



Facultad de Educación

**MÁSTER EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE EDUCACIÓN
SECUNDARIA**

Resolución de Problemas:

Una experiencia en la asignatura de Taller de Matemáticas

Problem-solving: experiences in the Mathematics Workshop subject

Vº Bº Director/a

Alumno/a: Ana Sánchez Pérez

Especialidad: Matemáticas

Director/a: María José González López

Curso: 2013-2014

Fecha: 15 de julio de 2014

ÍNDICE

Introducción	3
Contextualización del tema a investigar	4
Objetivos de la investigación	7
Marco teórico	7
▪ Introducción	7
▪ ¿Qué es un problema de matemáticas?	8
▪ Tipología de problemas	10
▪ Proceso de resolución de problemas	11
Propuesta de innovación	15
Metodología	16
▪ Muestra	16
▪ Instrumentos de recogida de datos	16
▪ Instrumentos de análisis de resultados	19
Resultados	23
▪ Resultados del grupo	25
▪ Estudio de casos particulares	33
Conclusiones	36
▪ Analizar las categorías que más influyen en los estudiantes	36
▪ Detectar las dificultades que encuentran los alumnos durante la resolución de problemas	37
▪ Establecer recomendaciones didácticas para trabajar la resolución de problemas en la asignatura de Taller de Matemáticas	37
Bibliografía	38
Anexos	40
▪ Anexo 1. Fichas de sesiones	40
▪ Anexo 2. Tablas	44
▪ Anexo 3. Gráficos	46

INTRODUCCIÓN

A lo largo de este trabajo, se pretende investigar acerca de los procesos de resolución que los estudiantes de educación secundaria llevan a cabo al resolver problemas de matemáticas.

La resolución de problemas se considera actualmente como un proceso pendiente, pero esencial, para el currículo de educación secundaria. Mediante la resolución de problemas, los estudiantes son capaces de comprobar la utilidad práctica de las matemáticas en la vida real. Esta capacitación, hace que los alumnos puedan adquirir nuevas formas de pensamiento que les ayuden a reflexionar sobre diferentes situaciones a las que se enfrentan constantemente. Por esta razón, muchos son los métodos y las técnicas educativas que se han desarrollado para conseguir una competencia adecuada en esta parte de la educación matemática.

Bajo estas premisas se lleva a cabo un estudio de las estrategias que un grupo de alumnos utiliza en la asignatura de Taller de Matemáticas de 1º de la ESO. Gracias a seis sesiones de problemas matemáticos de diferentes tipos, se analizan las cinco categorías siguientes, que se consideran relevantes en el proceso de resolución: conocimientos previos, comprensión del enunciado del problema, justificación y descripción del proceso de resolución, estrategias para la resolución y verificación de los resultados obtenidos. Todas ellas están fuertemente relacionadas entre sí e influyen en gran medida en la correcta resolución o no de los problemas que se plantean.

En líneas generales, sobre los resultados obtenidos, podemos decir que existe un alto porcentaje de problemas en los que los alumnos comprenden de forma parcial los enunciados. Esto es ocasionado en varias ocasiones por la falta o conocimientos previos, que hace que los alumnos no tengan las herramientas suficientes o adecuadas para una buena resolución. También llama la atención la categoría referida a la verificación de los resultados obtenidos, ya que en la mayoría de los casos, los problemas no se comprueban. Esto conduce en muchas ocasiones a una solución errónea o incompleta, bien por no contestar a lo que pide el enunciado, o por falta de atención no dar el número de soluciones que se requieren. Todo ello, junto con

los resultados de las otras tres categorías hace que reflexionemos sobre los motivos que provocan las dificultades a este grupo de alumnos en la tarea de resolver problemas.

Esta memoria se ha estructurado como sigue. En primer lugar, se contextualiza y justifica el tema a investigar. Posteriormente se exponen los objetivos que se pretenden alcanzar con la investigación, seguidos del marco teórico, estructurado según la definición de problema matemático, las estrategias para su resolución, así como los principales errores en los que incurren generalmente los alumnos. La investigación continúa haciendo mención a la metodología que se ha seguido, incidiendo en la muestra de estudiantes utilizada y los instrumentos necesarios para la recogida de datos. Una vez hecho esto se presenta la interpretación de los resultados, que dará lugar, finalmente, a las conclusiones del estudio completo.

CONTEXTUALIZACIÓN DEL TEMA A INVESTIGAR

El contexto general en el que se enmarca este trabajo es el análisis de los diferentes factores que influyen en los estudiantes del primer curso de Educación Secundaria en la resolución de problemas de matemáticas.

Es necesario comenzar haciendo referencia a la situación en la que se encuentra las matemáticas actualmente, ya que es una de las asignaturas del currículo de secundaria que más dificultades supone para los alumnos, no solo a nivel nacional sino también a nivel internacional (Txabarri, 2013). Además, en ocasiones, es considerada como una colección de hechos y destrezas en vez de una forma de pensamiento (Chamoso, 2009). Esta visión está fuertemente relacionada con la metodología que actualmente sigue la enseñanza de las matemáticas. Es frecuente decir que, en las aulas se comienza cada sesión con una explicación teórica por parte del profesor, seguida del trabajo individual de los alumnos sobre las tareas propuestas, y finalmente la corrección de las mismas en la pizarra. El nivel hacia el cual se enfocan las explicaciones es, un nivel intermedio para que la gran mayoría de la clase pueda seguir la asignatura.

A pesar de este enfoque concreto de enseñanza, existen también otras metodologías didácticas muy distintas, como el estructuralismo, el mecanicismo, el empirismo o la visión realista de las matemáticas (García, 2002). Sin embargo, lo que se pretende conseguir con todas ellas es el buen desarrollo de la competencia matemática en los alumnos. Lo importante, dentro de la práctica docente, es impulsar técnicas que motiven a los alumnos y que les inciten a desarrollar el pensamiento matemático. Una forma adecuada de hacerlo, tal y como menciona García (2002), es fomentar el significado de las matemáticas en la vida real, de modo que se planteen situaciones en las que se conecten conocimientos de las distintas etapas escolares aplicadas en un contexto práctico. Con este enfoque, los alumnos dejarán de ver cada parte del temario como algo aislado, pudiendo desarrollar ideas conceptuales y por tanto el pensamiento matemático. Así los alumnos podrán actuar libremente, desarrollando la creatividad y la construcción del conocimiento (Chamoso, 2009).

En base a lo anterior, hay que destacar dentro de las matemáticas, la resolución de problemas como pieza imprescindible para la adecuación de esta asignatura a contextos realistas. Los problemas matemáticos constituyen para los alumnos un instrumento metodológico importante que contribuye al desarrollo del conocimiento matemático (Txabarri, 2013). Debido a la gran importancia que suscita la resolución de problemas, se plantea este estudio, como muestra de las dificultades existentes a la hora de la resolución de problemas y cómo se puede contribuir a mejorar el enfoque didáctico y por tanto los resultados que actualmente se tienen en este aspecto.

La capacidad de resolver problemas se ha convertido en el centro de la enseñanza de las matemáticas, por lo que muchos han sido los estudios realizados hasta el momento, desde que George Polya (1945) inició un método gracias al cual ayudaba a los alumnos a aprender a defenderse en Matemáticas. Sin embargo, si estamos tan concienciados en la búsqueda de estrategias que contribuyan a la mejor comprensión de los problemas hay que cuestionarse algunos aspectos claves como: ¿qué motivos son los que ocasionan los malos resultados?, ¿cómo razonan los estudiantes?, o ¿cómo puede ayudar el profesor a que los alumnos avancen en sus tareas?

Como ya se menciona en el artículo de Conde (2005), a lo largo del proceso de resolución de problemas matemáticos, son muchos los factores que intervienen. Entre ellos destaca un amplio repertorio de estrategias para hacer frente a las situaciones propuestas, las cuales a su vez están influenciadas por factores tanto cognitivos como afectivos propios de cada alumno, así como por las características propias de cada problema en particular.

