GRADO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

2013 / 2014

Adquisición de la conservación de la longitud en alumnos de 4º y 6º de Primaria

Acquisition of the conservation of length in students in the 4th and 6th grade of primary school

Autor: Juan Mateos Martínez

Directora: Irene Polo Blanco

18 – 07 – 2014

VºBº DIRECTORA

VºBº AUTOR

Resumen

Numerosas investigaciones han puesto de manifiesto el papel importante que juega la adquisición de la conservación de la longitud en el aprendizaje de ésta y otras medidas geométricas. Nos planteamos estudiar en qué medida tienen los alumnos de 4 y 6 de primaria de dos colegios de Cantabria adquirida la conservación de la longitud. Además, pretendemos estudiar las estrategias que utilizan al resolver cuestiones relacionadas con la conservación de la longitud. Como conclusiones observamos que la conservación de la longitud no está completamente adquirida incluso en edades tardías. Observamos también que en cursos superiores se van abandonando estrategias más rudimentarias basadas en conteo, dando paso a otras de carácter más visual.

Abstract

Numerous investigations have shown the importance of the acquisition of length conservation in the learning of this measurement itself and in the learning of other geometrical measurements. We carry out this study with students from 4th and 6th grade of Primary Education from Cantabria in order to see how much they have acquired the length conservation. We also aim to study which strategies they use when solving tasks concerning length conservation. As a conclusion, we have observed that length conservation is not totally acquired even at the latest ages. We have also observed that in higher grades, students are letting behind some rudimentary strategies based on counting, and they are replacing them by others which might be more visual.

<u>**Índice**</u>

1. Introducción

Este estudio se centra en averiguar en qué medida los alumnos de Primaria de 4º y 6º en Cantabria tienen adquirida la conservación de la longitud.

El principio de conservación de una magnitud geométrica consiste en que la medida de una magnitud de un objeto no cambia aunque éste sufra determinadas transformaciones o se hagan determinados cambios de situación (Piaget, 1947). Piaget estudió la adquisición de la conservación de las magnitudes geométricas con niños en edades tempranas, en particular estudió a qué edades adquieren los niños la conservación de la medida de longitud. Posteriormente, la conservación de esta magnitud ha sido estudiada por otros muchos investigadores (Hart, 1981; Thomas, 1978; Dickson et al., 1991) que han basado sus estudios en modificaciones de los test de Piaget. Las conclusiones de estos estudios son que la adquisición de la conservación de esta magnitud se adquiere en edades más avanzadas a las que sugieren los resultados de Piaget.

Con el fin de estudiar este tema con más profundidad, se ha realizado un estudio con alumnos de 4º y 6º de Primaria de dos colegios de Cantabria. La intención inicial fue la de averiguar en qué medida tenían dichos alumnos la conservación de la longitud adquirida, así como encontrar diferencias, si las hubiera, entre alumnos de distintos cursos. Además, se pretendía descubrir qué estrategias utilizan los alumnos a la hora de resolver cuestiones de conservación de longitud, y de nuevo, buscar diferencias entre alumnos de distintas edades si las hubiera.

El trabajo está estructurado de la siguiente manera. La siguiente sección recoge los resultados más significativos en el estudio de la conservación de la longitud. A continuación planteamos las preguntas de investigación que han originado el trabajo. En la sección 4 trata la metodología utilizada, describiendo la muestra y el diseño del cuestionario. Las secciones 5 y 6 presentan los resultados obtenidos en cada una de las preguntas de los cuestionarios así como la discusión de dichos resultados. Se concluye el trabajo con una sección donde se presentan las conclusiones.

2. Literatura

Muchos de los estudios relacionados con el aprendizaje de la medida parten de los estudios de Piaget (1947) En particular, se ha visto que la conservación de la medida juega un papel muy importante en el aprendizaje de este concepto. Como se ha dicho, el principio de conservación de una magnitud geométrica consiste en que la medida de una magnitud de un objeto no cambia aunque sufra determinadas transformaciones o se hagan determinados cambios de situación (Piaget, 1947).

Para adquirir el conocimiento y manejo de una magnitud geométrica (t como la longitud, la superficie o el volumen) el niño ha de superar diferentes estadios (Chamorro y Belmonte, 1988).

En un *estadio inicial*, que comienza a darse desde una etapa infantil, el niño no es capaz de captar la idea de conservación de la longitud frente a algunas transformaciones, como por ejemplo, el cambio de posición. En esta etapa es incapaz de aplicar una unidad de medida, pues al medir superpone la unidad o deja huecos. En un segundo estadio, comienza a emerger la *conservación y la transitividad*, esto sucede según Piaget sobre los 6 o 7 años. En esta fase el niño empieza a apreciar el tamaño por experimentación basada en tanteos, pero aún no comprende la necesidad de la unidad y tampoco es capaz de coordinar medidas en distintas direcciones. Más adelante surge el *estadio de inicio de la conservación operacional y de la transitividad*, según Piaget se alcanza entre 7 u 8 años, aunque el niño es capaz de construir, por ejemplo, una torre igual que otra dada, sin embargo, no sabe aún utilizar un instrumento de medida. En este estadio el niño es capaz de coordinar ya las dos dimensiones. El siguiente estadio es el de *captación de la unidad* de medida. Según Piaget hasta los 8 o 10 años el niño no es capaz de medir con una unidad más pequeña que el objeto, hasta este momento el desarrollo de la medida se caracterizaba por el tanteo. El *estadio final*, según Piaget, no es alcanzado hasta los 11 o 12 años, que es cuando el niño alcanza el pensamiento formal . Piaget sostiene que las nociones de medidas no serán plenamente operativas hasta que no haya desarrollado los conceptos de infinitud y de continuidad. Hart (1981), da ejemplos que demuestran que la conservación de la longitud no se alcanza hasta la educación secundaria.

Dada la importancia de la etapa de conservación de la longitud en el proceso del aprendizaje de la medida de la longitud, nos centraremos en adelante en estudiar dicha etapa más detalladamente.

2.1 Consideraciones generales sobre la conservación de la longitud

Según Piaget (1947) y Flavell (1963), la noción de conservación representa una importante fase en el desarrollo cognitivo del niño: supone el paso desde el pensamiento prelógico al lógico. La capacidad de conservar muestra la habilidad para reconocer que ciertas propiedades, como es el caso de la longitud, permanecen invariables aun cuando sobre ellas se realicen cambios en su forma, color o posición. Con el pensamiento lógico, el niño toma conciencia de que las relaciones cuantitativas entre dos objetos permanecen constantes pese a que puedan darse deformaciones perceptivas irrelevantes.

En relación a la conservación, Sanz (2010) afirma que todos los niños pasan por idénticas fases y en el mismo orden pero lo consiguen a distintas edades. Primero adquieren la conservación del número, después la conservación de la cantidad y finalmente la conservación de la longitud. Piaget (1947) denominó como desfases horizontales a la existencia de una falta de sincronía en la adquisición de los distintos contenidos. La existencia de desfases pone de manifiesto, entre otros aspectos, la dependencia de unas conservaciones respecto de otras. Por ejemplo la conservación de la longitud es necesaria para conseguir la conservación del volumen.

El principio de la conservación supone la capacidad que tienen algunas características de los cuerpos, de no cambiar aunque se les manipule y se produzcan cambios de situación, que perceptivamente puede llevar a engaño (Godino et al, 2003). Un niño adquiere esta capacidad de conservación si no se deja llevar por su percepción.

Según Piaget (1947), la conservación de la longitud nos hace ver que en ciertas situaciones los niños juzgan que dos líneas tienen la misma longitud, cuando en realidad no es así, ello se da particularmente cuando los extremos de las líneas que están siendo comparadas se encuentran alineados. Y es por esto, que cuando una línea cambia de posición en el espacio, los niños juzgan que su longitud ha cambiado también; el niño que incurre en tal juicio es tenido por incapaz de apreciar la conservación de la longitud.

2.2 Estudios relativos a la conservación de la longitud

El test clásico de Piaget (1947), sobre la conservación de la longitud, consiste en mostrar dos varillas de la misma longitud; para seguidamente desplazar una de ellas, y volver a preguntar al niño si son de la misma longitud o no.

