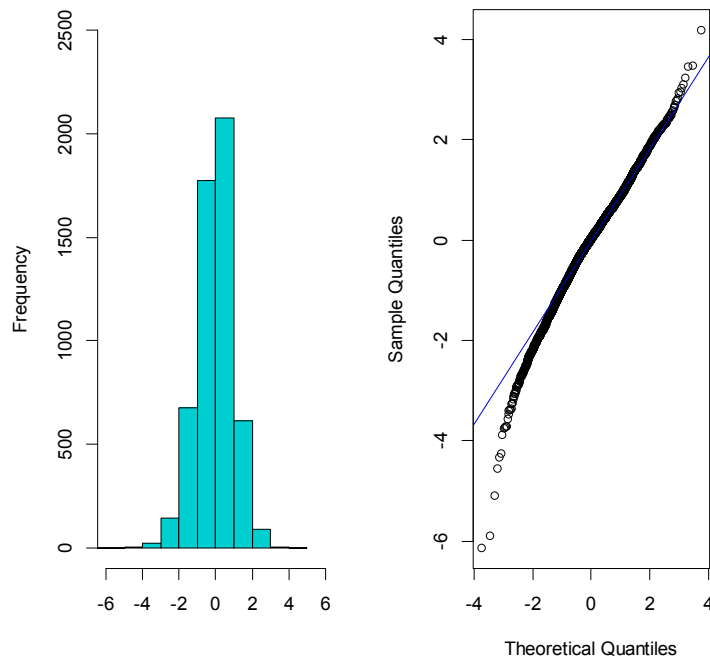
5.A.3.1. Retornos



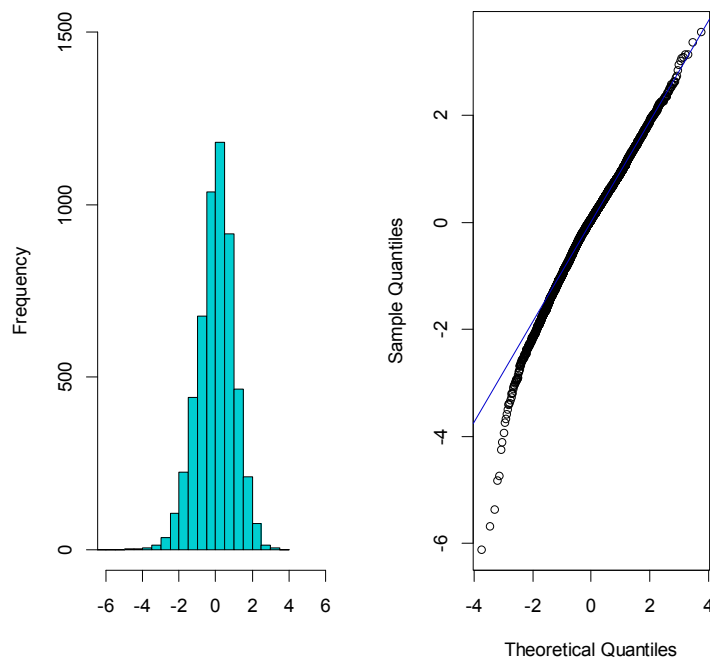
5.A.3.2. Modelo lineal



5.A.3.3. Modelo GARCH

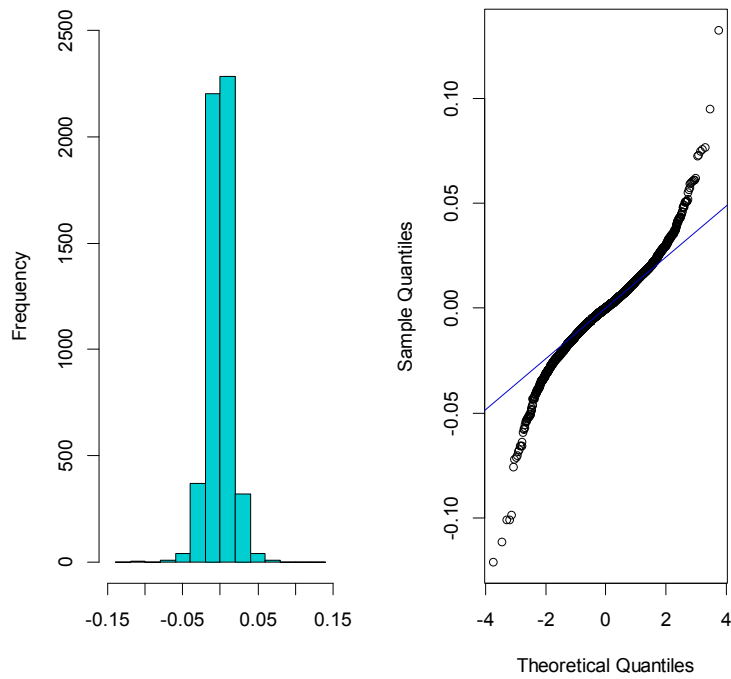


5.A.3.4. Modelo EGARCH

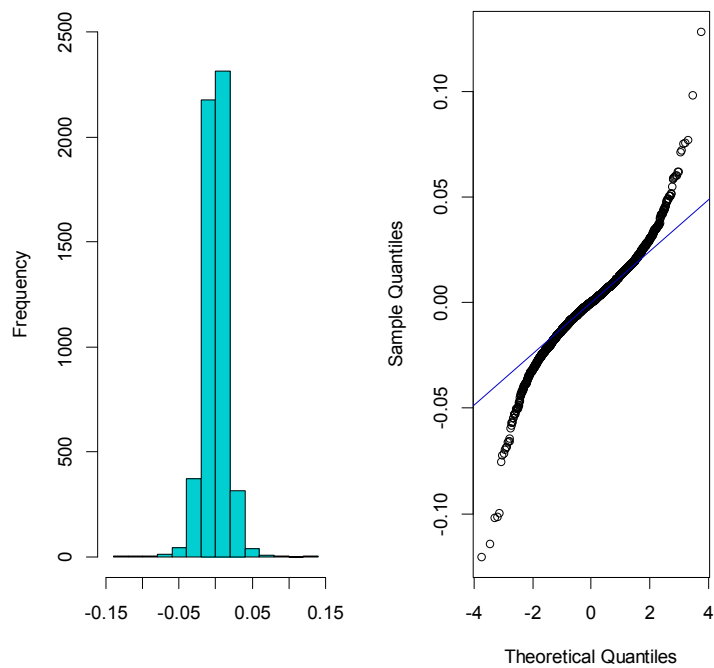


5.A.4. Nikkei

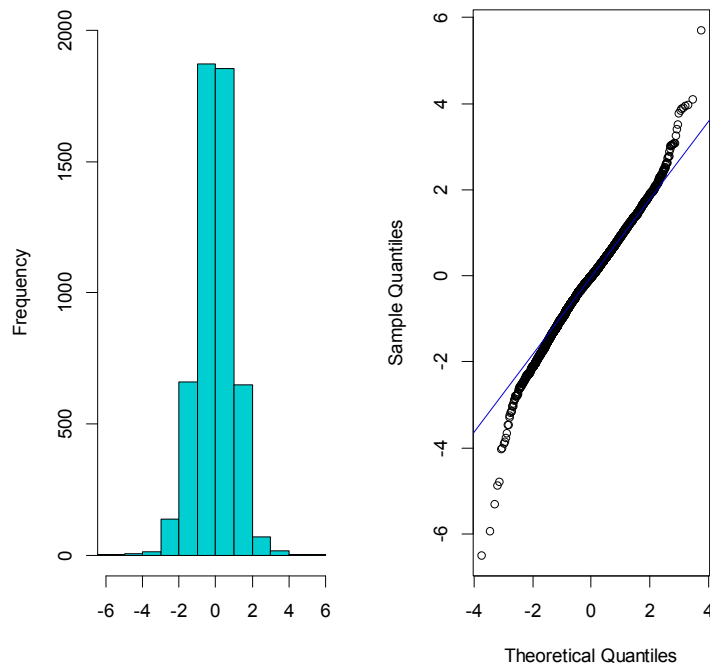
5.A.4.1. Retornos



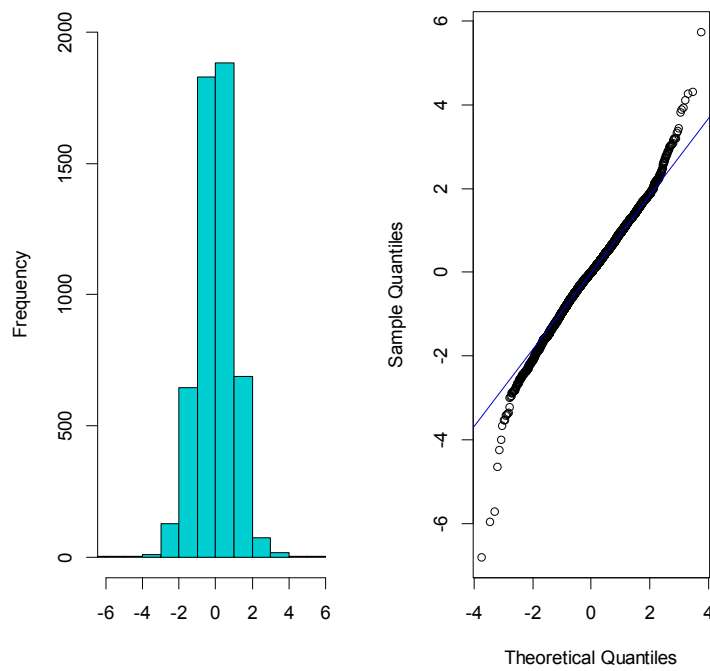
5.A.4.2. Modelo lineal



5.A.4.3. Modelo GARCH



5.A.4.4. Modelo EGARCH



Anexo 5.B: Detalles de los Modelos Aplicados a la serie

5.B.1. Dow Jones

5.B.1.1. Modelo Lineal

Tabla 5.B.1: Modelo AR(2,5) para la serie del Dow Jones

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	0,0003	0,0001	2,2213	0,0264
AR(1)	-0,4288	0,2209	-1,9407	0,0523
AR(2)	0,3967	0,2115	1,8757	0,0608
MA(1)	0,3684	0,2206	1,6700	0,0950
MA(2)	-0,4673	0,1991	-2,3465	0,0190
MA(3)	0,0270	0,0271	0,9959	0,3194
MA(4)	0,0144	0,0174	0,8314	0,4058
MA(5)	-0,0620	0,0143	-4,3483	0,0000

5.B.1.2. Modelo GARCH

Tabla 5.B.2: Modelo GARCH(2,1) para la serie del Dow Jones

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	1,67E-06	1,88E-07	8,8708	0,0000
RESID(-1)^2	0,0400	0,0108	3,7079	0,0002
RESID(-2)^2	0,0653	0,0121	5,4057	0,0000
GARCH(-1)	0,8812	0,0069	127,578	0,0000

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

5.B.1.3. Modelo EGARCH

Tabla 5.B.3: Modelo EGARCH(2,1) para la serie del Dow Jones

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C(9)	-0,3417	0,0219	-15,5086	0,0000
C(10)	0,0173	0,0219	0,7923	0,4282
C(11)	0,1385	0,0227	6,0684	0,0000
C(12)	-0,1065	0,0059	-17,6231	0,0000
C(13)	0,9762	0,0019	516,3466	0,0000

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

5.B.2. Ibex 35

5.B.2.1. Modelo Lineal

Tabla 5.B.4: Modelo ARMA(0,3) para la serie del Ibex 35

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	0,0001	0,0002	1,1184	0,2634
MA(1)	0,0350	0,0136	2,5897	0,0096
MA(2)	-0,0453	0,0136	-3,3390	0,0008
MA(3)	-0,0447	0,0136	-3,2968	0,0010

5.B.2.2. Modelo GARCH

Tabla 5.B.5: Modelo GARCH(2,1) para la serie del Ibex 35

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	3,04E-06	3,78E-07	8,0260	0,0000
RESID(-1)^2	0,0571	0,0137	4,1693	0,0000
RESID(-2)^2	0,0507	0,0153	3,3283	0,0009
GARCH(-1)	0,8796	0,0082	107,6930	0,0000

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

5.B.2.3. Modelo EGARCH

Tabla 5.B.6: Modelo EGARCH(2,1) para la serie del Ibex 35

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C(5)	-0,3283	0,0250	-13,1625	0,0000
C(6)	0,0529	0,0257	2,0665	0,0388
C(7)	0,1076	0,0261	4,0997	0,0000
C(8)	-0,0813	0,0056	-14,5878	0,0000
C(9)	0,9769	0,0023	433,1963	0,0000

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

5.B.3. Nasdaq

5.B.3.1. Modelo Lineal

Tabla 5.B.7: Modelo ARMA(2,2) para la serie Nasdaq

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	0,0003	0,0001	1,5242	0,1275
AR(1)	-0,7502	0,0215	-34,838	0,0000
AR(2)	-0,9471	0,0212	-44,5772	0,0000
MA(1)	0,7512	0,0256	29,3533	0,0000
MA(2)	0,9240	0,0253	36,4630	0,0000

5.B.3.2. Modelo GARCH

Tabla 5.B.8: Modelo GARCH(2,1) para la serie Nasdaq

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	2,3E-06	3,05E-07	7,6407	0,0000
RESID(-1)^2	0,0356	0,0121	2,9391	0,0033
RESID(-2)^2	0,0711	0,0137	5,1976	0,0000
GARCH(-1)	0,8832	0,0074	119,65	0,0000

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

5.B.3.3. Modelo EGARCH

Tabla 5.B.9: Modelo EGARCH(2,3) para la serie Nasdaq

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C(6)	-0,3937	0,0389	-10,1108	0,0000
C(7)	0,0822	0,0247	3,3324	0,0009
C(8)	0,1612	0,0343	4,6953	0,0000
C(9)	-0,1173	0,0092	-12,7985	0,0000
C(10)	0,7692	0,1086	7,0815	0,0000
C(11)	-0,1781	0,1550	-1,1489	0,2506
C(12)	0,3857	0,0864	4,4660	0,0000

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

5.B.4. Nikkei

5.B.4.1. Modelo Lineal

Tabla 5.B.10: Modelo ARMA(0,1) para la serie Nikkei

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	-9,11E-05	0,0002	-0,4496	0,6531
MA(1)	-0,0417	0,0137	-3,0304	0,0025

5.B.4.2. Modelo GARCH

Tabla 5.B.11: Modelo GARCH(1,1) para la serie Nikkei

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	5,05E-06	5,66E-07	8,9170	0,0000
RESID(-1)^2	0,0960	0,0059	16,388	0,0000
GARCH(-1)	0,8838	0,0072	121,9457	0,0000

El modelo lineal previamente empleado se ha presentado en la sección anterior.

5.B.4.3. Modelo EGARCH

Tabla 5.B.12: Modelo EGARCH(1,1) para la serie Nasdaq

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C(3)	-0,3908	0,0303	-12,9040	0,0000
C(4)	0,1787	0,0100	17,7946	0,0000
C(5)	-0,0793	0,0046	-17,3603	0,0000
C(6)	0,9705	0,0030	320,6939	0,0000

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

Anexo 5.C: Resultados de los test de Aleatoriedad y No Linealidad

5.C.1. Resultados de los test de Rachas, Keenan, Tsay, Teräsvirta y White

Tabla 5.C.1: Test de aleatoriedad y no linealidad (DJIA e IBEX35)

Dow Jones Industrial Average				
Test	Retornos	ARMA(2,5)	GARCH(2,1)	EGARCH(2,1)
Rachas	2818 0,0028	2689 0,6246	2812 0,0043	2799 0,0124
Keenan	0,5312 ^[34] 0,4661	0,0050 ^[0] 0,9434	0,5769 ^[0] 0,4476	0,6527 ^[0] 0,4192
Tsay	3,726 ^[34] 2,5E-140	0,0433 ^[0] 0,9880	0,1724 ^[0] 0,9151	0,1079 ^[0] 0,9555
Teräsvirta	33,3379 5,7e-08	30,0403 3e-07	7,5198 0,0233	11,0808 0,0040
White	29,8844 3,2E-07	34,2144 3,7 E-08	1,6772 0,4323	4,5333 0,1037
Ibex 35				
Test	Retornos	ARMA(0,3)	GARCH(2,1)	EGARCH(2,1)
Rachas	2674 0,2774	2740 0,4802	2778 0,0822	2780 0,0731
Keenan	0,7947 ^[16] 0,3728	0,0054 ^[0] 0,9412	0,0045 ^[0] 0,9465	0,0052 ^[0] 0,9430
Tsay	3,296 ^[16] 4,5E-33	0,0625 ^[0] 0,9796	0,1916 ^[0] 0,9022	0,1622 ^[0] 0,9218
Teräsvirta	18,3062 0,0001	18,8244 8,2E-05	1,0816 0,5823	3,7604 0,1526
White	2,5322 0,2819	2,3671 0,3062	0,7993 0,6705	3,1827 0,2037

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor, y entre corchetes, si es necesario, la dimensión del modelo elegido para realizar el test correspondiente.

Tabla 5.C.2: Test de aleatoriedad y no linealidad (Nasdaq y Nikkei)

Nasdaq				
Test	Retornos	ARMA(2,2)	GARCH(2,1)	EGARCH(2,3)
Rachas	2573	2574	2652	2600
	0,0002	0,0003	0,1348	0,0036
Keenan	6,0446^[37]	0,2973 ^[0]	10,055^[0]	6,695^[0]
	0,0140	0,5856	0,0015	0,0097
Tsay	3,751^[37]	0,0487 ^[0]	4,287^[0]	4,292^[0]
	3,4E-159	0,9858	0,0050	0,0050
Teräsvirta	55,2206	54,4824	11,978	7,3827
	1,0E-12	1,48E-12	0,0025	0,0250
White	25,2802	48,2101	12,593	8,3566
	3,239E-06	3,40E-11	0,0018	0,0153
Nikkei				
Test	Retornos	ARMA(0,1)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Rachas	2785	2695	2741	2741
	0,0001	0,1606	0,0076	0,0076
Keenan	2,7881 ^[2]	0,0103 ^[0]	1,8218 ^[0]	1,2816 ^[0]
	0,0950	0,9192	0,1772	0,2577
Tsay	7,94^[2]	0,0354 ^[0]	0,2785 ^[0]	0,2562 ^[0]
	2,8E-5	0,9911	0,841	0,8569
Teräsvirta	22,5858	22,0179	1,1980	3,3999
	1,2E-5	1,66E-05	0,5494	0,1827
White	19,7349	16,3223	1,7512	3,3411
	5,184E-05	0,0003	0,4166	0,1881

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor, y entre corchetes, si es necesario, la dimensión del modelo elegido para realizar el test correspondiente.

5.C.2. Resultados del test BDS

5.C.2.1. Serie Dow Jones Industrial Average

Tabla 5.C.3: Resultados del test BDS para la Serie ARMA(2,5)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	0,0077	0,0161	0,0165	0,0129
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0100	0,0339	0,0409	0,0339
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	0,0079	0,0438	0,0634	0,0566
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	0,0053	0,0476	0,0823	0,0791
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,0033	0,0470	0,0967	0,1005
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	0,0020	0,0436	0,1060	0,1192
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	0,0011	0,0392	0,1121	0,1356
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

Tabla 5.C.4: Resultados del test BDS para la Serie GARCH(2,1)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	-0,0008	-0,0017	-0,0011	-0,0003
	0,0774	0,0839	0,2888	0,6243
3	-0,0004	-0,0016	-0,0011	-0,0001
	0,2219	0,1947	0,4908	0,9408
4	-0,0002	-0,0016	-0,0021	-0,0008
	0,2131	0,1503	0,3097	0,6518
5	-0,0001	-0,0010	-0,0021	-0,0014
	0,3684	0,2588	0,3470	0,5606
6	0,0000	-0,0005	-0,0019	-0,0019
	0,8951	0,4632	0,3908	0,4726
7	4 E-06	-0,0002	-0,0018	-0,0027
	0,7159	0,6754	0,3954	0,3604
8	3,2E-06	0,0000	-0,0013	-0,0029
	0,4453	0,9761	0,4853	0,3621

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

Tabla 5.C.5: Resultados del test BDS para la Serie EGARCH(2,1)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	-0,0009	-0,0017	-0,0008	9,81E-05
	0,0337	0,0810	0,4250	0,8840
3	-0,0006	-0,0021	-0,0013	0,0002
	0,0368	0,0765	0,4056	0,8893
4	-0,0003	-0,0022	-0,0025	-0,0007
	0,0216	0,0396	0,1963	0,6952
5	-0,0001	-0,0017	-0,0028	-0,0012
	0,0467	0,0555	0,1938	0,6048
6	0,0000	-0,0011	-0,0026	-0,0015
	0,2024	0,1021	0,2217	0,5681
7	0,0000	-0,0006	-0,0023	-0,0019
	0,3107	0,1886	0,2518	0,5097
8	0,0000	-0,0003	-0,0016	-0,0017
	0,3684	0,3595	0,3676	0,5906

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

5.C.2.2. Serie Ibex 35

Tabla 5.C.6: Resultados del test BDS para la Serie ARMA(0,3)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	0,0080	0,0169	0,0161	0,0111
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0090	0,0327	0,0388	0,0295
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	0,0069	0,0415	0,0605	0,0510
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	0,0044	0,0439	0,0785	0,0734
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,0026	0,0419	0,0908	0,0940
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	0,0015	0,0381	0,0985	0,1120
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	0,0008	0,0334	0,1023	0,1273
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

Tabla 5.C.7: Resultados del test BDS para la Serie GARCH(2,1)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	7,91E-06	-0,0004	-0,0004	-0,0001
	0,9827	0,6429	0,7039	0,8823
3	1,04E-05	-0,0005	-0,0008	-0,0006
	0,9654	0,6176	0,6072	0,6522
4	6,5E-05	5,2E-05	0,0000	-0,0002
	0,5826	0,9576	0,9923	0,9254
5	3,44E-05	0,0004	0,0009	0,0010
	0,4975	0,6208	0,6395	0,6598
6	1,72E-05	0,0005	0,0014	0,0016
	0,3946	0,4300	0,4693	0,5297
7	1,01E-05	0,0005	0,0018	0,0022
	0,1889	0,2505	0,3244	0,4278
8	5,3E-06	0,0003	0,0018	0,0024
	0,0616	0,2187	0,2926	0,4233

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

Tabla 5.C.8: Resultados del test BDS para la Serie EGARCH(2,1)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	6,69E-05	-0,0001	0,0002	0,0006
	0,8492	0,9348	0,8144	0,3234
3	0,0000	-0,0003	5 E-05	0,0008
	0,9512	0,7726	0,9735	0,4992
4	2,14E-05	2,9E-06	0,0008	0,0018
	0,8496	0,9976	0,6545	0,2913
5	1,05E-05	0,0002	0,0017	0,0035
	0,8280	0,7534	0,3825	0,1103
6	1,03E-05	0,0003	0,0023	0,0048
	0,5941	0,5509	0,2384	0,0558
7	9,06E-06	0,0004	0,0027	0,0059
	0,2129	0,3428	0,1388	0,0332
8	5,6E-06	0,0002	0,0027	0,0065
	0,0352	0,2799	0,1122	0,0289

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

5.C.2.3. Serie Nasdaq

Tabla 5.C.9: Resultados del test BDS para la Serie ARMA(2,2)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	0,0147	0,0260	0,0239	0,0170
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0178	0,0529	0,0582	0,0448
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	0,0140	0,0672	0,0884	0,0742
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	0,0095	0,0731	0,1144	0,1041
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,0060	0,0728	0,1343	0,1321
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	0,0037	0,0687	0,1481	0,1567
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	0,0022	0,0630	0,1565	0,1780
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

Tabla 5.C.10: Resultados del test BDS para la Serie GARCH(2,1)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	0,0003	5,6E-05	-0,0005	-0,0004
	0,4931	0,9517	0,6156	0,5762
3	0,0006	0,0015	0,0008	0,0004
	0,0265	0,1981	0,6146	0,7679
4	0,0003	0,0013	0,0008	0,0004
	0,0144	0,2066	0,6779	0,8399
5	0,0002	0,0013	0,0011	0,0004
	0,0007	0,1179	0,5850	0,8519
6	9,3E-05	0,0011	0,0016	0,0007
	0,0001	0,0648	0,4133	0,7790
7	4,3E-05	0,0010	0,0021	0,0010
	0,0000	0,0223	0,2538	0,7074
8	1,75E-05	0,0007	0,0022	0,0010
	0,0000	0,0129	0,2001	0,7241

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

Tabla 5.C.11: Resultados del test BDS para la Serie EGARCH(2,3)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	-0,0007	-0,0019	-0,0022	-0,0014
	0,0692	0,0358	0,0197	0,0345
3	-0,0003	-0,0018	-0,0032	-0,0022
	0,2052	0,0933	0,0345	0,0697
4	-0,0002	-0,0017	-0,0039	-0,0030
	0,2225	0,0925	0,0361	0,0842
5	0,0000	-0,0009	-0,0032	-0,0027
	0,6286	0,2530	0,1108	0,2079
6	0,0000	-0,0004	-0,0021	-0,0021
	0,9697	0,5081	0,2832	0,4122
7	6,2E-06	0,0000	-0,0011	-0,0014
	0,4451	0,9392	0,5436	0,6129
8	4,64E-06	9,13E-05	-0,0005	-0,0009
	0,1191	0,7395	0,7640	0,7631

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

5.C.2.4. Serie Nikkei

Tabla 5.C.12: Resultados del test BDS para la Serie ARMA(0,1)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	0,0037	0,0093	0,0111	0,0090
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0043	0,0182	0,0263	0,0233
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	0,0031	0,0222	0,0393	0,0384
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	0,0020	0,0225	0,0488	0,0527
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,0011	0,0210	0,0561	0,0672
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	0,0006	0,0185	0,0607	0,0802
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	0,0003	0,0158	0,0632	0,0917
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

Tabla 5.C.13: Resultados del test BDS para la Serie GARCH(1,1)

Épsilon/M	0,5* σ	1* σ	1,5* σ	2* σ
2	-0,0014	-0,0036	-0,0033	-0,0016
	0,0004	0,0001	0,0006	0,0134
3	-0,0007	-0,0037	-0,0045	-0,0026
	0,0083	0,0012	0,0038	0,0359
4	-0,0003	-0,0030	-0,0051	-0,0034
	0,0322	0,0045	0,0087	0,0557
5	-0,0001	-0,0021	-0,0052	-0,0043
	0,0611	0,0110	0,0116	0,0539
6	0,0000	-0,0013	-0,0046	-0,0043
	0,1708	0,0375	0,0265	0,0995
7	0,0000	-0,0007	-0,0038	-0,0040
	0,4401	0,0887	0,0484	0,1607
8	0,0000	-0,0004	-0,0029	-0,0032
	0,9793	0,2203	0,1070	0,2897

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

Tabla 5.C.14. Resultados del test BDS para la Serie EGARCH(1,1)

Épsilon/M	0,5* σ	1* σ	1,5* σ	2* σ
2	-0,0017	-0,0044	-0,0041	-0,0020
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0019
3	-0,0010	-0,0049	-0,0063	-0,0035
	0,0001	0,0000	0,0001	0,0044
4	-0,0005	-0,0043	-0,0075	-0,0048
	0,0002	0,0000	0,0001	0,0074
5	-0,0002	-0,0032	-0,0079	-0,0060
	0,0008	0,0001	0,0001	0,0074
6	-0,0001	-0,0021	-0,0072	-0,0060
	0,0054	0,0004	0,0004	0,0189
7	0,0000	-0,0014	-0,0063	-0,0057
	0,0259	0,0013	0,0010	0,0432
8	0,0000	-0,0008	-0,0050	-0,0048
	0,1230	0,0057	0,0036	0,1079

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

5.C.3. Resultados del test Kaplan

5.C.3.1. Dow Jones

Tabla 5.C.15: Resultados del test de Kaplan para el DJIA

	Dim	Media K	Dv. Típica	Min	K	K*
Retornos	1	0,0129	0,0013	0,0025	0,0104	1,2495
	2	0,0121	0,0013	0,0026	0,0108	1,1239
	3	0,0130	0,0025	0,0050	0,0084	1,5465
	4	0,0128	0,0019	0,0039	0,0073	1,7509
	5	0,0122	0,0029	0,0013	0,0047	2,5802
	6	0,0119	0,0033	-0,0018	0,0068	1,7598
	7	0,0112	0,0036	0,0032	0,0141	0,7991
	8	0,0123	0,0046	-0,0085	0,0043	2,8763
ARMA(2,5)	1	0,0129	0,0010	0,0019	0,0113	1,1359
	2	0,0123	0,0024	0,0005	0,0084	1,4557
	3	0,0114	0,0054	-0,0097	0,0082	1,3783
	4	0,0130	0,0026	0,0052	0,0067	1,9424
	5	0,0116	0,0071	-0,0247	0,0059	1,9530
	6	0,0115	0,0051	-0,0139	0,0088	1,3120
	7	0,0145	0,0070	0,0068	0,0067	2,1776
	8	0,0124	0,0036	-0,0044	0,0052	2,4116
GARCH(2,1)	1	1,1428	0,0653	0,1306	1,1142	1,0257
	2	1,1335	0,1163	0,2327	1,2234	0,9265
	3	1,0958	0,1338	0,2677	1,0798	1,0148
	4	1,0778	0,1776	0,3552	1,1901	0,9056
	5	1,1041	0,1572	0,3144	1,0715	1,0304
	6	1,0359	0,3257	0,1600	1,0760	0,9627
	7	1,2312	0,2927	0,5854	1,0400	1,1838
	8	1,2915	1,3532	-1,2372	0,9974	1,2949
EGARCH(2,1)*	1	1,1101	0,1326	0,6392	1,1197	0,9914
	2	1,1461	0,1089	0,8287	1,0954	1,0463
	3	1,1171	0,1351	0,5923	1,2287	0,9091
	4	1,1529	0,1220	0,9110	1,0583	1,0894
	5	0,8925	0,6679	-2,1912	1,0710	0,8334
	6	1,1824	0,1727	0,7701	1,1038	1,0712
	7	1,0948	0,2777	-0,0177	1,1928	0,9179
	8	1,0248	0,7234	-2,5085	1,5416	0,6648

Resultados del test de Kaplan, sobre 30 datos sustitutos para las series Retornos, ARMA(2,5), GARCH(2,1) y EGARCH(1,1). El valor de K* se ha calculado como el cociente entre la media y K, el estadístico. El mínimo constituye el valor más pequeño entre el mínimo de las réplicas y la media menos 2 veces la desviación típica. K. Dim representa la dimensión de embebimiento y corresponde con la dimensión m-1 del test BDS. * El método del primer mínimo de la función de información mutua determinó que el valor óptimo de retardo era t=2. Se repitieron los análisis considerando t=2 obteniéndose los mismos resultados.

5.C.3.2. Ibex 35

Tabla 5.C.16: Resultados del test de Kaplan para el IBEX35

	Dim	Media K	Dv. Típica	Min	K	K*
Retornos	1	0,0162	0,0010	0,0019	0,0140	1,1626
	2	0,0174	0,0114	0,0024	0,0115	1,5147
	3	0,0166	0,0033	0,0066	0,0122	1,3630
	4	0,0159	0,0028	0,0057	0,0086	1,8584
	5	0,0172	0,0034	0,0067	0,0028	6,2194
	6	0,0165	0,0037	0,0027	0,0102	1,6280
	7	0,0166	0,0041	0,0079	0,0101	1,6441
	8	0,0148	0,0039	0,0037	-0,0012	-12,700
ARMA(0,3)	1	0,0161	0,0011	0,0021	0,0139	1,1559
	2	0,0163	0,0019	0,0037	0,0133	1,2182
	3	0,0163	0,0019	0,0039	0,0111	1,4731
	4	0,0161	0,0035	0,0005	0,0157	1,0260
	5	0,0174	0,0062	0,0061	0,0034	5,1566
	6	0,0181	0,0042	0,0083	0,0090	2,0049
	7	0,0165	0,0034	0,0058	0,0031	5,2801
	8	0,0167	0,0032	0,0064	-0,0026	-6,5282
GARCH(2,1)*	1	1,1173	0,0552	0,1104	1,0686	1,0456
	2	1,1643	0,1001	0,2002	1,2538	0,9286
	3	1,1680	0,1827	0,3655	1,1486	1,0169
	4	1,0985	0,1695	0,3390	0,6817	1,6114
	5	1,0875	0,2889	0,0224	1,0519	1,0338
	6	1,1662	0,2609	0,5219	1,0159	1,1479
	7	1,1756	0,2724	0,5107	1,0062	1,1684
	8	1,3800	1,0024	0,3248	1,0620	1,2994
EGARCH(2,1)	1	1,1221	0,0547	0,1093	1,0066	1,1148
	2	1,1442	0,1366	0,2731	1,1400	1,0036
	3	1,0872	0,1706	0,3413	0,9222	1,1789
	4	1,1827	0,2557	0,4947	0,4432	2,6685
	5	1,1451	0,1926	0,3853	1,0199	1,1228
	6	1,1542	0,1966	0,3932	1,0221	1,1293
	7	1,1392	0,2477	0,4954	0,9926	1,1476
	8	1,2046	0,2567	0,5134	0,9564	1,2596

Resultados del test de Kaplan, sobre 30 datos sustitutivos para las series Retornos, ARMA(0,3), GARCH(2,1) y EGARCH(2,1). El valor de K* se ha calculado como el cociente entre la media y K, el estadístico. El mínimo constituye el valor más pequeño entre el mínimo de las réplicas y la media menos 2 veces la desviación típica. K. Dim representa la dimensión de embebimiento y corresponde con la dimensión m-1 del test BDS. * El método del primer mínimo de la función de información mutua determinó que el valor óptimo de retardo era t=2. Se repitieron los análisis considerando t=2 obteniéndose los mismos resultados.

5.C.3.3. Nasdaq

Tabla 5.C.17: Resultados del test de Kaplan para la serie del Nasdaq

	Dim	Media K	Dv. Típica	Min	K	K*
Retornos	1	0,0177	0,0014	0,0147	0,0132	1,3447
	2	0,0180	0,0016	0,0146	0,0117	1,5426
	3	0,0171	0,0014	0,0126	0,0102	1,6694
	4	0,0199	0,0037	0,0145	0,0096	2,0636
	5	0,0174	0,0027	0,0116	0,0089	1,9690
	6	0,0176	0,0023	0,0125	0,0072	2,4568
	7	0,0181	0,0041	0,0113	0,0080	2,2666
	8	0,0188	0,0039	0,0058	0,0074	2,5389
ARMA(2,2)	1	0,0176	0,0011	0,0019	0,0022	1,1918
	2	0,0184	0,0032	0,0005	0,0065	1,6788
	3	0,0173	0,0037	-0,0097	0,0032	1,7360
	4	0,0099	0,0442	0,0052	-0,2235	1,0744
	5	0,0173	0,0040	-0,0247	0,0058	2,3410
	6	0,0153	0,0162	-0,0139	-0,0692	2,0146
	7	0,0185	0,0057	0,0068	0,0104	2,2455
	8	0,0170	0,0035	-0,0044	0,0069	2,5824
GARCH(2,1)*	1	1,2268	0,5096	1,0184	1,0759	1,1403
	2	1,1042	0,2180	0,1866	1,0204	1,0821
	3	1,1101	0,1068	0,2136	1,0544	1,0528
	4	1,0958	0,1318	0,2636	0,9000	1,2176
	5	1,1607	0,1942	0,3885	1,2814	0,9058
	6	1,1051	0,1686	0,3372	1,0004	1,1046
	7	0,9678	1,2571	-5,6163	0,9382	1,0316
	8	1,1199	0,2944	0,2773	0,9683	1,1565
EGARCH(2,3)*	1	1,1191	0,0587	0,1175	1,0425	1,0734
	2	1,0922	0,1077	0,2154	1,2279	0,8894
	3	1,1759	0,3110	0,6220	1,1221	1,0479
	4	1,1137	0,1252	0,2504	1,2064	0,9232
	5	1,9263	4,2907	0,8193	1,1256	1,7114
	6	1,1506	0,3847	-0,0712	0,9927	1,1591
	7	1,1572	0,2365	0,3746	1,1420	1,0133
	8	1,0365	0,6453	-1,6612	1,0718	0,9670

Resultados del test de Kaplan, sobre 30 datos sustitutivos para las series Retornos, ARMA(2,2), GARCH(2,1) y EGARCH(2,3). El valor de K* se ha calculado como el cociente entre la media y K, el estadístico. El mínimo constituye el valor más pequeño entre el mínimo de las réplicas y la media menos 2 veces la desviación típica. K. Dim representa la dimensión de embebimiento y corresponde con la dimensión m-1 del test BDS. * El método del primer mínimo de la función de información mutua determinó que el valor óptimo de retardo era t=2 y t=3 para las series GARCH(2,1) y EGARCH(2,3) respectivamente. Se repitieron los análisis considerando los valores óptimos de retardo, obteniéndose los mismos resultados.

5.C.3.4. Nikkei

Tabla 5.C.18: Resultados del test de Kaplan para la serie del Nikkei

	Dim	Media K	Desv. Típica	Mínimo	K	K*
Retornos	1	0,0169	0,0015	0,0030	0,0144	1,1730
	2	0,0172	0,0016	0,0031	0,0130	1,3252
	3	0,0174	0,0024	0,0049	0,0116	1,4925
	4	0,0174	0,0028	0,0056	0,0118	1,4728
	5	0,0179	0,0023	0,0046	0,0119	1,5103
	6	0,0169	0,0034	0,0068	0,0101	1,6705
	7	0,0150	0,0169	-0,0726	0,0086	1,7514
	8	0,0167	0,0080	-0,0101	0,0067	2,4879
ARMA(0,1)	1	0,0170	0,0019	0,0097	0,0157	1,0793
	2	0,0170	0,0016	0,0127	0,0148	1,1516
	3	0,0165	0,0047	-0,0031	0,0126	1,3045
	4	0,0173	0,0015	0,0142	0,0110	1,5680
	5	0,0165	0,0034	0,0049	0,0119	1,3895
	6	0,0163	0,0039	0,0068	0,0100	1,6357
	7	0,0163	0,0029	0,0086	0,0092	1,7663
	8	0,0154	0,0082	-0,0123	0,0068	2,2635
GARCH(1,1)*	1	1,1199	0,0992	0,1983	1,2176	0,9198
	2	1,1586	0,3144	0,6288	1,1099	1,0439
	3	0,9567	1,0579	-4,5799	1,1550	0,8283
	4	1,1139	0,1715	0,3431	1,1342	0,9821
	5	1,1972	0,5010	0,4110	0,8859	1,3513
	6	1,2555	0,7925	-0,0190	-0,0266	-47,211
	7	1,1724	0,8407	-0,7760	1,0556	1,1106
	8	1,0854	0,4108	-0,1333	1,0384	1,0453
EGARCH(1,1)*	1	1,1255	0,0692	0,1384	1,1603	1,1603
	2	1,1327	0,1118	0,2235	1,1887	1,1887
	3	1,0636	0,3138	-0,4517	1,1451	1,1451
	4	1,1180	0,1646	0,3292	0,6262	0,6262
	5	0,9025	0,8652	-3,4825	1,0557	1,0557
	6	1,1616	0,3745	0,0305	0,6367	0,6367
	7	1,1339	0,3865	-0,1101	0,7754	0,7754
	8	1,1401	0,1258	0,2516	1,1814	1,1814

Resultados del test de Kaplan, sobre 30 datos sustitutivos para las series Retornos, ARMA(0,1), GARCH(1,1) y EGARCH(1,1). El valor de K* se ha calculado como el cociente entre la media y K, el estadístico. El mínimo constituye el valor más pequeño entre el mínimo de las réplicas y la media menos 2 veces la desviación típica. K. Dim representa la dimensión de embebimiento y corresponde con la dimensión m-1 del test BDS. * El método del primer mínimo de la función de información mutua determinó que el valor óptimo de retardo era t=3 y t=5 para las series GARCH(1,1) y EGARCH(1,1) respectivamente. Se repitieron los análisis considerando los valores óptimos de retardo, obteniéndose los mismos resultados.

Anexo 5.D: Estudio de la Componente Caótica

5.D.1. Resultados de la Dimensión de Correlación

Tabla 5.D.1: Dimensión de Correlación

Dow Jones				
M	Retornos¹	ARMA(2,5)¹	GARCH(2,1)²	EGARCH(2,1)¹
1	0,90	0,91	0,98	0,98
2	1,78	1,80	1,96	1,96
3	2,62	2,66	2,94	2,94
4	3,45	3,51	3,95	3,92
5	4,24	4,32	5,01	5,53
6	5,00	5,10	5,92	5,75
7	5,75	5,86	6,54	5,00
8	6,49	6,59	7,32	5,17
Ibex 35				
M	Retornos¹	ARMA(0,3)¹	GARCH(2,1)¹	EGARCH(2,1)²
1	0,93	0,93	0,97	0,97
2	1,84	1,84	1,95	1,95
3	2,72	2,72	2,92	2,91
4	3,56	3,57	3,86	3,87
5	4,35	4,40	4,82	4,83
6	5,05	5,19	5,74	5,70
7	5,98	5,96	6,58	6,58
8	6,52	6,65	7,10	7,29
Nasdaq				
M	Retornos¹	ARMA(2,2)¹	GARCH(2,1)³	EGARCH(2,3)⁵
1	0,91	0,91	0,98	0,98
2	1,78	1,79	1,96	1,97
3	2,61	2,63	2,93	2,95
4	3,42	3,45	3,91	3,91
5	4,21	4,25	4,79	4,93
6	5,00	5,04	5,72	5,75
7	5,77	5,83	6,97	6,62
8	6,53	6,62	7,49	6,99
Nikkei				
M	Retornos¹	ARMA(0,1)¹	GARCH(1,1)³	EGARCH(1,1)²
1	0,93	0,93	0,97	0,97
2	1,86	1,86	1,95	1,94
3	2,77	2,78	2,92	2,91
4	3,66	3,68	3,88	3,88
5	4,52	4,54	4,88	4,89
6	5,34	5,36	5,89	6,02
7	6,13	6,17	7,08	7,16
8	6,87	6,93	8,37	8,45

Al lado de cada modelo aplicado se indica como superíndice el valor óptimo del tiempo de retardo según el criterio de la mínima información. M representa el valor de embebimiento de la serie.

5.D.2. Resultados del test de Lyapunov

Tabla 5.D.2: Resultados del test de Lyapunov

	(L,m,q)	λ	P-valor*	Hipótesis
<i>Dow Jones</i>				
Retornos	(2,6,3)	-0,1701	0,000	H ₁
ARMA(2,5)	(3,6,3)	-0,4954	0,000	H ₁
GARCH(2,1)	(2,6,1)	-0,6163	0,000	H ₁
EGARCH(2,1)	(2,6,3)	-0,6903	0,000	H ₁
<i>Ibex 35</i>				
Retornos	(4,6,2)	-0,1725	0,000	H ₁
ARMA(0,3)	(4,6,4)	-0,4111	0,000	H ₁
GARCH(2,1)	(5,6,4)	-0,4968	0,000	H ₁
EGARCH(2,1)	(3,6,3)	-0,5705	1,36E-17	H ₁
<i>Nasdaq</i>				
Retornos	(3,6,3)	-0,4247	0,00E+00	H ₁
ARMA (2,2)	(2,6,4)	-0,4001	0,00E+00	H ₁
GARCH (2,1)	(2,6,5)	-0,4803	1,33E-252	H ₁
EGARCH(2,2)	(5,6,4)	-0,6798	1,60E-173	H ₁
<i>Nikkei</i>				
Retornos	(4,6,2)	-0,5386	0,000	H ₁
ARMA (0,1)	(4,6,3)	-0,5363	0,000	H ₁
GARCH(1,1)	(2,5,2)	-0,6657	1,14E-283	H ₁
EGARCH(1,1)	(2,5,4)	-0,6897	5,31E-123	H ₁

La Hipótesis nula de la existencia de una componente caótica es rechazada para aquellos p-valores menores que el 0,05.

5.D.3. Resultados del test 0/1 y coeficiente de Hurst

Tabla 5.D.3: Resultados del test 0/1 y del Exponente de Hurst

	Exponentes de 0/1	Exponente de Hurst H	Error estándar
<i>Dow Jones</i>			
Retornos	0,9980	0,5594	0,0121
ARMA(2,5)	0,9978	0,5821	0,0111
GARCH(2,1)	0,9983	0,5770	0,0117
EGARCH(2,1)	0,9982	0,5720	0,0128
<i>Ibex 35</i>			
Retornos	0,9979	0,5664	0,0107
ARMA(0,3)	0,9981	0,5768	0,0110
GARCH(2,1)	0,9982	0,5873	0,0104
EGARCH(2,1)	0,9981	0,5997	0,0137
<i>Nasdaq</i>			
Retornos	0,9977	0,5873	0,0126
AR(2,2)	0,9977	0,5903	0,0122
GARCH(2,1)	0,9982	0,5776	0,0107
EGARCH(2,3)	0,9982	0,5911	0,0108
<i>Nikkei</i>			
Retornos	0,9980	0,5170	0,0202
AR(0,1)	0,9981	0,5210	0,0206
GARCH(1,1)	0,9982	0,5512	0,0143
EGARCH(1,1)	0,9982	0,5611	0,0125

Se utilizaron un total de 6000 puntos para el método 0-1. * Los resultados fueron significativos a un nivel 5% de confianza. (H) corresponde al valor del coeficiente de Hurst.

5.D.4. Resultados del test de Matilla-García et al.

Tabla 5.D.4: Resultados del test de Matilla- García et al.

	Exponente (α)	Error Estándar
<i>Dow Jones</i>		
GARCH(2,1)	0,2730	0,0094
EGARCH(2,1)	0,3034	0,0123
<i>Ibex 35</i>		
GARCH(2,1)	0.2260	0,0054
EGARCH(2,1)	0,2537	0,0077
<i>Nasdaq</i>		
GARCH(2,1)	0,2456	0,0091
EGARCH(2,3)	0,2290	0,0089
<i>Nikkei</i>		
GARCH(1,1)	0,2300	0,0102
EGARCH(1,1)	0,2450	0,0089

Para realizar el test el parámetro w se fijó como cuatro. Método de Matilla-García et al. (2010)

6. ENSAYO 3: APLICACIÓN A LA SERIE TEMPORAL DIARIA DEL BALTIC DRY INDEX

The Baltic Dry Index (BDI) is a barometer of dry bulk rates and has been proposed as one of the most important indexes for predicting the evolution of the global economy and therefore it is of crucial importance to determine its characteristics. This paper studies the existence of non-linear dynamics and chaos in the BDI for the period 1990-2013. Using dairy time series data and the Box-Jenkins approach for time series analysis as a preparatory step in order to obtain linear model and applying a new conceptual and methodological framework that encompasses a large number of techniques for the analysis of non-linearity and deterministic behaviour including detection of low dimension of chaos is stated. In addition to studying the series in the entire sample period, the chaotic dynamics has also been explored during three sampling subperiods, chosen according to the behavior of the volatility of the series, which allows us to specifically study the behaviour of the series during the current global economic crisis. Our results reveal that; (i) there is a high empirical evidence of nonlinear dependence in the series (ii) Heterocedastic ARCH models explain some of this dependence (iii) No clear evidence of a low-chaos chaotic process has been observed, and therefore determinism should not be assume. Overall, our work sheds additional light on the underlying dynamics of this important variable in the world economy.

Key words: Baltic Dry Index; Maritime transport, Arima models, nonlinearity, chaos.

Resumen: El Índice Baltic Dry (BDI), el indicador de la evolución de los precios en el transporte marítimo de graneles sólidos se ha propuesto como uno de los índices más relevantes para predecir la evolución de la economía global y por ello, es de suma importancia conocer sus características. En esta investigación se estudia si el proceso subyacente presenta un componente caótico y la existencia de no linealidad, mediante la utilización de los datos diarios del BDI entre el periodo 1990-2013 y de una amplia, exhaustiva y completa metodología incluyendo los contrastes más modernos y de mayor potencia estadística. Además del estudio de la serie considerando todo el periodo muestral, se estudia la dinámica caótica durante tres subperiodos muestrales, elegidos de acuerdo al comportamiento de la volatilidad de la serie, y que nos permite estudiar de forma específica el comportamiento de la serie durante la actual crisis económica mundial. Los resultados indican (i) la existencia de no linealidad en el periodo subyacente de la serie; (ii) Los modelos heterocedásticos de la familia ARCH contribuyen a explicar la dependencia remanente en la serie una vez eliminada la forma lineal (iii) no existe una clara evidencia acerca del determinismo de la serie. Con esta investigación se contribuye de forma apreciable a esclarecer el comportamiento de una variable financiera de gran relevancia en la economía mundial.

Palabras clave: Baltic Dry Index, Transporte Marítimo Mercancías, Modelos ARIMA, No linealidad, Caos

JEL CLASSIFICATION CODES: C23, C53, G11, G12, G13, C5, D24, D34.

6.1. Introducción

El transporte marítimo ostenta un papel estratégico relevante en la economía mundial, a través de sus estrechos vínculos con el comercio internacional, ya que cerca del 80% de los intercambios comerciales internacionales de mercancías, se realizan mediante este modo de transporte (UNCTAD, 2013). El fenómeno de la globalización de la economía mundial, ha supuesto un importante avance para el desarrollo del comercio mundial por vía marítima que en 2013 ha llegado a superar la cota de nueve mil millones de toneladas. En términos de volumen y peso de las mercancías, el transporte de graneles sólidos es de forma destacada, el principal segmento dentro del mercado de transporte marítimo internacional, representando la flota de buques destinados al transporte de graneles sólidos cerca del 40,5% de la flota marítima mundial.

Por todo ello, no es de extrañar que el estudio de los diversos aspectos que configuran el funcionamiento del mercado del transporte marítimo, haya sido el objetivo de un gran número de investigaciones en el ámbito de la economía. En particular, como se observa en la literatura económica internacional, durante las últimas décadas, numerosos investigadores han prestado atención al comportamiento de los precios en los diferentes segmentos del transporte marítimo de mercancías -los fletes marítimos-, como es el caso del precio del transporte de graneles sólidos. Este aluvión de estudios ha permitido conocer mejor el proceso de generación de los datos en las correspondientes series temporales de fletes y mejorar la precisión en las predicciones sobre su evolución futura.

6.1.1. Objetivos

6.1.1.1. Objetivo general

El objetivo general del estudio es investigar la dinámica y volatilidad de la serie de los fletes diarios del transporte marítimo de graneles sólidos, utilizando como indicador de dichos precios al índice denominado Baltic Dry Index (BDI). Este índice es un indicador de los fletes marítimos, es decir del coste del transporte marítimo de materias primas y en general, de graneles sólidos (carbón, productos siderúrgicos, minerales, cemento, cereales, etc.), para las principales rutas marítimas mundiales. La relevancia de este indicador radica no solo en que es una medida del comercio mundial, sino en que, por su propia definición, es un índice de la demanda de materias primas y de otras mercancías, que son utilizadas como inputs intermedios en el proceso de producción industrial. Por ello, puede ser considerado como un fiel barómetro de la actividad económica y utilizarse como un indicador adelantado, para la predicción de la producción industrial y del crecimiento económico ya que recoge los cambios acontecidos, en las primeras etapas de la cadena de producción industrial.

En este estudio se examina el comportamiento del índice y posteriormente, la posible existencia de no linealidad y caos determinista en la serie del BDI. Debido a que en la evolución temporal del BDI, se observan ciertos periodos continuados de turbulencias y de alta volatilidad, junto a otros periodos de aparente calma y baja volatilidad y, con el fin de detectar posibles cambios de comportamiento en la dinámica del BDI, además del análisis de la serie durante todo el periodo considerado -desde Enero de 1990 hasta Julio de 2013-, se ha analizado, por separado, la dinámica del BDI durante los tres subperiodos siguientes: (i) desde Enero de 1990 hasta Diciembre de 2002; (ii) desde Enero de 2003 hasta Diciembre de 2007 y (iii) desde Enero de 2008 hasta Julio de 2013.

6.1.1.2. Objetivos Específicos

Adicionalmente, entre los objetivos específicos del presente trabajo, se ha realizado un análisis comparativo mediante la utilización de herramientas de los sistemas dinámicos no lineales, del comportamiento y dinámica subyacente en el proceso generador de datos de los precios en los tres subperiodos en los que se ha descompuesto la muestra total en relación con aspectos como la linealidad (o su no linealidad), la independencia y la aleatoriedad de las observaciones y la dinámica caótica.

6.1.2. Interés

El estudio y modelización del BDI presenta gran interés por su importancia como indicador de los precios, en el mercado de transporte marítimo de graneles sólidos, que representan una parte significativa de los precios de los productos finales. Este interés se extiende, por tanto, no solo a todos los agentes intervinientes en la operación de transporte -armadores, navieros, fletadores, cargadores, brokers-, sino también a todos los sectores manufactureros que, por un lado utilizan las mercancías transportadas como inputs intermedios en su proceso de producción y por otro, necesitan transportar una parte de las mercancías que producen en forma de graneles sólidos.

En la actualidad, existen pocos indicadores reales de la economía mundial aunque varios investigadores han intentado encontrar un índice que permitiera anticipar la evolución futura de los mercados financieros. En este sentido, Hjalmarsson (2010) certifica que la variable interés a corto plazo, es un estimador robusto del precio de las acciones en los mercados financieros de los países desarrollados. Recientemente, en el año 2011, Bakshi et al. (2011), demostraron que las tasas de crecimiento trimestrales del BDI, constituyen un buen predictor de una multitud de economías. Como consecuencia de la crisis financiera, que controlaba el mercado en el año 2008, muchos empresarios cesaron su proceso de producción. Como resultado, los niveles de comercio global se redujeron considerablemente. En mayo

del 2008 el BDI alcanzó su mayor valor de 11.793 puntos y, en apenas siete meses, perdió hasta un 95% del valor alcanzado, obteniendo su valor más bajo desde el año 1986. Tres meses después, los índices mundiales más importantes de la bolsa de EEUU, el Dow Jones Industrial Average y el Standard and Poor's 500 alcanzaron su valor mínimo. Dado que, en la literatura, no existen muchos índices predictores de la economía, el análisis del BDI se plantea como una pieza clave.

Sus propiedades se derivan de dos factores principales, el primero de ellos es que nunca es revisado ex post, a diferencia de otros indicadores económicos y el segundo, es que carece de contenido especulativo. Sin embargo, es sensible a otros sucesos como por ejemplo, la oferta inelástica que puede causar una gran volatilidad en el índice. Asimismo, desde la perspectiva estrictamente financiera, el conocimiento de la dinámica subyacente en los fletes marítimos y la modelización de su volatilidad, son importantes para los inversores por el elevado volumen de fondos envueltos en el propio mercado y en mercados financieros relacionados con él, por ejemplo, del mercado de derivados y de futuros, así como para la gestión del riesgo mediante instrumentos financieros de cobertura.

Tradicionalmente, en las investigaciones realizadas sobre el comportamiento de la serie de precios del transporte marítimo, los precios han partido de supuestos de patrones lineales, sin tener en cuenta la existencia de no linealidad y dinámica caótica que, en caso de darse, sugieren que las modelizaciones basadas en un comportamiento lineal no serían adecuadas. Asimismo, los trabajos que han estudiado el comportamiento no lineal caótico en dicha serie, tienen en común la utilización de un número limitado de métodos y test y además como McKenzie (2002) y BenSaïda y Litimi (2013) indican, muchos de los estudios realizados llegan a una conclusión equívoca sobre la presencia de caos en los mercados financieros, debido a una errónea especificación de los métodos y test utilizados tradicionalmente, que deberían aplicarse exclusivamente a series temporales libres de ruido, lo que no suele ocurrir en las series temporales financieras, como es el caso del BDI.

6.1.3. Novedad y aportaciones

El alto nivel de volatilidad que caracteriza a los fletes marítimos y en particular al BDI, dificulta su modelización y la predicción de su evolución futura, haciendo imprescindible la utilización de un cuerpo metodológico que abarque todas las alternativas de contrastes, incluyendo las técnicas más recientes.

En este sentido, en la literatura internacional sobre transporte marítimo existen numerosos trabajos que estudian la modelización y predicción de las series temporales de fletes en el transporte marítimo pero son pocos los que analizan con detalle, su posible comportamiento no lineal y caótico.

Este trabajo contribuye a rellenar el vacío existente en la literatura internacional sobre el comportamiento no lineal y caótico de los precios del transporte marítimo, ya que, además de ser el estudio que engloba la utilización de un número mayor de métodos y técnicas para el análisis de la no linealidad y el comportamiento caótico de la serie temporal considerada, incluye las que tienen una mayor potencia estadística y las más novedosas para discriminar el tipo de dinámica subyacente en dicha serie.

Además, la consideración adicional de tres subperiodos permite llevar a cabo un análisis comparativo de las diferencias en la dinámica de la serie, entre periodos caracterizados por niveles muy diferentes de volatilidad.

Para contrastar, si los modelos lineales utilizados tradicionalmente explican satisfactoriamente la dinámica subyacente en el precio del transporte marítimo, o por el contrario, existe un comportamiento no lineal, estocástico o determinístico, en las cuatro series diarias del BDI consideradas, en primer lugar se realiza una modelización lineal de las series utilizando modelos ARIMA, para los periodos correspondientes. A continuación, se aplica una extensa batería de técnicas y test para contrastar la existencia de no linealidad y dinámica caótica. En el caso que se detectara la existencia de no linealidad, la utilización de modelos ARIMA para la predicción y la modelización no sería adecuada y habría que introducir otras alternativas.

6.1.4. Estructura

El trabajo se estructura de la forma siguiente: En el apartado segundo se realiza una revisión de la literatura internacional sobre la no linealidad y caos en la demanda de transporte marítimo. En el apartado tercero se describen las fuentes de datos utilizadas, así como el proceso metodológico adoptado en esta investigación. En el cuarto se exponen y comentan los principales resultados obtenidos para las cuatro series del BDI consideradas, analizando y discutiendo las evidencias existentes a favor y en contra de las hipótesis de no linealidad y régimen caótico. Finalmente, se extraen una serie de conclusiones sobre la investigación realizada y se indican las posibles líneas de investigación futuras.

6.2. Revisión de la literatura

Dado su interés, no es extraño que el análisis de la literatura internacional revele la existencia de numerosos estudios, sobre la modelización del comportamiento de los precios del transporte marítimo. Es por ello, que se ha optado por una clasificación de acuerdo a la metodología empleada. En la tabla 6.1 se citan algunas de las investigaciones más representativas de cada tipo. A continuación, se describen de forma sucinta las principales características de las investigaciones, poniendo

especial énfasis en aquellos trabajos que consideran aspectos no lineales y/o de dinámica caótica.

- *Modelos estructurales:*

De acuerdo con Glen (2006), los primeros trabajos de modelización del mercado de transporte marítimo, utilizan el marco clásico de los modelos de oferta y demanda. Las investigaciones de Beenstock y Vergottis (1989a, 1989b, 1993a y 1993b) emplean los modelos econométricos estructurales para modelizar el precio del transporte marítimo, a partir de la interacción entre la oferta y demanda de servicios de transporte marítimo, de graneles líquidos y sólidos.

- *Modelos causales:*

Posteriormente, se observa un predominio de los modelos causales, en cuya estimación se utilizan un conjunto de variables económicas con el fin de explicar el comportamiento de los precios del transporte marítimo.

Veenstra (1997) aplica un modelo de vectores autorregresivos (VAR) y de análisis de cointegración a las series de los precios de transporte marítimo de graneles sólidos, en seis rutas marítimas. Comprueba la existencia de relaciones estables a largo plazo entre las series y confirma la hipótesis de mercado eficiente.

En los trabajos de Kavussanos y Alizadeh (2001 y 2002), se estudia el tipo de estacionalidad (determinista o estocástica) existente en el precio del transporte marítimo de graneles sólidos y de graneles líquidos, respectivamente. Asimismo, se compara el grado de estacionalidad de los precios de acuerdo al tamaño del buque utilizado, duración del contrato y condiciones del mercado. Sugieren que en ambos casos, no existe estacionalidad estocástica pero si existen evidencias de estacionalidad determinista, en los precios del transporte marítimo y que para el transporte de graneles sólidos, el grado de estacionalidad es superior en el caso de los buques de mayor tonelaje.

Jonnala et al. (2002) estiman un modelo econométrico para el precio del transporte marítimo de granos, utilizando como variables explicativas, la distancia del trayecto, el tamaño del buque, las condiciones del contrato y el periodo en que se realiza el transporte.

Kavussanos y Nomikos (2003) investigan las relaciones entre los precios actuales y futuros, en el mercado de futuros del transporte marítimo, para las dos rutas de transporte más importantes, utilizando una función de impulso. Concluyen que los precios futuros tienden a recoger la nueva información, más rápidamente que los

precios al contado. La información procedente de los precios futuros, cuando es formulada como un modelo vectorial de corrección del error, produce predicciones más precisas de los precios al contado que cuando se utilizan modelos VAR, ARIMA y de camino aleatorio.

Tabla 6.1:Revisión de la literatura internacional sobre modelos del precio del transporte marítimo

Metodologías	Principales características	Ejemplos
Modelos estructurales	Utilizan el marco clásico de los modelos de oferta y demanda en el mercado de transporte marítimo.	Beenstock and Vergottis (1989a, 1989b, 1993a, 1993b). Veenstra (1997);
Modelos causales	Utilizan un conjunto de variables económicas y estacionales, así como diferentes metodologías (VAR, cointegración, corrección de error, etc.) para explicar el comportamiento de los precios del transporte marítimo.	Kavussanos y Alizadeh (2001); Kavussanos y Alizadeh (2002); Jonnala et al. (2002); Kavussanos y Nomikos (2003); Batchelor et al. (2007); Poulakidas y Joutz (2009); Alizadeh y Talley (2011).
Modelos Box-Jenkins de análisis de series temporales.	Estiman modelos de series temporales de precios del transporte marítimo.	Cullinane (1992); Cullinane et al. (1999).
Modelos no lineales de predicción de series temporales.	Utilizan la metodología de Redes Neuronales para predicción de los precios.	Li y Parsons (1997); Lyridis et al. (2004).
Modelos de detección de existencia de no linealidad y caos.	Utilizan diversos métodos y test (test BDS, Hurst, exponentes de Lyapunov, etc.) para detectar la existencia de no linealidades y caos.	Goulielmos y Psifia (2007); Goulielmos y Psifia (2009); Thalassinou et al. (2009); Goulielmos (2012); Goulielmos et al. (2012).

