



Facultad de Educación

**MÁSTER EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE EDUCACIÓN
SECUNDARIA**

**El razonamiento proporcional en los libros de Educación
Secundaria Obligatoria**

**Alumno: Rodrigo Prieto Martín
Especialidad: Matemáticas
Director: Mario A. Fioravanti Villanueva
Curso 2013/2014
Fecha: 25 de junio de 2014**

Quiero manifestar mi agradecimiento a mi Director de Trabajo Fin de Máster Mario Alfredo Fioravanti, por el apoyo y la dedicación que me ha prestado, y a mi tutor del centro de prácticas, Julio Ortega, por facilitarme la realización del test que se incluye en este estudio.

ÍNDICE

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción y justificación.....	1
1.2 Aspectos a considerar.....	5
1.3 Ítems del análisis.....	6

2 ANÁLISIS DE LIBROS

2.1 Editorial Anaya

2.1.1 Libros analizados.....	9
2.1.2 Comparativa entre los libros de los diferentes cursos.....	10

2.2 Editorial Santillana

2.2.1 Libros analizados.....	13
2.2.2 Comparativa entre los libros de los diferentes cursos.....	13

2.3 Editorial Vicens Vives

2.3.1 Libros analizados.....	16
2.3.2 Comparativa entre los libros de los diferentes cursos.....	17

2.4 Editorial Marfil

2.4.1 Libros analizados.....	20
2.4.2 Comparativa entre los libros de los diferentes cursos.....	21

2.5 Análisis comparativo de las diferentes editoriales

2.5.1 Primer curso.....	25
2.5.2 Segundo curso.....	27
2.5.3 Tercer curso.....	30
2.5.4 Cuarto curso.....	32

2.6 Puntos fuertes y débiles de cada editorial.....

2.7 Conclusiones.....

3 TEST REALIZADO A LOS ALUMNOS

3.1 Introducción.....	41
3.2 Metodología y preguntas de la investigación.....	43
3.3 Análisis de resultados.....	47
3.4 Conclusiones y discusión.....	50

4 BIBLIOGRAFÍA

4.1 Libros de texto analizados.....	51
4.2 Otra documentación consultada.....	52

5 ANEXO I: ANÁLISIS DETALLADO DE LIBROS

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción y justificación

Debido a las dificultades de los alumnos para el **razonamiento proporcional** observadas durante mi estancia en el centro de prácticas, y a ciertas carencias detectadas en los materiales con los que trabajan, me ha parecido oportuno analizar diversos libros de texto que se utilizan en nuestro país en relación a ciertos aspectos que se pueden considerar mejorables.

No es posible saber el modo en que la proporcionalidad es enseñada en España de forma general, pero si podemos suponer que los libros de texto juegan un papel importante en esta enseñanza. El informe Cockcroft (1982) así como varios autores citados por Juan Pino Ceballos y Lorenzo J. Blanco en “Análisis de los problemas de los libros de texto de matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad” (2008), remarcan la **importancia de los libros de texto**. Entre estos autores se encuentran Rodríguez (2006), Sowder (1988), Uribe y Skrabonja (2006), Aamotsbakken (2006), Rico (1990).

Recogemos a continuación alguna de las opiniones al respecto.

- El informe Cockcroft afirma “los libros de texto constituyen una ayuda inestimable para el profesor en el trabajo diario del aula” (p. 114)
- Uribe y Skrabonja (2006) incluso atribuyen importancia a los textos como un elemento clave para hacer viables los procesos de innovación educativa.
- Aamotsbakken (2006) explica que la dependencia del uso de libros de texto es aplicable a la mayoría de los profesores tanto en la educación primaria como secundaria. Esta es tan fuerte que uno podría decir que el docente “se aferra al libro”.
- Rico (1990) afirma que:
“Como el libro supone un gran esfuerzo de síntesis, planificación, estructuración y acomodación de contenidos por encima de la capacidad del profesor medio se considera el paradigma del conocimiento que hay que transmitir”. (Rico 1990, p.22).

También Modesto Sierra (2009) en la “Introducción al seminario sobre análisis de libros de texto”, afirma que el punto de inflexión en el que se comenzó a considerar la importancia de los libros de texto, fue el artículo de Schubring (1987) “On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbooks authors” publicado en *For the learning of mathematics*. En este artículo, Schubring parte de la idea de que los manuales escolares determinan más la enseñanza que los decretos ministeriales.

Con la finalidad de poner de manifiesto la importancia del razonamiento proporcional para la adquisición de la competencia matemática y su relevancia en el currículum, recogeremos las ideas de varios autores citados por Carlos Ernesto Holguín Ortega (2012):

Desde los autores más clásicos de pedagogía el razonamiento proporcional se considera un tema muy importante en la educación. Piaget, en su **Epistemología genética**, afirma que el **razonamiento proporcional** juega un papel importante en el **desarrollo de la inteligencia** del individuo y es uno de los esquemas mentales fundamentales en la **etapa de las operaciones formales**. (Epistemología genética. Inhelder y **Piaget** 1955. Citado por Fiol y Fortuny 1990). Los conceptos de proporcionalidad se utilizan en otras áreas de conocimiento, como la Química o las Ciencias Sociales.

Respecto al momento en el que resulta más adecuado el estudio de la proporcionalidad, este sería cuando los alumnos están terminando la **etapa de las operaciones concretas** e iniciando la **etapa de las operaciones formales**. (Según las etapas evolutivas-intelectuales de la **psicología genética** propuesta por **Piaget** y sus colaboradores). Comenzar a trabajar al final de la etapa de las operaciones concretas es lo ideal ya que el razonamiento proporcional los preparará para comprender adecuadamente los procesos formales que se encuentran implícitos al trabajar en álgebra. De hecho se puede hacer una **aproximación aritmética** o **algebraica** a la **proporcionalidad**.

Un elemento profundamente ligado al desarrollo del razonamiento proporcional es el **razonamiento inductivo**. Este supone una estructura implícita para la construcción del conocimiento. Implica la capacidad de abstracción, generalizar sucesos, identificar patrones, hacer analogías.

Lesh, Post y Behr (1988, p. 93), denominan **razonamiento proporcional** a un tipo de razonamiento matemático en el cual se encuentra implícito el sentido de **covariación**, de comparaciones múltiples entre magnitudes, así como la capacidad de **almacenar y procesar mentalmente** fragmentos de información. (Se trata de una visión del razonamiento proporcional más amplia que la clásica). Entienden la **covariación** como la relación existente entre dos magnitudes, de manera que todo aumento o disminución de una de ellas se traduce en un aumento o disminución de la otra. Nótese que esto no implica que dicha variación sea directamente proporcional, sólo que al variar una variará la otra.

Según los autores citados anteriormente, la principal característica necesaria para el razonamiento proporcional, es la **capacidad de reconocimiento de similitud estructural e invarianza** existente en un sistema matemático.

Este estudio está compuesto de dos partes claramente diferenciadas:

Por un lado un **análisis de libros de texto**. En él se analizará el tema de proporcionalidad basándose en una serie de aspectos que enumeraremos más tarde. Puesto que pretendemos valorar dichos materiales a lo largo de la Educación Secundaria Obligatoria, analizaremos los textos de ciertas editoriales para los 4 cursos.

Por otro lado, una pequeña **prueba a los alumnos**. Se trata de distinguir razonamientos aditivos de proporcionales. Esta prueba y su análisis se encuentran recogidos en el correspondiente apartado de este trabajo.

Las editoriales seleccionadas son aquellas a cuyos materiales he podido tener acceso. No obstante creo que son representativas de los libros de texto existentes en España. Estas editoriales son: Anaya, Santillana, Vicens Vives y

Marfil. Esta última se puede considerar minoritaria pero, debido a lo diferente de su propuesta, he decidido incluirla en el análisis.

Algunos aspectos que considero mejorables en la enseñanza de la proporcionalidad propuesta por los libros de texto que he visto durante el máster, en las prácticas o previamente como profesor particular, serían los tres siguientes:

1. Sería conveniente una mezcla de problemas (que todos los problemas de un tema no sean de los mismos tipos). Por ejemplo, la aparición de problemas aditivos junto a los proporcionales. Justificada por la propia prueba realizada en el aula y por otras investigaciones como “Características del desarrollo del razonamiento proporcional en la Educación Primaria y Secundaria” de Fernández Verdú y Llinares Ciscar (2012a).
2. Es recomendable apoyarse en la **representación gráfica**, en inicio de manera intuitiva, después formal cuando los alumnos conozcan la representación y análisis de **funciones lineales**. Recordemos que en otros estudios, como el citado arriba, se advierten los fallos cometidos por alumnos de 3º y 4º de la ESO que ya conocen estas técnicas. Varios autores inciden en la importancia de las representaciones gráficas para la comprensión de la matemática.

Pino Ceballos y J. Blanco (2008) citan a Chamorro y Vecino (2003) y exponen:

“En la comprensión de los enunciados de los problemas, los alumnos ponen en juego diferentes tipos de representaciones cognitivas: de tipo lingüístico, icónico y ligadas al escrito matemático y su correspondencia oral. Entre estas representaciones se establecen relaciones de tal modo que se puede pasar de una representación lingüística o de una representación icónica a un escrito matemático”.

Construyen en base a ello una de las categorías de clasificación de problemas en función del soporte en que se presenta el enunciado, en ella incluyen las subcategorías: Texto escrito (en lenguaje natural numérico y/o lógico), Tabla, Gráfico e Imagen.

También recogen, en relación con los contenidos de proporcionalidad, la importancia de su aplicabilidad a situaciones de la vida real.

3. Trabajo de la proporcionalidad desde el punto de vista del **cálculo mental** con aplicación a la **vida cotidiana** (por ejemplo, al hacer la compra, se usan los porcentajes). No son pocos los autores que nos indican la importancia del cálculo mental.

Carlos Ernesto Holguín Ortega, en “Razonamiento Proporcional” (2012), cita diversos estudios que proponen alternativas para contribuir al desarrollo del razonamiento proporcional. Destacamos la primera: Resolver problemas y situaciones descritos de **forma verbal** o escrita.

Mediante el análisis se tratarán de confirmar o desmentir estas carencias y aspectos mejorables.

1.2 Aspectos a considerar

Analizaremos libros de texto de los cursos 1º a 4º de Educación Secundaria Obligatoria. Consideraremos si están recogidos en los manuales escolares los siguientes aspectos:

- Aparecen **situaciones no proporcionales** (preferentemente sin avisar) en los temas de proporcionalidad. Si es así, si lo hacen de manera **cuantitativa** (se pide que sean resueltos) o solo se pide discriminar si son o no proporcionales. Es habitual que sólo se pida discriminar, y que los problemas en los que sí se pide resolver, sean todos proporcionales. Por ello los alumnos, si se les pide discriminar, consideran si son proporcionales o no. Si se les pide que resuelvan ya dan por hecho que son proporcionales. Además, como no se pide que resuelvan los no proporcionales, no saben hacerlo (en muchos casos).
- Aparecen situaciones en las que se presentan **simultáneamente situaciones aditivas y proporcionales**.
- Se utilizan **representaciones gráficas** (funciones lineales, afines) como apoyo al razonamiento proporcional.

- Si aparecen estas últimas, se razona su posible **uso para la resolución de problemas**.
- Aparición o no de los **siguientes casos**:
 - Caso de **proporcionalidad** “pura”. Recta de pendiente distinta de 1 que pasa por el origen de coordenadas. Función **lineal** (según algunos autores).
 - Caso de problema **aditivo** “puro”. Recta de pendiente 1 que no pasa por el origen de coordenadas. Problemas de ventajas. (Sería un caso particular de función **afín**).
 - Caso de problema mixto (aditivo+proporcional). Recta de pendiente distinta de 1 que no pasa por el origen de coordenadas. Función **afín**.
 - Caso de problema en el que las dos magnitudes son siempre **iguales**. No hay que realizar ninguna operación. Ni suma o resta, ni multiplicación o división. Recta de pendiente 1 que pasa por el origen. (Sería un caso particular de función lineal).
- Propuesta de **ejercicios de cálculo mental** en los que entre en juego el razonamiento proporcional.
- En caso de aparecer estos ejercicios, si están basados en **situaciones de la vida real**, de un contexto cercano al del adolescente.

1.3 Ítems del análisis

Concretaremos estos aspectos a analizar en unos puntos a comprobar en los libros, que actuarán a modo **ítems** o preguntas de investigación. Estos puntos serían los siguientes:

1. Nº total de **situaciones no proporcionales** en temas de proporcionalidad.
2. Nº de situaciones no proporcionales que aparecen de forma cuantitativa. (Resto hasta total ítem 1, cualitativas).
3. Aparecen situaciones simultáneamente aditivas y proporcionales. SI/NO. (Puede indicarse su número).
4. Aparecen situaciones simultáneamente aditivas y proporcionales de forma cuantitativa. SÍ/NO. (Puede indicarse su número).

5. Utiliza representaciones funcionales como apoyo al razonamiento proporcional. SÍ/NO. (Puede indicarse su número).
6. Caso de aparecer se razona su posible **uso para la resolución de problemas** de este tipo. SÍ /NO. (Puede indicarse su número).
7. Aparece el CASO 1. Pendiente “m”, pasa por origen, proporcionalidad “pura”, función lineal (según algunos autores). Se indica su número.
8. Aparece el CASO 2. Pendiente 1, no pasa por el origen, caso aditivo “puro”, problema de ventajas. Se indica su número.
9. Aparece el CASO 3. Pendiente “m”, no pasa por el origen, problema “mixto”, función afín. Se indica su número.
10. Aparece el CASO 4. Pendiente 1, pasa por el origen, no hay que realizar ninguna operación. Se indica su número.
11. Se proponen ejercicios de cálculo mental sobre razonamiento proporcional. Se indica su número.
12. En caso afirmativo, se proponen para situaciones de la vida real. Se indica su número.

Comprobaremos esta serie de puntos en los temas que expresamente tratan la proporcionalidad en los libros.

Debido a la presencia del razonamiento proporcional en otros temas, se ha decidido ampliar el estudio a los que consideramos más relevantes para nuestro estudio.

Hay que tener en cuenta que los puntos a analizar citados anteriormente están pensados para el tema de proporcionalidad propiamente dicho, por lo que algunos no tienen mucho sentido al analizar otros temas. Por ejemplo en el tema de funciones, obviamente, se utilizan representaciones funcionales, por lo que los ítems 5 y 6 no tienen sentido (escribiremos “sin sentido”).

2 ANÁLISIS DE LIBROS

Comenzaremos enumerando los temas analizados de cada libro.

La estructura de los temas de los libros analizados, así como detalles concretos del contenido de cada uno de ellos, se incluyen en el **Anexo I** de este trabajo. De todas formas, en los análisis comparativos se destacan los contenidos más relevantes.

2.1 Editorial Anaya

2.1.1 Libros analizados

Anaya 1º ESO

La editorial Anaya, en el curso de 1º de ESO, tiene 2 temas en los que, consideramos, se trata la proporcionalidad desde un punto de vista reseñable para nuestro análisis. Estos temas son:

- **Tema 9. Proporcionalidad y porcentajes.**
- **Tema 14. Tablas y gráficas. El azar.**

Anaya 2º ESO

Los temas analizados han sido:

- **Tema 4. Proporcionalidad y porcentajes.**
- **Tema 8. Teorema de Pitágoras. Semejanza.**
- **Tema 11. Funciones.**

Anaya 3º ESO

No hay un tema de proporcionalidad propiamente dicho. No obstante como en cursos anteriores, la proporcionalidad se trabaja en otros temas. Se han analizado los siguientes:

- **Tema 1. Fracciones y decimales.**
- **Tema 8. Funciones Lineales.**
- **Tema 9. Problemas métricos en el plano.**

Anaya 4º ESO opción B

En este curso, al igual que en 3º, no hay un tema de proporcionalidad propiamente dicho. No obstante, la proporcionalidad se trabaja en otros temas. Se han analizado los siguientes:

- **Tema 5. Funciones elementales.**
- **Tema 6. La semejanza. Aplicaciones.**

2.1.2 Comparativa entre los libros de Anaya de los diferentes cursos

En primer lugar se observa claramente que la **estructura** de los temas es la misma en todos los cursos para la editorial Anaya. Evidentemente no es igual el contenido ni los temas incluidos. En los cursos 1º y 2º hay un tema de proporcionalidad propiamente dicho, mientras que en 3º y 4º no lo hay. En todos los cursos hay un tema de funciones, en el que aparecen las relacionadas con el razonamiento proporcional, y un tema en el que se trabaja la semejanza a partir de 2º.