Con este test y basándose en las experiencias, Piaget (1947), distingue varias etapas en relación a la adquisición de la conservación de la longitud por parte del niño:

- En un primer estadio, la longitud de una línea (ya sea recta, curva o poligonal) va a depender solo de los extremos.
- En un segundo estadio dos segmentos que en un principio reconoce de la misma longitud, dejan de tenerla al desplazar uno de ellos, pues el niño se fija solo en el punto final de cada segmento y no en los puntos iniciales; según el punto o puntos en que el niño fije su atención le llevará a resultados diversos que dependerán además de la longitud de los segmentos.
- En el tercer estadio es cuando el niño percibe como longitudes iguales las que realmente lo son, independientemente de consideraciones

ajenas, y es entonces, alrededor de los 7 años, cuando adquiere el principio de conservación de la longitud.

Thomas (1978, citado por Dickson et al. (1991) y Godino et al. (2003)), propuso este test clásico de conservación de la longitud de segmentos a un grupo de 30 niños, 10 de cada una de las edades 6, 9, y 12 años. Los resultados de Thomas indicaron que a la edad de 6 años, 8 de cada 10 niños no tienen sentido de conservación de la longitud ante la traslación de uno de los segmentos, a la edad de 9 años son 7 de cada 10 y a la de 12 todos los niños comprendían la invariancia de la longitud de los segmentos.

Hughes (1979, citado en (Martínez Recio, 2005)) afirma con sus resultados, obtenidos en una investigación en más de 100 escolares de Inglaterra y Gales de primaria, que "la edad apenas sirve de guía de la capacidad de los niños para conceptuar". Alrededor del 50% de los alumnos con 10 años con CI (coeficiente intelectual) menor de 89, no poseían el concepto de conservación de la longitud.

Fogelman (1970) resume estudios efectuados en varios países, en el que se reproduce el experimento de Piaget sobre la conservación, aunque sostiene que la edad media de la adquisición de tal noción ronda los 9 o 10 años, sugiere, que en términos generales, alrededor del 25% de los niños de 11 años no han llegado aún a dicha concepción.

Carpenter et al, (1980), en una encuesta nacional de la NAEP (National Assessment of Educational Progress) en los Estados Unidos encontró que la mayoría de los alumnos entre 13 y 17 años se hallaban familiarizados con la conservación de la longitud, pero tenían dificultades a la hora de aplicar dicho concepto, incluso en situaciones relativamente sencillas.

Hart (1981) da ejemplos tomados del estudio efectuado por el Proyecto de Conceptos de Matemáticas y Ciencias en Educación Secundaria (Concepts in Secondary Mathematics and Science Proyect, CSMS), en relación a la falta de comprensión que sufren muchos niños en la adquisición de la conservación de la longitud.

3. Preguntas de investigación

Como hemos observado en la literatura, la adquisición de la conservación de la longitud tiene lugar cuando el niño identifica longitudes que son iguales independientemente de que sufran determinadas transformaciones. Vista la discrepancia que hay en torno a la edad en la que ocurre dicha adquisición, y la escasez de detalles sobre las estrategias que utilizan los alumnos, nos hemos planteado las siguientes preguntas de investigación:

1. ¿En qué medida tienen los alumnos de 4º y 6º de primaria de dos colegios de Cantabria adquirida la conservación de la longitud?
2. ¿Qué estrategias utilizan para resolver cuestiones de conservación de la longitud?
3. ¿Varían las estrategias según la edad del alumno?
4. ¿Tiene la adquisición de la longitud impacto en el aprendizaje de otros conceptos geométricos?

4. Metodología

A continuación se presenta la estrategia de investigación seguida en este estudio, así como las características de la muestra y del diseño del cuestionario.

4.1 Estrategia de investigación

Se ha utilizado un cuestionario con preguntas cerradas y explicaciones abiertas para la recogida de datos.

El cuestionario se ha presentado a alumnos que están cursando 4º y 6º de primaria, ya que estos alumnos están dentro del rango de edad que establece Piaget para ver el grado de asimilación que tienen sobre el concepto de la conservación de la longitud.

4.2 Procedimiento y muestra

La muestra ha sido tomada de dos colegios de Cantabria, que son respectivamente, el "CEIP Marta Linares" (San Vicente de la Barquera) y el Colegio "El Salvador" (Barrera). El primero colegio es público y está situado en un entorno rural, y el segundo es concertado y se localiza en un entorno más urbano (próximo a Torrelavega).

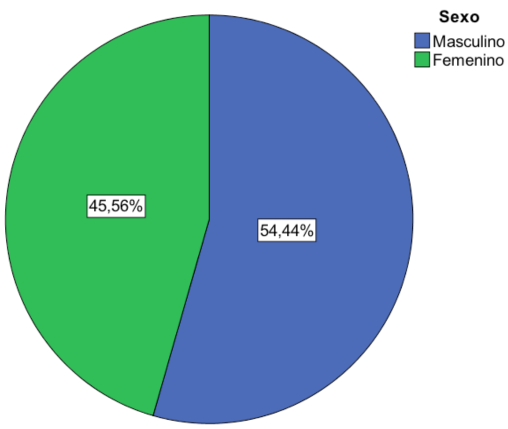


Figura 1: *Total de alumnos encuestados por sexo.*

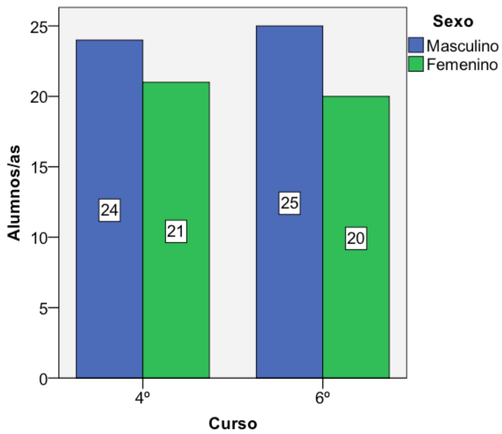


Figura 2: *Total de alumnos encuestados por sexo en cada curso.*

La muestra total seleccionada ha sido de 90 alumnos, de los cuales hay 49 chicos lo que supone un 54,4%, y 41 chicas lo que supone un 45,6%.

Esto supone que hay un número ligeramente superior de chicos que de chicas debido a que es en la proporción en que se encuentran en los colegios seleccionados. De la muestra de 90 alumnos la mitad es de cada curso, siendo

45 alumnos de 4º de primaria (24 chicos y 21 chicas) y otros 45 de 6º de primaria (25 chicos y 20 chicas).

4.3 Diseño del cuestionario

Inicialmente se piden una serie de datos personales para su posterior análisis, tales datos son: sexo, edad, curso y la nota obtenida normalmente en matemáticas.

CUESTIONARIO DE MATEMÁTICAS

Rellena los siguientes datos:

Nombre y apellidos:……………………………………………………………………

Sexo: chico ☐ chica ☐ Edad: .... Curso: ....

¿Qué nota obtienes normalmente en matemáticas? Da un número del 1 al 10:

Figura 3: *Primera parte del cuestionario, datos personales.*

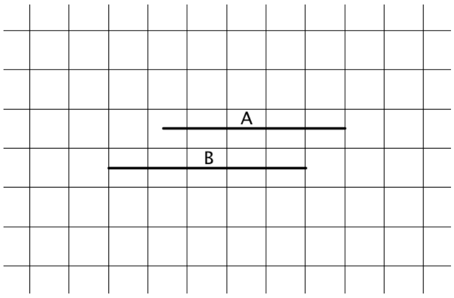
Posteriormente se pasa un cuestionario de cinco preguntas para estudiar de qué forma el alumno tiene adquirido el concepto de conservación de la longitud. Dicho cuestionario deberán contestarlo sin utilizar ningún instrumento de medida, pudiendo utilizar las referencias de la cuadrícula en la que vienen presentadas las preguntas. En cada uno de los ítems del cuestionario se les pide además que expliquen su respuesta.