Fuente: Elaboración propia a partir de las referencias citadas en el texto.

Batchelor et al. (2007) comparan diversos tipos de modelos (ARMA, VAR multivariante, VECM⁸⁶, etc.) en relación a su capacidad de predicción de los precios actuales y futuros del transporte marítimo, para varias rutas con buques Panamax. Obtienen que la mejor predicción corresponde a los modelos de vectores de corrección del error (VECM) y que los precios futuros contribuyen a mejorar la predicción de los precios actuales.

Poulakidas y Joutz (2009) estudian y contrastan los efectos del precio del petróleo sobre los precios del transporte marítimo del petróleo, utilizando la metodología del análisis de cointegración. Sus resultados muestran la existencia de una relación entre los precios del petróleo actuales y futuros, los inventarios de petróleo y los precios del transporte marítimo de petróleo.

⁸⁶ Modelos de vectores de corrección del error.

Alizadeh y Talley (2011) estudian los factores microeconómicos determinantes de los precios del transporte de graneles sólidos. Mediante la estimación de un modelo de ecuaciones simultáneas, obtienen que la carga máxima que puede transportar el buque⁸⁷, su edad y las rutas de transporte, son factores relevantes en la formación de los precios. También sugieren la existencia de relaciones entre los periodos deseados de estancia en puerto y los precios del transporte marítimo.

- *Modelos Box-Jenkins de análisis de series temporales:*

Dentro del grupo de los modelos de análisis de series temporales de precios del transporte marítimo, Cullinane (1992) estima un modelo ARIMA para la serie temporal de los fletes del transporte marítimo de graneles sólidos, utilizando como indicador de los fletes al Baltic Freight Index (BFI) y aplicando la metodología Box-Jenkins (Box y Jenkins 1970 y 1975).

Cullinane et al. (1999) utilizan la metodología Box-Jenkins para modelizar la serie temporal del BFI. Contrastan si el cambio producido en la composición del índice ha alterado significativamente la dinámica de la serie. Los resultados obtenidos permiten concluir que no ha existido un cambio significativo en el comportamiento de la serie del BFI.

- *Modelos no lineales de predicción de series temporales:*

Li y Parsons (1997) utilizan modelos de redes neuronales para predecir la evolución futura de los fletes, en el transporte marítimo del petróleo. Utilizando datos mensuales para el periodo 1980-1995, realizan un análisis comparativo sobre el error de predicción asociado a los modelos de redes neuronales y modelos ARMA, obteniendo que los modelos de redes neuronales son superiores, en su capacidad de predicción en el largo plazo, a los modelos ARMA de series temporales.

Lyridis et al. (2004), usando datos mensuales en el periodo desde Octubre de 1979 a Diciembre de 2002 y la metodología de Redes Neuronales, predicen la evolución futura de los precios de transporte marítimo en el segmento de transporte marítimo de productos petrolíferos, correspondiente a los buques de mayor capacidad de carga (VLCCs⁸⁸)

⁸⁷ El término equivalente en inglés es Dead Weight que se define como el peso máximo que puede transportar el buque, comprendiendo el peso de la carga máxima y los pesos de la tripulación, combustibles, provisiones, agua de las calderas, etc.

⁸⁸ La denominación de este tipo de buques se deriva de las siglas en lengua inglesa de la expresión Very Large Crude Carriers.

- *Modelos para la detección de la existencia de no linealidad y caos:*

Finalmente, dentro de los estudios sobre la existencia de no linealidad y caos en la serie temporal de los fletes marítimos, Goulielmos y Psifia (2007) investigan si las series temporales de fletes por viaje y por tiempo son idéntica e independientemente distribuidas (iid), así como si existe una dependencia no lineal. Para ello aplican el test BDS y obtienen que las series no son aleatorias, ni idéntica e independientemente distribuidas. También detectan un comportamiento no lineal en la dinámica de las series.

Thalassinos et al. (2009) predicen la evolución futura de los fletes, en el segmento de transporte marítimo, de productos petrolíferos correspondientes a los buques denominados Aframax. Utilizan métodos no lineales, particularmente de la teoría del Caos, como es el denominado “vecino falso más cercano” (false nearest neighbour).

Goulielmos (2012) aplica el test BDS y los métodos de análisis de rango reescalado (R/S) y exponentes de Lyapunov, extraídos de la Teoría del Caos, para investigar la existencia de no linealidad, así como para realizar predicciones de la evolución en el largo plazo de la serie temporal diaria y semanal de fletes marítimos. Determina los ciclos existentes para realizar la predicción y detecta la existencia de no linealidad, correlación en el largo plazo y caos en la serie analizada.

Goulielmos et al. (2012) aplican el método del exponente de Hurst para investigar si a partir de los derivados del precio de transporte marítimo, se generan predicciones más precisas, que mediante la modelización no lineal de la serie original. Utilizan datos diarios de los fletes para el periodo 2006-2008, y sugieren que, mediante la aplicación de modelos no lineales a la serie original de fletes, se obtienen predicciones más precisas.

6.3. Datos y Metodología

6.3.1. Datos

La serie de datos diarios utilizada en esta investigación, corresponde al índice Baltic Dry Index (BDI), abarcando el periodo comprendido entre Enero de 1990 y Julio de 2013 (5693 observaciones)⁸⁹. Los datos se han obtenido de la página web Bloomberg⁹⁰ y de la página web del Baltic Exchange⁹¹.

El comienzo del BDI se sitúa en el siglo XVIII cuando los mercaderes y los capitanes de barco negociaban en el Baltic Coffeehouse de Londres. En un primer momento el

⁸⁹ Se omiten los días en los que no se realizaron transacciones.

⁹⁰ <http://www.bloomberg.com/>

⁹¹ <http://www.balticexchange.com/>

índice se denominó Baltic Freight Index⁹² (BFI) y no fue hasta 1985 cuando pasó a denominarse como actualmente se conoce. El Baltic Dry Index (BDI) constituye un indicador de los fletes marítimos, es decir, del coste del transporte marítimo de materias primas y en general, de graneles sólidos (carbón, productos siderúrgicos, minerales, cemento, cereales, etc.), para las principales rutas marítimas mundiales. Se caracteriza porque en su elaboración se tiene en cuenta los diferentes tamaños de los buques: Handysize (28.000 toneladas de TPM), Supramax (52.454 toneladas de TPM), Panamax (74.000 toneladas de TPM) y Capesize (172.000 toneladas de TPM). Actualmente, su gestión y publicación de resultados es responsabilidad de la Asociación Baltic Exchange en Londres. A partir del 1 de julio de 2009 el BDI se calcula considerando exclusivamente el flete correspondiente a los fletamentos por tiempo, desestimando para el cómputo los contratos de fletamento por viaje.

La relevancia de este indicador radica no solo en que es una medida del comercio mundial, sino en que por su propia definición, es un índice de la demanda de materias primas y de otras mercancías, que son utilizadas como inputs intermedios, en el proceso de producción industrial. Por ello, puede ser considerado como un barómetro de la actividad económica y utilizarse como un indicador adelantado para la predicción de la producción industrial y del crecimiento económico, ya que recoge los cambios acontecidos en las primeras etapas de la cadena de producción industrial.

En teoría, al carecer este mercado de elementos puramente especulativos, opera de acuerdo a las leyes de oferta y demanda y por tanto, si el índice manifiesta una tendencia creciente, significaría que los precios del transporte marítimo están creciendo, lo que sería una señal de una demanda creciente de transporte y en definitiva, que la actividad económica se está acelerando. Por el contrario, en el caso de que la economía mundial entrara en una fase de bajas pulsaciones, se produciría paralelamente una reducción en el número de los contratos de transporte y en consecuencia, el nivel del Baltic Dry Index también descendería.

Un valor alto del BDI sugiere que la oferta existente de transporte es insuficiente para hacer frente al nivel de demanda en la economía, lo que podría generar presiones inflacionistas a lo largo de la cadena de producción. Asimismo, una repentina y pronunciada caída del BDI sería un aviso del advenimiento de un periodo de crisis, debido a que una reducción de la demanda en la industria, impulsaría a los transportistas a reducir sustancialmente sus tarifas, con la idea de atraer la demanda de transporte.

Un incremento de la demanda, particularmente si es repentina, se traduce en un alza de los precios del transporte marítimo ya que el incremento de la capacidad

⁹² En Octubre de 2001 hay un cambio de composición del índice.

(nueva o reasignación de la existente) precisa un cierto periodo de tiempo. Si las expectativas son pesimistas y los productores reducen su demanda de mercancías, el BDI descenderá.

La oferta en el segmento de transporte marítimo de graneles, representa la disponibilidad de buques, tanto en relación con su capacidad como de su función específica, ya que muchos buques de transporte de graneles no pueden ser fácilmente reconvertidos a otros usos, al ser el mercado de graneles altamente segmentado y rígido. Otro factor relevante en la oferta es la edad media de la flota existente. Si esta es alta, las expectativas de una reducción de capacidad aumentan, lo que se traduce en el alza del nivel del BDI. Por el contrario, si aumentase la capacidad de transporte por la existencia de un volumen importante de pedidos de buques, el nivel del BDI se reduciría, suponiendo que la demanda no se incrementara paralelamente al aumento de capacidad.

La figura 6.1 muestra que el BDI ha seguido una trayectoria sin grandes turbulencias hasta el año 2003. Posteriormente, se observa un aumento drástico de sus niveles de volatilidad, llegando a mostrar un comportamiento característico de las burbujas financieras. Después del boom que vivió el transporte marítimo, especialmente durante el periodo 2005-2006, el 20 de mayo del año 2008 alcanza un valor de 11.793 puntos, que supone su valor máximo desde su introducción en 1985, para descender un 94%, desde mayo a diciembre de 2008, en plena efervescencia de la crisis financiera, hasta que el 5 de diciembre de 2008 registra un valor de 663 puntos, que es su valor mínimo desde 1985.

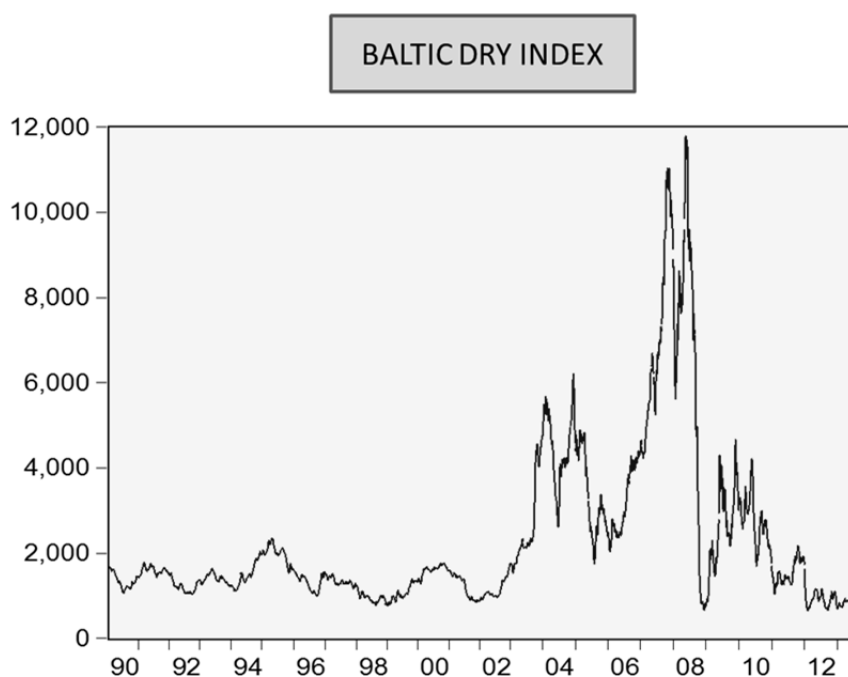


Figura 6.1: Evolución de la serie del Baltic Dry Index

Este formidable descenso del BDI se debe, en parte, a la disminución de la demanda mundial de mercancías, que se traduce en un descenso de la demanda de transporte y en un aumento de la oferta, a causa de la incorporación de nuevos buques que habían empezado a construirse en el periodo del boom de la economía mundial. Por ello, adicionalmente al análisis de la serie durante todo el periodo citado, se ha estudiado su dinámica en tres subperiodos diferentes, al observarse la existencia de marcados cambios en su comportamiento, particularmente en sus niveles de volatilidad. Los tres periodos considerados transcurren, respectivamente, entre enero de 1990 y diciembre de 2002; enero de 2003 y diciembre de 2007 y finalmente, desde enero de 2008 hasta julio de 2013.

Los principales estadísticos descriptivos del BDI se muestran en la Tabla 6.2. Los valores del índice oscilan entre 647 y 1.537. Se observan varias características propias de las series financieras (Fama 1970), como son un coeficiente de asimetría positivo, de valor 2,4100, lo que indica que predominan los datos mayores que la media. Además, los datos no parecen distribuirse según una distribución normal, tal y como manifiesta el resultado del test de Jarque-Bera (1987) ($P\text{-valor} < 0,05$) y la serie presenta colas más densas que la distribución normal, como puede verificarse al observar el histograma y el gráfico de Qq⁹³ que se presentan en el Anexo 6.A.

6.3.2. Metodología

La metodología empleada se ha descrito con detalle anteriormente y por ello, en este apartado sólo se realiza un breve resumen:

En primer lugar, para poder aplicar a la metodología Box-Jenkins (1970 y 1975) se obtienen los retornos (R_t)⁹⁴ de la serie y se comprueba que la serie es estacionaria. A continuación, para detectar un posible comportamiento caótico en la serie del BDI se requiere filtrar la serie de los retornos mediante modelos ARIMA⁹⁵ con el fin de eliminar la dependencia lineal de la serie, ya que esta puede interferir en el resultado de algunas de las herramientas aplicadas en los siguientes pasos. Para ello, tras comprobar que la serie es estacionaria, se selecciona el modelo ARMA(p,q) a aplicar, siguiendo el proceso recomendado por Nelson et al. (1991) que consiste básicamente en la elección del modelo ARMA(p,q) que presente el menor valor según el criterio de Información de Schwarz⁹⁶ (Schwarz, 1978). En el caso de que los residuos del modelo obtenido estuviesen correlacionados, se

⁹³ Otros autores lo denominan gráfico cuantil-cuantil.

⁹⁴ También denominados tasas de variación, rendimientos o serie de log-retornos (serie retornos en adelante).

⁹⁵ Modelos ARMA en adelante.

⁹⁶ El criterio de información de Schwartz(1978) introduce un término de penalización para el número de parámetros en el modelo, con el fin de resolver el problema de la sobreparametrización. La penalización es mayor en este criterio que en otros como el de Akaike (1974), lo que comparativamente le confiere indudables ventajas en su utilización.

aumentaría el orden del modelo (Barkoulas, 2012). Posteriormente se aplica el modelo ARMA(p,q) elegido como más adecuado y se obtienen los respectivos residuos⁹⁷.

A continuación, se comprueba la existencia de no linealidad y la existencia de volatilidad en los residuos de la serie ARMA(p,q) y se aplican sendos modelos no lineales multiplicativos; un modelo autorregresivo con heterocedasticidad condicional, (GARCH(p,q)) y un modelo exponencial autorregresivo con heterocedasticidad condicional, EGARCH(p,q)⁹⁸. El orden del modelo se eligió atendiendo al mismo criterio que el descrito anteriormente para la selección del mejor modelo ARMA(p,q). Tras la estimación del modelo elegido en cada caso, se estandarizaron los residuos obtenidos en cada modelo, mediante sus desviaciones estándar condicionales, imponiendo una distribución normal⁹⁹.

Estas dos últimas series, las obtenidas después de aplicar sendos modelos no lineales multiplicativos GARCH(p,q) y EGARCH(p,q) y estandarizar los residuos correspondientes, así como la de los retornos y la de los residuos del modelo lineal, serán objeto de análisis en los apartados siguientes. En concreto, se aplicarán varios métodos de detección de caos y se estudiará la existencia de persistencia o memoria a largo plazo de las series obtenidas en los pasos descritos, mediante el método del coeficiente de Hurst.

Además, como complemento a lo anterior y tras comprobar que en la serie de partida existían periodos de distinta volatilidad¹⁰⁰, se decidió dividir la serie original en tres nuevas series, atendiendo a los siguientes subperiodos:

- **Serie BDI I:** Datos comprendidos en el periodo 01/01/1990 a 31/12/2002.
- **Serie BDI II:** Datos comprendidos en el periodo 01/01/2003 a 31/12/2007
- **Serie BDI III:** Datos comprendidos en el periodo 01/01/2008 a 01/07/2013

El análisis de cada subperiodo se realizó siguiendo la metodología descrita. El tamaño muestral de cada una de las subseries permite llevar a cabo una investigación independiente en cada una de ellas aplicando la misma metodología descrita para la serie global.

⁹⁷ En adelante serie ARMA(p,q).

⁹⁸ Los modelos GARCH(p,q) fueron descritos por Bollerslev (1986) y los modelos EGARCH(p,q) por Nelson (1991).

⁹⁹ Las dos series de residuos estandarizados se denominarán series GARCH(p,q) y EGARCH(p,q) en adelante.

¹⁰⁰ Posiblemente debido a la definición del índice durante los distintos periodos.

Tabla 6.2: Estadísticos básicos de las series

SERIE COMPLETA: SERIE BDI (Enero 1990 a Julio 2013)					
	S.Original	Retornos	ARMA(9,0)	GARCH(1,2)	EGARCH(2,3)
Media	2283,77	-7,2E-05	4,26E-11	0,0150	0,0078
(D.T)	1909	0,0148	0,0084	0,9723	1,0030
Mediana	1531	-9,3E-05	-0,0001	-0,0191	-0,0282
Mínimo	647	-0,1200	-0,0783	-5,8461	-5,4268
Máximo	11793	0,1400	0,0978	12,6105	7,1285
Asimetría	2,41	-0,0600	0,3766	1,1198	0,4531
Curtosis	9,21	12,8000	18,5728	15,1364	6,8089
Test JB	14634,4*	22759,8*	57559,1*	36065,6*	3629,8*
N	5692	5691	5683	5683	5683
SERIE I BDI (Enero 1990 a Diciembre 2002)					
	S. Original	Retornos	ARMA(5,0)	GARCH(1,1)	EGARCH(3,1)
Media	1360,46	2,7E-05	-3E-11	-0,0051	0,0147
(D.T)	314,98	0,0072	0,0042	0,9634	1,0022
Mediana	1353	-0,0006	-0,0001	-0,0399	-0,0152
Mínimo	776,00	-0,0390	0,0385	-4,9043	-4,7600
Máximo	2352	0,0430	-0,0280	8,5857	7,1635
Asimetría	0,4906	0,5870	0,7382	0,6285	0,4990
Curtosis	3,1099	5,9019	11,6736	8,1090	6,8966
Test JB	124,23*	1248,6*	9847,4*	3521,2*	2058,2*
N	3059	3058	3053	3053	3053
SERIE II BDI (Enero 2003 a Diciembre 2007)					
	S.Original	Retornos	ARMA(3,0)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Media	4157,69	0,0013	3,2E-12	-0,0490	-0,0235
(D.T)	2028,52	0,0134	0,0066	0,9611	0,9997
Mediana	4038,50	0,0017	-0,0002	-0,0885	-0,0668
Mínimo	1530	-0,1200	-0,0444	-5,3013	-4,9095
Máximo	11793	-0,1400	0,0855	4,2758	4,1532
Asimetría	1,4447	0,2819	1,5200	0,0166	0,0341
Curtosis	5,2447	4,3000	29,8387	4,9490	4,6545
Test JB	690,58*	100,91*	37632	196,0	141,44
N	1238	1238	1238	1238	1238
SERIE III BDI (Enero 2008 a Julio 2013)					
	S. Original	Retornos	ARMA(7,0)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Media	2645,2X	-0,0015	-8,90E-11	0,0036	0,0066
(D.T)	2427,37	0,0251	0,0142	0,9649	1,0004
Mediana	1817,50	-0,0019	-0,0006	-0,0603	-0,0600
Mínimo	647	-0,1200	-0,0767	-4,3534	-4,5133
Máximo	11793	0,1370	0,0986	5,8011	6,2652
Asimetría	1,8980	0,0120	0,2360	0,6857	0,6806
Curtosis	5,9415	6,0840	7,7169	7,1488	7,2499
Test JB	1341,42*	553,2*	1307,1	1110,58	1158,3
N	1396	1396	1396	1396	1396

Notas: Estadísticos para el índice BDI, la serie entera y las tres subseries. S.Original: Serie original; (D.T): Desviación Típica, * El resultado de este test fue significativo. El coeficiente de asimetría corresponde al estadístico de Fisher. Test JB: Test Jarque Bera (1987). Fuente: Elaboración propia.

6.4. Resultados Empíricos

El análisis de la evolución diaria del BDI (figura 6.1), muestra la existencia de una variabilidad proporcional a los valores de la variable y que gira en torno a la media. Con el fin de eliminar este último rasgo, así como transformar la serie original en una serie estacionaria, se calcula la serie de los retornos (R_t) de la serie original con el procedimiento explicado previamente.

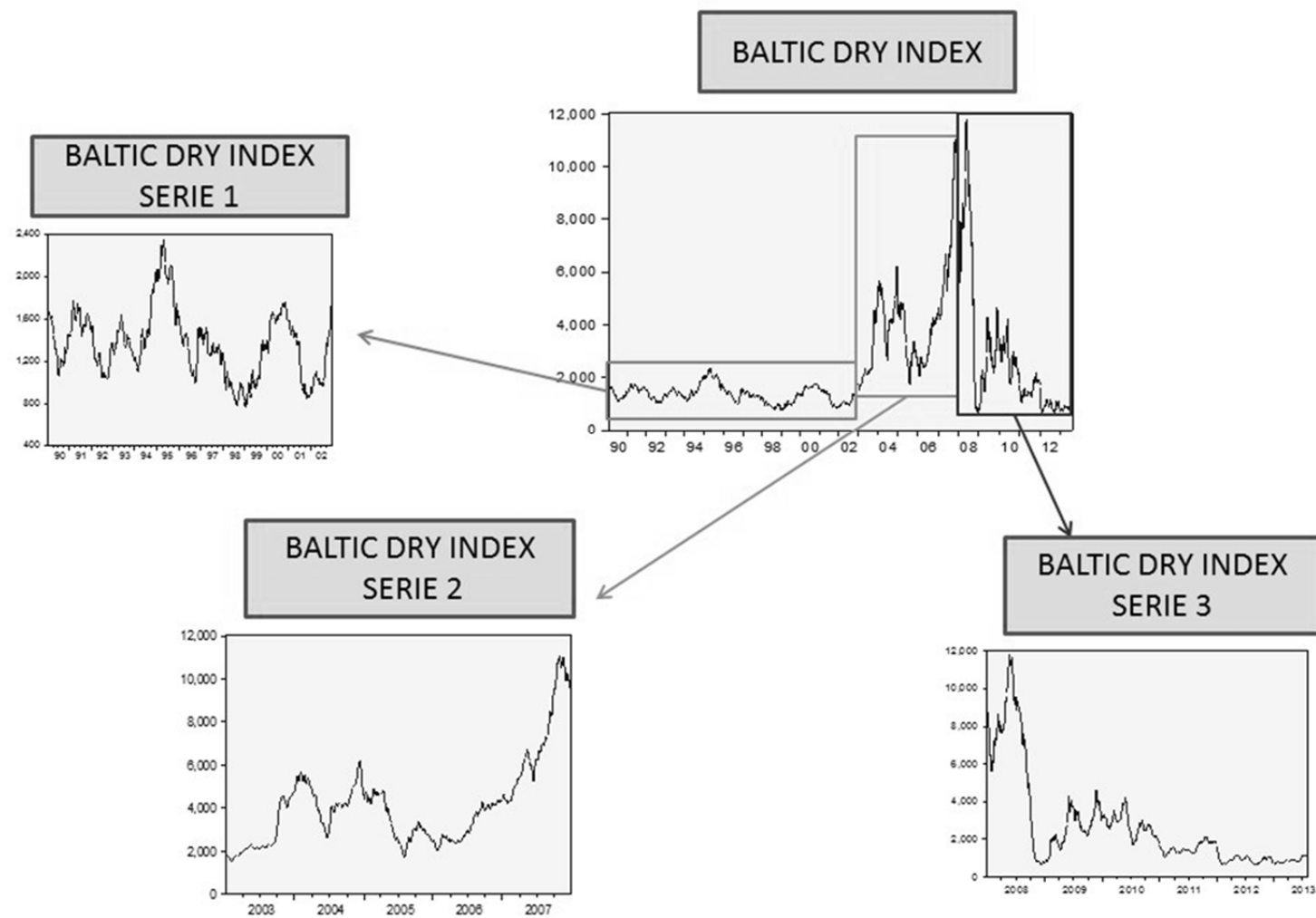
La gráfica de la evolución de la serie de los retornos se muestra en la figura 6.2. La serie presenta un outlier o valor anómalo en el año 1999 coincidiendo con el cambio de definición del índice. Presenta una media y una mediana significativamente nulas ($-7,2E-05$ y $-9,3E-05$ respectivamente) y los valores de la serie oscilan entre 0,14 y -0,12 (tabla 6.2).

Al igual que afirman Jing, (2008) y Goulielmos (2012), se observa que la serie del BDI presenta las características típicas de las series financieras (coeficiente de asimetría negativo y un coeficiente de curtosis positivo entre otras) descritas por Fama (1970). El alto valor del coeficiente de curtosis, implica que la distribución tenga unas colas más densas que la distribución normal lo que a su vez condiciona que los sucesos anómalos o outliers, tienen más probabilidad de ocurrir de lo que se esperaría en una distribución normal.

Además, existen indicios de no linealidad al rechazarse la hipótesis de normalidad en los datos, ya que el p-valor asociado al test de Jarque Bera (1987) es mayor que el nivel de significación ($p\text{-valor} > 0,05$). Este último resultado es consistente con el histograma de la serie y el gráfico Qq que se presentan en el Anexo 6.A.

Tabla 6.3: Modelos aplicados a cada una de las series

SERIE	LINEAL	NO LINEAL	
	Modelo ARIMA	[Modelo GARCH]	[Modelo EGARCH]
SERIE BDI (1990- 2013)	ARMA(9,0)	GARCH(1,2)	EGARCH (2,3)
Serie BDI I (1990-2002)	ARMA(5,0)	GARCH (1,1)	EGARCH (3,1)
Serie BDI II (2003-2007)	ARMA(3,0)	GARCH (1,1)	EGARCH (1,1)
Serie BDI III (2008-2013)	ARMA(7,0)	GARCH(1,1)	EGARCH (1,1)



Los test aplicados para el análisis de la estacionariedad en las series: El DFA¹⁰¹, el test PP¹⁰² y el KPPS¹⁰³ verifican que la serie es estacionaria (tabla 6.3). El análisis de la función de autocorrelación simple (FAS) y de la función de autocorrelación parcial (FAP) de la serie permite observar que varios coeficientes de autocorrelación son significativos a un nivel de confianza del 5%. La estructura de autocorrelación de los valores absolutos de la serie, muestra la presencia de dependencia no lineal, lo que es consistente con la heterocedasticidad condicional y otros tipos de no-linealidad que se estudian más adelante

Las series de los retornos, correspondientes a cada uno de los tres subperiodos reflejan una situación análoga a la de la serie global. La serie BDI del primer subperiodo (BDI I), abarca un rango de recorrido más corto mientras que, en la evolución de las otras series, se observan sendos picos correspondientes a la crisis asiática y la crisis de la economía global respectivamente (retornos de las series BDI II y BDI III). Las tres series presentan un coeficiente de asimetría positivo y un exceso de curtosis, alcanzando este último estadístico una magnitud mayor en la tercera serie (retornos del BDI III). Los valores de los test de las raíces unitarias y el test de estacionariedad demuestran, asimismo, que las tres series son estacionarias (tabla 6.4).

6.4.1. Modelización lineal

Una vez comprobado que todas las series de retornos son estacionarias, se aplica la metodología Box-Jenkins para el análisis de series temporales (Box y Jenkins 1970 y 1975), con el fin de encontrar el modelo ARMA más adecuado para eliminar el componente lineal.

El modelo más idóneo con base en el criterio señalado, correspondió con el modelo ARMA(9,0)¹⁰⁴. La serie de los residuos obtenidos con dicho modelo presenta un coeficiente de curtosis alto, de 18,5728 indicando una distribución más apuntada y colas más anchas en comparación con la distribución normal.

El procedimiento para extraer la parte lineal de las series de los retornos en los tres subperiodos considerados, es el mismo que el aplicado a la serie original. Los modelos lineales que mejor se ajustan a cada una de ellas, atendiendo a los criterios elegidos, se presentan en la tabla 6.3.

¹⁰¹ Test de Dickey-Fuller Aumentado (Dickey y Fuller, 1979)

¹⁰² Test de Phillips-Perron (Phillips y Perron, 1988)

¹⁰³ Test de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (Kwiatkowski et al., 1992)

¹⁰⁴ A la serie de los residuos del modelo ARMA(9,0) se les denominará modelo o serie ARMA(9,0) en adelante

Tabla 6.4: Estudio de la Estacionariedad

BDI	Serie Original	Retornos
<i>Test Dickey Fuller Aumentado (DFA)</i>		
Con Constante	-3,3632 (0,0124)	-18,5200 (0,0000)
Con Constante y Tendencia	-3,4880 (0,0407)	-18,5215 (0,0000)
<i>Test Phillips-Perron (PP)</i>		
Con Constante	-2,7104(0,0723)	-23,4660 (0,0000)
Con Constante y Tendencia	-2,7660(0,2101)	-23,4661 (0,0000)
<i>Test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)</i>		
Con Constante	2,0704	0,0510
Con Constante y Tendencia	0,5854	0,0385
BDI I	S. Original	Retornos
<i>Test Dickey Fuller Aumentado(DFA)</i>		
Con Constante	-2,7328(0,0686)	-16,0082 (0,0000)
Con Constante y Tendencia	-2,6569(0,2549)	-16,0196 (0,0000)
<i>Test Phillips-Perron (PP)</i>		
Con Constante	-2,2710 (0,1816)	-18,3371 (0,0000)
Con Constante y Tendencia	-2,1487 (0,5176)	-18,3492 (0,0000)
<i>Test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)</i>		
Con Constante	0,8911	0,0892
Con Constante y Tendencia	0,2590	0,0593
BDI II	S. Original	Retornos
<i>Test Dickey Fuller Aumentado (DFA)</i>		
Con Constante	-0,0856 (0,9491)	-13,1635 (0,0000)
Con Constante y Tendencia	-0,7875 (0,9653)	-13,1591 (0,0000)
<i>Test Phillips-Perron (PP)</i>		
Con Constante	-0,2200 (0,9334)	-8,5187 (0,0000)
Con Constante y Tendencia	-0,9141 (0,9528)	-8,5131 (0,0000)
<i>Test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)</i>		
Con Constante	1,6140	0,1329
Con Constante y Tendencia	0,5925	0,1274
BDI III	S. Original	Retornos
<i>Test Dickey Fuller Aumentado (DFA)</i>		
Con Constante	-2,5787(0,0976)	-14,5984 (0,0000)
Con Constante y Tendencia	-2,3326 (0,4154)	-14,6130 (0,0000)
<i>Test Phillips-Perron (PP)</i>		
Con Constante	-2,6358 (0,0860)	-12,2124(0,0000)
Con Constante y Tendencia	-2,6044 (0,2784)	-12,2111(0,0000)
<i>Test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)</i>		
Con Constante	2,3457	0,0690
Con Constante y Tendencia	0,3092	0,0385

Notas: La hipótesis nula es que la serie tiene raíces unitarias. Entre paréntesis se muestra para el test de Dickey Fuller aumentado, el p-valor unilateral de MacKinnon (1996). El ancho de banda para el test Phillips-Perron se determinó utilizando el método de Bartlett Kernel (Newey-West automático). Los valores críticos para el test de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin al 5% de nivel de confianza son 0,463 y 0,146, para el modelo con constante y el modelo con constante más tendencia, respectivamente.

Los coeficientes y las características principales de cada modelo seleccionado, tanto para la serie global como para las correspondientes a cada subperiodo (series BDI I, BDI II y BDI III) se muestran en el Anexo 6.B.

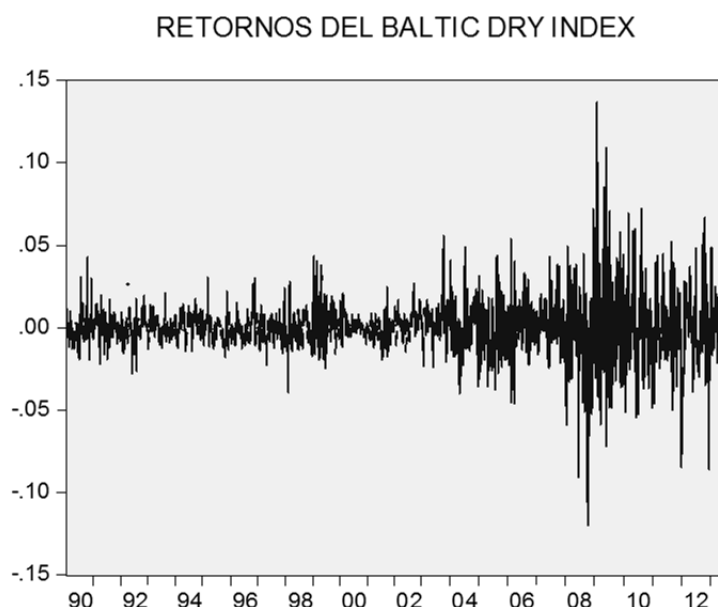


Figura 6.2: Evolución de los retornos del BDI

Los cuatro modelos seleccionados corresponden a modelos autorregresivos $AR(p)$ y presentan las mismas características que las descritas para las series de los retornos, es decir, un coeficiente de asimetría positivo y un coeficiente de curtosis mayor que tres, indicando una distribución más apuntada que la presumiblemente esperada en la distribución normal y con unas colas más densas. Los gráficos Qq y el histograma de las cuatro series, que figuran en el anexo 6.A, junto con los resultados del test de Jarque Bera (1987), en el que el p-valor obtenido es mayor que el valor de significación, corroboran que los residuos de los modelos lineales difieren de la distribución normal.

6.4.2. Análisis de la aleatoriedad y no linealidad

Una vez eliminada la componente lineal de los datos, se comprueba la existencia de no linealidad y la naturaleza de ésta.

Con el fin de evaluar la no linealidad y la aleatoriedad de los datos, se realizó una amplia batería de test, cuyas principales características ya han sido descritas en apartados anteriores de esta investigación. Los test aplicados son los siguientes: El test de Rachas (Wald y Wolfowitz, 1940), el de Keenan (1985), el de Tsay (1986), el

de Teräsvirta (1983), el test basado en redes neuronales de White (1989 y 1993), el BDS (Brock et al., 1987) y el contraste de Kaplan (1994).

La principal aportación que supone la utilización de un conjunto tan amplio de instrumentos de contraste, es obtener información fidedigna acerca de la naturaleza de las series ya que, hasta la fecha, ninguno de ellos ha mostrado ser eficiente para todos los posibles casos de dependencia existentes. Sin embargo, cabe recordar que se ha demostrado que algunos test como el test BDS (Brock et al., 1997), el de White (1989, 1993) o el de Kaplan (1994), espacios antes del paréntesis son más eficientes a la hora de detectar la existencia de dependencia en los datos (Barnet, 1997).

Los resultados obtenidos para cada uno de los contrastes se muestran en el Anexo 6.C y de forma resumida en la tabla 6.5.

6.4.2.1. Análisis de la aleatoriedad

La serie global ARMA(9,0) parece comportarse de forma aleatoria, ya que el p-valor asociado al estadístico del test es mayor que el nivel de significación (Anexo 6.C). Sin embargo, para las tres series, BDI I, BDI II y BDI III correspondientes a los periodos temporales considerados (las subseries), se rechaza la hipótesis de aleatoriedad al obtener un p-valor mayor que el nivel de significación.¹⁰⁵

6.4.2.2. Resultados de los test de Keenan y Tsay

A continuación se aplicaron los test de Keenan (1985) y Tsay (1986) para verificar si los datos se ajustan a un modelo lineal. Una vez eliminada la parte lineal en la serie del BDI global, no se rechaza la hipótesis de partida (linealidad). Los resultados de las tres subseries consideradas muestran un resultado similar, en casi todos los casos. Los p-valores de cada uno de los test, así como el valor del estadístico, se muestran en el Anexo 6.C.

6.4.2.3. Resultados de los test de Teräsvirta y White

A diferencia de los test anteriores, los test de Teräsvirta (1983) y White (1989) se apoyan en la metodología de redes neuronales para aceptar o rechazar la hipótesis de un modelo lineal. Ambos test rechazan la hipótesis de un modelo lineal al considerar la serie de todo el espacio muestral. Para los subperiodos muestrales considerados también se encuentran evidencias, atendiendo a los resultados de estos test, a favor de un modelo no lineal en todos los casos.

¹⁰⁵ El nivel de significación en un 5%.

Tabla 6.5: Resumen de los test de no linealidad

BDI Serie completa					
Test	Retornos	Retornos	ARMA(9,0)	GARCH(1,2)	EGARCH(2,3)
Rachas	Aleatorio	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Keenan	Lineal ^a	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Tsay	Lineal ^a	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
White	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza
Teräsvirta	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	No rechaza	No rechaza
BDS	Lineal ^b	-	Rechaza	Mixto	Rechaza
Kaplan	Lineal	Mixto	Mixto	No rechaza	No rechaza
BDI subserie I					
Test	Ho	Retornos	ARMA(5,0)	GARCH(1,1)	EGARCH(3,1)
Rachas	Aleatorio	Rechaza	Rechaza	Rechaza	No rechaza
Keenan	Lineal ^a	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Tsay	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	No rechaza	No rechaza
White	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza	No rechaza
Teräsvirta	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza
BDS	Lineal ^b	-	Rechaza	No rechaza	No rechaza
Kaplan	Lineal	Mixto	Mixto	No rechaza	No rechaza
BDI subserie II					
Test	Ho	Retornos	ARMA(3,0)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Rachas	Aleatorio	Rechaza	Rechaza	No rechaza	No rechaza
Keenan	Lineal ^a	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Tsay	Lineal ^a	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
White	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	No rechaza	Rechaza
Teräsvirta	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza
BDS	Lineal ^b	-	Rechaza	No rechaza	No rechaza
Kaplan	Lineal	Mixto	Mixto	No rechaza	No rechaza
BDI subserie III					
Test	Ho	Retornos	ARMA(7,0)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Rachas	Aleatorio	Rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza
Keenan	Lineal ^a	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Tsay	Lineal ^a	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
White	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza
Teräsvirta	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza
BDS	Lineal ^b	-	Rechaza	Rechaza	Rechaza
Kaplan	Lineal	Mixto	Mixto	No rechaza	No rechaza

Ho: Hipótesis nula del test. a Lineales en la media. b El test BDS puede aplicarse como un test de linealidad una vez se ha eliminado la parte lineal de la serie. Mixto: no concluyente, debido a la diferencia de resultados para las distintas dimensiones de embebimiento. .Para el caso del BDS se ha considerado como mixto si al menos 2 resultados con $m < 7$ rechazan la hipótesis de partida.

6.4.2.4. Resultados del Test BDS

Posteriormente, se aplicó el test BDS a las cuatro series ARMA del estudio. De esta forma, el test se plantea como una forma indirecta de analizar la no linealidad en los

datos, ya que si la serie presenta un comportamiento caótico, los residuos de un filtro lineal no pierden la información esencial de la serie original (Brock, 1997).

Brock (1996) demostró la distribución asintótica del estadístico del test bajo ciertas condiciones. La primera de ellas es que el tamaño muestral fuera al menos de 500. La segunda es que el valor de proximidad no superara el valor 2σ y por último, la dimensión de embebimiento m debe ser inferior a 6. Teniendo en cuenta dichos requisitos para realizar la investigación, se consideraron distintos valores de proximidad ($0,5\sigma$; 1σ ; $1,5\sigma$; 2σ), de tal manera que ninguno fuese mayor que 2σ , considerando distintas dimensiones de embebimiento (m)¹⁰⁶. El resumen de los resultados obtenidos, se expone en la Tabla 6.5. En el Anexo 6.C pueden consultarse el valor del estadístico y los p-valores de cada test realizado. Los resultados confirman, como era de esperar, que la serie ARMA (9,0) no es ruido blanco y presenta un posible componente no lineal. Las series de los subperiodos muestran un comportamiento similar, al rechazar la hipótesis de linealidad para todas las dimensiones de embebimiento y todos los valores de proximidad considerados.

6.4.2.5. Resultados del Método de Kaplan

El test de Kaplan (1994) analiza el determinismo en una serie temporal, basándose en la propiedad que a continuación se expone, que caracteriza a una serie temporal determinista. En un sistema determinista, dos puntos inicialmente próximos se mantendrán relativamente juntos, después de una iteración. Sin embargo si el sistema es estocástico, las imágenes de los puntos que inicialmente estaban cercanos, estarán muy alejadas.

Para comprobar la propiedad anterior, se compara el valor del estadístico K , obtenido de la serie original, con el obtenido de una serie estocástica y lineal¹⁰⁷. Para ello se generan réplicas con el mismo histograma y la misma función de autocorrelación que la de la serie original. Posteriormente, se compara el valor del estadístico K (K_{test}), obtenido de la serie original con respecto a un valor que resume las réplicas generadas. Este valor consiste en el valor más pequeño del mínimo (K_{min}) de las series y de la media menos dos desviaciones típicas (KS). Finalmente, se considera que se verifica la hipótesis nula de no linealidad si el valor del estadístico K , calculado para la serie original (K_{test}), es menor que el valor resumen descrito anteriormente.

A continuación se aplicó el método de Kaplan a las series. Los resultados se muestran en el Anexo 6.C y de forma resumida en la Tabla 6.5. El test se realizó

¹⁰⁶ Las dimensiones de embebimiento varían de 2 a 6.

¹⁰⁷ De esta forma lo que en realidad se está contrastando es la hipótesis de no linealidad, frente a la hipótesis de linealidad en los datos.

considerando distintas dimensiones de embebimiento (desde 2 hasta 9) y distintos valores para el parámetro retardo. También se aplicó el método tomando los valores óptimos de retardo y dimensión de embebimiento, seleccionados por los métodos de la mínima información mutua (Fraser y Swinney, 1986) y los falsos vecinos cercanos (Kennel et al., 1992), respectivamente, sin que el resultado difiera. Los estadísticos media, mínimo, K y desviación típica se han calculado sobre un total de 30 réplicas de cada serie.

Para la serie global, el valor de K es mayor que el valor resumen para la mitad de las dimensiones de embebimiento consideradas ($m=1,2,3$ y 5), por lo que se rechaza la hipótesis nula de no linealidad. Sin embargo, para las otras dimensiones de embebimiento (Anexo 6.C) se acepta la hipótesis de linealidad.

Análogamente, al aplicar el test de Kaplan sobre los residuos de los filtros lineales correspondientes a los subperiodos, se obtienen resultados mixtos, rechazándose la hipótesis de linealidad en aproximadamente la mitad de los casos considerados.

6.4.3. Modelización no lineal

En el apartado anterior se ha comprobado empíricamente la existencia de dependencia en los datos y su compatibilidad con un componente no lineal. A continuación, con el fin de comprobar el origen de la no linealidad, se realizó el test del multiplicador de Lagrange para varios órdenes (desde 1 hasta 5) de un modelo ARCH. Los p-valores asociados al test fueron menores de 0,0001 para todos los modelos ARCH considerados. Los resultados obtenidos confirman que, la dependencia remanente en la serie, podría deberse a la existencia de volatilidad condicional o momento de orden 2 de la serie.

Posteriormente, se modelizó la volatilidad, aplicando un filtro no lineal multiplicativo de la familia GARCH (Anexo 6.B) a la serie global y se obtuvieron los residuos estandarizados. Esta familia de modelos ha sido previamente aplicada a numerosas series financieras (Matilla-García, 2008 y Barkoulas, 2012). Los residuos constituyen la serie $GARCH(1,2)^{108}$. En esta estimación del modelo $GARCH(1,2)$ se puede apreciar que excepto la constante los demás parámetros son significativos, lo que implica que la variación en los retornos está influenciada por el comportamiento de la volatilidad en el período anterior y además, que se ha recogido con esta estimación de forma adecuada, la dependencia de los cuadrados en las funciones de autocorrelación simple y parcial, (ya que todos los valores están prácticamente en torno a cero). El modelo aplicado proporciona residuos estandarizados incorrelacionados y residuos al cuadrado estandarizados¹⁰⁹ y los coeficientes y parámetros del modelo se muestran en la tabla 6.B.1. del Apéndice 6.B.

¹⁰⁸ En adelante serie $GARCH(1,2)$

¹⁰⁹ Específicamente el $Q(24)$ es 31.904 [0.129]

Los modelos EGARCH (Nelson 1991), a diferencia de los GARCH (Bollerslev 1986), realizan la estimación de la varianza condicional considerando el signo de la innovación en el período anterior, y por ello suelen ser buenos candidatos para estimar procesos financieros. Los residuos estandarizados del modelo EGARCH(2,3) elegido aún muestran un exceso de curtosis.

Para las tres series correspondientes a los subperíodos considerados, se procede de forma análoga. El test ARCH de heterocedasticidad para los distintos órdenes considerados (1-5), verifica la existencia de volatilidad en las series. El modelo GARCH elegido para todas ellas, es el GARCH(1,1). A continuación, se elige el mejor modelo EGARCH de cada serie que corresponde a un EGARCH(3,1) para la primera subserie y a modelos EGARCH(1,1) para la segunda y la tercera. Posteriormente, tras la aplicación de los distintos modelos señalados, se estandarizaron los residuos.

De forma análoga a lo ocurrido en la serie global, se observa que las series de los subperíodos también presentan coeficientes de curtosis mayores que la distribución normal.

6.4.4. Estudio del comportamiento caótico

6.4.4.1. Estudio de la aleatoriedad y la no linealidad

6.4.4.1.1. Análisis de la aleatoriedad

Los resultados del test de Rachas (Wald y Wolfowitz, 1940) se presentan en la tabla 6.5 y en el Anexo 6.C. Los resultados sugieren que la serie global es aleatoria, ya que no se rechaza la hipótesis nula de aleatoriedad. Sin embargo, cuando se consideran los tres subperíodos (series BDI I, BDI II y BDI III) sí se observan periodos donde se acepta la aleatoriedad del modelo (caso del modelo GARCH(1,1) del primer periodo temporal considerado).

6.4.4.1.2. Análisis de la no linealidad

A continuación, se procede a comprobar la no linealidad en las últimas series, ya que es un requisito necesario para la existencia de un comportamiento caótico. En la tabla 6.5 se muestra un resumen de los distintos métodos. Los resultados de cada uno de los métodos se muestran en el Anexo 6.C.

Análisis de la serie global

Se aplicaron los test descritos previamente, para la detección de la no linealidad en los residuos estandarizados de las series GARCH(1,2) y EGARCH(2,3). Los test de

White (1989) y el test BDS mostraron, resultados consistentes con la existencia de no linealidad, para ambas series. En concreto, el test BDS rechazó la hipótesis nula de linealidad para, al menos, la mitad de los casos considerados. Estos dos test, el BDS y el de White(1989), han demostrado ser los más eficientes para este fin (Barnet et al., 1997).

Análisis de las tres subseries

Al analizar la no linealidad en cada uno de los dos modelos correspondientes cada subperiodo, se observa que, al menos, hay un test que rechaza la hipótesis de linealidad, en cada una de las series. Para el caso de la primera subserie, BDI I, el test de White(1989) rechaza la hipótesis de linealidad en la serie GARCH(1,1). Este resultado es consistente con el obtenido al aplicar el contraste de Teräsvirta (1983), que rechaza la hipótesis de linealidad tanto para el modelo GARCH(1,1) como para el modelo EGARCH(1,1).

Para el segundo subperiodo muestral, BDI II, ocurre la misma situación que la anteriormente descrita. La hipótesis de no linealidad es rechazada, entre otros, por el test de Teräsvirta(1983), para las series GARCH(1,1) y EGARCH(1,1).

Finalmente, para el último subperiodo considerado (BDI III), el que incluye la gran crisis económica mundial de los últimos años, no sólo los test de White(1989) y Teräsvirta(1983) rechazan la hipótesis de linealidad, sino que también es rechazada por el test BDS.

6.4.4.2. Análisis del comportamiento caótico

6.4.4.2.1. Dimensión de la Correlación

La Dimensión de Correlación (CD) de un sistema dinámico constituye una medida de su complejidad, que permite discriminar entre un sistema determinista y uno estocástico, ya que se conoce que, si la serie es estocástica, la magnitud aumenta a medida que aumenta la dimensión de embebimiento, pero si la serie es determinista, a medida que se aumenta la dimensión de embebimiento, el valor del CD tiende a un punto fijo, que además estaría relacionada con la dimensión del atractor de la serie (Grassberger y Procaccia, 1983).

El teorema de los residuos de Brock establece que los residuos de un proceso finito ARMA tienen la misma dimensión que la serie original, es decir, que la dimensión de la correlación es invariante ante estas transformaciones, por lo que se ha calculado la CD, tanto para los residuos de los filtros lineales, como para los residuos de los

modelos no lineales, considerando diferentes dimensiones de embebimiento ($m=1, 2, \dots, 8$). Asimismo, para su análisis se ha considerado el valor óptimo del tiempo de retardo, según el criterio de la mínima información mutua (Kennel et al., 1992).

Los resultados para la serie global, se muestran en el Anexo 6.D y sugieren que la dimensión de correlación, generalmente, crece a medida que aumenta la dimensión de la inmersión. Sin embargo, los valores de la CD, tanto para la serie de retornos como para la serie ARMA(9,0) y GARCH(1,1), no convergen a un valor fijo, lo que sugiere ausencia de saturación, a pesar de que el incremento de la CD sea menor que uno. En el caso de la serie EGARCH(2,3), este incremento es mayor que uno, sugiriendo un comportamiento estocástico de la serie.

En las tres subseries (BDI I, BDI II y BDI III) analizadas se observa un resultado similar: La CD aumenta a medida que aumenta la dimensión de embebimiento, siendo este incremento mayor para el caso de los modelos no lineales.

6.4.4.2.2. Exponente de Lyapunov

El exponente de Lyapunov mide la tasa media de divergencia o convergencia de dos trayectorias cercanas que difieren en las condiciones iniciales, en únicamente una cantidad infinitesimal. El método proporciona un valor positivo, si ambas trayectorias convergen y uno negativo, en el caso de diverger. La idea que subyace bajo esta caracterización es que, si el sistema es estable, las trayectorias deben converger hacia un atractor, y por tanto, la distancia entre ellas disminuye con el paso del tiempo. Sin embargo si el sistema es inestable (caótico), las trayectorias que están próximas tenderán a aumentar.

En esta investigación, se ha utilizado el método proporcionado por Eckmann y Roulle (1996), para calcular el exponente de Lyapunov. El algoritmo se basa en la metodología de redes neuronales para la estimación del Jacobiano y es capaz de lidiar con el ruido que los sistemas puedan presentar (Eckmann, 1996). Este método se incluye dentro del grupo de los métodos indirectos¹¹⁰ para la estimación del exponente y tiene la ventaja de proporcionar resultados más robustos con tamaños muestrales no muy grandes, como es el caso del tamaño muestral de las tres subseries.

Además, la distribución de este estadístico ha sido descrita previamente, mediante la utilización del teorema central del límite y un proceso de cadenas de Markov (Shintani y Linton, 2004). En concreto, Shintani y Linton (2003 y 2004) han probado que converge asintóticamente a la distribución normal. La obtención de esta

¹¹⁰ Los métodos disponibles para el cálculo del algoritmo de Lyapunov se clasifican en métodos directos e indirectos. Entre los primeros el más utilizado es el de Wolf aunque se ha demostrado que es sensible al posible ruido que pueda presentar la serie (BenSaïda y Litimi, 2013).

distribución es fundamental para extraer conclusiones fiables, acerca de la estabilidad o inestabilidad del sistema generador de la serie temporal.

Para generar el mapa F de la serie temporal, los parámetros (L, m, q) de la red neuronal, se ha utilizado el procedimiento sugerido por BenSaïda y Litimi(2013). Los resultados obtenidos del test, aplicado a cada una de las series, se muestran en el Anexo 6.D. Se observa que tanto en el caso las series GARCH(1,2) y EGARCH(2,3) de las serie global, como en el de las series de los residuos de los modelos GARCH y EGARCH de los tres subperiodos muestrales considerados en el estudio (ver Anexo 6.D), se obtiene un exponente de Lyapunov negativo en todos los casos y un p-valor menor que el valor de significación, por lo que se rechaza la hipótesis de que las series presentan sensibilidad a las condiciones iniciales, es decir, un comportamiento caótico. Sin embargo, no se debe olvidar que la no aceptación de caos de baja dimensión, no excluye la existencia de caos en dimensiones altas (Dechert, 1988).

6.4.4.2.3. Método 0/1

Siguiendo el procedimiento descrito por los autores del método (Gottwald y Melbourne, 2009), que consiste en emplear varias frecuencias para aumentar el grado de robustez del test, se ha realizado el test un total de 6000 veces y se ha tomado la mediana de todas las realizaciones. Este método se caracteriza porque es independiente de la naturaleza del vector que se considera y además, no hace falta reconstruir el atractor para realizarlo.

Los resultados del exponente 0/1 para todas las series se muestran en el Anexo 6.D. El test proporciona un valor cercano a 0 ó a 1. Si el valor es 0 se concluye que la serie es claramente estocástica, sin embargo si el resultado es 1, no puede afirmarse con seguridad que la serie tenga un componente caótico ya que el resultado puede deberse a la existencia de ruido en la serie (tabla 6.5 y Anexo 6.D). Todos los resultados obtenidos son próximos al valor 1 (Anexo 6.D), por lo que se concluye que puede existir un alto nivel de ruido en la serie o bien tener un significativo componente caótico.

6.4.4.2.4. Exponente de Hurst

El análisis R/S tradicional nos facilita poder determinar la existencia de memoria a largo plazo en una serie temporal, mediante el cálculo del exponente de Hurst (H). Esta técnica permite distinguir una serie estocástica de una serie determinista y diferenciar si los valores pasados de una serie temporal afectan a los valores futuros.

Tabla 6.6: Resultados de los contrastes del Comportamiento Caótico.

Método	Ho	Conclusión
<i>BDI</i>		
CD	-	Si existe un atractor debe ser de alta dimensión.
Lyapunov	Caos	Se rechaza Ho. (P-valor<0,05)
O/1	-	T=0,69 y T=0,67.
Hurst	-	La serie tiene un comportamiento caótico.
M-García	Determinismo	La serie EGARCH muestra indicios de memoria largo plazo
Recurrencia	-	Se rechaza Ho (p-valor<0,05). El gráfico no muestra líneas paralelas a la diagonal.
<i>BDI I</i>		
CD	-	Si existe un atractor debe ser de alta dimensión.
Lyapunov	Caos	p<0,05. Se rechaza Ho.
O/1	-	T=0,81 y T=0,78.
Hurst	-	La serie tiene un comportamiento caótico.
M-García	Determinismo	Indicios de persistencia o memoria a largo plazo
Recurrencia	-	Se rechaza Ho (p-valor<0,05). El gráfico no muestra líneas paralelas a la diagonal
<i>BDI II</i>		
CD	-	Si existe un atractor debe ser de alta dimensión.
Lyapunov	Caos	p<0,05. Se rechaza Ho.
O/1	-	T=0,75 y T=0,76.
Hurst	-	La serie tiene un comportamiento caótico.
Matilla-García	Determinismo	Indicios de persistencia o memoria a largo plazo
Recurrencia	-	Se rechaza Ho (p-valor<0,05). El gráfico no muestra líneas paralelas a la diagonal
<i>BDI III</i>		
CD	-	Si existe un atractor debe ser de alta dimensión.
Lyapunov	Caos	p<0,05. Se rechaza Ho.
O/1	-	T=0,99; La serie tiene un comportamiento caótico.
Hurst	-	Poca evidencia de persistencia
Matilla-García	Determinismo	Se rechaza Ho (p-valor<0,05).
Recurrencia	-	El gráfico no muestra líneas paralelas a la diagonal

Notas: CD: Resultados de la correlación de dimensión. M-G: Método Matilla- García. O/1 test de Melbourne-Gottwald (2004). Fuente: Elaboración propia

El primer paso para su cálculo consiste en reducir toda la dependencia presente en la serie, ya que el valor del exponente puede estar sesgado si la serie temporal presenta dependencia lineal. Al considerar todo el espacio muestral, se obtienen valores del coeficiente de Hurst cercanos al valor que indicaría un proceso completamente estocástico (0,5). Sin embargo, al analizar por separado cada uno

de los tres subperiodos muestrales considerados, se observa que este patrón no se repite en los primeros años del índice, en los que se observa la existencia de dependencias a largo plazo, pero sí en los últimos años (Anexo 6.D). La revisión de la literatura existente indica que, al considerar los años más recientes, los mercados tienden a estar más regulados y por lo tanto, tienden a ser más aleatorios. Esta afirmación puede observarse al analizar la evolución de los valores del coeficiente de Hurst en las subseries.

6.4.4.2.5. Test Matilla-Garcia et al.

Posteriormente se ha aplicado el test de Matilla-García et al. (2010) a las series obtenidas en los modelos no lineales. Este test no necesita reconstruir el atractor del sistema como paso previo y el análisis se hace directamente, utilizando los datos. Para realizar el proceso se definen los valores de la entropía modificada de Shannon. Posteriormente, basándose en el hecho de que en las series deterministas, a diferencia de las estocásticas, la información o complejidad calculada a partir de la entropía de permutación, no aumenta al incrementar el número de símbolos una vez alcanzado el punto de saturación, se plantea un test, realizando una regresión lineal con los valores de las entropías de permutación. La pendiente de la recta se asocia con el grado de complejidad de los datos. Los autores describen que si el coeficiente obtenido es nulo, la serie es determinista y si es mayor que cero, la serie es estocástica.

Para realizar el test, los parámetros se fijaron como $m=4$, $k=2$ y $w=12$. Los coeficientes obtenidos para todas las series fueron mayores que cero, por lo que se rechaza la hipótesis nula de existencia de determinismo para todas las series.

6.4.4.2.6. Gráficos de Recurrencia

Los gráficos de recurrencia (GR) constituyen una herramienta que revela la existencia de patrones recurrentes e intermitentes en las series temporales. Para su elaboración, es necesario reconstruir el espacio de fases del sistema. Este espacio se ha reconstruido teniendo en cuenta el valor óptimo de retardo y la dimensión de embebimiento, estimados por el criterio de la información mutua y por el método del número de los falsos vecinos, respectivamente (Fraser y Swinney, 1986; Kennel et al., 1992).

Los gráficos están compuestos por un conjunto de puntos en un cuadrado de dimensión $M \times M$, donde los ejes o los lados del cuadrado (M), representan la secuencia cronológica de los vectores en el espacio reconstruido. Los patrones uniformes y no identificados están asociados con la presencia de aleatoriedad y por el contrario, el grado de estructura presente se asocia con un patrón determinista.

Además, los puntos que se encuentran por encima de la diagonal principal, representan la distancia entre el mismo vector y cada vector embebido en el espacio de fases.

Los gráficos de recurrencia para las distintas series consideradas, se muestran en la Figuras 4.3; 4.4; 4.5; y 4.6, respectivamente, para la serie del BDI considerando todo el espacio muestral y para las tres series correspondientes a cada una de los subperiodos. Para su elaboración, se ha seleccionado la distancia euclídea y el punto de corte del radio (ϵ) viene definido como un 10% de la distancia máxima entre todos los puntos del espacio de fase reconstruido (Zbilut, 1992).

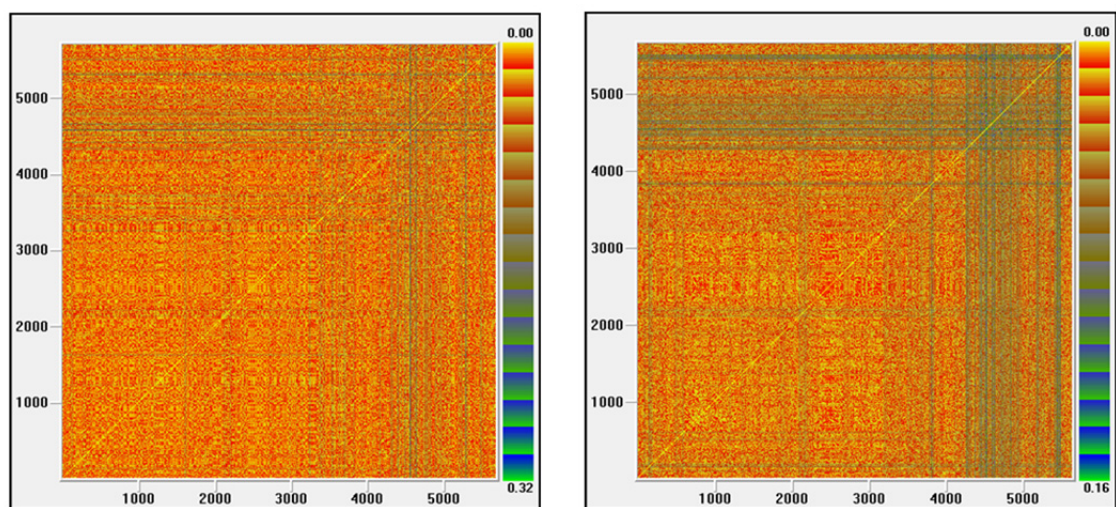


Figura 6.3.A: Gráficos de recurrencia para las series correspondientes a los retornos y a los residuos del modelo ARMA de la serie global del BDI.