En las tablas 1 y 2 se recoge un resumen de los ítems analizados.

Tabla1: ítems 1 a 12 para los libros de Anaya de 1º y 2º

ÍTEM	ANAYA 1º ESO T9	ANAYA 1º ESO T14	ANAYA 2º ESO T4	ANAYA 2º ESO T8	ANAYA 2º ESO T11
1	3	Sin sentido	4	11	Sin sentido
2	0	Sin sentido	1	11	Sin sentido
3	NO	SÍ	NO	NO	SÍ
4	-	SÍ	-	-	SÍ
5	NO	SÍ (Es tema funciones)	NO	NO	SÍ (Es tema funciones)
6	-	SÍ (Obvio)	-	-	SÍ (Obvio)
7	Todos (salvo inversa)	5	Todos (salvo inversa)	Todos menos áreas y volúmenes	5
8	0	0	0	0	0
9	0	1	0	0	3
10	0	0	0	0	0
11	3	0	10	0	0
12	0	0	1	0	0

Tabla 2: ítems 1 a 12 para los libros de Anaya de 3º y 4º

ÍTEM	ANAYA 3º ESO T1	ANAYA 3º ESO T8	ANAYA 3º ESO T9	ANAYA 4º ESO (B) T5	ANAYA 4º ESO (B) T6
1	2	Sin sentido	3	Sin sentido	20
2	2	Sin sentido	3	Sin sentido	19
3	NO	SÍ	NO	SÍ	NO
4	-	SÍ	-	SÍ	-
5	NO	SÍ (Es tema funciones)	NO	SÍ (Es tema funciones)	NO (gráficas)
6	-	SÍ (Obvio)	-	SÍ (Obvio)	-
7	Todos menos inversa	10	Todos menos 4	3	74
8	0	0	1	0	0
9	0	19	0	5	0
10	0	0	0	0	0
11	1	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0

En lo relativo a la aparición de **situaciones no proporcionales** en los temas de proporcionalidad, mientras en 1º tan sólo hay ejercicios de clasificar magnitudes en directa, inversa o no proporcionales de forma cualitativa, en 2º aparece alguna cuantitativa. Por ejemplo la relación entre el lado y el área de un cuadrado y el lado y el volumen de un cubo. En 3º al trabajar con porcentajes (lo podemos considerar tema de proporcionalidad) hay ejercicios en los que pide área cuando las dimensiones de un objeto han variado un determinado porcentaje.

En ninguno de los cursos, dentro de los temas de proporcionalidad, utiliza **representaciones funcionales** como **apoyo** a las explicaciones o para la resolución de problemas. En 1º utiliza gráficos de sectores como ayuda a la comprensión de problemas inversamente proporcionales, y también para las explicaciones de porcentajes. En 2º utiliza un gráfico (no función) como apoyo a la resolución de un problema.

En cuanto al **cálculo mental**, en 1º aparece en ejercicios de porcentajes, pero se trata de simples cálculos, no hay problemas. El libro de 2º es en el que mejor está trabajado este aspecto. Hay bastantes ejercicios de cálculo mental, y algunos de ellos son problemas con magnitudes, pareciendo estos últimos preparados para la estrategia de reducción a la unidad. El libro de 3º supone un retroceso en este aspecto, ya que tan sólo aparece un ejercicio, que además consiste en simples cálculos. Esto empeora más en el libro de 4º, no hay tema de proporcionalidad propiamente dicho y en los otros temas no hay ningún ejercicio de cálculo mental.

En los temas que trabajan con **funciones**, los libros de 1º y 2º son similares y en ellos se trabajan, con y sin magnitudes, las funciones proporcionales y afines, apareciendo estas últimas algo más en el 2º curso. Cabe destacar que en el libro de 2º aparece la función de proporcionalidad inversa. No obstante, lo hace en el apartado “Reflexiona y aprende”, al final del tema. Estos apartados no se suelen hacer en clase ni exigir en el examen. Están más indicados como ampliación. En el libro de 3º no se trabaja con la función de proporcionalidad inversa, no volviendo a aparecer hasta 4º, en mi opinión muy tarde. En 3º se continúan trabajando las funciones afines y proporcionales, con muchos más ejercicios y con magnitudes más variadas que en cursos anteriores. En 4º también se trabajan, pero no tanto, ya que se explican más tipos de funciones. Se trabaja ya de un modo más completo la función de proporcionalidad inversa y se representa la función que relaciona el lado y el área de un cuadrado.

La **semejanza** se comienza a trabajar a partir de 2º. La mayor parte de los casos no proporcionales que aparecen son relativos a semejanza, áreas y volúmenes. La principal diferencia entre cursos es en cuanto al número de ejercicios de este tipo, siendo el segundo curso en el que más se trabajan. Cabe destacar que en el libro de 3º hay un ejercicio en el que pregunta, para una fotografía de 2 cm de marco, si los rectángulos interior y exterior son semejantes (tienen una relación aditiva, no proporcional).

2.2 Editorial Santillana

2.2.1 Libros analizados

Santillana 1º ESO Los Caminos del Saber

Para el primer curso, en la editorial Santillana se han incluido dos temas en el análisis. Se trata de los siguientes:

- **Tema 8. Proporcionalidad numérica.**
- **Tema 13. Funciones y gráficas.**

Santillana 2º ESO Los Caminos del Saber

Para el segundo curso, en la editorial Santillana se han incluido tres temas en el análisis. Se trata de los siguientes:

- **Tema 8. Proporcionalidad numérica.**
- **Tema 9. Proporcionalidad geométrica.**
- **Tema 13. Funciones.**

Santillana 3º ESO Los Caminos del Saber

A diferencia del libro de Anaya de 3º, el de Santillana si recoge un tema de proporcionalidad expresamente. Los temas analizados son:

- **Tema 6. Proporcionalidad numérica.**
- **Tema 12. Funciones lineales y afines.**
- **Tema 10. Movimientos y semejanzas.**

Santillana 4º ESO opción B “La Casa del Saber

En este curso no hay un tema de proporcionalidad propiamente dicho. Los temas analizados son los siguientes:

- **Tema 6. Semejanza.**
- **Tema 9. Funciones.**
- **Tema 10. Funciones polinómicas y racionales.**

2.2.2 Comparativa entre los libros de Santillana de los diferentes cursos

Comenzaremos señalando que la **estructura** interna de los temas es la misma en todos los cursos. En cuanto a la presencia de estos en cada uno de los cursos, el tema de proporcionalidad aparece en 1º, 2º y 3º; la semejanza se trabaja en 2º, 3º y 4º, y las funciones en todos los cursos.

En las tablas 3 y 4 se recoge un resumen de los ítems analizados.

Tabla 3: ítems 1 a 12 para los libros de Santillana de 1º y 2º

ÍTEM	SANTILLANA 1º ESO T8	SANTILLANA 1º ESO T13	SANTILLANA 2º ESO T8	SANTILLANA 2º ESO T9	SANTILLANA 2º ESO T13
1	7	Sin sentido	6	3	Sin sentido
2	7 (sólo comprobar)	Sin sentido	3	3	Sin sentido
3	NO	SÍ	SÍ	0	SÍ
4	-	SÍ	SÍ (1)	-	SÍ
5	NO	SÍ (Es tema funciones)	NO	NO	SÍ (Es tema funciones)
6	-	SÍ (obvio)	-	-	SÍ (obvio)
7	Todos (salvo inversa)	8	Todos (salvo inversa y bus)	Todos menos 3	20
8	0	0	0	0	0
9	0	4	1	0	0
10	0	0	0	0	0
11	3	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0

Tabla 4: ítems 1 a 12 para los libros de Santillana de 3º y 4º

ÍTEM	SANTILLANA 3º ESO T6	SANTILLANA 3º ESO T12	SANTILLANA 3º ESO T10	SANTILLANA 4º ESO T6	SANTILLANA 4º ESO T9 Y 10
1	15	Sin sentido	3	11	Sin sentido.
2	14	Sin sentido	3	11	Sin sentido.
3	SÍ (6)	SÍ	NO	NO	SÍ
4	SÍ (6)	SÍ	-	-	SÍ
5	NO	SÍ (Es tema funciones)	NO	NO	SÍ (Es tema funciones)
6	-	SÍ (Obvio)	-	-	SÍ (Obvio)
7	Todos menos 6 e inversa	8	Todos menos 3	Todos menos 11	4
8	0	0	0	0	1
9	6	9	0	0	6
10	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0

Las **situaciones no proporcionales** aparecen en 1º en dos tipos de ejercicios, tablas de datos que hay que clasificar como directa, inversa o no proporcionales, y magnitudes que hay que clasificar de igual modo, en este caso sin números de por medio, de forma cualitativa. En 2º aparecen estos mismos tipos de problemas. Además nos encontramos con un problema de alcances entre móviles que podría ser considerado dentro del caso 3 de nuestra clasificación. En 3º se siguen trabajando los problemas de tablas y magnitudes de 1º y 2º. Aparecen varios problemas de alcances como el de 2º y ahora también de móviles en direcciones contrarias. Además hay nuevos tipos de problemas, como los de costes fijos y variables (caso 3), y uno de áreas y semejanza. Podemos considerar este apartado de situaciones no proporcionales en los temas de proporcionalidad bastante bien tratado en el libro de 3º a pesar de no trabajar situaciones de aditividad (caso 2).

En ninguno de los cursos, en los temas de proporcionalidad utiliza **representaciones funcionales de apoyo**.

El **cálculo mental** sólo se trabaja en 1º. Se trata de cálculos directos con porcentajes.

En cuanto al tema de **funciones**, en 1º se trabaja bastante con las proporcionales y afines, en problemas con magnitudes, y aparece una función inversa. Además pide rellenar una tabla relacionando lado con área del cuadrado y lo mismo para el círculo. En 2º sin embargo no aparecerán las funciones afines como tales. Hay apartados expresos para las funciones de proporcionalidad directa e inversa, lo que se puede considerar desde luego positivo, pero no lo es tanto si esto hace desaparecer las afines. En 3º hay un tema dedicado en exclusiva a las funciones lineales y afines, por lo que las trabajará de una forma bastante completa. En 4º curso hay 2 temas dedicados a funciones. Es destacable que las funciones lineal, constante y afín son ahora clasificadas dentro de un orden superior, las polinómicas, como de primer grado. Hay varios problemas con funciones afines y proporcionales y de nuevo un apartado para las funciones de proporcionalidad inversa. Cabe destacar que aparece una función aditiva (caso 2 de nuestro estudio).

El tema de **semejanza** se comienza a trabajar en 2º. La gran mayoría de casos clasificables en las categorías propuestas corresponden al caso 1 (proporcionalidad directa). En 2º hay 3 situaciones en las que aparecen semejanza y áreas, en 3º hay 2, y además aparece una situación que podría considerarse como caso 2 (aditividad). Pregunta si al sumar una determinada cantidad a los lados de un rectángulo obtendremos uno semejante. En 4º curso hay un apartado dedicado expresamente a semejanza, áreas y volúmenes, por lo que este tema es trabajado en más profundidad.

2.3 Editorial Vicens Vives

2.3.1 Libros analizados

Vicens Vives Vector 1º ESO

En este libro se analizarán los siguientes temas:

- **Tema 7. Proporcionalidad.**
- **Tema 14. Puntos, tablas y gráficas.**

Vicens Vives Nuevo Vector 2º ESO

Los temas analizados por su relevancia con respecto al razonamiento proporcional son los siguientes:

- **Tema 4. Proporcionalidad numérica.**
- **Tema 10. Proporcionalidad geométrica.**
- **Tema 13. Gráficas y funciones.**

Vicens Vives Nuevo Vector 3º ESO

En el libro de este curso no hay un tema dedicado expresamente a la proporcionalidad. Los temas analizados han sido los siguientes:

- **Tema 7. Relaciones geométricas.**
- **Tema 11. Funciones afines y funciones cuadráticas.**

Vicens Vives Nuevo Vector 4º ESO opción A

En este libro analizaremos los siguientes temas:

- **Tema 3. Matemáticas en la vida cotidiana.**
- **Tema 7. Semejanza.**
- **Tema 11. Modelos de funciones.**

2.3.2 Comparativa entre los libros de Vicens Vives de los diferentes cursos

La **estructura** interna de los temas es la misma en todos los libros de la editorial Vicens Vives. Los temas objeto de análisis que se trabajarán en cada curso serán: proporcionalidad en 1º, 2º, y 4º, semejanza en 2º, 3º y 4º y funciones en todos los cursos. Cabe señalar que el libro de 4º analizado en este caso es el de la opción A.

En las tablas 5 y 6 se recoge un resumen de los ítems analizados.

Tabla 5: ítems 1 a 12 para los libros de Vicens Vives de 1º y 2º

ÍTEM	VICENS VIVES 1º ESO T7	VICENS VIVES 1º ESO T14	VICENS VIVES 2º ESO T4	VICENS VIVES 2º ESO T10	VICENS VIVES 2º ESO T13
1	5	Sin sentido.	3	20	Sin sentido.
2	2	Sin sentido.	2	20	Sin sentido.
3	SÍ (1) (aditivo+inversa)	SÍ	NO	NO	SÍ
4	SÍ (1) (aditivo+inversa)	SÍ	-	-	SÍ
5	NO	SÍ (Es tema funciones)	NO	NO	SÍ (Es tema funciones)
6	-	SÍ (Obvio)	-	-	SÍ (Obvio)
7	Todos menos inversa	3	Todos menos inversa	Todos menos áreas y vol.	10
8	0	0	0	0	0
9	0	1	0	0	9
10	0	0	0	0	0
11	4	4	3	0	0
12	0	0	0	0	0

Tabla 6: ítems 1 a 12 para los libros de Vicens Vives de 3º y 4º

ÍTEM	VICENS VIVES 3º ESO T7	VICENS VIVES 3º ESO T11	VICENS VIVES 4º ESO A T3	VICENS VIVES 4º ESO T7	VICENS VIVES 4º ESO T11
1	13	Sin sentido.	1	19	Sin sentido.
2	13	Sin sentido.	1	19	Sin sentido.
3	NO	SÍ	SÍ (1)	NO	SÍ
4	-	SÍ	SÍ (1)	-	SÍ
5	NO	SÍ (Es tema funciones)	NO	NO	SÍ (Es tema funciones)
6	-	SÍ (Obvio)	-	-	SÍ (Obvio)
7	Todos menos áreas y vol.	5	Todos menos 1 e inversa	Todos menos áreas y vol.	3
8	0	0	0	0	0
9	0	9	1	0	6
10	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0

Encontramos varios tipos de **situaciones no proporcionales** en 1º. En algunos ejercicios pide escribir magnitudes que sean directa, inversa o no proporcionales. También hay ejercicios de identificarlas entre magnitudes dadas. Nos encontramos también un ejercicio en el que pide relacionar el lado con el área del cuadrado. Cabe destacar un ejercicio en el que se presenta un caso aditivo + inversamente proporcional, cuya dificultad parece excesiva para este curso. En 2º curso aparecen ejercicios como los de 1º de escribir variables que no sean directa ni inversamente proporcionales, pero además hay ejercicios de clasificar tablas de valores como directa, inversa o no proporcionales, con lo que se trabaja también de un modo cuantitativo y no sólo cualitativo. Incluso hay un ejercicio en el que se pide completar tablas de valores, siendo una no proporcional, aunque de patrón muy sencillo. En 3º no hay tema de proporcionalidad. En 4º aparece un problema en el que aparece una situación no directamente proporcional relacionada con áreas y semejanza y otro que puede considerarse como caso 3, ya que aparecen cuestiones

aditivas combinadas con las proporcionales. En este curso ya no hay problemas de diferenciar magnitudes directas, inversas o no proporcionales ni cualitativamente ni mediante tablas.

En ninguno de los cursos, en los temas de proporcionalidad se utilizan **representaciones funcionales** como **apoyo** a las explicaciones o la resolución de ejercicios.

En cuanto al **cálculo mental** en 1º hay ejercicios de porcentajes, proporciones, razones y tantos por mil. Se trata simplemente de operar, no son problemas. En el tema de funciones hay ejercicios de dar valores mentalmente. En segundo curso hay menos ejercicios de cálculo mental que en primero, limitándose a cálculo de porcentajes. En 3º y en 4º no hay ejercicios de cálculo mental.