Dentro de los factores a analizar propios de cada alumno, nos centraremos en el enfoque cognitivo. Los aspectos afectivos en la asignatura de matemáticas están constantemente presentes en el proceso reflexivo y, pueden llegar a condicionar la correcta resolución de las tareas planteadas. No obstante el tamaño limitado de este trabajo hace que no los tengamos en cuenta en el núcleo de la investigación. En las conclusiones de este trabajo, se hace una pequeña reflexión sobre la influencia de los factores afectivos en los alumnos incluidos en la muestra de la investigación, reflexión que se planteará como propuesta de investigación futura.

Siguiendo con los factores de influencia, no solo las características propias de cada problema y de cada alumno son importantes en el proceso de resolución. Para aprender a resolver problemas de matemáticas, los estudiantes deben familiarizarse con situaciones desconocidas, al mismo tiempo que deben tener una actitud positiva y voluntaria para enfrentarse a ellas (Sepúlveda, 2009). Debido a esto, es muy importante tener en cuenta en este análisis el grupo de estudiantes al que debemos enfrentarnos. En función de las capacidades o intereses que este grupo tenga, los problemas planteados durante las sesiones serán de un tipo u otro para no excluir a nadie (Figueiras, 2009)

Algunos autores como Sepúlveda (2009), Escudero (1999), Nieto (2004), o Silva (2009) ya han dedicado su tiempo a investigar sobre el tema relacionado con el rendimiento de los estudiantes en la resolución de problemas. Han buscado las causas de las dificultades que aparecen, o han estudiado las acciones reflexivas que intervienen en el proceso de solución. Con todos los resultados obtenidos han podido extraer conclusiones acerca de los factores más influyentes del pensamiento matemático, de tal forma que si

se aplican convenientemente se logrará alcanzar una mejoría en esta asignatura que acarrea tantos problemas y dificultades.

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

En el marco de lo expuesto anteriormente, el presente trabajo tiene como objetivo general detectar los procesos o estrategias de resolución de problemas que los estudiantes de primer curso de la ESO utilizan en la asignatura de taller de matemáticas. Con este objetivo, lo que se pretende es analizar las cinco categorías a evaluar (conocimientos previos, comprensión del enunciado del problema, justificación y descripción del proceso de resolución, estrategias para la resolución y verificación de los resultados obtenidos) para establecer el grado de influencia que tienen sobre los estudiantes en esta parte de la materia.

Para establecer el grado de influencia que tienen las cinco categorías propuestas, descritas en el apartado de metodología, se establecen una serie de objetivos específicos:

- Objetivo 1: analizar las categorías que más influyen en los estudiantes.
- Objetivo 2: detectar las dificultades que encuentran los alumnos durante la resolución de problemas.
- Objetivo 3: establecer recomendaciones didácticas para trabajar la resolución de problemas en la asignatura de Taller de Matemáticas

MARCO TEÓRICO

Introducción

Iniciando este apartado según las ideas de Silva (2009), la resolución de problemas constituye una actividad gracias a la cual los estudiantes son capaces de desarrollar formas de pensamiento para trabajar la realidad a través de ideas y conceptos matemáticos. La habilidad para resolver dichos problemas matemáticos es un aspecto de gran relevancia que los docentes de

las diferentes etapas educativas deben tener en cuenta durante las clases y por lo tanto, se debe fomentar su desarrollo para conseguir mejoras (Nieto, 2004).

¿Qué es un problema de matemáticas?

Diariamente estamos sometidos a problemas que se nos plantean de forma continua, y a los que intentamos buscar una solución por uno u otro camino. ¿Pero qué se considera realmente un problema de matemáticas?

Es interesante delimitar qué es lo que entendemos por problema, de matemáticas puesto que actualmente en la literatura existen multitud de definiciones, cada una de ellas enfocada desde distintos puntos de vista y con matices diferentes (Escudero, 1999). A continuación se exponen algunas de estas definiciones:

- Partiendo de la definición de Polya (1961), un problema es aquella situación a la que nos enfrentamos para la cual hay que buscar una acción apropiada para así lograr un objetivo que no es alcanzable de forma inmediata.
- Krulik y Rudnik (1980), establecieron como problema cualquier situación cuantitativa a la que se enfrenta el individuo, que necesita de una solución para la cual no existe un camino obvio que nos lleve a ella.
- Smith (2004), describe problema matemático como cualquier situación en la que un individuo pretende alcanzar algo que no consigue resolver de forma inmediata.
- Para Yeao (2007), deben darse tres condiciones para que una situación concreta se convierta en un problema particular:

En primer lugar, el individuo debe tener una meta definida, de la cual debe ser consciente, y la cual debe intentar alcanzar, como medio para resolver la situación a la que se enfrenta. Esta situación no siempre es tan sencilla, puesto que el alumno que se enfrenta al problema puede sufrir bloqueo ante el proceso resolutivo, o incluso no mostrar interés de ningún tipo en la tarea.

En segundo lugar se deben considerar los diferentes bloqueos que se puedan producir, y las respuestas que dichos comportamientos conllevan, que en ocasiones no permiten al alumno llegar a la solución del problema. Siempre hay que tener en cuenta que los bloqueos son provocados por la incapacidad de resolver la situación de manera inmediata, por lo que se necesita esfuerzo y reflexión para llegar a la solución. Si por el contrario el problema se resolviese mediante una mecánica concreta, la situación planteada no sería un problema, sino un ejercicio.

En último lugar, el individuo va avanzando en el proceso resolutivo poco a poco, identificando las posibles hipótesis que le lleven a la resolución. Para conseguir alcanzar la meta de la primera condición, el alumno debe probar diferentes caminos para conseguirlo.

- En la definición de Figueiras (2009), se entiende por problema aquella situación a la que se enfrentan los alumnos y que a priori no saben resolver. Es decir, a lo largo del proceso de resolución, los alumnos deben enfrentarse a diferentes conceptos, los cuales deben conocer para poder abordar el problema, así como saber tratar diferentes temáticas que se incluyan en las propuestas.

A pesar de los matices individuales que cada autor muestra anteriormente, en general todas las definiciones coinciden en que un problema de matemáticas es una situación que presenta una serie de dificultades para las cuales no hay una respuesta inmediata.

Respecto a esta conclusión cabe mencionar la diferencia que existe entre problemas y ejercicios. Ambas son actividades expresadas mediante enunciados, sin embargo la metodología seguida en su resolución difiere bastante (Sorando, 2014). Los ejercicios, a diferencia de los problemas, pueden resolverse mediante un proceso automático o mecánico, lo que no implica demasiada dificultad en su resolución (Conde, 2005). Sin embargo la barrera entre lo que es problema y lo que es ejercicio es algo difusa, puesto que lo que para algunos es un problema, para otros puede ser un simple

ejercicio, ya que dispone de los conocimientos necesarios para actuar sin mucho esfuerzo.

Tipología de problemas

En los estudios dedicados a la resolución de problemas, se establecen diversas clasificaciones. Algunas de ellas, como la planteada por García (2002), distribuyen los problemas atendiendo a aspectos como el contexto en el que se enmarca, las soluciones que tiene el problema o la metodología que se sigue en la resolución. Sin embargo a continuación adoptaremos para nuestro estudio la clasificación que hace Echenique (2006, p.29):

1. Problemas aritméticos: contienen datos en forma de cantidades, entre los que se establecen relaciones de tipo cuantitativo y se necesitan operaciones aritméticas para su resolución.

Estos a su vez se clasifican en:

- Problemas de primer nivel (se pueden realizar con una única operación)
 - aditivo-sustractivos
 - cambio
 - combinación
 - comparación
 - igualación
 - multiplicación división
 - repartos equitativos
 - factor N
 - razón
 - producto cartesiano
- Problemas de segundo nivel (es necesario realizar varias operaciones en un cierto orden)
 - combinados fraccionados
 - combinados compactos
 - combinados puros
 - combinados mixtos
 - combinados directos

- combinados indirectos
 - Problemas de tercer nivel (los datos vienen dados en forma de números decimales, fraccionarios o porcentuales)
- 2. Problemas geométricos: contienen contenidos y conceptos de ámbito geométrico, elementos bidimensionales y tridimensionales.
- 3. Problemas de razonamiento lógico: desarrolla destrezas para afrontar situaciones con un componente lógico.