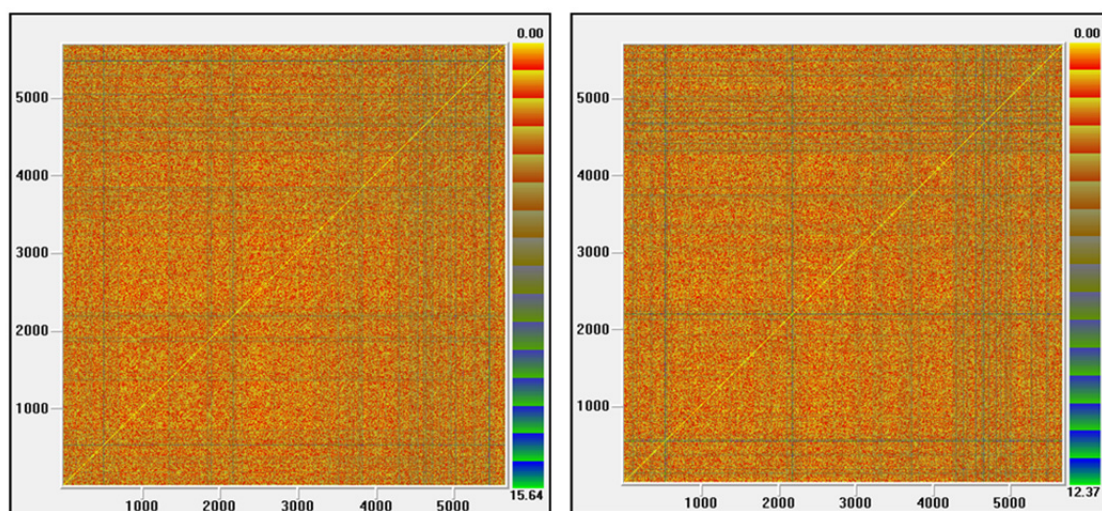


Figura 6.3.B: Gráficos de recurrencia para las series de los modelos GARCH y EGARCH de la serie global del BDI.

Los de la serie global no muestran en ningún caso, segmentos de distinta longitud paralelos a la diagonal principal, que indicarían un comportamiento caótico (Barkoulas, 2012). Además se encuentran líneas horizontales y verticales, más intensas en la esquina superior derecha, indicando períodos de tiempo caracterizados por la alteración dinámica, probablemente debidos a la crisis económica de los últimos años. Para las series correspondientes a los modelos no lineales, cuyo gráfico se muestra en la figura 6.3.B, se observan, además de las líneas anteriormente señaladas, un patrón de puntos aleatoriamente distribuidos como es característico en las series estocásticas.

En la figura 6.4.A y 6.4.B se observan los gráficos de recurrencia correspondientes al primer subperiodo del índice, para la serie de retornos, modelo lineal, modelo GARCH(p,q) y modelo EGARCH(p,q). Los gráficos de recurrencia muestran una ristra de líneas verticales y horizontales, situadas un poco a la derecha de la mitad del periodo muestral, coincidiendo con la crisis asiática del año 1997. Tampoco se detectan indicios de un componente caótico al no observarse la característica descrita previamente.

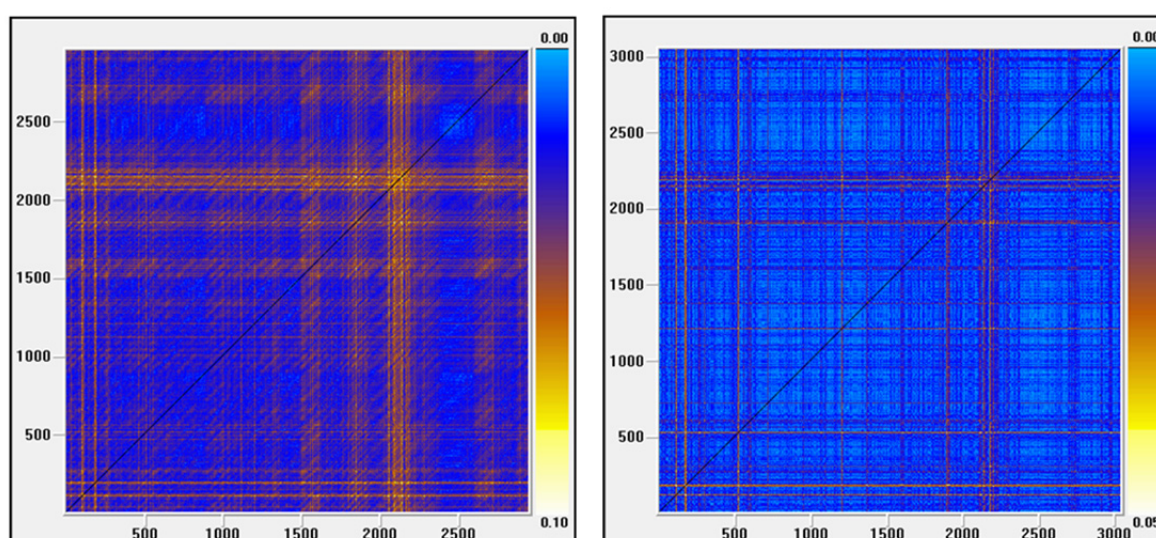


Figura 6.4.A: Gráficos de recurrencia para las series correspondientes a los retornos y los residuos del modelo ARMA de la primera subserie del BDI.

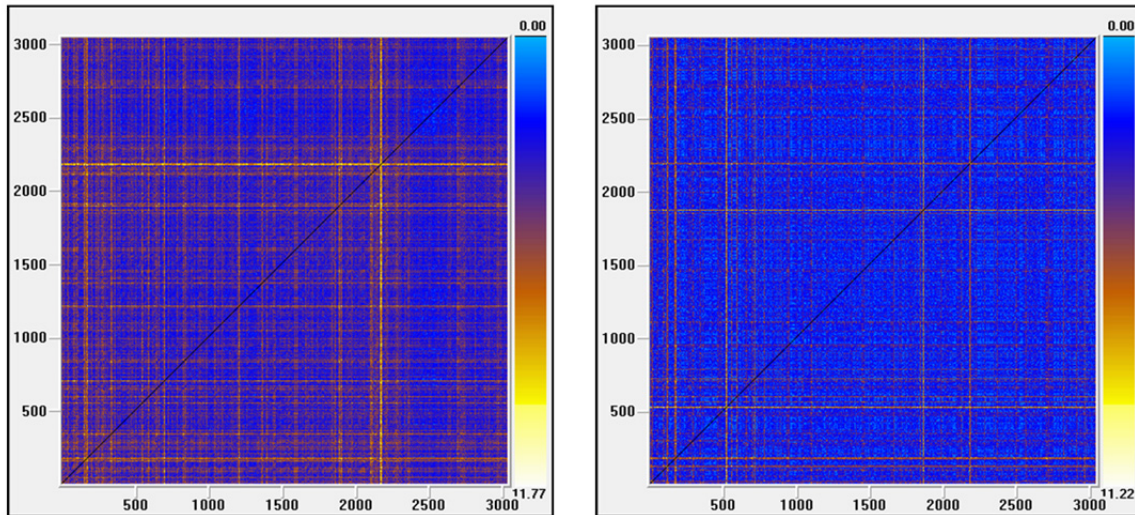


Figura 6.4.B: Gráficos de recurrencia para las series de los modelos GARCH y EGARCH de la primera subserie del BDI.

Los gráficos de recurrencia del segundo subperiodo del índice considerado para las series de retornos, modelo lineal, modelo GARCH y modelo EGARCH, se representan en la figura 6.5.A y 6.5.B. Durante este periodo, el comercio marítimo vivió un verdadero boom, con elevadas tasas de crecimiento. El patrón general es similar a los anteriores, no observándose líneas paralelas a la diagonal principal. Sin embargo, en este caso, sí que se observan un mayor número de líneas horizontales y verticales que en los casos anteriores.

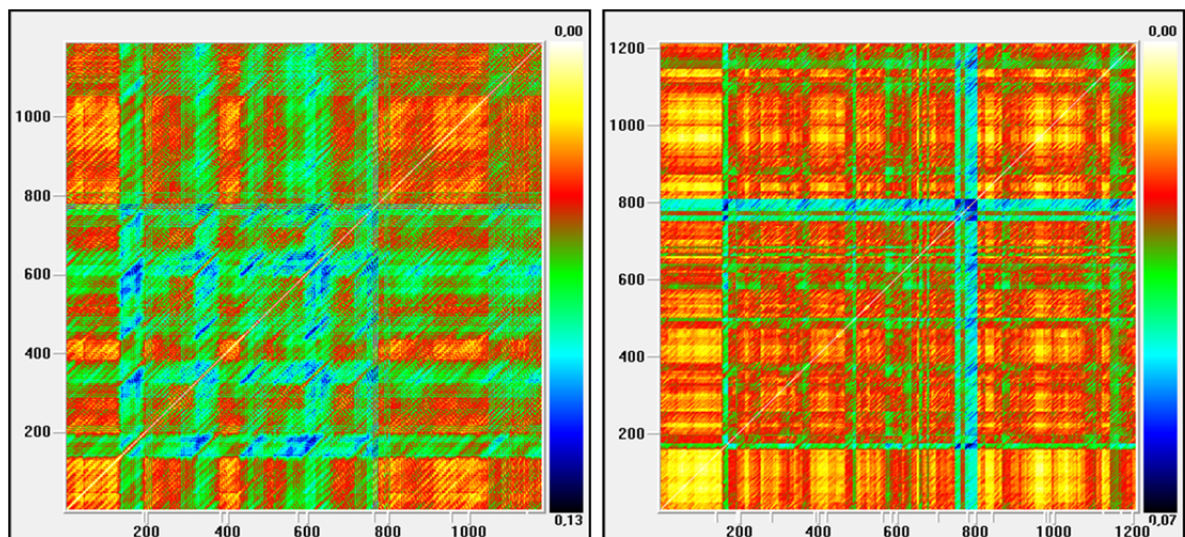


Figura 6.5.A: Gráficos de recurrencia para las series correspondientes a los retornos y a los residuos del modelo ARMA de la segunda subserie del BDI.

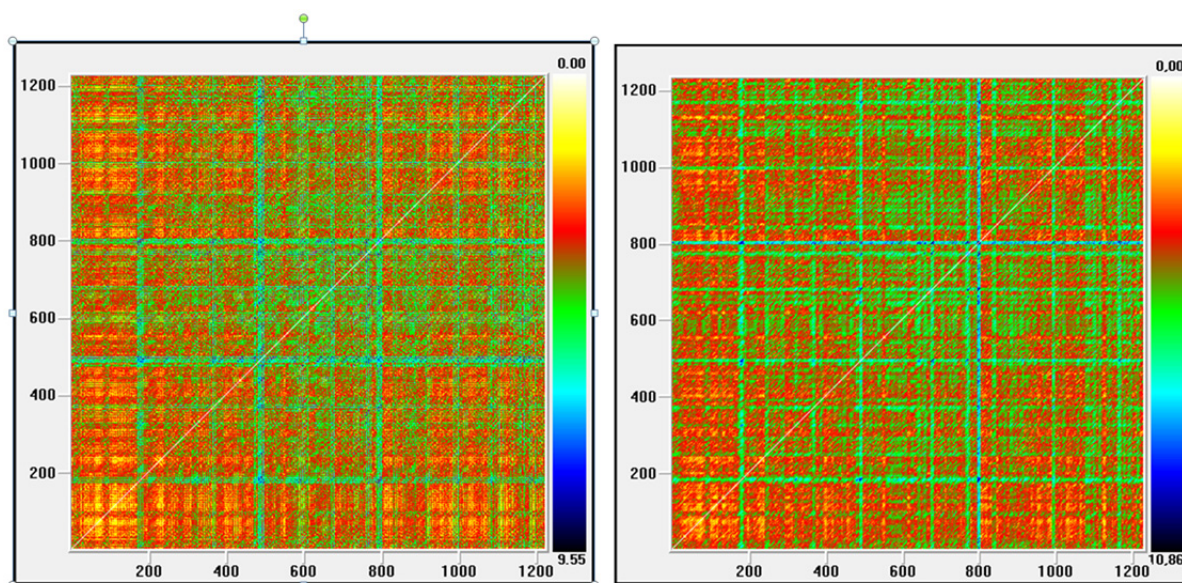


Figura 6.5.B: Gráficos de recurrencia para las series de los modelos GARCH y EGARCH de la segunda subserie del BDI.

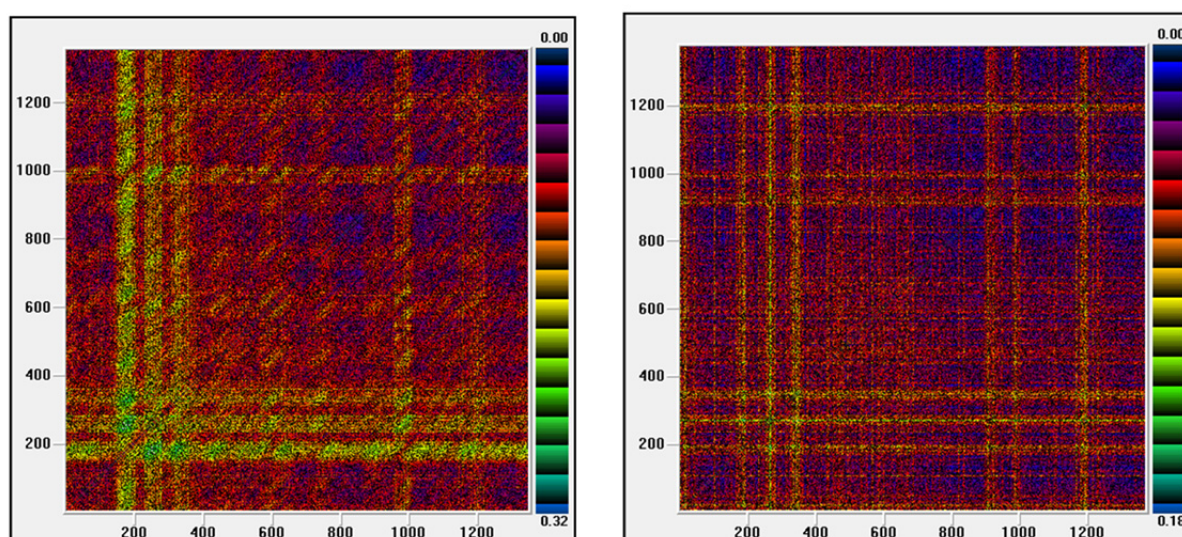


Figura 6.6.A: Gráficos de recurrencia para las series correspondientes a los retornos y a los residuos del modelo ARMA de la tercera subserie del BDI.

Finalmente, en las Figuras 6.6.A y 6.6.B se representan los gráficos de recurrencia para el último subperiodo muestral, observándose la existencia de períodos de tiempo caracterizados por una alteración dinámica prolongada, especialmente al principio del espacio muestral y que probablemente sea debido a la crisis financiera actual.

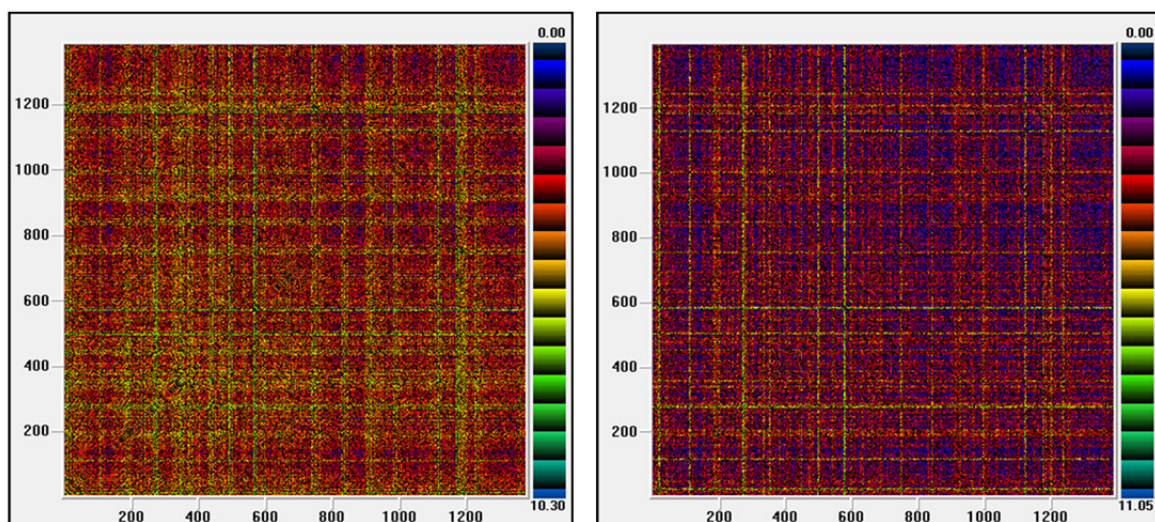


Figura 6.6.B: Gráficos de recurrencia para las series de los modelos GARCH y EGARCH de la tercera subserie del BDI

6.5. Conclusiones

En este trabajo se ha analizado la dinámica subyacente de los precios diarios del índice BDI. Con este fin, se ha aplicado un marco metodológico integrado por una amplia batería de métodos y test, con el fin de detectar posibles evidencias de no linealidad y/o de un comportamiento caótico. Al observarse un comportamiento marcadamente diferente de la heterocedasticidad, aparte del análisis realizado durante todo el periodo muestral, se estudia la dinámica de la serie durante tres subperiodos muestrales independientes, elegidos de acuerdo al comportamiento de la volatilidad de la serie, que nos permite, por ejemplo, estudiar de forma específica el comportamiento de la serie durante la actual crisis económica mundial.

Los tipos de modelos obtenidos en las diferentes etapas de esta investigación, así como los resultados globales sobre la evidencia de existencia de no linealidad, que aparentemente es de tipo estocástico, coinciden en términos generales con los obtenidos en investigaciones realizadas sobre el comportamiento de otras series financieras, de acuerdo con la literatura existente. La existencia de una dinámica no lineal en la serie del BDI, se ha comprobado no solo para el periodo muestral, sino también en cada uno de los subperiodos muestrales considerados.

Sin embargo, los resultados obtenidos a partir de la aplicación de numerosos métodos de detección de un componente caótico, no muestran en general, una clara evidencia de su existencia. Cabe destacar que los métodos que perciben dicho fenómeno en la serie son los más sensibles al ruido o bien aquellos que presentan más limitaciones en su aplicación. Por el contrario, los resultados de la aplicación de los métodos y test más novedosos, fiables y con mayor potencia, caso de la dimensión de correlación, el exponente y p-valor del test de Lyapunov, los gráficos

de recurrencia y el test de Matilla-García et al, incitan a concluir que la serie es de naturaleza estocástica.

Los resultados obtenidos contribuyen de forma apreciable a esclarecer el comportamiento y la dinámica subyacente de una variable financiera de gran relevancia en la economía mundial, como es el índice Baltic Dry Index, y son de suma utilidad para los diferentes agentes involucrados en el funcionamiento del mercado de transporte marítimo de graneles sólidos y en la evolución de sus precios futuros. Este interés se extiende a otros ámbitos como es el diseño de la política macroeconómica, al ser considerado dicho índice como un indicador adelantado de la evolución de la economía mundial.

Por último, este trabajo sienta las bases para una primera línea de investigación futura, que se perfila en el análisis de las relaciones entre el BDI y otras variables de los mercados de capitales, como pueden ser los índices bursátiles, empleando modelos no lineales. El análisis comparativo de la precisión en las predicciones sobre la evolución futura de los fletes, realizadas por diferentes modelos lineales y no lineales, configura otra futura línea de investigación.

Bibliografía

Alizadeh, A.H. y Talley, W.K. (2011): "Microeconomic Determinants of Dry Bulk Shipping Freight Rates and Contract Times", *Transportation*, 38(3), 561-579.

Bakshi, G., Panayotov, G., y Skoulakis, G. (2011): "The Baltic Dry Index as a predictor of global stock returns, commodity returns, and global economic activity", In AFA 2012 Chicago Meetings Paper.

Barkoulas J.T., Chakraborty A. y Ouandlous A (2012): "A metric and topological analysis of determinism in the crude oil spot market", *Energy Economics*, 34(2), 584-591

Barnett W. et al., (1997): "A single blind controlled competition among tests for nonlinearity and chaos", *Journal of Econometrics*, 82(1), 57-192.

Batchelor, R., Alizadeh, A. H. y Visvikis, I. (2007): "Forecasting spot and forward prices in the international freight market", *International Journal of Forecasting*, Vol. 23, Issue 1, 101-114.

Beenstock, M. y Vergottis, A. (1989a): "An econometric model of the world tanker market", *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 23, 263-280.

Beenstock, M. y Vergottis, A. (1989b): "An econometric model of the world market for dry cargo freight and shipping", *Applied Economics*, 21, 339-356.

Beenstock, M. y Vergottis, A. (1993a): *Econometric Modelling of World Shipping*, London, Chapman and Hall.

Beenstock, M. y Vergottis, A. (1993b): "The interdependence between the dry cargo and tanker markets". *Transportation and Logistics Review*, 29, 3-38.

BenSaïda, A. y Litimi, H. (2013): High level chaos in the exchange and index markets, *Chaos Solitons Fractals*, 54, 90-95.

Bollerslev, T. (1986): "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.

Box, G. y Jenkins, G. (1970): *Time series analysis: Forecasting and control*, San Francisco: Holden-Day.

Box, G.E.P. y Tiao, G.C. (1975): "Intervention analysis with applications to economic and environmental problems", *Journal of the American Statistical Association*, 70, 177-193.

Brock, W. A., Dechert, W. D. y Scheinkman, J. (1987): "A test for independence based on the correlation dimension", Department of Economics, University of Wisconsin, University of Houston and University of Chicago.

Cullinane, K. (1992): "A short-term adaptive forecasting model for BIFFEX speculation: a Box-Jenkins approach". *Maritime Policy and Management*, Vol. 19, 91-114.

Cullinane, K., Mason, K. y Cape, M. (1999): "A comparison of models for forecasting the Baltic Freight Index: Box-Jenkins revisited", *International Journal of Maritime Economic*, Vol. 1, 15-39.

Dickey, D. y Fuller, W. (1979): "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root", *Journal of the American Statistical Association*, 74, 426-431.

Eckmann, J. y Ruelle, D. (1985): "Ergodic theory of chaos and strange attractors", *Rev. Mod. Phys.* 57 (3), 617-656.

Fama, D.F. (1970): "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work", *The Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2, Papers and Proceedings of the Twenty-Eighth Annual Meeting of the American Finance Association, 383-417.

Fraser, A. M., y Swinney, H. L. (1986): "Independent coordinates for strange attractors from mutual information", *Physical review A*, 33(2), 1134.

Geman, H., y Smith, W. O. (2012): "Shipping markets and freight rates: an analysis of the Baltic Dry Index." *The Journal of Alternative Investments*, 15(1), 98-109.

Glen, D. (2006): "The modelling of dry bulk and tanker markets: a survey", *Maritime Policy and Management*, Vol. 33, 431-455.

Goulielmos, A.M. y Psifia, M-E. (2007): "A study of trip and time charter freight rate indices: 1968-2003", *Maritime Policy and Management*, 34(1): 55-67.

Goulielmos, A.M. y Psifia, M-E. (2009): "Forecasting weekly freight rates for one-year time charter 65000 dwt bulk carrier, 1989-2008, using nonlinear methods". *Maritime Policy and Management*, Vol. 36(5), 411-436.

Goulielmos, A.M. (2012): "Long-term forecasting of BFI using chaos cycle theory and maritime technical analysis", *Global Advanced Research Journal of Social Science*, Vol. 1(7), 118-135.

Goulielmos, A.M., Giziakis, C. y Georgantzi, A. (2012): "An application of non-linear methods to the prediction of future freight rates, 2006-2008", *International Journal of Shipping and Transport Logistics*, Vol. 4, 78-106.

Grassberger P. y Procaccia, I., (1984): "Dimensions y entropies of strange attractors from a fluctuating dynamics approach", *Physica* 13D, 34-54.

Gottwald, G. A., y Melbourne, I. (2004): "A new test for chaos in deterministic systems", *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 460(2042), 603-611.

Haigh, Michael S., Nikos K. Nomikos, David A. Bessler. (2004): "Integration and Causality in International Freight Markets: Modeling with Error Correction and Directed Acyclic Graphs", *Southern Economic Journal* vol. 71 (1), 145 - 162.

Hjalmarsson, E. (2010): "Predicting global stock returns", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 45(1), 49.

Jarque, C. M., y Bera, A. K. (1987): "A test for normality of observations and regression residuals", *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, 163-172.

Jing L-Marlow PB y Hui W (2008): "An analysis of freight rate volatility in dry bulk shipping markets", *Maritime policy and Management*, Vol. 35 (3): 237-251.

Jonnala, S., Fuller, S. y Bessler, D. (2002): "A GARCH Approach to Modelling Ocean Grain Freight Rates", *International Journal of Maritime Economics*, Vol. 4, 103-125.

Kaplan, D. T. (1994): "Exceptional events as evidence for determinism", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 73(1), 38-48.

Kavussanos, M.G. y Alizadeh-M, A.H. (2001): "Seasonality patterns in dry bulk shipping spot and time charter freight rate", *Transportation Research Part E*, Vol. 37, 443-467.

Kavussanos, M. G. y Alizadeh-M, A.H. (2002a): "Seasonality patterns in tanker spot freight rate markets", *Economic Modelling*, Vol. 19, 747-782.

Kavussanos, M.G., y Alizadeh-M, A.H. (2002b): "The Expectations Hypothesis of the Term Structure and Risk Premiums in Dry Bulk Shipping Freight Markets", *Journal of Transport Economics and Policy*, vol. 36(2), 267-304.

Kavussanos, M.G. y Nomikos, N.K. (2003): "Price discovery, causality and forecasting in the freight futures market", *Review of Derivatives Research*, 6, 203-230.

Keenan, D. M., (1985): "A Tukey nonadditivity-type test for time series non-Linearity". *Biometrika* 72, 39-44.

Kennel, M. B., Brown, R., y Abarbanel, H. D. (1992): "Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction", *Physical review A*, 45(6), 3403.

Kwiatkowski D., Phillips P. C. B., Schmidt P., y Shin Y., (1992): "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root", *Journal of Econometrics* 54, 159-178.

Li J., y Parsons, M.G. (1997): "Forecasting tanker freight rate using neural Networks", *Maritime Policy and Management*, 24(1), 9-30.

Lyridis, D. V., Zacharioudakis, P., Mitrou, P. y Mylonas, A. (2004): "Forecasting tanker market using artificial neural networks, *Maritime Economics and Logistics*, 6(2), 93-108.

Matilla-García M y Ruiz M., (2010): "A new test for chaos and determinism based on symbolic dynamics", *Journal of Economic Behavior & Organization*, 76, 600-614.

MacKinnon, J. G. (1996): "Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests", *Journal of Applied Econometrics* 11, 601-18

McKenzie, M.D. (2001): "Chaotic behavior in national stock market indices: new evidence from the close return test", *Global Finance Journal*, 12 (1), 35-53.

Nelson, D. B. (1991): "Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach", *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 347-370.

Phillips P. C. B. y Perron P, (1988): "Testing for Unit Roots in Time Series Regression," *Biometrika*, 75, 335-346.

Poulakidas, A. y Joutz, F. (2009): "Exploring the link between oil prices and tanker rates", *Maritime Policy and Management*, Vol. 36, 215-233.

Schwarz, G. (1978): "Estimating the dimension of a model", *The annals of statistics*, 6(2), 461-464.

Shintani, M. and Linton, O., (2004): "Nonparametric neural network estimation of Lyapunov exponents and a direct test for chaos". *Journal of Econometrics*, 120, 1-33.

Teräsvirta T., Lin C. F., y Granger C. W. J., (1993): "Power of the Neural Network Linearity Test", *Journal of Time Series Analysis* 14, 209-220.

Thalassinos, E.I., Haniyas, M.P., Curtis, P.G. y Thalassinos, Y.E. (2009): "Chaos theory: forecasting the freight rate of an oil tanker", *International Journal of Computational Economics and Econometrics*, Vol. 1, 76-88.

Tsay. Ruey S., (1986): "Nonlinearity tests for time series", *Biometrika* 73, 2, 461-466.

UNCTAD (2013): *Review of Maritime Transport 2013*. United Nations Conference on Trade and Development, Geneva, Switzerland.

Veenstra, A.W. (1997): "A Co-Integration approach to forecasting freight rates in the dry bulk shipping sector", *Transportation Research Part A*, Vol. 31, 447-458.

Wald, A., y Wolfowitz, J. (1940): "On a test whether two samples are from the same population", *The Annals of Mathematical Statistics*, 11(2), 147-162.

White H., (1989): "An additional hidden unit test for neglected nonlinearity in multilayer feedforward networks". *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, IEEE Press, New York, Il. 451-455.

Wolf, A., Swift, J.B., Swinney, H.L. y Vastano, J.A. (1985): "Determining Lyapunov exponents from a time series", *Physica*. 16D, 285-317.

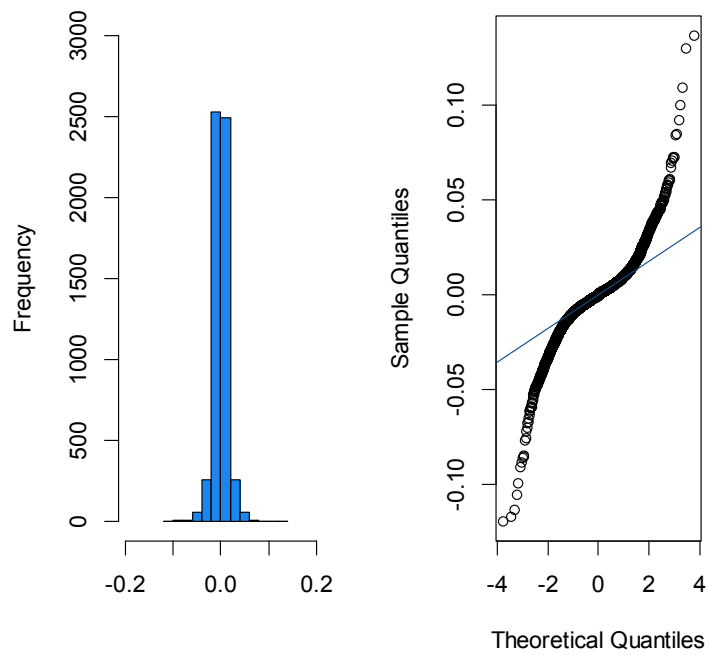
Zbilut, J. P., y Webber Jr, C. L. (1992): "Embeddings and delays as derived from quantification of recurrence plots", *Physics letters A*, 171(3), 199-203.

ANEXOS

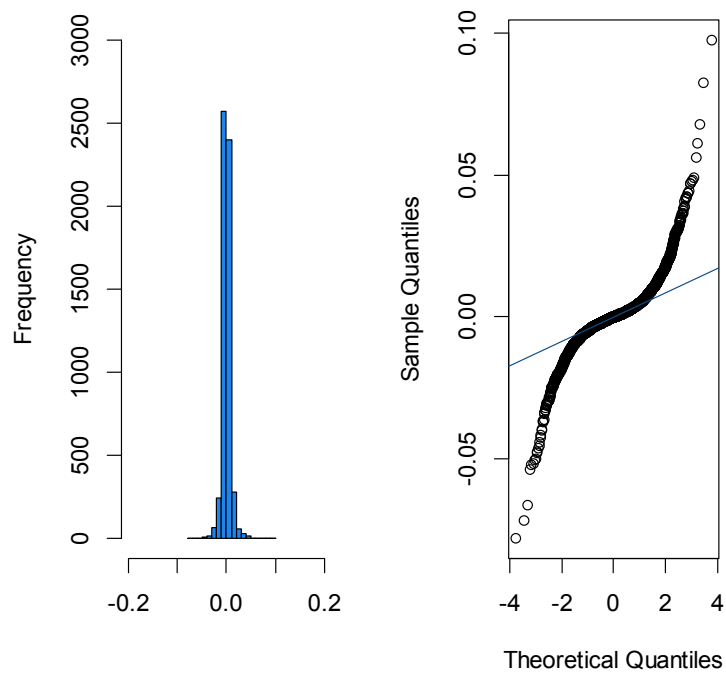
Anexo 6.A: Histogramas y Gráficos Qq

6.A.1. Baltic Dry Index

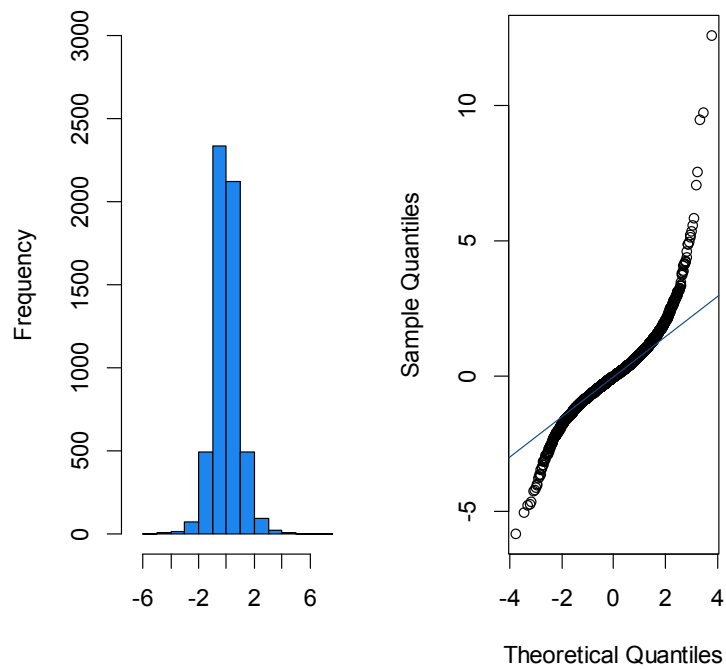
6.A.1.1. Retornos



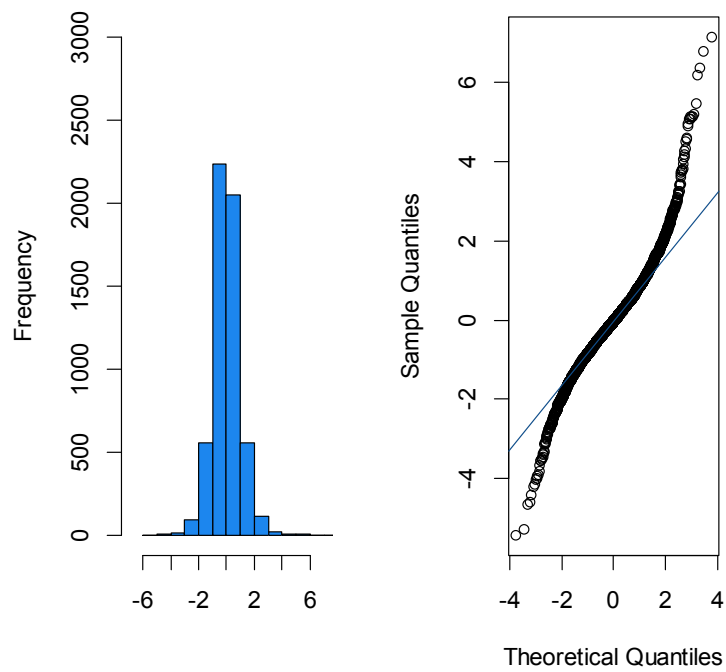
6.A.1.2. Modelo Lineal



6.A.1.3. Modelo GARCH

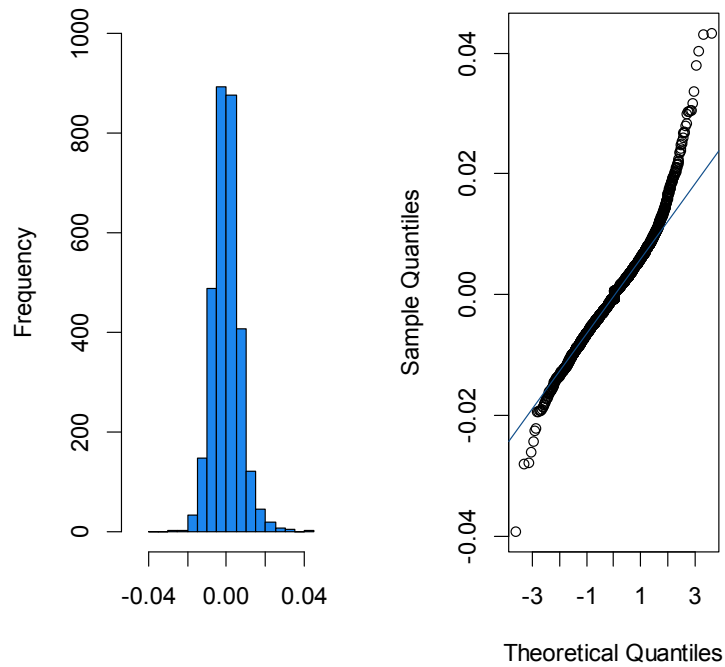


6.A.1.4. Modelo EGARCH

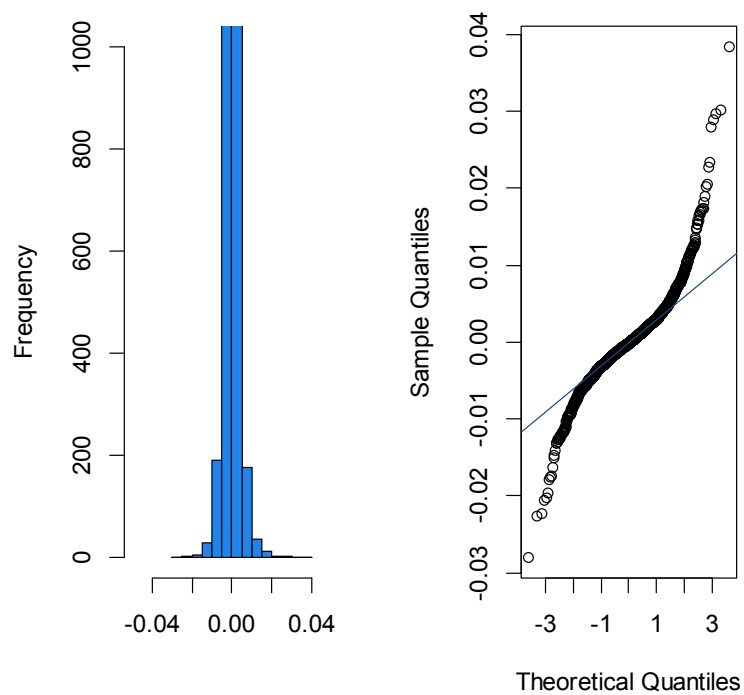


6.A.2. Baltic Dry Index: Subserie I

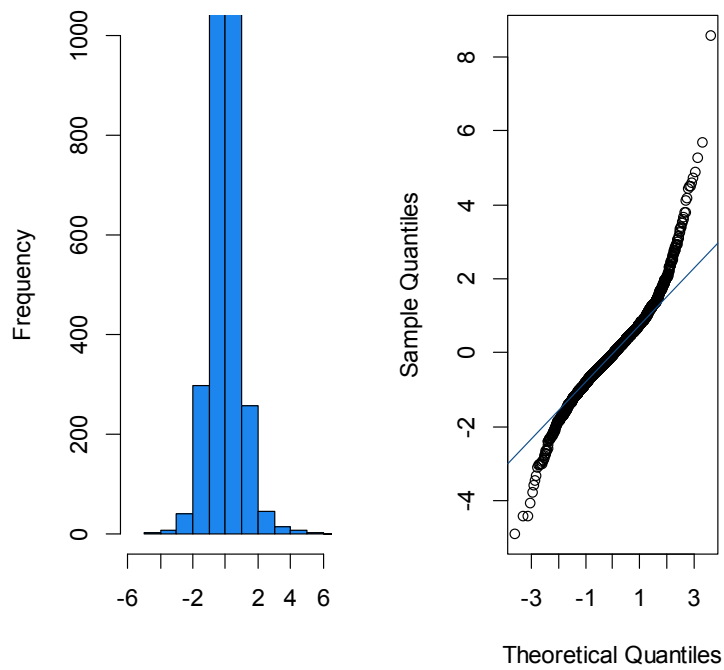
6.A.2.1. Retornos



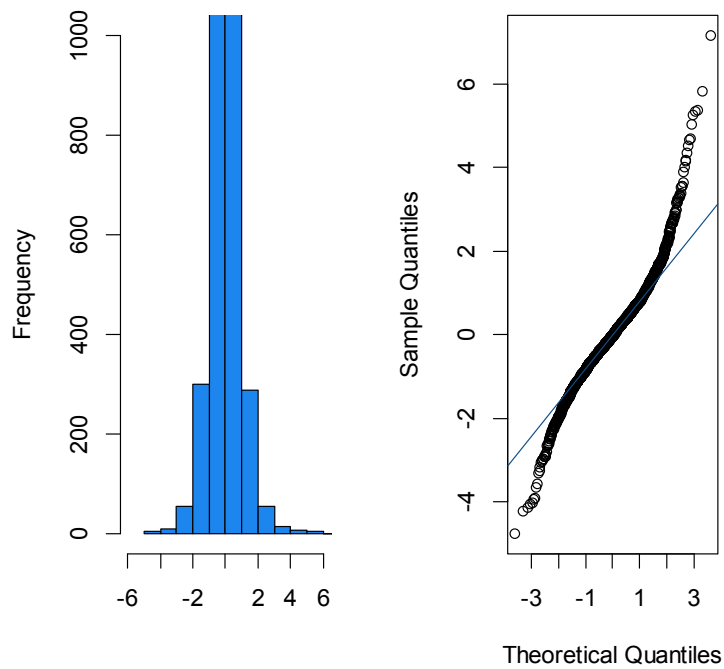
6.A.2.2. Modelo Lineal



6.A.2.3. Modelo GARCH

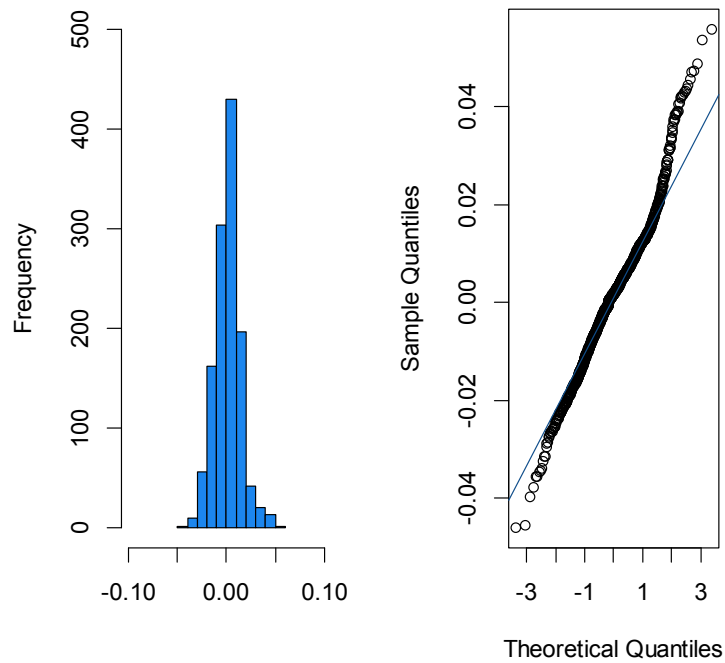


6.A.2.4. Modelo EGARCH

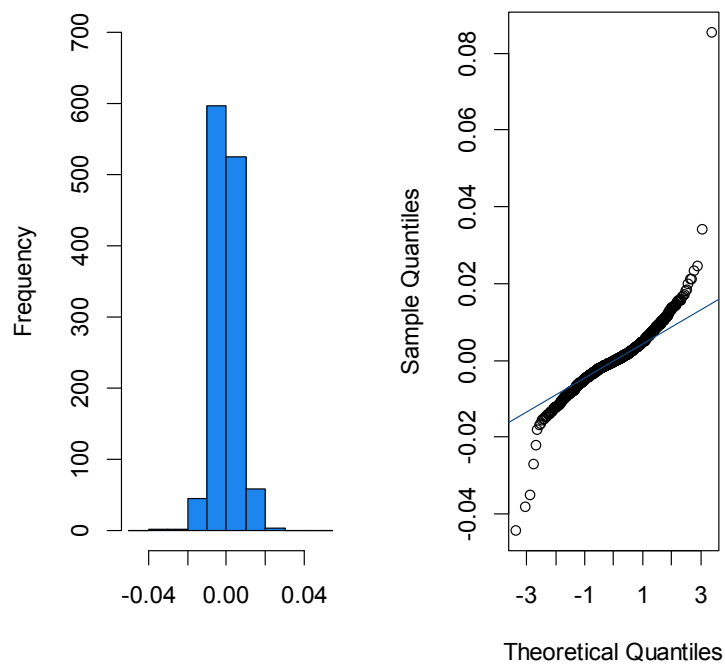


6.A.3. Baltic Dry Index: Subserie II

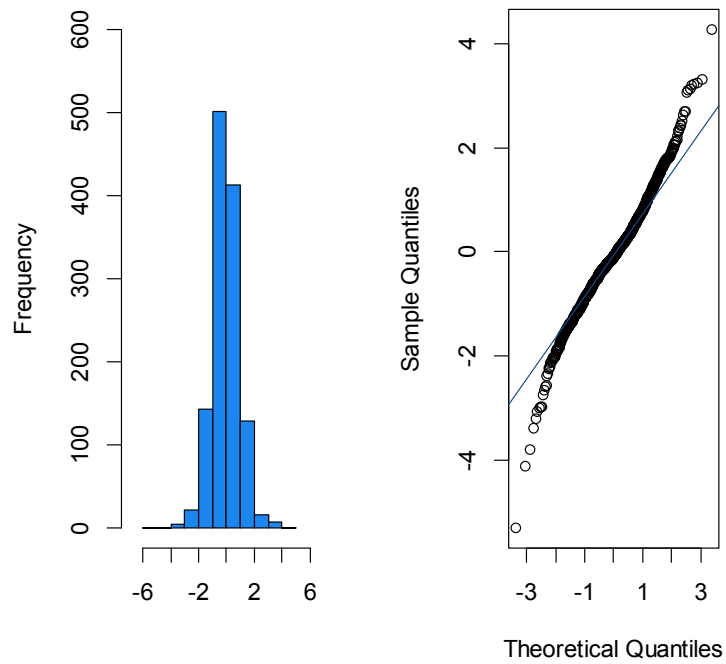
6.A.3.1. Retornos



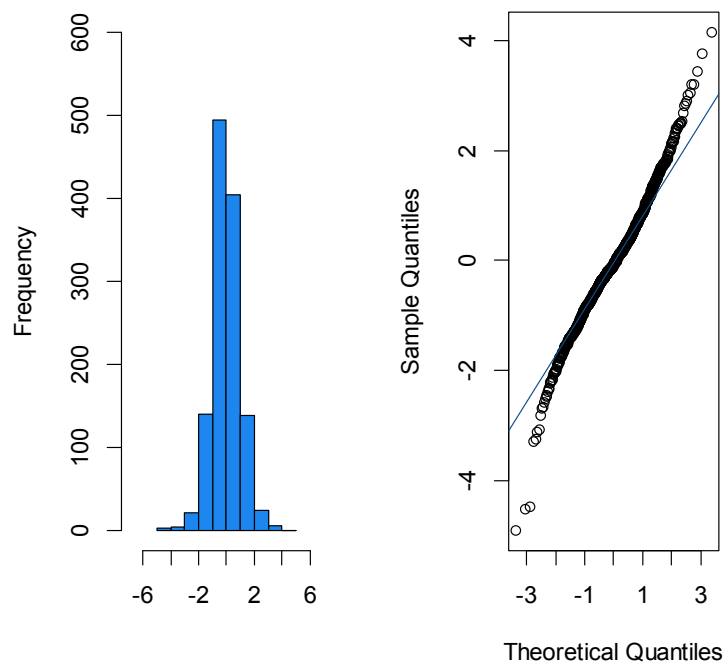
6.A.3.2. Modelo Lineal



6.A.3.3. Modelo GARCH

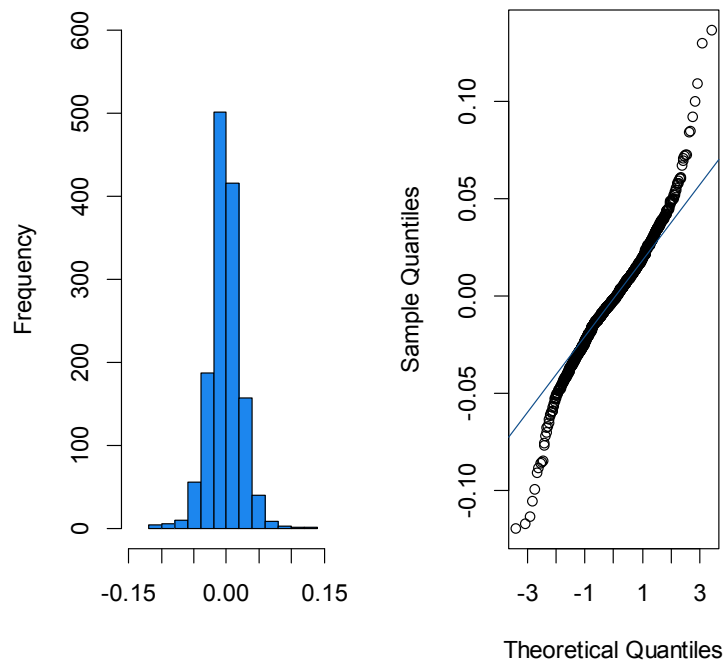


6.A.3.4. Modelo EGARCH

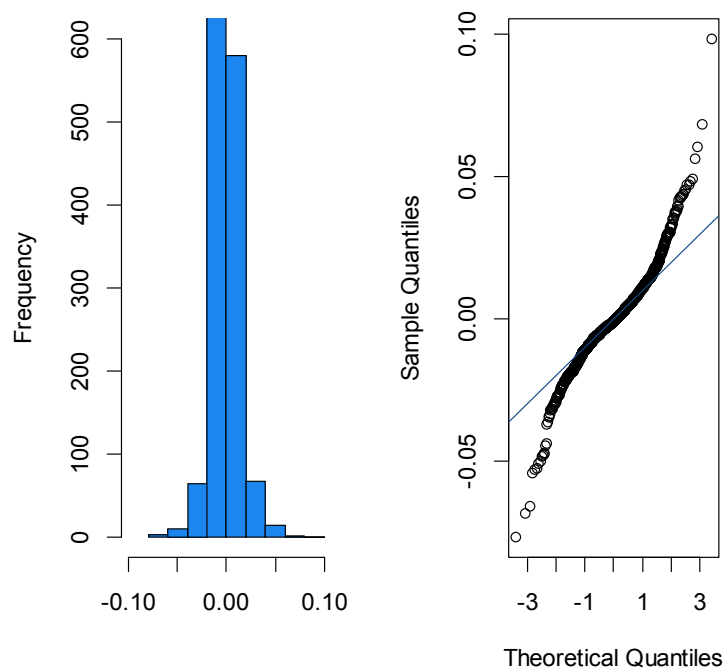


6.B.4. Baltic Dry Index: Subserie III

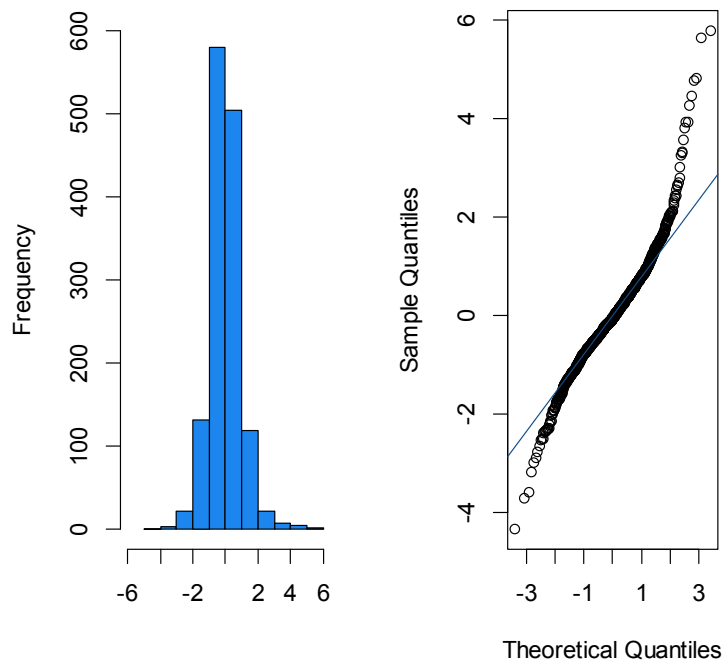
6.A.4.1. Retornos



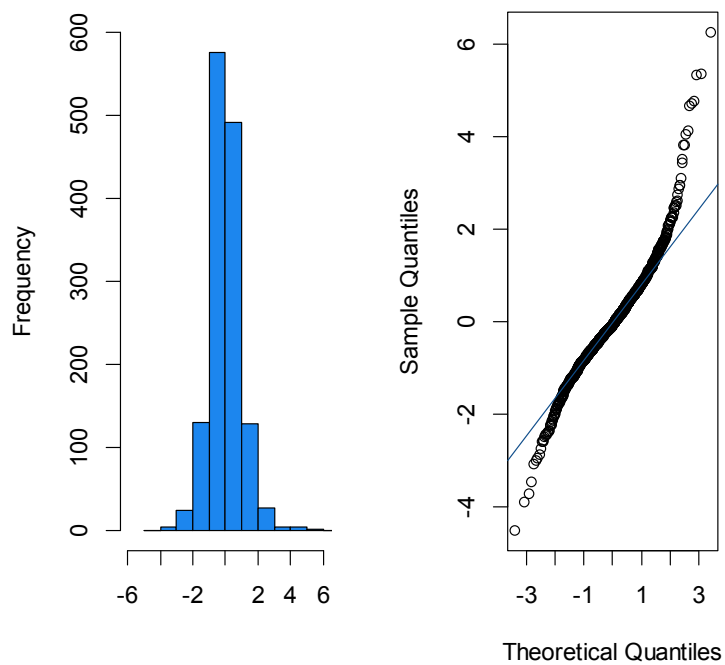
6.A.4.2. Modelo Lineal



6.A.4.3. Modelo GARCH



6.A.4.4. Modelo EGARCH



Anexo 6.B: Detalles de los Modelos Aplicados a la serie

6.B.1. Baltic Dry Index

6.B.1.1. Modelo Lineal

Tabla 6.B.1: Modelo ARMA(9,0) para la serie del BDI

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	-8,71E-05	0,0006	-0,1365	0,8915
AR(1)	0,9695	0,0133	73,0417	0,0000
AR(2)	-0,1791	0,0185	-9,6853	0,0000
AR(3)	-0,0546	0,0186	-2,9323	0,0034
AR(4)	0,0689	0,0187	3,6954	0,0002
AR(5)	-0,0459	0,0187	-2,4601	0,0139
AR(6)	-0,0012	0,0187	-0,0647	0,9484
AR(7)	0,0330	0,0186	1,7718	0,0765
AR(8)	0,0114	0,0185	0,6155	0,5382
AR(9)	0,0241	0,0133	1,8126	0,0699

6.B.1.2. Modelo GARCH

Tabla 6.B.2: Modelo GARCH(1,2) para la serie del BDI

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	6,97E-06	3,62E-07	19,2551	0,0000
RESID(-1)^2	0,6010	0,0258	23,2663	0,0000
GARCH(-1)	0,1638	0,0257	6,3814	0,0000
GARCH(-2)	0,2473	0,0181	13,6303	0,0000

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

6.B.1.3. Modelo EGARCH

Tabla 6.B.3: Modelo EGARCH(2,3) para la serie del BDI

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C(11)	-0,0163	0,0021	-7,8149	0,0000
C(12)	0,4959	0,0160	30,9642	0,0000
C(13)	-0,4772	0,0156	-30,5252	0,0000
C(14)	-0,0063	0,0010	-6,2697	0,0000
C(15)	1,4776	0,0087	170,1538	0,0000
C(16)	-0,2187	0,0003	-675,2090	0,0000
C(17)	-0,2592	0,0084	-30,8526	0,0000

El modelo lineal previamente empleado se ha presentado en la sección anterior.

6.B.2. Submuestra I del Baltic Dry Index

6.B.2.1. Modelo Lineal

Tabla 6.B.4: Modelo ARMA(5,0) para la serie del BDI_I

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	9,98E-06	0,0004	0,0248	0,9802
AR(1)	0,7416	0,0181	40,9841	0,0000
AR(2)	0,0749	0,0225	3,3237	0,0009
AR(3)	0,0232	0,0226	1,0277	0,3042
AR(4)	0,0123	0,0225	0,5750	0,5654
AR(5)	-0,0439	0,0181	-2,4287	0,0152

6.B.2.2. Modelo GARCH

Tabla 6.B.5: Modelo GARCH(1,1) para la serie del BDI_I

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	1,46E-06	2,06E-07	7,07427	0,0000
RESID(-1)^2	0,2435	0,0139	17,5775	0,0000
GARCH(-1)	0,7246	0,0111	65,5549	0,0000

El modelo lineal previamente empleado se ha presentado en la sección anterior.

6.B.1.3. Modelo EGARCH

Tabla 6.B.6: Modelo EGARCH(3,1) para la serie del BDI_I

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C(7)	-0,1837	0,0213	-8,6396	0,0000
C(8)	0,4100	0,0235	17,4340	0,0000
C(9)	-0,2875	0,0324	-8,8699	0,0000
C(10)	0,0061	0,0248	0,2441	0,8072
C(11)	-0,0223	0,0053	-4,2008	0,0000
C(12)	0,9919	0,0016	602,1425	0,0000

El modelo lineal previamente empleado se ha presentado en la sección anterior.

6.B.3. Submuestra II del Baltic Dry Index

6.B.3.1. Modelo Lineal

Tabla 6.B.7: Modelo ARMA(3,0) para la serie del BDI_II

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	0,0013	0,0009	1,4432	0,1492
AR(1)	1,0485	0,0282	37,1806	0,0000
AR(2)	-0,1129	0,0409	-2,7589	0,0059
AR(3)	-0,1367	0,0282	-4,8422	0,0000

6.B.3.2. Modelo GARCH

Tabla 6.B.8: Modelo GARCH(1,1) para la serie del BDI_II

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	6,1 E-06	8,67E-07	6,9744	0,0000
RESID(-1)^2	0,5065	0,0440	11,4983	0,0000
GARCH(-1)	0,4587	0,0289	15,8957	0,0000

El modelo lineal previamente empleado se ha presentado en la sección anterior.

6.B.3.3. Modelo EGARCH

Tabla 6.B.9: Modelo EGARCH(1,1) para la serie del BDI_II

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C(5)	-1,8485	0,2025	-9,1301	0,0000
C(6)	0,5542	0,0346	16,0138	0,0000
C(7)	-0,0221	0,0235	-0,9397	0,3474
C(8)	0,8631	0,0183	47,1652	0,0000

El modelo lineal previamente empleado se ha presentado en la sección anterior.

6.B.4. Submuestra III del Baltic Dry Index

6.B.4.1. Modelo Lineal

Tabla 6.B.10: Modelo ARMA(7,0) para la serie del BDI_III

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	-0,0015	0,0021	-0,7293	0,4659
AR(1)	0,9964	0,0267	37,293	0,0000
AR(2)	-0,2434	0,0378	-6,4411	0,0000
AR(3)	-0,0436	0,0383	-1,1376	0,2555
AR(4)	0,0909	0,0383	2,3751	0,0177
AR(5)	-0,0394	0,0384	-1,0263	0,3049
AR(6)	-0,0394	0,0378	-1,0408	0,2982
AR(7)	0,0965	0,0267	3,6085	0,0003

6.B.4.2. Modelo GARCH

Tabla 6.B.11: Modelo GARCH(1,1) para la serie del BDI_III

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	4,83E-05	3,85E-06	12,5413	0,0000
RESID(-1)^2	0,3962	0,0296	13,4044	0,0000
GARCH(-1)	0,4545	0,0301	15,1062	0,0000

El modelo lineal previamente empleado se ha presentado en la sección anterior.

6.B.4.3. Modelo EGARCH

Tabla 6.B.12: Modelo EGARCH(1,1) para la serie del BDI_III

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C(9)	-3,1877	0,2500	-12,7520	0,0000
C(10)	0,5820	0,0365	15,9424	0,0000
C(11)	0,0454	0,0241	1,8861	0,0593
C(12)	0,6813	0,0270	25,3200	0,0000

El modelo lineal previamente empleado se ha presentado en la sección anterior.

Anexo 6.C: Resultados de los test de Aleatoriedad y No Linealidad

6.C.1. Resultados de los test de Rachas, Keenan, Tsay, Teräsvirta y White

Tabla 6.C.1: Test de aleatoriedad y no linealidad

<i>BDI_completo</i>				
Test	Retornos	ARMA(9,0)	GARCH(1,2)	EGARCH(2,3)
<i>Rachas</i>	768 0	2773 0,0652	2849 0,8631	2807 0,3462
<i>Keenan</i>	21,3281^[9] 3,956E-06	0,0009 ^[0] 0,9766	1,8963 ^[1] 0,1685	0,4427 ^[0] 0,5058
<i>Tsay</i>	5,354^[9] 7,235E-28	0,0296 ^[0] 0,9932	3,013 ^[1] 0,0826	1,4550 ^[0] 0,2249
<i>Teräsvirta</i>	30,0186 3,031E-07	70,7629 4,441E-16	5,1916 0,0746	22,4960 1,303E-05
<i>White</i>	70,4337 5,551E-16	132,4288 <2,2E-16	15,2346 0,0005	32,896 7,583E-08

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor y entre corchetes, si es necesario, la dimensión del modelo elegido para realizar el test correspondiente.