Pregunta 1:

Presenta dos segmentos paralelos de distinta longitud uno de ellos desplazado, de forma que ninguno de los extremos coinciden. Para que el alumno identifique si miden o no lo mismo, se les da cuatro posibles respuestas como se observa en la figura 4.

Esta cuestión está extraída del trabajo de Hart (1981, p. 11), donde se plantean dos segmentos iguales paralelos cuyos extremos no coinciden.

1 . Observa las líneas A y B, y haz una cruz en la respuesta correcta.



- A mide más que B ☐ - B mide más que A ☐
- A y B miden lo mismo ☐ - No se puede saber ☐

Explica tu respuesta:

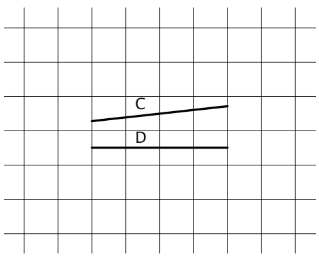
Figura 4: *Primera pregunta del cuestionario.*

Pregunta 2:

Presenta dos segmentos cuyos extremos coinciden, uno de ellos paralelo al borde de la hoja y otro inclinado. Al igual que en la pregunta anterior, se les da la opción de contestar si miden lo mismo los dos, si uno de ellos mide más que el otro o si no se puede saber.

Esta pregunta ha sido extraída del estudio efectuado por Hart (1981) realizado con niños de 12, 13 y 14 años.

2 . Observa las líneas C y D, y haz una cruz en la respuesta correcta.



- C mide más que D ☐ - D mide más que C ☐
- C y D miden lo mismo ☐ - No se puede saber ☐

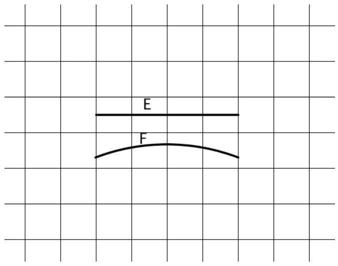
Explica tu respuesta:

Figura 5: *Segunda pregunta del cuestionario.*

Pregunta 3:

Se les presenta un segmento y una línea curva cuyos extremos coinciden. Esta pregunta ha sido sacada, al igual que la pregunta 2, del estudio de Hart (1981).

3 . Observa las líneas E y F, y haz una cruz en la respuesta correcta.



- E mide más que F ☐ - F mide más que E ☐

- E y F miden lo mismo ☐ - No se puede saber ☐

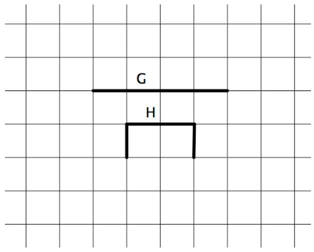
Explica tu respuesta:

Figura 6: *Tercera pregunta del cuestionario.*

Pregunta 4:

Presenta un segmento y una línea poligonal, ambos de la misma longitud. Esta pregunta es distinta de las planteadas por Dickson (1991), y ha sido creada introduciendo una línea poligonal como otra forma de comparación.

4 . Observa las líneas G y H, y haz una cruz en la respuesta correcta.



- G mide más que H
- H mide más que G
- G y H miden lo mismo
- No se puede saber

Explica tu respuesta:

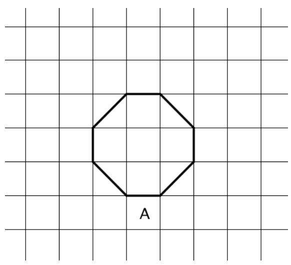
Figura 7: *Cuarta pregunta del cuestionario.*

Pregunta 5:

Presenta un polígono irregular de 8 lados siguiendo dichos lados la línea de la cuadrícula y la diagonal de la misma. Se pide que contesten cuánto vale la suma de los 8 lados sabiendo que el lado de la cuadrícula es 1 cm.

Esta pregunta ha sido sacada, al igual que las pregunta 2 y 3, del estudio efectuado de Hart (1981).

5. La siguiente figura de 8 lados se ha dibujado en una cuadrícula con cuadrados de 1 cm de lado.



Haz una cruz en la respuesta correcta:

La suma de los lados de A es:

- 8 cm
- Más de 8 cm
- Menos de 8 cm
- No se puede saber

Explica tu respuesta:

Figura 8: *Quinta pregunta del cuestionario.*

4.4 Análisis de datos

Primeramente se analizaron las respuestas de los cuestionarios. Se calcularon los porcentajes de respuestas correctas e incorrectas de cada pregunta. Además, se analizaron las explicaciones de los alumnos estableciéndose una categorización para cada una de las preguntas del cuestionario.

Para todo el análisis de datos se ha utilizado el programa "IBM SPSS Statistics", un software estadístico que se centra en el completo proceso analítico.

5. Resultados

A continuación presentamos los resultados obtenidos en cada una de las preguntas del cuestionario en términos de los porcentajes de tipos de respuestas y las categorías de explicaciones.

Pregunta 1

En los análisis realizados de la primera pregunta (figura 9) se aprecia que el 75,6% de los alumnos da la respuesta correcta. Sin embargo es significativo que hay un 17,8% de los alumnos que identifican a los dos segmentos como iguales.

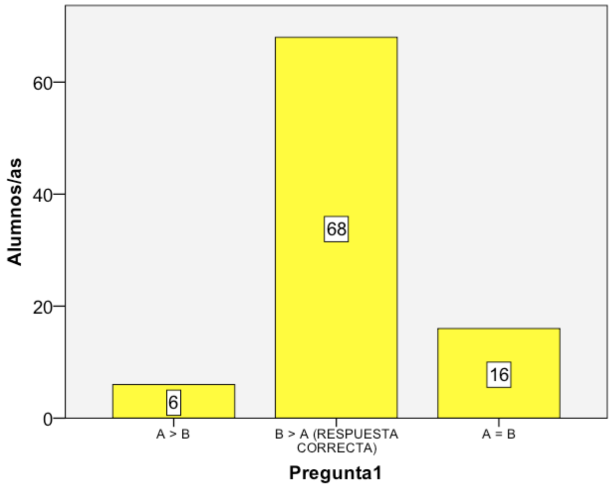


Figura 9: *Resultados de respuestas correctas e incorrectas.*

En la gráfica de la figura 10 se analiza la respuesta por curso, observándose como podía ser de prever un aumento de número de alumnos que obtienen la respuesta correcta en 6º de primaria. Sin embargo esta diferencia no es grande (73,3% en los alumnos de 4º de primaria frente a un 77,8% en los alumnos de 6º).

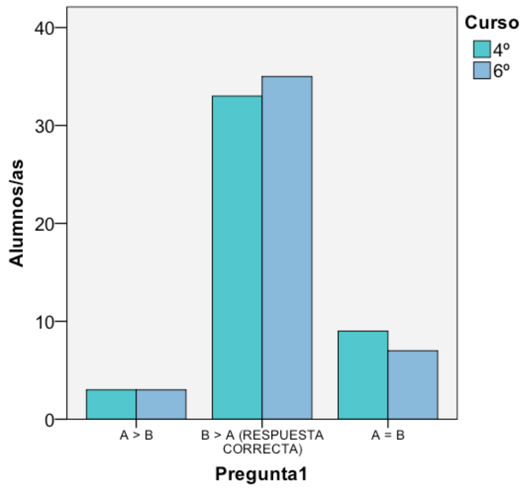


Figura 10: *Resultados de respuestas correctas e incorrectas por curso.*

Estudiando las explicaciones de los alumnos (figura 11), deducimos que éstos utilizan distintas estrategias para la resolución de la pregunta 1. El 17,8% de alumnos no saben dar una explicación clara de por qué han elegido la respuesta, un 51,1% lo justifican contando los cuadrados y el resto lo justifican haciendo uso de una estrategia visual.