Estos a su vez se clasifican en:

- Numéricos
 - Balanza de dos brazos
 - Enigmas
 - Análisis de proposiciones
4. Problemas de recuento sistemático: disponen de varias soluciones y es necesario encontrarlas todas. Pueden tener contexto aritmético o geométrico.
 5. Problemas de razonamiento inductivo: requieren enunciar propiedades numéricas a partir de irregularidades que se generan. Es necesaria la dependencia entre las variables que aparecen.
 6. Problemas de azar y probabilidad: se plantean situaciones en las que los alumnos necesitan descubrir la viabilidad o no de las opciones que se presentan.

Esta clasificación engloba los problemas típicos de varias etapas educativas, por lo que a la hora de plantear las sesiones en el aula, es necesario seleccionar aquellos más adecuados para cada grupo de alumnos modificando el nivel de los problemas a conveniencia.

Proceso de resolución de problemas

La amplia variedad de problemas y la gran diversidad de características y caminos para su resolución, convierten a esta parte de las matemáticas en una fuente de dificultades. Desde el punto de vista cognitivo, cuando un individuo se enfrenta a una situación concreta, este intenta resolverla mediante conocimientos que ya posee y que se sitúan en esquemas conceptuales existentes (Piaget, 1990). De este modo el esquema cognitivo se reconstruye adaptándose a la nueva situación. Por tanto para la resolución de problemas,

se debe disponer de un conocimiento teórico, el cual se debe llevar a la práctica, y dependiendo de los diferentes contextos, se debe adaptar para resolver la situación problemática (Gómez, 2006).

Para resolver problemas no existen conjuntos de técnicas o estrategias evidentes ni exclusivas que nos lleven a la resolución del problema. Ya Polya (1945) formuló cuatro etapas para la resolución de un problema, lo que supone el punto de partida para muchas de las estrategias posteriores:

1. Comprender el problema.
 - *¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición?*
2. Concebir un plan.
 - *¿Se ha encontrado con un problema semejante?*
 - *¿Conoce un problema relacionado con este?*
 - *¿Podría enunciar el problema de otra forma?*
 - *¿Ha empleado todos los datos?*
3. Ejecutar el plan.
 - *¿Son correctos los pasos dados?*
4. Examinar la solución obtenida.
 - *¿Puede verificar el resultado?*
 - *¿Puede verificar el razonamiento?*

Otros autores posteriores defienden que para la resolución de problemas se debe tener en cuenta la complejidad de los mismos, considerando elementos tales como los recursos cognitivos de los que dispone el resolutor, la heurística, el uso eficiente de los recursos o las creencias existentes respecto a las matemáticas. Estas claves, tal y como propone García (2002), hacen que sea necesario elaborar unas pautas de actuación para enfrentarse a los problemas:

1. Elaborar un plan
2. Seleccionar los objetivos
3. Buscar los recursos adecuados para el problema
4. Evaluar cómo evoluciona el proceso resolutorio
5. Revisar o abandonar los planes ejecutados cuando sea necesario

Las estrategias de resolución, son una parte importante de los problemas matemáticos, ya que nos permiten transformar una situación desconocida y complicada en otra más sencilla y que sepamos resolver. Estas estrategias ayudan en el proceso de resolución, pero no son cerradas ni únicas, ya que en cada problema influyen múltiples variables. Es necesario, por tanto, hacer una revisión de los factores que influyen en los procesos de resolución, comenzando por los conocimientos previos. Dependiendo de la cantidad de recursos de los que dispongamos, podremos establecer relaciones con otros temas que se nos planteen estableciendo semejanzas entre los problemas nuevos y otros que ya hayamos visto anteriormente (Conde, 2005). Esto nos ayudará a la hora de comprender el enunciado del problema, ya que conoceremos fórmulas, conceptos o metodologías necesarias para llegar a la solución o para establecer un plan sistemático que nos permita encontrar todas las soluciones requeridas por un problema de respuesta abierta. Para finalizar el proceso resolutivo siempre es necesaria la comprobación o coherencia de los resultados, ya que no sirve con llegar a una solución cualquiera (Conde, 2005).

Pero no basta únicamente con conocer técnicas de resolución, ya que hay que saber también en qué situaciones aplicarlas y de qué forma. El dominio de los instrumentos matemáticos es lo que diferencia a los que resuelven bien los problemas y los que no (Escudero, 1999). Además dichas estrategias se aprenden y consolidan con el paso del tiempo, a medida que se trabaja con problemas de mayor complejidad y variedad. Podemos, por lo tanto, hacer una recopilación de las estrategias utilizadas con más frecuencia, planteadas tanto por Sorando (2014), como por Conde (2005):

1. Razonamiento regresivo. Se trabaja el problema como si estuviese resuelto. De este modo se parte desde la situación final y se retrocede hasta la inicial. Esta estrategia se utiliza cuando necesitamos hallar algún dato intermedio del problema.
2. Particularizar y generalizar. Relacionamos particularizar con simplificar, de modo que el problema nos resulte más concreto y nos apoyamos en ejemplos para hallar la solución. Por el contrario, cuando generalizamos

lo que queremos conseguir es el resultado matemático, apoyándonos en el estudio de casos particulares.

3. Eliminación de términos técnicos. En ocasiones reformular el problema en términos mejor conocidos, nos aclara el significado del enunciado e impide que caigamos en bloqueos.
4. Descomponer y recomponer el problema. Esta técnica consiste en descomponer el problema en otros más sencillos, y una vez resueltos estos, se combinan los resultados de todos ellos para llegar a la solución del problema inicial.
5. Representaciones gráficas. Para representar la situación que plantea un problema, puede ser de gran ayuda el trazado de un dibujo o esquema para conseguir una mejor comprensión del mismo. El dibujo debe ajustarse lo máximo posible a la realidad para que la herramienta no nos lleve a errores.
6. Problemas relacionados. Gracias a generalizaciones o analogías, se pueden resolver problemas que inicialmente parecen imposibles.
7. Notación. Traducción del enunciado a lenguaje algebraico o simbólico.
8. Reducción al absurdo. Esta técnica se basa en demostrar la falsedad de una afirmación para deducir contradicciones.
9. Ensayo y error. En este caso se escoge un valor y llevar a cabo el problema con dicho valor inicial. De este modo podemos comprobar si se ha alcanzado la solución o no, y podemos reflexionar acerca del valor escogido.

El uso de materiales y recursos en la educación de las matemáticas en secundaria es uno de los grandes retos de la didáctica actual (Figueiras, 2009). Sin embargo, a pesar de todos los estudios realizados sobre estrategias de resolución, hay que tener presente siempre los posibles bloqueos o errores que puedan generarse, entendiendo por error la manifestación visible de una dificultad y que bloquea el camino que lleva a conseguir los objetivos de una tarea concreta (Gómez, 2006).

Los trabajos realizados Schoenfeld (1992), intentan explicar los bloqueos o errores generados, proponiendo cuatro componentes que sirvan para analizar el comportamiento de los estudiantes en la resolución de problemas. Así mismo, los cuatro pilares de sus estudios son: los recursos cognitivos, la heurística, el control o metacognición o las creencias. La importancia de los recursos que los estudiantes utilizan en el momento de resolver un problema también es tratada por otros autores como Silva (2009, p.24), quien estructura el análisis de la resolución de problemas según cinco categorías:

1. Conocimientos previos
2. Comprensión del problema
3. Concepción de un plan
4. Ejecución del plan
5. Verificación del resultado

Una adaptación de estas cinco categorías es el instrumento que se ha utilizado en el presente trabajo para analizar los problemas resueltos por los alumnos, y poder llegar a conclusiones con las cuales demos respuesta a los objetivos propuestos anteriormente.