Entre las **funciones**, en 1º se trabaja la función lineal (caso1). Hay varios ejercicios de este tipo. Pese a no estar explicada en teoría, aparece la función afín (caso 3) en un problema. En 2º curso sin embargo hay apartados dedicados expresamente a las funciones lineal, afín, cuadrática y de proporcionalidad inversa, habiendo bastantes ejercicios sobre ellas. No obstante, mientras que los ejercicios de proporcionalidad inversa suelen ser problemas, los de función lineal son ejercicios sin magnitudes en su mayor parte. En 3º hay apartados dedicados expresamente a las funciones afines y de proporcionalidad directa. Cabe destacar que ahora las llama de proporcionalidad directa y no lineales como en el curso anterior. Hay bastantes ejercicios sobre estas funciones, siendo algunos de ellos problemas. Sin embargo la función de proporcionalidad inversa, que en el curso anterior tenía apartado propio, aquí tan sólo es explicada en un margen. En 4º curso las funciones lineales y afines aparecen por primera vez clasificadas dentro de un orden mayor, las funciones polinómicas (en su caso de grado 1). Vuelve a haber un apartado para las funciones de proporcionalidad inversa. Hay bastantes ejercicios sobre las funciones explicadas, si bien pocos son problemas con magnitudes.

La **semejanza** se comienza a trabajar en 2º. En este curso se presentan bastantes problemas de situaciones no proporcionales relacionados con las áreas y volúmenes de figuras semejantes, algunos de ellos con planos y maquetas. En la teoría incluso se da una fórmula para el caso de las áreas, no así para los volúmenes. Cabe destacar un ejercicio en el que pregunta si puede existir proporcionalidad entre un conjunto de segmentos de longitudes 3, 4, 6, y 9. En segundo explica también la razón de las áreas de figuras semejantes, pero esta vez lo hace de palabra, no da una fórmula. También explica en teoría la relación entre los volúmenes de figuras semejantes, cosa que el curso anterior no se hacía. Al igual que en 2º hay bastantes ejercicios propuestos sobre estos casos. En 4º vuelve a explicar las razones de semejanza para áreas y volúmenes y también hay bastantes ejercicios sobre ello.

Cabe destacar que en libro de 2º, explica en una nota al margen los **factores de conversión** como otra forma de trabajar con magnitudes directamente proporcionales. Esto no aparece en el resto de cursos.

2.4 Editorial Marfil

2.4.1 Libros analizados

Marfil 1º ESO

En el libro de primer curso encontramos la proporcionalidad dentro del bloque “**De los juegos a los números**”, en el tema 2, **Jugando con la proporción y la medida**. Dentro de este tema los apartados correspondientes a la proporcionalidad son:

- Situaciones de proporcionalidad.
- Proporcionalidad directa. Razones y proporciones. Tanto por ciento y tanto por uno.

Marfil 2º ESO

En el bloque “**Los números son reales**”, dentro del tema 4, **Manipulando números**, los apartados **Porcentajes** y **Proporcionalidad directa e inversa** trabajan la proporcionalidad.

En el bloque **“Hacia la tercera dimensión”**, dentro del tema 6, **En dos dimensiones**, en el apartado **¿Se parecen?** trabaja la semejanza

En el bloque **“De las gráficas al álgebra”**, dentro del tema 8, **Lectura y construcción de gráficas** se encuentra el apartado **Un caso especial de gráficas: Las rectas**.

Marfil 3º ESO

En el bloque **“Jóvenes consumidores”**, dentro del tema 2, **Alimentación, nutrición y matemáticas** trabaja con **porcentajes**.

En el bloque **“Geometría”**, tema 3, **Vivimos en una esfera...o casi**, trabaja la **semejanza** de triángulos.

En el bloque **“Tratamiento de la información”**, dentro del tema 7, **Relaciones funcionales**, hay un apartado de **Estudio de las rectas**.

Marfil 4º ESO

En el bloque **“Tratamiento de la información”**, tema 4, **Rectas, parábolas, gráficas escalonadas** hay un apartado expresamente para La **función polinómica de grado 1**. En **Otros modelos funcionales** (opción B), al tratar la hipérbola trabaja con magnitudes inversamente proporcionales.

En el bloque **“Geometría”**, dentro del tema 7, **Se parece, no se parece** trabaja la **semejanza**.

2.4.2 Comparativa entre los libros de Marfil de los diferentes cursos

La **estructura** interna de los temas en los libros de Marfil es igual en todos los cursos. Los temas están divididos en apartados, a su vez divididos en subapartados que corresponden a problemas planteados. Entre los problemas se intercalan breves explicaciones teóricas. Los temas trabajados no están tan delimitados como en otras editoriales, pero podemos considerar que el tema de proporcionalidad aparece en 1º, 2º y 3º, y los de funciones y semejanza en todos los cursos.

En las tablas 7 y 8 se recoge un resumen de los ítems analizados.

Tabla 7: ítems 1 a 12 para los libros de Marfil de 1º y 2º

ÍTEM	MARFIL 1º ESO T2	MARFIL 1º ESO T5	MARFIL 3º ESO T7	MARFIL 2º ESO T4	MARFIL 2º ESO T6	MARFIL 2º ESO T8
1	6	1	Sin sentido	1	1	Sin sentido.
2	6	1	Sin sentido	1	1	Sin sentido.
3	NO	NO	SÍ	NO	NO	SÍ
4	-	-	SÍ	-	-	SÍ
5	SÍ (2)	NO	SÍ (tema funciones)	NO	NO	SÍ (tema funciones)
6	SÍ (2)	-	SÍ (Obvio)	-	-	SÍ (Obvio)
7	Todos menos 2	1	2	Todos	Todos	3
8	1	0	0	0	0	0
9	1	0	4	0	0	3
10	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0

Tabla 8: ítems 1 a 12 para los libros de Marfil de 3º y 4º

ÍTEM	MARFIL 3º ESO T2	MARFIL 3º ESO T3	MARFIL 3º ESO T7	MARFIL 4º ESO T4	MARFIL 4º ESO T7
1	0	0	Sin sentido.	Sin sentido.	12
2	0	0	Sin sentido.	Sin sentido.	12
3	NO	NO	SÍ	SÍ	NO
4	-	-	SÍ	SÍ	-
5	NO	NO	SÍ (tema funciones)	SÍ (tema funciones)	NO
6	-	-	SÍ (Obvio)	SÍ (Obvio)	-
7	Todos	Todos	5	4	Todos menos áreas y vol.
8	0	0	0	0	0
9	0	0	8	12	0
10	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0

Las **situaciones no proporcionales** aparecen en el tema de proporcionalidad en 1º de varias formas: Se plantean conceptos de semejanza y volúmenes a través de la masa; aparecen tablas de números para que los alumnos distingan las proporcionales de las que no lo son; se mencionan en un problema los costes fijos y variables (caso 3) aunque no se pide resolver; en otro caso de distinguir situaciones de proporcionalidad directa, inversa o no proporcionales, aparece un caso aditivo planteado numéricamente, aunque no pide resolver sino sólo clasificar (con los datos dados se puede resolver). En 2º como caso no proporcional tan sólo aparecen tablas de datos a clasificar como proporcionales o no. En 3º el tema trata principalmente sobre porcentajes y no aparece ninguna situación no proporcional. En 4º no hay tema dedicado a la proporcionalidad. Como hemos podido observar, para este apartado, esta editorial resulta muy irregular, mientras en 1º era muy completa, apareciendo incluso un caso de aditividad, en el resto de cursos apenas encontramos casos no proporcionales.

Las **representaciones funcionales** como **apoyo** en los temas de proporcionalidad aparecen en 1º. En un problema proporcional pide elaborar una tabla, representarla e intentar obtener la función. En otro problema no proporcional también pide hacerlo. En este caso no se puede, al no tener un patrón los datos sólo se pueden representar los ya dados. En el resto de cursos no hay apoyo gráfico en el tema de proporcionalidad.

En ninguno de los cursos aparece ningún ejercicio de **cálculo mental**.

En cuanto a las **funciones**, en los cursos 1º, 2º y 3º, se trabaja de forma similar con las afines y proporcionales. En todos ellos hay problemas de costes fijos y variables y aparece una función de proporcionalidad inversa por curso. La principal diferencia es que en 3º hay un mayor número de problemas con funciones afines y proporcionales. En 4º curso por primera vez clasifica las rectas dentro de un orden superior, las funciones polinómicas. Es el curso en el que hay más ejercicios con funciones lineales y afines, que además son en su mayoría problemas. Los alumnos de la opción A sólo realizarán un problema de función inversamente proporcional que se encuentra en la parte común del

tema. Dentro de la parte específica para alumnos de la opción B, al explicar la hipérbola, aparecen más problemas de magnitudes inversamente proporcionales.

La **semejanza** aparece brevemente en 1º, en un problema en el que pide calcular el área de una edificación en un plano que tiene escala gráfica, y en algunas explicaciones teóricas. En 2º aparece una situación no proporcional en la que se relaciona la altura de un objeto con su peso y, por ello, con su volumen. En 3º no aparece ninguna situación no proporcional. En 4º aparecen muchas situaciones no proporcionales relacionadas con áreas, volúmenes y semejanza. Hay problemas con figuras geométricas, en 2 y 3 dimensiones, planos, maquetas.

2.5 Análisis comparativo de las editoriales

En las tablas 9, 10, 11 y 12 se recoge un resumen de los ítems analizados para los diferentes cursos.

2.5.1 Primer curso

Tabla 9: Primer curso

ÍTEM	ANAYA 1º ESO T9	ANAYA 1º ESO T14	SANTILLANA 1º ESO T8	SANTILLANA 1º ESO T13	VICENS VIVES 1º ESO T7	VICENS VIVES 1º ESO T14	MARFIL 1º ESO T2	MARFIL 1º ESO T5	MARFIL 3º ESO T7
1	3	Sin sentido	7	Sin sentido.	5	Sin sentido.	6	1	Sin sentido.
2	0	Sin sentido	7 (sólo comprobar)	Sin sentido.	2	Sin sentido.	6	1	Sin sentido.
3	NO	SÍ	NO	SÍ	SÍ (1) (aditivo+inversa)	SÍ	NO	NO	SÍ
4	-	SÍ	-	SÍ	SÍ (1) (aditivo+inversa)	SÍ	-	-	SÍ
5	NO	SÍ (Es tema funciones)	NO	SÍ (Es tema funciones)	NO	SÍ (Es tema funciones)	SÍ (2)	NO	SÍ (Es tema funciones)
6	-	SÍ (Obvio)	-	SÍ (Obvio)	-	SÍ (Obvio)	SÍ (2)	-	SÍ (Obvio)
7	Todos (salvo inversa)	5	Todos (salvo inversa)	8	Todos (salvo inversa)	3	Todos menos 2	1	2
8	0	0	0	0	0	0	1	0	0
9	0	1	0	4	0	1	1	0	4
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	3	0	3	0	4	4	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0

En el tema de proporcionalidad de 1º de Anaya, en cuanto a **situaciones no proporcionales** dentro del tema de proporcionalidad, hay 3 ejercicios de clasificar magnitudes en directa, inversa o no proporcionales. En el libro de Santillana de 1º además de ejercicios de este tipo, hay ejercicios con tablas de números que hay que clasificar, hasta un total de 7 ejercicios. En Vicens Vives aparecen los ejercicios de identificar magnitudes pero no los de tablas, e incluye un tipo de ejercicio que no había en las anteriores, escribir magnitudes que sean directa, inversa o no proporcionales. Además hay un ejercicio en el que pide relacionar el lado con el área del cuadrado y otro bastante difícil de aditividad+proporcionalidad inversa. En el libro de Marfil de 1º se plantean conceptos de semejanza y volúmenes a través de la masa; aparecen tablas de números para que los alumnos distingan las proporcionales de las que no lo son; se mencionan en un problema los costes fijos y variables (caso 3) aunque no se pide resolver; y en otro caso de distinguir situaciones de proporcionalidad directa, inversa o no proporcionales, aparece un caso aditivo planteado numéricamente aunque no pide resolver, sino sólo clasificar (con los datos dados se puede resolver). En este punto resulta claramente más completo el libro de Marfil.

Las **representaciones funcionales** como **apoyo** en los temas de proporcionalidad sólo aparecen en 2 problemas del libro de Marfil.

En cuanto al **cálculo mental**, en Marfil no hay ningún ejercicio y en el resto de editoriales hay unos pocos que se tratan de simples cálculos directos, sin magnitudes. Cabe señalar que en Vicens Vives hay ejercicios de cálculo mental en el tema de funciones además de en el de proporcionalidad.

En cuanto al tema de **funciones**, en Anaya aparecen 5 ejercicios de función proporcional y 1 de función afín de costes fijos y variables. En Santillana hay más ejercicios de este tipo, 8 de función proporcional y 4 de afín. Además aparece una función de proporcionalidad inversa y, en cuanto a relaciones no proporcionales, se pueden destacar ejercicios de rellenar tablas relacionadas con la semejanza y el área. En Vicens Vives hay 3 ejercicios de función proporcional y 1 de función afín pese a que no la explica en la teoría. En Marfil

hay 2 problemas de función proporcional y 4 de función afín, entre ellos alguno de costes fijos y variables. También aparece una función de proporcionalidad inversa. En este aspecto el más completo es el de Santillana.

El tema de la **semejanza** tan sólo aparece brevemente tratado en el libro de Marfil. Hay explicaciones teóricas y un problema de escalas en el que aparecen áreas.

2.5.2 Segundo curso

En cuanto a **situaciones no proporcionales** en el tema de proporcionalidad, en el libro de Anaya hay 3 ejercicios de clasificar magnitudes cualitativamente y 1 ejercicio sobre la relación entre el lado y el área de un cuadrado y el lado y el volumen de un cubo. En Santillana hay ejercicios de clasificar magnitudes cualitativamente y también de clasificar tablas en directa, inversa o no proporcional. Además hay un problema de alcances de móviles que se puede considerar como de caso 3 (aditivo+proporcional). En Vicens Vives hay ejercicios de clasificación de tablas similares a los de Santillana. También se pide escribir magnitudes que no sean ni directa ni inversamente proporcionales. Además en un ejercicio se pide completar tablas de valores incluida una no proporcional, aunque de patrón sencillo. En Marfil hay un ejercicio de clasificar tablas en el que aparece una no proporcional. En este caso la editorial menos completa es Marfil y la más completa probablemente sea Santillana.

La **representación funcional** como **apoyo** en los temas de proporcionalidad no aparece en ninguna de las editoriales analizadas para este curso.

El **cálculo mental** se trabaja bastante en el libro de 2º de Anaya. Hay 10 ejercicios de este tipo. Algunos son simples cálculos, pero otros podemos considerarlos problemas al aparecer magnitudes y darse el enunciado textualmente. En el libro de Vicens Vives hay 3 ejercicios de cálculo mental de porcentajes en los que se trata simplemente de operar y en los libros de Marfil y Santillana no hay ningún ejercicio de cálculo mental en los temas analizados. En este apartado el mejor libro es claramente el de Anaya.

Tabla 10: Segundo curso

ÍTEM	ANAYA 2º ESO T4	ANAYA 2º ESO T8	ANAYA 2º ESO T11	SANTILLANA 2º ESO T8	SANTILLANA 2º ESO T9	SANTILLANA 2º ESO T13	VICENS VIVES 2º ESO T4	VICENS VIVES 2º ESO T10	VICENS VIVES 2º ESO T13	MARFIL 2º ESO T4	MARFIL 2º ESO T6	MARFIL 2º ESO T8
1	4	11	Sin sentido	6	3	Sin sentido.	3	20	Sin sentido.	1	1	Sin sentido
2	1	11	Sin sentido	3	3	Sin sentido.	2	20	Sin sentido	1	1	Sin sentido
3	NO	NO	SÍ	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	NO	SÍ
4	-	-	SÍ	SÍ (1)	-	SÍ	-	-	SÍ	-	-	SÍ
5	NO	NO	SÍ (tema funcio- nes)	NO	NO	SÍ (tema funciones)	NO	NO	SÍ (tema funcio- nes)	NO	NO	SÍ (tema funcio- nes)
6	-	-	SÍ (Obvio)	-	-	SÍ (Obvio)	-	-	SÍ (Obvio)	-	-	SÍ (Obvio)
7	Todos (salvo inversa)	Todos menos áreas y vol.	5	Todos (salvo 1 e inversa)	Todos menos 3	20	Todos menos inversa	Todos menos áreas y vol.	10	Todos	Todos	3
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	3	1	0	0	0	0	9	0	0	3
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	10	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0
12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

En el tema de **funciones**, el libro de 2º de Anaya, tras presentar las funciones en general, trabaja principalmente con rectas. Explica las funciones proporcionales, afines y constantes y, en un apartado de “Reflexiona y aprende”, la función de proporcionalidad inversa (estos apartados no se suelen explicar en clase, son de ampliación). Hay 3 ejercicios de función afín y 5 de función proporcional. En Santillana hay apartados expresos para la función de proporcionalidad directa e inversa, sin embargo desaparece dentro de esta parte la función afín (en general cuando habla de funciones si aparece); tiene 20 ejercicios de función proporcional y ninguno de afín. En Vicens Vives hay subapartados dedicados expresamente a las funciones lineal, afín, cuadrática y de proporcionalidad inversa. Hay bastantes ejercicios sobre estas funciones. Sin embargo, mientras los de proporcionalidad inversa si son problemas, la mayoría de los de afín y lineal son meros ejercicios. En Marfil trabajan con problemas de funciones afines y lineales (3 de cada). Algunos de ellos son problemas de costes fijos y variables y aparece una función inversa. En este punto no esta claro que editorial es mejor, ya que Vicens Vives tiene apartados expresamente dedicados a las diversas funciones, pero faltan problemas entre los ejercicios, Santillana “se olvida” demasiado de la función afín, Anaya deja las funciones inversamente proporcionales para un apartado de “Reflexiona y aprende”, y en Marfil hay pocos problemas.