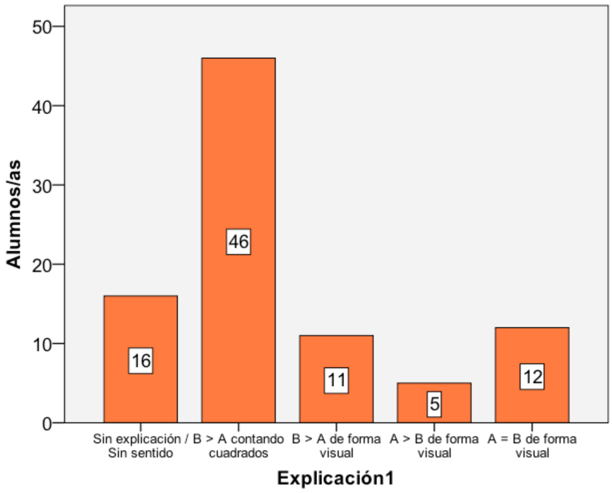


Figura 11: *Tipos de explicación.*

En particular, la mayoría de los alumnos que aciertan la respuesta la justifican utilizando una estrategia de conteo de cuadrados (ver figura 12). Cabe destacar que esta estrategia es adecuada para esta pregunta por estar ambos segmentos colocados de forma paralela al lado del cuadrado de la trama.

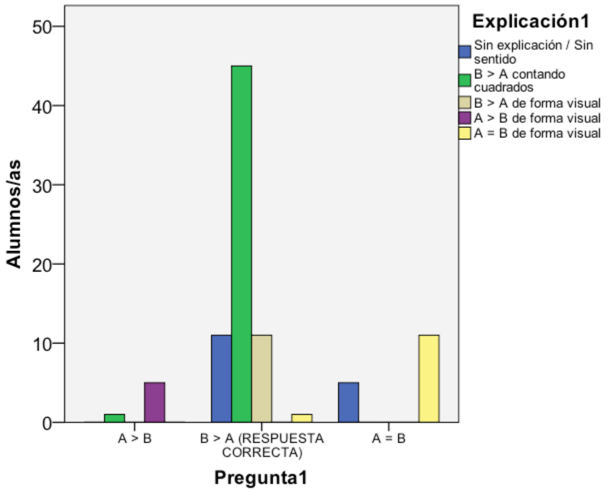


Figura 12: *Explicaciones que dan los alumnos en función de las respuestas.*

Además, si comparamos el tipo de estrategia por curso observamos que se utiliza más la estrategia de conteo en edades más avanzadas (ver figura 13).

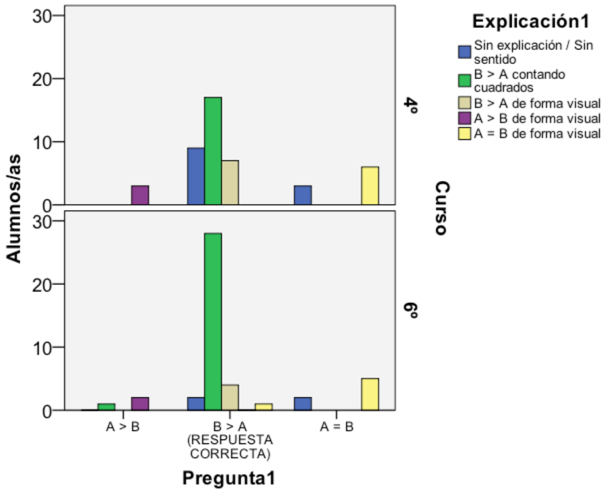


Figura 13: *Explicaciones que dan los alumnos en función de las respuestas, en cada curso.*

Pregunta 2

En el análisis de la segunda pregunta (figura 14), únicamente eligen entre dos respuestas de las cuatro propuestas y el 23,3% acierta frente al 76,7% que identifica los dos segmentos con igual longitud.

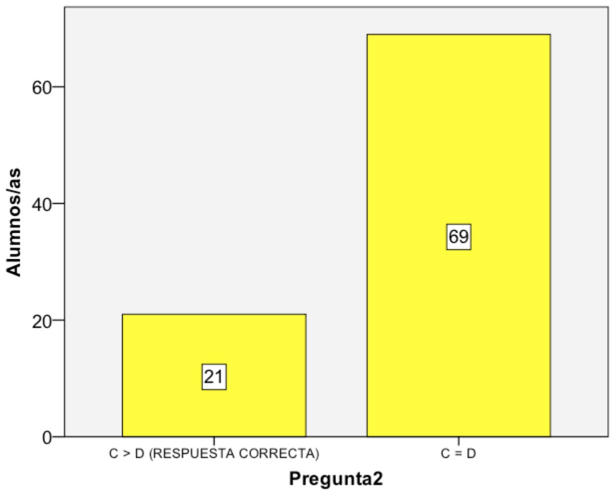


Figura 14: *Resultados de respuestas correctas e incorrectas.*

Atendiendo a las diferentes respuestas que dan los alumnos según el curso (figura 15), se observa mayor acierto en los alumnos de 6º primaria (28,9%) frente a los de 4º de primaria (17,8%).

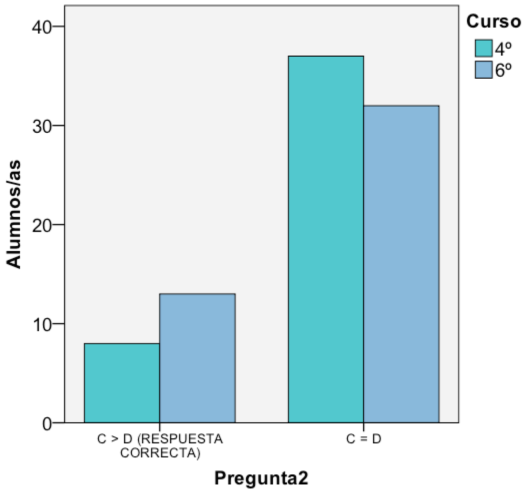


Figura 15: *Resultados de respuestas correctas e incorrectas por curso.*

La figura 16 muestra que los alumnos que aciertan dan como explicación mayoritaria el encontrarse una línea inclinada (57,1% de los que aciertan) y los restantes que aciertan lo justifican de forma visual o no lo justifican. Respecto al 76,7% de los que no aciertan, lo justifican haciendo alusión a que los extremos están alineados, o contando cuadrados, lo que supone claramente una estrategia errónea en este caso.

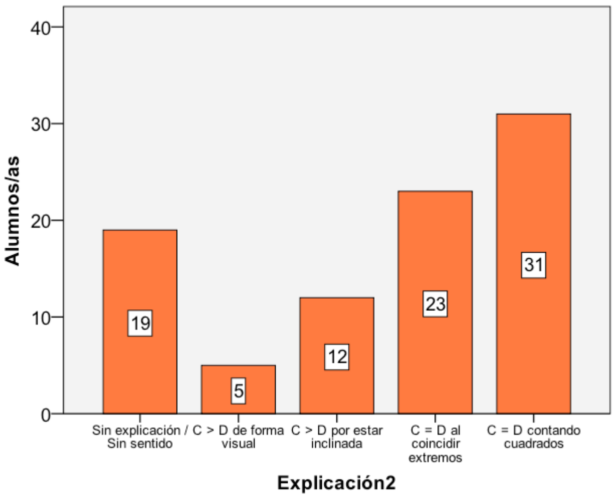


Figura 16: *Tipos de explicación.*

Mirando el análisis de las respuestas y las explicaciones (figura 17), se observa que la respuesta correcta con la explicación de estar inclinada lo obtienen el 57,1% de los que aciertan, seguida de un 23,8% con la explicación de forma visual .

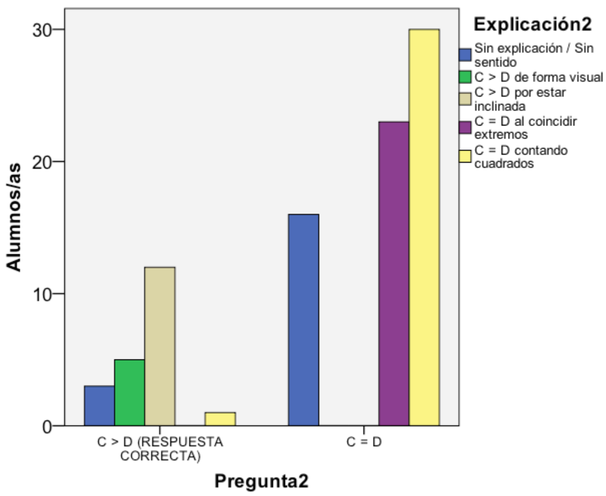


Figura 17: *Explicaciones que dan los alumnos en función de las respuestas.*

Comparando las respuestas según el curso (figura 18), se observa que en 4º de primaria utilizan más la estrategia de coincidencia de extremos no marcando la respuesta correcta un 37,8% frente a un 13,3% de 6º de primaria. Sin embargo, en 6º de primaria utilizan más la estrategia de contar cuadrados, un 40% los alumnos de 6º de primaria frente a un 26,7% los de 4º.