PROPUESTA DE INNOVACIÓN

Este trabajo enfoca su investigación hacia la relevancia que tienen los problemas de matemáticas en la educación secundaria obligatoria. Es necesario proponer nuevas y variadas vías para la resolución de problemas, de modo que puedan adaptarse a los diferentes niveles y actitudes que presentan los alumnos hoy en día.

Como propuesta de innovación, se plantea un taller de problemas variados de matemáticas, a lo largo de seis sesiones, para los alumnos inscritos en la asignatura *Taller de matemáticas*.

Generalmente dicha asignatura, sirve para reforzar contenidos. Sin embargo, en esta ocasión se cambiará ese enfoque centrándolo en que los alumnos consigan desarrollar pensamiento matemático o recursos estratégicos

para adquirir una competencia adecuada en la resolución de problemas, que es generalmente lo que más dificultades les ocasionan.

Para la extracción de información en este trabajo, se ha llevado a cabo un estudio basado en cuestionarios de preguntas cerradas para conocer los métodos de resolución utilizados por los alumnos individualmente. Una vez conocidas las respuestas de los estudiantes, se han analizado estas según los factores presentados en la sección de instrumentos de análisis. De esta forma, con el análisis de los problemas planteados en cada una de las sesiones podemos obtener información muy valiosa que nos ayude a replantearnos la metodología de enseñanza en la asignatura de Matemáticas y especialmente en el Taller de Matemáticas.

METODOLOGÍA

1. Muestra

La muestra de este estudio está constituida por los 9 estudiantes del primer curso de Educación Secundaria Obligatoria matriculados en la asignatura de Taller de Matemáticas en un centro educativo de Cantabria. SE trata de un centro situado en un área de clase socio-cultural media-alta, próxima al núcleo urbano de Santander.

La recogida de datos para el análisis se realizó dentro del horario escolar del centro, durante las dos horas semanales dedicadas al Taller de Matemáticas, abarcando un tiempo total de tres semanas. Los estudiantes estuvieron informados desde el inicio de que su participación en este proceso de investigación era voluntaria y anónima.

2. Instrumentos de recogida de datos

Para la recogida de datos se han elaborado una serie de problemas de matemáticas a desarrollar a lo largo de seis sesiones, cada una de ellas con una duración de 50 minutos. En cada una de las sesiones el número de

problemas propuesto varía entre dos y cuatro, dependiendo del nivel de dificultad de cada uno de ellos.

Los problemas que se plantean en cada una de las sesiones van acorde a la clasificación propuesta por Echenique (2006), teniendo en cuenta una pequeña adaptación del nivel, puesto que las tareas propuestas en el trabajo de Echenique (2006) están planteadas para sexto curso de educación primaria, mientras que el grupo de la muestra se corresponde con el primer curso de secundaria. Con todo ello, escogemos de los tipos de problemas propuestos por aquellos que consideramos más adecuados para este grupo, constituyendo de esta forma las seis sesiones de las que se compone el estudio. Estas sesiones se organizan de la siguiente manera, teniendo en cuenta tipología y número de problemas propuestos por sesión:

- Sesión 1: Problemas aritméticos de segundo nivel combinados mixtos
 - 2 problemas
- Sesión 2: Problemas de recuento sistemático
 - 3 problemas
- Sesión 3: Problemas de razonamiento inductivo
 - 3 problemas
- Sesión 4: Problemas aritméticos de tercer nivel con datos fraccionarios
 - 4 problemas
- Sesión 5: Problemas aritméticos de tercer nivel con datos porcentuales
 - 4 problemas
- Sesión 6: Problemas de razonamiento lógico
 - 3 problemas

Para la elaboración del modelo de recogida de datos, cada sesión está organizada por fichas, las cuales se podrán consultar en el Anexo 1 (Ilustraciones 3, 4, 5, 6) de este trabajo y en la versión digital. Cada una de las sesiones se inicia con una ficha inicial de carácter teórico, en la cual se incluye mediante un ejemplo, los pasos que pueden seguirse, a modo de consejo, para llevar a cabo el proceso de resolución. Una vez que los alumnos han leído esa pequeña introducción, ya se pasa a las fichas de problemas. Cada una de estas fichas contiene uno o dos problemas, los cuales se muestran con una

serie de preguntas intermedias que sirven de guía y ayuda al alumno para conseguir llegar a la solución final.

La metodología seguida durante las sesiones es la siguiente: al inicio de cada sesión se reparte a cada alumno las fichas con los problemas, se les indica que lean la primera ficha de carácter más teórico, y finalmente se procede a la resolución de los problemas. Durante todo el tiempo que duran las sesiones, la persona responsable del taller de resolución de problemas únicamente puede guiar a los alumnos en la resolución, sin explicar explícitamente ningún concepto, ya que de lo que se trata el taller es del análisis de los procesos resolutivos.

En las ilustraciones 1 y 2 que se muestran a continuación, se puede observar un ejemplo de las fichas de una sesión, concretamente las correspondientes a la cuarta sesión:

SESIÓN 4-FICHA 1

VIERNES.4.ABRIL

Nombre y Apellidos:

PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE TERCER NIVEL CON DATOS FRACCIONARIOS

Para pensar y resolver problemas con datos fraccionarios, la mejor estrategia es dibujar un rectángulo e ir representando en él los datos del problema.

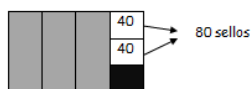
"He regalado los $\frac{3}{4}$ de mi colección de sellos a una amiga. Después he pegado en un álbum $\frac{1}{3}$ de los que me quedaban. He contado los que tenía sin pegar y eran 80. ¿Cuántos sellos tenía al principio?"

- Como es un problema con datos fraccionarios, dibujo un rectángulo, en el que voy a representar los datos del problema.

- a) Primero represento los sellos que he regalado a mi amiga, sobre el total de sellos.



- b) Después represento los que he pegado en el álbum y apunto en el rectángulo los que me han quedado sin pegar del total.



- c) Por fin, fijándome en el rectángulo, calculo los sellos que tenía al principio. Cada casilla son 40 sellos, y si cada cuarto tiene 3 casillas, es decir, 120 sellos. Por lo tanto lo que tenemos que calcular es **4 veces 120 (480 sellos)**.

- Compruebo el resultado, llevándolo al texto del problema.
 $\frac{3}{4}$ de 480 = 360; $\frac{1}{3}$ de 120 = 40 En efecto: 480 = 360 + 40 + 80

Ilustración 2. Ficha1-Sesión 1

SESIÓN 4-FICHA 2

VIERNES.4.ABRIL

Nombre y Apellidos:

Dos amigos han cogido canicas de una bolsa. Uno ha cogido los $\frac{3}{7}$ de las canicas de la bolsa, y el otro ha cogido los $\frac{7}{8}$ de las canicas que quedaban en la bolsa. Al final han quedado en la bolsa sólo 8 canicas. ¿Cuántas canicas había en la bolsa?

- a) Representa la bolsa de canicas mediante un rectángulo:

- Señala en el rectángulo las canicas que ha cogido el primer amigo.
- Señala en el rectángulo las canicas que ha cogido el segundo amigo.
- Coloca en el rectángulo las 8 canicas que quedan.

- b) Utiliza el rectángulo para saber cuántas canicas hay en total.

- c) Comprueba que la solución tiene sentido.

Jana ha abierto una botella de litro y ha bebido $\frac{2}{5}$ de la botella. Más tarde Irene ha bebido los $\frac{3}{4}$ de lo que quedaba. ¿Quién ha bebido más? ¿Por qué?

- a) Representa la botella de litro mediante un rectángulo.

- Señala en el rectángulo la cantidad que ha bebido Jana.
- Señala en el rectángulo la cantidad que ha bebido Irene.

- b) Utiliza el rectángulo para saber cuánta cantidad ha bebido cada una.

- c) Comprueba si la solución obtenida tiene sentido.