En el tema de **semejanza** de Anaya hay bastantes ejercicios (11) con variables no proporcionales relacionados con las áreas y volúmenes de figuras semejantes. Aparecen explicados en teoría. Entre ellos hay un ejercicio que relaciona masas de figuras semejantes y otro de costes dado el precio de la unidad de volumen. En Santillana hay menos ejercicios de este tipo, son 3. Vicens Vives es la editorial que más ejercicios tiene de este tipo, hasta un total de 19. Para el caso de las áreas da la fórmula pero para el de los volúmenes no, y hay un caso interesante con áreas y diagonales de televisores. Además hay un caso en el que se pregunta si puede existir proporcionalidad entre el conjunto de segmentos 3, 4, 6 y 9. En Marfil aparece tan sólo un ejercicio en el que se relaciona la altura de un objeto con su peso y, por ello, con su volumen.

Es por tanto la editorial menos completa en este apartado. La más completa en este caso probablemente sea Vicens Vives.

2.5.3 Tercer curso

En cuanto a **situaciones no proporcionales** en el tema de proporcionalidad, en el libro de Anaya nos encontramos un problema en el que pregunta que le ocurre al área de un triángulo al variar porcentualmente base y altura. Aparece otro problema más sobre áreas y porcentajes. (Hay que tener en cuenta que realmente no es un tema de proporcionalidad, es de fracciones y decimales). En el libro de Santillana aparecen situaciones no proporcionales en ejercicios de clasificar magnitudes y tablas, en un problema de áreas y semejanza, en otro sobre comprobar si un aumento de precios ha sido proporcional. También hay 2 problemas de costes fijos y variables y problemas de móviles de alcances y de sentidos contrarios al encuentro. En Vicens Vives no hay tema de proporcionalidad en 3º. En Marfil en el tema de porcentajes no aparece ninguna situación no proporcional. En este apartado el mejor libro es claramente el de Santillana.

La **representación funcional** como **apoyo** en los temas de proporcionalidad no aparece en ninguna de las editoriales analizadas para este curso.

En cuanto al **cálculo mental**, en el libro de Anaya hay un ejercicio de cálculo mental de porcentajes. En los libros de las demás editoriales no hay ninguno.

En el tema de **funciones**, el libro de Anaya tiene bastantes ejercicios de funciones proporcionales (10) y afines (19), que trabajan con diversas magnitudes. Hay un problema de muelles, problemas de móviles y de cuotas fijas y variables. Sin embargo no aparece la función inversa y no hay ejemplos de problemas ni magnitudes no lineales. En el libro de Santillana también hay un número considerable de ejercicios con funciones lineales (8) y afines (9).

Tabla 11: Tercer curso

ÍTEM	ANAYA 3º ESO T1	ANAYA 3º ESO T8	ANAYA 3º ESO T9	SANTILLANA 3º ESO T6	SANTILLANA 3º ESO T12	SANTILLANA 3º ESO T10	VICENS VIVES 3º ESO T7	VICENS VIVES 3º ESO T11	MARFIL 3º ESO T2	MARFIL 3º ESO T3	MARFIL 3º ESO T7
1	2	Sin sentido	3	15	Sin sentido.	3	13	Sin sentido	0	0	Sin sentido
2	2	Sin sentido	3	14	Sin sentido.	3	13	Sin sentido	0	0	Sin sentido
3	NO	SÍ	NO	SÍ (6)	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	NO	SÍ
4	-	SÍ	-	SÍ (6)	SÍ	-	-	SÍ	-	-	SÍ
5	NO	SÍ (Tema funciones)	NO	NO	SÍ (Tema funciones)	NO	NO	SÍ (Tema funciones)	NO	NO	SÍ (Tema funciones)
6	-	SÍ (Obvio)	-	-	SÍ (Obvio)	-	-	SÍ (Obvio)	-	-	SÍ (Obvio)
7	Todos menos inversa	10	Todos menos 4	Todos menos 6 e inversa	8	Todos menos 3	Todos menos áreas y vol.	5	Todos	Todos	5
8	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	19	0	6	9	0	0	9	0	0	8
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tampoco aparece la función de proporcionalidad inversa. En Vicens Vives hay 5 ejercicios de función proporcional y 9 de función afín. La función de proporcionalidad inversa es explicada en un margen. En la editorial Marfil hay 5 ejercicios de función proporcional, 8 de afín y 1 de proporcionalidad inversa. En este apartado la editorial Anaya es la que más cantidad y variedad de problemas con funciones afines y lineales tiene, sin embargo al igual que Santillana, se olvida de la función de proporcionalidad inversa, que sí aparece en Vicens Vives y Marfil.

En cuanto al tema de **semejanza**, el libro de Anaya de 3º incluye, como situaciones no proporcionales, 2 ejercicios en los que se trabajan áreas y semejanza, y otro en el que pregunta si en una fotografía de 2 cm de marco los rectángulos interno y externo son semejantes. El libro de Santillana incluye 1 ejercicio de semejanza y áreas, otro similar pero con porcentajes en fotocopias y otro de tipo aditivo de sumar 3 a ambos lados de un rectángulo y ver si es proporcional al original. En Vicens Vives hay 13 ejercicios de semejanza, áreas y volúmenes. En Marfil trabaja la semejanza de triángulos y no hay ningún ejercicio con relaciones no proporcionales, siendo por ello el libro más flojo en este apartado. En este caso, el libro que más cantidad de ejercicios de áreas y volúmenes tiene es el de Vicens Vives, aunque no incluye el caso aditivo que sí aparece en Anaya y Santillana.

2.5.4 Cuarto curso

En 4º curso el único libro que tiene un tema de proporcionalidad es el de Vicens Vives. Es el único libro de opción A analizado (junto al de Marfil que es el mismo libro para ambas opciones). En cuanto a las **relaciones no proporcionales**, en este libro de Vicens Vives, hay 2, un problema relacionado con áreas y proporcionalidad y un problema que podría considerarse afín, ya que aparecen cuestiones aditivas.

La **representación funcional** como **apoyo** en los temas de proporcionalidad no aparece en ninguna de las editoriales analizadas para este curso.

Tabla 12: Cuarto curso

ÍTEM	ANAYA 4º ESO (B) T5	ANAYA 4º ESO (B) T6	SANTILLANA 4º ESO T6	SANTILLANA 4º ESO T9 Y 10	VICENS VIVES 4º ESO A T3	VICENS VIVES 4º ESO T7	VICENS VIVES 4º ESO T11	MARFIL 4º ESO T4	MARFIL 4º ESO T7
1	Sin sentido	20	11	Sin sentido.	1	19	Sin sentido.	Sin sentido.	12
2	Sin sentido	19	11	Sin sentido.	1	19	Sin sentido.	Sin sentido	12
3	SÍ	NO	NO	SÍ	SÍ (1)	NO	SÍ	SÍ	NO
4	SÍ	-	-	SÍ	SÍ (1)	-	SÍ	SÍ	-
5	SÍ (tema funciones)	NO (gráficas)	NO	SÍ (tema funciones)	NO	NO	SÍ (tema funciones)	SÍ (tema funciones)	NO
6	SÍ (Obvio)	-	-	SÍ (Obvio)	-	-	SÍ (Obvio)	SÍ (Obvio)	-
7	3	74	Todos menos 11	4	Todos menos 1 e inversa	Todos menos áreas y vol.	3	4	Todos menos áreas y vol.
8	0	0	0	1	0	0	0	0	0
9	5	0	0	6	1	0	6	12	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0

No hay ejercicios de **cálculo mental** en ninguno de los temas analizados de ninguna de las editoriales.

En el tema de **funciones**, todos los libros salvo el de Anaya incluyen a las funciones proporcionales y afines como funciones polinómicas de grado 1. Todos los libros, salvo el de Marfil, tienen apartado propio para las funciones de proporcionalidad inversa. Marfil para la opción B las trabaja en el apartado de hipérbolas. El libro de 4º de Anaya tiene 5 ejercicios de funciones afines y 3 de lineales. En Santillana son 6 de afines y 4 de proporcionales y la proporcionalidad inversa es trabajada con magnitudes variadas. Cabe destacar que en esta editorial aparece un problema de función aditiva (caso 2). En el libro de Vicens Vives hay 6 ejercicios de afín y 3 de proporcional. En el de Marfil hay 12 ejercicios de función afín y 4 de proporcional, siendo el libro con más ejercicios de este tipo. En esta editorial, los alumnos de la opción A tienen un solo problema de función proporcional, mientras que los de la opción B, además de ese, tienen más.

En el tema de **semejanza**, en todas las editoriales aparecen situaciones no proporcionales relacionadas con las áreas, los volúmenes y la semejanza. En el caso de Anaya hay 20 ejercicios de este tipo, en Santillana hay 11 , en Vicens Vives 19 y en Marfil 12. Entre los problemas de Marfil hay algunos interesantes.

2.6 Puntos fuertes y débiles de cada editorial

No se puede afirmar con carácter general que editorial es mejor, ya que tienen sus puntos fuertes y débiles, que además varían en función del curso. No obstante podemos hacer algunas afirmaciones.

En cuanto al **cálculo mental**, el mejor libro es claramente el de 2º curso de **Anaya**. Hay 10 ejercicios que incluyen problemas e incluso algún caso que podría considerarse como de la vida real. En ningún otro libro, de ningún curso, aparecen ejercicios de cálculo mental que se puedan considerar problemas.

Marfil no trabaja el cálculo mental en ninguno de los libros, Santillana sólo lo hace en 1º, Vicens Vives en 1º y 2º, y Anaya en 1º, en 2º, y en 1 ejercicio de 3º.

En los aspectos analizados, el **tema de proporcionalidad** está mejor tratado en los libros de Marfil de 1º y de Santillana de 3º. Son los libros en los que más situaciones no proporcionales, y más variadas, aparecen en estos temas. En el caso del libro de Marfil, además, pide realizar **funciones en problemas de proporcionalidad** (único libro que lo hace). No obstante, el resto de los libros de Marfil son de los más flojos de entre los analizados para estos aspectos.

El tema de proporcionalidad está recogido expresamente en todos los libros de 1º y 2º. En 3º sólo Santillana tiene un tema dedicado a la proporcionalidad, si bien en Marfil hay un tema de Porcentajes y en Anaya de Fracciones y decimales, que hemos incluido en el análisis por considerarlos relacionados. Para el 4º curso, sólo Vicens Vives (opción A) tiene un tema dedicado a la proporcionalidad. Para 3º el libro de Santillana era claramente el mejor según los aspectos analizados, y para 2º lo considero ligeramente mejor; por ello podríamos recomendar dicha editorial para este tema en concreto.

La **función de proporcionalidad inversa** parece desaparecer en 3º. En Anaya y Santillana no aparece, en Vicens Vives viene explicada en un margen y en Marfil hay un único problema sobre ella. En 2º curso, sin embargo, Santillana y Vicens Vives tenían un apartado expreso para ella, en Anaya la explicaba en “Reflexiona y aprende”, y Marfil tenía un problema sobre ella al igual que en 3º. En 4º curso todos los libros, salvo el de Marfil, tienen apartado propio para las funciones de proporcionalidad inversa. Marfil para la opción B las trabaja en el apartado de hipérbolas y para la A sólo tiene un problema. Por otro lado, en 1º sólo aparece la función de proporcionalidad inversa en un problema en Marfil y en uno en Santillana.

En cuanto a **funciones**, cabe señalar que el libro de Santillana de 2º deja bastante de lado a la función afín en favor de la proporcional. Por otro lado, el libro de **1º de Santillana** destaca precisamente en el tema de funciones. Es, para este curso, el que más ejercicios tiene de funciones afines y lineales; junto con el de Marfil es el único en el que aparece la función inversamente

proporcional y, además, contiene tablas no proporcionales relacionadas con el área de figuras semejantes para completar.

Para el tercer curso la editorial Anaya es la que más cantidad y variedad de problemas con funciones afines y lineales tiene.

Por otro lado, todos los libros de 4º, excepto el de Anaya incluyen a las funciones proporcionales y afines dentro de la categoría superior de funciones polinómicas como de grado 1.

Respecto a la aparición de relaciones no directamente proporcionales en los temas de **semejanza**, la mayor parte de ellas están relacionadas con áreas y volúmenes de figuras semejantes. Todas las editoriales les dan importancia a estas relaciones en algún curso, pero el curso en el que más importancia les dan varía según la editorial. Por ejemplo Anaya le da bastante importancia en 2º, mientras que Marfil se la da en 1º, y en 2º prácticamente no las trabaja. Santillana también les da más importancia en primero y Vicens Vives es la editorial que más trata estas relaciones, con una presencia importante en todos los cursos.

Por otro lado, en sólo dos ejercicios aparece alguna relación aditiva. Concretamente en uno de Anaya de 3º sobre los rectángulos interno y externo del marco de una fotografía, y en uno de Santillana de 3º, que pregunta si al sumar 3 a ambos lados de un rectángulo obtenemos otro proporcional.

Hay un último caso de situación no proporcional aparecido en los temas de semejanza de los libros analizados, que sería el de los segmentos de lados 3, 4, 6 y 9, en el que pregunta si se puede formar alguna proporción con ellos.

Dado que la **editorial Marfil** es la que más se diferencia del resto, parece adecuado hacer unos comentarios particulares sobre dichos libros.

Cabe señalar que en esta editorial se esfuerzan en proponer problemas próximos a la vida real y al entorno de los alumnos. Su método puede resultar más entretenido para estos. Trabajan con problemas antes de contar la teoría. Se trata de una serie de ejercicios en los que se van trabajando los conceptos del tema, con pequeños incisos teóricos.

Es una alternativa frente al aprendizaje más sistematizado de otros libros.

Entre sus aspectos positivos, podemos decir que fomenta más la creatividad y el razonamiento que otras editoriales. Por otro lado, un punto negativo sería la estructura menos definida, en la que es más difícil encontrar las cosas. Esto dificulta estudiar o repasar por el libro.

Los enunciados son más largos, lo que puede provocar que algunos alumnos se cansen de leer. Además tienen menos ejercicios propuestos que otros libros, por lo que el profesor deberá buscar materiales adicionales para que los alumnos trabajen e insistan en determinados conceptos o tipos de problema.

Algunos temas expuestos son muy interesantes (Mercator). No obstante llevan tiempo y se lo quitan a otros aspectos quizá más elementales.

El índice no es muy claro. Por ejemplo, la semejanza en el libro de segundo está dentro de un apartado llamado “¿Se parecen?” En el índice no vienen detallados los contenidos de cada apartado. En general creo que estos libros son más difíciles de seguir para el profesor.

Muchos problemas propuestos no se sabe que aspectos van a tratar hasta leerlos enteros y algunos tienen enunciados largos. Esto tiene la ventaja de que los alumnos no van a ir con la estrategia mecanizada de forma predefinida y van a tener que pensar. Sin embargo, creo que el proceso de aprendizaje se vuelve algo caótico, y tener los conocimientos bien estructurados y ordenados en la cabeza también es importante, no sólo la creatividad. Una estructura híbrida, mixta entre esta y la tradicional, sería más correcta en mi opinión.

Trabaja competencias importantes para la vida, como saber orientarse en un mapa o interpretar datos de gráficas que pueden aparecer en prensa (ejemplo: no dejarse engañar por proporción entre eje horizontal y vertical).

Lo veo más como un libro para sacar actividades para realizar en clase que como un libro de texto.