En relación a las estrategias usadas para la respuesta correcta, el razonamiento de encontrarse una línea inclinada es el más usado (15,6% en 6º de primaria frente a un 8,9% en 4º).

Finalmente, comparando globalmente las respuestas correctas en función del curso, se observa un porcentaje de aciertos de los alumnos de 4º de primaria del 17,7% y un 28,9% de los alumnos de 6º de primaria. Por los datos expuestos se aprecia como al aumentar de curso, y por tanto de edad, se van abandonando algunas estrategias poco útiles para su resolución.

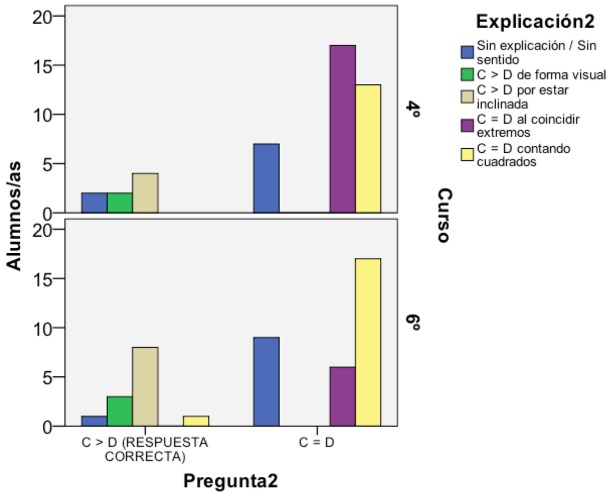


Figura 18: *Explicaciones que dan los alumnos en función de las respuestas, en cada curso.*

Pregunta 3

Con respecto a la pregunta 3, figura 19, se observa un mismo número de alumnos que aciertan (43,3%) con respecto a los que identifican las dos líneas como iguales.

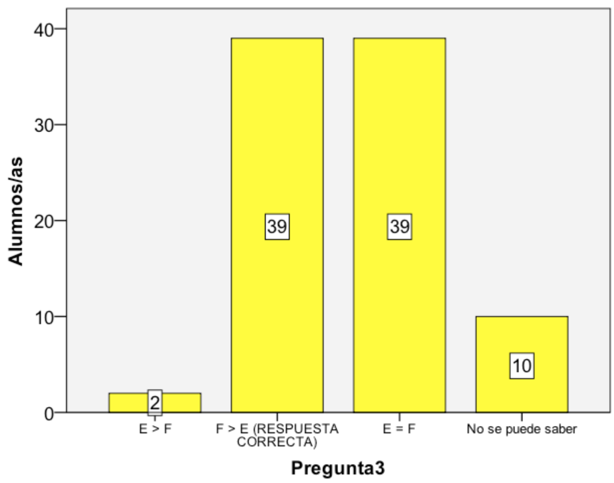


Figura 19: *Resultados de respuestas correctas e incorrectas.*

En el análisis por curso (figura 20), de los que aciertan el 43,6% es de 4º de primaria y el 56,4% de 6º de primaria, siguen lógicamente acertando más los alumnos de 6º curso.

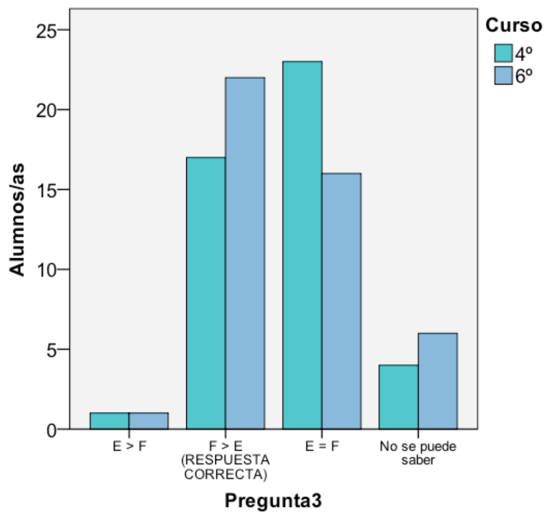


Figura 20: *Resultados de respuestas correctas e incorrectas por curso.*

Entre los alumnos que aciertan, el 74,4%, da como explicación encontrarse en forma curva, el resto o no da explicación o dice que de forma visual (figura 21). Es interesante destacar que con frecuencia los alumnos que consideran que no se puede saber cuál de las líneas mide más hacen alusión a la rectitud y curvatura de las líneas. Por ejemplo, Pedro (10 años) lo explica diciendo "porque una es una recta y la otra es una curva".

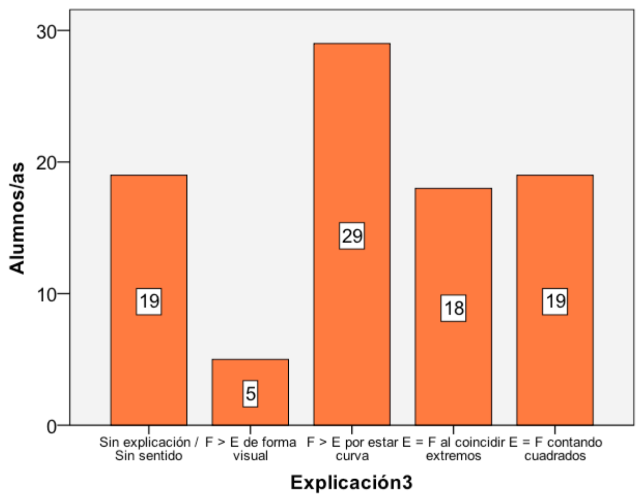


Figura 21: *Tipos de explicación.*

Atendiendo a las explicaciones que dan (figura 23), se puede observar que entre los alumnos que aciertan la respuesta, un porcentaje muy alto (74,4%)

justifica que la línea F es mayor que la E por ser F “curva”.

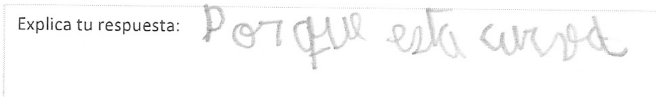


Figura 22: *Respuesta de Javier (9 años).*

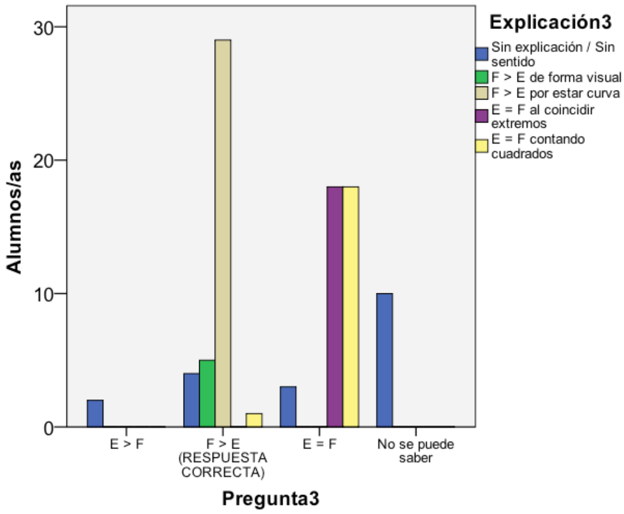


Figura 23: *Explicaciones que dan los alumnos en función de las respuestas.*

Mirando las respuestas en función del curso (figura 24), entre los alumnos que aciertan, justifican la respuesta por estar la línea curva el 22,2% de los alumnos de 4º de primaria y el 42,2% de 6º. Se ve de nuevo una disminución clara en el uso de la estrategia de coincidencia de extremos.