Ilustración 1. Ficha 2-Sesión 1

Como se puede observar, la sesión se corresponde con problemas aritméticos con datos fraccionarios. La ilustración 1, es la primera ficha de la sesión, en la cual se da una frase inicial: *“Para pensar y resolver problemas con datos fraccionarios la mejor estrategia es dibujar un rectángulo e ir representando en él los datos del problema”*. Con esto y un ejemplo representativo se inicia la sesión, ayudando a los alumnos en el inicio de sus razonamientos matemáticos. La ilustración 2, hace referencia a las fichas de problemas. En este caso habría una ficha más de problemas, puesto que en esta sesión se incluyen 4 tareas a resolver. Como puede verse, cada problema planteado está guiado, es decir, en el primer ejercicio de la ficha se pide representar la bolsa de canicas mediante un rectángulo. Posteriormente se pide que los estudiantes señalen dentro del dibujo las canicas del primer y segundo amigo. Este es un ejemplo de cómo se van guiando los problemas mediante preguntas intermedias para conseguir llegar a la solución.

3. Instrumentos de análisis de resultados

Para realizar el análisis de la información que nos proporcionan todas las fichas en cada una de las sesiones, se ha hecho una adaptación de las categorías propuestas por Silva (2009). A continuación se detallan las cinco categorías de análisis, justificando los diferentes valores que puede tomar cada una:

1. Conocimientos previos

Estos podrán ser suficientes o insuficientes. Se consideran conocimientos previos aquellos contenidos, conceptos o nociones con los que cuenta el estudiante y que han sido vistos y trabajados hasta la fecha de inicio del taller, bien haya sido en el centro o fuera de él. En esta categoría también influye las características personales de cada alumno, puesto que para que los conocimientos previos sean suficientes, estos deben haber sido asimilados e interiorizados por el alumno, es decir, este debe comprenderlos y saber utilizarlos.

- 1.1 *Suficientes*: se consideran suficientes los contenidos relacionados con proporcionalidad, números naturales y fracciones.

- 1.2 *Insuficientes*: se consideran insuficientes los contenidos relacionados con álgebra y sucesiones.

2. Comprensión del enunciado del problema

- 2.1 *Comprensión total del problema*: el alumno comprende claramente lo que plantea el problema, es decir, entiende la pregunta, sabe organizar los datos y establece relaciones entre ellos para operar y conseguir la solución al problema.
- 2.2 *Comprensión parcial del problema*:
 - A. Comprende la pregunta y los conceptos, pero no sabe qué operaciones utilizar: el alumno dispone de los conocimientos necesarios para responder a la pregunta que se le exige, sin embargo no sabe de qué forma combinar los datos que le da el problema ni que operaciones realizar con ellos.
 - B. Comprensión de la pregunta, pero no de los conceptos y por tanto tampoco de las operaciones: el alumno identifica la incógnita, sin embargo no dispone de los conocimientos necesarios, como fórmulas o significado de algunos términos, para resolver el problema.
 - C. Comprensión del enunciado, los conceptos y las operaciones pero se confunde en la pregunta: el alumno contesta a algo diferente de lo que se le pide, confundiendo la incógnita del problema.
- 2.3 *No hay comprensión del problema*: el alumno no identifica la incógnita, por tanto no consigue avanzar en el camino hacia la resolución del problema. Existe bloqueo, lo que conduce a la respuesta en blanco del alumno.

3. Justificación y descripción del proceso de resolución

- 3.1 *Describe y justifica el plan*:

- D. Sí: el alumno detalla cada uno de los pasos u operaciones que sigue en el proceso resolutivo, explicando su finalidad hasta llegar a la solución final.
 - E. No: el alumno realiza operaciones sin dar ninguna explicación sobre ellas, o presenta resultados finales sin operaciones y sin justificación.
- 3.2 Se establece un plan creativo:
 - F. Sí: el alumno utiliza esquemas, dibujos o planes distintos al mero uso de operaciones aritméticas.
 - G. No: el alumno resuelve el problema de la forma tradicional, es decir, operando con los datos que le proporciona el problema para llegar así a la solución final.

4. Estrategias para la resolución de problemas

En este apartado la respuesta no es exclusiva como en el resto de categorías, ya que se pueden presentar en una misma tarea varias de las subcategorías que se presentan a continuación:

- H. *Selecciona la operación cuyo significado es apropiado para el texto*: utiliza los datos del enunciado y opera con ellos según la información que le proporciona el enunciado, razonando el por qué de las operaciones.
- I. *Tanteo*: el alumno llega a la solución de una forma no definida, es decir, probando con los datos del enunciado hasta llegar a algo similar a la solución que obtienen sus compañeros o a una solución que le resulta adecuada.
- J. *Dibujo o esquema*: el alumno utiliza un medio gráfico para resolver el problema, pudiendo ver la solución de una forma más visual e intuitiva.
- K. *Razonamiento directo o cálculo mental*: el alumno no realiza ninguna operación, sino que razona mentalmente.
- L. *Adivina la operación y opera mecánicamente*: el alumno selecciona los datos del enunciado y opera sin saber

exactamente qué quiere calcular, y sin reflexionar sobre el proceso seguido.

- M. *Contesta sin hacer ninguna operación*: el alumno muestra resultados a cada pregunta sin ninguna operación que los justifique, pueden estar bien o mal, pero en este caso no existe cálculo mental que les hace reflexionar.
- N. *Borra las operaciones*: el alumno hace los cálculos que considera oportunos, pero luego los borra de tal forma que nos impide conocer su estrategia para la resolución.

5. Verificación del resultado obtenido

- 5.1 *Verifica el proceso e identifica el error*: el alumno comprueba que la solución obtenida tiene sentido, comprobando que las operaciones y los datos utilizados son correctos, o que el número de soluciones que pide el problema es el adecuado.
- 5.2 *No verifica el proceso*: el alumno no realiza ninguna comprobación acerca de su resultado y lo da por válido sea cual sea la solución.

NC: No Contesta

- En cada una de las categorías se incluirá un apartado extra para aquellos alumnos que no responden a un problema o a una parte del mismo, bien por falta de tiempo en la sesión, por no asistencia a clase o por no tener conocimientos para la resolución.

Cada una de estas categorías se evalúa para todos y cada uno de los problemas propuestos a lo largo de las seis sesiones del taller de resolución de problemas. Los resultados obtenidos quedan recogidos en tablas individuales por cada alumno, las cuales se pueden consultar en el Anexo 2 de Tablas y en la versión digital de este trabajo. Gracias a estas tablas podemos extraer resultados y conclusiones para los apartados que siguen.

A continuación se presenta un fragmento de la Tabla 1, incluida en el Anexo 2, correspondiente a un ejemplo de análisis de categorías de uno de los alumnos de la muestra.

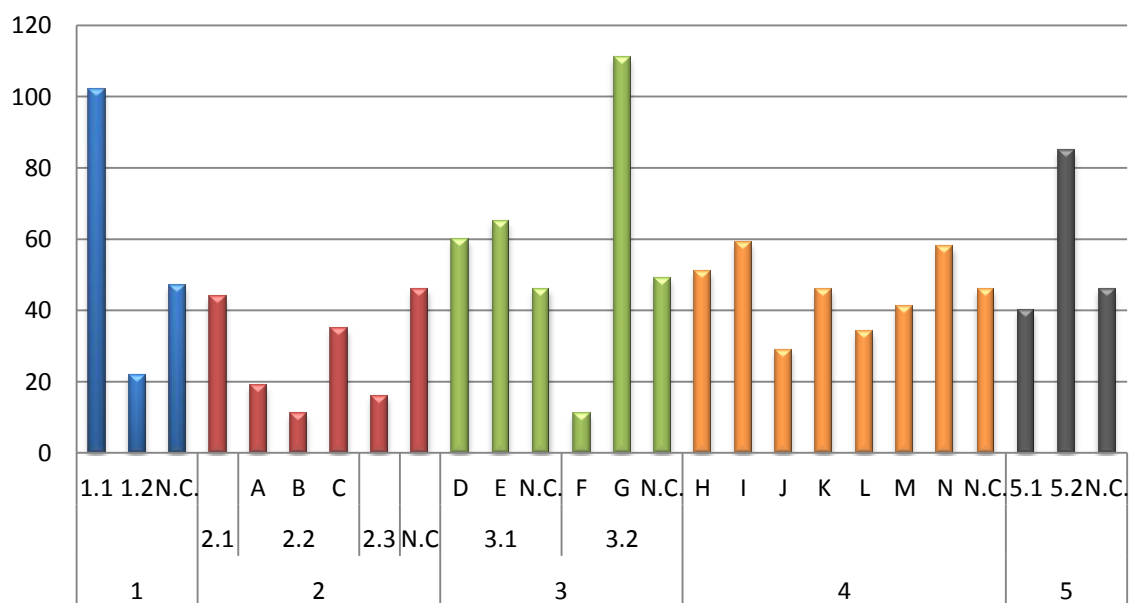
CATEGORÍAS	1			2						3				4								5		
	1	1.2	NC	2.1	2.2			2.3	NC	3.1	3.3	NC		H	I	J	K	L	M	N	NC	5.1	5.2	NC
					A	B	C			D	E	F	G											
SESIÓN 1	TAREA 1																							
	x						x			x			x						x				x	
	TAREA 2																							
SESIÓN 2	x						x			x			x										x	
	TAREA 2																							
	x						x			x			x				x	x				x		x
	TAREA 3																							
	x			x						x			x					x	x		x		x	