Puede ser irregular en algunos aspectos al no ser tan sistemático. Por ejemplo, para el tema analizado parece bastante mejor el libro de 1º que los de 2º y 3º.

2.7 Conclusiones

Una conclusión general que podemos considerar es que el apoyo funcional en los temas de proporcionalidad prácticamente no se utiliza. A pesar de explicar las **funciones** en un curso, en el siguiente no se emplean en los temas de proporcionalidad, ni como apoyo a las explicaciones, ni en la resolución de problemas.

De entre los 16 libros analizados, sólo en el libro de Marfil de 1º, hay dos funciones en un tema de proporcionalidad.

En algunas editoriales incluso denominan funciones de proporcionalidad a las rectas que pasan por el origen; sin embargo en el curso siguiente no aparecen en el tema de proporcionalidad propiamente dicho. En cada curso el tema de funciones es posterior al de proporcionalidad, por lo que se podría argumentar que los alumnos no las conocen, pero en el curso siguiente ya queda claro que las han trabajado y podrían emplearlas.

Otro aspecto negativo es que no se hace suficiente hincapié en que se trata de los mismos tipos de problemas cuando se utilizan funciones proporcionales que cuando se resuelve por regla de 3, proporciones, reducción a la unidad, etc. Además los enunciados son diferentes, por la forma de exponer los datos o de preguntar, de modo que los alumnos clasifican los problemas como de proporcionalidad o de funciones, por lo que no emplearán métodos funcionales en problemas del tema de proporcionalidad, ni métodos del tema de proporcionalidad en el de funciones.

Otro aspecto mejorable, sería la inclusión de **más casos no proporcionales en los temas de proporcionalidad**, que no sean los típicos de clasificar magnitudes o tablas en directa, inversa y no proporcionales.

Entre los casos no proporcionales aparecidos destacaremos algunos.

Los relacionados con áreas y volúmenes de figuras semejantes. Aparecen en algún curso en todas las editoriales. En Vicens Vives en 1º y 4º, en Marfil en 1º, en Anaya en 2º y en 3º, en Santillana en 3º. (No confundir con este mismo tipo de problemas en los temas de semejanza en los que tienen mayor presencia).

Los problemas de costes fijos y variables (caso 3, aditivo+proporcional) son mencionados, aunque no se pide resolver, en un problema de Marfil del libro de 1º, y sí pidiendo resolver en el libro de Santillana de 3º. Otro tipo de problemas que podrían considerarse caso 3 son los de móviles, de encuentros y alcances, que aparecen en Santillana en 2º (un sólo problema) y en 3º.

Cabe citar también una tabla no proporcional de patrón sencillo que se pide completar en el libro de Vicens Vives de 2º, un caso aditivo de edades que sólo pide clasificar aunque da los datos en el libro de Marfil de 1º, y un problema aditivo+proporcionalidad inversa en el libro de Vicens Vives de 1º.

Como podemos ver son muy pocos casos, teniendo en cuenta que se trata de un total de 16 libros analizados. Además el caso aditivo, caso 2, sólo aparece una vez y no se pide resolver, sólo clasificar.

Los ejercicios de **cálculo mental** no se trabajan lo suficiente, a excepción del libro de 2º de Anaya. Además en este aspecto, es interesante que se trate de cálculos en situaciones de la vida real. De este modo los alumnos serán conscientes de su importancia.

3 TEST REALIZADO A LOS ALUMNOS

3.1 Introducción

Durante la estancia en el centro de prácticas realicé un test a los alumnos. Esta pequeña prueba consistía en 4 problemas cortos relacionados con la proporcionalidad.

Según los apuntes de la asignatura “La investigación educativa para la mejora de la enseñanza y el desarrollo profesional” del Master universitario en Formación del Profesorado de Secundaria de la UC, el muestreo es incidental debido a su naturaleza. Este se produce cuando el investigador trabaja con una muestra a la que tiene directamente acceso por su cercanía: personas conocidas, sujetos con los que se relaciona cotidianamente, etc.

El test se basa en otros trabajos como el de “Características del desarrollo del razonamiento proporcional en la educación primaria y secundaria” de Fernández Verdú y Llinares (2012a).

Analizaremos las respuestas dadas por los alumnos en cada problema y podremos asignar un perfil a cada alumno en función de éstas.

En el trabajo de Verdú y Llinares (2012a) se hacen algunos comentarios sobre varios artículos relevantes que abordan el tema del razonamiento proporcional. Algunos de estos comentarios se resumen a continuación:

- Existen investigaciones relacionadas con la transición del razonamiento aditivo al multiplicativo (Greer 1994; Kieren 1994; Nunes y Bryant 1996; Vergnaud 1983). Dichas investigaciones afirman que no se puede pasar de una manera simple e inmediata, sino que se requiere un salto cualitativo.
- El razonamiento multiplicativo no solamente consiste en una mera suma repetida (Clark y Kamii 1996) sino que incluye razonamientos como el producto cartesiano, o el significado de razón, que van un poco más allá. El producto cartesiano surgirá en problemas de combinatoria y el significado de razón en los de proporcionalidad (Greer 1992).
- Respecto a la dificultad de los alumnos para diferenciar situaciones aditivas de proporcionales, existen multitud de trabajos. Entre ellos Fernández Verdú, y Llinares (2012a) citan los siguientes: Hart (1984); Misailidou y Williams (2003);

Tourniaire y Pulos (1985); De Bock, Van Dooren, Janssens y Verschaffel (2002, 2007); Ebersbach, Van Dooren, Goudriaan y Verschaffel (2010); Fernández y Llinares (2012b), Fernández, Llinares, Van Dooren, De Bock y Verschaffel, en prensa; Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens y Verschaffel (2005).

- Lesh, Post y Behr (1988) describen el razonamiento proporcional como la consolidación del conocimiento aritmético en la escuela primaria y la cimentación de lo siguiente en la secundaria.

- Modestou y Gagatsis (2007, 2010) entienden que el razonamiento proporcional no sólo implica entender la relación multiplicativa sino la habilidad de distinguir situaciones proporcionales y no proporcionales.

- Los estudios de Van Dooren, De Bock y Verschaffel (2010) indican que con la edad disminuye la tendencia a utilizar métodos aditivos en problemas tanto proporcionales como no proporcionales. Sin embargo la tendencia contraria, utilizar métodos proporcionales en problemas tanto proporcionales como no proporcionales crece. Estos estudios afirman también que el uso de uno u otro método por parte de los alumnos depende de si las cantidades son múltiplos o no.

Los estudiantes suelen presentar dificultades para diferenciar situaciones proporcionales de situaciones con una estructura aditiva. Esto no se encuentra resuelto por el currículo, ni por los libros de texto actuales, es más, podríamos decir que lo potencian. En particular, cuando se trabaja la proporcionalidad, todos los problemas que se proponen se resuelven mediante razonamiento proporcional. Puede haber proporcionalidad directa o inversa pero poco más. Los problemas no se mezclan con problemas con estructura aditiva. Esto es una consecuencia de la tradicional segmentación del currículo en unidades didácticas demasiado estancas. De este modo, pretende lograrse la transición del pensamiento aditivo al proporcional mecanizando métodos de resolución por proporcionalidad, lo cual ha demostrado no ser eficaz.

3.2 Metodología y preguntas de la investigación

Una vez tenidas en cuenta las consideraciones de los estudios mencionados, el objetivo consiste en analizar estos posibles comportamientos entre los alumnos del Centro de prácticas. Trataremos de identificar variables que nos permitan constatar la consecución del razonamiento proporcional, en su vertiente de saber discriminar las situaciones proporcionales de las no proporcionales. Este es un aspecto que no está considerado suficientemente en el currículo.

Las situaciones que les planteamos a los alumnos reflejan los modelos $f(x)=x+b$ (situaciones aditivas) y $f(x)=a \cdot x$ (situaciones proporcionales).

Las preguntas que nos planteamos para esta pequeña investigación son:

- ¿Es posible identificar perfiles de comportamiento en los que clasificar a los alumnos cuando resuelven problemas aditivos y proporcionales?
- En el caso de ser posible la identificación anterior, ¿varían estos perfiles con la edad y otros factores?
- ¿Cuál es el grado de consecución o dominio del razonamiento proporcional alcanzado por los alumnos?

Para el desarrollo de esta actividad contamos con los alumnos de 3 grupos de 1º de ESO y 1 grupo de 2º de ESO. El día de la realización del test faltaban algunos alumnos. En la tabla 13 se recoge el número de alumnos que realizaron el test en cada grupo.

Tabla 13: Número de alumnos por grupo

GRUPO	1º ESO A	1º ESO B	1º ESO C	2º ESO B	TOTAL
ALUMNOS	22	19	17	13	71

Aproximadamente había el mismo número de chicos que de chicas. En cuanto al nivel sociocultural, los alumnos del grupo de 1º de ESO A provienen de un Centro de Primaria de nivel sociocultural medio-alto, los de 1º de ESO B de uno de nivel bajo, y los de los grupos de 1º de ESO C y 2º de ESO B se pueden considerar de nivel medio.

Los problemas propuestos fueron 4.

- Problema 1: de tipo proporcional con cantidades que eran múltiplos entre sí.
- Problema 2: de tipo proporcional con cantidades que no eran múltiplos entre sí.
- Problema 3: de tipo aditivo con cantidades que eran múltiplos entre sí.
- Problema 4: de tipo aditivo con cantidades que no eran múltiplos entre sí.

Los problemas 3 y 4 tenían las mismas cantidades que los problemas 1 y 2 respectivamente.

Al introducir los mismos problemas, con cantidades que son múltiplos o no, se pretende comprobar la influencia en el método utilizado por los alumnos. Como ya comentamos en la introducción, según los estudios de Van Dooren, De Bock y Verschaffel (2010), influye en los resultados.

Los **enunciados de los problemas** fueron los siguientes:

1. Juan y Marcos están colocando postes de una alambrada. Empezaron al mismo tiempo pero Marcos es más rápido. Cuando Juan ha colocado 40 postes, Marcos ha colocado 160. Si Juan ha colocado 80 postes, ¿cuántos postes ha colocado Marcos?
2. Juan y Marcos están colocando postes de una alambrada. Empezaron al mismo tiempo pero Marcos es más rápido. Cuando Juan ha colocado 40 postes, Marcos ha colocado 100. Si Juan ha colocado 60 postes, ¿cuántos postes ha colocado Marcos?
3. Juan y Marcos están colocando postes de una alambrada. Los colocan a la misma velocidad pero Juan empezó más tarde. Cuando Juan ha colocado 40 postes, Marcos ha colocado 160. Si Juan ha colocado 80 postes, ¿cuántos postes ha colocado Marcos?
4. Juan y Marcos están colocando postes de una alambrada. Los colocan a la misma velocidad pero Juan empezó más tarde. Cuando Juan ha colocado 40 postes, Marcos ha colocado 100. Si Juan ha colocado 60 postes, ¿cuántos postes ha colocado Marcos?

Cabe señalar que podrían haber sido interesantes una serie de aspectos que relataremos a continuación, pero debido a las limitaciones de las prácticas no se han podido realizar.

- Utilizar variables continuas (por ejemplo distancias recorridas) y discretas. Esto hubiera provocado pasar de 4 a 8 problemas, con el consiguiente aumento de tiempo necesario para la resolución por parte de los alumnos. Puesto que contábamos con un tiempo de aproximadamente 20 minutos, finalmente se optó por las discretas solamente.

- Incluir problemas distractores para cambiar las tareas propuestas y evitar posibles respuestas mecanizadas por parte de los alumnos. Al igual que en el caso anterior la falta de tiempo propició prescindir de este tipo de problema.

- Realizar el test a los alumnos de más cursos. Hubiera sido interesante contar con más alumnos de 2º de ESO, sólo hemos hecho la prueba a un grupo, así como con los alumnos de 3º y 4º de ESO. En este caso se ha tenido acceso a los grupos con los que trabaja mi tutor, quedando fuera los mencionados anteriormente.

El test fue realizado durante la clase habitual de los alumnos. Dispusieron de unos 20 minutos para su resolución. Los enunciados se les entregaron en una hoja impresa.

En cada problema se analizó el proceso de resolución seguido por el alumno, atendiendo a las relaciones entre cantidades que utiliza, para clasificar su tipo de razonamiento

Las **categorías** empleadas para clasificar los razonamientos de los alumnos fueron las siguientes:

- **Proporcional.** El estudiante utiliza un método multiplicativo. Puede tratarse de la identificación y uso de la razón interna, la razón externa, el uso de la regla de 3 o reducción a la unidad. En muchos casos simplemente realizan las operaciones. En el caso de que fuera un problema proporcional este razonamiento será correcto; en el caso de que fuera un problema aditivo será incorrecto.

- **Proporcional errónea.** El proceso seguido por el alumno utiliza relaciones multiplicativas pero no está bien planteado. No resuelve el caso de proporcionalidad directa. Esto es independiente de que estuviera tratando de resolver un problema aditivo o uno proporcional. Un ejemplo sería realizar las operaciones correspondientes a una proporcionalidad inversa.
- **Aditiva.** El alumno emplea relaciones aditivas entre las cantidades. En el caso de que fuera un problema aditivo este razonamiento será correcto; en el caso de que fuera un problema proporcional será incorrecto.
- **Aditiva errónea.** El proceso seguido por el alumno emplea relaciones aditivas, pero no está bien planteado. No resuelve el caso del problema aditivo. Esto es independiente de que estuviera tratando de resolver un problema aditivo o uno proporcional.
- **Mixta (errónea).** Realiza razonamientos de carácter tanto aditivo, como proporcional combinados. El resultado es erróneo en cualquier caso, al tratarse de problemas de razonamiento aditivo o proporcional.
- **Sin respuesta:** El alumno no responde al problema.
- **Errónea.** Esta categoría se utiliza en el caso de los alumnos que no escriben las operaciones ni el proceso seguido. Escriben solamente la respuesta, por lo que no se puede seguir el razonamiento empleado. Si esta respuesta coincide con la correspondiente a un razonamiento proporcional o aditivo se considerará de una de esas categorías, sea correcta o incorrecta para el problema pedido. En el caso de que la respuesta no coincida con la correspondiente a los razonamientos anteriores la clasificaremos como errónea.

Cabe señalar que no tendremos en cuenta los errores de operación si el planteamiento es correcto.

Los **perfiles** empleados fueron los siguientes.

- **Perfil correcto.** El alumno da respuestas proporcionales a los problemas proporcionales y aditivas a los aditivos.
- **Perfil proporcional.** El alumno da respuesta proporcional a todos los problemas, ya sean estos aditivos o proporcionales. Se incluye como respuesta proporcional la proporcional errónea.

- **Perfil aditivo.** El alumno da respuesta aditiva a todos los problemas, ya sean estos aditivos o proporcionales. Se incluye como aditiva la aditiva errónea.
- **Perfil que depende del tipo de razón.** El alumno da respuesta proporcional a los problemas con razones o relaciones multiplicativas enteras (múltiplos) y respuestas aditivas a los problemas con razones o relaciones multiplicativas no enteras. Esto lo hacen independientemente del tipo de problema proporcional o aditivo.
- **Perfil proporcional correcto, aditivos sin respuesta o aditiva errónea (PPCAE).** El alumno realiza correctamente los problemas proporcionales y percibe que los aditivos no se hacen del mismo modo. Por tanto es capaz de distinguir los que son proporcionales de los que no. Sin embargo no es capaz de resolver los no proporcionales. Los deja sin contestar o utiliza una estrategia aditiva errónea.
- **Perfil otros.** Este perfil agrupará el resto de casos entre los que hay variedad. Aquí aparecen los que utilizan estrategias mixtas en algunos problemas y aditivas y proporcionales en otros, los que utilizan aditivas erróneas en los problemas proporcionales y dejan sin respuesta los aditivos, los que resuelven correctamente un problema proporcional y utilizan estrategias aditivas erróneas en el resto, los que tienen 3 resultados de la categoría erróneas, los que utilizan estrategias aditivas en los proporcionales y proporcionales erróneas en los aditivos, y demás casuística que se pueda presentar.

3.3 Análisis de resultados

Como podemos observar en la tabla 14, en el grupo de 1º de ESO A hay muchos más alumnos que corresponden al **perfil correcto** que en el resto de grupos. Recordemos que este grupo es el que proviene de un Centro de Primaria con un nivel sociocultural más alto que el resto. Siendo esta la variable explicativa que parece más significativa; una conclusión sería que la educación pública no consigue paliar las diferencias entre los alumnos provenientes de familias de diferentes niveles socioculturales. El nivel sociocultural parece ser una variable importante en el desarrollo del razonamiento proporcional. De

hecho no deberíamos limitarnos al razonamiento proporcional, ya que las calificaciones de este grupo son mejores en todas las materias.