Tabla 6.C.2: Test de aleatoriedad y no linealidad (Submuestras BDI)

BDI I				
Test	Retornos	ARMA(5,0)	GARCH(1,1)	EGARCH(3,1)
<i>Rachas</i>	392 0,0000	1462 0,0177	1439 0,0014	
<i>Keenan</i>	11,3067 ^[5] 0,0008	2,8761 ^[26] 0,0901	2,3620 ^[5] 0,1244	0,1159 ^[0] 0,7336
<i>Tsay</i>	5,8340 ^[5] 4,519E-12	2,5410 ^[26] 2,978E-39	0,7093 ^[5] 0,7775	0,1371 ^[0] 0,9379
<i>Teräsvirta</i>	154,0292 <2,2E-16	101,6441 <2,2E-16	11,8022 0,0027	10,0808 0,0065
<i>White</i>	137,7620 < 2,2E-16	19,134 7E-05	18,3153 0,00011	5,1852 0,07483
BDI II				
Test	Retornos	ARMA(3,0)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
<i>Rachas</i>	150 2,31E-157	541 7,04E-006	603 0,3337	611 0,6088
<i>Keenan</i>	6,2973 ^[3] 0,0122	0,3993 ^[0] 0,5276	1,0558 0,3044	1,4827 0,2236
<i>Tsay</i>	7,4420 ^[3] 7,631E-08	0,0887 0,9663	1,2910 ^[5] 0,1999	1,349 ^[5] 0,1653
<i>Teräsvirta</i>	74,2114 < 2,2E-16	150,52 < 2,2E-16	8,6558 0,0132	12,9445, 0,0016
<i>White</i>	46,4004 8,4E-11	155,3275 < 2,2E-16	3,8903 0,1430	5,8127 0,0547
BDI III				
Test	Retornos	ARMA(7,0)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
<i>Rachas</i>	227 6,07 E-141	650 0,0087	684 0,4218	684 0,4218
<i>Keenan</i>	8,8210 ^[7] 0,0030	0,0006 ^[0] 0,9806	0,0158 ^[0] 0,9001	0,0011 ^[0] 0,9736
<i>Tsay</i>	2,4470 ^[7] 4,16E-05	0,1001 ^[0] 0,9599	0,1445 ^[0] 0,9332	0,2253 0,8788
<i>Teräsvirta</i>	8,6453 0,0133	14,4631 0,0007	8,1545 0,0170	6,1233 0,0468
<i>White</i>	20,9735 2,79E-05	42,7376 5,2E-10	14,3453 0,0008	9,373 0,0092

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor, y entre corchetes, si es necesario, la dimensión del modelo elegido para realizar el test correspondiente.

6.C.2. Resultados del test BDS

6.C.2.1. Baltic Dry Index

Tabla 6.C.3: Resultados del test BDS para la Serie ARMA(9,0)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	34,5547	36,2656	34,4998	31,6277
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	44,8132	42,6536	38,6800	34,5903
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	55,4024	47,5911	41,0281	35,6805
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	69,2478	52,7536	43,2854	36,6743
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	88,9560	58,5848	45,3847	37,4547
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	116,3227	65,4426	47,5975	38,2830
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	155,9435	73,6903	49,9559	39,1370
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

Tabla 6.C.4: Resultados del test BDS para la Serie GARCH(1,2)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	0,3935	0,6491	0,2717	-0,4000
	0,6939	0,5163	0,7858	0,6891
3	2,7572	2,6768	1,9576	0,9089
	0,0058	0,0074	0,0503	0,3634
4	3,3252	3,1852	2,2457	0,9689
	0,0009	0,0014	0,0247	0,3326
5	4,5027	4,1190	2,8631	1,3183
	0,0000	0,0000	0,0042	0,1874
6	5,7009	4,9818	3,2556	1,4138
	0,0000	0,0000	0,0011	0,1574
7	7,1800	5,8674	3,7291	1,6037
	0,0000	0,0000	0,0002	0,1088
8	9,0922	6,8478	4,2720	1,8624
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0625

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

Tabla 6.C.5: Resultados del test BDS para la Serie EGARCH(2,3)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	2,5457	3,0959	3,2182	2,6562
	0,0109	0,0020	0,0013	0,0079
3	3,0470	3,6883	3,7721	3,1753
	0,0023	0,0002	0,0002	0,0015
4	2,6107	3,4351	3,4530	2,9061
	0,0090	0,0006	0,0006	0,0037
5	2,7139	3,4367	3,3606	2,8156
	0,0066	0,0006	0,0008	0,0049
6	2,8467	3,4401	3,2364	2,6656
	0,0044	0,0006	0,0012	0,0077
7	2,6044	3,3420	3,0751	2,4991
	0,0092	0,0008	0,0021	0,0125
8	3,1909	3,2643	2,9028	2,3941
	0,0014	0,0011	0,0037	0,0167

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

6.C.2.2. Submuestra I

Tabla 6.C.6: Resultados del test BDS para la serie ARMA(5,0)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	0,7586	0,8973	0,8976	0,5702
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	1,8268	1,8194	1,6749	1,1824
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	1,7420	1,9256	1,8692	1,3868
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	1,8758	2,2496	2,1912	1,6989
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	2,0473	2,5956	2,4954	1,9694
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	1,9352	2,7204	2,5835	2,0280
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	1,6852	2,8417	2,6866	2,1696
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

Tabla 6.C.7: Resultados del test BDS para la Serie GARCH(1,1)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	2,3760	1,7526	0,9885	0,4798
	0,0175	0,0797	0,3229	0,6314
3	1,8435	1,0115	-0,0020	-0,6092
	0,0653	0,3118	0,9984	0,5424
4	0,9405	0,1396	-0,8142	-1,3817
	0,3470	0,8890	0,4155	0,1671
5	0,6708	-0,2501	-1,1556	-1,6043
	0,5023	0,8025	0,2479	0,1086
6	0,5129	-0,2912	-1,1979	-1,6699
	0,6080	0,7709	0,2310	0,0949
7	0,6479	-0,3585	-1,3044	-1,7888
	0,5170	0,7200	0,1921	0,0737
8	0,8758	-0,3120	-1,2992	-1,7707
	0,3811	0,7550	0,1939	0,0766

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

Tabla 6.C.8: Resultados del test BDS para la Serie EGARCH(3,1)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	0,7586	0,8973	0,8976	0,5702
	0,4481	0,3696	0,3694	0,5685
3	1,8268	1,8194	1,6749	1,1824
	0,0677	0,0689	0,0940	0,2370
4	1,7420	1,9256	1,8692	1,3868
	0,0815	0,0542	0,0616	0,1655
5	1,8758	2,2496	2,1912	1,6989
	0,0607	0,0245	0,0284	0,0893
6	2,0473	2,5956	2,4954	1,9694
	0,0406	0,0094	0,0126	0,0489
7	1,9352	2,7204	2,5835	2,0280
	0,0530	0,0065	0,0098	0,0426
8	1,6852	2,8417	2,6866	2,1696
	0,0919	0,0045	0,0072	0,0300

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

6.C.2.3. Submuestra II BDI

Tabla 6.C.9: Resultados del test BDS para la Serie ARMA(3,0)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	9,7412	11,1485	11,6118	12,0367
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	13,0013	13,6132	13,3890	13,2809
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	15,9321	15,0253	14,0476	13,5862
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	20,0477	16,5847	14,5524	13,7261
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	25,6057	18,3556	14,8436	13,6048
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	33,5346	20,7009	15,2351	13,4274
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	43,3104	23,2924	15,5258	13,1658
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

Tabla 6.C.10: Resultados del test BDS para la Serie GARCH(1,1)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	-1,2666	-1,7295	-1,3671	-0,9377
	0,2053	0,0837	0,1716	0,3484
3	-0,9555	-1,5514	-1,3344	-1,0348
	0,3393	0,1208	0,1821	0,3008
4	-0,6801	-1,1087	-1,2029	-1,0970
	0,4964	0,2676	0,2290	0,2726
5	-0,1696	-0,6867	-0,9729	-0,9113
	0,8653	0,4922	0,3306	0,3621
6	0,7995	-0,2071	-0,8367	-0,9386
	0,4240	0,8359	0,4028	0,3480
7	2,0972	0,3694	-0,4836	-0,7133
	0,0360	0,7118	0,6287	0,4757
8	3,1021	0,6057	-0,3686	-0,6972
	0,0019	0,5447	0,7124	0,4857

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

Tabla 6.C.11: Resultados del test BDS para la Serie EGARCH(1,1)

Épsilon/M	0,5* σ	1* σ	1,5* σ	2* σ
2	-0,2853	-0,0412	0,3600	0,7764
	0,7754	0,9671	0,7188	0,4375
3	-0,1681	-0,0720	0,2817	0,6315
	0,8665	0,9426	0,7781	0,5277
4	-0,2056	-0,1042	0,1241	0,3303
	0,8371	0,9170	0,9013	0,7412
5	-0,1537	-0,1343	-0,0169	0,2078
	0,8778	0,8932	0,9865	0,8354
6	-0,0883	0,0099	-0,1771	-0,0278
	0,9296	0,9921	0,8594	0,9778
7	0,7119	0,1617	-0,1412	-0,0612
	0,4765	0,8715	0,8877	0,9512
8	0,4997	0,0522	-0,3087	-0,2840
	0,6173	0,9583	0,7576	0,7764

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

6.C.2.4. Submuestra III BDI

Tabla 6.C.12: Resultados del test BDS para la Serie ARMA(7,0)

Épsilon/M	0,5* σ	1* σ	1,5* σ	2* σ
2	13,9544	12,8282	11,4300	9,3409
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	17,6245	15,0417	13,0426	10,7543
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	20,8731	16,2533	13,6895	11,4360
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	25,4524	17,7364	14,0975	11,5748
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	31,7086	19,4922	14,5333	11,5911
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	39,9391	21,3644	15,0322	11,6788
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	53,2592	23,5235	15,5799	11,7950
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

Tabla 6.C.13: Resultados del test BDS para GARCH(1,1)

Épsilon/M	0,5* σ	1* σ	1,5* σ	2* σ
2	4,0030	3,4370	2,3817	1,0449
	0,0001	0,0006	0,0172	0,2961
3	5,0459	3,6373	2,2001	0,6671
	0,0000	0,0003	0,0278	0,5047
4	5,8426	3,7381	2,0631	0,4807
	0,0000	0,0002	0,0391	0,6307
5	6,8134	3,9653	2,0693	0,3062
	0,0000	0,0001	0,0385	0,7595
6	7,8271	4,2609	2,0409	0,1319
	0,0000	0,0000	0,0413	0,8950
7	8,6832	4,5107	2,0855	0,1126
	0,0000	0,0000	0,0370	0,9104
8	10,4940	4,8570	2,1255	0,1413
	0,0000	0,0000	0,0335	0,8876

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

Tabla 6.C.14: Resultados del test BDS para EGARCH(1,1)

Épsilon/M	0,5* σ	1* σ	1,5* σ	2* σ
2	3,6584	3,3261	2,2337	0,8868
	0,0003	0,0009	0,0255	0,3752
3	4,2227	3,5075	2,3168	0,8348
	0,0000	0,0005	0,0205	0,4038
4	4,6801	3,6679	2,4175	1,0168
	0,0000	0,0002	0,0156	0,3092
5	5,6338	4,0064	2,5585	1,0689
	0,0000	0,0001	0,0105	0,2851
6	6,8257	4,3979	2,6516	1,0627
	0,0000	0,0000	0,0080	0,2879
7	7,4175	4,6802	2,7816	1,1140
	0,0000	0,0000	0,0054	0,2653
8	8,8002	5,0099	2,8932	1,2049
	0,0000	0,0000	0,0038	0,2282

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

6.C.3. Resultados del test Kaplan

6.C.3.1. BDI

Tabla 6.C.1: Resultados del test de Kaplan para la serie BDI

	Dim	Media K	Desv. Típica	Mínimo	K	K*
Retornos	1	1,0883	0,0644	0,9935	1,0515	1,0350
	2	1,1219	0,1320	0,9532	1,2448	0,9013
	3	1,0809	0,1299	0,8516	0,6749	1,6015
	4	1,1690	0,2379	0,8713	1,0919	1,0706
	5	1,1059	0,2198	0,6475	0,9887	1,1186
	6	1,1138	0,2609	0,3128	0,7084	1,5722
	7	1,1708	0,3627	0,4132	0,7511	1,5588
	8	1,0702	0,3469	0,0522	0,7420	1,4424
AR(9)*	1	0,0093	0,0006	0,0012	0,0058	1,6070
	2	0,0095	0,0008	0,0017	0,0041	2,3472
	3	0,0092	0,0012	0,0023	0,0044	2,0885
	4	0,0096	0,0018	0,0036	0,0030	3,2467
	5	0,0090	0,0012	0,0023	0,0027	3,2737
	6	0,0095	0,0016	0,0032	0,0020	4,6492
	7	0,0091	0,0020	0,0039	0,0017	5,3988
	8	0,0104	0,0073	0,0041	0,0013	7,8074
GARCH(1,2)*	1	1,0835	0,0681	0,1361	1,0753	1,0076
	2	1,1049	0,1287	0,2574	1,0527	1,0496
	3	1,0772	0,1332	0,2664	1,0110	1,0655
	4	1,1264	0,1505	0,3009	0,5532	2,0361
	5	1,0440	0,1763	0,3526	1,1126	0,9383
	6	1,0691	0,2187	0,2731	0,7215	1,4818
	7	1,0670	0,2030	0,3143	0,2746	3,8852
	8	1,0381	0,3093	-0,3265	0,4370	2,3757
EGARCH(2,3)*	1	1,1254	0,0865	0,1731	0,9695	1,1608
	2	1,1372	0,1075	0,2149	1,1660	0,9753
	3	1,1397	0,2015	0,2739	1,0696	1,0655
	4	0,9853	0,6613	0,2499	1,0245	1,0775
	5	1,1287	0,3115	0,0700	1,0513	1,0736
	6	0,5717	3,0427	0,3258	1,0942	1,0286
	7	0,8985	0,7231	0,0466	1,0327	1,0199
	8	1,1404	0,5726	0,5807	1,0694	1,0664

Resultados del test de Kaplan, sobre 30 datos sustitutivos. El valor de K* se ha calculado como el cociente entre la media y K, el estadístico. El mínimo constituye el valor más pequeño entre el mínimo de las réplicas y la media menos 2 veces la desviación típica. K. Dim representa la dimensión de embebimiento y corresponde con la dimensión m-1 del test BDS. * Para estas series el método del primer mínimo de la función de información mutua determinó que el valor óptimo de t era distinto de 1. Se repitieron los análisis con los valores t= 9, 7,5 para las series ARMA(9,0) GARCH(1,1) y EGARCH(2,3) obteniéndose los mismos resultados.

6.C.3.2. BDI submuestra I

6.C.2: Tabla Resultados del test de Kaplan para la submuestra I del BDI

	Dim	Media K	Desv. Típica	Mínimo	K	K*
Retornos*	1	0,0094	0,0008	0,0016	0,0087	1,0820
	2	0,0098	0,0013	0,0026	0,0043	2,2641
	3	0,0093	0,0015	0,0030	0,0045	2,0494
	4	0,0097	0,0012	0,0024	0,0032	3,0643
	5	0,0102	0,0090	-0,0053	0,0028	3,6082
	6	0,0088	0,0029	0,0002	0,0023	3,7559
	7	0,0123	0,0165	0,0020	0,0025	4,9952
	8	0,0099	0,0026	0,0051	0,0019	5,2682
AR(5)*	1	0,0047	0,0003	0,0041	0,0040	1,1954
	2	0,0048	0,0005	0,0032	0,0029	1,6468
	3	0,0049	0,0006	0,0027	0,0028	1,7718
	4	0,0048	0,0009	0,0017	0,0029	1,6835
	5	0,0048	0,0010	0,0020	0,0036	1,3246
	6	0,0050	0,0013	0,0024	0,0036	1,3934
	7	0,0052	0,0016	0,0030	0,0007	7,4362
	8	0,0062	0,0085	-0,0010	-0,0004	-17,3851
GARCH(1,1)*	1	1,0711	0,0637	0,1275	1,01807	1,0520
	2	1,0984	0,1576	0,3153	1,01932	1,0775
	3	1,0670	0,1785	0,3570	1,46312	0,7293
	4	1,1494	0,3780	0,6773	0,65093	1,7657
	5	1,0838	0,2237	0,3162	1,16520	0,9302
	6	1,1098	0,2115	0,4231	1,09574	1,0129
	7	1,1226	0,3838	0,3958	0,90468	1,2409
	8	1,1389	0,3188	0,1140	0,87027	1,3087
EGARCH(3,1)*	1	1,1209	0,0532	0,1065	1,2034	0,9314
	2	1,1366	0,1358	0,2716	1,1950	0,9512
	3	1,1476	0,1940	0,3880	1,0634	1,0792
	4	1,1093	0,2470	0,3666	1,1256	0,9855
	5	1,1132	0,1773	0,3546	0,9287	1,1987
	6	1,0670	0,3056	0,0087	1,1594	0,9203
	7	1,1319	0,2372	0,4745	0,9917	1,1413
	8	1,0841	0,2899	0,2644	0,9782	1,1082

Resultados del test de Kaplan, sobre 30 datos sustitutos. El valor de K* se ha calculado como el cociente entre la media y K, el estadístico. El mínimo constituye el valor más pequeño entre el mínimo de las réplicas y la media menos 2 veces la desviación típica. K. Dim representa la dimensión de embebimiento y corresponde con la dimensión m-1 del test BDS. * Para estas series el método del primer mínimo de la función de información mutua determinó que el valor óptimo de t era distinto de 1. Se repitieron los análisis con los valores t= 10, 3, 9 y 4 para las series Retornos, ARMA(5, 0) y GARCH(1,1) y EGARCH(3,1) , obteniéndose los mismos resultados.

6.C.3.3. BDI submuestra II

6.C.3: Tabla Resultados del test de Kaplan para la submuestra II del BDI

	Dim	Media K	Desv. Típica	Mínimo	K	K*
Retornos*	1	0,0078	0,0006	0,0013	0,0060	1,2917
	2	0,0073	0,0006	0,0012	0,0041	1,7680
	3	0,0074	0,0012	0,0023	0,0045	1,6268
	4	0,0074	0,0012	0,0024	0,0027	2,7764
	5	0,0072	0,0013	0,0026	0,0041	1,7581
	6	0,0072	0,0014	0,0027	0,0022	3,2283
	7	0,0077	0,0022	0,0031	0,0023	3,4195
	8	0,0077	0,0031	0,0045	0,0023	3,2837
ARMA(3,0)*	1	0,0074	0,0005	0,0009	0,0056	1,3104
	2	0,0076	0,0006	0,0013	0,0060	1,2739
	3	0,0072	0,0011	0,0022	0,0041	1,7659
	4	0,0079	0,0013	0,0026	0,0037	2,1470
	5	0,0070	0,0018	0,0029	0,0020	3,5645
	6	0,0080	0,0014	0,0029	0,0041	1,9348
	7	0,0076	0,0017	0,0034	0,0025	3,0198
	8	0,0069	0,0023	-0,0009	0,0016	4,2016
GARCH(1,1)*	1	1,0923	0,0689	0,1379	0,9928	1,1002
	2	1,0674	0,1395	0,2789	1,1533	0,9255
	3	1,1099	0,1674	0,3348	1,1885	0,9338
	4	1,0272	0,2217	0,4433	1,3604	0,7551
	5	1,0790	0,1773	0,3546	1,2057	0,8949
	6	1,0838	0,2054	0,4108	1,0479	1,0343
	7	1,1459	0,3103	0,5883	0,8727	1,3129
	8	1,0931	0,2927	0,3343	0,4698	2,3267
EGARCH(1,1)*	1	1,1248	0,0842	0,1685	1,1126	1,0109
	2	1,1462	0,0880	0,1761	1,1459	1,0003
	3	1,1506	0,1596	0,3192	1,3546	0,8494
	4	1,1385	0,1671	0,3342	1,2495	0,9111
	5	1,2345	0,3375	0,6750	1,0728	1,1507
	6	1,1770	0,2495	0,4990	1,0936	1,0762
	7	1,0894	0,2481	0,3382	1,0141	1,0743
	8	1,0562	0,3516	0,2144	0,6633	1,5924

Resultados del test de Kaplan, sobre 30 datos sustitutos. El valor de K* se ha calculado como el cociente entre la media y K, el estadístico. El mínimo constituye el valor más pequeño entre el mínimo de las réplicas y la media menos 2 veces la desviación típica. K. Dim representa la dimensión de embebimiento y corresponde con la dimensión m-1 del test BDS. * Para estas series el método del primer mínimo de la función de información mutua determinó que el valor óptimo de t era distinto de 1. Se repitieron los análisis con los valores t= 10,10, 8,10 para las series Retornos, ARMA(3,0) y GARCH(1,1) y EGARCH(1,1), obteniéndose los mismos resultados.

6.C.3.4. BDI submuestra III

Tabla 6.C.4: Resultados del test de Kaplan para la submuestra III del BDI

	Dim	Media K	Desv. Típica	Min	K	K*
Retornos*	1	0,0170	0,0011	0,0022	0,0147	1,1540
	2	0,0167	0,0011	0,0033	0,0085	1,9533
	3	0,0161	0,0017	0,0021	0,0085	1,9011
	4	0,0151	0,0032	0,0062	0,0077	1,9587
	5	0,0160	0,0039	0,0064	0,0057	2,7837
	6	0,0159	0,0032	0,0042	0,0066	2,4070
	7	0,0154	0,0065	0,0027	0,0065	2,3583
	8	0,0171	0,0056	0,0021	0,0052	3,2751
ARMA(7,0)*	1	0,0162	0,0012	0,0024	0,0127	1,2787
	2	0,0159	0,0017	0,0033	0,0104	1,5310
	3	0,0155	0,0017	0,0034	0,0099	1,5709
	4	0,0171	0,0021	0,0043	0,0074	2,3199
	5	0,0179	0,0052	0,0081	0,0057	3,1255
	6	0,0150	0,0044	0,0007	0,0056	2,7000
	7	0,0159	0,0036	0,0073	0,0078	2,0288
	8	0,0170	0,0045	0,0070	0,0068	2,4925
GARCH(1,1)*	1	1,0883	0,0644	0,9935	1,0515	1,0350
	2	1,1219	0,1320	0,9532	1,2448	0,9013
	3	1,0809	0,1299	0,8516	0,6749	1,6015
	4	1,1690	0,2379	0,8713	1,0919	1,0706
	5	1,1059	0,2198	0,6475	0,9887	1,1186
	6	1,1138	0,2609	0,3128	0,7084	1,5722
	7	1,1708	0,3627	0,4132	0,7511	1,5588
	8	1,0702	0,3469	0,0522	0,7420	1,4424
EGARCH(1,1)*	1	1,1380	0,0888	0,1777	0,9372	1,2142
	2	1,1035	0,1004	0,2008	1,1127	0,9918
	3	1,1563	0,1656	0,3312	1,1431	1,0115
	4	1,1667	0,1941	0,3882	1,0828	1,0776
	5	1,1105	0,2957	0,5915	0,9955	1,1156
	6	1,1971	0,3036	0,5857	1,0138	1,1807
	7	1,0945	0,2355	0,4709	0,8176	1,3387
	8	1,0946	0,2356	0,4709	0,8460	1,2938

Resultados del test de Kaplan, sobre 30 datos sustitutivos. El valor de K* se ha calculado como el cociente entre la media y K, el estadístico. El mínimo constituye el valor más pequeño entre el mínimo de las réplicas y la media menos 2 veces la desviación típica. K. Dim representa la dimensión de embebimiento y corresponde con la dimensión m-1 del test BDS. * Para estas series el método del primer mínimo de la función de información mutua determinó que el valor óptimo de t era distinto de 1. Se repitieron los análisis con los valores t= 10, 7, 9, 5 para las series retornos, ARMA(8,0) GARCH(1,1) y EGARCH(1,1), obteniéndose los mismos resultados.

Anexo 6.D: Estudio de la Componente Caótica

6.D.1. Resultados de la Dimensión de Correlación

Tabla 6.D.1: Dimensión de Correlación

BDI				
M	Retornos¹	ARMA(9,0)⁵	GARCH(1,2)³	EGARCH(2,3)¹
1	0,86	0,74	0,91	0,96
2	1,31	1,38	1,81	1,92
3	1,67	1,96	2,70	2,88
4	2,00	2,49	3,59	3,85
5	2,31	3,00	4,45	4,82
6	2,88	3,47	5,31	5,79
7	3,15	3,93	6,12	7,06
8	3,42	4,37	6,95	8,95
BDI_I				
M	Retornos¹²	ARMA(5,0)⁵	GARCH(1,1)²	EGARCH(3,1)³
1	0,97	0,92	0,95	0,97
2	1,93	1,82	1,91	1,93
3	2,88	2,72	2,89	2,91
4	3,81	3,59	3,86	3,83
5	4,78	4,43	4,83	4,76
6	5,39	5,21	5,83	5,71
7	5,65	6,03	6,68	6,43
8	5,58	6,83	6,93	8,21
BDI_II				
M	Retornos⁶	ARMA(3,0)³	GARCH(1,1)²	EGARCH(1,1)¹
1	0,99	0,85	0,97	0,98
2	1,98	1,66	1,93	1,97
3	3,03	2,4	2,84	2,93
4	4,05	3,09	3,72	4,13
5	5,45	3,71	4,8	4,99
6	6,04	4,24	5,69	5,63
7	4,48	4,66	5,58	4,7
8	4,32	5,19	8,72	6,81
BDI_III				
M	Retornos⁵	ARMA(7,0)⁴	GARCH(1,1)²	EGARCH(1,1)¹
1	0,94	0,97	0,97	0,97
2	1,86	1,93	1,93	1,94
3	2,76	2,89	2,90	2,89
4	3,73	3,87	3,84	3,85
5	4,73	4,78	4,66	4,89
6	5,77	5,76	5,89	5,68
7	6,83	7,68	7,58	6,44
8	7,12	7,47	6,90	6,46

Al lado de cada modelo aplicado se indica como superíndice el valor óptimo del tiempo de retardo según el criterio de la mínima información. M representa el valor de embebimiento de la serie.

6.D.2. Resultados del test de Lyapunov

Tabla 6.D.2: Resultados del test de Lyapunov

	(L,m,q)	Lambda	P-valor	Hipótesis
BDI				
Retornos	(1,6,1)	-0,1701	2,3E-183	H ₁
ARMA(9,0)	(1,6,1)	-0,4954	1,2E-46	H ₁
GARCH(1,2)	(5,6,3)	-0,6163	0,000	H ₁
EGARCH (2,3)	(3,6,4)	-0,6902	1,6E-28	H ₁
BDI I				
Retornos	(1,3,2)	-0,1725	0,0000	H ₁
ARMA(5,0)	(2,6,5)	-0,4111	0,0000	H ₁
GARCH(1,1)	(5,6,4)	-0,4968	7,6E-108	H ₁
EGARCH(3,1)	(5,6,4)	-0,5705	6,8E-128	H ₁
BDI II				
Retornos	(1,1,1)	-0,1415	3,3E-12	H ₁
ARMA(3,0)	(1,6,2)	-0,4072	2,9E-203	H ₁
GARCH(1,1)	(4,6,5)	-0,4643	1,2E-26	H ₁
EGARCH(1,1)	(1,6,5)	-0,4012	8,7E-98	H ₁
BDI III				
Retornos	(1,6,1)	-0,1675	2,1E-33	H ₁
ARMA(7,0)	(1,6,4)	-0,4417	2,2E-62	H ₁
GARCH(1,1)	(3,6,5)	-0,4763	6,0E-147	H ₁
EGARCH (1,1)	(3,5,5)	-0,4970	1,1E-54	H ₁

La Hipótesis nula de la existencia de una componente caótica es rechazada para aquellos p-valores menores que el 0,05

6.D.3. Resultados de la persistencia de la serie

Tabla 6.D.3: Resultados test 0/1 y Hurst en la serie de contenedores

Exponente de Hurst			
	Exponentes de 0/1	Coefficiente (H)	(E. estándar)
BDI			
Retornos	0,9954	0,6142	(0,0344)
ARMA(9,0)	0,9955	0,4758	(0,0234)
GARCH(1,2)	0,9969	0,4860	(0,0187)
EGARCH(2,3)	0,9977	0,5284	(0,0125)
BDI I			
Retornos	0,9976	0,6661	(0,0386)
ARMA(5,0)	0,9978	0,5235	(0,0266)
GARCH(1,1)	0,9981	0,5619	(0,0152)
EGARCH(3,1)	0,9978	0,5543	(0,0188)
BDI II			
Retornos	0,9979	0,7019	(0,0242)
ARMA(3,0)	0,9982	0,5858	(0,0125)
GARCH(1,1)	0,9975	0,6264	(0,0081)
EGARCH(1,1)	0,9976	0,6090	(0,0060)
BDI III			
Retornos	0,9977	0,6687	(0,0333)
ARMA(7,0)	0,9983	0,5019	(0,0194)
GARCH(1,1)	0,9982	0,5203	(0,0097)
EGARCH(1,1)	0,9981	0,5176	(0,0110)

Se utilizaron un total de 6000 puntos para el método 0-1. * Los resultados fueron significativos a un nivel 5% de confianza. (H) corresponde al valor del coeficiente de Hurst.

6.D.4. Resultados del test de Matilla- García et al.

Tabla 6.D.4: Resultados del test de Matilla-García et al.

	Exponente (α)	Error Estándar
BDI		
GARCH(1,2)	0,2730	0,0094
EGARCH(2,3)	0,3034	0,0123
BDI I		
GARCH(1,1)	0,2260	0,0054
EGARCH(3,1)	0,2537	0,0077
BDI II		
GARCH(1,1)	0,2456	0,0091
EGARCH(1,3)	0,2290	0,0089
BDI III		
GARCH(1,1)	0,2300	0,0102
EGARCH(1,1)	0,2450	0,0089

Para realizar el test el parámetro w se fijó como cuatro.

7. ENSAYO 4: APLICACIÓN A LA SERIE TEMPORAL MENSUAL DE LA DEMANDA DE TRANSPORTE AÉREO

This research studies the existence of non-linear dynamics and chaos in the Spanish the airline industry service demand for the period 1969-2012. Using monthly time series data and the Box-Jenkins approach for time series analysis as a preparatory step in order to obtain linear model and for later applying a new conceptual and methodological framework that encompasses a large number of techniques including the most recent and powerful ones. We have found a high evidence for presence of a nonlinear structure, although determinism cannot be assume. This study, is as far as we know the one that applies more methods to the same series, and the only one that studies such an important issue in the Spain air demand service. Overall, our work sheds additional light on the underlying dynamics of such an important variable as the one analyzed.

Key words: Air transport, time series analysis, Arima models, GARCH nonlinearity, chaos, Sistemas Dinámicos.

Resumen: En este trabajo se estudia la existencia de patrones no lineales y el comportamiento caótico, en la demanda aérea del tráfico español, utilizando datos de frecuencia mensual para el periodo 1969-2012. Para ello, tras aplicar la metodología Box-Jenkins como paso preparatorio para obtener el modelo lineal, se presenta un nuevo marco conceptual y metodológico que engloba una amplia batería de técnicas cuantitativas, incluyendo los métodos y test más modernos y con más potencia estadística. Los resultados obtenidos sugieren que la dinámica de las series analizadas parece seguir un patrón no lineal, que a priori no es compatible con la presencia de caos. Este estudio supone el estudio que utiliza más métodos juntos y el único que estudia estos componentes en el tráfico aéreo Español.

Palabras clave: Tráfico aéreo, series temporales, Modelos Arima, GARCH, No linealidad, caos, Sistemas Dinámicos.

JEL CLASSIFICATION CODES: C12, C22, L93, L83.

7.1. Introducción

7.1.1. Objeto y motivación

El objetivo general del presente estudio es investigar la dinámica y volatilidad de la demanda del transporte aéreo de viajeros y mercancías en España. Mediante la aplicación de la teoría clásica de series temporales, se examina el comportamiento de las diversas variables que miden el tráfico aéreo y posteriormente, se investiga la posible existencia de no linealidad y caos determinista en las series consideradas. Las variables analizadas en este estudio, para los aeropuertos españoles son: (i) Número de pasajeros embarcados o desembarcados en vuelos internacionales, (ii) Número de pasajeros embarcados o desembarcados en vuelos interiores y (iii) Total de mercancías transportadas.

Adicionalmente, entre los objetivos específicos del presente trabajo, cabe señalar la realización de un análisis comparativo, mediante la utilización de herramientas de los sistemas dinámicos no lineales, del comportamiento y dinámica subyacente en el proceso generador de datos de las series temporales de tráfico aéreo, consideradas en relación con aspectos como la linealidad (o su no linealidad), la independencia y la aleatoriedad de las observaciones y la dinámica caótica.

7.1.2. Interés

La emergencia del avión como medio masivo de transporte en la segunda mitad del siglo pasado, ha constituido un avance tecnológico trascendental en la industria del transporte, que ha tenido importantes consecuencias sobre la movilidad de las personas. Particularmente, su elevada velocidad, que le hace especialmente competitivo para viajes de larga distancia, se ha traducido en que, el transporte aéreo de viajeros haya experimentado un gran desarrollo con tasas de crecimiento muy elevadas. Asimismo, la liberalización del mercado de transporte aéreo, iniciada en Estados Unidos durante la década de los ochenta y que se trasladó posteriormente a Europa, ha influido favorablemente en su consolidación ya que los beneficios producidos sobre los consumidores en forma de por ejemplo, reducciones de precios, han contribuido a la expansión de su demanda, haciéndolo asequible para nuevos estratos de renta. Paralelamente, la aparición reciente de la denominada nueva economía, relacionada estrechamente con el desarrollo de las nuevas tecnologías de información y comunicación y el fenómeno de la globalización, han reforzado el papel estratégico del transporte aéreo en relación con la movilidad de las personas y mercancías (Adrangi et al, 2013).

En IATA (2013) se muestran algunos datos reveladores de la relevancia del transporte aéreo en la economía mundial en el año 2013: (i) cerca de tres mil millones de personas y 47 millones de toneladas fueron transportadas por avión; (ii) la industria del transporte aéreo representa cerca del 3,5% del Producto Interior

Bruto mundial y da empleo a más de 57 millones de personas; y (iiii) más de la mitad de los turistas mundiales utilizan dicho modo de transporte en sus desplazamientos.

Dentro de estas pautas nítidas de crecimiento se observan fluctuaciones de importante magnitud, que resalzan la alta dependencia de la demanda aérea respecto a sucesos como la guerra del Golfo o los atentados terroristas del 11 de septiembre de 2001 en Estados Unidos, lo que se traduce en que sea imprescindible un análisis riguroso de la dinámica subyacente en el tráfico aéreo, para la elaboración de predicciones precisas sobre su evolución futura.

Además, el estudio de la demanda aérea tiene un especial interés en nuestro país. Las características de nuestro territorio, en el que las principales ciudades están separadas por distancias elevadas y las características de la economía española, que tiene en el turismo uno de sus sectores básicos, contribuyen a que el transporte aéreo desempeñe un papel relevante en el transporte de viajeros.

Por tanto, la modelización de las series temporales que miden la demanda del transporte aéreo adquiere un carácter primordial y constituye un ítem básico para la planificación y gestión tanto de aeropuertos como de las compañías aéreas (Ortúzar y Simonetti, 2008).

7.1.3. Novedad y aportaciones

La revisión de la literatura internacional revela numerosos trabajos, cuyo objetivo es la modelización de las series temporales de tráfico aéreo. No obstante, hasta el momento, solo Adrangi et al (2001 y 2003) analizan con detalle el posible comportamiento no lineal y caótico de la demanda de transporte aéreo en Estados Unidos.

Este trabajo contribuye a rellenar el vacío existente en la literatura internacional, sobre el comportamiento no lineal y caótico en las series de tráfico aéreo ya que, aparte de ser el primer trabajo que analiza dichos aspectos para el caso español, constituye el estudio que engloba la utilización de un mayor número de métodos y técnicas, incluyendo las más recientes, para el análisis de la no linealidad y el comportamiento caótico de las diversas series temporales de tráfico aéreo empleadas.

Además, esta investigación se distingue de los trabajos mencionados, por realizar un análisis diferenciado por tipo de tráfico, distinguiendo entre viajeros internacionales y nacionales y en ser el único que considera, durante el proceso de modelización, aspectos característicos del transporte aéreo, como la estacionalidad, el efecto calendario y el efecto Semana Santa, que podrían afectar sensiblemente a

los resultados obtenidos sobre la posible estructura no lineal y determinista, de la series temporales modelizadas.

7.1.4. Estructura

Para contrastar, si los modelos lineales utilizados tradicionalmente explican satisfactoriamente la dinámica subyacente en el tráfico aéreo o por el contrario, existe un comportamiento no lineal estocástico o determinístico en las tres series de tráfico aéreo consideradas, aplicamos en primer lugar los filtros adecuados a la serie original, en forma de diferencias regulares y estacionales, para obtener las correspondientes series estacionarias. A continuación, se procede a la modelización lineal de las series estacionarias obtenidas, para el periodo que transcurre entre Enero de 1969 y Diciembre de 2012, utilizando modelos ARIMA estacionales (SARIMA) y considerando los efectos calendario y Semana Santa, en el caso de que sean significativos estadísticamente.

Finalmente, se aplica una extensa batería de técnicas y test para contrastar la existencia de no linealidad y dinámica caótica en las series de los residuos obtenidos en la modelización anterior. En el caso de que se detecte la existencia de no linealidad, la utilización de los modelos SARIMA para la predicción y la modelización no sería adecuada y habría que introducir otras alternativas metodológicas como son los modelos GARCH (Bollerslev, 1986) y EGARCH (Nelson, 1991) si se observara que, la no linealidad de los residuos se debiera a la variación temporal de la volatilidad.

El trabajo se organiza como se expone a continuación: En el apartado segundo se realiza una revisión de la literatura internacional sobre la demanda de transporte aéreo, incidiendo con especial énfasis en aquellos trabajos que modelizan las series temporales de tráfico aéreo, contrastando la posible existencia de comportamiento no lineal y caótico. En la sección tercera, se describen las fuentes de datos utilizadas así como, el proceso metodológico adoptado en esta investigación. En el apartado cuarto se exponen y comentan los principales resultados obtenidos, para las tres series de transporte aéreo consideradas, analizando y discutiendo las evidencias existentes a favor y en contra de las hipótesis de no linealidad y régimen caótico, así como los modelos más adecuados para explicar el comportamiento de las series analizadas. Finalmente, se extraen una serie de conclusiones sobre la investigación realizada y se indican las posibles líneas de investigación futuras.

7.2. Revisión de la literatura

Tradicionalmente las investigaciones que tienen por objeto el transporte aéreo, han versado sobre aspectos relacionados con el funcionamiento del propio mercado,

como son el grado de eficiencia de los aeropuertos y compañías aéreas, los efectos de la liberalización y desregulación, la evaluación de la rentabilidad y del impacto económico de las inversiones aeroportuarias, etc. Sin embargo, en las últimas décadas ha surgido un interés creciente por el estudio de aspectos relacionados con la demanda, como se deduce de los numerosas referencias recogidas en las sucesivas revisiones de la literatura internacional, por ejemplo, Sarames (1972), Melville (1998), Gillen et al (2003), y Wang y Song (2010), que muestran una visión panorámica de los estudios realizados sobre la demanda de transporte aéreo. Como muestra de ello, en este último artículo se citan más de 120 trabajos, publicados en las principales revistas mundiales desde 1950 hasta 2008 en lengua inglesa, que estudian la demanda aérea.

En la tabla 7.1 y a partir de la completa revisión llevada a cabo por Wang y Song (2010), se describen de forma sucinta los principales tipos de metodologías empleadas en la modelización de la demanda de transporte aéreo, citando algunas de las investigaciones que han utilizado cada tipo de metodología. Dado el objetivo de esta investigación, se prestará particular atención a los modelos de series temporales y en particular a aquellos trabajos que analizan posibles comportamientos no lineales y dinámicas caóticas.

Al contrario que en la modelización lineal de las series temporales, son escasos los trabajos que en el ámbito del transporte aéreo, contrastan la posible existencia de un comportamiento no lineal y/o caótico.

En este sentido, Adrangi et al (2001) estudian la existencia de caos y no linealidad para las series de transporte aéreo (postal, mercancías y pasajeros) en Estados Unidos desde enero de 1978 hasta septiembre de 1998. Utilizan variables dummies mensuales para controlar el componente estacional. A partir de los resultados obtenidos, concluyen que existe evidencia de dependencia no lineal en las tres series de residuos obtenidos, tras haber modelizado los retornos ajustados estacionalmente, pero que no es consistente con la existencia de un comportamiento caótico.

Asimismo, sugieren que los modelos GARCH(1,1) y GARCH(3,1) explican satisfactoriamente la estructura no lineal en las tres series de demanda de transporte aéreo y predicen la evolución futura, con menor error que los modelos lineales AR(p) ajustados de estacionalidad.

Posteriormente, Adrangi et al (2013), dentro del proceso de modelización de las relaciones entre los precios del combustible y el tráfico aéreo, que es el objetivo básico del trabajo, detectan un comportamiento no lineal en la serie de tráfico aéreo, que no es consistente con un comportamiento caótico.

Tabla 7.1: Resumen de la revisión de la literatura sobre modelos de demanda de transporte aéreo

Metodología	Principales características	Autores (Año)
Modelos gravitatorios	La metodología que emplean los primeros trabajos sobre la demanda aérea descansa básicamente en la utilización, como variables explicativas del modelo, de la distancia y la población o renta y sirven para explicar y predecir el tráfico aéreo entre ciudades o aeropuertos.	Lansing et al.(1961); Long (1969); Bower (1976); Mutti y Murai (1977); Agarwal y Talley (1985); Fridström y Thune-Larsen (1989); Grosche et al (2007).
Métodos de preferencias declaradas reveladas	Este tipo de modelos están basados en encuestas realizadas a los pasajeros en o aeropuertos.	Oum, et al (1992); Bender y Stephenson (1998); Mason (2005) Ortúzar y Simonetti (2008).
Modelos multimodales de transporte	Estos modelos de elección modal se pueden utilizar para predecir la demanda de transporte aéreo en un determinado territorio.	Cascetta et al (1995); Castelli et al. (2003).
Modelos econométricos	Estos modelos emplean el análisis de regresión y permite estimar los efectos de las variables explicativas sobre la demanda de transporte aéreo. Posteriormente, y de forma paralela a la emergencia de nuevos métodos econométricos, se han aplicado otras metodologías como los modelos de elección discreta, el análisis de cointegración y los modelos de corrección de error.	Verleger (1972); Ippolito (1981); Abrahams (1983); Talley y Eckroade (1984); Ghobrial y Kanafani (1995); Kawad y Prevedouros (1995); Papastavrou y Charnes (1996); Karlaftis et al., (1996); Coto-Millan et al. (1997); Jorge-Calderón (1997)Battersby and Oczkowski (2001); Abed et al. (2001); Hensher (2002); Bhadra (2003);Marazzo et al (2010).
Modelos Box-Jenkins	A partir del trabajo seminal de Box y Jenkins (1976) los modelos ARIMA se han utilizado frecuentemente en el análisis de series temporales de tráfico aéreo. Dentro de las ampliaciones de estos modelos se incluyen la consideración de la estacionalidad (modelos SARIMA), consideración variables independientes explicativas (modelos ARIMAX), el análisis de intervención para recoger el efecto de determinados acontecimientos o fenómenos, caso de los atentados terroristas del 11 de septiembre de 2001, el efecto Semana Santa y el efecto calendario, la función de transferencia o el análisis multivariante.	Anderson y Kraus (1981); Oberhausen y Koppleman (1982);Sen (1985) Melville (1998);Karlaftis y Papastavrou, (1998); Hensher (2002); Lim y McAleer,(2002);Coto-Millán et al. (2004); Inglada y Rey (2004); Lai y Lu, (2005); Tsui et al (2014)
Metodología de redes neuronales	Los modelos de redes neuronales Se aplican para predecir la demanda de transporte aérea y son particularmente útiles si existe no linealidad. Por el contrario, con estos modelos no es factible determinar los efectos de las variables explicativas sobre la demanda aérea.	Kim et al. (2003); Alekseev y Seixas (2009)
Modelos no lineales y caóticos	Contrastan la posible existencia de un comportamiento no lineal y/o caótico	Adrangi et al. (2001); Adrangi et al. (2013)

Fuente: Elaboración propia a partir de Wang y Song (2010).

7.3. Datos y metodología

7.3.1. Datos

Además de las mercancías transportadas, se han considerado por separado a los pasajeros embarcados y desembarcados en vuelos nacionales y en vuelos internacionales, debido a que su casuística es esencialmente diferente. De esta forma, las tres series de tráfico aéreo en aeropuertos españoles que son objeto de este estudio, para el periodo que transcurre entre Enero de 1969 y Diciembre de 2012 (528 observaciones), son: (i) número de pasajeros en vuelos internacionales (ii) número de pasajeros en vuelos interiores y (iii) total de mercancías embarcadas y desembarcadas.

Si bien en otras disciplinas científicas, como es el caso de la Física, al estudiar el comportamiento caótico de una serie temporal, es frecuente disponer de varios miles de datos, no suele ocurrir así en la modelización de series temporales económicas. Brock and Sayers (1988) contrastan la existencia de un régimen caótico en series temporales económicas con cerca de 150 observaciones. Asimismo, Adrangi et al (2001) al examinar la posible existencia de no linealidad y caos en la demanda de transporte aéreo, utilizan una muestra de 249 datos para hacer sus estimaciones. Por lo tanto la muestra utilizada en esta investigación, compuesta por 528 observaciones, podría considerarse suficiente para llevar a cabo un análisis satisfactorio.

Los datos utilizados han sido tomados del Ministerio de Fomento¹¹¹ y su evolución temporal se muestra en la figura 7.1. En la tabla 7.2 se recogen los principales estadísticos descriptivos de las tres series investigadas. Las tres series de este estudio, las correspondientes a los pasajeros de vuelos Internacionales, pasajeros de vuelos interiores y el total de mercancías transportadas, presentan un valor de asimetría positiva. La media correspondiente al número total de mercancías transportadas es mayor que la media de las otras dos series. Además, las series son no estacionarias (tabla 7.2) y difieren de una distribución normal, ya que el resultado del p-valor del test de Jarque-Bera (1987) es menor que el valor de significación. Este último resultado es consistente con la forma del gráfico Qq¹¹² y con el histograma de la serie (Anexo 7A).

En relación con la evolución temporal del tráfico, como es característico de las series de transporte aéreo de viajeros, es notable el aumento que se observa en las fechas coincidentes con la Semana Santa o durante los meses de verano. También se observa un formidable crecimiento del tráfico aéreo, durante las primeras décadas del periodo estudiado, paralelamente a la, expansión generalizada del

¹¹¹ <http://www.fomento.es/>

¹¹² Otros autores lo denominan gráfico cuartil-cuartil.

sistema aeroportuario, con la ampliación de los aeropuertos existentes y la emergencia de otros nuevos. Es indudable que el desarrollo masivo del turismo en España, que comienza en dichos años, y que ha convertido a este país en una de las principales potencias turísticas mundiales, ha desempeñado un papel fundamental en dicho patrón de crecimiento¹¹³.

7.3.2. Metodología

La metodología básica empleada se ha descrito con detalle en apartados anteriores de esta investigación, por lo que únicamente se exponen los hitos más significativos y las características metodológicas específicas de este trabajo.

En los gráficos adjuntos, se observa que existe una marcada estacionalidad en las series de tráfico aéreo. Por ello, dentro de la primera etapa de modelización lineal basada en la metodología Box-Jenkins (1976) y antes de estimar el modelo ARMA, se transforman las tres series temporales del tráfico aéreo, mediante la transformación logarítmica y la aplicación de los operadores diferencia regular y diferencia estacional, con el fin de conseguir unas nuevas series estacionarias y sin ciclo estacional¹¹⁴. A la serie obtenida tras aplicar esta metodología se le denomina Serie Diferencias (Serie Dif).

Además, hay otros dos hechos que se han considerado en esta primera etapa del análisis: (i) La celebración de la Semana Santa en diferentes meses (Marzo o Abril), que puede tener consecuencias sobre el movimiento de pasajeros o de mercancías en dichos meses; y (ii) La diferencia en el número de días laborables en cada mes que puede tener también su repercusión, sobre el número de pasajeros o de toneladas. Este efecto, denominado comúnmente "efecto calendario", se manifiesta por ejemplo, en el caso del mes de Febrero de los años bisiestos, que tiene un día más que en los demás años.

El efecto producido por la celebración de la Semana Santa en diferentes meses (Marzo o Abril), dependiendo del año, se modeliza mediante la introducción de una variable dummy, con el fin de aislar el efecto producido sobre el tráfico aéreo. Esta variable toma el valor 1, para el mes en el que se celebra dicha festividad y 0 para el resto de los meses. Debe determinarse el número de días que se consideran incluidos en dicho efecto, dato que es especialmente relevante en el caso de existir solapamiento de la Semana Santa en los dos meses de Marzo y Abril. Este efecto es representado por medio de un término lineal de la forma: $E_t = \gamma P(\tau)_t$ donde $P(\tau)_t$ expresa la proporción que representa la Semana Santa en el mes t ,

¹¹³ Por ejemplo, el actual aeropuerto de Alicante, en los años posteriores a su inauguración en 1967, tiene un crecimiento exponencial en su número de pasajeros, desde 1 millón en 1970 hasta 2 millones en 1978, al recoger todos los turistas con destino la costa alicantina.

¹¹⁴ Serie Dif en adelante

habiéndose considerado que su efecto se percibe en los τ días anteriores al Domingo de Resurrección. Se ha supuesto una duración de 6 días ($\tau=6$), que se muestra como más significativa estadísticamente y se ha utilizado en otros trabajos¹¹⁵.

El efecto del ciclo semanal se recoge a través de dos variables de tipo determinista que representan, respectivamente, el efecto del ciclo semanal (días laborables) y de los años bisiestos con 29 días en febrero. Para la primera variable (TD_t) se usa la expresión siguiente: Número de días de tipo j (laborables) en el mes t - (número de sábados y domingos en el mes t) $\times 5/2$, con j = lunes, ...,viernes. Para recoger el efecto de los años bisiestos se emplea la variable dummy, que toma el valor 1 en los meses de febrero de dicho año y 0 en los restantes.

En definitiva, el modelo estimado para cada una de las tres series de tráfico aéreo, tiene la siguiente expresión:

$\text{Log}(A_t) = E_t + TD_t + BI_t + N_t$, donde:

- $\text{Log}(A_t)$ es el logaritmo de la variable que representa el tráfico aéreo en cada serie analizada: Número de pasajeros en vuelos interiores, número de pasajeros en vuelos internacionales y número de toneladas transportadas, respectivamente.
- E_t ; TD_t ; y BI_t recogen, respectivamente, los efectos vinculados a la Semana Santa móvil, al ciclo semanal y a los años bisiestos.
- N_t son los residuos en la estimación de cada uno de los tres modelos y caracterizan el comportamiento estocástico de la serie.

Para acabar esta primera etapa del proceso de modelización, cuyo objetivo es eliminar la dependencia lineal en cada una de las tres series de tráfico aéreo, se modelizan los residuos N_t obtenidos anteriormente, mediante la metodología Box-Jenkins, siguiendo el mismo proceso que el recomendado por Nelson et al. (1991) que consiste en la elección del mejor modelo SARIMA de acuerdo con el criterio SIC¹¹⁶. Si los residuos están correlacionados se aumenta la dimensión del modelo, hasta encontrar un modelo donde este hecho no exista (Barkoulas, 2012). En resumen, en esta etapa, se aplica a cada una de las tres series originales el

¹¹⁵ Por ejemplo, en Inglada y Rey (2004).

¹¹⁶ El criterio de información de Schwartz introduce un término de penalización para el número de parámetros en el modelo, con el fin de resolver el problema de la sobreparametrización. La penalización es mayor en este criterio que en otros como el de Akaike(1974), lo que comparativamente le confiere indudables ventajas en su utilización.

correspondiente modelo SARIMA, seleccionado para cada una de ellas atendiendo a la metodología descrita, y se obtienen los respectivos residuos¹¹⁷.

Tabla 7.2: Estadísticos y test básicos de las series
TRÁFICO DE PASAJEROS DE VUELOS INTERNACIONALES

	Serie Original	Serie Diferencias	AR(6,0) MA(1)MA(1) ₁₂	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Media	4536,06	-0,0006	-0,0009	-0,0250	0,0236
(D.T)	3404,78	0,0009	0,0394	0,9809	1,0061
Mediana	3375,0	0,0755	-0,0018	-0,0260	0,0207
Mínimo	329,00	-0,2448	-0,1464	-3,6782	-3,2309
Máximo	15109	0,3443	0,1386	3,4741	3,5107
Asimetría	1,0237	0,2634	-0,1418	-0,1369	-0,1080
Curtosis	3,2379	5,1267	3,7068	3,7319	3,3221
Test JB	93,469*	103,01*	11,939*	12,568*	3,095
N	528	494	494	494	494

TRÁFICO DE PASAJEROS DE VUELOS INTERIORES

	Serie original	Serie Diferencias	MA(1)MA(1) ₁₂	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Media	3373,72	-0,0009	-0,0003	0,0597	-0,0016
(D.T)	1972,781	0,0564	0,0426	0,9546	0,9997
Mediana	2769,0	-0,0008	-7,5E-05	0,0661	0,0184
Mínimo	460,00	-0,2178	-0,1761	-4,1259	-4,2457
Máximo	8846,0	0,2429	0,1228	2,6454	2,8314
Asimetría	0,6822	0,0368	-0,2913	-0,2985	-0,3038
Curtosis	2,4173	4,8096	4,3397	4,3931	4,0577
Test JB	48,4202*	70,39*	45,80*	49,30*	31,928*
N	528	515	515	515	515

TRÁFICO TOTAL DE MERCANCÍAS

	Serie Original	Serie Diferencias	AR(6)MA(1) ₁₂	GARCH(1,0)	EGARCH(2,1)
Media	36439,4	-0,0004	-0,0003	0,0718	-0,0063
(D.T)	12663,1	0,0754	0,0529	0,9291	1,0014
Mediana	33824,5	-0,0007	-0,0015	0,0730	-0,0196
Mínimo	9815,0	-0,4120	-0,3351	-6,4479	-5,4527
Máximo	61269	0,4103	0,1947	3,0776	3,1021
Asimetría	0,0092	0,0510	-0,2535	-0,4696	-0,0174
Curtosis	2,1244	7,2014	6,4691	7,6316	4,6960
Test JB	16,8747*	379,01*	260,69*	473,66*	61,030*
N	528	515	509	509	509

Nota: Todos los estadísticos se muestran para las series originales, la serie de la diferencia regular y estacional (serie Dif.) y los residuos de los modelos SARIMA, GARCH y EGARCH. (D.T) es la Desviación típica. Coef. Asimetría y Coef. Curtosis corresponden al coeficiente de asimetría de Fisher y al coeficiente de curtosis, respectivamente. El asterisco* refleja que el resultado del test correspondiente es significativo al 95% de nivel de confianza. **Fuente:** Elaboración propia.

¹¹⁷ En adelante serie ARMA(p,q).

A continuación, tras comprobar la existencia de un componente no lineal en las series de los residuos de los modelos SARIMA obtenidos, mediante la aplicación de una amplia batería de test, se evalúa si la no linealidad se debe a la existencia de heterocedasticidad. Si se verifica la existencia de volatilidad, se le aplica a cada serie, dos tipos de modelos no lineales multiplicativos; un modelo autorregresivo con heterocedasticidad condicional, $GARCH(p,q)$ ¹¹⁸ y un modelo exponencial $EGARCH(p, q)$ ¹¹⁹. El orden y tipo de cada modelo se elige siguiendo la misma metodología descrita para la selección de los modelos SARIMA. Tras la estimación de los correspondientes modelos, se estandarizaron los residuos obtenidos mediante sus desviaciones estándar condicionales, imponiendo una distribución normal.

Tabla 7.3: Tipos de modelos aplicados a cada una de las series

	Modelo lineal	Modelo GARCH	Modelo EGARCH
Pasajeros De Vuelos Internacionales	AR(6,0)MA(1)MA(1) ₁₂	GARCH (1,0)	EGARCH (1,1)
Pasajeros De Vuelos Interiores	MA(1) MA (1) ₁₂	GARCH (1,1)	EGARCH (0,1)
Total Mercancías Transportadas	ARMA(2,3)	GARCH (1,0)	EGARCH (2,1)

Para cada una de las tres variables de consideradas, las dos series obtenidas de residuos estandarizados, son objeto, finalmente, de análisis mediante un conjunto de métodos y técnicas de detección de caos. Además, mediante la técnica R/S, se estudia la persistencia de las diversas series obtenidas en cada uno de los pasos descritos anteriormente.

A modo de resumen del proceso de modelización adoptado, en la tabla 7.3. se muestran los diversos tipos de modelos aplicados a cada una de las tres series de tráfico aéreo.

7.4. Resultados Empíricos

En los gráficos que representan la evolución de cada una de las tres series de tráfico aéreo (figura 7.1), se distinguen, aunque con mayor énfasis en unas series que en otras, cuatro fases en su patrón de crecimiento o decrecimiento: (i) Etapa de alto ritmo crecimiento, durante el periodo 1960-1980 a causa de la expansión de la red aeroportuaria, mediante la incorporación de nuevos aeropuertos y la ampliación de los existentes. (ii) Fase de contracción del tráfico aéreo, durante el periodo 1975-1985, paralelamente a la emergencia de las dos crisis económicas acaecidas en dicho periodo, que tienen su raíz en el aumento de los precios de las materias

¹¹⁸ Los modelos $GARCH(p,q)$ fueron definidos por Nelson (1991)

¹¹⁹ Los modelos $EGARCH(p,q)$ fueron definidos por Bollerslev (1986)

primas y en particular, de los productos petrolíferos. (iii) Fase de crecimiento durante el periodo 1985-2007, paralelamente a un ciclo de expansión económica. (iv) Desde 2008 un periodo de descenso del volumen de tráfico aéreo a causa de la crisis económica actual. Esta caída se produce principalmente en el tráfico aéreo interior.

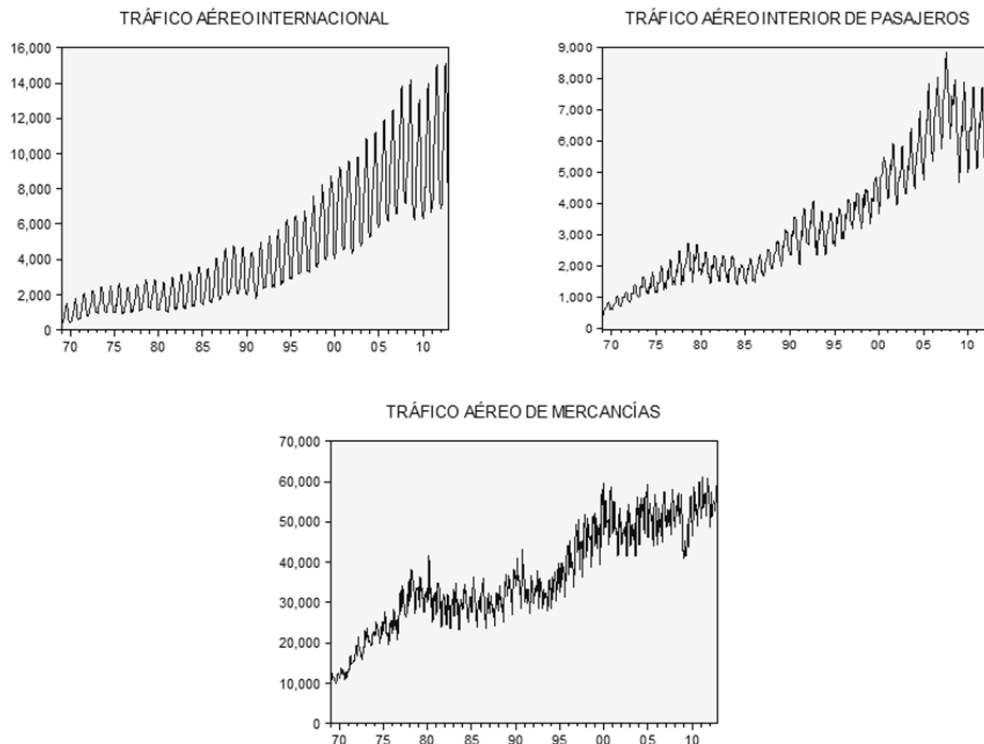


Figura 7.1: Evolución de las series de, tráfico aéreo Internacional tráfico aéreo Interior de Pasajeros y tráfico aéreo de mercancías

Por ello, como se ha mencionado anteriormente, dentro de la primera etapa de modelización lineal y antes de estimar el modelo ARMA correspondiente, se transforman las tres series temporales del tráfico aéreo mediante la transformación logarítmica y la aplicación de los operadores diferencia regular y diferencia estacional, con el fin de conseguir unas nuevas series estacionarias y sin ciclo estacional (serie Diferencia). La evolución de estas nuevas series está representada en la Figura 7.2.

La distribución de frecuencias de las nuevas series es leptocúrtica, al obtenerse un coeficiente de curtosis mayor que tres, lo que implica que la distribución tiene unas colas más anchas que las que presenta la distribución normal y que se traduce en que los sucesos anómalos outliers tienen una probabilidad de ocurrir más alta. Su coeficiente de asimetría es ligeramente positivo, como puede comprobarse en los resultados de los estadísticos de la tabla 7.2. Además, el test de Jarque-Bera (1997), rechaza la hipótesis de que los datos atiendan a una distribución normal, resultado que es corroborado por la forma del histograma y el gráfico Qq que están

representados en el Anexo 7. A, lo que puede considerarse un indicador de la existencia de no linealidad (Fang, 1994).

La evaluación de la estacionariedad de la serie o la existencia de raíces unitarias, se realizó mediante tres procedimientos distintos. Los resultados de los test DFA¹²⁰, PP¹²¹ y KPPS¹²², que se muestran en la tabla 7.4, confirman que las tres series obtenidas son estacionarias, De esta forma, se cumplen los requisitos para aplicar la metodología Box-Jenkins (1970,1975), para el análisis de series temporales y eliminar el componente lineal de las tres series de diferencias, mediante la aplicación del modelo SARIMA más adecuado.

7.4.1. Modelización lineal

Con base al criterio señalado y a la metodología descrita, se determinó el filtro lineal más adecuado para cada serie (Tabla 7.3 y Anexo 7.B). Los estadísticos principales de los residuos del modelo (series ARIMA(6,0)MA(1)₁₂MA(1)₁₂, MA(1)MA(1)₁₂ y AR(6)MA(1)₁₂, en adelante) para las series de i) Número de pasajeros embarcados o desembarcados en vuelos internacionales, (ii) Número de pasajeros embarcados o desembarcados en vuelos interiores y (iii) Total de mercancías transportadas se muestran en la tabla 7.2. En el Anexo 7.B se pueden consultar las magnitudes de los coeficientes y otras características de cada modelo.