Tabla 1. Análisis de categorías de un alumno cualquiera.

RESULTADOS

Una vez cumplimentadas las 9 tablas, del tipo de la Tabla 1 mostrada anteriormente, correspondiente a todos los alumnos del grupo, se hace un recuento de cada una de las categorías. De este modo podemos observar en la Gráfica 1, que se presenta a continuación, el resultado final de cada una de las categorías y subcategorías a analizar, presentadas en el apartado anterior de instrumentos de análisis de resultados. Este gráfico se corresponde con el recuento de resultados que se muestra en la Tabla 2 adjunta en el Anexo 2 del documento.

Gráfico 1. Recuento por categorías del total del grupo



1. Conocimientos previos

1.1 Suficientes

1.2 Insuficientes

N.C No contesta

2. Comprensión del enunciado del problema

2.1 Comprensión total del problema

2.2 Comprensión parcial del problema

A. Comprende la pregunta y los conceptos, pero no sabe qué operaciones utilizar

B. Comprensión de la pregunta, pero no de los conceptos y por tanto tampoco de las operaciones

C. Comprensión del enunciado, los conceptos y las operaciones pero se confunde en la pregunta.

2.3 No hay comprensión del problema

N.C. No contesta

3. Justificación y descripción del proceso de resolución

3.1 Describe y justifica el plan

D. Sí

E. No

N.C No contesta

3.2 Se establece un plan creativo

F. Sí

G. No

N.C No contesta

4. Estrategias para la resolución de problemas

H. Selecciona la operación cuyo significado es apropiado para el texto

I. Tanteo

J. Dibujo o esquema

K. Razonamiento directo o cálculo mental

L. Adivina la operación y opera mecánicamente

M. Contesta sin hacer ninguna operación

N. Borra las operaciones

N.C No contesta

5. Verificación del resultado obtenido

5.1 Verifica el proceso e identifica el error:

5.2 No verifica el proceso:

N.C. No contesta

El análisis de los resultados se hace desde dos puntos de vista diferentes: en primer lugar se hará desde un punto de vista homogéneo, analizando los resultados de todo el grupo de alumnos como conjunto en cada una de las categorías; en segundo lugar se detallarán dos casos concretos del grupo entre los cuales existen diferencias bastante considerables.

1. Resultados del grupo

En este primer punto consideramos al grupo de estudiantes como un conjunto homogéneo en cuanto a capacidades y conocimientos para la asignatura de Taller de Matemáticas. Para el análisis de los resultados, estos se organizan según las cinco categorías adaptadas del documento de Silva (2009), tratándose estas una a una. Los resultados de cada categoría quedan reflejados mediante diagramas de sectores en los que se expone el porcentaje de los alumnos del grupo que se corresponde con cada subcategoría. Además en el Anexo 3, se pueden consultar un material complementario donde aparecen una serie de gráficos (Gráficos 3, 5, 7, 9, 11 y 13) organizados también por categorías, pero en vez de mostrar los resultados por porcentajes, los muestra teniendo en cuenta los resultados individuales de cada alumno en cada una de las categorías. En el Anexo 1 de la versión digital, también se pueden consultar algunos de los problemas resueltos por los alumnos durante las sesiones.

Categoría 1: Conocimientos previos

Para el estudio de este apartado, hemos considerado como conocimientos previos aquellos conceptos, datos o nociones adquiridos y comprendidos por los alumnos, bien dentro o fuera del aula, hasta el momento de inicio del estudio.

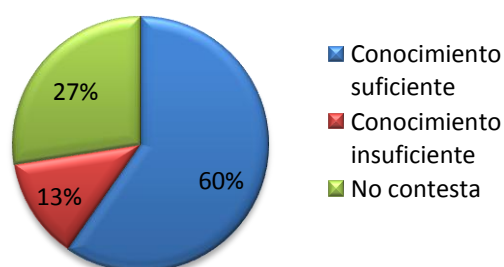


Gráfico 2. Porcentaje de alumnos con conocimientos previos

De acuerdo con los resultados obtenidos, los conocimientos previos varían en función del tema que se les plantee a los estudiantes, sin embargo en la adaptación de los problemas de Echenique (2006), la gran mayoría de los problemas planteados eran accesibles para todos los alumnos en cuanto a nivel y a contenido. Así mismo el 60% de los alumnos han tenido los conocimientos previos suficientes como para enfrentarse a los problemas propuestos. Las principales dificultades, que justifican el 27% alumnos con conocimiento insuficiente, son problemas en los cuales se plantean problemas en los que se incluye álgebra o progresiones aritméticas. También justifica este porcentaje, el caso de alumnos que no tienen muy claros conceptos matemáticos como la metodología para hacer reglas de tres o la falta de destreza en operaciones aritméticas.

A continuación en la Ilustración 7, se muestra un ejemplo de problema en el que se requieren conocimientos algebraicos para su resolución:

La mitad del triple de un número es 12. ¿Cuál es ese número?

- Si llamamos al número que queremos encontrar X , ¿cuál es el triple de ese número? ~~XXX~~
- ¿Cuál es la mitad del número del apartado anterior?
 $\frac{3X}{2} = 12$
- Finalmente, ¿cuál es el número pedido?
 $X = 8$

Ilustración 7. Problema de cálculo algebraico

Este es un claro ejemplo en el cual, los alumnos no saben traducir el enunciado a lenguaje algebraico, por lo que para la resolución del problema utilizan el tanteo como herramienta, probando hasta encontrar el número cuya mitad del triple del mismo le dé 12.

Categoría 2: Comprensión del enunciado del problema

Para valorar esta categoría, es necesario analizar los errores en los que incurren los alumnos a la hora de resolver el problema, pudiendo establecer el grado de comprensión que tienen sobre los problemas propuestos. Entendemos por error, en este caso, los motivos por los cuales algunos alumnos no comprenden el enunciado de los problemas por completo.

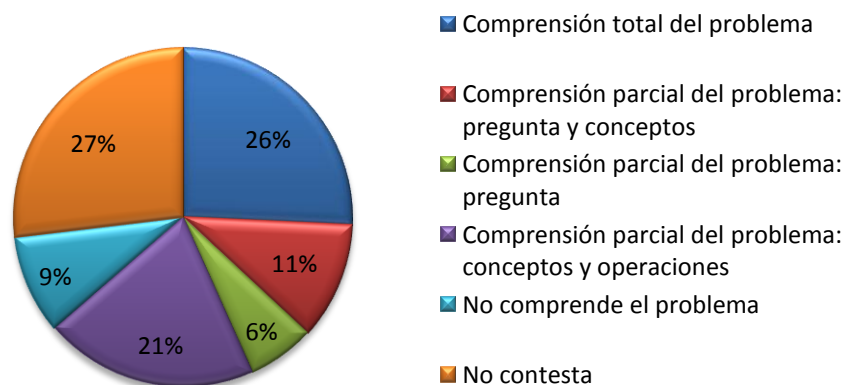


Gráfico 4. Porcentaje de alumnos que comprenden, totalmente, parcialmente o no comprenden, el enunciado del problema.