Tabla: 14: Variación de los perfiles por grupo (nº alumnos)

GRUPO	PERFIL CORRECTO	PERFIL PROPORCIONAL	PERFIL ADITIVO	PERFIL SEGÚN TIPO RAZÓN	PPCAE	PERFIL OTROS
1º ESO A	7	4	1	2	2	6
1º ESO B	0	7	7	2	0	3
1º ESO C	0	17	0	0	0	0
2º ESO B	1	8	0	0	3	1
TOTAL	8	36	8	4	5	10

En la investigación de Fernández Verdú y Llenares (2012a), no aparece ningún perfil correcto entre 124 alumnos de 1º de la ESO. En el grupo de 1º A hay 7 de 22.

Tabla15: Variación de los perfiles por grupo (tanto por ciento)

GRUPO	PERFIL CORRECTO	PERFIL PROPORCIONAL	PERFIL ADITIVO	PERFIL SEGÚN TIPO RAZÓN	PPCAE	PERFIL OTROS
1º ESO A	31,82	18,18	4,54	9,09	9,09	27,27
1º ESO B	0	36,84	36,84	10,53	0	15,79
1º ESO C	0	100	0	0	0	0
2º ESO B	7,69	61,54	0	0	23,08	7,69
TOTAL	11,27	50,70	11,27	5,63	7,04	14,08

En la tabla 15 podemos observar que un 50% de los alumnos responden con un **perfil proporcional**, mientras un 11% responden con un **perfil aditivo**. La proporcionalidad aparece en 1º de ESO, por lo que llevan poco tiempo trabajando con ella. Sin embargo, los alumnos ya la utilizan más que las

relaciones aditivas, que vienen trabajando durante toda la primaria. De esto podemos extraer que los alumnos tienden a utilizar lo último con lo que han estado trabajando. En cuanto a la capacidad de distinguir aditivo de proporcional, se puede comprobar como solamente un 11%, los pertenecientes al perfil correcto, y es mucho comparado con otros estudios, tienen las ideas claras.

Parece entonces justificada una modificación en el currículum, y en los libros de texto, que incida en desarrollar en los alumnos esta capacidad.

Otra característica observable es que el perfil aditivo tiene mayor presencia en el grupo de 1º de ESO B. Se trata del grupo de nivel sociocultural más bajo. Los alumnos de este grupo todavía no deben de tener muy bien asimilada la proporcionalidad, por lo que emplean la aditividad. Resulta curioso que la emplean correctamente en bastantes casos. Otros alumnos de mayor nivel sociocultural resuelven de manera proporcional todos los problemas o resuelven los proporcionales y no saben responder a los aditivos. Parece como si, al aprender la proporcionalidad, olvidaran la aditividad.

En uno de los grupos, 1º de ESO C, todos los alumnos respondieron con perfil proporcional. Esto se debe a que presumiblemente se copiaron unos a otros. Todos los alumnos salvo 2 responden sin reflejar ninguna operación o razonamiento en la hoja.

Respecto a la variación de las respuestas según se avanza en la Educación Secundaria Obligatoria, carecemos de datos para hacer una valoración, al contar con 3 grupos de 1º de ESO, 1 grupo de 2º de ESO y ningún grupo de 3º y 4º de ESO.

Es significativo el caso de 6 alumnos que no respondieron correctamente ningún problema, habiendo al menos uno de ellos en cada clase.

3.4 Conclusiones y discusión

El estudio realizado aporta ideas sobre la construcción del significado de razón en los primeros cursos de la educación secundaria. Los alumnos todavía no tienen claro el concepto de razón y de proporcionalidad. Sin embargo, generalmente sí saben aplicarlo en clase. Esto, de todos modos, es algo habitual a estas edades, primero aprenden a manejar algo y más tarde adquieren el concepto propiamente dicho. Sin embargo, ante la dificultad de que adquieran conceptos de una manera formal a estas edades, sería apropiado incluir problemas de este y otros tipos, que les permitan adquirir la capacidad de distinguir los razonamientos proporcionales de los no proporcionales. Además de ser capaces de distinguirlos, deben serlo de resolver los problemas no proporcionales, ya que hay alumnos que se dan cuenta de que los problemas no son iguales, incluso de que deben ser aditivos (hacen sumas) pero no resuelven correctamente. Por tanto se deben seguir trabajando los problemas aditivos en la Secundaria, y no darlos por sabidos de la Primaria. Un problema habitual es que, como en todos los temas, en el tema de proporcionalidad todos los problemas se resuelven por proporcionalidad y, acto seguido, hacen el examen de proporcionalidad y pasan al siguiente tema. En ese tema siguiente todos los problemas se resolverán mediante los conceptos tratados en él y así sucesivamente. La separación de los contenidos en pequeñas unidades didácticas, evaluadas por separado, fomenta que los alumnos no sepan distinguir un tipo de problema de otro cuando se les ponen a la vez.

Una estrategia que ayudaría en este problema, y en muchos otros de los alumnos de Secundaria, sería la representación gráfica, y en concreto la funcional. Enseñándoles adecuadamente a **relacionar variables** y representarlas en el espacio; estos problemas no presentarían dificultad alguna al tratarse de simples rectas. Globalmente creo que el currículum y los libros de texto aprovechan poco las explicaciones gráficas. Entiendo que para algunos alumnos serán difíciles de comprender, y que tal vez sean algo jóvenes para ellas en 1º de ESO, pero no se debe descartar su uso.

4 BIBLIOGRAFÍA

4.1 Libros de texto analizados

BOTELLA, L.M.; MILLÁN, L.M.; PÉREZ, P.; CANTÓ, J. 2007. *Matemáticas 1º: Primer Curso de Educación Secundaria Obligatoria*. Alcoy: Editorial Marfil, S.A. ISBN: 978-84-268-1299-5.

BOTELLA, L.M.; MILLÁN, L.M.; PÉREZ, P.; CANTÓ, J. 2008 *Matemáticas 2º: Segundo Curso de Educación Secundaria Obligatoria*. Alcoy: Editorial Marfil, S.A. ISBN: 978-84-268-1353-4.

BOTELLA, L.M.; MILLÁN, L.M.; PÉREZ, P.; CANTÓ, J. 2008 *Matemáticas 3º: Tercer Curso de Educación Secundaria Obligatoria*. Alcoy: Editorial Marfil, S.A. ISBN: 978-84-268-1308-4.

BOTELLA, L.M.; MILLÁN, L.M.; PÉREZ, P.; CANTÓ, J. 2008 *Matemáticas 4º: Cuarto Curso de Educación Secundaria Obligatoria*. Alcoy: Editorial Marfil, S.A. ISBN: 978-84-268-1369-5.

COLERA JIMÉNEZ, J.; GAZTELU ALBERO, I. 2011. *Matemáticas 1: Profesorado. Online. ESO*. [Libro digital]. Madrid: Grupo Anaya, S.A. [Consulta: junio 2014]. ISBN: 978-84-667-9557-9. Acceso mediante clave en la web Anaya Digital. <http://www.anayadigital.com>

COLERA JIMÉNEZ, J.; GAZTELU ALBERO, I. 2011. *Matemáticas 2: Profesorado. Online. ESO*. [Libro digital]. Madrid: Grupo Anaya, S.A. [Consulta junio 2014]. ISBN:978-84-678-1037-0C. Acceso mediante clave en la web Anaya Digital. <http://www.anayadigital.com/>

COLERA JIMÉNEZ, J.; GAZTELU ALBERO, I; OLIVEIRA GONZÁLEZ, M.J.; COLERA CAÑAS, L. 2011. *Matemáticas 3: Profesorado. Online. ESO*. [Libro digital]. Madrid: Grupo Anaya, S.A. [Consulta junio 2014]. ISBN:978-84-667-9602-6C. Acceso mediante clave en la web Anaya Digital. <http://www.anayadigital.com/>

COLERA JIMÉNEZ, J.; GAZTELU ALBERO, I; OLIVEIRA GONZÁLEZ, M.J.; MARTÍNEZ ALONSO, M.M.; COLERA CAÑAS, L. 2011. *Matemáticas 4. Opción B: Profesorado. Online. ESO*. [Libro digital]. Madrid: Grupo Anaya, S.A. [Consulta junio 2014]. ISBN:978-84-678-1154-4C. Acceso mediante clave en la web Anaya Digital. <http://www.anayadigital.com/>

PANCORBO PALENZUELA, L. 2007. *Vector Matemáticas: Vicens Vives Educación Secundaria. Primer Curso*. Barcelona: Ediciones Vicens Vives, S.A. ISBN: 978-84-316-0010-5.

PANCORBO PALENZUELA, L. 2012. *Nuevo Vector Matemáticas: Vicens Vives Educación Secundaria 2*. Barcelona: Ediciones Vicens Vives, S.A. ISBN: 978-84-682-0890-9.

PANCORBO PALENZUELA, L. 2011. *Nuevo Vector Matemáticas: Vicens Vives Educación Secundaria 3*. Barcelona: Ediciones Vicens Vives, S.A. ISBN: 978-84-682-0155-9.

PANCORBO PALENZUELA, L. 2012. *Nuevo Vector Matemáticas: Vicens Vives Educación Secundaria 4*. Barcelona: Ediciones Vicens Vives, S.A. ISBN: 978-84-682-0452-9.

SÁNCHEZ FIGUEROA, D. (dir.). 2010. *Matemáticas 1 ESO: Proyecto Los Caminos del Saber*. Madrid: Santillana Educación, S.L. ISBN: 978-84-294-5495-6.

SÁNCHEZ FIGUEROA, D. (dir.). 2011. *Matemáticas 2 ESO: Proyecto Los Caminos del Saber*. Madrid: Santillana Educación, S.L. ISBN: 978-84-294-6846-5.

SÁNCHEZ FIGUEROA, D. (dir.). 2010. *Matemáticas 3 ESO: Proyecto Los Caminos del Saber*. Madrid: Santillana Educación, S.L. ISBN: 978-84-294-3775-1.

SÁNCHEZ FIGUEROA, D. (dir.). 2008. *Matemáticas 4 ESO Opción B: Proyecto La Casa del Saber*. Madrid: Santillana Educación, S.L. ISBN: 978-84-294-0954-3.

4.2 Otra documentación consultada

ESCOLANO VIZCARRA, R.; GAIRÍN SALLÁN, J.M. 2009. *Proporcionalidad aritmética: buscando alternativas a la enseñanza tradicional*. *Revista Suma* [en línea], 62, pp. 35-48. [Consulta junio 2014]. ISSN: 1130-488X. Disponible en: <http://revistasuma.es/sites/revistasuma.es/IMG/pdf/62/035-048.pdf>

FERNÁNDEZ VERDÚ, C.; LLINARES CISCAR, S. Artículo recibido en 2010, aceptado en 2011 y publicado en 2012a. *Características del desarrollo del razonamiento proporcional en la educación primaria y secundaria*. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de investigación y experiencias didáctica* [en línea], 30(1), p.p.129-142. [Consulta junio 2014]. ISSN (digital): 2174-6486. ISSN (impreso): 0212-4521. Disponible en: http://ddd.uab.cat/pub/edlc/edlc_a2012m3v30n1/edlc_a2012m3v30n1p129.pdf

FERNÁNDEZ VERDÚ, C.; LLINARES CISCAR, S. 2012b. *Relaciones implicativas entre las estrategias empleadas en la resolución de situaciones lineales y no lineales*. *Relime. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa* [en línea], 15(1), pp. 9-33. [Consulta junio 2014].

ISSN 1665-2436. Disponible en:

<http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3901753>

GÓMEZ ALFONSO, B. 1999. *Tendencias metodológicas en la enseñanza de la proporcionalidad derivadas del análisis de libros antiguos. El caso de los problemas de "compañías"*. *Relime. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa* [en línea], 2(2), pp 19-29. [Consulta junio 2014].

ISSN 1665-2436. Disponible en:

<http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2148016>

GÓMEZ, B. 2009. *El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas*. En GONZÁLEZ, M.J.; GONZÁLEZ, M.T.; MURILLO, J. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. ---). Santander: SEIEM.

HOLGUÍN ORTEGA, C.E. 2012. *Razonamiento Proporcional* [en línea].

SANCHEZ BOTERO, C.H. (dir.). Trabajo final de maestría, Universidad Nacional de Colombia. [Consulta junio 2014]. Disponible en:

<http://www.bdigital.unal.edu.co/8631/1/carlosesternestoholguinortega.2012.pdf>

MAZ, A. 2009. *Investigación histórica de conceptos en los libros de matemáticas*. En GONZÁLEZ, M.J.; GONZÁLEZ, M.T.; MURILLO, J. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. ---). Santander: SEIEM.

MOLINA CÁRDENAS, S.M. 2011. *Un breve análisis de la enseñanza de la proporcionalidad directa que promueven los libros de texto*. En: *Encuentro Nacional de Educación Matemática y Estadística* [en línea]. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Facultad Seccional de Duitama, 8 y 9 de Septiembre, pp. 130-134. [Consulta junio 2014]. ISSN: 2248-7727.

Disponible en:

http://www.uptc.edu.co/eventos/2011/enemes/programacion/documentos/memorias_2011.pdf#page=130

MONTEERRUBIO, M.C.; ORTEGA, T. 2009. *Creación de un modelo de valoración de textos matemáticos. Aplicaciones*. En GONZÁLEZ, M.J.; GONZÁLEZ, M.T.; MURILLO, J. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. ---). Santander: SEIEM.

MONTEERRUBIO, M.C.; ORTEGA, T. 2011. *Diseño y aplicación de instrumentos de análisis y valoración de textos escolares de matemáticas*.

PNA [en línea], 5(3), pp.105-127. [Consulta junio 2014]. ISSN: 1887-3987

Disponible en:

[http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Monterrubio2011PNA5\(3\)Disenno.pdf](http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Monterrubio2011PNA5(3)Disenno.pdf)

PINO CEBALLOS, J.; J. BLANCO, L. 2008. *Análisis de los problemas de los libros de texto de Matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad. Publicaciones* [en línea], 38, pp.63-88 (2008). [Consulta junio 2014]. ISSN : 1577-4147. Disponible en: <http://hdl.handle.net/10481/24697>

RIVIÈRE GÓMEZ, V. 2002. *Un informe muy citado. Revista Suma* [en línea], 40, pp. 133-140. [Consulta junio 2014]. ISSN: 1130-488X. Disponible en: <http://revistasuma.es/IMG/pdf/40/133-140.pdf>

SIERRA, M. 2009. *Introducción al Seminario sobre análisis de libros de texto.* En GONZÁLEZ, M.J.; GONZÁLEZ, M.T.; MURILLO, J. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. ---). Santander: SEIEM.

ANEXO I: ANÁLISIS DETALLADO DE LIBROS

Exponemos en este análisis la estructura de cada uno de los temas, un resumen y aspectos destacados de los mismos.

EDITORIAL ANAYA

Anaya 1º ESO: Resumen, aspectos destacados

La editorial Anaya, en el curso de 1º de ESO, tiene 2 temas en los que, consideramos, se trata la proporcionalidad desde un punto de vista reseñable para nuestro análisis. Estos temas son:

- **Tema 9. Proporcionalidad y porcentajes.**
- **Tema 14. Tablas y gráficas. El azar.**

Comienza los temas con una introducción histórica y ejercicios previos, a continuación recoge los apartados teóricos acompañados de ejercicios, prosigue con una colección de ejercicios propuestos y finaliza con el apartado "...y para terminar", en el que trabaja actividades curiosas y hace una autoevaluación.

En el tema 9, **Proporcionalidad y porcentajes**, nos encontramos 3 ejercicios de clasificar una serie de magnitudes en directa, inversa y no proporcionales. Esta será la única presencia de variables no proporcionales en el tema. No aparecen ejercicios de tablas para distinguir las que guardan proporcionalidad de las que no, y tampoco problemas propiamente dichos en los que aparezcan variables no proporcionales.

Como aspecto positivo podríamos reseñar que utiliza gráficos de sectores como ayuda a la comprensión de los problemas inversamente proporcionales. También utiliza representaciones gráficas para las explicaciones de porcentajes. Sin embargo no utiliza representaciones funcionales como apoyo a la proporcionalidad.

Respecto al cálculo mental, hay actividades con porcentajes, "traduciéndolos" a dividir entre 2 si se trata de un 50%, entre 4 si se trata de un 25%, etc. No obstante, no se trata de problemas de proporcionalidad sino de cálculos directos.