7.4.2. Análisis de la aleatoriedad y no linealidad

Tras haber eliminado la componente lineal existente en los datos, mediante los filtros SARIMA adecuados, se aborda la existencia de no linealidad, para evaluar si procede la utilización de un modelo no lineal.

Para evaluar la existencia de no linealidad y de aleatoriedad en los datos se ha utilizado una amplia batería de test y métodos consiguiendo de esta forma, paliar las posibles limitaciones de cada uno de ellos. Los test utilizados son:

- El test de Rachas (Wald y Wolfowitz, 1940)
- Dos test de Portmanteau: el de Keenan (1985) y el de Tsay (1986)
- Dos test basados en la metodología de redes neuronales. el de Teräsvirta (1983) y el de White (1989)
- El test BDS (Brock et al,1989)
- El test de Kaplan(1994)

¹²⁰ Test de Dickey-Fuller Aumentado (Dickey y Fuller, 1979).

¹²¹ Test Phillips-Perron (Philips y Perron, 1988).

¹²² Test de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (Kwiatkowski et al., 1992).

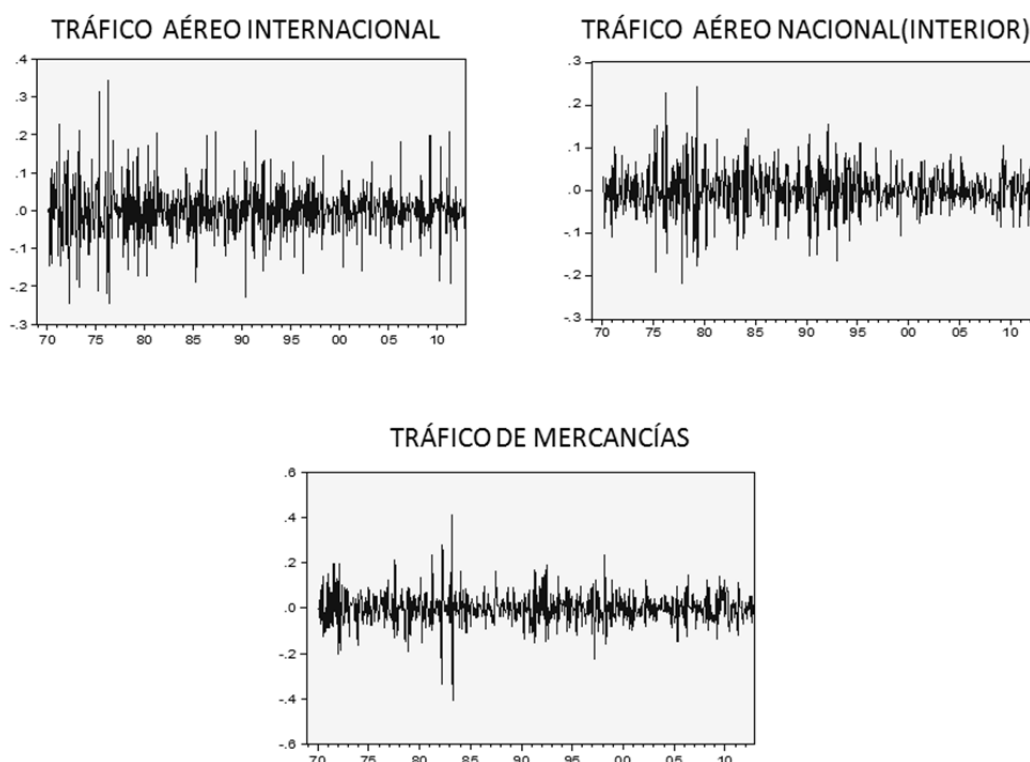


Figura 7.2: Evolución de las series de, tráfico aéreo Internacional tráfico aéreo Interior de Pasajeros y tráfico aéreo de mercancías después de aplicar una diferencia regular y una diferencia estacional sobre sus logaritmos

El motivo que justifica la aplicación de más de un test es obtener la máxima información posible acerca de la naturaleza de las series, despejando la incertidumbre existente, ya que todos los test existentes han mostrado algún tipo de limitación en la detección de la no linealidad. Sin embargo, es cierto que algunos test, como el BDS (Brock et al, 1989), el de White (1983) o el de Kaplan (1994), se han mostrado más eficaces y fiables que los demás a la hora de detectar la existencia de dependencia no lineal en los datos, (Barnet et al., 1997).

En relación con las características específicas de cada test, cabe citar que los dos primeros test aplicados (Keenan y Tsay), contrastan la hipótesis de un modelo no lineal de orden (p). En el caso de los test de Terasvirta (1983) y White (1983), se ha utilizado una red neuronal de una capa.

Asimismo, el test BDS se aplica siguiendo la metodología sugerida por Brock, que consiste en aplicarlo a los residuos de la serie ajustada de un proceso autorregresivo. De este modo, se plantea este test como un método indirecto de analizar la no linealidad de un proceso. Este procedimiento es teóricamente viable ya que, los cálculos sobre los residuos de un modelo autorregresivo no pierden la información importante, derivada de la serie original, si esta última proviniera de un sistema no lineal caótico, tal como demuestra el teorema de Brock (Brock, 1992).

Tabla 7.4. Estudio de la Estacionariedad

Pasajeros De Vuelos Internacionales	S. Original	S. Diferencias
<i>Test Dickey Fuller Aumentado</i>		
Con Constante	0,4660 (0,9854)	-7,5922 (0,0000)
Con Constante y Tendencia	-1,9354 (0,6344)	-7,6022 (0,0000)
<i>Test Phillips-Perron</i>		
Con Constante	-2,7004 (0,0746)	-49,8610 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-5,7083 (0,0000)	-49,8490(0,0001)
<i>Test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin</i>		
Con Constante	2,9803	0,0473
Con Constante y Tendencia	0,9983	0,0408
Pasajeros De Vuelos Interiores	S. Original	S. Diferencias
<i>Test Dickey Fuller Aumentado</i>		
Con Constante	-1,4984 (0,5339)	-9,1859 (0,0000)
Con Constante y Tendencia	-2,2689 (0,4498)	-9,1768 (0,0000)
<i>Test Phillips-Perron</i>		
Con Constante	-1,7955 (0,3828)	-44,0600 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-4,9111 (0,0003)	-44,0072 (0,0000)
<i>Test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin</i>		
Con Constante	2,7854	0,0813
Con Constante y Tendencia	0,4891	0,0794
Total de Mercancías Transportadas	S. Original	S. Diferencias
<i>Test Dickey Fuller Aumentado</i>		
Con Constante	-1,6013 (0,4812)	-10,3640 (0,0000)
Con Constante y Tendencia	-3,0745 (0,1136)	-10,3534 (0,0000)
<i>Test Phillips-Perron</i>		
Con Constante	-2,7757 (0,0625)	-55,0554 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-13,6174 (0,0000)	-54,9911 (0,0001)
<i>Test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin</i>		
Con Constante	2,7958	0,0526
Con Constante y Tendencia	0,1669	0,0525

Nota: La Hipótesis nula de los test DFA y PP es que la serie tiene raíces unitarias, mientras que en el test KPSS es la inexistencia de raíces unitarias. Entre paréntesis se muestra el p-valor unilateral de MacKinnon (1996). El ancho de banda para el Test Phillips-Perron se determinó utilizando el método Bartlett Kernel (Newey-West automático) Los valores críticos, al 5% de nivel de confianza para este test, fueron 0,463 y 0,146 para los casos de incorporar una constante y constante más tendencia, respectivamente. Para cada test aplicado, los valores menores que el nivel de significación (5%). se muestran en negrita.

El test se aplica considerando diferentes dimensiones de embebimiento, variando de 2 a 7, y teniendo en cuenta los distintos valores de ε recomendados por Brock (Brock et al., 1993). Asimismo se realizó un procedimiento bootstrap, considerando 2500 réplicas de la serie original que fueron obtenidas de un muestreo con reemplazamiento de la serie original, para asegurar la consistencia del test, ya que la distribución del estadístico solamente está descrita para tamaños muestrales mayores a 500 (Brock et al., 1989).

El último método utilizado en esta fase de la investigación, el método de Kaplan(1994), se aplica a aquellos datos en los que no se conoce la forma funcional que los ha generado. Su objetivo es determinar si existe evidencia de un mecanismo determinista subyacente, es decir, la hipótesis nula de este test es la linealidad estocástica del proceso.

Se considera que se verifica la hipótesis nula de linealidad si el valor del estadístico K, calculado para la serie original (Ktest), es menor que los valores obtenidos para los modelos lineales generados, de los cuales, como medida resumen, se toma el valor más pequeño entre el mínimo (Kmin) y la media menos dos desviaciones típicas (KS).

El test se realizó considerando distintas dimensiones de embebimiento (de 2 a 9) y $t = 1$ (tiempo de retardo). Además, el valor de ϵ se redujo a 80 por el número de datos considerados en la investigación. Asimismo, se llevó a cabo para distintos valores del retardo, distintas dimensiones de embebimiento y distintos valores de ϵ , sin que el resultado fuese sustancialmente diferente¹²³. Los estadísticos media, mínimo, K y desviación típica se han calculado sobre un total de 30 réplicas de cada serie, considerando los mismos parámetros de retardo y dimensión de embebimiento que en la serie original.

Los resultados de cada método, así como los detalles más relevantes, pueden consultarse en el Anexo 7.C. En la tabla 7.5 se presenta un resumen de los resultados obtenidos de cada método, al aplicarlo a cada una de las series.

7.4.2.1.1. Serie de número de pasajeros embarcados o desembarcados en vuelos internacionales

Para el caso de la serie del tráfico de pasajeros embarcados o desembarcados en vuelos internacionales, la mayoría de los contrastes utilizados en esta investigación no rechazan el posible carácter lineal de los datos. Sin embargo, el test más potente de todos los considerados, el BDS (Barnet 1997), indica la posible existencia de una dependencia en los datos, al obtener un p-valor menor que el valor de significación para todas las dimensiones de embebimiento y valores de proximidad considerados en el estudio (tabla 7.5 y Anexo 7.C). Además, se ha demostrado que este es el test que tiene una mayor potencia y por ello, sus resultados son especialmente relevantes (Barnet 1997).

¹²³ También se aplicó el método considerando los valores óptimos de retardo y dimensión de embebimiento, seleccionados por los métodos de la mínima información mutua y los falsos vecinos cercanos respectivamente.

7.4.2.1.2. Serie de número de pasajeros embarcados o desembarcados en vuelos interiores

Para el caso de la serie del tráfico de pasajeros embarcados o desembarcados en vuelos interiores, los resultados obtenidos al aplicar los test basados en la metodología de redes neuronales: el test de White (1993) y el de Teräsvirta(1983), rechazan la hipótesis de un modelo lineal en los datos (tabla 7.5; Anexo 7.C) Cabe señalar que el primero de ellos, el test de White, es considerado un test relevante en la detección de la no linealidad (Barnet, 1997). El test BDS sugiere de la misma manera, aunque no con una evidencia tan tajante, la existencia de una dependencia en los datos. De hecho, a medida que se aumenta la dimensión de embebimiento la evidencia de dependencia es mayor (Anexo 7.C).

7.4.2.1.3. Total de mercancías transportadas

Finalmente para el caso de la serie del tráfico de mercancías, se observa, al igual que en las demás, dependencia reminiscente en los datos. Los resultados de los test de Tsay (1986), White(1989) y Teräsvirta (1983), rechazan la hipótesis de linealidad. El test BDS muestra, una vez más, evidencia a favor de la existencia de dependencia en los datos.

7.4.3. Modelización no linealidad

Una vez revelada la existencia de no linealidad en las tres series, se estudia su naturaleza, contrastando si está asociada a la existencia de heterocedasticidad. Para ello, se aplica el test del multiplicador de Lagrange (LM) para un modelo ARCH con varios órdenes, Los resultados obtenidos al aplicar dicho test son significativos¹²⁴, sugiriendo que la existencia de no linealidad podría deberse al momento de orden dos de la serie, es decir a la volatilidad.

La revisión de la literatura internacional descubre varios modelos, que son capaces de lidiar con la volatilidad que pueden presentar las series temporales. Así, el primer modelo descrito, fue el modelo ARCH (Engle, 1982), a partir del cual se han definido nuevos modelos como son los modelos GARCH(p,q), y EGARCH(p,q), que son los que se aplican a continuación. En general, estos modelos han sido muy frecuentemente utilizados, especialmente en la modelización de las series financieras (Barkoulas 2012, Matilla-García et al., 2008) ya que capturan eficientemente, las propiedades que estas presentan. También puedan ser aplicados en la modelización de las series de demanda aérea de pasajeros (Adrangi, 2013).

¹²⁴ Todos los test mostraron evidencias para la no heterocedasticidad, con un p-valor menor que el valor de significación elegido de 0,05.

En resumen, tras detectar indicios de no linealidad en los datos de las tres series de tráfico aéreo y comprobar que, la posible naturaleza de la misma pueda deberse a la existencia de heterocedasticidad, el paso siguiente consiste en la aplicación de modelos no lineales multiplicativos, comenzando con modelos de la familia GARCH(p,q) (Bollerslev,1986). Los modelos utilizados finalmente se seleccionaron de acuerdo a los criterios mencionados anteriormente. Para las series de tráfico aéreo de pasajeros internacional e interior, el modelo utilizado es el GARCH(1,1). Sin embargo, la serie de tráfico aéreo de mercancías es modelizada mediante un modelo GARCH(1,0).

Las magnitudes de los coeficientes y las principales características de cada uno de ellos, se recogen en el Anexo 7.B. Los coeficientes y parámetros de los modelos estimados muestran un p-valor asociado menor que el valor de significación, lo que implica que la variación en las series está influenciada por el comportamiento de la volatilidad en el período anterior. Asimismo, los modelos aplicados proporcionan residuos estandarizados e incorrelados¹²⁵, no existiendo heterocedasticidad en los residuos de los modelos como se deduce de que las magnitudes de las funciones de autocorrelación simple y parcial de los cuadrados de los residuos sean significativamente nulas.

Como alternativa a los modelos GARCH(p,q) anteriormente descritos, también se optó por la modelización mediante filtros de la forma EGARCH(p,q), que a diferencia de los modelos anteriores realizan la estimación de la varianza condicional, considerando el signo de la innovación en el período anterior. Atendiendo al criterio previamente descrito, se eligieron los modelos EGARCH(0,1) y EGARCH(1,1) para las series de los pasajeros de tráfico interior y exterior y el modelo EGARCH(2,1) para la serie de mercancías totales (Anexo 7.B). Los residuos aún muestran un exceso de curtosis e indicios de asimetría negativa.

7.4.4. Análisis del comportamiento caótico

7.4.4.1. Análisis de la no linealidad

En el paso anterior se ha analizado y detectado, en su caso, la existencia de no linealidad en las series de tráfico aéreo. Además, después de comprobar que la fuente de no linealidad podía deberse a la existencia de heterocedasticidad en las series, se han aplicado modelos de la familia ARCH para eliminar esta posible dependencia en la varianza condicional. En esta sección se analiza si la naturaleza de las series de los residuos, de los modelos de las familias ARCH aplicados, es

¹²⁵Específicamente las magnitudes del Q(24) son 28,6035 [0,235] y 27,1044 [0,300] para las funciones de autocorrelación simple y parcial, respectivamente (Apéndice 7.B).

determinista y en particular, caótica. Las conclusiones extraídas de la aplicación de cada método, se muestran en la tabla 7.5.

La no linealidad es una característica relevante, ya que es una condición necesaria, pero no suficiente, para la existencia de caos. Por ello, como paso previo a aplicar los métodos y contrastes de detección de caos, se dilucida la existencia de no linealidad remanente en los datos. Para ello, se aplicaron los test correspondientes a los residuos estandarizados de los modelos descritos en la sección anterior. En la tabla 7.5 se muestra un resumen de los resultados y en el Anexo 7.C los detalles de los resultados obtenidos en cada método.

7.4.4.1.1. Tráfico Internacional de Pasajeros

En el caso de los residuos de los modelos GARCH(1,1) y EGARCH(1,1) correspondientes a la serie del tráfico internacional de viajeros, únicamente el test de White rechazó la hipótesis de un modelo lineal en los datos, al obtener un p-valor menor que el nivel de significación establecido en esta investigación (p-valor = 0,02).

7.4.4.1.2. Tráfico Interior de Pasajeros

Al aplicar la batería de test descrita anteriormente, a la serie del tráfico interior de viajeros, los test que utilizan la metodología de redes neuronales, es decir, White y Teräsvirta, rechazan la presencia de una estructura lineal, para ambos modelos de heterocedasticidad condicional.

7.4.4.1.3. Tráfico de mercancías

Finalmente se ha contrastado la existencia de no linealidad en la última serie, la correspondiente al tráfico aéreo de mercancías. Tanto el test de Teräsvirta como el de White mostraron evidencias de no linealidad para ambas series, al obtenerse un valor del estadístico experimental por debajo del estipulado. Para la serie EGARCH(2,1), el test de Tsay también rechazó la hipótesis de linealidad al obtenerse un p-valor menor que el nivel de significación.

7.4.4.2. Análisis del comportamiento caótico

En el paso anterior se ha constatado, que las distintas series aún constan de dependencia no linealidad residual en los datos, por lo que se cumple uno de los

requisitos más importantes para la existencia de un comportamiento caótico¹²⁶. En esta sección se comprueba si las series tienen dicho comportamiento. En la tabla 7.6 se muestra un resumen de cada uno de los métodos aplicados y los detalles de cada uno de ellos pueden consultarse en la tabla 7.D.

Tabla 7.5: Resumen de los test de no linealidad

Tráfico de Pasajeros Exterior

Test	H ₀	Serie Diferencias	AR(6,0)MA(1)MA(1) ₁₂	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Rachas	Aleatorio	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Keenan	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Tsay	Lineal ^a	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
White	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	No rechaza	Rechaza
Teräsvirta	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
BDS	Lineal ^b	-	Rechaza	No rechaza	No rechaza
Kaplan	Lineal	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza

Tráfico de Pasajeros Interior

Test	H ₀	Serie diferencias	MA(1) MA (1) ₁₂	GARCH(1,1)	EGARCH(0,1)
Rachas	Aleatorio	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Keenan	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Tsay	Lineal ^a	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
White	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza
Teräsvirta	Lineal ^a	Rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza
BDS	Lineal ^b	-	Mixto	No rechaza	No rechaza
Kaplan	Lineal	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza

Total de mercancías transportadas

Test	H ₀	Serie diferencias	ARMA(6,0)MA(1) ₁₂	GARCH(1,0)	EGARCH(2,1)
Rachas	Aleatorio	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Keenan	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Tsay	Lineal ^a	No rechaza	Rechaza	No rechaza	Rechaza
White	Lineal ^a	No rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza
Teräsvirta	Lineal ^a	No rechaza	Rechaza	Rechaza	Rechaza
BDS	Lineal ^b	-	Rechaza	Mixto	Mixto
Kaplan	Lineal	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza

H₀: Hipótesis nula del test. ^a Lineales en la media. ^b El test BDS puede aplicarse como un test de linealidad una vez se ha eliminado la parte lineal de la serie. N. C: no concluyente, debido a la diferencia de resultados para las distintas dimensiones de embebimiento.

7.4.4.2.1. Dimensión de la Correlación

Dentro del proceso de detección de la existencia de una dinámica caótica, se comienza con el cálculo de la dimensión de correlación (CD). Esta magnitud se

¹²⁶ En todas las series, al menos un método ha rechazado la existencia de linealidad.

considera una medida de la complejidad de un sistema dinámico y permite determinar la naturaleza del sistema, distinguiendo un sistema determinista de uno estocástico (Grassberger y Procaccia, 1983). En los sistemas deterministas se observa que la CD tiende a un punto fijo o punto de saturación, mientras que en los sistemas estocásticos aumenta al variar la dimensión de embebimiento, coincidiendo con esta. Además, el teorema de los residuos de Brock (1983) establece que los residuos de un proceso finito AR tienen la misma dimensión que la serie original, es decir, que la dimensión de correlación debería ser invariante ante dichas transformaciones.

Con el fin de cuantificar el grado de complejidad del sistema generado por las series de tráfico seleccionadas y determinar la naturaleza del proceso subyacente generador de las mismas, se calcula el valor del CD en todos los modelos descritos de cada serie, considerando diferentes dimensiones de embebimiento ($m=1, 2, \dots, 8$) y el valor óptimo del tiempo de retardo, según el criterio de la mínima información mutua (Fraser y Swinney, 1986). Las dimensiones de correlación obtenidas se muestran en el Anexo 7.D.

Al observar los resultados obtenidos de la CD, para cada una de las series de los modelos aplicados, se deduce que en general, la dimensión de correlación aumenta al incrementarse la dimensión de embebimiento aunque no en la misma proporción. Tampoco se observa, puntos de saturación en los resultados. El conjunto de resultados obtenidos, proporciona suficientes indicios para concluir que no existe un atractor extraño y que en el caso de que exista, no es de una dimensión alta.

7.4.4.2.2. Lyapunov

Los exponentes de Lyapunov determinan la sensibilidad a las condiciones iniciales, una característica definitoria del caos determinístico. Miden la tasa media de divergencia (correspondiente con un valor positivo) o de convergencia (correspondiente con un valor negativo) de dos trayectorias cercanas que difieren, en las condiciones iniciales, en únicamente una cantidad infinitesimal.

Durante las últimas décadas, se ha definido un gran número de métodos para calcular el exponente de Lyapunov. Atendiendo a la metodología que aplican, pueden agruparse en dos corrientes bien diferenciadas; La primera de ellas corresponde a los denominados métodos directos, inicialmente propuestos por Hahn (1963), utilizan directamente los datos, midiendo empíricamente todas las órbitas generadas a partir de puntos que difieren inicialmente en una cantidad infinitesimal. Se ha comprobado que en condiciones ideales (Brock, 1986; Eckmann y Ruelle, 1992), con infinitos datos y sin que las series estén afectadas por algún factor exógeno (ruido), el valor proporcionado converge al verdadero valor del exponente

máximo de Lyapunov. Ejemplos de los métodos más utilizados y que pueden clasificarse en esta categoría, son el método de Wolf (1985) y el de Kantz (1994). La segunda corriente se apoya en la utilización de métodos indirectos, para estimar la tasa de divergencia del sistema subyacente. En un primer momento, la estimación de la matriz Jacobiana se realizó mediante modelos lineales, pero actualmente se ha evolucionado hacia modelos no lineales, como las redes neuronales. Algunos de los métodos que pueden englobarse en esta categoría son, por ejemplo, el de Gencay y Dechert (1992) o el de Eckmann y Roulle (1996).

En esta investigación se utiliza el método propuesto por Eckmann y Roulle(1996), basado en métodos Jacobianos, cuya principal ventaja es ser capaz de lidiar eficazmente, con el ruido que los sistemas puedan presentar (Eckmann, 1996). Además, mediante la utilización del teorema central del límite y un proceso de cadenas de Markov, se ha demostrado que converge asintóticamente a la distribución normal (Shintani y Linton, 2004).

Para generar el mapa F de la serie temporal y los parámetros (L,m,q) de la red neuronal, se ha utilizado el procedimiento sugerido por BenSaïda y Litimi (2013). Los resultados obtenidos, tras la aplicación del test a cada una de las series, se muestran en el Anexo 7.D.

El valor del exponente obtenido es negativo en todos los casos, por lo que se rechaza la hipótesis de un componente caótico. El p-valor asociado es menor que el nivel de significación para todos los casos de la serie de tráfico interior de pasajeros, no así para los modelos EGARCH(p,q) de las otras dos series consideradas. Sin embargo, la no aceptación de caos de baja dimensión, no excluye la existencia de caos en dimensiones altas (Dechert, 1988).

7.4.4.2.3. Método 0/1

Gottwald y Melbourne (2004) propusieron un nuevo método para la detección de caos, que proporciona un valor cercano a 0 ó a 1, siendo la interpretación del resultado relativamente sencilla, ya que los valores cercanos a 0 indican existencia de aleatoriedad y por el contrario, los valores cercanos a 1 existencia de o bien un comportamiento caótico o bien la presencia de ruido en la serie. La principal ventaja del método, es que no es necesario reconstruir el espacio de fases del sistema para aplicarlo. Debido a los problemas que presentaba, desde su publicación, el método ha sufrido algunos cambios y en el último artículo publicado por sus autores, se describe una metodología modificada y mejorada en relación con su ejecución. Sin embargo, no se ha demostrado si con los nuevos cambios, se ha conseguido paliar los problemas de sensibilidad al ruido.

En esta investigación, se ha seguido el procedimiento descrito por los autores del método (Gottwald y Melbourne, 2009). El método se ha replicado un total de 6000 veces, tomándose la mediana de todas las realizaciones. De esta forma, al emplear varias frecuencias, se aumenta el grado de robustez del test. Los resultados del exponente 0/1 para cada una de las series están detallados en el Anexo 7.D. Todos los resultados obtenidos son, cercanos a 1 por lo que se concluye que, puede existir un alto nivel de ruido en la serie o bien, tener un significativo componente caótico.

Tabla 7.6: Resultado Métodos Comportamiento Caótico.

Método	Ho	Conclusión
Serie de Tráfico de Pasajeros Internacionales		
CD	-	Si existe un atractor debe ser de alta dimensión.
Lyapunov	Caos	$p < 0,05$. Se rechaza H_0
0/1	-	$T = 0,99$; la serie tiene un comportamiento caótico
Hurst	-	Las series son persistentes.
M-G	Determinismo	Rechaza H_0 ($p < 0,05$)
Recurrencia	-	El gráfico no muestra líneas paralelas a la diagonal
Serie de Tráfico de Pasajeros Interiores		
CD	-	Si existe un atractor debe ser de alta dimensión.
Lyapunov	Caos	$p < 0,05$. Se rechaza H_0
0/1	-	$T = 0,99$; la serie tiene un comportamiento caótico
Hurst	-	Las series son persistentes.
M-G	Determinismo	Rechaza H_0 ($p < 0,05$)
Recurrencia	-	El gráfico no muestra líneas paralelas a la diagonal
Total de mercancías transportadas		
CD	-	Si existe un atractor debe ser de alta dimensión.
Lyapunov	Caos	$p < 0,05$. Se rechaza H_0
0/1	-	$T = 0,99$; la serie tiene un comportamiento caótico
Hurst	-	Las series son persistentes.
M-G	Determinismo	Rechaza H_0 ($p < 0,05$)
Recurrencia	-	El gráfico no muestra líneas paralelas a la diagonal

CD-Resultados de la correlación de dimensión. M-G, Método Matilla- García (2010)

7.4.4.2.4. Exponente de Hurst

Se calculó el coeficiente de Hurst, utilizando el algoritmo de Análisis de Rango Reescalado (R/S) en todas las series. El resultado del método es un número (H), entre 0 y 1 y su interpretación es sencilla: si su valor es menor que 0,5 se considera que la serie es antipersistente, si su valor es 0,5 las series son estocásticas y si es mayor que 0,5 las series son persistentes o presentan memoria a largo plazo. Hay que tener en cuenta que el coeficiente puede estar sesgado, si la serie temporal presenta dependencia lineal (Lo, 1991), por lo que se hace necesario eliminar esta posible dependencia. Los resultados del coeficiente, así como de la desviación típica obtenida se muestran en el Anexo 8.D.

Los resultados obtenidos muestran que únicamente la serie del tráfico de pasajeros interiores presenta un intervalo de confianza para el coeficiente de Hurst mayor que 0,5.

Sin embargo, las conclusiones citadas deben tomarse con cierta precaución ya que, no debe olvidarse, que varios autores han criticado este método, por el cúmulo de debilidades que presenta: (i) puede estar sesgado ya que se basa en estadísticos que no son robustos (desviación típica, rango); (ii) Es sensible a los outliers o valores atípicos, y (iii) La interpretación del coeficiente es válida para muestras infinitas. Además, se ha demostrado de forma teórica (Bassler, 2006), que existen series en las que se obtiene un valor del coeficiente de Hurst superior a 0,5, sin que ello implique la existencia de persistencia o memoria a largo plazo en las series.

7.4.4.2.5. Test Matilla-Garcia et al.

Posteriormente se aplicó el test de Matilla-García et al. (2010). Este test presenta la ventaja de no necesitar reconstruir el atractor del sistema como paso previo y el análisis, se hace directamente, utilizando los datos. Para realizar el proceso se calcula en primer lugar, los valores de la entropía de permutación, para después realizar una regresión lineal con los valores. La pendiente de la recta se asocia con el grado de complejidad de la serie, de tal forma que si su valor es nulo, la serie tendrá un comportamiento determinista y en caso contrario la serie es estocástica. Esta determinación tiene su origen en que en las series deterministas, a diferencia de las estocásticas, la complejidad, no aumenta al incrementar el número de símbolos una vez alcanzado el punto de saturación.

Para realizar el test, los parámetros se fijaron como $m=4$, $k=2$ y $w=12$. Los coeficientes obtenidos fueron mayores que cero y obtuvieron un p-valor menor que el valor de significación, por lo que se rechaza la hipótesis nula de existencia de determinismo.

7.4.4.2.6. Gráficos de Recurrencia

Los gráficos de recurrencia constituyen una herramienta gráfica de análisis que revela la existencia de patrones recurrentes e intermitentes, en series temporales. Están compuestos por un conjunto de puntos en un cuadrado de dimensión $M \times M$, donde los ejes o los lados del cuadrado (M), representan la secuencia cronológica de los vectores en el espacio reconstruido. Los patrones uniformes y no identificados están asociados con la presencia de aleatoriedad, mientras que, por el contrario, el grado de estructura presente se asocia con un patrón determinista. Además, los puntos que se encuentran por encima de la diagonal principal,

representan la distancia entre el mismo vector y cada vector embebido en el espacio de fases y por tanto, segmentos paralelos a la diagonal indicarían un comportamiento caótico (Barkoulas, 2012). Esta herramienta tiene la ventaja de que, el único requisito necesario, es que los datos se encuentren equi-espaciados.

En las Figuras 7.3; 7.4 y 7.5, se muestran los Gráficos de Recurrencia para las tres series de tráfico aéreo consideradas. Para su elaboración, a pesar de que se haya demostrado que el valor del retardo no influye en el patrón observado en los gráficos de recurrencia, se han considerado los valores óptimos de los dos parámetros, m (dimensión de embebimiento) y t (el retardo considerado), como ya se ha realizado en otros trabajos (Fraser y Swinney, 1986; Kennel et al., 1992). Asimismo, se ha elegido la distancia euclídea y el punto de corte del radio (ϵ) viene definido como un 10% de la distancia máxima, entre todos los puntos del espacio de fase reconstruido (Zbilut, 1992).

En la figuras 7.3.A y 7.3.B, se representan, para el caso del tráfico aéreo internacional de viajeros, los cuatro gráficos de recurrencia de la series de los residuos correspondientes, respectivamente, a las diferencias regular y estacional, al modelo SARIMA y a los dos modelos de heterocedasticidad utilizados. En todos ellos se observa la existencia de estructura durante los primeros años del periodo muestral, probablemente asociada a las fuertes oscilaciones de la serie, consecuencia de la formidable expansión de la red aeroportuaria durante la década de 1970. Asimismo, parece detectarse la existencia de un patrón de periodicidad, al observarse líneas paralelas a la diagonal principal de la misma longitud.

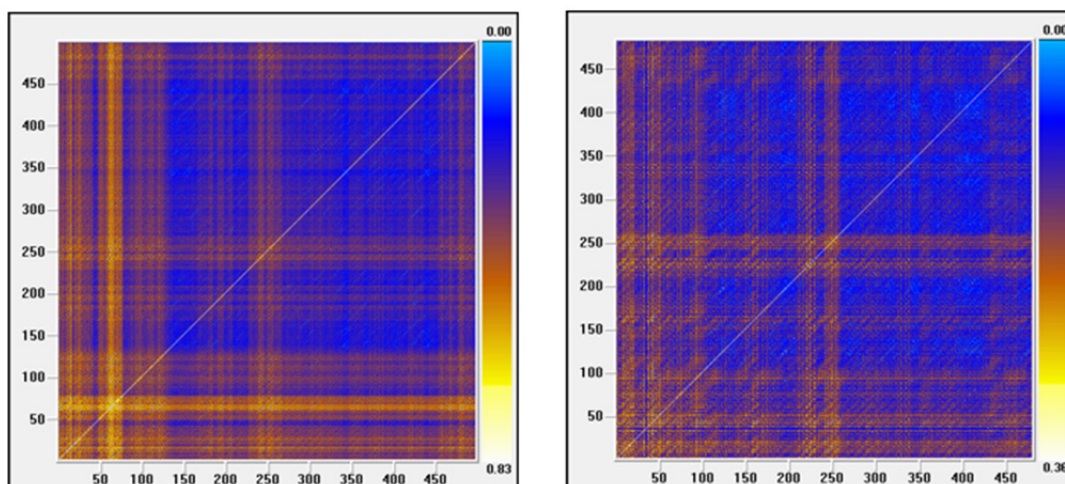


Figura 7.3.A: Gráficos de recurrencia para las series diferencias regular y estacional y modelo SARIMA, correspondientes al tráfico aéreo internacional de viajeros.

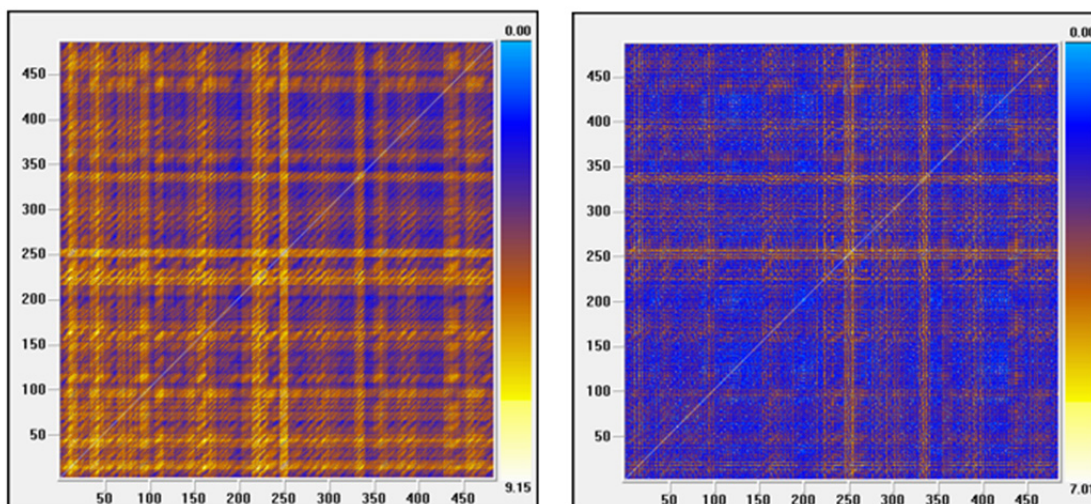


Figura 7.3.B: Gráficos de recurrencia para las series GARCH y EGARCH, correspondientes al tráfico internacional de viajeros.

Los gráficos de recurrencia para las cuatro series correspondientes al tráfico aéreo interior de viajeros se muestran en las figuras 7.4.A y 7.4.B. En todos los gráficos se observa un comportamiento heterogéneo de puntos, como es característico de las series estocásticas. Asimismo se observa, al igual que en el caso del tráfico de internacional de viajeros, estructura durante los primeros años del periodo muestral.

Finalmente, se han representado para el caso del tráfico aéreo de mercancías, los gráficos de recurrencia correspondientes a los residuos de los cuatro modelos estimados (figuras 7.5.A y 7.5.B). En los gráficos se observa un patrón parecido a la serie anterior, con la existencia de puntos heterogéneamente distribuidos, y algo de estructura en los primeros años y en la mitad de la serie.

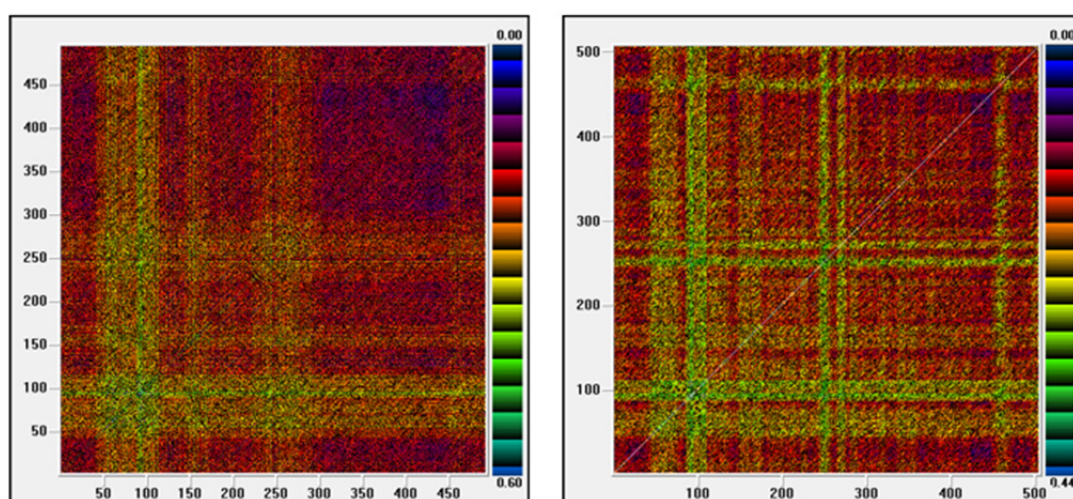


Figura 7.4.A: Gráficos de recurrencia para las series de diferencias regular y estacional y modelo SARIMA de la serie de tráfico aéreo interior de pasajeros.

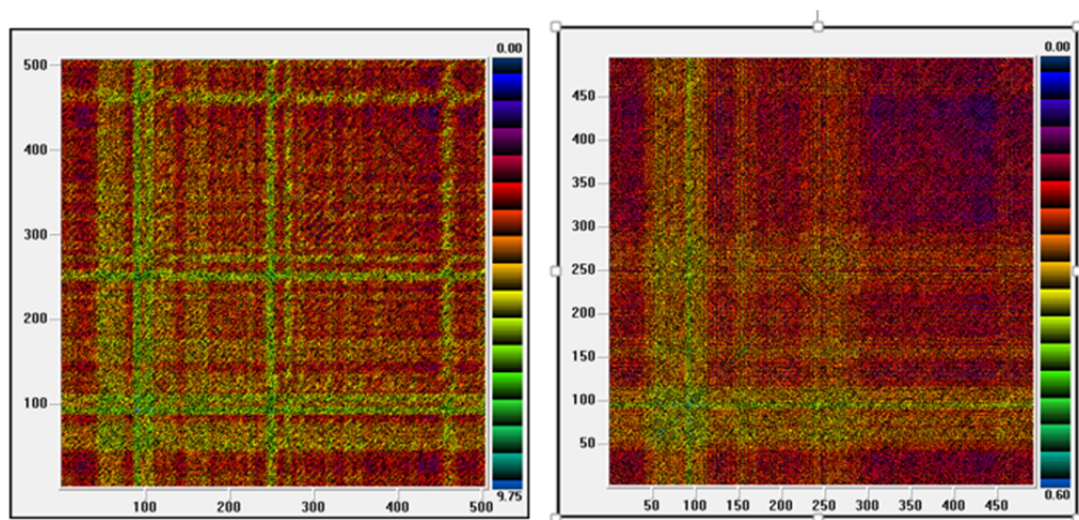


Figura 7.4.B: Gráficos de recurrencia para las series GARCH y EGARCH de la serie de tráfico aéreo interior de pasajeros.

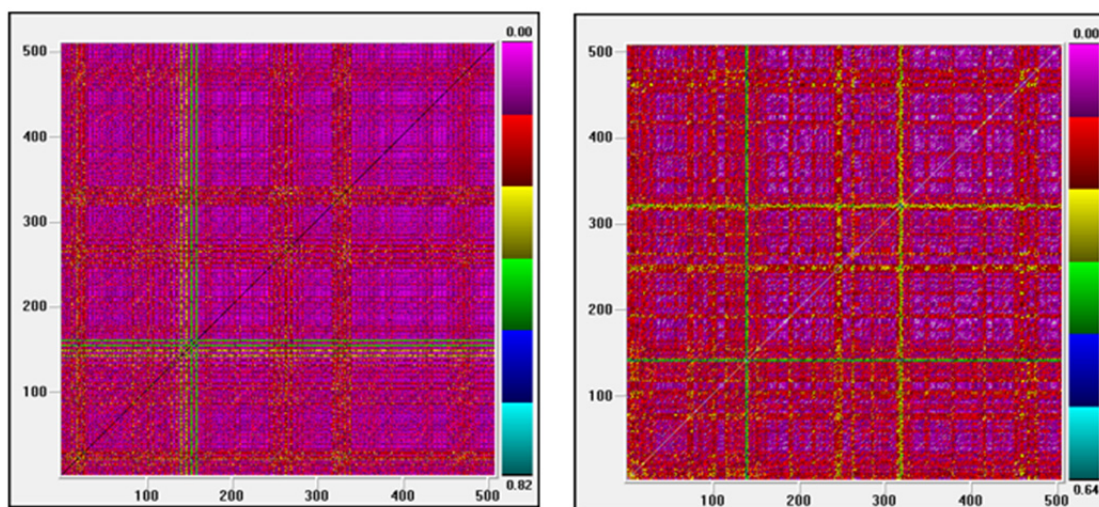


Figura 7.5.A: Gráficos de recurrencia para las series diferencias regular y estacional y modelo SARIMA, correspondientes al tráfico aéreo de mercancías.

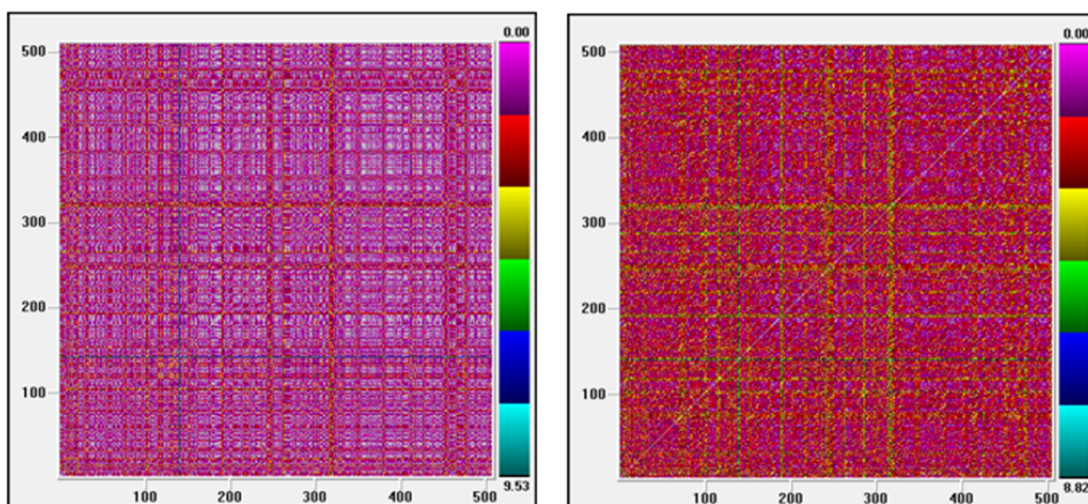


Figura 7.5.B: Gráficos de recurrencia para las series GARCH y EGARCH, correspondientes al tráfico aéreo de mercancías.

7.5. Conclusiones

En esta investigación se ha analizado de forma integral, la existencia de no linealidad y de caos en las series mensuales de la demanda de transporte aéreo, en los aeropuertos españoles. En concreto se estudian las tres series correspondientes, respectivamente, al tráfico aéreo internacional de viajeros, tráfico interior de viajeros, y tráfico total de mercancías. La utilización de una extensa batería de contrastes, que incluye a los métodos y test más modernos y de mayor potencia, permite dotar de altas dosis de fiabilidad y verosimilitud a los resultados obtenidos y extraer un conjunto de conclusiones relevantes y robustas, sobre las cuestiones que son objeto de esta investigación.

Los resultados obtenidos sugieren la existencia de un componente no lineal, en las tres series de tráfico aéreo, que podría ser compatible con la existencia de heterocedasticidad. Asimismo, no parece detectarse evidencias de la existencia de un comportamiento caótico, en las tres series de tráfico aéreo analizadas.

Esta investigación se caracteriza por ser el primer trabajo que analiza dichos aspectos, la no linealidad y la existencia de caos, para el caso español. Además, constituye el estudio que engloba la utilización de un mayor número de métodos y técnicas, incluyendo las más recientes, para el análisis de la no linealidad y el comportamiento caótico de series temporales relacionadas con el tráfico aéreo.

El grado de interés de este trabajo se refuerza en el caso español por la relevancia que tiene el transporte aéreo en nuestro país, como se deduce del hecho de que en 2012 los aeropuertos españoles gestionaron cerca de 194,2 millones de pasajeros, una cifra que convirtió a España en el cuarto país del mundo y segundo de Europa

por movimiento de viajeros¹²⁷. Los resultados obtenidos sobre la dinámica existente en las series temporales de tráfico aéreo de viajeros y mercancías son particularmente interesantes para los gestores de los aeropuertos, y de las compañías aéreas, así como para la planificación de futuras inversiones en el sistema aeroportuario.

Como futuras investigaciones que sirvan como ampliación de este trabajo, se plantea la comparación de las predicciones del tráfico aéreo obtenidas con varios métodos: por ejemplo, (i) modelos ARIMA estacionales (SARIMA) con análisis de intervención, (ii) modelos GARCH y EGARCH, en caso de haberse detectado comportamiento no lineal debido a la presencia de heterocedasticidad, y finalmente, (iii) modelos basados en redes neuronales. Otras líneas futuras de investigación consisten en la aplicación de la metodología empleada en este trabajo al estudio del comportamiento de la demanda de transporte aéreo en otros países, caso de Estados Unidos.

¹²⁷ <http://www.aena.es/>

Bibliografía

Akaike, H. (1974): "A new look at the statistical model identification. *Automatic Control*", *IEEE Transactions on*, 19(6), 716-723.

Abed, S. Y., Ba-Fail, A. O. y Jasimuddin, S. M. (2001): "An econometric analysis of international air travel demand in Saudi Arabia". *Journal of Air Transport Management*, 7(3), 143-148.

Abrahams, M. (1983): "Service quality model of air travel demand: An empirical study". *Transportation Research A*, 17(5), 385-393.

Adrangi, B., Chatrath, A. y Raffiee, K. (2001): "The demand for U.S. air transport service: A chaos and nonlinearity investigation". *Transportation Research E*, 37(5), 337-353.

Adrangi, B., Gritta, R. D. y Raffiee, K. (2013): "Volatility Spillovers and Nonlinear Dynamics between Jet Fuel Prices and Air Carrier Revenue Passenger Miles in the US". *Review of Economics & Finance*, Vol. 3, No. 3, 1-18.

Agarwal, V. y Talley, W. K. (1985): "The demand for international air passenger service provided by U.S. air carriers". *International Journal of Transport Economics*, 12(1), 63-70.

Alekseev, K. P. G., y Seixas, J. M. (2009): "A multivariate neural forecasting modeling for air transport—Preprocessed by decomposition: A Brazilian application". *Journal of Air Transport Management*, 15(5), 212-216.

Anderson, J. E. y Kraus, M. (1981): "Quality of service and the demand for air travel". *The Review of Economics and Statistics*, 63(4), 533-540.

Barkoulas J.T., Chakraborty A. y Ouandlous A (2012): "A metric and topological analysis of determinism in the crude oil spot market", *Energy Economics*, 34(2), 584-591.

Barnett W. et al., (1997): "A single blind controlled competition among tests for nonlinearity and chaos", *Journal of Econometrics*, 82(1), 157-192.

Battersby, B. D. y Oczkowski, E. (2001): "An econometric analysis of the demand for domestic air travels in Australia". *International Journal of Transport Economics*, 28(2), 193-204.

Bender, A. R. y Stephenson, F. J. (1998): "Contemporary issues affecting the demand for business air travel in the United States". *Journal of Air Transport Management*, 4(2), 99-109.

Bhadra, D. (2003): "Demand for air travel in the United States: Bottom-up econometric estimation and implications for forecasts by origin and destination pairs". *Journal of Air Transportation*, 8(2), 19-56.

Bollerslev, T. (1986): "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity", *Journal of Econometrics* 31, 307-327.

Box, G. y Jenkins, G. (1970): *Time series analysis: Forecasting and control*, San Francisco: Holden-Day.

Box, G.E.P. y Jenkins, G.M. (1976): *Time series analysis, forecasting and control*, Holden Day, San Francisco, U.S.A.

Bower, L. L. (1976): "Elasticity of air travel demand with respect to airport access cost". *Transportation Research*, 10, vol. 3, 193-199.

Brock, W. A., Dechert, W. D. y Scheinkman, J. (1987). A test for independence based on the correlation dimension. Department of Economics, University of Wisconsin, University of Houston and University of Chicago *Wisconsin, University of Houston and University of Chicago*.

Brock, W.A. y Sayers, C.L. (1988): "Is the business cycle characterized by deterministic chaos?" *Journal of Monetary Economics*, 22 (1), 71-90.

Brock, W. A., Hsieh, D. A., y LeBaron, B. D. (1991): *Nonlinear dynamics, chaos, and instability: statistical theory and economic evidence*. MIT press.

Cascetta, E., Biggiero, L., Nuzzolo, A. y Russo, F. (1995): "Passenger and freight demand models for the Italian national transportation system". In D. Hensher, J. King, & T. Oum (Eds.), *Proceedings of the 7th World Conference Transport Research*. Vol. 2. Oxford, UK: Pergamon.

Coto-Millán, P., Baños, J. y Inglada, V. (1997): "Marshallian demands of intercity passenger transport in Spain. An economic analysis: 1980-1992", *Transportation Research-E*, Vol. 33, N° 2, 79-96.

Coto-Millán, P., Sainz-González, R., Inglada, V. y Carrera-Gómez G. (2004): "An air traffic demand forecasting model applied to Santander airport", *International Journal of Transport Economics*, 31, 1000-1012.

Dickey, D. y Fuller, W. (1979): "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root", *Journal of the American Statistical Association*, 74, 426-431.

Eckmann J.P., Kamphorst S.O. y Ruelle D., (1987): "Recurrence Plots of Dynamical Systems", *Europhysics Letters*, 4(9), 973-977.

Fang, H., Lai, K. S., y Lai, M. (1994): "Fractal structure in currency futures price dynamics ". *The Journal of Futures Markets*, 14, 169-181.

Fridström, L. y Thune-Larsen, H. (1989): "An econometric air travel demand model for the entire conventional domestic network: The case of Norway". *Transportation Research B*, 23(3), 213-223.

Gencay, R., y Dechert, W. D. (1992): "An algorithm for the n Lyapunov exponents of an n dimensional unknown dynamical system. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 59(1), 142-157.

Ghobrial, A. y Kanafani, A. (1995): "Quality-of-service model of intercity air-travel demand". *Journal of Transportation Engineering*, 121(2), 135-140.

Gillen, D.W., Morrison, W. G. y Stewart, C. (2003): "Air travel demand elasticities: Concepts, issues and measurement" (Final Report). Department of Finance, Government of Canada.

Gottwald G.A. y I. Melbourne, (2004): "A new test for chaos in deterministic systems", *Proceedings of The Royal Society of London A*, 460 (2042), 603-611.

Grassberger P. y Procaccia, I., (1984). "Dimensions y entropies of strange attractors from a fluctuating dynamics approach", *Physica* 13D, 34-54.

Grosche, T., Rothlauf, F. y Heinzl, A. (2007): "Gravity models for airline passenger volume estimation". *Journal of Air Transport Management*, 13(4), 175-183.

Hahn, W., Hosenthien, H. H., y Lehnigk, H. (1963): Theory and application of Liapunov's direct method (pp. 35-39). Englewood Cliffs: prentice-hall.

Hensher, D. A. (2002): "Determining passenger potential for a regional airline hub at Canberra International Airport". *Journal of Air Transport Management*, 8(5), 301-311.

Hurst H.E. (1951): "Long-term Storage of Reservoirs". Transactions of the American Society of Civil Engineers 166.

IATA (2013): *Annual Review 2013*. International Air Transport Association. <http://www.iata.org/>

Inglada, V. y Rey, B. (2004): "Spanish air travel and September 11 terrorist attacks: A note". *Journal of Air Transport Management*, 10, 441-443.

Ippolito, R. (1981): "Estimating airline demand with quality of service variables". *Journal of Transport Economics and Policy*, 15, nº 1, 7-15.

Jarque, C. M., y Bera, A. K. (1987): "A test for normality of observations and regression residuals", *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, 163-172.

Jorge-Calderón, J. D. (1997): "A demand model for scheduled airline services on international European routes". *Journal of Air Transport Management*, 3(1), 23-35.

Kantz, H. (1994): "A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of a time series", *Physics letters A*, 185(1), 77-87.

Kaplan, D. T. (1994): "Exceptional events as evidence for determinism", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 73(1), 38-48.

Karlaftis, M. G. y Papastavrou, J. D. (1998): "Demand characteristics for a charter air-travel". *International Journal of Transport Economics*, 25, 19-36.

Karlaftis, M. G., Zografos, K. G., Papastavrou, J. D. y Charnes, J. M. (1996): "Methodological framework for air-travel demand forecasting". *Journal of Transportation Engineering*, 122(2), 96-104.

Kawad, S. y Prevedouros, P. D. (1995): "Forecasting air travel arrivals: Model development and application at the Honolulu International Airport", *Transportation Research Record*, 1506, 18-25.

Keenan, D. M., (1985): "A Tukey nonadditivity-type test for time series non-Linearity". *Biometrika* 72, 39-44.

Kim, K. W., Seo, H. Y. y Kim, Y. (2003): "Forecast of domestic air travel demand change by opening the high speed rail". *KSCE Journal of Civil Engineering*, 7(5), 603-609.

Kwiatkowski D., Phillips P. C. B., Schmidt P., and Shin Y., (1992): Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root. *Journal of Econometrics* 54, 159-178.

Lai, S. L. y Lu, W. L. (2005): "Impact analysis of September 11 on air travel demand in the USA. *Journal of Air Transport Management*, 11(6), 455-458.

Lansing, J. B., Liu, J. C. y Suits, D. B. (1961): "An analysis of interurban air travel". *The Quarterly Journal of Economics*, 75, 87-95.

Lim, C., y McAleer, M. (2002). Time series forecasts of international travel demand for Australia. *Tourism Management*, 23, 389-396.

Long, W. H. (1969): "Airline service and the demand for intercity air travel". *Journal of Transport Economics and Policy*, 13, 287-299.

MacKinnon, J. G. (1996): "Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests", *Journal of Applied Econometrics* 11, 601-18

Marazzo, M., Scherre, R. y Fernandes, E. (2010): "Air transport demand and economic growth in Brazil: A time series analysis". *Transportation Research E*, Volume 46, Issue 2, 261-269.

Mason, K. J. (2005): "Observations of fundamental changes in the demand for aviation services". *Journal of Air Transport Management*, 11(1), 19-25.

Melville, J. A. (1998). An empirical model of the demand for international air travel for the Caribbean region. *International Journal of Transport Economics*, 25, 313-336.

Mutti, J. y Murai, Y. (1977): "Airline travel on the North Atlantic: Is profitability possible?" *Journal of Transport Economics and Policy*, 11, 45-53.

Nelson, D. B. (1991): "Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach", *Econometrica*, 59, 347-370.

Oberhausen, P. J. y Koppelman, F. S. (1982): "Time series analysis of intercity air travel modes". *Transportation Research Record*, 840, 15-21.

Ortúzar, J. D. y Simonetti, C. (2008): "Modelling the demand for medium distance air travel with the mixed data estimation method". *Journal of Air Transport Management*, 14(6), 297-303.

Oum, T.H., Waters, W.G. y Yong, J.S. (1992): "Concepts of price elasticities of transport demand and recent empirical estimates: An interpretative survey". *Journal of Transport Economics and Policy*, 26, 139-169.

Papastavrou, J. D. y Charnes, J. M. (1996)_ "Methodological framework for air-travel demand forecasting". *Journal of Transportation Engineering*, 122, vol. 2, 96-104.

Phillips P. C. B. y Perron P. (1988): "Testing for Unit Roots in Time Series Regression," *Biometrika*, 75, 335-346.

Sarames, G. (1972): "World air travel demand, 1950-1980". *Journal of Travel Research*, 11(4), 8-12.

Schwarz, G. (1978): "Estimating the dimension of a model", *The annals of statistics*, 6(2), 461-464.

Sen, A. (1985): "Examining air travel demand using time series data". *Journal of Transportation Engineering*, 111(2), 155-161.

Shintani, M. and Linton, O., (2004): "Nonparametric neural network estimation of Lyapunov exponents and a direct test for chaos". *Journal of Econometrics*, 120, 1-33.

Talley, K.W. y Eckroade, W. R. (1984): "Airline passenger demand in monopoly flight segments of a single airline under deregulation". *Transportation Journal*, 24(2), 73-79.

Teräsvirta T., Lin C. F., y Granger C. W. J., (1993): "Power of the Neural Network Linearity Test", *Journal of Time Series Analysis* 14, 209-220.

Tsay. Ruey S., (1986): "Nonlinearity tests for time series", *Biometrika* 73, 2, -461-466.

Tsui, W.H.K., Balli, H.O., Gilbey, A. y Gow, H. (2014): "Forecasting of Hong Kong airport's passenger throughput". *Tourism Management*, 42, 62-76.

Verleger, P. K. (1972): "Models of the demand for air transportation". *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 3(2), 437-457.

Wald, A., y Wolfowitz, J. (1940): "On a test whether two samples are from the same population", *The Annals of Mathematical Statistics*, 11(2), 147-162.

Wang, M. y Song, H. (2010): "Air Travel Demand Studies: A Review". *Journal of China Tourism Research*, 6 (1), 29-49.

White H., (1989): "An additional hidden unit test for neglected nonlinearity in multilayer feedforward networks". Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, IEEE Press, New York, II. 451-455.

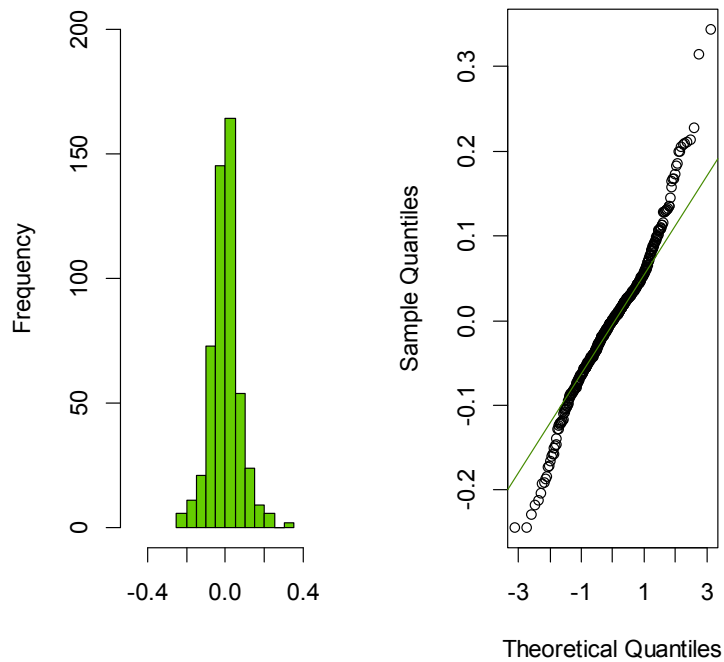
Zbilut, J. P., y Webber Jr, C. L. (1992): "Embeddings and delays as derived from quantification of recurrence plots", *Physics letters A*, 171(3), 199-203.