Como puede observarse en el Gráfico 4, la comprensión total del problema engloba solo un 26% del total del grupo. En estos casos el problema se desarrolla prácticamente a la perfección, pudiendo existir errores en operaciones. Sin embargo el alumno identifica la incógnita sin problema y sabe cómo actuar para llegar a la solución. Por otro lado, el resto de respuestas no favorecen la resolución de los problemas, puesto que un total del 38% de los alumnos comprende parcialmente el enunciado de los problemas. En estos casos hay muchas confusiones en cuanto a lo que pide el problema, o casos en que los alumnos operan mecánicamente con los datos que proporciona el enunciado pero no saben exactamente qué están calculando.

A continuación, en el ejemplo de la Ilustración 8, se ve cómo el alumno entiende parcialmente el enunciado del problema. En el problema se pide calcular el número de entradas vendidas en un partido si por cada dos entradas entran tres personas. El alumno empieza explicando qué fracción del público entra gratis y qué fracción del público paga entrada. Hasta ese punto todo va

bien, sin embargo a la hora de resolver confunde las operaciones que tiene que realizar, calculando $\frac{1}{3}$ de 1800 dos veces, y además cuando da la respuesta final, responde a algo diferente a lo que le pide el enunciado, por lo tanto también ha confundido la incógnita al contestar las personas que entran gratis al partido, en vez de las entradas que se han vendido.

En una cancha de baloncesto, por cada dos entradas que se compran pueden entrar a ver el partido tres personas. ¿Cuántas entradas se habrán vendido, como mínimo, si hay 1.800 personas viendo el partido?

❖ DESARROLLO DEL PROBLEMA: Primero calculo que fracción del agente va gratis. ✓
 $\frac{2}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$
 Luego calculo cuanto es $\frac{2}{3}$ de 1800
 $\frac{1}{3}$ de 1800 = $\frac{600}{3} = 200$ personas
 entran gratis
 Solución: 1200 Personas van gratis

Ilustración 8. Problema de comprensión parcial del enunciado

Categoría 3: Justificación y descripción del proceso de resolución

Este es un paso fundamental en la resolución de problemas, ya que ayuda a los alumnos a comprender mejor los enunciados pudiendo evitar posibles errores o bloqueos. Sin embargo lo que se muestra en el Gráfico 6, es que sólo un 35% de los alumnos justifican sus respuestas. Esto deja un porcentaje del 38% de los alumnos que no describe ninguno de los pasos realizados, es decir, los estudiantes realizan las operaciones que consideran oportunas dejándolas indicadas debajo de la pregunta, pero ni siquiera cuando dan un resultado final, describen a qué se corresponde ese dato.

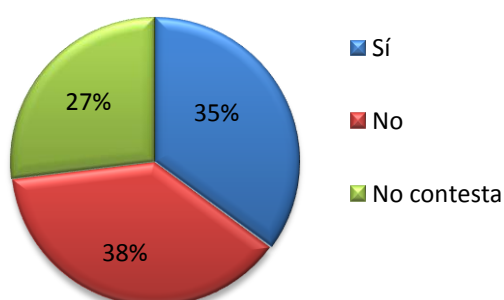


Gráfico 6. Porcentaje de alumnos que justifican el proceso de resolución

En el ejemplo de la Ilustración 9, se muestra cómo un alumno justifica sus respuestas, sin embargo lo único que hace es redactar con palabras las operaciones que va a desarrollar posteriormente. Ni siquiera escribe las unidades del resultado obtenido, únicamente en la respuesta final.

Este año el precio del libro de matemáticas ha subido 1,40 €. Por 20 libros se ha pagado este año 230 €. ¿Cuánto costaba el libro de matemáticas el año pasado?

P. ❖ DESARROLLO DEL PROBLEMA: Primero divido 20 libros por 230: $230 : 20 = 11,50$ € $\rightarrow$ cada libro. Ahora se cuanto cuesta este año le resto 1,40

$11,50 - 1,40 = 10,10$ €

SOLUCIÓN: El libro costaba 10,10€

Ilustración 9. Problema de justificación del proceso resolutivo

La categoría de justificación y descripción del proceso resolutivo incluye un segundo apartado en el que se hace referencia a la resolución de los problemas de una forma más creativa, o mediante un proceso diferente al habitual.

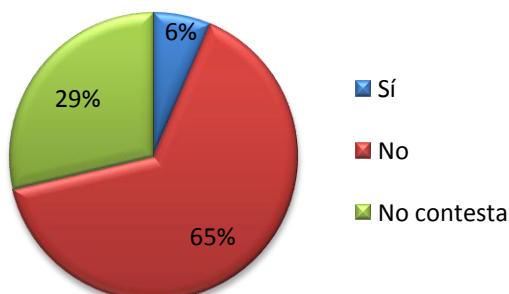


Gráfico 8. Porcentaje de alumnos que establecen planes creativos de resolución

Tan solo un 6% del total del grupo lleva a cabo planes creativos, en los que se incluyen dibujos, esquemas o cualquier otro tipo de representación que se base en un proceso diferente al mero hecho de operar con los datos dados por el problema. A pesar de que esta técnica puede ser muy útil para la comprensión de los problemas, los alumnos sólo buscan el camino más rápido que les lleve hasta la solución, y si no lo consiguen se rinden fácilmente por lo que no buscan otras alternativas.

Categoría 4: Estrategias para la resolución de problemas

Las herramientas utilizadas por cada alumno para resolver problemas de matemáticas pueden ser muy variadas, y les ayudan en mayor o menor medida a llegar a la solución y la comprensión del enunciado.

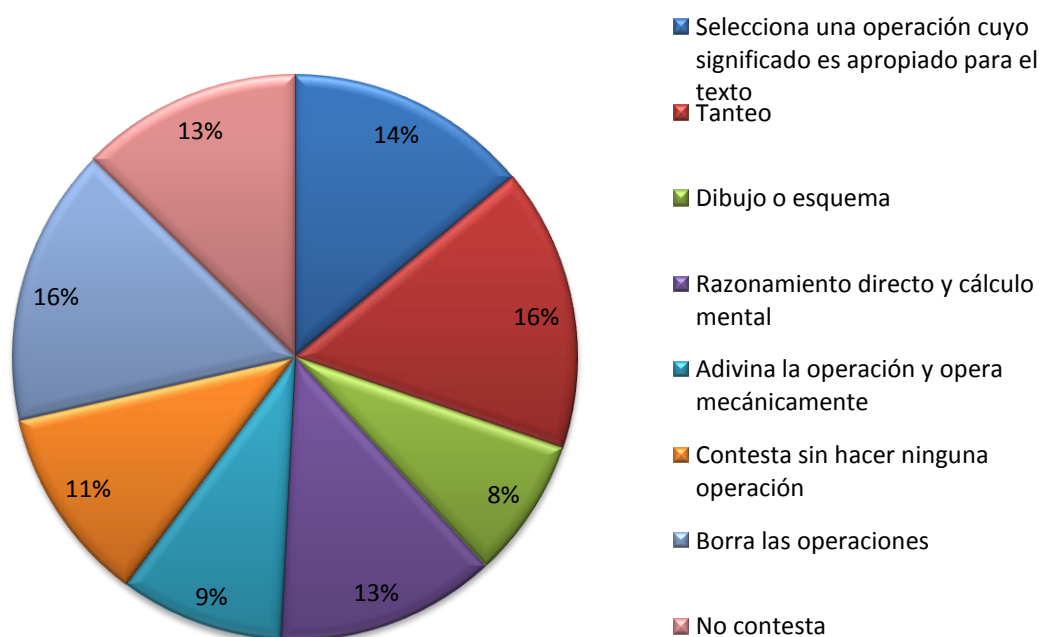


Gráfico 10. Porcentaje de alumnos según las estrategias de resolución utilizadas

Como se muestra en el Gráfico 10, entre las estrategias más utilizadas podemos encontrar la resolución por tanteo con un 16%, igualado por la acción de borrar las operaciones en los problemas. En esta última, es típico que los alumnos realicen las operaciones aparte, o las hagan en el lugar del problema pero las borren inmediatamente después de haber calculado la operación final.