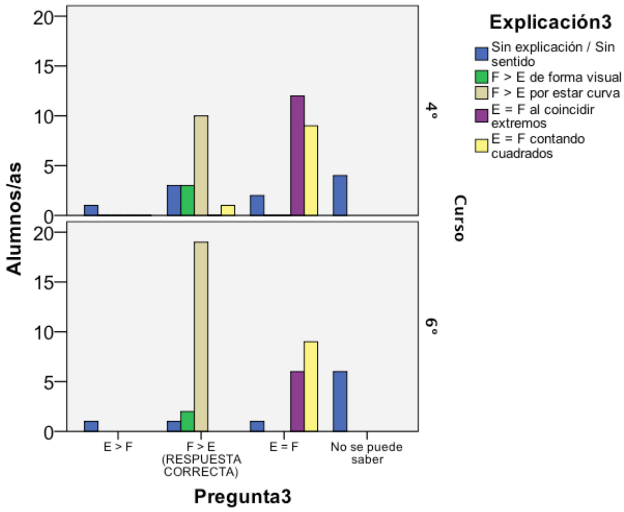


Figura 24: *Explicaciones que dan los alumnos en función de las respuestas, en cada curso.*

Pregunta 4

En el análisis de la pregunta 4 (figura 25), aparece un 74,4% con respuesta correcta. Por otra parte, hay un porcentaje parecido que indica “G mayor que H” (11,1%) y que “H mayor que G” (10%).

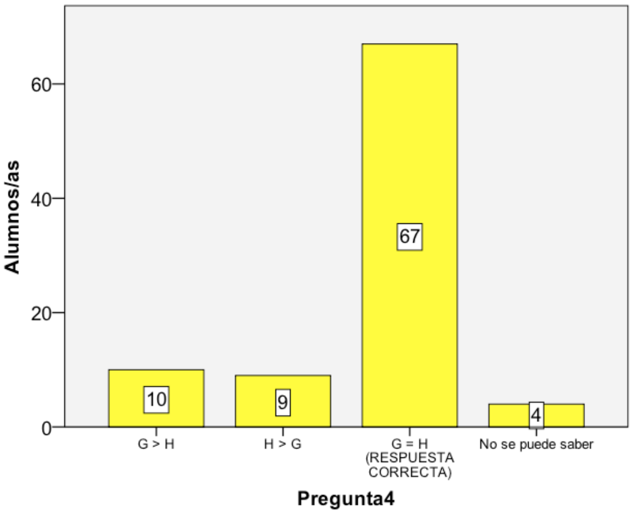


Figura 25: *Resultados de respuestas correctas e incorrectas.*

En el análisis de la respuesta por curso (figura 26), aparece un 64,4% de aciertos entre los alumnos de 4º de primaria frente a un 84,4% de los alumnos de 6º de primaria, al igual que se viene reflejando en el resto de preguntas.

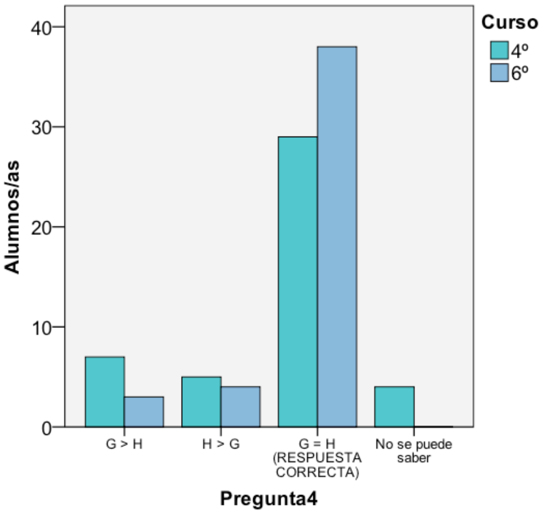


Figura 26: *Resultados de respuestas correctas e incorrectas por curso.*

Se aprecia en la figura 27, que globalmente aciertan un 74% de los alumnos, y de los que aciertan el 64,4% son de 4º de primaria y 84,4% de 6º.

Entre los que aciertan, el 43,3% lo justifican mediante conteo, de ellos el (23,7% son de 4º de primaria frente al 21,7% que son de 6º) y el 50,7% utilizan la estrategia visual (15,9% son de 4º de primaria frente al 29,1% que son de 6º).

También se observa que hay un 13,3% que no aciertan y lo justifican por la forma de la figura, la mitad dicen que “G es mayor que H” y la otra mitad que “H es mayor que G”.

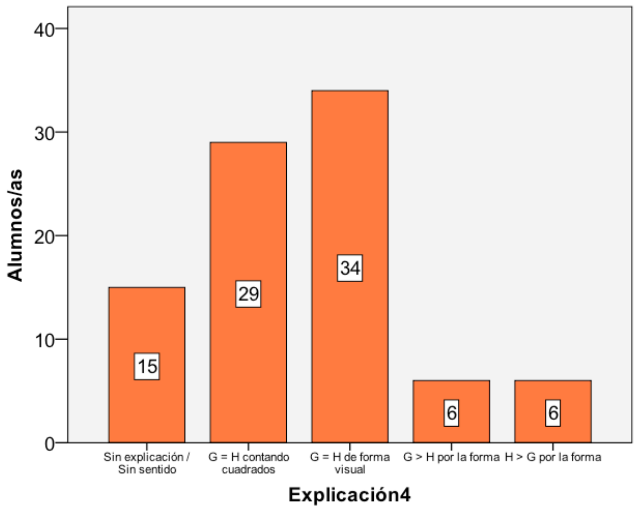


Figura 27: *Tipos de explicación.*

En la gráfica de la figura 28, donde se analiza la explicación que dan en función de la respuesta, los alumnos con respuesta correcta dan, en su mayoría, como justificación de forma visual seguido de conteo de cuadrados

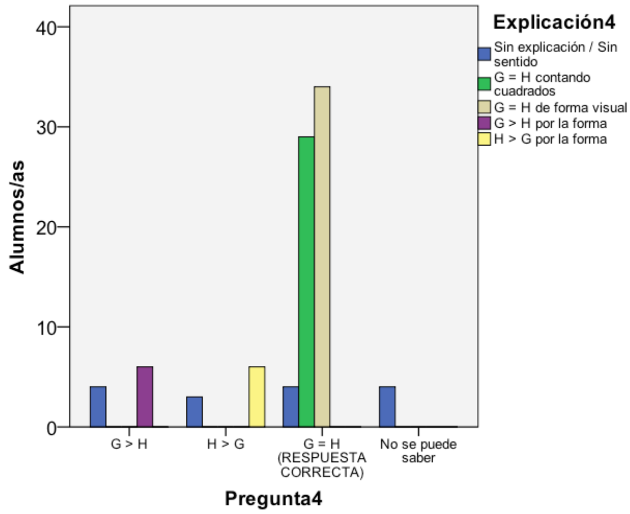


Figura 28: *Explicaciones que dan los alumnos en función de las respuestas.*

A la hora de comparar las explicaciones que dan los alumnos con respuesta correcta por curso (figura 29), los alumnos de 6º curso identifican en mayor medida la respuesta de una forma visual. Esto muestra que los alumnos de mayor edad van adquiriendo más soltura en las estrategias siendo cada vez menos necesario la estrategia más rudimentaria de contar cuadrados uno a uno, y mostrando una mejora en la percepción “a primera vista” de la longitud (estrategia visual).

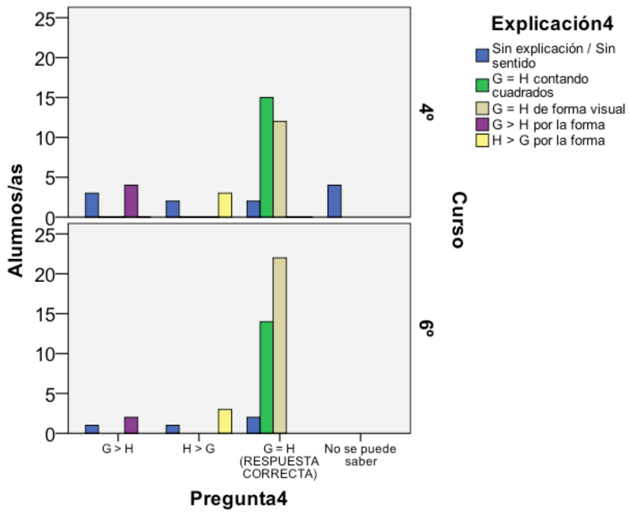


Figura 29: *Explicaciones que dan los alumnos en función de las respuestas, en cada curso.*

Pregunta 5

La figura 30 muestra los resultados a la última cuestión, que es la que mayor porcentaje de respuestas erróneas ha dado. Un 74,4% de los alumnos identifican el octógono como una figura regular de perímetro 8 cm, mientras que solo aciertan el 6,7% de los alumnos.