ANEXOS

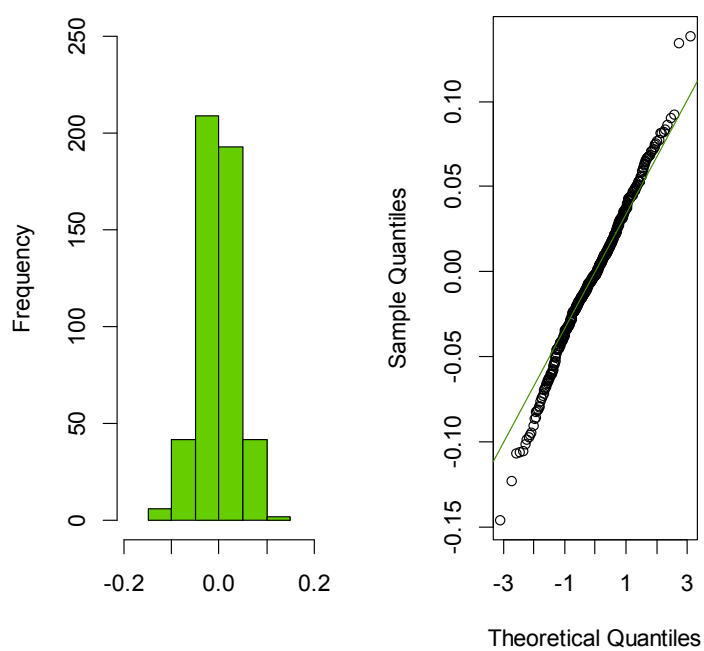
Anexo 7.A: Histogramas y Gráficos Qq

7.A.1. Tráfico de Pasajeros de Vuelos Internacionales

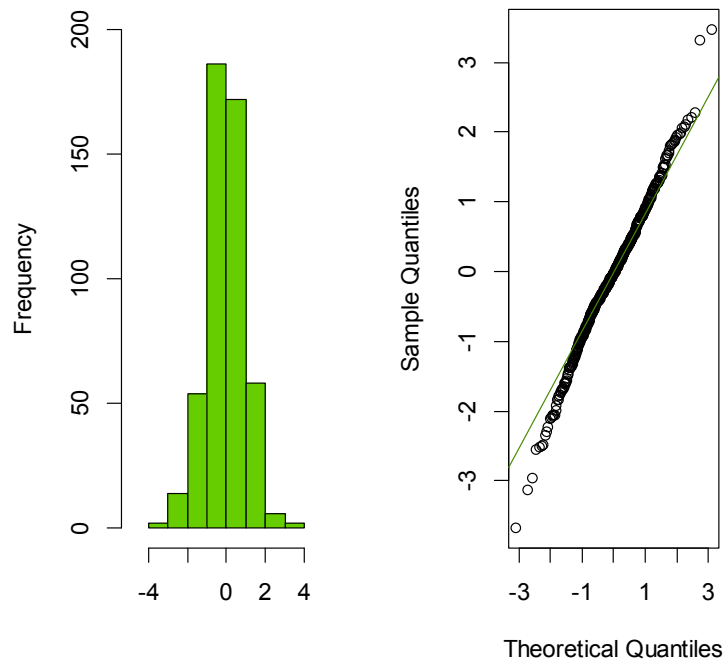
7.A.1.1. Serie Diferencia



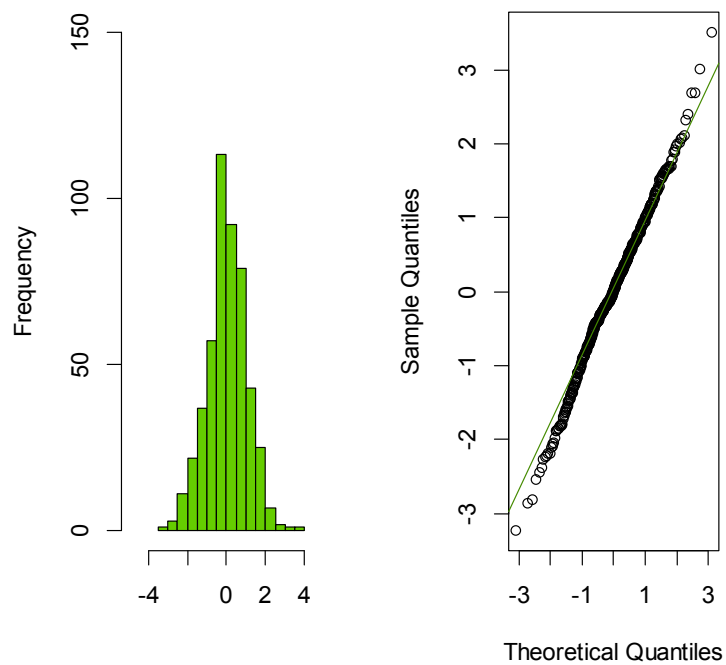
7.A.1.2 Modelo Lineal



7.A.1.3. Modelo GARCH

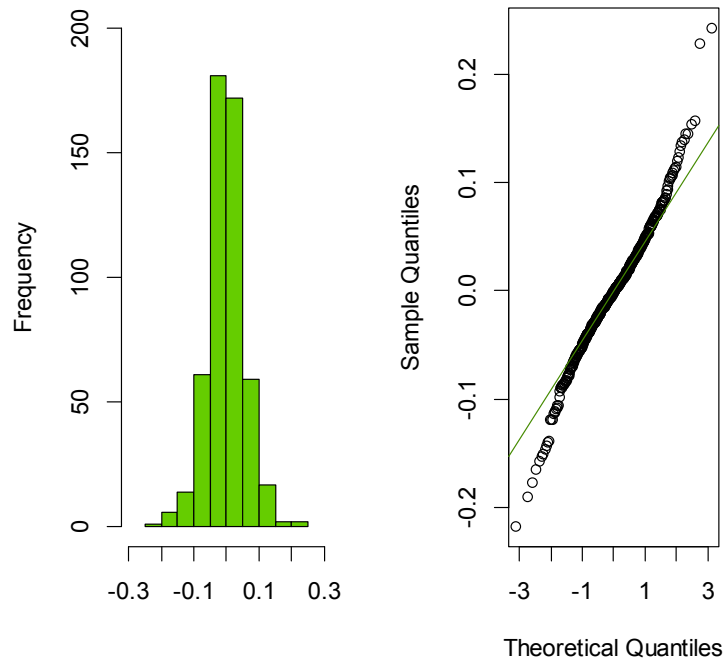


7.A.1.4. Modelo EGARCH

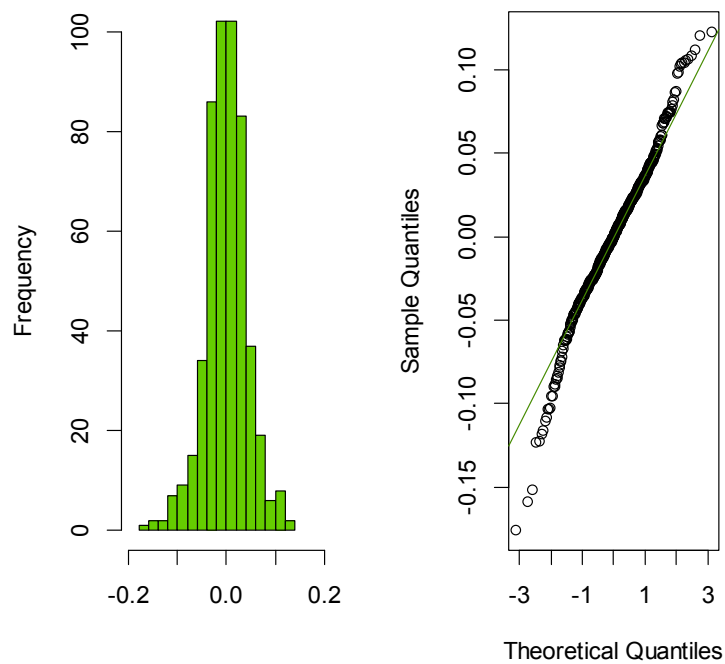


7.A.2. Tráfico de Pasajeros de Vuelos Interiores

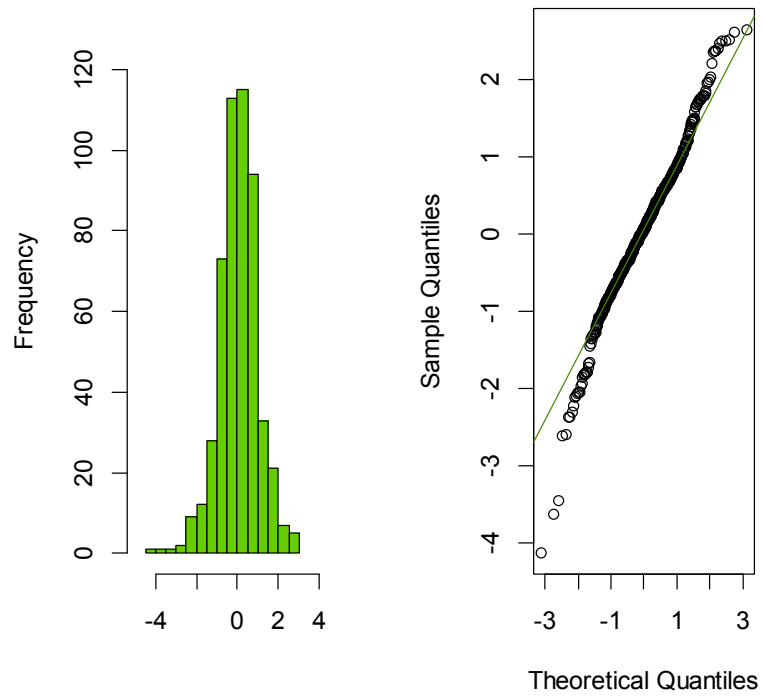
7.A.2.1. Serie Diferencia



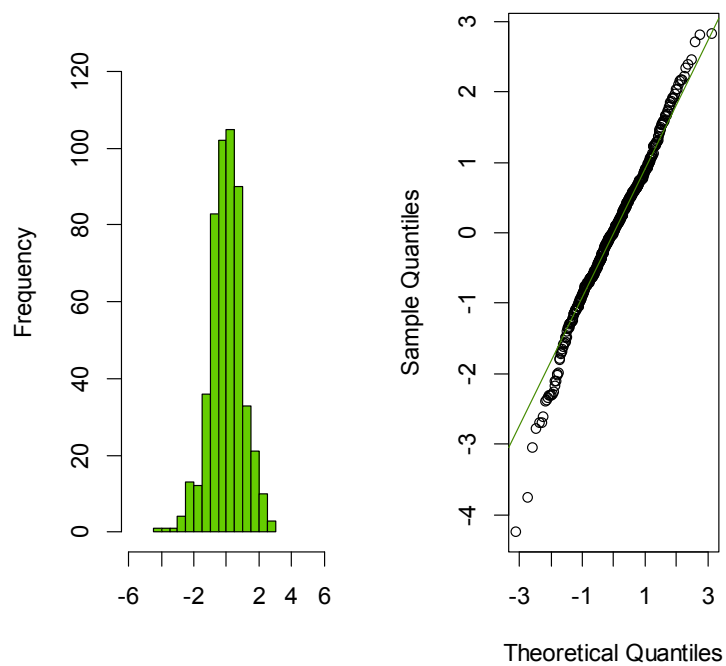
7.A.2.2 Modelo Lineal



7.A.2.3. Modelo GARCH

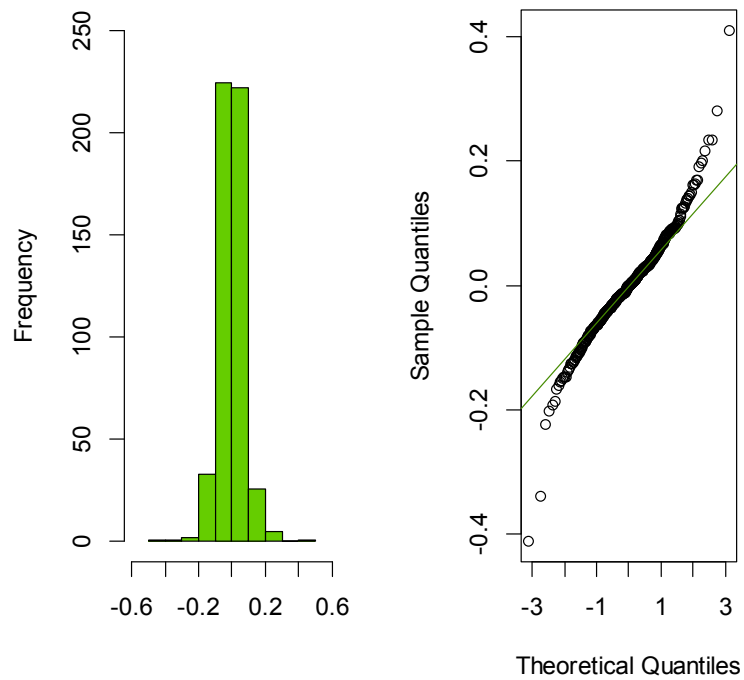


7.A.2.4. Modelo EGARCH

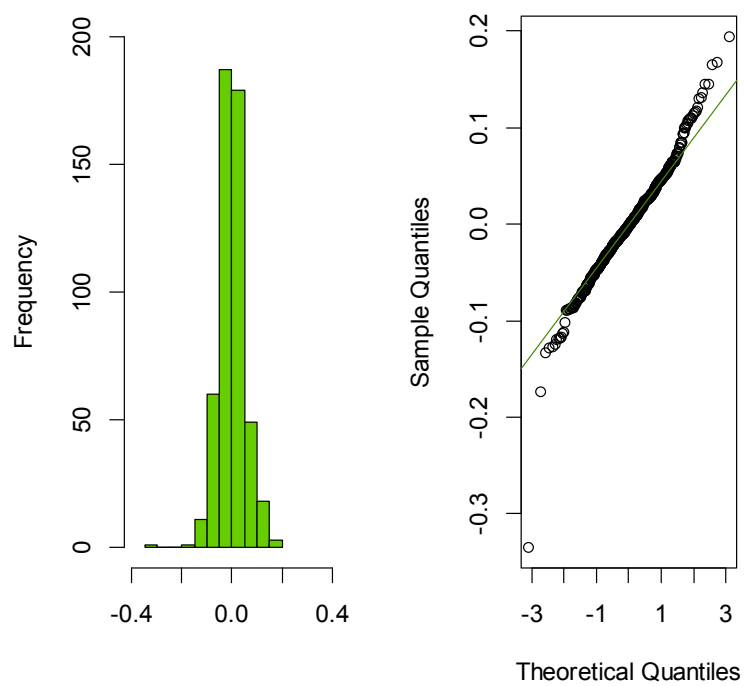


7.A.3. Tráfico de Mercancías

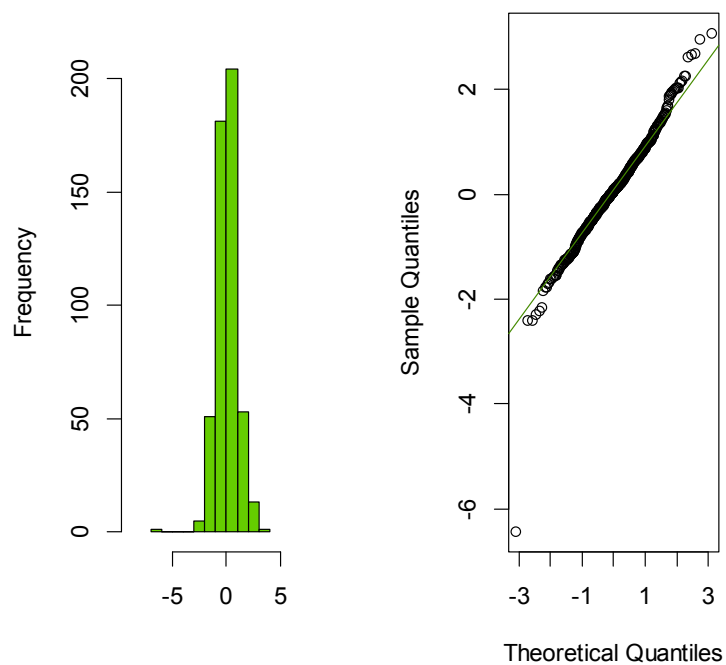
7.A.3.1. Serie Diferencia



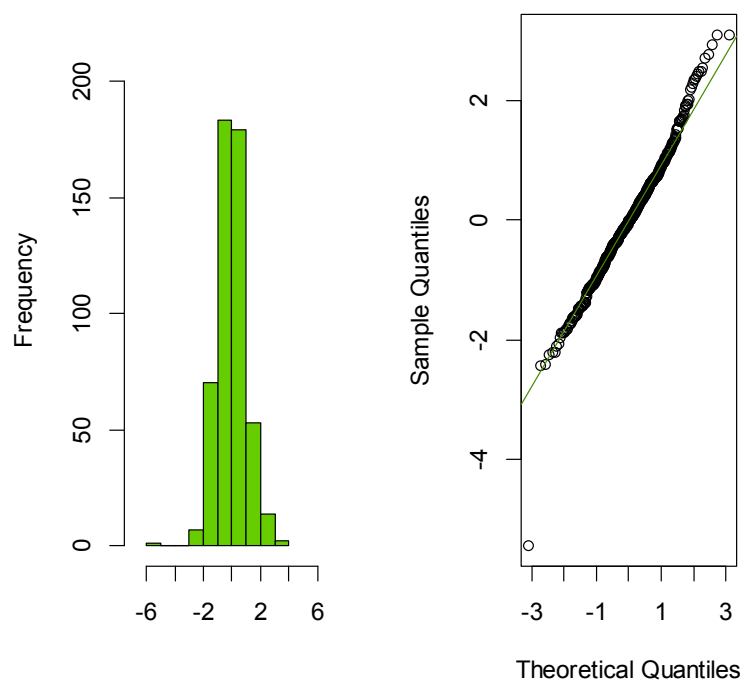
7.A.3.2 Modelo lineal



7.A.3.3. Modelo GARCH



7.A.3.4. Modelo EGARCH



Anexo 7.B: Detalles de los Modelos Aplicados a la serie

7.B.1. Tráfico de Pasajeros Exteriores

Tabla 7.B.1: Modelo AR (6,0)MA(1)MA(1)₁₂ para la serie de Pasajeros Exteriores

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	-0,0001	0,0003	-0,4256	0,6706
AR(1)	-0,1798	0,0455	-3,9540	0,0001
AR(2)	-0,2423	0,0458	-5,2879	0,0000
AR(3)	-0,0765	0,0469	-1,6302	0,1037
AR(4)	-0,0601	0,0468	-1,2844	0,1996
AR(5)	-0,0200	0,0456	-0,4397	0,6604
AR(6)	-0,1565	0,0450	-3,4800	0,0005
SAR(12)	0,1472	0,0597	2,4657	0,0140
MA(12)	-0,7612	0,0380	-20,0384	0,0000

Tabla 7.B.2: Modelo GARCH(1,1) para la serie de Pasajeros Exteriores

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	9,58E-05	3,12E-05	3,0673	0,0022
RESID(-1)^2	0,0604	0,0205	2,9413	0,0033
GARCH(-1)	0,8784	0,0323	27,1880	0,0000

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

Tabla 7.B.3: Modelo EGARCH(1,1) para la serie de Pasajeros Exteriores

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C(10)	-0,0476	0,0121	-3,9187	0,0001
C(11)	-0,0465	0,0076	-6,0932	0,0000
C(12)	-0,0558	0,0160	-3,4891	0,0005
C(13)	0,9874	0,0022	451,1643	0,0000

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

7.B.2. Tráfico de Pasajeros Interiores

Tabla 7.B.4: Modelo MA(1)MA(1)₁₂ para la serie de Pasajeros Interiores

	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	-0,0005	0,0004	-1,4360	0,1516
MA(1)	-0,4405	0,0399	-11,053	0,0000
SMA(12)	-0,6773	0,0332	-20,4296	0,0000

Tabla 7.B.5: Modelo GARCH(1,1) para la serie de Pasajeros Interiores

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	0,0012	0,0002	5,2434	0,0000
RESID(-1)^2	0,1314	0,0273	4,80847	0,0000
GARCH(-1)	0,2660	0,1069	2,4888	0,0128

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

Tabla 7.B.6: Modelo EGARCH(0,1) para la serie de Pasajeros Interiores

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C(4)	-0,1361	0,0626	-2,1746	0,0297
C(5)	0,0659	0,0249	2,6502	0,0080
C(6)	-0,0530	0,0178	-2,9771	0,0029
C(7)	0,9863	0,0091	108,9482	0,0000

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

7.B.3. Tráfico de Mercancías

Tabla 7.B.7: Modelo AR (6,0)MA(1)₁₂ para la Serie de Tráfico de Mercancías

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	-0,0003	0,0003	-0,9924	0,3215
AR(1)	-0,4664	0,0445	-10,4750	0,0000
AR(2)	-0,1733	0,0487	-3,5620	0,0004
AR(3)	-0,0550	0,0491	-1,1198	0,2633
AR(4)	-0,1239	0,0491	-2,5216	0,0120
AR(5)	-0,1443	0,0488	-2,9572	0,0033
AR(6)	-0,0901	0,0445	-2,0251	0,0434
MA(12)	-0,8025	0,0268	-29,9969	0,0000

Tabla 7.B.8: Modelo GARCH(1,0) para la Serie de Tráfico de Mercancías

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	0,0026	0,0002	21,952	0,0000
RESID(-1)^2	0,2807	0,0468	5,9932	0,0000

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

Tabla 7.B.9: Modelo EGARCH(2,1) para la Serie de Tráfico de Mercancías

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C(9)	-1,6411	0,5917	-2,7736	0,0055
C(10)	0,1929	0,0769	2,5095	0,0121
C(11)	0,2327	0,0964	2,4141	0,0158
C(12)	-0,0114	0,0448	-0,2551	0,7986
C(13)	0,7797	0,0902	8,6491	0,0000

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

Anexo 7.C: Resultados de los test de Aleatoriedad y No Linealidad

7.C.1. Resultados de los test de Rachas, Keenan, Tsay, Teräsvirta y White

Tabla 7.C.1: Test de aleatoriedad y no linealidad

Tráfico de Pasajeros Exterior				
Test	S. Dif	AR(6,0)MA(1)MA(1)₁₂	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
<i>Rachas</i>	325 4,45E-009	244 0,7186	242 0,5889	246 0,8570
<i>Keenan</i>	0,4018 ^[24] 0,5264	0,0398 ^[0] 0,8420	0,7962 ^[0] 0,3727	0,8293 ^[0] 0,3630
<i>Tsay</i>	1,4060 ^[24] 0,0076	0,1941 0,9004	0,1265 ^[0] 0,9444	0,7342 ^[0] 0,5319
<i>Teräsvirta</i>	0,2377 0,8879	5,5124 0,0635	2,1685 0,3382	4,3505, 0,1136
<i>White</i>	0,0988 0,9518	4,5175 0,1045	1,8998 0,3868	7,7792 0,0205
Tráfico de Pasajeros Interior				
Test	S. Dif	MA(1) MA (1)₁₂	GARCH(1,1)	EGARCH(0,1)
<i>Rachas</i>	313 1,53E-006	246 0,2702	242 0,1460	254 0,6914
<i>Keenan</i>	0,3418 ^[25] 0,5591	0,0186 ^[0] 0,8916	1,1369 ^[0] 0,2868	0,2430 ^[0] 0,6223
<i>Tsay</i>	1,3400 ^[25] 0,0243	0,3844 ^[0] 0,7643	3,791 ^[0] 0,0521	4,845 ^[0] 0,0025
<i>Teräsvirta</i>	9,6785 0,0079	11,3564 0,0034	10,8701 0,0044	12,0149 0,0025
<i>White</i>	11,4054 0,0033	7,7782 0,0205	9,8751 0,0072	10,6606 0,0048
Mercancías				
Test	S. Dif	ARMA(2,3)	GARCH(1,0)	EGARCH(2,1)
<i>Rachas</i>	332 8,94E-011	253 0,8244	261 0,6255	259 0,7561
<i>Keenan</i>	0,0070 ^[25] 0,9336	0,3723 ^[0] 0,5420	0,0002 ^[0] 0,9881	0,0012 ^[0] 0,9730
<i>Tsay</i>	1,1040 ^[25] 0,2525	4,2540 ^[0] 0,0055	1,648 ^[0] 0,1774	3,5980 ^[0] 0,0135
<i>Teräsvirta</i>	1,4067 0,4949	15,7913 0,0004	4,2864 0,1173	10,4032 0,0055
<i>White</i>	0,8524 0,653	12,7683 0,0017	3,4828 0,1753	8,7848 0,01237

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor, y entre corchetes, si es necesario, la dimensión del modelo elegido para realizar el test correspondiente.

7.C.2. Resultados del test BDS

7.C.2.1. Serie Pasajeros Exteriores

Tabla 7.C.2: Resultados del test BDS para la serie ARMA(6,0)MA(1)MA(1)₁₂

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	0,0058	0,0123	0,0120	0,0078
	0,0008	0,0000	0,0000	0,0040
3	0,0046	0,0178	0,0223	0,0170
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0024
4	0,0021	0,0162	0,0284	0,0233
	0,0032	0,0000	0,0000	0,0016
5	0,0009	0,0128	0,0297	0,0281
	0,0112	0,0000	0,0000	0,0032
6	0,0004	0,0102	0,0300	0,0333
	0,0264	0,0008	0,0000	0,0024
7	0,0001	0,0073	0,0287	0,0385
	0,0544	0,0016	0,0000	0,0016
8	7,5E-05	0,0054	0,0267	0,0428
	0,0640	0,0024	0,0000	0,0016

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$. Para el resultado se ha realizado un bootstrap de 2500 repeticiones.

Tabla 7.C.3: Resultados del test BDS para la serie GARCH(1,1)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	0,0024	0,0046	0,0038	0,0020
	0,1336	0,1472	0,2552	0,3984
3	0,0010	0,0043	0,0061	0,0042
	0,3456	0,2904	0,2544	0,3312
4	0,0001	0,0022	0,0052	0,0041
	0,7512	0,5256	0,3992	0,4464
5	6,7E-05	0,0009	0,0032	0,0026
	0,6992	0,6592	0,6048	0,6408
6	0,0000	0,0005	0,0020	0,0014
	0,9776	0,6848	0,7208	0,7856
7	1,53E-05	2,47E-05	0,0011	0,0012
	0,7048	0,8536	0,7928	0,8136
8	2,45E-05	0,0000	0,0008	0,0012
	0,3824	0,8792	0,8232	0,8096

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$. Para el resultado se ha realizado un bootstrap de 2500 repeticiones.

Tabla 7.C.4: Resultados del test BDS para la serie EGARCH(1,1)

Épsilon/M	0,5* σ	1* σ	1,5* σ	2* σ
2	0,0017	0,0040	0,0041	0,0031
	0,2144	0,1928	0,2104	0,1528
3	0,0012	0,0040	0,0055	0,0039
	0,2160	0,2600	0,2768	0,3072
4	0,0002	0,0020	0,0050	0,0047
	0,5272	0,4560	0,4056	0,3664
5	6,2E-05	0,0008	0,0035	0,0048
	0,7280	0,6312	0,5416	0,4208
6	6,32E-05	0,000	0,0022	0,0050
	0,5336	0,7528	0,6712	0,4584
7	7,13E-05	-0,0001	0,0007	0,0044
	0,2080	0,9168	0,8296	0,5312
8	4,30E-05	-0,0002	8,4E-05	0,0047
	0,1392	0,9712	0,8920	0,5144

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$. Para el resultado se ha realizado un bootstrap de 2500 repeticiones.

7.C.2.2. Serie Pasajeros Interior

Tabla 7.C.5: Resultados del test BDS para la serie ARMA(0,1)MA(1)₁₂

épsilon/M	0,5* σ	1* σ	1,5* σ	2* σ
2	0,0018	0,0056	0,0060	0,0034
	0,2240	0,1200	0,1280	0,1920
3	0,0019	0,0077	0,0098	0,0063
	0,0860	0,0680	0,1220	0,2040
4	0,0011	0,0085	0,0136	0,0115
	0,0700	0,0620	0,0900	0,1280
5	0,0007	0,0088	0,0191	0,0198
	0,0220	0,0300	0,0240	0,0400
6	0,0004	0,0079	0,0227	0,0273
	0,0080	0,0120	0,0060	0,0080
7	0,0002	0,0058	0,0230	0,0327
	0,0240	0,0160	0,0060	0,0040
8	6,1E-05	0,0041	0,0211	0,0353
	0,0900	0,0180	0,0140	0,0080

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$. Para el resultado se ha realizado un bootstrap de 2500 repeticiones.

Tabla 7.C.6: Resultados del test BDS para la serie GARCH(1,1)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	-0,0004	0,0002	-0,0001	-0,0002
	0,8400	0,9080	0,9940	0,9840
3	-0,0001	0,0007	-0,0007	-0,0020
	0,9540	0,8140	0,9760	0,7480
4	0,0001	0,0019	0,0004	-0,0003
	0,7480	0,6040	0,8660	0,9400
5	0,0002	0,0032	0,0054	0,0061
	0,4580	0,3200	0,3980	0,4080
6	0,0002	0,0036	0,0092	0,0125
	0,1300	0,1880	0,2120	0,1720
7	0,0001	0,0024	0,0108	0,0169
	0,1340	0,2120	0,1340	0,1240
8	4,7E-05	0,0015	0,0100	0,0189
	0,2140	0,2460	0,1460	0,1020

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$. Para el resultado se ha realizado un bootstrap de 2500 repeticiones.

Tabla 7.C.7: Resultados del test BDS para la serie EGARCH(0,1)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	0,0010	0,0026	0,0029	0,0015
	0,4300	0,3740	0,3720	0,4980
3	0,0008	0,0040	0,0045	0,0010
	0,3500	0,2880	0,3900	0,7520
4	0,0001	0,0035	0,0057	0,0028
	0,7360	0,3200	0,3600	0,6060
5	0,0000	0,0034	0,0084	0,0069
	0,9480	0,2540	0,2440	0,3460
6	3,6E-05	0,0026	0,0096	0,0106
	0,6640	0,2380	0,1820	0,2340
7	0,0000	0,0012	0,0087	0,0122
	0,8960	0,4300	0,2000	0,2200
8	0,0000	0,0004	0,0063	0,0113
	0,9660	0,6420	0,2760	0,2940

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$. Para el resultado se ha realizado un bootstrap de 2500 repeticiones.

7.C.2.3. Tráfico de mercancía

Tabla 7.C.8: Resultados del test BDS para la serie ARMA(6,0)MA(1)₁₂

épsilon/M	0,5* σ	1* σ	1,5* σ	2* σ
2	0,0030	0,0068	0,0103	0,0096
	0,0620	0,0580	0,0040	0,0020
3	0,0023	0,0118	0,0215	0,0211
	0,0740	0,0060	0,0020	0,0000
4	0,0014	0,0140	0,0310	0,0334
	0,0460	0,0020	0,0000	0,0000
5	0,0008	0,0134	0,0392	0,0465
	0,0280	0,0020	0,0000	0,0000
6	0,0004	0,0113	0,0417	0,0547
	0,0240	0,0020	0,0000	0,0000
7	0,0002	0,0092	0,0434	0,0625
	0,0380	0,0020	0,0000	0,0000
8	2,41E-05	0,0073	0,0431	0,0688
	0,4860	0,0020	0,0000	0,0000

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$. Para el resultado se ha realizado un bootstrap de 2500 repeticiones.

Tabla 7.C.9: Resultados del test BDS para la serie GARCH(1,0)

Épsilon/M	0,5* σ	1* σ	1,5* σ	2* σ
2	-0,0016	-0,0043	-0,0038	-0,0017
	0,3260	0,2040	0,2920	0,4920
3	-0,0006	-0,0035	-0,0019	0,0012
	0,7020	0,4900	0,7880	0,6680
4	0,0002	0,0001	0,0043	0,0080
	0,6180	0,8560	0,4440	0,2040
5	0,0002	0,0018	0,010	0,0157
	0,3840	0,4980	0,1360	0,0600
6	0,0001	0,0021	0,0132	0,0205
	0,2720	0,3240	0,0680	0,0400
7	0,0001	0,0020	0,0157	0,0260
	0,1340	0,2200	0,0260	0,0180
8	3,8 E-05	0,0018	0,0165	0,0305
	0,2600	0,1420	0,0160	0,0080

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$. Para el resultado se ha realizado un bootstrap de 2500 repeticiones.

Tabla 7.C.10: Resultados del test BDS para la serie EGARCH(2,1)

Épsilon/M	0,5*σ	1*σ	1,5*σ	2*σ
2	-0,0013	-0,0019	-0,0002	0,0011
	0,3820	0,6420	0,9840	0,5420
3	-0,0013	-0,0038	-0,0019	0,0013
	0,1880	0,4060	0,8000	0,6840
4	-0,0007	-0,0042	-0,0038	0,0009
	0,1240	0,3020	0,6360	0,7760
5	-0,0002	-0,0033	-0,0039	0,0017
	0,3360	0,3120	0,6720	0,6880
6	-0,0001	-0,0029	-0,0057	-0,0018
	0,3200	0,1800	0,4900	0,9780
7	0,0000	-0,0021	-0,0048	-0,0008
	0,4300	0,1720	0,5460	0,8760
8	0,0000	-0,0015	-0,0037	-0,0003
	0,2900	0,2020	0,6060	0,8560

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$. Para el resultado se ha realizado un bootstrap de 2500 repeticiones.

7.C.3. Resultados del test Kaplan

7.C.3.1. Serie Pasajeros Internacionales

Tabla 7.C.11: Resultados del test de Kaplan para la serie de Pasajeros Internacionales

	Dim	Media K	Desv. Típica	Mínimo	K	K*
S. Dif *	1	0,0806	0,0159	0,0319	0,0796	1,0130
	2	0,0691	0,0156	0,0250	0,0628	1,1014
	3	0,0763	0,0251	0,0222	0,0543	1,4052
	4	0,0727	0,0376	0,0066	0,0576	1,2620
	5	0,0631	0,0343	-0,0172	0,0569	1,1082
	6	0,0711	0,0370	-0,0455	0,0514	1,3827
	7	0,0707	0,0534	-0,0293	0,0562	1,2576
	8	0,0831	0,0616	-0,0385	0,0529	1,5711
AR(6)AR(1)₁₂MA(1)₁₂	1	0,0436	0,0095	0,0227	0,0432	1,0109
	2	0,0448	0,0106	0,0223	0,0302	1,4839
	3	0,0416	0,0157	-0,0031	0,0430	0,9680
	4	0,0416	0,0176	0,0042	0,0428	0,9727
	5	0,0493	0,0252	0,0015	0,0405	1,2175
	6	0,0494	0,0355	0,0018	0,0397	1,2423
	7	0,0436	0,0269	-0,0047	0,0289	1,5092
	8	0,0487	0,0290	0,0061	0,0294	1,6601
GARCH(1,1)	1	1,1023	0,1733	0,3466	1,1960	0,9217
	2	1,0761	0,3301	0,6315	1,0241	1,0508
	3	1,0456	0,3663	0,1608	0,4799	2,1787
	4	1,0299	0,6156	-0,9241	1,6048	0,6418
	5	1,1551	0,5287	0,1039	0,9971	1,1585
	6	1,2339	0,7336	-0,2374	1,1261	1,0957
	7	1,5170	0,7601	0,3189	0,8845	1,7150
	8	0,7695	0,8861	-2,2605	1,3411	0,5738
EGARCH(1,1)*	1	1,1588	0,1564	0,3127	0,8053	1,4389
	2	1,2427	0,3222	0,6444	1,6302	0,7623
	3	1,1488	0,4360	0,0644	1,1294	1,0172
	4	1,1483	0,5239	0,2348	1,8887	0,6080
	5	1,2606	0,6278	0,1844	0,9547	1,3204
	6	1,0079	0,5876	-0,0236	0,4530	2,2251
	7	1,0538	0,7016	-1,3552	0,7472	1,4104
	8	1,2608	1,1102	-0,1527	1,1842	1,0647

Resultados del test de Kaplan, sobre 30 datos sustitutos para las series Serie Diferencia, AR(6)AR(1)₁₂MA(1)₁₂, GARCH(1,1) y EGARCH(1,1). El valor de K* se ha calculado como el cociente entre la media y K, el estadístico. El mínimo constituye el valor más pequeño entre el mínimo de las réplicas y la media menos 2 veces la desviación típica. K. Dim representa la dimensión de embebimiento y corresponde con la dimensión m-1 del test BDS.* Para estas series el método del primer mínimo de la función de información mutua determinó que el valor óptimo de t era distinto de 1. Se repitieron los análisis con los valores t= 2,3 para las series Serie Diferencia y EGARCH(1,1), no obteniéndose resultados distintos.

7.C.3.2. Serie Pasajeros Interior

Tabla 7.C.12: Resultados del test de Kaplan para la serie de Pasajeros Interior

	Dim	Media K	Desv. Típica	Mínimo	K	K*
S. Dif *	1	0,0593	0,0099	0,0198	0,0443	1,3405
	2	0,0593	0,0124	0,0247	0,0637	0,9307
	3	0,0640	0,0191	0,0228	0,0344	1,8594
	4	0,0702	0,0330	0,0301	0,0437	1,6047
	5	0,0574	0,0298	0,0012	0,0385	1,4916
	6	0,0630	0,0457	-0,0070	0,0443	1,4213
	7	0,0693	0,0372	0,0010	0,0340	2,0369
	8	0,0470	0,0389	-0,0310	0,0871	0,5392
MA(1)MA(1)₁₂	1	0,0472	0,0085	0,0170	0,0443	1,0662
	2	0,0494	0,0132	0,0263	0,0637	0,7755
	3	0,0432	0,0191	-0,0134	0,0344	1,2545
	4	0,0468	0,0177	0,0241	0,0437	1,0701
	5	0,0407	0,0254	-0,0154	0,0385	1,0557
	6	0,0523	0,0339	-0,0300	0,0443	1,1796
	7	0,0553	0,0474	-0,0401	0,0340	1,6252
	8	0,0552	0,0453	0,0054	0,0871	0,6334
GARCH(1,1)	1	1,0550	0,1357	0,2715	1,0090	1,0456
	2	1,0604	0,2830	0,5399	1,5346	0,6910
	3	1,1243	0,3370	0,5232	0,9411	1,1947
	4	1,0838	0,3963	0,4232	0,5392	2,0099
	5	1,2396	0,8462	-0,1950	0,5096	2,4326
	6	1,0798	0,8381	-0,6745	0,2138	5,0508
	7	1,0769	0,8772	-0,5604	1,5662	0,6876
	8	1,4804	0,6226	0,3878	1,4761	1,0029
EGARCH(0,1)	1	1,1243	0,1833	0,3665	0,9301	1,2088
	2	1,1333	0,2817	0,4287	1,1019	1,0285
	3	1,0765	0,4074	0,0587	0,7448	1,4454
	4	1,2995	0,4999	0,6232	0,8349	1,5564
	5	1,1945	0,5677	-0,1258	0,8120	1,4709
	6	1,3748	1,3186	-0,4694	0,7621	1,8038
	7	1,0498	0,8780	-0,1827	1,5713	0,6681
	8	1,5039	0,9595	-0,3270	0,6329	2,3763

Resultados del test de Kaplan, sobre 30 datos sustitutivos para las Series Diferencia, MA(1) MA(1)MA(1)₁₂, GARCH(1,1) y EGARCH(0,1) El valor de K* se ha calculado como el cociente entre la media y K, el estadístico. El mínimo constituye el valor más pequeño entre el mínimo de las réplicas y la media menos 2 veces la desviación típica. K. Dim representa la dimensión de embebimiento y corresponde con la dimensión m-1 del test BDS. * Para estas series el método del primer mínimo de la función de información mutua determinó que el valor óptimo de t era distinto de 3. Se repitieron los análisis con los valores óptimos para las serie Diferencia no obteniéndose los mismos resultados.

7.C.3.3. Mercancías

Tabla 7.C.13: Resultados del test de Kaplan para la serie de tráfico de Mercancías

	Dim	Media K	Desv. Típica	Mínimo	K	K*
S. Dif *	1	0,0824	0,0170	0,0507	0,0697	1,1819
	2	0,0754	0,0077	0,0592	0,0632	1,1937
	3	0,0764	0,0114	0,0511	0,0599	1,2760
	4	0,0759	0,0126	0,0496	0,0626	1,2119
	5	0,0736	0,0144	0,0332	0,0520	1,4155
	6	0,0778	0,0198	0,0230	0,0535	1,4535
	7	0,0746	0,0202	0,0442	0,0622	1,2005
	8	0,0798	0,0240	0,0264	0,0670	1,1909
AR(6)MA(1)₁₂	1	0,0580	0,0086	0,0171	0,0477	1,2167
	2	0,0660	0,0173	0,0319	0,0650	1,0145
	3	0,0570	0,0240	0,0199	0,0349	1,6334
	4	0,0633	0,0216	0,0325	0,0438	1,4435
	5	0,0669	0,0389	0,0010	0,0410	1,6323
	6	0,0449	0,0399	-0,0610	0,0460	0,9764
	7	0,0596	0,0509	-0,0759	0,0438	1,3613
	8	0,0998	0,0817	-0,0745	0,0444	2,2481
GARCH(1,0)	1	1,1298	0,2369	0,4737	0,8143	0,8143
	2	1,0440	0,3214	0,3089	1,3046	1,3046
	3	1,0659	0,3352	0,3063	0,9584	0,9584
	4	1,0041	0,4610	-0,1527	0,8100	0,8100
	5	1,1021	0,7391	-0,6050	0,8668	0,8668
	6	1,1236	0,7417	-0,2626	0,8447	0,8447
	7	1,0740	0,6415	-0,6235	0,8343	0,8343
	8	1,2777	0,8848	-1,0276	0,8282	0,8282
EGARCH(2,1)*	1	1,0936	0,1807	0,3613	1,2118	0,9024
	2	1,1079	0,2456	0,4911	0,9038	1,2258
	3	1,1803	0,3060	0,5554	1,2047	0,9797
	4	1,1209	0,4775	-0,0314	1,1701	0,9580
	5	1,1737	0,5703	-0,5026	1,0887	1,0780
	6	1,2474	0,9984	-0,0973	1,0598	1,1770
	7	1,1788	0,9055	-0,5802	1,3306	0,8859
	8	1,2101	1,0233	-0,6763	1,1323	1,0687

Resultados del test de Kaplan, sobre 30 datos sustitutivos para las Series Diferencia, AR(6)MA(1)₁₂, GARCH(1,0) y EGARCH(2,1). El valor de K* se ha calculado como el cociente entre la media y K, el estadístico. El mínimo constituye el valor más pequeño entre el mínimo de las réplicas y la media menos 2 veces la desviación típica. K. Dim representa la dimensión de embebimiento y corresponde con la dimensión m-1 del test BDS. * Para estas series el método del primer mínimo de la función de información mutua determinó que el valor óptimo de t era distinto de 1. Se repitieron los análisis con los valores t= 2,2 para las Series Diferencia y EGARCH(2,1), obteniéndose los mismos resultados.

Anexo 7.D: Estudio de la Componente Caótica

7.D.1. Resultados de la Dimensión de Correlación

Tabla 7.D.1. Dimensión de correlación

Pasajeros Exteriores				
M	S. Dif²	AR (6,0) MA(1)MA(1)¹₁₂	GARCH(1,1)¹	EGARCH(1,1)³
1	0,99	0,99	0,99	0,99
2	1,94	1,94	2,00	1,99
3	2,91	2,90	2,90	2,72
4	3,90	3,98	4,06	4,02
5	5,49	4,80	5,44	4,07
6	6,22	5,91	5,23	5,13
7	5,68	6,13	8,49	9,85
8	12,91	10,33	8,34	5,74
Pasajeros Interiores				
M	S. Dif³	MA(1) MA (1)¹₁₂	GARCH(1,1)¹	EGARCH(0,1)¹
1	0,99	1,00	1,01	0,98
2	2,00	1,98	2,05	1,88
3	3,01	3,11	2,97	2,86
4	3,84	4,67	5,01	3,64
5	4,42	5,65	4,85	3,58
6	6,53	8,51	7,51	6,76
7	7,73	6,66	7,92	7,23
8	6,61	7,73	10,58	7,88
Contenedores				
M	S. Dif²	AR (6,0)MA(1)¹₁₂	GARCH(1,0)¹	EGARCH(2,1)²
1	0,98	0,98	0,98	1,00
2	1,96	1,95	1,97	2,00
3	2,94	2,95	2,89	3,01
4	3,77	3,84	3,69	3,36
5	4,13	4,75	4,98	3,39
6	5,00	5,48	5,04	6,39
7	6,23	5,86	6,15	6,02
8	6,86	5,50	5,42	5,91

Al lado de cada modelo aplicado se indica como superíndice el valor óptimo del tiempo de retardo según el criterio de la mínima información. M representa el valor de embebimiento de la serie

7.D.2. Resultados del test de Lyapunov

Tabla 7.D.2: Resultados del Test de Lyapunov

	Serie	(L,m,q)	λ	P-valor	Hipotesis
Pasajeros Exteriores	S. Dif	(2,6,1)	-0,124	3,37E-26	H ₁
	AR (6,0)MA(1)MA(1) ₁₂	(3,6,1)	-0,3049	2,57E-18	H ₁
	GARCH(1,1)	(3,6,5)	-0,3570	6,47E-05	H ₁
	EGARCH(1,1)	(3,6,3)	-0,0518	2,89E-01	H ₁
Pasajeros Interiores	S. Dif	(2,6,3)	-0,1156	2,43E-20	H ₁
	MA(1)MA (1) ₁₂	(5,6,3)	-0,3468	7,30E-48	H ₁
	GARCH(1,1)	(5,5,3)	-0,4564	4,53E-74	H ₁
	EGARCH(0,1)	(4,5,4)	-0,4919	1,22E-05	H ₁
Tráfico de Mercancías	S. Dif	(2,6,1)	-0,1305	1,23E-09	H ₁
	AR (6,0)MA(1) ₁₂	(4,6,2)	-0,2976	5,57E-17	H ₁
	GARCH(1,0)	(1,5,5)	-0,4296	4,00E-13	H ₁
	EGARCH(2,1)	(3,6,4)	-0,2232	0,099	H ₁

La Hipótesis nula de la existencia de una componente caótica es rechazada para aquellos p-valores menores que el 0,05.

7.D.3. Resultados del test 0/1 y de la persistencia de la serie

Tabla 7.D.3: Resultados test 0/1 y Hurst en la serie de contenedores

	Exponentes de 0/1	Exponente de Hurst (H E. Estándar)	
<i>Pasajeros Exteriores</i>			
S. Dif	0,9928	0,3522	0,0234
AR(6,0)MA(1)MA(1) ₁₂	0,9976	0,5347	0,0294
GARCH(1,1)	0,9977	0,5170	0,0288
EGARCH(1,1)	0,9976	0,5229	0,0290
<i>Pasajeros Interiores</i>			
S. Dif	0,9927	0,3702	0,0256
MA(1)MA (1) ₁₂	0,9968	0,6237	0,0178
GARCH(1,1)	0,9969	0,6344	0,0156
EGARCH(0,1)	0,9972	0,6284	0,0192
<i>Mercancías</i>			
S. Dif	0,9957	0,3666	0,0296
ARMA (6,0)MA(1) ₁₂	0,9973	0,5458	0,0178
GARCH(1,0)	0,9973	0,5759	0,0090
EGARCH(2,1)	0,9970	0,5505	0,0118

Se utilizaron un total de 6000 puntos para el método 0-1. * Los resultados fueron significativos a un nivel 5% de confianza. (H) corresponde al valor del coeficiente de Hurst.

7.D.4. Resultados del test de Mariano Matilla- Garcia

Tabla 7.D.5: Resultados del test de Matilla- García

	Exponente (α)	Error Estándar
<i>P.Exteriores</i>		
GARCH(1,1)	0,3567	0,0123
EGARCH(1,1)	0,2630	0,0094
<i>P. Interiores</i>		
GARCH(1,1)	0,2234	0,0103
EGARCH(0,1)	0,1845	0,0098
<i>Tráfico de mercancías</i>		
GARCH(1,0)	0,2334	0,0165
EGARCH(2,1)	0,2789	0,0067

Para realizar el test el parámetro w se fijó como cuatro.

8. ENSAYO 5: APLICACIÓN A LA SERIE TEMPORAL MENSUAL DE LA DEMANDA DE TRANSPORTE MARÍTIMO

Abstract: This paper studies the existence of non-linear dynamics and chaos in the Spanish maritime transport services for the period 1992-2013 for three different types of cargo. For this purpose, using monthly time series data and the Box-Jenkins approach for time series analysis as a preparatory step in order to obtain linear model, and applying a new conceptual and methodological framework that encompasses a large number of techniques for the analysis of non-linearity and deterministic behaviour including the most recent and powerful ones for the detection of non-linear dynamics and chaos. Our results suggest that solid bulk has a linear pattern and that although there has been found a dominant nonlinear structure in the sea traffic series containered general cargo and liquid bulk, determinism cannot be assumed and hence chaos cannot be inferred.

Key words: Maritime transport, Port, Non linearity Dependence Chaos, Dynamical Systems.

Resumen: En este trabajo se estudia la existencia de patrones no lineales y el comportamiento caótico de la demanda de transporte marítimo de tres tipos distintos de mercancía en los puertos españoles, utilizando datos de frecuencia mensual para el periodo 1992-2013. Para ello, tras aplicar la metodología Box-Jenkins para el análisis de series temporales como paso preparatorio para obtener el modelo lineal, se presenta un nuevo marco conceptual y metodológico que engloba una amplia batería de técnicas cuantitativas, incluyendo los métodos y test más modernos y con más potencia estadística, para el análisis de la no linealidad y el comportamiento determinista en la dinámica subyacente. Los resultados reflejan que la serie de tráfico de graneles líquidos atiende a un comportamiento lineal y que la presencia de no linealidad en las series de tráfico de mercancía general en contenedores y de graneles líquidos, no es compatible con un comportamiento caótico.

Palabras clave: Transporte marítimo, Puertos, Dependencia No Lineal, Caos, Sistemas Dinámicos.

JEL CLASSIFICATION CODES: C53, C22, C12, L83, L92

8.1. Introducción

Tradicionalmente el transporte marítimo ha desempeñado un papel relevante en la economía mundial, a través de su estrecha conexión con el comercio internacional ya que, cerca del 90% de los intercambios internacionales de mercancías, se realizan utilizando dicho modo de transporte (IMO, 2012). Esta relevancia se ha visto acrecentada, si cabe, en un mundo profundamente globalizado e interdependiente como el actual, donde la competitividad comercial de un país depende significativamente, de poder disponer de un acceso adecuado a los servicios de transporte marítimo internacional y de un sistema portuario eficiente (UNCTAD, 2013).

Dada su relevancia en la economía mundial, no es de extrañar que la modelización y predicción de las series temporales de tráfico marítimo, hayan sido el objetivo de un gran número de trabajos de investigación. Estas investigaciones han partido de supuestos basados en la linealidad de las series de tráfico consideradas, sin tener en cuenta la posible existencia de no linealidad y dinámica caótica que en caso de ocurrir, sugerirían que las modelizaciones basadas en un comportamiento lineal no serían adecuadas y las predicciones erróneas.

8.1.1. Objetivos

El objetivo general del presente estudio es investigar la dinámica y volatilidad de la demanda de transporte marítimo en España, analizando la posible existencia de no linealidad y un régimen caótico, en las series temporales de tráfico marítimo en los puertos españoles.

Mediante la aplicación de la teoría clásica de series temporales, se examina el comportamiento de las diversas variables que miden el tráfico marítimo y posteriormente, se investiga la posible existencia de no linealidad y caos determinista en las series consideradas. En relación con el tráfico marítimo en los puertos españoles, las tres variables consideradas en este estudio son el número de toneladas transportadas de mercancía en contenedores, graneles sólidos y graneles líquidos.

8.1.1.1. Objetivos Específicos

Adicionalmente, entre los objetivos específicos del presente trabajo cabe señalar la realización de un análisis comparativo, mediante la utilización de herramientas de los sistemas dinámicos no lineales, del comportamiento y dinámica subyacente en el proceso generador de datos de las tres series temporales que miden el tráfico marítimo en los puertos españoles, en relación con aspectos como la linealidad (o

su no linealidad), la independencia y aleatoriedad de las observaciones y la dinámica caótica.

8.1.2. Interés

En un país como España, donde cerca del 70% del comercio exterior se lleva a cabo mediante el transporte marítimo y parte de su territorio tiene un carácter insular, el sistema portuario desempeña un papel estratégico muy relevante en la actividad económica. Otros datos reveladores de la importancia del tráfico marítimo en el caso español son que, de acuerdo con su nivel de tráfico marítimo en 2011, España ocupa el cuarto lugar en la Unión Europea y es el país con mayor incremento de tráfico marítimo en sus puertos durante dicho año (Eurostat, 2014).

Por ello, la modelización y predicción de las series temporales que miden la demanda de transporte marítimo, adquiere un carácter sumamente interesante en España, principalmente en relación con los aspectos de planificación de las inversiones y gestión del sistema portuario, así como para todos los agentes que intervienen en el transporte marítimo: armadores, fletadores, etc. También, para las actividades económicas que se desarrollan al calor de los puertos, en su correspondiente hinterland, presenta interés la modelización y predicción del tráfico portuario.

8.1.3. Novedad y aportaciones

La literatura internacional sobre el transporte marítimo cuenta con numerosos trabajos, que tienen por objetivo la modelización y predicción de las series temporales de tráfico marítimo pero, únicamente hay dos investigaciones en las que se analiza el comportamiento no lineal y caótico. El primero de estos trabajos corresponde a Inglada-Pérez, (2010) y estudia el tráfico marítimo español. El segundo, es el de Goulielmos y Kaselimi (2011) para el puerto griego de Piraeus.

Este ensayo constituye, en definitiva, el estudio que engloba la utilización del mayor número de métodos y técnicas, incluyendo las más novedosas y con mayor potencia estadística, para el análisis de la no linealidad y el comportamiento caótico, de las diversas series temporales de tráfico marítimo.

Asimismo, esta investigación se distingue de otros trabajos, porque se realiza un análisis específico de dichos aspectos por tipo de mercancía (graneles sólidos, graneles líquidos y mercancía general en contenedores) y se consideran, durante el proceso de modelización, aspectos como la estacionalidad que podrían afectar sensiblemente, a los resultados obtenidos sobre la posible estructura no lineal y determinista de las series temporales modelizadas.

8.1.4. Estructura

Para contrastar si los modelos lineales, utilizados tradicionalmente, explican satisfactoriamente la dinámica subyacente en el tráfico marítimo o por el contrario, existe un comportamiento no lineal, estocástico o determinístico, en las tres series de tráfico marítimo consideradas, en primer lugar se aplican los filtros adecuados a la serie original, en forma de diferencias regulares y estacionales, para obtener las correspondientes series estacionarias y sin ciclos estacionales. A continuación, después de comprobar si las series anteriores son estacionarias, se aplica el proceso de modelización lineal de las series estacionarias obtenidas, para el periodo que transcurre entre Enero de 1992 y Diciembre de 2012, utilizando modelos SARIMA (Box y Jenkins, 1970).

Finalmente, se aplica una extensa batería de técnicas y test para contrastar la existencia de no linealidad y dinámica caótica, en las series de los residuos obtenidos en la modelización anterior. En el caso de detectarse existencia de no linealidad, la utilización de modelos ARIMA para la predicción y la modelización no sería adecuada y habría que introducir otras alternativas metodológicas, como los modelos GARCH (Bollerslev, 1986) y EGARCH (Nelson, 1991) si se observara que la no linealidad de los residuos no fuera de carácter determinista y se debiera a la variación temporal de la volatilidad. Posteriormente, se investiga la posible existencia de caos determinista. La importancia del estudio caótico radica en la distinción del carácter determinista o estocástico de una serie temporal (Pannas y Ninni, 2000)¹²⁸.

El trabajo se organiza como se expone a continuación: En el apartado segundo se lleva a cabo una revisión de la literatura internacional sobre los conceptos de no linealidad y caos, en el ámbito del transporte y más concretamente, en el contexto de la demanda de transporte marítimo. En la sección tercera se describen las fuentes de datos utilizadas, así como el proceso metodológico adoptado en esta investigación. A continuación, se exponen y comentan los principales resultados obtenidos para las tres series de tráfico marítimo elegidas, analizando y discutiendo las evidencias existentes a favor y en contra, de las hipótesis de no linealidad y régimen caótico, así como los modelos más adecuados para explicar el comportamiento de las series analizadas. Finalmente, en la última sección, se extraen una serie de conclusiones sobre la investigación realizada y se sugieren las posibles líneas de investigación futuras.

¹²⁸ El principal interés de conocer si una serie es aleatoria o determinista es que estas últimas permiten realizar una predicción.

8.2. Revisión de la literatura

Del análisis de la literatura internacional¹²⁹, se deduce que la mayoría de los trabajos sobre modelización y predicción de la demanda de transporte, y de transporte marítimo, en particular, se realizan utilizando modelos lineales como son, el análisis de regresión o los modelos ARIMA basados en la metodología Box-Jenkins (Box y Jenkins, 1970 y 1975). Al que en otras disciplinas¹³⁰, en el ámbito del transporte, no son abundantes los trabajos que estudien los aspectos de no linealidad y dinámica caótica¹³¹. Además, la mayoría de estas investigaciones utilizan modelos de redes neuronales para la predicción de la evolución futura de las series temporales analizadas, sin evaluar si existe un comportamiento caótico en la dinámica de las series. En definitiva, como Shang et al. (2005) sugieren, existe un amplio campo para la aplicación de las técnicas y contrastes estadísticos de no linealidad y caos a las diferentes series temporales de datos de transporte.

En la tabla 8.1 se muestra un resumen de los estudios más representativos sobre modelos no lineales y caóticos en el ámbito del transporte marítimo, que constituye el objeto de esta investigación. Cabe destacar que durante la última década, se han utilizado frecuentemente los modelos de redes neuronales como métodos no lineales de predicción para las series temporales de tráfico marítimo. Remus and O'Connor (2001) sugieren que, con este tipo de modelos se obtienen predicciones más precisas que con los métodos tradicionales, como los modelos ARIMA, particularmente cuando las series temporales analizadas son de frecuencia mensual o trimestral.

Entre las investigaciones que utilizan la metodología de redes neurales, en Lam et al. (2004) se realizan predicciones sobre la evolución futura de varias series de tráfico de mercancías en el puerto de Hong Kong, comparando los resultados obtenidos con los del modelo de regresión lineal. Concluyen que, en relación con su capacidad de predicción, los primeros se muestran significativamente superiores a los de regresión lineal. Mostafa (2004) utiliza también el modelo de redes neuronales para predecir el tráfico mensual en el Canal de Suez. Al comparar los resultados obtenidos con los correspondientes a otros métodos, como los modelos ARIMA, concluye que los modelos de redes neuronales superan a los demás en su capacidad de predicción del tráfico futuro. Finalmente, Chen y Chen (2010) comparan para la serie de tráfico marítimo de contenedores, la capacidad de predicción del modelo de programación genética con otros modelos como es el

¹²⁹ En Washington et al. (2003) se realiza una revisión completa de los modelos econométricos utilizados para el análisis de las series de datos de transporte.

¹³⁰ Por ejemplo, para las series financieras existen numerosos estudios sobre su posible comportamiento no lineal y caótico.

¹³¹ La mayoría de los estudios sobre la posible existencia de caos en el ámbito del transporte, se refieren a series temporales de tráfico por carretera. Por ejemplo, Frazier y Kockelman (2004). y Shang et al. (2005) concluyen que existen características deterministas caóticas en las series temporales de tráfico urbano que analizan.

SARIMA. Utilizan como medida de la precisión de las predicciones, el valor absoluto del error porcentual medio y obtienen que, el método de programación genética se muestra significativamente como el mejor modelo de predicción de las series analizadas.

En relación con los trabajos que tienen por objeto el estudio de la existencia de no linealidad y caos en las series temporales de tráfico marítimo, Inglada-Pérez (2010) investiga la posible existencia de no linealidad y comportamiento caótico en cinco series de tráfico en los puertos españoles, utilizando el test BDS. Obtiene que las series analizadas se comportan de acuerdo a un modelo lineal, por lo que no presentan comportamiento caótico. Asimismo, Goulielmos y Kaselimi (2011) estudian el posible comportamiento caótico del tráfico mensual marítimo de contenedores en el puerto griego de Piraeus durante el periodo 1973-2008. Utilizan los métodos de los exponentes de Hurst y de Lyapunov, detectando persistencia y dependencia en el largo plazo entre las observaciones y, en definitiva, un comportamiento caótico en la serie analizada.

Tabla 8.1: Resumen de la revisión de la literatura sobre modelos no lineales y de detección de caos para la demanda de transporte marítimo

Metodología		Características	Autores (Año)
Metodología de redes neuronales		Los modelos de redes neuronales se aplican principalmente para predecir la evolución futura de las series temporales de tráfico marítimo y son particularmente útiles en caso de no existir linealidad en la serie. Se ha comprobado que su capacidad de predicción es superior a otros modelos lineales de series temporales como son los modelos ARIMA.	Lam et al. (2004); Mostafa (2004); Chen y Chen,(2010)
Modelos no lineales y caóticos		Contrastan la posible existencia de un comportamiento no lineal y/o caótico	Inglada-Pérez (2010); Goulielmos y Kaselimi (2011)

Fuente: Elaboración propia.

8.3. Datos y Metodología

8.3.1. Datos

Las tres series de tráfico marítimo en los puertos españoles utilizadas en esta investigación, para el periodo que transcurre entre enero de 1992 y diciembre de 2012 (252 observaciones), corresponden respectivamente, al volumen de mercancías embarcadas y desembarcadas en los puertos españoles, en forma de mercancía general en contenedores, graneles sólidos y graneles líquidos. En el gráfico 8.1 puede observarse su evolución temporal.

Si bien en otras disciplinas científicas, como es el caso de la Física, al estudiar el comportamiento caótico de una serie temporal, es frecuente disponer de varios miles de datos, que incluso en muchos casos pueden superar los cien mil, no suele ocurrir así en la modelización de series temporales económicas. Así, Brock and Sayers (1988) contrastan la existencia de un régimen caótico en series temporales económicas con cerca de 150 observaciones. Por lo tanto, como se afirma en Adrangi et al. (2001), la muestra utilizada en esta investigación, compuesta por 252 observaciones, aunque evidentemente no tiene el tamaño ideal, podría considerarse suficiente para realizar un análisis que permita obtener resultados con un cierto grado de fiabilidad.

Los datos han sido tomados del Ministerio de Fomento¹³² y la evolución temporal de las tres series se muestra en la figura 8.1. En la Tabla 8.2 se muestran los principales estadísticos descriptivos de las tres series investigadas.

8.3.2. Metodología

La metodología empleada se ha descrito con detalle en apartados anteriores de esta investigación por lo que, a continuación, solo se hace referencia a los hitos metodológicos más significativos.

En primer lugar se transforman las tres series temporales del tráfico marítimo, mediante la transformación logarítmica y la aplicación de los operadores diferencia regular y diferencia estacional, con el fin de obtener una nueva serie estacionaria para cada serie original (Serie Dif. en adelante). Posteriormente, se elimina la estructura lineal que presenta cada una de las tres series estacionarias anteriores mediante la metodología Box Jenkins, siguiendo el mismo proceso que el recomendado por Nelson et al. (1991) que consiste en la elección del mejor modelo de acuerdo con el criterio SIC¹³³. Si los residuos están correlacionados se aumenta la dimensión del modelo, hasta encontrar uno donde este hecho no exista (Barkoulas, 2012). En resumen, en esta etapa, se aplica a cada una de las tres series originales el correspondiente modelo SARIMA seleccionado para cada una de ellas atendiendo a la metodología descrita y se obtienen los respectivos residuos¹³⁴. A continuación, tras comprobar la existencia de un componente no lineal en las series de los residuos obtenidas, mediante la aplicación de una amplia batería de test, se estudia la existencia de heterocedasticidad.

¹³² <http://www.fomento.es/>

¹³³ El criterio de información de Schwartz introduce un término de penalización para el número de parámetros en el modelo, con el fin de resolver el problema de la sobreparametrización. La penalización es mayor en este criterio que en otros como el de Akaike (1974), lo que comparativamente le confiere indudables ventajas en su utilización.

¹³⁴ En adelante serie ARMA(p,q).