En el tema 14, **Tablas y gráficas. El azar**, trabaja, entre otras, con representaciones de magnitudes de los casos 1 (función proporcional) y 3 (función afín) expuestos anteriormente en este trabajo. Hay también ejercicios de funciones definidas a trozos con tramos rectos, aunque no las contabilizaremos en nuestro análisis, por encontrarse un paso más allá de los conceptos que queremos investigar. Hay un total de 5 ejercicios con funciones proporcionales y 1 con función afín, que trabaja el concepto de los costes fijos y variables.

Anaya 2º ESO: Resumen, aspectos destacados

Los temas se organizan igual que en el libro de 1º, introducción, desarrollo, ejercicios propuestos y conclusión. Los temas analizados han sido:

- **Tema 4. Proporcionalidad y porcentajes.**
- **Tema 8. Teorema de Pitágoras. Semejanza.**
- **Tema 11. Funciones.**

En el tema 4, **Proporcionalidad y porcentajes**, hay 3 ejercicios similares a los de 1º, en los que pide clasificar magnitudes en directa, inversa o no proporcionales. No obstante en este curso se introduce algún caso no proporcional de forma cuantitativa. Se trata de la relación entre el lado y el área del cuadrado, y entre el lado y el volumen del cubo.

Hay un problema en el cual utiliza apoyo gráfico para su resolución; no obstante, no hay ningún caso en el que utilice apoyo funcional.

Se puede considerar bastante bien trabajado el cálculo mental. A lo largo del tema se pide realizar ejercicios mentalmente. Algunos son simples cálculos, pero otros podemos considerarlos problemas, al aparecer magnitudes y darse el enunciado textualmente. Lo único que objetar sería que todos los problemas planteados parecen preparados para resolverse por reducción a la unidad. Se echa en falta alguno indicado para una estrategia de cálculo mental de tipo mínimo común múltiplo y comparación.

Respecto al tema 8, **Teorema de Pitágoras. Semejanza**, cabe señalar que no aparecen los casos 2 (aditividad), 3 (función afín), ni 4 (recta $y=x$). Todos los

casos clasificables en las categorías propuestas corresponden al caso 1 (proporcionalidad directa).

Hay bastantes ejercicios con variables no proporcionales relacionados con las áreas y volúmenes de figuras semejantes. Aparecen explicados en teoría. Nos encontramos también, un ejercicio que relaciona masas de figuras semejantes y otro de costes (dado un precio para la unidad de volumen).

Tema 11. **Funciones.** En este tema, tras presentar las funciones en general, trabajan fundamentalmente con rectas. Explica las funciones proporcionales, afines y constantes. En un apartado de “Reflexiona y aprende” explica la función de proporcionalidad inversa. (Estos ejercicios no se suelen hacer en clase. Son de ampliación).

Hay un problema de representar una función definida a trozos en el que aparece la palabra ventaja, aunque se trata de la diferencia de ordenadas para una abscisa dada, entre dos funciones proporcionales.

Anaya 3º ESO: Resumen, aspectos destacados

Los temas del libro de 3º tienen la misma organización que los de 1º y 2º. En este curso, a diferencia de los anteriores, no hay un tema de proporcionalidad propiamente dicho. No obstante como en cursos anteriores, la proporcionalidad se trabaja en otros temas. Se han analizado los siguientes:

- **Tema 1: Fracciones y decimales.**
- **Tema 8: Funciones Lineales.**
- **Tema 9. Problemas métricos en el plano.**

En el tema 1, **Fracciones y decimales**, en cuanto a casos no proporcionales, nos encontramos un problema en el que pregunta qué le ocurre al área de un triángulo si su base aumenta un 20% y su altura disminuye un 20%. También aparece otro más sobre áreas y porcentajes con telas que se encogen al lavar. En lo relativo a cálculo mental de porcentajes, sólo hay un ejercicio en este tema, lo que representa un claro retroceso respecto al curso anterior. Además en el curso anterior había problemas con magnitudes.

En el tema 8, **Funciones Lineales**, trabaja con las funciones proporcionales y afines. Hay problemas con magnitudes varias: un problema de muelles,

problemas de móviles con ordenada en el origen, problemas de tarifas con cuotas fijas y variables. No hay problemas correspondientes a los casos 2 y 4. Tampoco aparece la proporcionalidad inversa. Hay un ejercicio de distinguir funciones lineales de no lineales pero dando la función o la gráfica. No hay ejemplos de problemas ni magnitudes no lineales. Siguen presentándose los mismos problemas (carencias). Si cuando trabajábamos la proporcionalidad dejábamos fuera los problemas aditivos o “mixtos”, ya que presentaban dificultades, ahora se incluyen los mixtos (los aditivos serían un caso particular de estos), pero dejamos fuera los inversamente proporcionales por suponer una dificultad desde nuestro nuevo enfoque de la representación gráfica. Siguen presentándose los mismos defectos de segmentación del aprendizaje, con sus consecuentes efectos negativos.

Creo que no se hace suficiente hincapié en hacer ver a los alumnos que se trata de los mismos problemas que antes resolvían por las técnicas proporcionales. Ahora debería mandarse hacer alguno por éstas, para que vean que es igual que con las nuevas técnicas funcionales. Los alumnos, probablemente, “guardarán mentalmente” los conceptos como cosas diferenciadas. Es necesaria una visión algo más integradora.

Hay que tener en cuenta que en los resultados de la investigación de Fernández Verdú y Llinares (2012a), en la que aparecen problemas aditivos y proporcionales mezclados, entre los alumnos de 4º de la ESO, sólo un 5,4% contestaban correctamente, con lo que, pese a tener las herramientas para contestar sin esfuerzo, mediante funciones, no asocian el problema a funciones, sino que por su “tipo de enunciado” lo asocian a problemas de proporcionalidad, regla de tres, etc.

Tema 9. Problemas métricos en el plano. En cuanto a situaciones no proporcionales, nos encontramos, además de 2 ejercicios en los que se trabajan las áreas y la semejanza, ya aparecidos en cursos anteriores, uno en el que pregunta, para una fotografía de 2 cm de marco, si los rectángulos interior y exterior son semejantes (relación aditiva, caso 2).

Anaya 4º ESO opción B: Resumen, aspectos destacados

El libro de 4º tiene la misma organización en sus temas que los de 1º, 2º y 3º. En este curso, al igual que en 3º, no hay un tema de proporcionalidad propiamente dicho. No obstante, la proporcionalidad se trabaja en otros temas. Se han analizado los siguientes:

- **Tema 5. Funciones elementales.**

- **Tema 6. La semejanza. Aplicaciones.**

Respecto al tema 5, **Funciones elementales**, cabe señalar que ya no se centra tanto en las funciones cuya gráfica es una recta (afines, proporcionales, constantes), como en cursos anteriores. Trabaja también las parábolas y funciones cuadráticas, las funciones radicales, exponenciales, logarítmicas, así como las de proporcionalidad inversa. Estas últimas son trabajadas por primera vez de una forma completa en esta editorial. (Hasta ahora sólo habían aparecido en un apartado de “Reflexiona y aprende” de 2º curso). En mi opinión deberían trabajarse antes.

Como en otros cursos trabaja con funciones afines y proporcionales con problemas de móviles, costes fijos y variables. Entre los diversos casos de funciones no proporcionales cabe destacar la aproximación funcional a la relación entre el lado de un cuadrado y su área, que hasta ahora había sido objeto de trabajo en los temas de semejanza, pero no se había representado. También pide relación con perímetro.

En cuanto a las funciones de proporcionalidad inversa, trabaja con ejercicios de intensidad que nos llega de un foco sonoro según distancia, y reparto de un gasto en función del número de personas.

Tema 6. **La semejanza. Aplicaciones.** Al igual que en los cursos anteriores, los problemas no proporcionales que aparecen son relativos a áreas y volúmenes de figuras semejantes.

EDITORIAL SANTILLANA

Santillana 1º ESO Los Caminos del Saber: Resumen, aspectos destacados

Para el primer curso, en la editorial Santillana se han incluido dos temas en el análisis. Se trata de los siguientes:

- **Tema 8. Proporcionalidad numérica.**
- **Tema 13. Funciones y gráficas.**

El tema 8, **Proporcionalidad numérica**, está organizado de una manera similar a los de la editorial Anaya. Comienza con una introducción titulada “Antes de empezar la unidad...”, en la que se incluyen aspectos históricos, conceptos que conviene sean recordados y ejercicios propuestos de evaluación inicial. Posteriormente introduce los distintos apartados “teóricos” acompañados de ejercicios, repasa conceptos en el apartado “Lo esencial”, propone ejercicios en “Actividades” y “Pon a prueba tus capacidades” e incluye una parte destinada a “Matemáticas con ordenador”. Esta **estructura** será **igual** en el resto de cursos y temas de esta editorial.

En este tema hay ejercicios de identificar tablas de valores como directa, inversa o no proporcionales. No se pide buscar si las no proporcionales guardan algún otro tipo de relación. Al tratarse de tablas numéricas se pueden considerar casos no proporcionales presentados de forma cuantitativa, pero no se pide la resolución de un problema no proporcional en ellos, tan sólo saber distinguirlos. También hay un ejercicio de distinguir magnitudes proporcionales de no proporcionales de forma cualitativa. (Aparece el caso no proporcional de la altura y la edad).

El cálculo mental se trabaja con porcentajes, pero tan sólo con ejercicios de cálculos directos, no con problemas.

En “Pon a prueba tus capacidades”, hay problemas bastante interesantes de aplicación a la vida real. Consisten en apreciar cuál es la mejor oferta en problemas de descuentos (segunda unidad a mitad de precio, 30% de descuento, 3x2, 6x5). Sería interesante que se pidiera resolverlos mentalmente.

En el tema 13, **Funciones y gráficas**, se trabaja bastante con funciones afines y proporcionales, y aparece una función de proporcionalidad inversa. En cuanto a relaciones no proporcionales, pide rellenar una tabla que relaciona el lado del cuadrado con su perímetro y área, y también, en otro ejercicio, relaciona el radio del círculo con su área.

Santillana 2º ESO Los Caminos del Saber: Resumen, aspectos destacados

Para el segundo curso, en la editorial Santillana se han incluido tres temas en el análisis. Se trata de los siguientes:

- **Tema 8. Proporcionalidad numérica.**
- **Tema 9. Proporcionalidad geométrica.**
- **Tema 13. Funciones.**

En el tema 8, **Proporcionalidad numérica**, encontramos ejercicios de distinguir magnitudes proporcionales de no proporcionales, de forma cualitativa y también cuantitativa, comprobando tablas. Estos ejercicios son similares a los de primero, incluso se repite el ejemplo de magnitud no proporcional, edad y altura.

Nos encontramos con un caso singular para este curso y tema con un problema de móviles. Se trata de un problema de alcances entre un autobús y un coche. Se trata de un caso 3 de los considerados en este trabajo (aditivo+proporcional), ya que el coche sale más tarde que el autobús. Típico problema en el que se calcula cuánto tarda en alcanzarlo. En este tema también se trabajan problemas “difíciles” de grifos, que requieren la estrategia de “reducción a la unidad conjunta” de 2 grifos.

En el tema 9, **Proporcionalidad geométrica** los problemas no directamente proporcionales que aparecen están relacionados con semejanza y áreas (3 problemas).

En el tema 13, **Funciones**, hay apartados expresos para la función de proporcionalidad directa e inversa. Cuando trabaja la proporcionalidad directa, en una cuestión pide distinguir rectas de proporcionalidad directa de las que no lo son. Por lo demás en este apartado no se tienen en cuenta las posibles “ventajas”, es decir cuestiones aditivas relacionadas con ordenadas en el

origen distintas de cero. Me parece un error ya que funcionalmente sería sencillo introducirlas.

Hay bastantes ejercicios de magnitudes directa e inversamente proporcionales, que, evidentemente al tratarse de un tema de funciones, se apoyan en las funciones para su resolución.

Santillana 3º ESO Los Caminos del Saber: Resumen, aspectos destacados

A diferencia del libro de Anaya de 3º, el de Santillana si recoge un tema de proporcionalidad expresamente. Los temas analizados son:

- **Tema 6. Proporcionalidad numérica.**
- **Tema 12. Funciones lineales y afines.**
- **Tema 10. Movimientos y semejanzas.**

Tema 6. **Proporcionalidad numérica.** Llama la atención que, después de haber dedicado en el tema 13, **Funciones**, del curso anterior dos apartados expresamente a la función de proporcionalidad directa e inversa, ahora no aparezca por ningún lado la aproximación funcional a la proporcionalidad. Ha perdido una oportunidad de sintetizar y explicarlo todo conjuntamente, ahora que los alumnos ya conocían los conceptos de proporcionalidad y funciones.

En este tema nos encontramos **situaciones no proporcionales** de forma cualitativa en ejercicios de clasificar magnitudes en directa, inversa o no proporcionales. También aparecen ejercicios de clasificar con tablas de números. Pero, además hay un ejercicio de **áreas y semejanza** (Pizza 10-20 cm de diámetro, queso necesario); ejercicios de comprobar si un aumento de precios ha sido proporcional en diversos artículos, no siendo así.

Nos encontramos con **2 problemas de costes fijos y variables**, que corresponderían al caso 3 de este trabajo. También hay problemas de móviles en direcciones contrarias y de alcances, que según como se planteen, podrían ser incluidos en este caso. La variedad de problemas resulta generosa con respecto a lo visto hasta ahora dentro de los temas de proporcionalidad propiamente dicha de los libros analizados.

Tema 12. **Funciones lineales y afines.** Aquí encontramos una importante diferencia con el curso anterior, en el cual trabajaba, entre las rectas,

principalmente las funciones proporcionales. Ahora trabajará conjuntamente las funciones proporcionales y las afines. Hay bastantes ejercicios de funciones afines y lineales y aparecen algunos problemas de proporcionalidad de triángulos relacionados con pendientes de rectas.

En el tema 10, **Movimientos y semejanzas** hay 3 problemas no proporcionales. Uno relacionado con semejanza y áreas, otro similar con porcentajes de reducción en fotocopias y otro en el que pregunta si al sumar 3 unidades a los lados de un rectángulo obtendremos uno proporcional al primero (caso aditivo).

Santillana 4º ESO opción B “La Casa del Saber: Resumen, aspectos destacados

En este curso no hay un tema de proporcionalidad propiamente dicho. Los temas analizados son los siguientes:

- **Tema 6. Semejanza.**
- **Tema 9. Funciones.**
- **Tema 10. Funciones polinómicas y racionales.**

En el tema 6, **Semejanza**, todas las relaciones que se utilizan corresponden al caso 1 (proporcionalidad), salvo las que aparecen en el apartado **6**, Semejanza en áreas y volúmenes, y a los ejercicios sobre esto que aparecen en “Actividades”.

En el tema 9, **Funciones**, aparecen funciones proporcionales pero entremezcladas con otras y no se hace referencia expresa a ellas. En bastantes casos trabaja sin magnitudes. En las actividades encontramos un ejercicio de proporcionalidad-no proporcionalidad en una función definida a trozos, y un problema de costes fijos y variables correspondiente al caso 3 de este trabajo.

Tema 10. **Funciones polinómicas y racionales.** Cabe destacar que en este curso las funciones lineal, constante y afín se encuentran clasificadas dentro de las funciones polinómicas de primer grado. Es decir, son por primera vez englobadas dentro de una categoría superior.

Hay varios problemas con funciones proporcionales y afines y encontramos uno con función aditiva (caso 2), pasar de grados Celsius a Kelvin.

Hay un apartado para las funciones de proporcionalidad inversa. Entre las magnitudes trabajadas cabe destacar: presión y volumen de un gas a temperatura constante; fijada el área de un triángulo, obtener la función que relaciona su base con su altura; prisma de altura y volumen dados, obtener función que relaciona los lados de la base; repartir una cantidad entre un número variable de personas.

Este tema y el anterior serán recogidos conjuntamente en la tabla.

EDITORIAL VICENS VIVES

Vicens Vives Vector 1º ESO: Resumen, aspectos destacados

La estructura general de los temas de los libros de Vicens Vives es similar a la de Anaya y Santillana. Comienza con el apartado “Conocimientos previos”, después desarrolla los diferentes apartados “teóricos”, acompañados de sus correspondientes ejercicios, incluye un “Resumen” de los conceptos tratados, propone una colección de “Actividades”, y acaba con el apartado “Autoevaluación”.