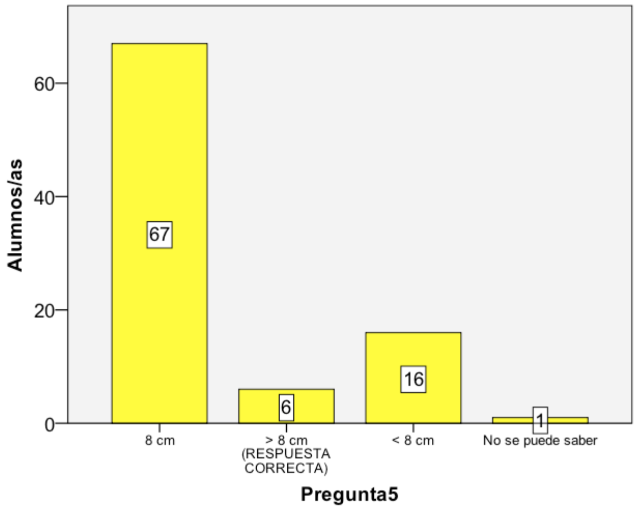


Figura 30: *Resultados de respuestas correctas e incorrectas.*

En la gráfica de la figura 31, se observa curiosamente que aciertan más alumnos de 4º curso que de 6º curso, aunque al ser el número de aciertos tan pequeño no parece significativo.

Otro dato curioso es que el 77,8% de los alumnos de 6º de primaria no distinguen entre la medida del lado y de la diagonal del cuadrado por lo que optan por la respuesta de que el perímetro mide 8 cm, frente a un 71,1% de los alumnos de 4º.

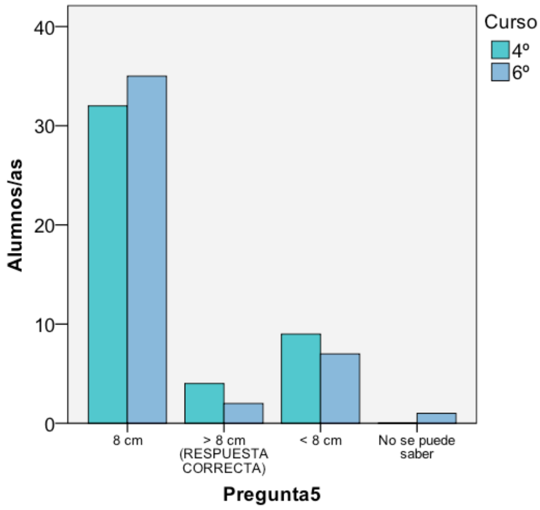


Figura 31: *Resultados de respuestas correctas e incorrectas por curso.*

Si atendemos a las estrategias que utilizan los alumnos, como se muestra en la gráfica de la (figura 32) vemos que todos los que han dado una explicación hacen alusión a la medida de los lados. Sin embargo, hay una diferencia fundamental, los que aciertan se dan cuenta de que la medida del lado es menor que la medida de la diagonal, mientras que los que no aciertan identifican como igual la medida del lado y la diagonal.

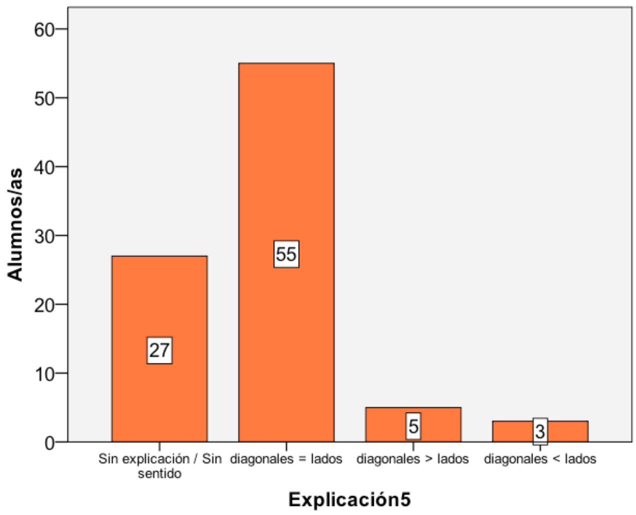


Figura 32: *Tipos de explicación.*

En la gráfica mostrada en la figura 33, solo hay 4 alumnos que indican que la diagonal es mayor que el lado en su explicación de los 6 que aciertan la pregunta.

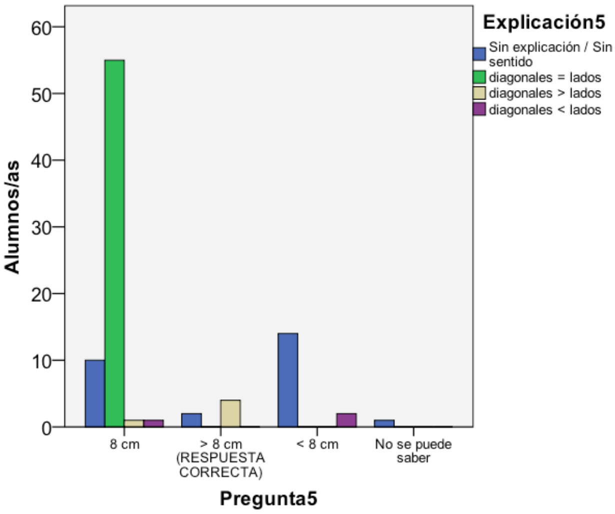


Figura 33: *Explicaciones que dan los alumnos en función de las respuestas.*

Finalmente, analizando las explicaciones que dan los alumnos en función del curso en el que se encuentran (figura 34), aciertan 4 alumnos de 4º de primaria de los cuales 2 alumnos dan la explicación correcta frente a otros 2 que no dan explicación, y de 6º de primaria solo aciertan 2 alumnos dando la explicación correcta.

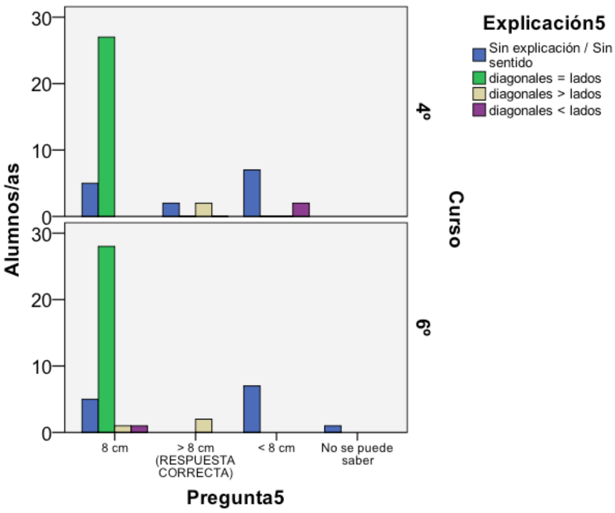


Figura 34: *Explicaciones que dan los alumnos en función de las respuestas, en cada curso.*

6. Discusión

Pregunta 1

Los alumnos que indican la respuesta correcta dan las siguientes explicaciones por este orden: contando cuadrados, de forma visual o sin explicación. Se observa que al aumentar la edad, con alumnos de 6º de primaria, aumenta la explicación de conteo abandonando otras técnicas más rudimentarias.