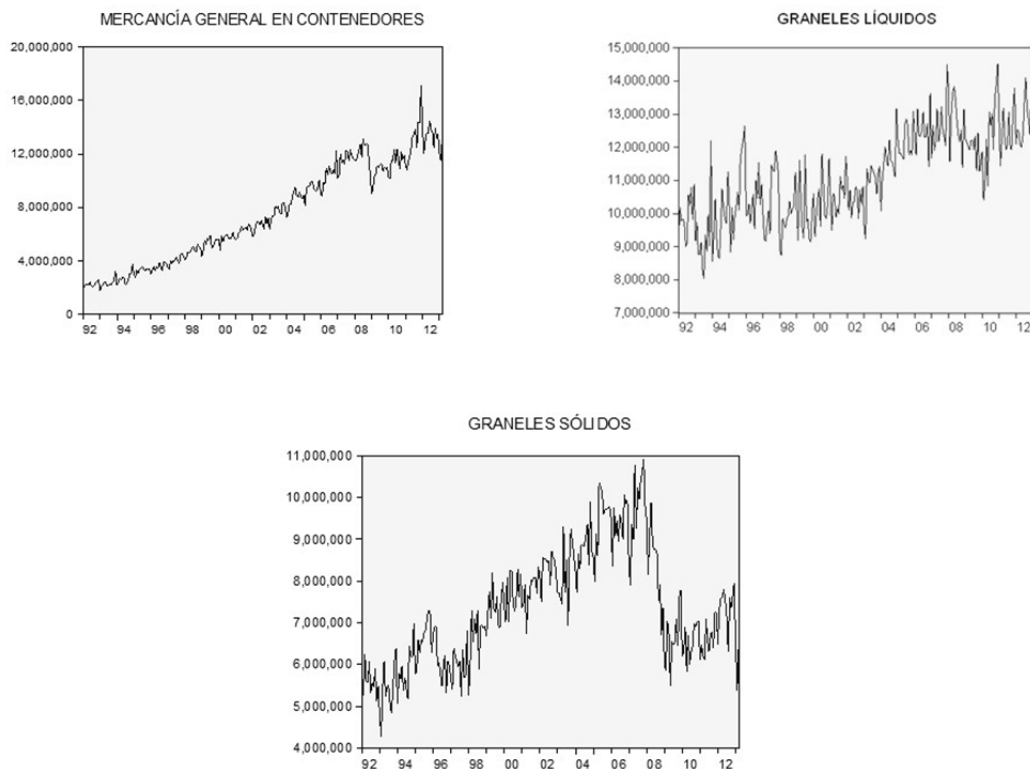


Figura 8.1: Evolución de las series de tráfico marítimo

En caso de existencia, para eliminar el efecto de la varianza condicional (volatilidad), se les aplica dos tipos de modelos no lineales multiplicativos; un modelo autorregresivo con heterocedasticidad condicional, GARCH¹³⁵ y un modelo exponencial (EGARCH)¹³⁶. El orden y tipo de cada modelo se elige siguiendo la misma metodología descrita para la selección de los modelos SARIMA. Tras la estimación de los correspondientes modelos, se estandarizaron los residuos obtenidos mediante sus desviaciones estándar condicionales, imponiendo una distribución normal.

Para cada una de las tres variables de tráfico marítimo consideradas, las dos series obtenidas de residuos estandarizados, son objeto, finalmente, de análisis mediante un conjunto de métodos y técnicas de detección de caos. Además, mediante la técnica R/S, se estudia la persistencia de las diversas series obtenidas en cada uno de los pasos descritos anteriormente.

A modo de resumen del proceso de modelización adoptado, en la tabla 8.3. se muestran los diversos tipos de modelos aplicados a cada una de las tres series de tráfico marítimo.

¹³⁵ Los modelos GARCH(p,q) fueron definidos por Nelson (1991).

¹³⁶ Los modelos EGARCH(p,q) fueron definidos por Bollerslev (1986).

Tabla 8.2: Estadísticos y test básicos de las series

Serie de Mercancía General en Contenedores					
	S.Original	Serie Dif.	MA(1)MA(1)₁₂	GARCH(2,0)	EGARCH(0,1)
Media	744xE4	0,0003	0,0049	0,0244	0,1093
(D.T)	375xE4	0,0801	0,0560	0,8797	0,9985
Mediana	676xE4	0,0026	0,0068	0,0285	0,1410
Mínimo	177xE4	-0,2652	-0,2225	-2,8814	-3,0918
Máximo	1714xE4	0,2932	0,2490	3,1792	3,2347
Coef. Asimetría	0,1898	-0,1200	0,1240	0,2132	-0,0137
Coef. Curtosis	1,7750	4,1831	5,7379	4,7561	3,5920
Jarque Bera	17,48*	14,70*	74,6301*	32,248*	3,4677
N	242	242	237	237	237
Serie de Graneles Líquidos					
	S.Original	Serie Dif.	AR(2)MA(1)MA(1)₁₂	GARCH(1,0)	EGARCH(0,1)
Media	1114xE4	0,0002	-0,0045	-0,0467	-0,0471
(D.T)	1366xE4	0,0990	0,0613	0,8596	1,0042
Mediana	1120xE4	0,0033	-0,0037	-0,1045	-0,0820
Mínimo	803xE4	-0,2565	-0,1550	-2,0781	-2,5581
Máximo	1451xE4	0,3024	0,1645	2,4882	2,2030
Coef. Asimetría	0,0934	0,0683	0,2556	0,4340	0,2246
Coef. Curtosis	2,2548	2,9582	2,9070	3,1920	2,6520
Jarque Bera	6,2703*	0,2057	2,6992*	7,9017*	3,2291
N	255	242	240	240	240
Serie de Graneles Sólidos					
	S.Original	Serie Dif.	AR(2)MA(1)MA(1)₁₂	GARCH(0,1)	EGARCH(0,1)
Media	733xE4	-0,0002	0,0048	0,0222	0,0626
(D.T)	140xE4	0,1192	0,0741	0,7367	0,9920
Mediana	722xE4	-0,0058	0,0113	0,0619	0,1545
Mínimo	425xE4	-0,2942	-0,2371	-2,4588	-2,9301
Máximo	1093 xE4	0,3395	0,1750	1,7362	2,4008
Coef. Asimetría	0,3675	0,1156	-0,3827	-0,4026	-0,3642
Coef. Curtosis	2,3819	2,9617	3,2387	3,3831	3,1580
Jarque Bera	9,7980*	0,5535	6,4820*	8,0163*	5,6023
N	255	242	242	242	242

Nota: Todos los estadísticos se muestran para las series originales, la serie de la diferencia regular y estacional (serie Dif.) y los residuos de los modelos SARIMA, GARCH y EGARCH. (D.T) es la Desviación típica. Coef. Asimetría y Coef. Curtosis corresponden al coeficiente de asimetría de Fisher y al coeficiente de curtosis, respectivamente. El asterisco* refleja que el resultado del test correspondiente es significativo al 95% de nivel de confianza.

Fuente: Elaboración propia.

8.4. Resultados Empíricos

En los gráficos que representan la evolución de cada una de las tres series de tráfico marítimo (figura 8.1) se observa la posible existencia de estacionalidad. Por ello, dentro de la primera etapa de modelización lineal y antes de estimar el modelo ARMA, se transforman las tres series temporales del tráfico marítimo mediante la

transformación logarítmica y la aplicación de los operadores diferencia regular y diferencia estacional, con el fin de conseguir unas nuevas series estacionarias y sin ciclo estacional (serie Def.).

Tabla 8.3: Tipos de modelos aplicados a cada una de las series

	Modelo lineal	Modelo GARCH	Modelo EGARCH
Mercancía General en Contenedores	AR(5)MA(1) ₁₂	GARCH (2,0)	EGARCH (3,3)
Graneles Líquidos	AR(2)MA(1)MA(1) ₁₂	GARCH (1,0)	EGARCH (0,1)
Graneles Sólidos	MA(1)MA(1) ₁₂	-	-

Las tres series y en especial, la de transporte de graneles líquidos, presentan un cambio drástico en su tendencia a partir del año 2008, posiblemente relacionado con el inicio de la crisis actual. En la tabla 8.2 se muestran los principales estadísticos de las nuevas series obtenidas (S. Dif). La correspondiente al transporte de mercancía general de contenedores oscila entre los valores -0,2652 y 0,2932. Presenta un coeficiente de asimetría negativo y un exceso de curtosis (4,1831), ya que su magnitud es mayor que 3, el valor estándar de la distribución normal. Entre las implicaciones de los resultados obtenidos, la más relevante es que presenta unas colas más anchas que la distribución normal, lo que implica que los efectos anómalos o outliers tienen una probabilidad mayor de ocurrir. Asimismo, las otras dos series, correspondientes a graneles líquidos y sólidos, presentan un coeficiente de asimetría positivo y un coeficiente de curtosis, cercano al que se esperaría para el caso de la distribución normal.

Además, atendiendo a los resultados del test de Jarque Bera (1987), se rechaza la hipótesis de que los datos de las tres series se ajusten a una distribución normal, lo que puede considerarse un indicador de la existencia de no linealidad (Fang, 1994). Estos resultados son consistentes con la forma del del histograma de las series y del gráfico Qq¹³⁷, que se muestran en el Anexo 8.B.

La evaluación de la estacionariedad de la serie o existencia de raíces unitarias, se realizó mediante tres procedimientos distintos. Los resultados de los test DFA¹³⁸, PP¹³⁹ y KPPS¹⁴⁰, aplicados para contrastar las existencia de raíces unitarias, que se muestran en la tabla 8.4, confirman que las tres series obtenidas después de aplicar los filtros mencionados a las series originales, son estacionarias. De esta forma, estamos en condiciones de aplicar la metodología Box-Jenkins (1970,1975), para el

¹³⁷ Otros autores lo denominan gráfico cuartil-cuartil.

¹³⁸ Test de Dickey-Fuller Aumentado (Dickey y Fuller, 1979).

¹³⁹ Test Phillips-Perron (Philips y Perron, 1988).

¹⁴⁰ Test de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (Kwiatkowski et al., 1992).

análisis de series temporales y eliminar el componente lineal de las tres series de diferencias, mediante la aplicación del modelo SARIMA más adecuado.

Tabla 8.4: Estudio de la Estacionariedad
Tráfico de Mercancía General en Contenedores

	Serie Original	Serie Diferencias
<i>Test Dickey Fuller Aumentado (DFA)</i>		
Con Constante	-0,4114 (0,9038)	-6,1615 (0,0000)
Con Constante y Tendencia	-2,8078 (0,1959)	-6,1373 (0,0000)
<i>Test Phillips-Perron (PP)</i>		
Con Constante	-0,9800 (0,7608)	-32,0859 (0,0000)
Con Constante y Tendencia	-6,6529 (0,0000)	-32,9688 (0,0000)
<i>Test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)</i>		
Con Constante	2,0301	0,1040
Con Constante y Tendencia	0,1632	0,0600
Tráfico de Graneles Líquidos		
	Serie Original	Serie Diferencias
<i>Test Dickey Fuller Aumentado (DFA)</i>		
Con Constante	-0,6412 (0,8576)	-6,8882 (0,0000)
Con Constante y Tendencia	-10,6489 (0,0000)	-6,8853 (0,0000)
<i>Test Phillips-Perron (PP)</i>		
Con Constante	-6,4050 (0,0000)	-46,4698 (0,0001)
Con Constante y Tendencia	-11,4596 (0,0000)	-46,5664 (0,0001)
<i>Test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)</i>		
Con Constante	1,9231	0,0463
Con Constante y Tendencia	0,1606	0,0434
Tráfico de Graneles Sólidos		
	Serie Original	Serie Diferencias
<i>Test Dickey Fuller Aumentado (DFA)</i>		
Con Constante	-2,1092 (0,2413)	-18,5868 (0,0000)
Con Constante y Tendencia	-1,9309 (0,6353)	-18,5879 (0,0000)
<i>Test Phillips-Perron</i>		
Con Constante	-4,2264 (0,0007)	-29,7157 (0,0000)
Con Constante y Tendencia	-3,7183 (0,0228)	-29,7360 (0,0000)
<i>Test Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin</i>		
Con Constante	0,8535	0,0711
Con Constante y Tendencia	0,3891	0,0378

Nota: La Hipótesis nula de los test DFA y PP es que la serie tiene raíces unitarias, mientras que en el test KPSS es la inexistencia de raíces unitarias. Entre paréntesis se muestra el p-valor unilaterial de MacKinnon (1996). El ancho de banda para el Test Phillips-Perron se determinó utilizando el método Bartlett Kernel (Newey-West automático) Los valores críticos, al 5% de nivel de confianza para este test, fueron 0,463 y 0,146 para los casos de incorporar una constante y constante más tendencia, respectivamente. Para cada test aplicado, los valores menores que el nivel de significación se muestran en negrita.

8.4.1. Modelización lineal

Con base en el criterio señalado y a la metodología descrita, se obtiene el filtro lineal más adecuado para cada una de las series (tabla 8.3). Los principales estadísticos de los residuos de los distintos modelos, se presentan en la tabla 8.2. Asimismo, las magnitudes de los coeficientes y otras características de cada modelo pueden consultarse en el Anexo 8.B.

8.4.2. Análisis de la aleatoriedad y la no linealidad

Una vez eliminada la dependencia lineal, en las tres series estacionarias de las diferencias, mediante los filtros SARIMA adecuados, se aborda la existencia de no linealidad, como antesala a la modelización mediante un modelo no lineal.

Para evaluar la no linealidad y la aleatoriedad de los datos se ha utilizado una amplia batería de test, consiguiendo así suplementar las posibles limitaciones de cada uno de ellos. Los test utilizados son:

- El test de Rachas (Wald y Wolfowitz, 1940)
- Dos test de Portmanteau: el de Keenan (1985) y el de Tsay (1986)
- Dos test basados en la metodología de redes neuronales el de Teräsvirta (1983) y el de White (1989)
- El test BDS (Brock et al, 1989)
- El test de Kaplan (1994)

La razón de aplicar más de un test es obtener la máxima información posible acerca de la naturaleza de las series, despejando la incertidumbre existente, ya que hasta la fecha, todos los test han mostrado algún tipo de limitación en la detección de la no linealidad. Sin embargo, es cierto, que algunos test como el BDS, el test de White (1983) o el de Kaplan (1994), se han mostrado más eficaces que los demás a la hora de detectar la existencia de dependencia no lineal en los datos, (Barnet et al, 1997).

El test se aplica considerando diferentes dimensiones de embebimiento, variando de 2 a 9, y teniendo en cuenta los distintos valores de ϵ recomendados por Brock (Brock, 1993). Asimismo se realizó un procedimiento bootstrap considerando 2500 repeticiones, para asegurar la consistencia del test, ya que la distribución del estadístico solamente está descrita para tamaños muestrales mayores a 500 (Brock et al., 1989).

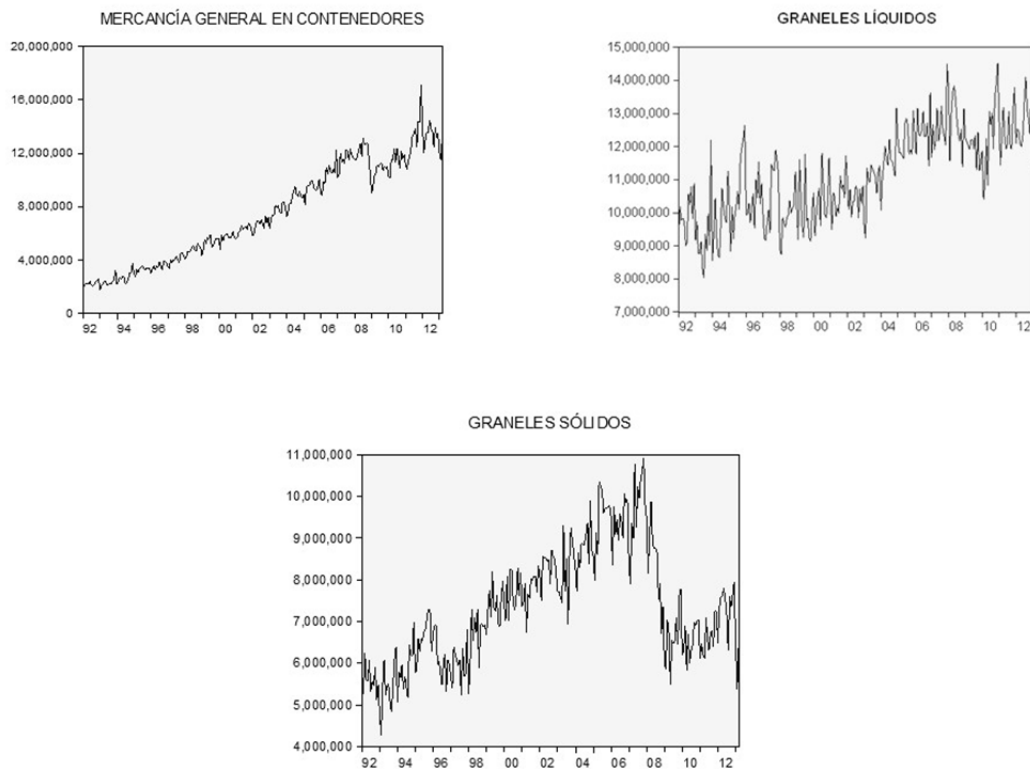


Figura 8.1: Evolución de las series después de aplicar una diferencia regular y una diferencia estacional sobre sus logaritmos.

El último método utilizado en esta fase de la investigación, el método de Kaplan, se aplica a aquellos datos en los que no se conoce la forma funcional que los ha generado. Su objetivo es determinar si existe evidencia de un mecanismo determinista subyacente, es decir, la hipótesis nula de este test es la linealidad estocástica del proceso.

Se considera que se verifica la hipótesis nula de linealidad si el valor del estadístico K , calculado para la serie original (K_{test}), es menor que los valores obtenidos para los modelos lineales generados, de los cuales, como medida resumen, se toma el valor más pequeño entre el mínimo (K_{min}) y la media menos dos desviaciones típicas (KS).

El test se realizó considerando distintas dimensiones de embebimiento (de 2 a 9) y $t = 1$ (tiempo de retardo). Además, el valor de ϵ se redujo a 80 por el número de datos considerados en la investigación. Asimismo, se llevó a cabo para distintos valores del retardo, la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ sin que el

resultado fuese sustancialmente diferente¹⁴¹. Los estadísticos media, mínimo, K y desviación típica se han calculado sobre un total de 30 réplicas de cada serie, considerando los mismos parámetros de retardo y dimensión de embebimiento que en la serie original.

Los resultados de cada método, así como los detalles más relevantes, pueden consultarse en el Anexo 8.C. En la tabla 8.5 se presenta un resumen de los resultados obtenidos de cada método al aplicarlo a cada una de las series.

Tabla 8.5: Resumen de los test de no linealidad

Test	Ho	S. Dif	ARMA(5,0)MA ₁₂	GARCH(2,0)	EGARCH(3,3)
Tráfico de Mercancía General en Contenedores					
Rachas	Aleatorio	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Keenan	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Tsay	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
White	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Teräsvirta	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
BDS	Lineal ^b	-	Rechaza	No rechaza	No rechaza
Kaplan	Lineal	Mixto	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Tráfico de Graneles Líquidos					
Test	Ho	S. Dif	ARMA(2)MA(1,2) ₁₂	GARCH(1,0)	EGARCH(0,1)
Rachas	Aleatorio	Rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Keenan	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Tsay	Lineal ^a	Rechaza	No rechaza	Rechaza	No rechaza
White	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Teräsvirta	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
BDS	Lineal ^b	-	Rechaza	No rechaza	No rechaza
Kaplan	Lineal	No rechaza	No rechaza	No rechaza	No rechaza
Tráfico de Graneles Sólidos					
Test	Ho	S. Dif	MA(0,1)MA(0,1) ₁₂	GARCH(0,1)	EGARCH(0,1)
Rachas	Aleatorio	Rechaza	No rechaza	-	-
Keenan	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	-	-
Tsay	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	-	-
White	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	-	-
Teräsvirta	Lineal ^a	No rechaza	No rechaza	-	-
BDS	Lineal ^b	-	No rechaza	-	-
Kaplan	Lineal	No rechaza	No rechaza	-	-

Nota: Ho: Hipótesis nula del test. ^a Lineales en la media. ^b El test BDS puede aplicarse como un test de linealidad una vez se ha eliminado la parte lineal de la serie. Mixto: no concluyente, debido a la diferencia de resultados obtenidos para las distintas dimensiones de embebimiento.

¹⁴¹ También se aplicó el método considerando los valores óptimos de retardo y dimensión de embebimiento, seleccionados por los métodos de la mínima información mutua y los falsos vecinos cercanos respectivamente.

8.4.2.1. Estudio de la Serie de Tráfico de Mercancía General en Contenedores

Para el caso de la serie del tráfico de mercancía general en contenedores, la mayoría de los contrastes utilizados en esta investigación no rechazan el posible carácter lineal de los datos. Sin embargo, el test más potente de todos los considerados, el BDS (Barnet 1997), indica la posible existencia de una dependencia en los datos, al obtener un p-valor menor que el valor de significación para todas las dimensiones de embebimiento y valores de proximidad considerados en el estudio (tabla 8.5, Anexo 8.C).

8.4.2.2. Estudio de la Serie de Tráfico de Graneles Líquidos

Los resultados del test BDS al aplicarlo a los residuos del modelo lineal, muestran indicios de dependencia en los datos, ya que el test rechaza en aproximadamente la mitad de los casos considerados, la hipótesis nula.

8.4.2.3. Estudio de la Serie de tráfico de Graneles Sólidos

Ninguno de los test aplicados, presentan indicios de no linealidad o dependencia en los datos ya que, todos los p-valores asociados a cada test mostraron un valor mayor que 0,05.

8.4.3. Modelización no lineal

Posteriormente, se aplicó el test del multiplicador de Lagrange (LM) para un modelo ARCH en las tres series, para comprobar si la no linealidad, que ha sido previamente detectada en dos de las series, está asociada a la existencia de heterocedasticidad. Los resultados de la serie del tráfico de mercancías general en contenedores, muestran un ligero indicio de heterocedasticidad en la serie, ya que, al considerar modelos ARCH de órdenes 1 y 2 los p-valores son menores que $0,10^{142}$. Asimismo, el test determina la presencia de heterocedasticidad en la serie del tráfico de graneles líquidos. En concreto, se rechaza la hipótesis nula al considerar modelos ARCH de órdenes 3 y 5¹⁴³. Finalmente, la serie del tráfico de graneles sólidos no ha mostrado indicios de no linealidad, por lo que es previsible esperar la existencia de una varianza constante no condicional en la serie. El test citado lo confirma, al obtenerse p-valores mayores que el nivel de significación para modelos ARCH de órdenes entre 1 y 5 inclusive.

¹⁴²En concreto son 0,0637 y 0,0861 para los órdenes uno y dos respectivamente.

¹⁴³Los valores fueron 0,0529; 0,1504; 0,0346; 0,090 y 0,0004 para los órdenes 1,2,3,4 y 5.

Tras detectar indicios de no linealidad en los datos de las series de mercancía general en contenedores, y tráfico de graneles líquidos y comprobar que la posible naturaleza de la misma, pueda deberse a la existencia de heterocedasticidad, el paso siguiente consiste en la aplicación de modelos no lineales multiplicativos, comenzando con modelos de la familia GARCH (Bollerslev, 1986). Los modelos óptimos seleccionados para la serie de tráfico de mercancía general en contenedores y tráfico de graneles líquidos atendiendo al criterio descrito anteriormente, corresponden con los modelos GARCH(2,0) y GARCH(1,0) respectivamente. Las magnitudes de los coeficientes y las principales características de cada uno de ellos, se recogen en el Anexo 8.B.

Los coeficientes y parámetros del modelo estimado, muestran un p valor asociado menor que el valor de significación, lo que implica que la variación en la serie Diferencia está influenciada por el comportamiento de la volatilidad en el período anterior y además, que se ha recogido con esta estimación de forma adecuada, la dependencia de los cuadrados en las funciones de autocorrelación simple y parcial, ya que todos los valores están prácticamente en torno a cero.

Los modelos EGARCH (Nelson, 1991), a diferencia de los modelos GARCH (Bollerslev, 1986), realizan la estimación de la varianza condicional considerando el signo de la innovación en el período anterior, por ello suelen ser buenos candidatos para estimar procesos financieros. Los modelos EGARCH elegidos para cada serie pueden consultarse en la tabla 8.3. Tras la aplicación de los modelos GARCH y EGARCH de cada serie, se estandarizaron los residuos obtenidos. Los histogramas así como los gráficos Qq de cada una de la serie, pueden consultarse en el Anexo 8A.

8.4.4. Análisis del comportamiento caótico

8.4.4.1. Análisis de la no linealidad

En el paso anterior se ha analizado y detectado, en su caso, la existencia de no linealidad en las series de mercancía general en contenedores y tráfico de graneles líquidos. Además, después de comprobar que la fuente de no linealidad podía deberse a la existencia de heterocedasticidad en las series, se han aplicado modelos de la familia ARCH para eliminar esta posible dependencia, del momento de orden dos. En esta sección se analiza, si la naturaleza de las series de los residuos de los modelos de las familia ARCH aplicados son deterministas y en particular, si es caótica. Las conclusiones extraídas de la aplicación de cada método, se muestran en la tabla 8.7.

8.4.4.4.1. Estudio de la no linealidad en las series GARCH y EGARCH

La no linealidad es una característica relevante, ya que es una condición necesaria, pero no suficiente, para encontrar evidencia de caos. Por ello, como paso previo a aplicar la ristra de métodos y contrastes de detección de caos, se determina la existencia de no linealidad remanente en los datos

8.4.4.4.2. Análisis de la serie de Tráfico de Contenedores

En el caso de la serie de tráfico de contenedores, los resultados obtenidos de la aplicación de los test y métodos descritos a los residuos estandarizados de los modelos GARCH y EGARCH, sugieren que no existe una evidencia clara de no linealidad en ambos modelos ya que, la mayoría de los test no aceptan esta hipótesis.

8.4.4.4.3. Análisis de la serie de Tráfico de Graneles Líquidos

Al igual que sucedía en la serie anterior, la gran mayoría de los contrastes utilizados aceptan la hipótesis de linealidad en los datos. Únicamente el test de Keenan rechaza la hipótesis nula, para el modelo GARCH (1,0).

8.4.4.2. Métodos de detección caótica

8.4.4.2.1 La Dimensión de la Correlación

El siguiente paso es el cálculo de la dimensión de correlación (CD). Esta magnitud, se considera una medida de la complejidad de un sistema dinámico y permite distinguir, un sistema determinista de uno estocástico (Grassberger y Procaccia, 1983); En los sistemas deterministas, se observa que la CD tiende a un punto fijo o punto de saturación, mientras que en los sistemas estocásticos, aumenta al variar la dimensión de embebimiento. Además, el teorema de los residuos de Brock (1983) establece que los residuos de un proceso finito AR, tienen la misma dimensión que la serie original, es decir, que la dimensión de correlación debería ser invariante ante dichas transformaciones.

Para cuantificar el grado de complejidad generado por las series de tráfico consideradas, se calcula el valor del CD en todos los modelos descritos de cada serie, considerando diferentes dimensiones de embebimiento ($m=1, 2, \dots, 6$) y el valor óptimo del tiempo de retardo, según el criterio de la mínima información mutua (Fraser y Swinney, 1986). Las dimensiones de correlación obtenidas se muestran en el Anexo 8.D.

Al observar los resultados obtenidos de la CD, para cada una de las series de los modelos aplicados, se desvela que en general, la dimensión de correlación aumenta al incrementar la dimensión de embebimiento, no tendiendo aparentemente en ningún momento a un punto de saturación. El conjunto de resultados obtenidos, proporciona suficientes indicios para concluir que no existe un atractor extraño y que en el caso de que exista, no es de una dimensión baja.

8.4.4.2.2. Cálculo del exponente de Lyapunov

Los exponentes de Lyapunov determinan la sensibilidad a las condiciones iniciales, una característica definitoria del caos determinístico. Para ello se calculan la tasa media de divergencia (correspondiente con un valor positivo) o convergencia (correspondiente con un valor negativo) de dos trayectorias cercanas, cuyas condiciones iniciales únicamente difieren en una cantidad infinitesimal.

Durante las últimas décadas, se han definido una gran cantidad de métodos para calcular el exponente de Lyapunov. Atendiendo a la metodología que aplican pueden agruparse en dos corrientes bien diferenciadas; La primera de ellas corresponde a los denominados métodos directos, inicialmente propuestos por Hahn (1963), utilizan directamente los datos, midiendo empíricamente todas las órbitas generadas a partir de puntos que difieren inicialmente en una cantidad infinitesimal. Se ha comprobado que en condiciones ideales (Brock, 1986; Eckmann y Ruelle, 1992), con infinitos datos y sin que las series estén afectadas por algún factor exógeno (ruido), el valor proporcionado converge al verdadero valor del exponente máximo de Lyapunov. Ejemplos de los métodos más utilizados y que pueden clasificarse en esta categoría, son el método de Wolf (1985) y el de Kantz (1994).

La segunda corriente se apoya en la utilización de métodos indirectos, para estimar la tasa de divergencia del sistema subyacente. En un primer momento, la estimación de la matriz Jacobiana se realizó mediante modelos lineales, pero actualmente se ha evolucionado hacia modelos no lineales, como las redes neuronales. Algunos de los métodos que pueden englobarse en esta categoría son, por ejemplo, el de Gencay y Dechert (1992) o el de Eckmann y Roulle (1996).

En esta investigación se utiliza el método propuesto por Eckmann y Roulle (1996), cuya principal ventaja es ser capaz de lidiar eficazmente, con el ruido que los sistemas puedan presentar (Eckmann, 1996). Además, mediante la utilización del teorema central del límite y un proceso de cadenas de Markov, se ha demostrado que converge asintóticamente a la distribución normal (Shintani y Linton, 2004).

Para generar el mapa F de la serie temporal y los parámetros (L, m, q) de la red neuronal, se ha utilizado el procedimiento sugerido por BenSaïda y Litimi (2013). Los resultados obtenidos tras la aplicación del test, a cada una de las series, se muestran en el Anexo 8.D. El valor del exponente obtenido es negativo en todos los

casos, por lo que se rechaza la hipótesis de un componente caótico. Sin embargo, la no aceptación de caos de baja dimensión no excluye la existencia de caos en dimensiones altas (Dechert, 1988).

8.4.2.2.3. Método 0/1

Gottwald y Melbourne (2004) propusieron un nuevo método para la detección del caos que proporciona un valor cercano a 0 ó a 1, siendo la interpretación del resultado relativamente sencilla, ya que los valores cercanos a 0 indican existencia de aleatoriedad y por el contrario, los valores cercanos a 1 existencia de o bien un comportamiento caótico o bien la presencia de ruido en la serie. Debido a los problemas que presentaba, desde su publicación, el método ha sufrido algunos cambios y en el último artículo publicado por sus autores, se describe una metodología modificada y mejorada en relación con su ejecución. Sin embargo, no se ha demostrado si con los nuevos cambios, se ha conseguido paliar los problemas de sensibilidad al ruido.

En esta investigación, se ha seguido el procedimiento descrito por los autores del método (Gottwald y Melbourne, 2009). El método se ha replicado un total de 6000 veces, tomándose la mediana de todas las realizaciones. De esta forma, al emplear varias frecuencias, se aumenta el grado de robustez del test. Los resultados del exponente 0/1 para todas las series, se muestran en el Anexo 8.D. Los resultados obtenidos son en todos los casos, cercanos a 1 aunque no puede afirmarse, con seguridad, que la serie tenga un componente caótico ya que el resultado, puede deberse a la existencia de ruido.

8.4.2.2.4. Estudio de la persistencia

El coeficiente de Hurst determina la existencia de persistencia o no-persistencia en una serie temporal. En esta investigación se ha obtenido su valor mediante el algoritmo del rango escalado (R/S). El resultado de este test es un número (H) entre 0 y 1 y su interpretación es sencilla: si su valor es menor que 0,5 se considera que la serie es antipersistente, si su valor es 0,5 las series son estocásticas y si es mayor que 0,5 las series son persistentes o presentan memoria a largo plazo. Hay que tener en cuenta que el exponente puede estar sesgado, si la serie temporal presenta dependencia lineal (Lo, 1991), por lo que se hace necesario eliminar esta posible dependencia. Consecuentemente, se calcula el exponente en las series descritas. Los resultados obtenidos para el exponente, así como para la desviación típica, se detallan en el Anexo 8.D.

Los resultados obtenidos indican que el coeficiente de Hurst es mayor que 0,5 para la mayoría de las series de los residuos de los modelos heterocedásticos. Únicamente es menor que 0,5 en el caso de dos series, la del modelo EGARCH(2,2)

para el tráfico general de mercancías en contenedores ($H=0,4555$) y para la serie de los residuos estandarizados del modelo GARCH (1,0) del tráfico de graneles líquidos ($H=0,4881$). Por todo ello, parece existir indicios de la existencia de dependencias a largo plazo en las series. Es decir, las series presentarían cierta propensión a que las tendencias continúen a lo largo del tiempo.

Tabla 8.6: Resultado de los métodos de comportamiento caótico

Método	H_0	Conclusión
Tráfico de contenedores		
CD	-	Si existe un atractor debe ser de alta dimensión.
Lyapunov	Caos	$p < 0,05$. Se rechaza H_0
0/1	-	Ambas series tienen ruido o un comportamiento caótico
Hurst	-	Las series son estocásticas
Matilla-García	Determinismo	Rechaza H_0 ($p < 0,05$)
Recurrencia	-	Ningún gráfico muestra líneas paralelas a la diagonal. Parece aleatorio para ambas series
Tráfico de Graneles líquidos		
CD	-	Si existe un atractor debe ser de alta dimensión.
Lyapunov	Caos	$p < 0,05$. Se rechaza H_0^*
0/1	-	Ambas series tienen ruido o un comportamiento caótico
Hurst	-	Las serie GARCH puede presentar memoria a largo plazo, la serie EGARCH es estocástica
Matilla-García	Determinismo	Rechaza H_0 para modelo EGARCH ($p < 0,05$)
Recurrencia	-	Ningún gráfico muestra líneas paralelas a la diagonal

Los resultados obtenidos indican que el coeficiente de Hurst es mayor que 0,5 para la mayoría de las series de los residuos de los modelos heterocedásticos. Únicamente es menor que 0,5 en el caso de dos series, la del modelo EGARCH(2,2) para el tráfico general de mercancías en contenedores ($H=0,4555$) y para la serie de los residuos estandarizados del modelo GARCH (1,0) del tráfico de graneles líquidos ($H=0,4881$). Por todo ello, parece existir indicios de la existencia de dependencias a largo plazo en las series. Es decir, las series presentarían cierta propensión a que las tendencias continúen a lo largo del tiempo.

Sin embargo, las conclusiones citadas deben tomarse con cierta precaución ya que, no debe olvidarse, que varios autores han criticado este método, por el cúmulo de debilidades que presenta: (i) puede estar sesgado ya que se basa en estadísticos que no son robustos (desviación típica, rango); (ii) Es sensible a los outliers o valores atípicos, y (iii) La interpretación del coeficiente es válida para muestras infinitas. Además, se ha demostrado de forma teórica (Bassler, 2006), que existen series en las que se obtiene un valor del coeficiente de Hurst superior a 0,5, sin que ello implique la existencia de persistencia o memoria a largo plazo en las series.

8.4.2.2.5. Test Matilla-Garcia et al.

Otro test que se ha aplicado es el de Matilla-García et al. (2010). Este test tiene la cualidad, de no necesitar reconstruir el atractor del sistema como paso previo y de esta forma, el análisis se hace directamente, utilizando los datos. Para realizar el proceso se calculan, en primer lugar, los valores de la entropía de permutación, para después realizar una regresión lineal con los valores obtenidos. La pendiente de la recta se asocia con el grado de complejidad de la serie, de tal forma que si su valor es nulo, la serie tendrá un comportamiento determinista, mientras que en el caso contrario la serie es estocástica. Esta determinación tiene su origen en que en las series deterministas, a diferencia de las estocásticas, la complejidad no aumenta al incrementarse el número de símbolos, una vez alcanzado el punto de saturación.

Para realizar el test, los parámetros se fijaron como $m=4$, $k=2$ y $w=12$. Los coeficientes obtenidos, para todas las series, que se muestran en el Anexo 6.D son significativamente mayores que cero, por lo que se rechaza la hipótesis nula de existencia de determinismo en todas las series.

8.4.2.2.6. Gráficos de Recurrencia

Los gráficos de recurrencia están compuestos por un conjunto de puntos en un cuadrado de dimensión $M \times M$, donde los ejes o los lados del cuadrado (M), representan la secuencia cronológica de los vectores en el espacio reconstruido. Los patrones uniformes y no identificados están asociados con la presencia de aleatoriedad, mientras que, por el contrario, el grado de estructura presente se asocia con un patrón determinista. Además, los puntos que se encuentran por encima de la diagonal principal, representan la distancia entre el mismo vector y cada vector embebido en el espacio de fases y por tanto, segmentos paralelos a la diagonal indicarían un comportamiento caótico (Barkoulas, 2012).

Los gráficos de recurrencia para las distintas series consideradas, se muestran en las figuras 4.3, 4.4 y 4.5. Para su elaboración, a pesar de que se haya demostrado que el valor del retardo no influye en el patrón observado en los gráficos de recurrencia, se han considerado los valores óptimos de los dos parámetros, m (dimensión de embebimiento) y t (el retardo considerado), como ya se ha descrito previamente (Fraser y Swinney, 1986; Kennel et al., 1992). Asimismo, se ha elegido la distancia euclídea y el punto de corte del radio (ϵ) viene definido como un 10% de la distancia máxima, entre todos los puntos del espacio de fase reconstruido (Zbilut, 1992).

En la figuras 8.3.A y 8.3.B, se representan, para el caso del tráfico general de mercancías de contenedores, los cuatro gráficos de recurrencia de la series de los residuos correspondientes, respectivamente, a las diferencias regular y estacional,

al modelo SARIMA y a los dos modelos de heterocedasticidad utilizados. Como puede observarse, existen líneas paralelas a la diagonal de la misma longitud, especialmente en el caso de los modelos GARCH y EGARCH, sugiriendo la existencia de un patrón de periodicidad.

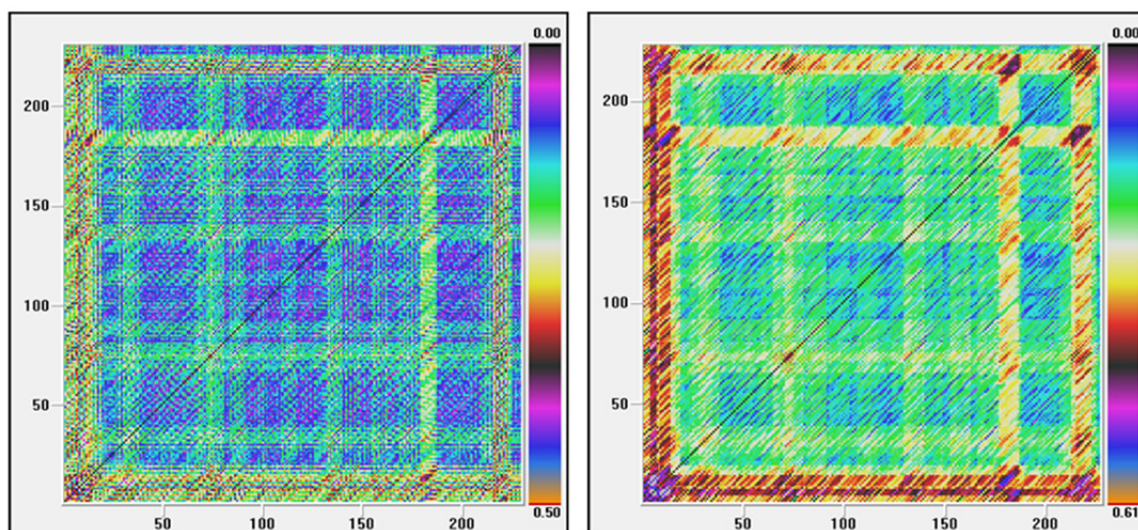


Figura 8.3.A: Gráficos de recurrencia para las dos series correspondientes a las diferencias regular y estacional y al modelo SARIMA, para el tráfico de mercancías en contenedores.

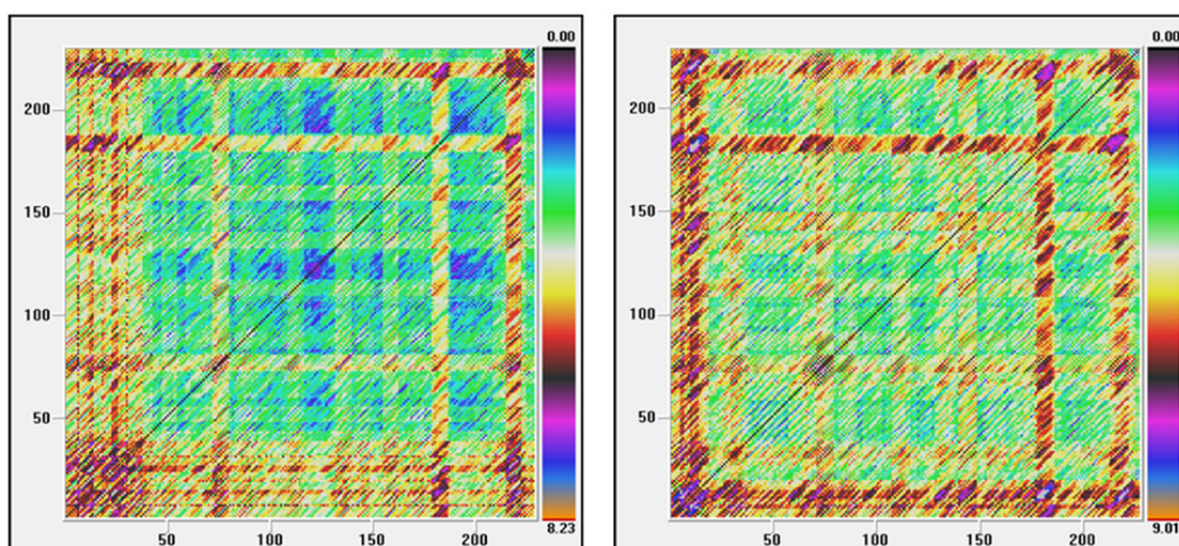


Figura 8.3.B: Gráficos de recurrencia para las series GARCH y EGARCH correspondientes al caso del tráfico de mercancías en contenedores

Los Gráficos de recurrencia para las cuatro series correspondientes al tráfico de graneles líquidos se muestran en las figuras 8.4.A y 8.4.B. Una vez más, en los gráficos de las series de los residuos de los dos modelos de varianza condicional,

se observa la existencia de un patrón de periodicidad. Asimismo, se observan varias líneas verticales al principio del gráfico, coincidiendo con los periodos de cambios pronunciados en la tendencia de la serie original.

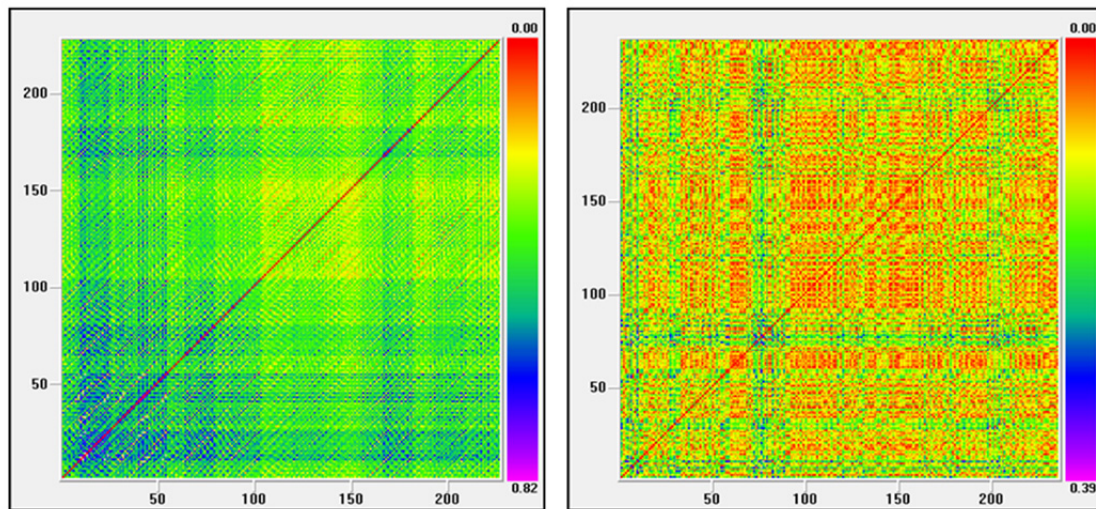


Figura 8.4.A: Gráficos de recurrencia para las dos series correspondientes a las diferencias regular y estacional y al modelo SARIMA del tráfico de graneles líquidos.

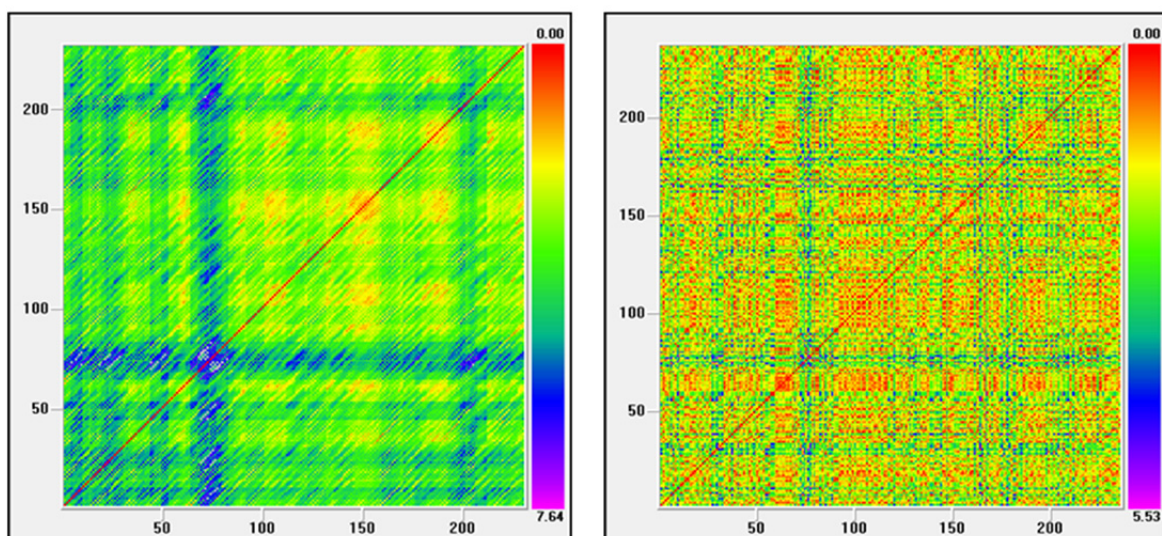


Figura 8.4.B: Gráficos de recurrencia correspondientes a las series GARCH y EGARCH para el tráfico de graneles líquidos.

Finalmente, se han representado para el caso del tráfico de graneles sólidos, los gráficos de recurrencia correspondientes a los residuos de los cuatro modelos estimados (figuras 8.5.A y 8.5.B). En los gráficos, se observa una distribución heterogénea de puntos, sugiriendo la existencia de un comportamiento estocástico. Al igual que ocurría para el tráfico de los graneles líquidos, se observan líneas verticales al principio y final de la serie, debiéndose estas últimas probablemente a la crisis actual.

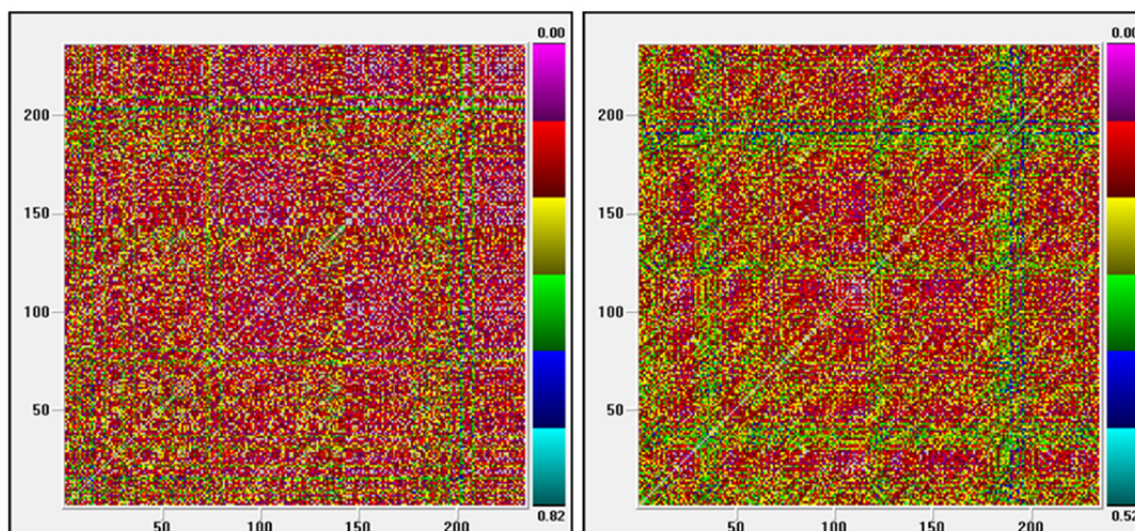


Figura 8.5.A: Gráficos de recurrencia para las series de las diferencias regular y estacional y del modelo SARIMA correspondientes al tráfico de graneles sólidos

8.5. Conclusiones

En esta investigación, se ha analizado de forma integral, la existencia de no linealidad y de caos en las series mensuales de la demanda de transporte marítimo de mercancías, en los puertos españoles. En concreto se estudian las series correspondiente al tráfico portuario de transporte de mercancías en contenedores, graneles líquidos, y graneles sólidos. La utilización de una extensa batería de contrastes, que incluye a los test más recientes y de mayor potencia, nos permite dotar de altas dosis de fiabilidad y verosimilitud a los resultados obtenidos y extraer un conjunto de conclusiones relevantes y robustas, sobre las cuestiones que son objeto de esta investigación. Los resultados obtenidos sugieren la existencia de un componente no lineal, en las series del tráfico de mercancías en contenedores y graneles líquidos, que podría ser compatible con la existencia de heterocedasticidad. Asimismo, no parece detectarse evidencias de la existencia de un comportamiento caótico, en las tres series de tráfico marítimo analizadas.

Estos resultados coinciden con los obtenidos por Inglada-Pérez (2010), únicamente para el caso de la serie de tráfico de graneles sólidos, ya que en esta última investigación se concluye que las tres series siguen un modelo lineal. Es probable que esta discrepancias se deba a que las dos investigaciones difieren tanto en el periodo muestral, como en la metodología empleada. En Inglada-Pérez (2010) la muestra considerada es de menor tamaño y concretamente, no recoge la crisis económica actual. Asimismo, dentro de la metodología que utiliza dicha investigación, se suprimen los outliers más significativos durante la etapa de segregación del componente lineal de las series, I, mientras que en este estudio,

para eliminar la dependencia lineal, se ha aplicado una metodología alternativa respaldada por otros autores (Barkoulas, 2012), y en general, se ha utilizado un conjunto más amplio de métodos y de test, caracterizados además por tener una mayor potencia estadística para la detección de la existencia de no linealidad y dinámica caótica en las series analizadas.

Las conclusiones obtenidas sobre la dinámica existente en las tres series temporales de tráfico en los puertos españoles por tipo de mercancía, son particularmente relevantes dentro del ámbito de la gestión de las actividades portuarias, así como para los diversos agentes que intervienen en la operación del transporte marítimo. Asimismo, los resultados obtenidos presentan interés para la planificación de las futuras inversiones en el sistema portuario, ya que para diseñar un plan de actuaciones en infraestructuras portuarias, es necesario disponer de predicciones precisas sobre la evolución futura del tráfico marítimo.

Entre las limitaciones de este trabajo, cabe citar el relativamente bajo número de datos utilizados, que podría afectar a los resultados obtenidos en algunos de los test aplicados.

Como futuras investigaciones que complementen este estudio, se plantea la comparación de las predicciones del tráfico portuario obtenidas con varios métodos: por ejemplo, (i) modelos ARIMA estacionales (SARIMA) con análisis de intervención, (ii) modelos GARCH, en el caso de haberse detectado comportamiento no lineal debido a la presencia de heterocedasticidad, y finalmente, (iii) modelos de redes neuronales. Otras líneas de investigación futuras consisten en la aplicación de la metodología empleada en este trabajo a otras series de tráfico marítimo, como son el tráfico de pasajeros o el tráfico de puertos específicos, así como a las series de tráfico marítimo de otros países. Alternativamente, también se plantea ampliar el periodo muestral de los datos, para aumentar la fiabilidad de los resultados obtenidos.

Bibliografía

Akaike, H. (1974): "A new look at the statistical model identification. *Automatic Control*", *IEEE Transactions on*, 19(6), 716-723.

Adrangi, B., Chatrath, A. y Raffiee, K. (2001): "The demand for U.S. air transport service: A chaos and nonlinearity investigation". *Transportation Research E*, 37(5), 337-353.

Barkoulas J.T., Chakraborty A. y Ouandlous A (2012): "A metric and topological analysis of determinism in the crude oil spot market", *Energy Economics*, 34(2), 584-591.

Barnett W. et al., (1997): "A single blind controlled competition among tests for nonlinearity and chaos", *Journal of Econometrics*, 82(1), 157-192.

Bollerslev, T. (1986): "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity", *Journal of Econometrics* 31, 307-327.

Box, G. y Jenkins, G. (1970): *Time series analysis: Forecasting and control*, San Francisco: Holden-Day.

Box G.E.P. y Jenkins G.M. (1976): "Time series analysis: forecasting and control" Holden-Day, San Francisco.

Brock, W. A., Dechert, W. D. y Scheinkman, J. (1987): A test for independence based on the correlation dimension. Department of Economics, University of Wisconsin, University of Houston and University of Chicago *Wisconsin, University of Houston and University of Chicago*.

Brock, W.A. y Sayers, C.L. (1988): "Is the business cycle characterized by deterministic chaos?" *Journal of Monetary Economics*, 22 (1), 71-90.

Brock, W. A., Hsieh, D. A., y LeBaron, B. D. (1991): *Nonlinear dynamics, chaos, and instability: statistical theory and economic evidence*. MIT press.

Chen S. H. y Chen J. N. (2010): "Forecasting container throughputs at ports using genetic programming", *Expert Systems with Applications*, 37(3), 2054-2058.

Dickey, D. y Fuller, W. (1979): "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root", *Journal of the American Statistical Association*, 74, 426-431.

Eckmann J.P., Kamphorst S.O. y Ruelle D., (1987): "Recurrence Plots of Dynamical Systems", *Europhysics Letters*, 4(9), pp. 973-977.

Eurostat (2014): "Maritime ports freight and passenger statistics" http://epp.eurostat.ec.europa.eu/statistics_explained/index.php/Maritime_ports_freight_and_passenger_statistics

Fang, H., Lai, K. S., y Lai, M. (1994): "Fractal structure in currency futures price dynamics ". *The Journal of Futures Markets*, 14, 169-181.

Frazier, C. y Kockelman, K.M. (2004): "Chaos Theory and Transportation Systems: An Instructional Example", *Transportation Research Record*, No. 1897, 9-17.

Gencay, R., y Dechert, W. D. (1992): "An algorithm for the n Lyapunov exponents of an n dimensional unknown dynamical system", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 59(1), 142-157.

Gottwald G.A. y I. Melbourne, (2004): "A new test for chaos in deterministic systems", *Proceedings of The Royal Society of London A*, 460 (2042), 603-611.

Goulielmos, A. y Kaselimi E. (2011): "A non-linear forecasting of container traffic: the case-study of the Port of Piraeus, 1973-2008", *International Journal of Shipping and Transport Logistics*, Vol.3, No.1, 72- 99.

Grassberger P. y Procaccia, I., (1984): "Dimensions y entropies of strange attractors from a fluctuating dynamics approach", *Physica* 13D, pp. 34-54.

Jarque, C. M., y Bera, A. K. (1987): "A test for normality of observations and regression residuals", *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, 163-172.

Hahn, W., Hosenthien, H. H., y Lehnigk, H. (1963): *Theory and application of Liapunov's direct method* (pp. 35-39). Englewood Cliffs: prentice-hall.

Hurst H.E. (1951): "Long-term Storage of Reservoirs". *Transactions of the American Society of Civil Engineers* 166.

Inglada-Pérez, L. (2010): "The demand for maritime transport: a nonlinearity and chaos study". En *Essays on port economics*, 73-92. Eds. P. Coto-Millán, M.A. Pesquera y J. Castanedo. Springer Verlag, Heidelberg.

IMO (2012): *International Shipping Facts and Figures - Information Resources on Trade, Safety, Security*, International Maritime Organization. Disponible en: <http://www.imo.org/KnowledgeCentre/ShipsAndShippingFactsAndFigures/TheRoleandImportanceofInternationalShipping/Documents/International%20Shipping%20-%20Facts%20and%20Figures.pdf>

Kantz, H. (1994): "A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of a time series", *Physics letters A*, 185(1), 77-87.

Kaplan, D. T. (1994): "Exceptional events as evidence for determinism", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 73(1), 38-48.

Keenan, D. M., (1985): "A Tukey nonadditivity-type test for time series non-Linearity". *Biometrika* 72, 39-44.

Kwiatkowski D., Phillips P. C. B., Schmidt P., and Shin Y., (1992): Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root. *Journal of Econometrics* 54, 159-178.

Lam, W., Ng, P., Seabrooke, W. y Hui, E. (2004): "Forecasts and reliability analysis of port cargo throughput in Hong Kong", *Journal of Planning Development*, 130(3), 133-144.

MacKinnon, J. G. (1996): "Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests", *Journal of Applied Econometrics* 11, 601-18

Mostafa M.M. (2004): "Forecasting the Suez Canal traffic: a neural network analysis", *Maritime Policy and Management*, 31(2), 139-156.

Nelson, D. B. (1991): "Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach", *Econometrica*, 59, 347-370.

Panas E. y Ninni V., (2000): "Are oil markets chaotic? A nonlinear dynamic analysis", *Energy Economics*. 22, 549-568.

Peng, W.Y. y Chu, C.W. (2009): "A comparison of univariate methods for forecasting container throughput volumes", *Mathematical and Computer Modelling*, 50, 1045-1057.

Phillips P. C. B. y Perron P. (1988): "Testing for Unit Roots in Time Series Regression," *Biometrika*, 75, 335-346.

Remus, W. y O'Connor, M. (2001): "Neural Networks for Time-Series Forecasting". En *Principles of Forecasting*, 245-256. Editors: J. Scott Armstrong, Springer.

Shang P., Li, X. y Kamae, S. (2005): "Chaotic analysis of traffic time series", *Chaos, Solitons and Fractals*, 25, 121-128.

Shintani, M. and Linton, O., (2004): "Nonparametric neural network estimation of Lyapunov exponents and a direct test for chaos". *Journal of Econometrics*, 120, 1-33.

Schwarz, G. (1978): "Estimating the dimension of a model", *The annals of statistics*", 6(2), 461-464.

Tsay. Ruey S., (1986): "Nonlinearity tests for time series", *Biometrika* 73, 2, 461-466.

Teräsvirta T., Lin C. F., y Granger C. W. J., (1993): "Power of the Neural Network Linearity Test", *Journal of Time Series Analysis* 14, 209-220.

UNCTAD (2013): Review of Maritime Transport 2013, United Nations Conference on Trade and Development. Geneva, Switzerland.

Wald, A., y Wolfowitz, J. (1940): "On a test whether two samples are from the same population", *The Annals of Mathematical Statistics*, 11(2), 147-162.

Washington, S.P., Karlaftis, M.G. y Mannering, F.L. (2003): "*Statistical and Econometric Methods for Transportation Data Analysis*", Chapman and Hall/CRC Press, Boca Raton, Florida.

White H., (1989): "An additional hidden unit test for neglected nonlinearity in multilayer feedforward networks". Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, IEEE Press, New York, II. 451-455.

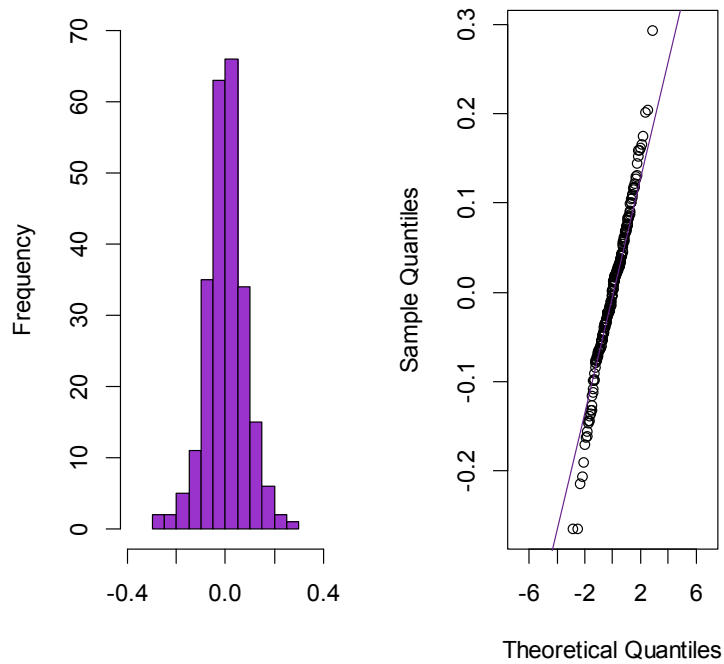
Zbilut, J. P., y Webber Jr, C. L. (1992): "Embeddings and delays as derived from quantification of recurrence plots", *Physics letters A*, 171(3), 199-203.