En este libro se analizarán los siguientes temas:

- **Tema 7. Proporcionalidad.**
- **Tema 14. Puntos, tablas y gráficas.**

Tema 7. Proporcionalidad. Respecto a ejercicios en los que aparecen situaciones no proporcionales, en algunos pide **escribir** magnitudes que sean directa, inversa o no proporcionales. También los hay de identificar entre magnitudes dadas. Hay un ejercicio en el que pide relacionar el lado con el área del cuadrado.

Cabe destacar el ejercicio nº 58 relativo a cierto número de vacas y el pienso que necesitan. Se trata de un problema cuya función sería $f(n)=30+(120-60)/n$. Es un caso aditivo + proporcional con inversa que no está contemplado en nuestro estudio. Personalmente, lo considero muy difícil para 1º de ESO.

En lo relativo al cálculo mental, hay ejercicios de porcentajes, proporciones, razones y tantos por mil. Se trata simplemente de operar, no hay problemas.

En la Autoevaluación en el subapartado “Estrategia e ingenio” aparecen problemas de porcentajes interesantes.

Tema 14. **Puntos, tablas y gráficas.** En este tema aparece la función lineal, a la que en otros libros llama función proporcional. Hay varios ejercicios de este tipo (caso 1). Pese a no estar explicada en teoría, hay un problema en el que se relaciona la temperatura del cuerpo humano con el tiempo que lleva en el agua que sería un caso 3 (función afín).

Respecto al cálculo mental hay ejercicios consistentes en dar valores a funciones dadas.

Vicens Vives Nuevo Vector 2º ESO: Resumen, aspectos destacados

Los temas analizados por su relevancia con respecto al razonamiento proporcional son los siguientes:

- **Tema 4. Proporcionalidad numérica.**
- **Tema 10. Proporcionalidad geométrica.**
- **Tema 13. Gráficas y funciones.**

Tema 4. **Proporcionalidad numérica.** En este tema no se utilizan las funciones lineales como apoyo a la explicación de la proporcionalidad, a pesar de que ya están explicadas en el libro del curso anterior. Como en otras editoriales analizadas no aprovecha para asociar conceptos, para dar una visión integradora. Queda pues a iniciativa del profesor relacionar los temas.

En este tema aparecen casos no proporcionales en ejercicios de indicar si unas tablas de valores son proporcionales. También se pide escribir variables que no sean ni directa ni inversamente proporcionales. Además en un ejercicio se pide completar tablas de valores, siendo una directa, una inversa y otra no proporcional. La no proporcional pueden completarla si observan el patrón. Las “x” aumentan de 2 en 2, mientras las “y” decrecen de 1 en 1. Esto representa una novedad respecto al curso anterior, puesto que, hasta ahora tan sólo tenían que identificar las tablas no proporcionales, no completarlas. Se trata de

un caso muy sencillo, pero implica identificar patrones en sucesiones de números.

En cuanto al cálculo mental, hay ejercicios de porcentajes en los que se trata simplemente de operar.

Cabe destacar, como diferencia con el resto de libros vistos hasta ahora, de esta y otras editoriales, que en una nota al margen explica los factores de conversión como otra forma de trabajar con magnitudes directamente proporcionales.

Tema 10. Proporcionalidad geométrica. En este tema se puede destacar, entre los casos de situaciones no proporcionales, un ejercicio en el que pregunta si puede existir proporcionalidad entre un conjunto de segmentos de longitudes 3, 4, 6 y 9. No implica una mera comprobación directa, sino probar todas las combinaciones posibles.

Respecto a las áreas de polígonos semejantes, en la teoría explica que la razón entre ellas es ($A_2 = K^2 A_1$), siendo k la razón de semejanza de los lados. Esta explicación, en la que incluso se les da una fórmula, hará que los alumnos sistematicen el cálculo, por lo que, probablemente, ya no realizarán un razonamiento no proporcional, sino que se limitarán a aplicar la fórmula. No es lo mismo, a estos niveles, que se les dé una fórmula (la aplicarán sin pensar) a que se les diga con texto la relación entre el lado y el área.

Hay bastantes ejercicios de áreas y semejanza en este tema, incluidos algunos con planos. Puesto que se les ha dado la fórmula, no presentan dificultad. No obstante destacaremos uno, en el que se pregunta cuanto debe variar la diagonal de la pantalla de un televisor para obtener un área de imagen igual al doble de la original. Pregunta también para el triple y obtener una propiedad general. Puesto que ya no se trata del lado sino la diagonal, aunque el problema sea el mismo, ya no son los datos de la fórmula dada y tendrán que razonar. Además se trata de un caso de la vida real.

En otro ejercicio pide calcular el valor de la arista de un cubo cuyo volumen es 27 veces el de otro de arista 2. Pide también hallar la razón de proporcionalidad existente entre ambos cubos. El caso del volumen no ha sido explicado en

teoría luego tendrán que razonar. También hay ejercicios de volúmenes y semejanza con maquetas.

Tema 13. **Gráficas y funciones.** En este tema dentro del apartado “Algunas funciones interesantes”, hay subapartados dedicados expresamente para las funciones lineal, afín, cuadrática y de proporcionalidad inversa.

Hay bastantes ejercicios de función lineal, afín y de proporcionalidad inversa.

Sin embargo, mientras que los ejercicios de proporcionalidad inversa si que suelen ser problemas, los de función lineal en su mayor parte son simples ejercicios en los que no se trabaja con magnitudes sino con números. Esto puede hacer que los alumnos no los asocien con los típicos problemas de proporcionalidad, en el caso de la función lineal, o que no se les ocurra utilizar la función afín para los problemas de “ventajas” (uno empezó antes que otro, independientemente de que vayan a la misma velocidad o no).

Vicens Vives Nuevo Vector 3º ESO: Resumen, aspectos destacados

En el libro de este curso no hay un tema dedicado expresamente a la proporcionalidad. Los temas analizados han sido los siguientes:

- **Tema 7. Relaciones geométricas.**
- **Tema 11. Funciones afines y funciones cuadráticas.**

En el tema 7, **Relaciones geométricas**, como relaciones no directamente proporcionales, encontramos que explica en teoría la razón de las áreas de dos figuras semejantes. Lo hace de palabra, no da fórmula como en el curso anterior. También explica en teoría la razón entre los volúmenes de figuras semejantes. Hay ejercicios propuestos sobre ambos casos. Como viene siendo habitual en los temas de geometría, el resto de ejercicios son de los considerados en este análisis como caso 1, proporcionalidad directa.

Tema 11. **Funciones afines y funciones cuadráticas.** En este tema hay un apartado dedicado expresamente a las funciones afines y otro a las funciones de proporcionalidad directa. Explica asimismo que la segunda es un caso particular de la primera. Hay bastantes ejercicios de funciones lineales y afines, siendo algunos de ellos problemas con magnitudes.

Cabe destacar que la función de proporcionalidad inversa, que en el curso anterior tenía un subapartado propio, aquí es explicada en un margen.

Vicens Vives Nuevo Vector 4º ESO opción A: Resumen, aspectos destacados

En este libro analizaremos los siguientes temas:

- **Tema 3. Matemáticas en la vida cotidiana** (es el tema de proporcionalidad con otro nombre).
- **Tema 7. Semejanza.**
- **Tema 11. Modelos de funciones.**

Tema 3. Matemáticas en la vida cotidiana. Cabe destacar que en tercer curso no había tema dedicado a la proporcionalidad expresamente. Sin embargo en esta opción A de 4º sí. Puede entenderse que sea para que estos alumnos que, se presupone, no van a estudiar más matemáticas, salgan de la Educación Secundaria Obligatoria con la proporcionalidad bien aprendida.

Por otro lado, queda de manifiesto que, pese a que los alumnos llevan ya varios años trabajando con funciones afines, al llegar al tema de proporcionalidad, todos los problemas (salvo 1) son de proporcionalidad directa. No se mezclan con otros en los que aparezca una ordenada en el origen o ventaja. Además siguen sin utilizarse las representaciones funcionales como apoyo.

En cuanto a las relaciones no proporcionales, en “Practica las competencias básicas” hay un problema en el que aparece una relación de áreas de círculos en función de sus radios. Se trata de relacionar el tiempo que puede alimentarse un caballo con la hierba que le rodea en función de la longitud de la cuerda con la que está atado.

Hay un ejercicio (nº 36) que podría considerarse afín, ya que aparecen cuestiones aditivas.

Tema 7. Semejanza. Aparecen relaciones no proporcionales de áreas y volúmenes de figuras semejantes. Explica la razón de semejanza k^2 y k^3 respectivamente. Hay bastantes ejercicios sobre ello. El resto de ejercicios en

este tema de semejanza serán de los clasificados como caso 1, proporcionalidad directa.

Tema 11. **Modelos de funciones.** En este tema, dentro del apartado de funciones polinómicas, explica las funciones polinómicas de primer grado, que pueden ser lineales o afines. También hay un apartado para funciones de proporcionalidad inversa. Hay bastantes ejercicios sobre las funciones explicadas, si bien pocos son problemas con magnitudes.

EDITORIAL MARFIL

Marfil 1º ESO: Resumen, aspectos destacados

La estructura general de los temas de los libros de Marfil es diferente a la del resto de editoriales analizadas. Los libros están estructurados en bloques y temas con títulos “creativos”. Dentro de cada tema hay varios apartados en los que sí se especifica más con el título lo que se está trabajando. En cada apartado trabaja fundamentalmente mediante problemas, introduce en breves incisos algunos conceptos teóricos y continúa trabajando con problemas.

En el libro de primer curso encontramos la proporcionalidad dentro del bloque **“De los juegos a los números”**, en el tema 2, **Jugando con la proporción y la medida**. Dentro de este tema los apartados correspondientes a la proporcionalidad son:

- Situaciones de proporcionalidad.
- Proporcionalidad directa. Razones y proporciones. Tanto por ciento y tanto por uno.

En cuanto a situaciones no proporcionales, en la introducción se plantean conceptos de la relación entre la razón de alturas y de volúmenes a través de la novela “Los viajes de Gulliver”, y el alimento necesario para éste en relación al de un liliputiense. También aparecen tablas para distinguir las proporcionales de las no proporcionales.

En un problema (subapartado 7) habla de las tarifas del agua. Indica que hay un coste fijo y otros variables (se introduciría así el caso 3 de nuestro estudio), sin embargo dice que esto lo dejará para más adelante. Se centra en que

según el consumo habrá diferentes tarifas por m^3 . El m^3 será más caro en los intervalos mayores de consumo (función definida a trozos).

En otro problema (subapartado 8) pide indicar en qué situaciones hay proporcionalidad directa, inversa o no hay proporcionalidad. Aparece un caso de edades. El hijo tiene 12 años, la madre 36, y se pregunta la edad de la madre cuando el hijo tenga el doble. Se trata de un problema de los catalogados en el **caso 2 de aditividad**, o ventajas. No pide resolverlo pero se puede hacer con los datos dados. Es el primer caso de aditividad (caso 2) que encontramos en un tema de proporcionalidad en los libros analizados

En el subapartado 13.1 de proporcionalidad directa pide elaborar una tabla y después representar gráficamente los resultados. Es el primer caso en todos los libros analizados en el que trata de apoyar, **en el tema de proporcionalidad**, los razonamientos con gráficas funcionales. Posteriormente pide una fórmula que nos dé el resultado, es decir la expresión algebraica de la función.

En otro problema (subapartado 13.2), en el que aparece una tabla no proporcional de precios en función de kg comprados, pregunta si podríamos predecir algún valor (no se puede) y si podríamos representarla gráficamente (sólo podríamos representar los valores ya dados y de forma discreta).

Como hemos podido observar este tema es muy completo en cuanto a los aspectos analizados en nuestro estudio, ya que incluye un caso de aditividad, casos de volúmenes y semejanza, presenta un caso aditivo+proporcional aunque no pida resolverlo, y se apoya en representaciones gráficas funcionales.

En el bloque “**Un mundo plano**”, en el tema 5, **Planilandia: el mundo en un papel**, en el apartado “Oriéntate sobre un plano”, subapartado 13, pide calcular el área de una Iglesia en base a su plano, en el que aparece una escala gráfica. Esto incluiría proporcionalidad entre longitudes y otra proporcionalidad entre áreas. Dependerá de si primero calculan área y después aplican escala o al revés. Cabe destacar que este tema se centra principalmente en la interpretación de mapas y planos, saber situarse, etc., conceptos que no pertenecen al temario de matemáticas, mientras que contenidos más clásicos

como las escalas, aparecen brevemente, limitándose prácticamente al problema anteriormente mencionado y algunas explicaciones teóricas.

Bloque **“El mundo de la información”**, tema 7, **Construcción y lectura de gráficas**. En este tema introduce las “Tablas de valores cuya gráfica es una recta”. Entre ellas trabajará funciones afines y proporcionales. Hay problemas de costes fijos y variables. También aparece una función de proporcionalidad inversa.

Marfil 2º ESO: Resumen, aspectos destacados

En el bloque **“Los números son reales”**, dentro del tema 4, **Manipulando números**, los apartados **Porcentajes** y **Proporcionalidad directa e inversa** trabajan la proporcionalidad.

En cuanto a casos no proporcionales en el subapartado 22 aparece una tabla directamente proporcional y otra no proporcional. Como podemos ver, desde el punto de vista de nuestro análisis, este tema de proporcionalidad es mucho menos completo que el del curso anterior.

En el bloque **“Hacia la tercera dimensión”**, dentro del tema 6, **En dos dimensiones**, en el apartado **¿Se parecen?** trabaja la semejanza. En cuanto a situaciones no proporcionales en el subapartado 19.5 aparece un ejercicio en el que se relaciona la altura de un objeto con su peso y, por ello, con su volumen. El resto de casos serán de proporcionalidad directa (caso 1 de nuestro estudio).

En el bloque **“De las gráficas al álgebra”**, dentro del tema 8, **Lectura y construcción de gráficas** se encuentra el apartado **Un caso especial de gráficas: Las rectas**. En este apartado se trabajan las funciones afines y lineales. Hay problemas con costes fijos y variables y aparece uno de función inversamente proporcional.

Marfil 3º ESO: Resumen, aspectos destacados

En el bloque **“Jóvenes consumidores”**, dentro del tema 2, **Alimentación, nutrición y matemáticas**, trabaja con **porcentajes**. No hay situaciones no

proporcionales ni trabaja el cálculo mental, aspecto este que en otras editoriales aprovechan para trabajar con los porcentajes.

En el bloque “**Geometría**”, tema 3, **Vivimos en una esfera...o casi**, trabaja la **semejanza** de triángulos. Todos los ejercicios que aparecen son de proporcionalidad (caso 1 de nuestro estudio).

En el bloque “**Tratamiento de la información**”, dentro del tema 7, **Relaciones funcionales**, hay un apartado de **Estudio de las rectas**. Trabaja las funciones afines y lineales mediante problemas con magnitudes, aunque hay unos pocos ejercicios sin magnitudes. Entre los problemas aparecen los de costes fijos y variables.

Marfil 4º ESO: Resumen, aspectos destacados

Para empezar señalaremos que el libro no especifica opción A o B, pero en algunos apartados del índice pone entre paréntesis opción B. Estos apartados serán sólo para los alumnos de la opción B, y el resto para todos, A y B.

En el bloque “**Tratamiento de la información**”, tema 4, **Rectas, parábolas, gráficas escalonadas**, hay un apartado expresamente para La **función polinómica de grado 1**. En **Otros modelos funcionales** (opción B), al tratar la hipérbola trabaja con magnitudes inversamente proporcionales.

En este tema trabaja las funciones lineales y afines mediante problemas. Hay bastantes problemas de costes fijos y variables. Trata también la proporcionalidad inversa, aunque lo hace en un apartado que sólo verán los alumnos de la opción B. Los alumnos de la opción A sólo realizarán un problema de proporcionalidad inversa (subapartado 1.5), dentro del apartado introductorio “¿Qué gráficas conocemos?”

En el bloque “**Geometría**”, dentro del tema 7, **Se parece, no se parece**, trabaja la **semejanza** . En cuanto a situaciones no proporcionales aparecen muchas relacionadas con áreas, volúmenes y semejanza. Hay problemas con figuras geométricas en 2 y 3 dimensiones, planos, maquetas. Entre los que pueden resultar interesantes o curiosos cabe citar: el de un cono (subapartado 8.6), que propone, aparentemente contra la lógica, que 8 medias copas de

cava son equivalentes a una copa; el de fotocopias reducidas, caso de la vida real, la reducción se da en porcentaje de la superficie (“Te lo damos resuelto”); y otro en que aparecen relaciones entre las longitudes, áreas y volúmenes de figuras proporcionales basadas en el libro de “Los viajes de Gulliver” (subapartado 12).