Esta primera pregunta tiene un porcentaje de aciertos del 76,5%, lo que indica que no ofrece excesiva dificultad para los alumnos. Esto puede ser debido a que los dos segmentos son paralelos entre sí, y paralelos también a las líneas de la cuadrícula lo que facilita la comparación de longitudes. Hay un porcentaje mayor de éxito en esta pregunta entre los alumnos de 6º de primaria con respeto a los de 4º de primaria. Esto tiene sentido pues los alumnos de 6º tienen más afianzado el concepto de conservación de la longitud, que como indica Piaget ya se encuentran en el estadio de la consolidación en dichas edades.

Los resultados de esta pregunta para 6º de primaria (76,5%) son algo peores que los obtenidos por Hart (1981) quien presenta un porcentaje de acierto del 86,4 con niños de 12 años.

Pregunta 2

Los alumnos que marcan la respuesta correcta, porcentaje bajo, lo justifican por estar inclinada y algunos contando cuadrados. También se observa que los alumnos que no aciertan basan su explicación en la coincidencia de extremos.

Esta pregunta obtiene tan solo un 23,3% de aciertos. A pesar de ellos, si nos fijamos en las respuestas de los alumnos de 6º y comparamos los resultados obtenidos con los que obtuvo Hart (1981) para alumnos de 12 años, se aprecia que el resultado obtenido es claramente mejor que en el estudio realizado por Hart:

	Resultado 6º primaria	Resultado de Hart *(12 años)*
C mide más que D	28,9 %	42 %
D mide más que C	0 %	0 %
C y D miden lo mismo	71,1 %	48 %
No se puede saber	0 %	4 %

Tabla 1: *Comparación de resultados de 6º primaria con los alumnos obtenidos por Hart (1981) para alumnos de 12 años.*

En ambos estudios hay un número importante de alumnos que identifican los dos segmentos como segmentos de igual longitud, lo que coincide con los resultados de Piaget que afirman que se ven como iguales porque sus extremos coinciden.

Pregunta 3

La explicación mayoritaria de los alumnos que señalan la respuesta correcta se debe a la posición curva de la línea frente a los que no dan explicación o aciertan de forma visual.

En el caso de este pregunta, aciertan el 43,3% de los alumnos. Al comparar los resultados con los de Hart (1981) se observa que el resultado obtenido es peor, algo lógico por tratarse de alumnos con menor edad:

	Resultado 6º primaria	Resultado de Hart (12 años)
E mide más que F	2,2 %	1 %
F mide más que E	48,9 %	72 %
E y F miden lo mismo	35,6 %	20 %
No se puede saber	13,3 %	6 %

Tabla 2: *Comparación de resultados de 6º primaria con los alumnos obtenidos por Hart (1981) para alumnos de 12 años.*

Existe el mismo número de alumnos que aciertan que los que identifican los dos segmentos iguales. Los alumnos que identifican los dos segmentos como iguales se fijan en los extremos, por tanto no tienen en cuenta la curvatura de la segunda línea, lo que justifica que nos encontraríamos en el estadio inicial según Piaget.

Pregunta 4

En este caso, no se puede comparar el resultado por ser la pregunta diseñada por nosotros. Sin embargo, destacamos el elevado porcentaje de aciertos (74,4%).

En esta cuestión, se da como explicación mayoritaria el conteo o de forma visual, pero en 6º de primaria se tiende a abandonar la técnica de conteo favoreciendo la estrategia visual.

En relación a las estrategias utilizadas, cabe destacar también que existe un porcentaje elevado de alumnos que tiende a pensar que la línea poligonal es más larga por el efecto visual, sin aportar una explicación clara.

Pregunta 5

En la última cuestión el número de alumnos que aciertan es bajo al no apreciar la diferencia entre la medida del lado del cuadrado y la medida de su diagonal. Sin embargo, aquellos alumnos que aciertan dan la explicación correcta afirmando que es menor la longitud del lado del cuadrado que la de su diagonal.

Esta pregunta es sin duda la que más dificultades ha ocasionado a los alumnos, con un porcentaje de acierto de tan solo un 6,7%. Al comparar los resultados de 6º curso vemos que son bastante peores que los obtenidos por Hart (1981):

	Resultado 6º primaria	Resultado de Hart (12 años)
8 cm	75,6 %	43,2 %
Más de 8 cm	4,4 %	38,5 %
Menos de 8 cm	17,8 %	13,6 %
No se puede saber	2,2 %	4,7 %

Tabla 3: *Comparación de resultados de 6º primaria con los alumnos obtenidos por Hart (1981) para alumnos de 12 años.*

Los resultados de esta pregunta se deben a que identifican la longitud del lado de la cuadrícula con la diagonal de la misma lo que da lugar a la conclusión errónea de que el octógono es un polígono regular y por lo tanto la suma de sus lados (el perímetro) es 8 cm.

Es interesante destacar que varios alumnos indican que mide menos de 8 cm porque cuentan los cuadrados y ven que algunos están a la mitad, intercambiando los términos cuadrado y lado, y por lo tanto no distinguiendo entre perímetro y área. Sin embargo no dan ninguna explicación, no ponen nada o dicen que "por que si".

7. Conclusiones

Tras analizar los resultados de la investigación, observamos que la mayoría de los alumnos de 4º y 6º se encuentran en un estadio 1 y 2 de Piaget, es decir, se fijan solo en los extremos de las líneas y no tienen la conservación adquirida bajo transformaciones. Esto indica que no tienen la conservación de la longitud completamente adquirida incluso en edades avanzadas.

Si analizamos las estrategias utilizadas en la resolución de cuestiones relacionadas con la conservación de la longitud, observamos que los alumnos utilizan estrategias diferentes según su edad. En particular, utilizan estrategias más rudimentarias basadas en conteo o en la posición de los extremos en edades más tempranas. Estas estrategias van siendo abandonadas dando lugar a otras más intuitivas y de carácter más visual en edades más avanzadas.

Nuestros resultados coinciden en su mayoría con los de Hart (1981), y coincidimos con él en que éstos tienen implicaciones didácticas importantes, pues la conservación de la longitud es necesaria para el aprendizaje de otros conceptos. Por ejemplo, la adquisición de la conservación de la longitud es necesaria para comprender la conservación del volumen, o para comprender el teorema de Pitágoras.

Coincidimos con Hart (1981) en la necesidad de hacer hincapié en reforzar la adquisición de la conservación de las medidas geométricas para una mejor asimilación posterior de conceptos más complejos en la etapa de Secundaria.

8. Bibliografía

- Abrate, R; Pochulu, M; Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemáticas*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.
- Carpenter, Thomas P., Mary Kay Corbitt, Henry S. Kepner Jr., Mary Montgomery Linquist, and Robert Reys. "Results of the Second NAEP Mathematics Assessment: Secondary School." *Mathematics Teacher* 73 (May 1980): 329–38
- Chamorro, C; Belmonte, J. M. (1988). *El problema de la medida*. Madrid.
- Chávez, M.T. (2012). *Estudio de la conservación de la longitud en una niña de 7 años*. Venezuela.

- Dickson, L; Brown, M; Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Labor - MEC.
- Fogelman, K. R. (1970) Piagetian Tests for the Primary School. London: National Foundation for Educational Research.
- Flavell, J. H. (1963). *The developmental psychology of Jean Piaget*. Princeton, New York.
- Godino, J; Batanero, C; Roa, R. (2003). *Medida de magnitudes y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica. Granada. (Recuperable en, http://www.ugr.es/local/jgodino/).
- Hart, K.M. (1981). *Children's understanding of mathematics*. Newcastle.
- Martínez Recio, A. (2005). *Matemáticas para educación primaria y secundaria*. Libro electrónico http://www.uco.es/~ma1marea/profesor/primaria/medidas/cogniti/indice.htm
- Piaget, J. (1947). *The psychology of intelligence*. London.
- Sanz, M. T. (2010). *Psicología del desarrollo*. España.
- *Las magnitudes y su medida en la Educación Primaria*. Cuadernos de Aula, Canarias. (2001). Consultado en http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/5/DGOIE/PublicaCE/docsup/la%20medida_parte5.pdf
- *Citas matemáticas*. Real Sociedad Matemática Española. España. Consultado en http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_alphacontent&section=16&category=110&ordering=1&limit=10&Itemid=67&limitstart=40