ANEXOS

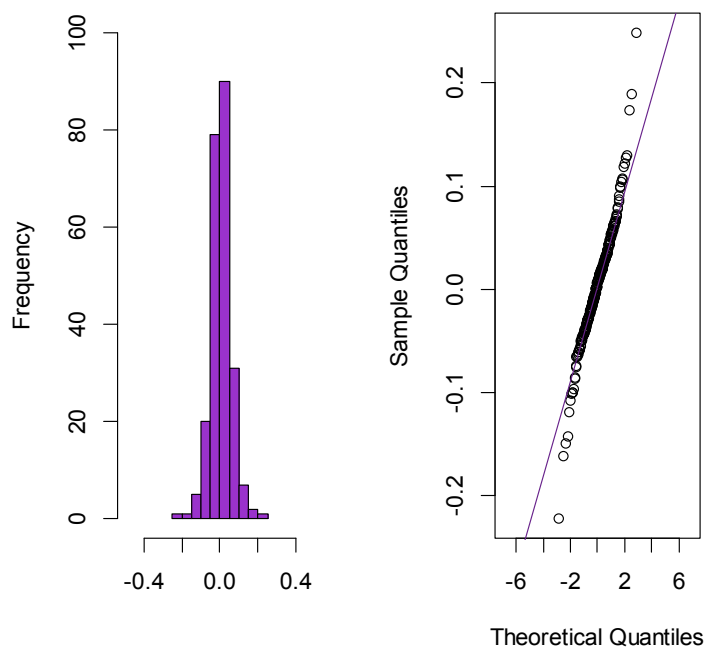
Anexo 8.A: Histogramas y Gráficos Qq

8.A.1. Tráfico General de Mercancías en Contenedores

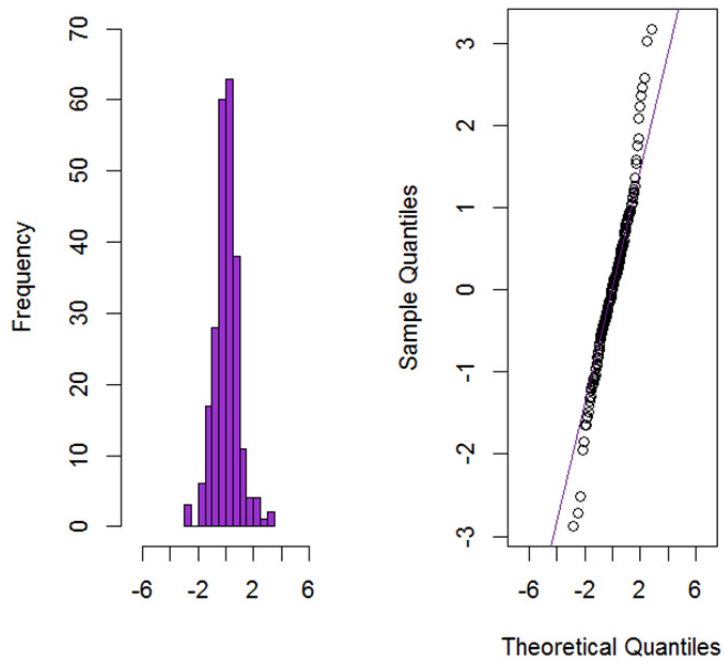
8.A.1.1. Serie Diferencia



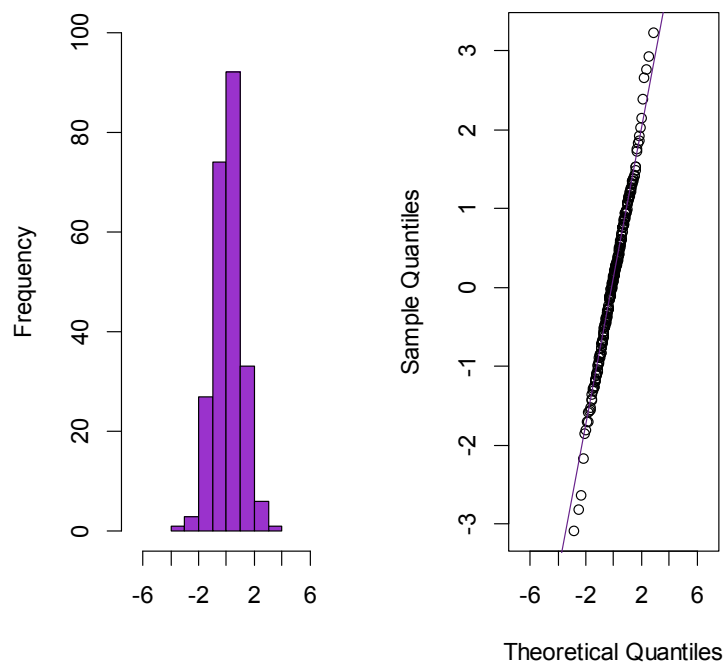
8.A.1.2. Modelo lineal



8.A.1.3. Modelo GARCH

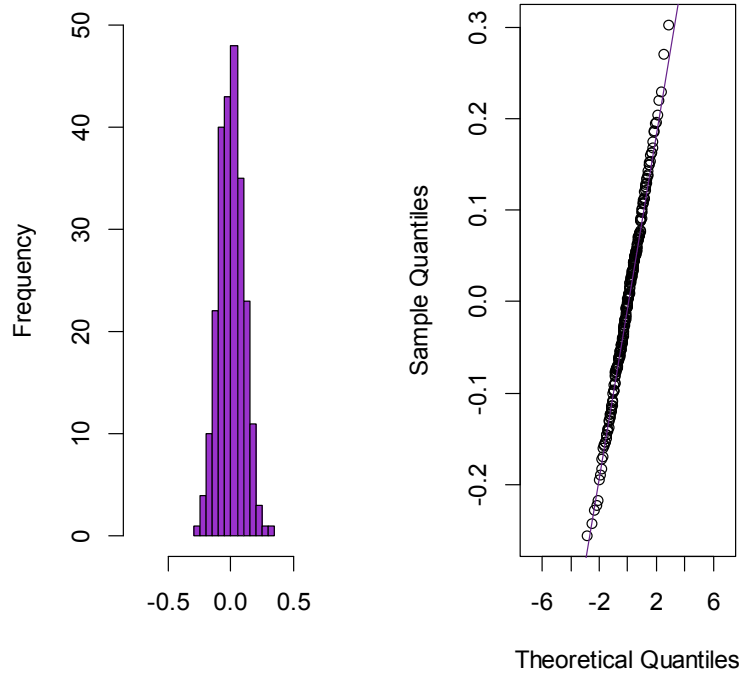


8.A.1.4. Modelo EGARCH

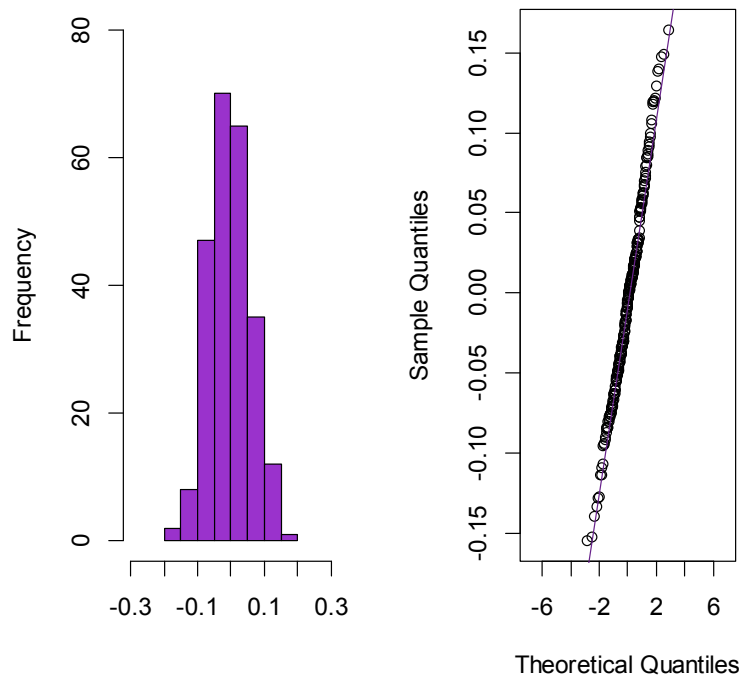


8.A.2. Tráfico de Gráneles Líquidos

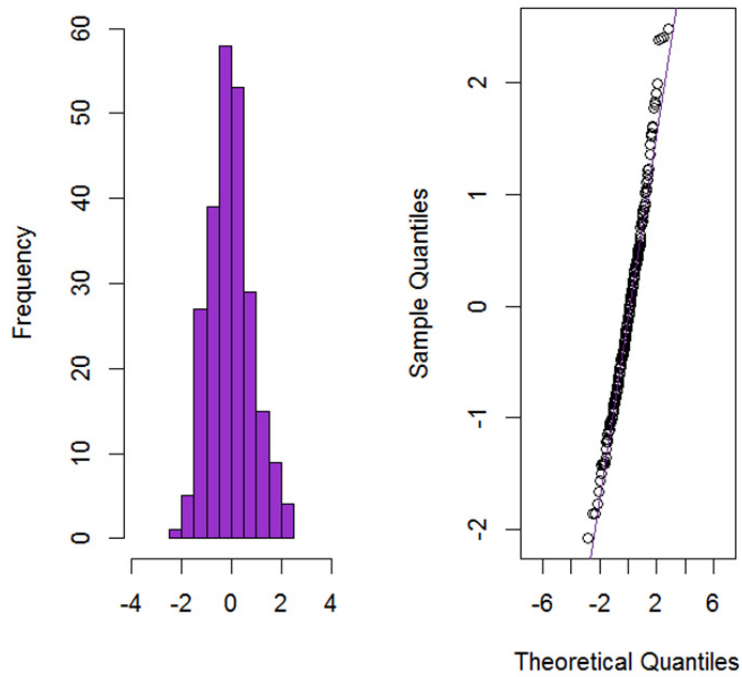
8.A.2.1. Serie Diferencia



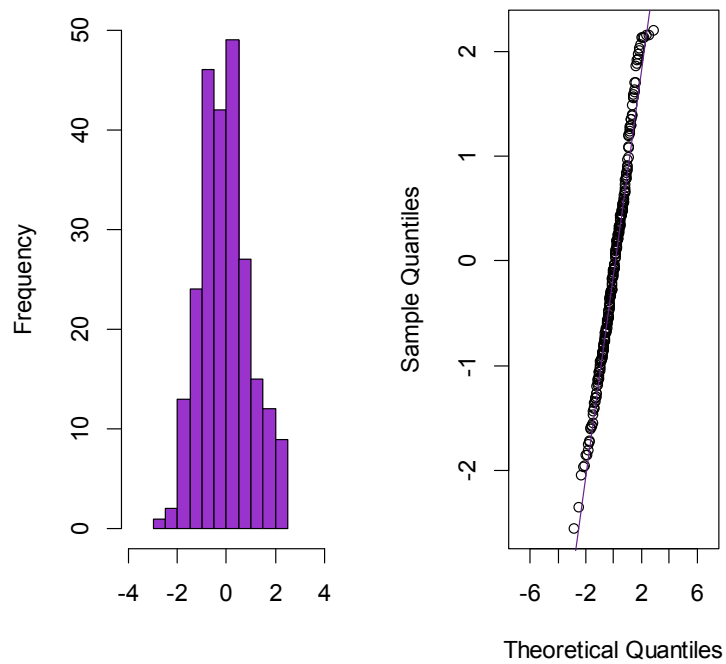
8.A.2.2. Modelo lineal



8.A.2.3. Modelo GARCH

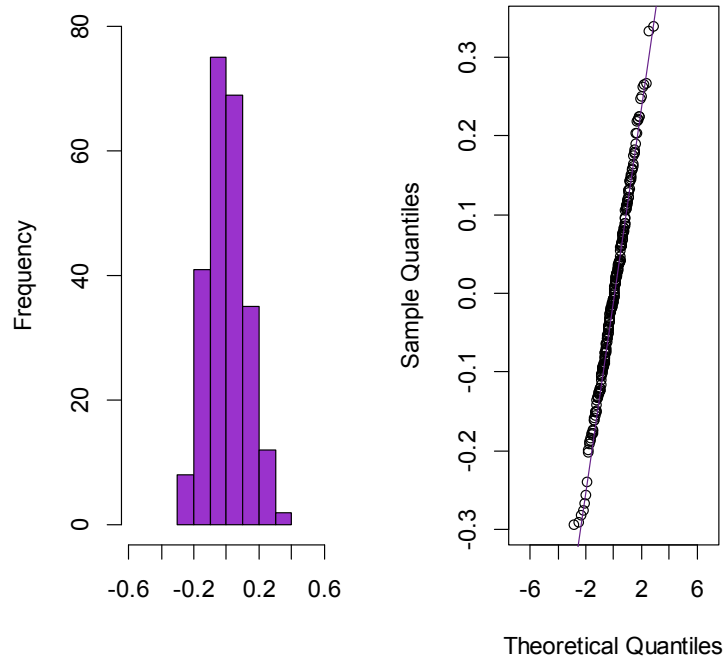


8.A.2.4. Modelo EGARCH

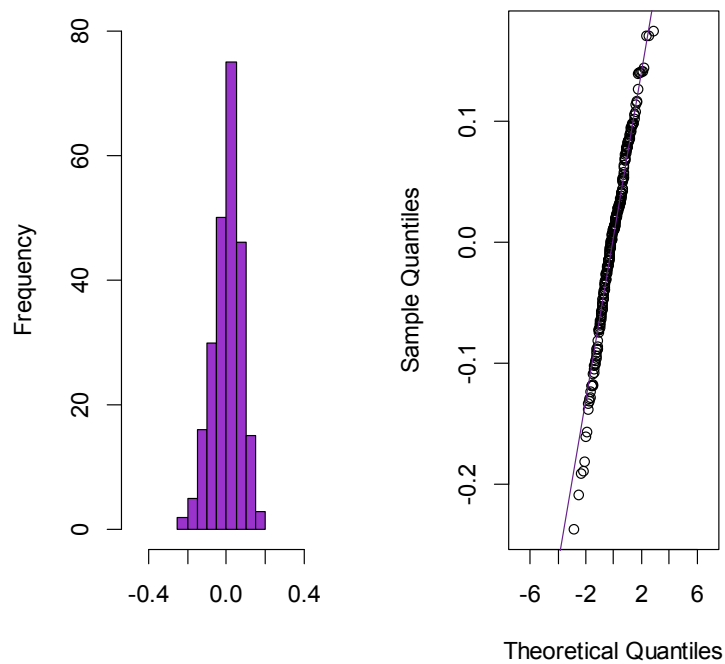


8.A.3. Tráfico de Graneles Sólidos

8.A.3.1. Serie Diferencia



8.A.3.2. Modelo lineal



Anexo 8.B: Detalles de los Modelos Aplicados a la serie

8.B.1. Tráfico de Mercancía General en Contenedores

8.B.1.1. Modelo Lineal

Tabla 8.B.1: Modelo para la serie de Mercancía General Contenedores

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	-0,0007	0,0003	-2,5268	0,0122
AR(1)	-0,4852	0,0628	-7,7211	0,0000
AR(2)	-0,2628	0,0684	-3,8392	0,0002
AR(3)	-0,1820	0,0687	-2,6489	0,0086
AR(4)	-0,1459	0,0673	-2,1677	0,0312
AR(5)	-0,2283	0,0608	-3,7539	0,0002
MA(12)	-0,9470	0,0130	-72,746	0,0000

8.B.1.2. Modelo GARCH

Tabla 8.B.2: Modelo para la serie de Mercancía General Contenedores

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	0,0036	0,0003	11,4297	0,0000
RESID(-1)^2	0,2028	0,0698	2,9039	0,0037
RESID(-2)^2	0,0314	0,0541	0,5797	0,5621

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior

8.B.1.3. Modelo EGARCH

Tabla 8.B.3: Modelo para la serie de Mercancía General Contenedores

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C(8)	-11,3782	1,0037	-11,3364	0,0000
C(9)	0,5724	0,1322	4,3289	0,0000
C(10)	0,3945	0,1795	2,1982	0,0279
C(11)	0,1673	0,1985	0,8426	0,3994
C(12)	0,0503	0,0562	0,8947	0,3710
C(13)	-0,0704	0,0883	-0,7971	0,4254
C(14)	0,0925	0,0954	0,9702	0,3320
C(15)	-0,7652	0,1002	-7,6391	0,0000

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección de más arriba

8.B.2. Tráfico de Graneles Líquidos

8.B.2.1. Modelo Lineal

Tabla 8.B.4: Modelo para la serie de Tráfico de Graneles Líquidos

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	-6,74E-06	0,0001	-0,0547	0,9564
AR(1)	0,2749	0,0714	3,8503	0,0002
AR(2)	0,1248	0,0703	1,7737	0,0774
MA(1)	-0,9024	0,0372	-24,2905	0,0000
SMA(12)	-0,9300	0,0191	-48,7294	0,0000

8.B.2.2. Modelo GARCH

Tabla 8.B.5: Modelo para la serie Tráfico de Graneles de Líquidos

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	0,0053	0,0006	9,3423	0,0000
RESID(-1)^2	0,1297	0,0560	2,3149	0,0206

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

8.B.2.3. Modelo EGARCH

Tabla 8.B.6: Modelo para la serie de Tráfico de Graneles Líquidos

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C(6)	-0,2776	0,1835	-1,5134	0,1302
C(7)	-0,0860	0,0472	-1,8229	0,0683
C(8)	0,9521	0,0323	29,4692	0,0000

El modelo lineal empleado previamente se ha presentado en la sección anterior.

8.B.3. Tráfico de Graneles Sólidos

8.B.3.1. Modelo Lineal

Tabla 8.B.7: Modelo para la serie Tráfico de Graneles Sólidos

	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico T	P-valor
C	-0,0006	0,0004	-1,6228	0,1060
MA(1)	-0,5730	0,0532	-10,7718	0,0000
SMA(12)	-0,9282	0,0160	-57,857	0,0000

Anexo 8.C: Resultados de los test de Aleatoriedad y No Linealidad

8.C.1. Resultados de los test de aleatoriedad y no linealidad

Tabla 8.C.1: Test de aleatoriedad y no linealidad (Contenedores y Líquidos)

Tráfico de Mercancía General en Contenedores.

Test	S. Dif	ARMA(5,0)MA(12)	GARCH(2,0)	EGARCH(3,3)
Rachas	165 3,03E-008	132 0,1037	125 0,4740	0,3974
Keenan	0,8792 ^[12] 0,3494	1,9613 ^[0] 0,1627	0,0033 ^[0] 0,9540	1,1614 ^[0] 0,2823
Tsay	1,573^[12] 0,0103	1,6480 ^[0] 0,1791	3,4070^[0] 0,0184	0,4055 ^[0] 0,7492
Teräsvirta	2,4168 0,2987	5,9099 0,05208	1,3379 0,5122	1,3824 0,501
White	2,4544 0,2931	2,5384 0,2811	0,9396 0,6251	0,1649 0,9209

Tráfico de Graneles Líquidos

Test	S. Dif	ARMA(2,0)	GARCH(1,0)	EGARCH(0,1)
Rachas	158 3,52E-006	118 0,6979	128 0,3652	122 0,8971
Keenan	0,0574 ^[15] 0,8108	0,1390 ^[0] 0,7096	8,5723^[0] 0,0038	0,2060 ^[0] 0,6503
Tsay	0,8909 ^[15] 0,7242	7,822^[0] 5,4E-05	0,1235 ^[0] 0,9461	1,505 ^[0] 0,2139
Teräsvirta	1,0065 0,6046	1,3617 0,5062	0,1209 0,9413	0,7491 0,6876
White	0,8378 0,6578	0,8053 0,6686	0,0878 0,9571	1,1111 0,5738

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor, y entre corchetes, si es necesario, la dimensión del modelo elegido para realizar el test correspondiente.

Tabla 8.C.2: Test de aleatoriedad y no linealidad (Graneles Sólidos)

Tráfico de Graneles Sólidos		
Test	S. Dif	ARMA(0,1)
<i>Rachas</i>	164	125
	6,27 E-008	0,6991
<i>Keenan</i>	2,0586 ^[23]	0,0020 ^[0]
	0,1530	0,9641
<i>Tsay</i>	NAN	0,3956 ^[0]
		0,7563
<i>Teräsvirta</i>	0,1858	0,1726
	0,9113	0,9173
<i>White</i>	0,2344	0,0378
	0,8894	0,9813

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor, y entre corchetes, si es necesario, la dimensión del modelo elegido para realizar el test correspondiente.

8.C.2. Resultados del test BDS

8.C.2.1. Tráfico de Mercancía General en Contenedores

8.C.2.1.1. Serie Lineal

Tabla 8.C.3: Resultados del test BDS para la serie ARMA(5,0)MA(12)

Épsilon/M	0,5*σ	1*σ	1,5*σ	2*σ
2	0,0042	0,0110	0,0119	0,0093
	0,0609	0,0470	0,0239	0,0147
3	0,0041	0,0195	0,0280	0,0240
	0,0115	0,0051	0,0019	0,0012
4	0,0018	0,0203	0,0364	0,0360
	0,0372	0,0028	0,0016	0,0008
5	0,0003	0,0151	0,0359	0,0411
	0,4406	0,0097	0,0055	0,0027
6	0,0002	0,0108	0,0349	0,0464
	0,5129	0,0203	0,0091	0,0039
7	7,1E-05	0,0079	0,0367	0,0588
	0,3520	0,0235	0,0053	0,0011
8	0,0000	0,0059	0,0367	0,0673
	0,8339	0,0210	0,0034	0,0005

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

8.C.2.1.1. Serie GARCH

Tabla 8.C.4: Resultados del test BDS para la serie GARCH(2,0)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	-0,0016	-0,0036	-0,0010	-0,0002
	0,5203	0,5070	0,8529	0,9515
3	0,0012	0,0003	0,0067	0,0030
	0,5043	0,9626	0,4696	0,6961
4	0,0007	0,0030	0,0132	0,0045
	0,4652	0,6703	0,2588	0,6807
5	-0,0001	3E-05	0,0102	2,2E-05
	0,9029	0,9959	0,4290	0,9987
6	-0,0001	0,0005	0,0134	0,0026
	0,5300	0,9195	0,3099	0,8710
7	-0,0001	0,0010	0,0186	0,0123
	0,3033	0,7897	0,1494	0,4938
8	0,0000	0,0012	0,0225	0,0240
	0,1557	0,6407	0,0632	0,2110

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

8.C.2.1.1. Serie EGARCH

Tabla 8.C.5: Resultados del test BDS para la serie EGARCH(3,3)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	-0,0007	0,0014	0,0002	0,0011
	0,6343	0,7257	0,9709	0,7384
3	0,0008	0,0026	0,0008	0,0020
	0,4111	0,5945	0,9219	0,7577
4	0,0004	0,0044	0,0062	0,0073
	0,4384	0,3287	0,4980	0,4094
5	3,3E-05	0,0033	0,0063	0,0083
	0,8777	0,3591	0,5220	0,4533
6	0,0002	0,0025	0,0063	0,0085
	0,0501	0,3456	0,5203	0,5086
7	8,7E-05	0,0018	0,0079	0,0129
	0,0065	0,3258	0,3910	0,3613
8	7,39E-05	0,0014	0,0080	0,0149
	0,0000	0,2475	0,3399	0,3194

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

8.C.2.2. Tráfico de Graneles Líquidos

8.C.2.2.1. Serie ARIMA

Tabla 8.C.6: Resultados del test BDS para la serie AR(2)MA(1)MA(1)₁₂

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	0,0060	0,0042	0,0042	0,0050
	0,1274	0,3217	0,3217	0,0870
3	0,0078	0,0065	0,0064	0,0088
	0,0902	0,3349	0,3349	0,1169
4	0,0092	0,0114	0,0114	0,0146
	0,0233	0,1620	0,1620	0,0632
5	0,0077	0,0148	0,0148	0,0219
	0,0149	0,0838	0,0838	0,0249
6	0,0063	0,0180	0,0180	0,0296
	0,0054	0,0302	0,0302	0,0079
7	0,0048	0,0192	0,0192	0,0363
	0,0019	0,0126	0,0126	0,0028
8	0,0037	0,0182	0,0182	0,0405
	0,0003	0,0081	0,0081	0,0014

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

8.C.2.2.2. Serie GARCH

Tabla 8.C.7: Resultados del test BDS para la serie GARCH(1,0)

Épsilon/m	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	-0,0007	-0,0014	-0,0028	-0,0012
	0,6333	0,7167	0,5172	0,7006
3	7,4E-05	0,0024	0,0006	-0,0005
	0,9408	0,6136	0,9290	0,9355
4	0,0003	0,0046	0,0056	0,0038
	0,5489	0,2846	0,5137	0,6441
5	9,3E-05	0,0058	0,0128	0,0124
	0,6497	0,0833	0,1575	0,2319
6	-0,0001	0,0048	0,0169	0,0205
	0,5301	0,0511	0,0587	0,0860
7	-0,0001	0,0037	0,0180	0,0270
	0,0410	0,0293	0,0313	0,0362
8	0,0000	0,0026	0,0170	0,0323
	0,0005	0,0227	0,0232	0,0190

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de épsilon viene determinado por la expresión: $(0,5-2)*\sigma$.

8.C.2.3.1. Serie EGARCH

Tabla 8.C.8: Resultados del test BDS para la serie EGARCH(1,0)

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	0,0007	0,0013	0,0020	0,0029
	0,6404	0,7233	0,6152	0,4584
3	-0,0002	0,0002	0,0022	0,0015
	0,8442	0,9574	0,7379	0,7707
4	-0,0003	0,0013	0,0033	0,0020
	0,4870	0,7245	0,6718	0,7925
5	-0,0001	0,0018	0,0047	0,0046
	0,3884	0,5320	0,5618	0,6065
6	-0,0001	0,0023	0,0069	0,0074
	0,1051	0,2559	0,3775	0,4658
7	-0,0001	0,0022	0,0072	0,0095
	0,0000	0,1108	0,3153	0,3920
8	0,0000	0,0022	0,0069	0,0106
	0,0007	0,0151	0,2759	0,3585

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

8.C.2.3. Tráfico de Gránulos Sólidos

8.C.2.3.1. Serie ARIMA

Tabla 8.C.9: Resultados del test BDS para la serie MA(1)MA(1)₁₂

Épsilon/M	$0,5*\sigma$	$1*\sigma$	$1,5*\sigma$	$2*\sigma$
2	0,0024	0,0022	-0,0006	-0,0019
	0,2030	0,5940	0,6152	0,5199
3	5,4E-05	0,0019	-0,0021	-0,0072
	0,9651	0,7123	0,7379	0,2040
4	-0,0002	0,0022	0,0019	-0,0034
	0,7395	0,6258	0,6718	0,6745
5	-0,0001	0,0031	0,0076	0,0044
	0,5652	0,3865	0,5618	0,6620
6	0,0000	0,0023	0,0126	0,0126
	0,8789	0,3788	0,3775	0,2771
7	7,4 E-05	0,0025	0,0172	0,0227
	0,0558	0,1731	0,3153	0,0739
8	0,0000	0,0017	0,0185	0,0294
	0,7735	0,1823	0,2759	0,0278

En la primera fila se muestra el estadístico asociado al test. En la segunda fila se muestra el p-valor. En negrita se muestran los valores con un p-valor menor que el nivel de significación 0,05. M indica la dimensión de embebimiento y el valor de ϵ viene determinado por la expresión: $(0,5-2)^* \sigma$.

8.C.3. Resultados Kaplan

8.C.3.1. Tráfico de Mercancía General en Contenedores

Tabla 8.C.10: Resultados del test de Kaplan para las distintas series consideradas

	Dim	Media K	Desv. Típica	Mínimo	K	K*
S. Dif*	1	0,0831	0,0139	0,0279	0,0586	1,4176
	2	0,0837	0,0198	0,0397	0,0851	0,9833
	3	0,0806	0,0260	0,0186	0,0749	1,0757
	4	0,0862	0,0362	0,0031	0,1182	0,7294
	5	0,0842	0,0425	0,0136	0,1002	0,8407
	6	0,0786	0,0429	-0,0034	0,0686	1,1470
	7	0,0842	0,0577	-0,0743	0,0762	1,1044
	8	0,0848	0,0603	-0,0536	0,0754	1,1241
AR(5)MA*₁₂	1	0,0652	0,0101	0,0202	0,0762	0,8559
	2	0,0625	0,0159	0,0113	0,0536	1,1648
	3	0,0632	0,0245	0,0129	0,0292	2,1663
	4	0,0714	0,0311	0,0156	0,0616	1,1594
	5	0,0614	0,0276	0,0083	0,0547	1,1233
	6	0,0563	0,0272	0,0112	0,0681	0,8257
	7	0,0808	0,0578	-0,0117	0,0351	2,3009
	8	0,0686	0,0416	0,0067	0,0467	1,4695
GARCH(2,0)	1	1,1201	0,0460	0,0921	1,2197	0,9184
	2	1,1116	0,1387	0,2775	1,0598	1,0489
	3	1,1668	0,1247	0,2494	1,0513	1,1098
	4	1,1206	0,1505	0,3010	1,1321	0,9899
	5	1,1956	0,4873	0,8191	1,1188	1,0687
	6	1,1073	0,2034	0,4067	1,1989	0,9236
	7	1,1465	0,1773	0,3546	1,0629	1,0786
	8	1,1526	0,2721	0,5441	0,9010	1,2793
EGARCH(3,3)	1	1,0876	0,1987	0,3975	1,0812	1,0058
	2	1,0152	0,2377	0,3769	1,5827	0,6415
	3	1,1731	0,3921	0,4336	0,6027	1,9465
	4	1,0937	0,3712	0,2729	0,7859	1,3916
	5	1,1674	0,6092	0,1727	0,5574	2,0946
	6	1,0972	0,5285	0,1609	0,9218	1,1902
	7	1,0734	0,8823	-0,7398	1,1532	0,9308
	8	1,3100	0,9233	-0,5482	0,5539	2,3650

Resultados del test de Kaplan, sobre 30 datos sustitutivos para las series. El valor de K* se ha calculado como el cociente entre la media y K, el estadístico. El mínimo constituye el mínimo entre el mínimo de las réplicas y la media menos 2 veces la desviación típica. K. Dim representa la dimensión de embebimiento y corresponde con la dimensión m-1 del test BDS. * Para estas series el método del primer mínimo de la función de información mutua determinó que el valor óptimo de t era distinto de 1. El asterisco significa que se repitieron los análisis con los valores t= 2,2 para las series Serie Diferencia y AR(5)MA*12 respectivamente no obteniéndose resultados distintos.

8.C.3.2. Tráfico de Gráneles Líquidos

Tabla 8.C.11: Resultados del test de Kaplan para las distintas series consideradas

	Dim	Media K	Desv. Típica	Mínimo	K	K*
S. Dif*	1	0,0977	0,0151	0,0719	0,0302	0,8490
	2	0,1018	0,0236	0,0527	0,0472	0,9220
	3	0,0984	0,0344	0,0393	0,0393	1,3189
	4	0,1025	0,0359	0,0146	0,0146	1,1508
	5	0,1195	0,0550	0,0019	0,0019	1,3749
	6	0,1051	0,0686	-0,0148	-0,0148	0,9457
	7	0,0785	0,0819	-0,1398	-0,1398	1,4623
	8	0,1204	0,0796	0,0061	0,0061	1,3845
AR(2)MA(1)*₁₂	1	0,0697	0,0127	0,0254	0,0614	1,1352
	2	0,0752	0,0146	0,0292	0,0510	1,4753
	3	0,0643	0,0283	0,0017	0,0266	2,4199
	4	0,0755	0,0280	0,0388	0,0797	0,9471
	5	0,0676	0,0364	-0,0219	0,0897	0,7536
	6	0,0733	0,0406	-0,0303	0,1638	0,4472
	7	0,0835	0,0654	-0,0226	0,0693	1,2061
	8	0,0799	0,0458	-0,0069	0,0656	1,2192
GARCH(1,0)	1	1,0168	0,1540	0,3080	1,2835	0,7922
	2	0,9538	0,2437	0,4061	0,9286	1,0271
	3	1,0376	0,3454	0,4485	1,3753	0,7545
	4	1,0128	0,4450	0,3223	1,4780	0,6853
	5	0,9728	0,5716	0,0577	1,3237	0,7349
	6	1,1304	0,7970	0,1393	1,1171	1,0118
	7	1,1784	0,7006	-0,7979	0,9189	1,2824
	8	0,8812	0,7726	-0,8136	1,0426	0,8452
EGARCH(0,1)*	1	1,1520	0,1769	0,3539	1,0497	1,0975
	2	1,2549	0,2856	0,5712	1,4356	0,8741
	3	1,1060	0,4862	0,4519	0,7488	1,4770
	4	1,2329	0,3853	0,4244	1,7236	0,7153
	5	1,2124	0,6136	-0,0750	1,6404	0,7391
	6	1,3331	0,6405	0,4534	2,3220	0,5741
	7	1,3059	0,9696	-0,2623	0,2290	5,7032
	8	1,2811	0,7322	-0,8515	1,4493	0,8839

Resultados del test de Kaplan, sobre 30 datos sustitutos para las series. El valor de K* se ha calculado como el cociente entre la media y K, el estadístico El mínimo constituye el mínimo entre el mínimo de las réplicas y la media menos 2 veces la desviación típica. K. Dim representa la dimensión de embebimiento y corresponde con la dimensión m-1 del test BDS. * Para estas series el método del primer mínimo de la función de información mutua determinó que el valor óptimo de t era distinto de 1. El asterisco significa que se repitieron los análisis con los valores t= 2, 2, 3 para las series Diferencia y AR(2)MA(1)12, respectivamente no obteniéndose resultados distintos.

8.C.3.3. Tráfico de Gráneles Sólidos

Tabla 8.C.12: Resultados del test de Kaplan para el tráfico de Graneles Sólidos

	Dim	Media K	Desv. Típica	Mínimo	K	K*
S. Dif*	1	0,1226	0,0240	0,0480	0,1553	0,7892
	2	0,1128	0,0354	0,0201	0,1339	0,8423
	3	0,1246	0,0402	0,0362	0,0895	1,3922
	4	0,1205	0,0499	-0,0290	0,1398	0,8617
	5	0,1275	0,0604	0,0136	0,1284	0,9931
	6	0,1219	0,0628	-0,0210	0,1689	0,7219
	7	0,0796	0,0623	-0,0335	0,0415	1,9165
	8	0,1197	0,0869	0,0107	0,0855	1,4000
MA(1)MA(1)*₁₂	1	0,0810	0,0141	0,0281	0,0708	1,1439
	2	0,0843	0,0203	0,0373	0,0720	1,1715
	3	0,0779	0,0281	0,0149	0,0974	0,7997
	4	0,0879	0,0385	0,0284	0,0641	1,3717
	5	0,0768	0,0515	-0,0314	0,0861	0,8920
	6	0,0887	0,0425	-0,0016	0,0705	1,2572
	7	0,0796	0,0392	0,0137	0,0391	2,0363
	8	0,0924	0,0666	-0,0234	-0,0013	-71,0809

Resultados del test de Kaplan, sobre 30 datos sustitutivos para las series. El valor de K* se ha calculado como el cociente entre la media y K, el estadístico. El mínimo constituye el mínimo entre el mínimo de las réplicas y la media menos 2 veces la desviación típica. K. Dim representa la dimensión de embebimiento y corresponde con la dimensión m-1 del test BDS. * Para estas series el método del primer mínimo de la función de información mutua determinó que el valor óptimo de t era distinto de 1. Se repitieron los análisis con los valores t= 6,3 para las Series diferencias y MA(1)MA(1)₁₂, no obteniéndose resultados distintos.

Anexo 8.D: Estudio de la Componente Caótica

8.D.1. Resultados de la Dimensión de Correlación

Tabla 8.D.1: Dimensión de correlación

Tráfico de Mercancía General en Contenedores				
M	S. Dif²	MA(1)MA(1)²₁₂	GARCH(1,1)¹	EGARCH(2,2)¹
1	0,92	1,01	1,00	1,03
2	1,87	2,12	2,02	2,18
3	2,74	2,69	3,55	4,26
4	4,25	2,32	4,51	4,69
5	6,23	8,22	5,91	3,80
6	8,49	6,87	5,51	3,97
Serie del Tráfico de Graneles Líquidos				
M	S. Dif⁶	MA(1)MA(1)³₁₂	GARCH (0,1)¹	EGARCH(1,1)³
1	1,02	1,00	1,00	1,01
2	2,08	2,04	2,25	2,23
3	2,81	3,74	3,43	3,04
4	3,82	4,50	3,16	4,13
5	4,42	4,10	6,34	8,00
6	3,19	6,23	8,93	12,63
Serie del Tráfico de Graneles Líquidos				
M	S. Dif²	ARMA(1,1)²		
1	0,95	0,99		
2	1,91	1,95		
3	3,20	2,50		
4	3,32	3,12		
5	4,42	3,42		
6	5,48	4,82		

Al lado de cada modelo aplicado se indica como superíndice el valor óptimo del tiempo de retardo según el criterio de la mínima información. M representa el valor de embebimiento de la serie.

8.D.2. Resultados del test de Lyapunov

Tabla 8.D.2: Resultados del Test de Lyapunov

	Serie	(L,m,q)	Lambda	P-valor	Hipótesis
Tráfico de Mercancía General en Contenedores	S. Dif	(2,6,5)	-0,1125	4,80E-17	H ₁
	MA(1)MA(1) ₁₂	(4,6,3)	-0,1958	1,02E-05	H ₁
	GARCH(1,1)	(1,6,4)	-0,1440	2,10E-02	H ₁
	EGARCH(2,2)	(2,5,5)	-0,1221	1,52E-01	NA
Graneles Líquidos	S. Dif	(2,6,5)	-0,0930	4,98E-07	H ₁
	ARMA(1,1)	(5,6,5)	-0,2952	2,98E-11	H ₁
	GARCH (1,0)	(4,6,4)	-0,1532	0,0281	H ₁
	EGARCH(0,1)	(3,4,4)	-0,0022	0,5082	NA
Graneles Sólidos	S. Dif	(2,6,4)	-0,0960	6,24E-03	H ₁
	MA(1)MA(1) ₁₂	(1,6,3)	-0,3325	2,92E-08	H ₁

La Hipótesis nula de la existencia de una componente caótica es rechazada para aquellos p-valores menores que el 0,05 y un coeficiente negativo. NA: El p-valor asociado al test fue no significativo.

8.D.3. Resultados del test 0/1 y de la persistencia de la serie

Tabla 8.D.3: Resultados del test 0/1 y del exponente de Hurst

	Exponentes de 0/1	Coeficiente de Hurst (error estándar)
Contenedores		
S. Diferencia	0,9910	0,4287* (0,0280)
MA(1)MA(1) ₁₂	0,9960	0,4223* (0,0465)
GARCH(1,1)	0,9974	0,5403* (0,0434)
EGARCH(2,2)	0,9982	0,4555* (0,0372)
Líquidos		
S. Diferencia	0,9876	0,1512* (0,0489)
ARMA(1,1)	0,9985	0,5659* (0,0376)
GARCH (1,0)	0,9985	0,4881* (0,0414)
EGARCH(0,1)	0,9986	0,6010* (0,0355)
Sólidos		
S. Diferencia	0,9899	0,3206*(0,0384)
MA(1)MA(1) ₁₂	0,9961	0,5557*(0,0317)

La serie "contenedores" corresponde con la serie del Tráfico de Mercancía General en Contenedores. Se utilizaron un total de 6000 puntos para el método 0-1. * Los resultados fueron significativos a un nivel 5% de confianza

8.D.4. Resultados del test de Matilla- Garcia et al.

Tabla 8.D.4: Resultados del test de Matilla-García et al

	Exponente (α)	Error Estándar
<i>Tráfico de Mercancía General en Contenedores</i>		
GARCH(1,1)	0,2730	0,0094
EGARCH(2,2)	0,3034	0,0123
<i>Tráfico de Graneles Líquidos</i>		
GARCH(1,0)	0.2260	0,0054
EGARCH(0,1)	0,2987	0,0302

Para realizar el test el parámetro w se fijó como cuatro.

9. RESUMEN Y CONCLUSIONES

En la primera parte de esta tesis, tras describir los principales rasgos de la denominada Ciencia de la Complejidad en relación con la Economía, incidiendo con especial énfasis en los conceptos de no linealidad y dinámica caótica en las series temporales que representan la evolución de un fenómeno económico, se describen de forma pormenorizada las características de un extenso muestrario de métodos y test dirigidos a detectar y contrastar estadísticamente la existencia de no linealidad y caos en el proceso generador de datos de las series económicas y financieras. Adicionalmente, dentro del marco metodológico que constituye el cuerpo básico de esta investigación, se describen las principales características de los distintos tipos de enfoques metodológicos y modelos empleados, así como otras propiedades relevantes de las series utilizadas. Es el caso, por ejemplo, del análisis Box-Jenkins de las series temporales, los modelos de varianza condicional de la familia ARCH y los test utilizados para el contraste en las series de la estacionariedad, aleatoriedad, asimetría, curtosis, normalidad, heterocedasticidad, independencia de las observaciones, etc.

La segunda parte de esta tesis se compone de cinco ensayos independientes, que versan sobre fenómenos económicos diferentes pero con un núcleo común, consistente en que en todos ellos se examina el comportamiento de una serie temporal subyacente a un proceso financiero o económico de especial interés en el mundo de la Economía y de las Finanzas, con el fin de obtener información pormenorizada del proceso generador del mismo. En todos ellos se aplica el marco metodológico descrito, junto a los modelos, métodos, contrastes y test citados, a las cinco series temporales que representan a las correspondientes variables económicas y financieras.

9.1. Conclusiones Generales

En esta tesis se ha contrastado si el nuevo paradigma de las Ciencias Complejas, contribuye a explicar los principales fenómenos económicos. Para ello, se ha seleccionado un grupo de series temporales subyacentes a los fenómenos económicos de gran relevancia en el ámbito económico y financiero. En particular, uno de los objetivos principales de este estudio es caracterizar la importancia del rol de la no linealidad en los fenómenos económicos y en particular, comprobar si la teoría del caos juega un papel relevante en la explicación de los fenómenos económicos. En este sentido, a lo largo de toda la investigación, se ha observado que los modelos no lineales están presentes en la gran mayoría de los procesos económicos, especialmente si existe sospecha de existencia de volatilidad en la series.

El análisis de la literatura internacional, desvela varios detalles que permiten concluir que las diferencias observadas, entre los distintos estudios realizados sobre la detección de no linealidad y caos, pueden deberse a varios factores como: (i) la naturaleza de los diferentes datos utilizados (tamaño muestral, procesos de prefiltrado, métodos de agregación); (ii) la utilización de diferentes métodos y técnicas; (iii) la utilización equivocada del marco empleado para la detección de caos y (iv) la mayoría de las técnicas empleadas carecen de fundamento estadístico.

En este estudio, para examinar la primera cuestión planteada, se han utilizado procesos de diferente frecuencia temporal, siendo esta diaria para algunas de las series consideradas y en otros casos, mensual. Los procesos de prefiltrado de la serie, se han llevado a cabo con mucho detalle y mediante la utilización de un gran número de test, con el fin de seleccionar el modelo adecuado. Asimismo, se ha tenido siempre en cuenta el tamaño muestral empleado y en aquellos casos en los que ha sido necesario, se ha modificado el test o el proceso empleado para no incurrir en una sobreestimación de los resultados. Los procedimientos, que se han modificado para ajustarlos al tamaño muestral, han sido el test BDS, en el que se ha empleado la técnica bootstrap con un total de 2500 réplicas, en aquellos casos en los que el tamaño muestral era menor de 500 y el método de Kaplan, en el que se ha modificado el parámetro de proximidad a 30 datos.

La revisión de la literatura relativa a los métodos para detección de caos, proporciona por una parte, un gran número de métodos distintos pero por otra, se observa que con estos métodos se obtienen distintos resultados y es por ello que sobre un mismo tema, existen conclusiones contradictorias. Para paliar esta situación, en la investigación que se presenta, se han aplicado distintos métodos entre los que se encuentran, los más novedosos, y aquellos que tienen mayor potencia estadística.

El primer método empleado es la Dimensión de la Correlación. En esta investigación, no se ha encontrado ningún punto de saturación al calcularla variando la dimensión de embebimiento, aunque es cierto, que existen situaciones en las que no se ha rechazado de forma nítida la existencia de caos.

En la literatura, especialmente durante la década de los 80, se puede encontrar un gran número de estudios que concluyen la existencia de caos, atendiendo al valor del exponente de Lyapunov. Estos estudios utilizan, generalmente, un método directo, habitualmente el método de Wolf(1985). del que se ha comprobado su sensibilidad al ruido presente en la serie, y que necesita que la serie tenga un gran número de datos para que los resultados sean fiables. Sin embargo, en los últimos estudios que utilizan otros algoritmos, englobados dentro de los denominados “métodos indirectos”, y que son capaces de lidiar con el ruido que presentan las series económicas, así como con tamaños muestrales pequeños, no se han

obtenido estos mismos resultados. En esta investigación se ha utilizado el método indirecto propuesto por Eckmann y Roulle(1996) y la distribución descrita por Shintani y Linton (2003 y 2004) para construir el test estadístico. Los resultados obtenidos están conformes con los mostrados en la literatura internacional, no habiéndose encontrado evidencias de un comportamiento caótico.

Para la detección de memoria a largo plazo, se ha calculado el coeficiente de Hurst mediante el método del rango reescalado (R/S), ya que es el algoritmo más empleado en la literatura. Para la mayoría de las series, se ha obtenido un coeficiente mayor que 0,5, indicando la existencia de memoria a largo plazo o persistencia en los procesos subyacentes estudiados. Estos resultados son consistentes con la mayoría de los que se recogen en la literatura específica sobre este coeficiente, en especial para las series financieras.

Sin embargo, este resultado debe tratarse con cautela ya que la revisión de la literatura internacional permite detectar numerosos problemas en relación con este método, como son los siguientes: (i) puede estar sesgado ya que se basa en estadísticos que no son robustos (desviación típica o rango); (ii) es sensible a los outliers o valores anómalos; (iii) La interpretación del coeficiente es válida para muestras infinitas y las muestras que se han estudiado son finitas; (iv) no es robusto al tamaño muestral y (v) es sensible a las dependencias a corto plazo. Además, se ha demostrado de forma teórica (Bassler, 2006), la existencia de series temporales en las que se obtiene este resultado (un coeficiente mayor que 0,5) sin que ello implique la existencia de persistencia o memoria a largo plazo en las series.

En la actualidad, debido a los numerosos problemas que presentaban los métodos tradicionales, se han diseñado nuevos métodos para la detección de la memoria a largo plazo. En este sentido, existen al menos 8 métodos distintos para evaluar la existencia de memoria a largo plazo, sin que se haya conseguido un consenso pleno, sobre cuál de ellos es el más eficiente. Karagiannis (2012) recomienda utilizar al menos, dos de ellos y proporcionar junto al resultado obtenido, ciertos datos complementarios (la desviación típica o el coeficiente de correlación).

El siguiente método, el test 0/1, es un test poco utilizado para detectar caos en las series económicas- En relación con dicho test, a lo largo de la investigación ya se ha mencionado en varias ocasiones, que la obtención del resultado que indicaría la existencia de caos, puede deberse a la existencia de ruido en la serie original, por lo que el resultado obtenido no sería concluyente. Cabe remarcar que en todos los casos, se han obtenido resultados cercanos a 1 para este coeficiente, sugiriendo la existencia de caos o de ruido en las series.

El último método aplicado es el test de Matilla-Garcia et al. (2010). Con este test se obtiene un coeficiente que es igual a cero, cuando el proceso subyacente es caótico

determinista. Sin embargo, este no ha sido el resultado obtenido en ninguna de las series analizadas.

Finalmente, se han elaborado los gráficos de recurrencia que proporcionan un método visual de detección de caos, así como otras características propias del proceso generador de la serie. Con esta herramienta se han detectado patrones periódicos, periodos de alta volatilidad, algunas de las crisis económicas o periodos de expansión, en ciertos procesos, pero en general, no se ha detectado existencia nítida de caos.

En resumen, se han estudiado un total de 12 series temporales subyacentes a procesos económicos, así como otras tres series correspondientes a los subperiodos de una de ellas, y aunque se ha comprobado la existencia de comportamiento no lineal en la gran mayoría de las series, no se ha encontrado ninguna evidencia nítida de la existencia de un comportamiento caótico.

Las posibles motivos que explican estos resultados son de distinta naturaleza. En primer lugar, en la Economía, a diferencia de las ciencias naturales, donde sí se ha comprobado la existencia de caos en numerosos fenómenos, las series temporales no lineales no provienen de una forma funcional específica que las genera. En segundo lugar, los experimentos controlados y en condiciones ideales son prácticamente imposibles de realizar. Asimismo, las series económicas suelen estar afectadas por la existencia de ruido, debido a los errores de medida y a la agregación, u otros factores externos y estocásticos, y existen pocos test que hayan demostrado ser robustos frente a este fenómeno.

Además, como sostiene Scheinkman la propiedad característica del caos, la existencia de dependencia sensible a las condiciones iniciales, que hace que el sistema se comporte como aleatorio, conduce a la imposibilidad de predicción de los valores futuros por parte de los agentes económicos, con lo que estos se comportarían como si el sistema fuese aleatorio.

9.2. Conclusiones Específicas

Los dos primeros ensayos se refieren al estudio de dos series financieras - precios del petróleo e índices bursátiles. La serie que es objeto de análisis en el tercer ensayo es el precio del transporte marítimo de graneles sólidos, que puede considerarse tanto desde una perspectiva financiera como económica, en su calidad de indicador del mercado de transporte marítimo. Finalmente, en los dos últimos ensayos se analizan dos series económicas, correspondientes, respectivamente, a la demanda de transporte aéreo y de transporte marítimo.

9.2.1. Primer Ensayo

El objetivo del primer ensayo es el estudio de la existencia de patrones no lineales y del comportamiento caótico en la serie diaria de los retornos de los precios del petróleo Texas Intermediate (WTI).

Los resultados obtenidos son consistentes con la existencia de un patrón no lineal y sugieren que la existencia de dependencia puede deberse a la existencia de heterocedasticidad. Por ello parece lógico utilizar modelos GARCH y EGARCH para la modelización de la varianza condicional.

Entre las contribuciones de nuestra investigación, cabe destacar que se ha ampliado de forma relevante el marco y envergadura de los estudios anteriores, mediante la utilización de otros métodos adicionales de detección de caos, como el test de Matilla-García et al (2008), el test de Lyapunov, utilizando la distribución del estadístico desarrollada por Shintani y Linton (2004), o el test 0/1 (Gottwald y Melbourne, 2009), además de estudiar la posible persistencia o memoria a largo plazo de la serie con el coeficiente de Hurst. Adicionalmente, y como paso previo a los métodos mencionados, se ha hecho un análisis de la posible presencia de un componente no lineal, así como de la aleatoriedad de la serie y la independencia de las observaciones. Asimismo, los resultados obtenidos en esta investigación contribuyen de forma apreciable a esclarecer el comportamiento y la dinámica subyacente de una variable financiera de gran relevancia en la economía mundial, como es el precio del petróleo y además resultan sumamente interesantes para el diseño de la política macroeconómica, así como para los diferentes agentes que tienen relación con las operaciones en los mercados financieros.

9.2.2. Segundo Ensayo

En el segundo ensayo se estudian las series diarias de los retornos correspondientes a cuatro índices bursátiles: Dow Jones Industrial Average, Ibex35, Nikkei y Nasdaq.

En relación con los resultados obtenidos, cabe concluir que aunque no son completamente concluyentes, tienden a indicar que las series temporales analizadas presentan un comportamiento no lineal y estocástico, es decir, no consistente con la existencia de una dinámica caótica. Por ello, en el proceso de modelización de la serie, los modelos más adecuados serían, por ejemplo, los GARCH y EGARCH.

Este trabajo contribuye a rellenar el vacío existente en la literatura internacional sobre el comportamiento no lineal y caótico de los mercados bursátiles ya que, además de constituir el estudio que engloba la utilización de un número mayor de métodos y técnicas para el análisis de la no linealidad y el comportamiento caótico de las diversas series temporales consideradas, incluye a las más recientes y con

mayor potencia para discriminar el tipo de dinámica subyacente. Asimismo, la selección de los índices bursátiles, que son objeto de estudio, permite llevar a cabo un análisis comparativo de las diferencias entre los mercados bursátiles pertenecientes a economías de alto nivel de desarrollo, pero que forman parte de bloques económicos diferentes.

Las futuras investigaciones consisten en el análisis de las relaciones entre los diferentes índices bursátiles, empleando modelos no lineales y en el análisis comparativo de los resultados obtenidos en las predicciones de cada índice bursátil, utilizando modelos lineales y no lineales de diversos tipos: Modelos ARMA, GARCH y EGARCH.

9.2.3. Tercer Ensayo

A continuación, en el tercer ensayo, se analiza la serie diaria de los retornos del denominado Baltic Dry Index (BDI) que es un indicador de la evolución de los precios en el transporte marítimo de graneles sólidos.

Se ha comprobado la existencia de una dinámica no lineal en la serie del BDI, no solo para el todo el periodo muestral, sino también de forma específica para cada uno de los subperiodos muestrales considerados. Sin embargo, los resultados obtenidos a partir de la aplicación de numerosos métodos de detección de caos, no muestran, en general, una clara evidencia de su existencia.

Entre las contribuciones de esta investigación, cabe destacar que, aparte del estudio del comportamiento de la serie durante todo el periodo muestral, se estudia su dinámica durante tres subperiodos muestrales, elegidos de acuerdo al comportamiento de la volatilidad de la serie. Este proceso nos permite estudiar de forma específica, por ejemplo, el comportamiento de la serie durante la crisis económica mundial actual.

Este trabajo sienta las bases para una primera línea de investigación futura, que se perfila en el análisis de las relaciones entre el BDI y otras variables de los mercados de capitales, como pueden ser los índices bursátiles, empleando modelos no lineales. El análisis comparativo de la precisión en las predicciones sobre la evolución futura de los fletes, realizadas por diferentes modelos lineales y no lineales, configura otra futura línea de investigación.

9.2.4. Cuarto Ensayo

El análisis de la existencia de no linealidad y caos en las series mensuales de la demanda de transporte aéreo en los aeropuertos españoles se presenta en el cuarto

ensayo. En concreto se estudian las tres series correspondientes, respectivamente, al tráfico aéreo internacional de viajeros, tráfico aéreo interior de viajeros, y tráfico aéreo total de mercancías.

Los resultados obtenidos sugieren la existencia de un componente no lineal, en las tres series de tráfico aéreo, que podría ser compatible con la existencia de heterocedasticidad y dependencia en varianza condicional. Asimismo, no parece detectarse evidencias de la existencia de un comportamiento caótico en las tres series de tráfico aéreo analizadas.

Este trabajo contribuye a rellenar el vacío existente en la literatura internacional, sobre el comportamiento no lineal y caótico en las series de tráfico aéreo ya que, aparte de ser el primer trabajo que analiza dichos aspectos para el caso español, constituye el estudio que engloba la utilización de un número mayor de métodos y técnicas, incluyendo las más recientes, para el análisis de la no linealidad y el comportamiento caótico de las diversas series temporales de tráfico aéreo empleadas. Además, esta investigación se distingue de los trabajos realizados, por realizar un análisis diferenciado de acuerdo al tipo de tráfico, distinguiendo entre viajeros internacionales y nacionales, y en ser el único que considera, durante el proceso de modelización, aspectos característicos del transporte aéreo, como la estacionalidad, el efecto calendario y el efecto Semana Santa, que podrían afectar sensiblemente a los resultados obtenidos sobre la posible estructura no lineal y determinista de la series temporales modelizadas.

Como futuras investigaciones que sirvan para ampliar este trabajo, se plantea la comparación de las predicciones del tráfico aéreo obtenidas con varios métodos: por ejemplo, (i) modelos ARIMA estacionales (SARIMA) con análisis de intervención, (ii) modelos GARCH y EGARCH, en caso de haberse detectado comportamiento no lineal debido a la presencia de heterocedasticidad; y (iii) modelos basados en redes neuronales. Otras líneas futuras de investigación consisten en la aplicación de la metodología empleada en este trabajo al estudio del comportamiento de la demanda de transporte aéreo en otros países, caso de Estados Unidos.

9.2.5. Quinto Ensayo

Finalmente, a lo largo del ensayo quinto, se estudia la existencia de no linealidad y de caos en las series mensuales de la demanda de transporte marítimo de mercancías en los puertos españoles. En concreto se estudian las series correspondiente al tráfico portuario de transporte de mercancías en contenedores, graneles líquidos, y graneles sólidos.

Los resultados obtenidos sugieren la existencia de un componente no lineal en las series del tráfico de mercancías en contenedores y graneles líquidos, que podría ser

compatible con la existencia de heterocedasticidad. Asimismo, no parece detectarse evidencias de la existencia de un comportamiento caótico, en las tres series de tráfico marítimo analizadas.

Este ensayo constituye el estudio que engloba la utilización del mayor número de métodos y técnicas, incluyendo las más novedosas y con mayor potencia estadística, para el análisis de la no linealidad y el comportamiento caótico, de las diversas series temporales de tráfico marítimo. Asimismo, esta investigación se distingue de otros trabajos, porque se realiza un análisis específico de dichos aspectos por tipo de presentación de mercancía (graneles sólidos, graneles líquidos y mercancía general en contenedores) y se consideran, durante el proceso de modelización, aspectos como la estacionalidad que podrían afectar sensiblemente, a los resultados obtenidos sobre la posible estructura no lineal y determinista de la series temporales modelizadas.

Como futuras investigaciones que complementen este estudio, se plantea la comparación de las predicciones del tráfico portuario obtenidas con varios métodos: por ejemplo, (i) modelos ARIMA estacionales (SARIMA) con análisis de intervención, (ii) modelos GARCH, en el caso de haberse detectado comportamiento no lineal debido a la presencia de heterocedasticidad, y finalmente, (iii) modelos de redes neuronales. Otras líneas futuras de investigación futura consisten en la aplicación de la metodología empleada en esta investigación a otras series de tráfico marítimo, como son el tráfico de pasajeros o el tráfico desagregado específico de cada puerto, así como a las series de datos de tráfico marítimo correspondientes a otros países. Alternativamente, también se plantea ampliar el periodo muestral de los datos, para aumentar el grado de fiabilidad de los resultados obtenidos.

9.3. Resumen de las Conclusiones

9.3.1. Resumen de las Conclusiones Generales

- Se ha observado que los modelos no lineales están presentes en la gran mayoría de los procesos económicos, especialmente si existe sospecha de existencia de volatilidad en la series.
- A partir de la revisión de la literatura internacional no es posible extraer una respuesta definida e inequívoca sobre la existencia de un comportamiento caótico en las series temporales correspondientes a los fenómenos económicos, encontrándose resultados contradictorios para la mayoría de ellos. Un análisis más detallado desvela que las razones por las que los resultados difieren pueden ser la naturaleza de los diferentes datos utilizados,

y cuestiones relacionadas con la metodología empleada. Por ello en este estudio, se han considerado diferentes tamaños muestrales y se han utilizado diversos métodos y técnicas para paliar estas diferencias. Los resultados apuntan que la existencia de un comportamiento caótico no es frecuente en economía, no habiéndose encontrado evidencias claras de dicho comportamiento en las 12 series estudiadas.

9.3.1. Resumen de las Conclusiones Específicas

- Los resultados obtenidos contribuyen de forma apreciable, a esclarecer el comportamiento y la dinámica subyacente del precio del petróleo. El aparente comportamiento no lineal de la serie, resulta sumamente interesantes para el diseño de la política macroeconómica, así como para los diferentes agentes que tienen relación con las operaciones en los mercados financieros.
- Los resultados obtenidos sobre la existencia de no linealidad y de la inexistencia de un régimen caótico sobre los principales índices bursátiles, permiten concluir que no se rechaza la hipótesis de un mercado eficiente, implicando que no es posible obtener ningún tipo de beneficio adicional, atendiendo a la información pública disponible de los índices. Estos hallazgos son de gran interés para los diferentes agentes, que tienen relación con las operaciones en los mercados bursátiles: inversionistas, intermediarios financieros, entidades de crédito y financieras, etc., así como para los reguladores del mercado de capitales.
- Los resultados sobre el aparente comportamiento del índice Baltic Dry Index, son especialmente relevantes en el diseño de la política macroeconómica, ya que el índice se considera un indicador adelantado de la evolución de la economía mundial.
- Las nítidas evidencias de no linealidad en las series temporales de tráfico aéreo de viajeros y mercancías, son particularmente interesantes para los gestores de los aeropuertos y de las compañías aéreas, así como para la planificación de futuras inversiones en el sistema aeroportuario.
- La existencia de no linealidad encontrada en algunas de las series temporales subyacentes del tráfico de los puertos españoles, puede ser un factor a considerar en la planificación de las futuras inversiones en el sistema portuario, ya que para diseñar un plan de actuaciones en infraestructuras portuarias, es necesario disponer de predicciones precisas sobre la evolución futura del tráfico marítimo.

Bibliografía

Bassler, K. E., Gunaratne G. H., y McCauley J. L.. (2006): "Markov processes, Hurst exponents, and nonlinear diffusion equations: With application to finance", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 369.2 343-353.

Eckmann, J. y Ruelle, D. (1985): "Ergodic theory of chaos and strange attractors", *Rev. Mod. Phys*, 57 (3), 617-656.

Gottwald, G. A. y Melbourne, I. (2004): "A new test for chaos in deterministic systems", *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 460(2042), 603-611.

Hurst, H. E. (1951): "Long Term Storage Capacity of Reservoirs", *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116, 770-799.

Karagiannis, T., Michalis F., y Riedi R. H. (2002): "Long-range dependence: now you see it, now you don't!", *Global Telecommunications Conference, GLOBECOM'02. IEEE*. Vol. 3. IEEE, 2002

Matilla-Garcia, M. y Ruiz Marin, M. (2010): "A new test for chaos and determinism based on symbolic dynamics", *Journal of Economic Behavior & Organization*, 76, 600-614.

Shintani, M. y Linton, O., (2004): "Nonparametric neural network estimation of Lyapunov exponents and a direct test for chaos". *Journal of Econometrics*, 120, 1-33.

Wolf, A., Swift, J.B., Swinney, H.L. y Vastano, J.A. (1985): "Determining Lyapunov exponents from a time series", *Physica*, 16D, 285-317.