La menos utilizada con un 8% es el dibujo o esquema. Esta herramienta solo se muestra en aquellos problemas en los que se pide explícitamente una representación, pero no se recurre a ello de forma voluntaria. Sin embargo esta podría ser una técnica tremendamente útil para la comprensión de los problemas, ya que aporta información de forma fácil y muy intuitiva.

A modo de ejemplo se muestra un problema de recuento sistemático, en el que se pide hallar todas las soluciones posibles. Aquí el alumno se apoya en el dibujo como herramienta para la resolución, sin embargo no consigue establecer la relación que le lleve a alcanzar todas las soluciones.

En el colegio se ha organizado un torneo de ajedrez. Se han presentado 10 alumnos.

Todos tienen que jugar contra todos una sola vez.

Haz el recuento y explica de forma elegante cuántas partidas se jugarán.

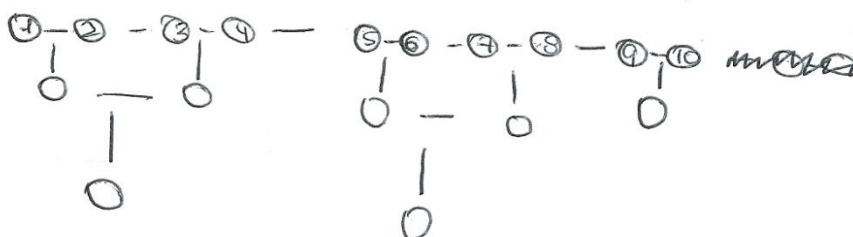


Ilustración 10. Ejemplo de problema de recuento sistemático y uso del dibujo como recurso.

Categoría 5: Verificación del resultado

En esta categoría se hace reflexionar a los alumnos acerca de sus respuestas a los problemas, de tal forma que comprueben si estas tienen sentido lógico o no, o si concuerdan con lo que se les pide en el problema.

En el siguiente Gráfico 12, se muestran los porcentajes de alumnos que verifican las respuestas y los que no. A la vista de los resultados obtenidos un 50% del grupo no comprueba sus resultados o si se comprueban se hace de forma errónea.

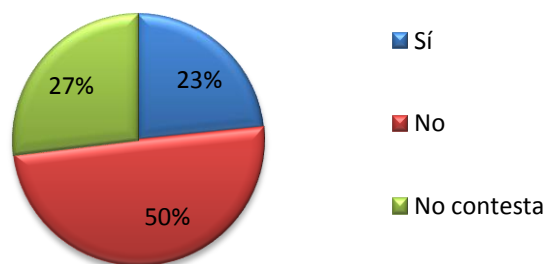


Gráfico 12. Porcentaje de alumnos que verifican los resultados de los problemas

Si observamos la Ilustración 6, se muestra un ejemplo en el cual se pide al alumno que compruebe su solución:

Dos amigos han cogido canicas de una bolsa. Uno ha cogido los $\frac{3}{7}$ de las canicas de la bolsa, y el otro ha cogido los $\frac{7}{8}$ de las canicas que quedaban en la bolsa. Al final han quedado en la bolsa sólo 8 canicas. ¿Cuántas canicas había en la bolsa?

a) Representa la bolsa de canicas mediante un rectángulo:

$$\frac{3}{7} + \frac{1}{2} = \frac{6}{14} + \frac{7}{14} = \frac{13}{14}$$

Señala en el rectángulo las canicas que ha cogido el primer amigo.

Señala en el rectángulo las canicas que ha cogido el segundo amigo.

Coloca en el rectángulo las 8 canicas que quedan.

b) Utiliza el rectángulo para saber cuántas canicas hay en total.

112 canicas hay en total.

c) Comprueba que la solución tiene sentido.

$8 \cdot 14 = 112 !! ?$

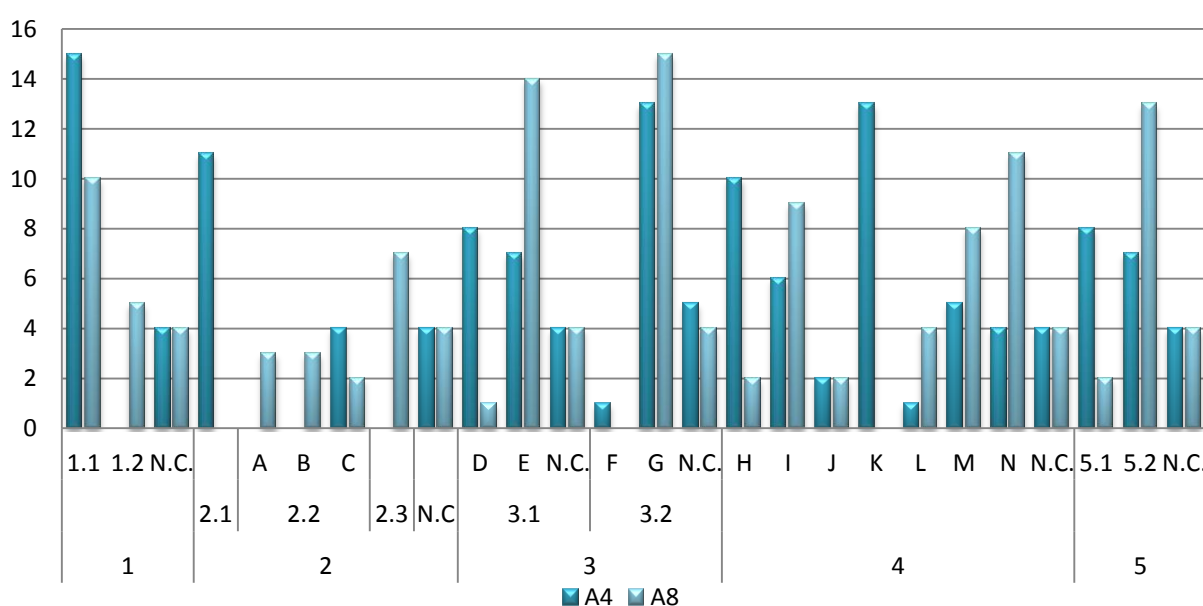
Ilustración 11. Ejemplo de problema en el cual se pide comprobar la solución

Por lo visto en los problemas, se puede decir que los alumnos no tienen muy claro a lo que se refiere el concepto de comprobación, puesto que cuando ellos repasan sus soluciones lo único que hacen es repetir la última operación que han realizado y verificar que les da lo mismo. Otros por el contrario, no hacen esa fase de comprobación, simplemente no lo consideran importante, y no quieren perder el tiempo en comprobar una solución que ya tienen.

2. Estudio de casos particulares

En este segundo enfoque del trabajo, nos centramos en el caso concreto de dos alumnos del grupo con perfiles completamente diferentes. Para ello compararemos los resultados de cada uno de los estudiantes obtenidos en las cinco categorías adaptadas de la propuesta de Silva (2009). En el Gráfico 14 mostramos los resultados de los dos candidatos, pudiendo ver claramente las diferencias que presenta cada uno:

Gráfico 14. Resultados obtenidos en categorías por los alumnos A4 y A8



1. Conocimientos previos

1.1 Suficientes

1.2 Insuficientes

N.C No contesta

2. Comprensión del enunciado del problema

2.1 Comprensión total del problema

2.2 Comprensión parcial del problema

A. Comprende la pregunta y los conceptos, pero no sabe qué operaciones utilizar

B. Comprensión de la pregunta, pero no de los conceptos y por tanto tampoco de las operaciones

C. Comprensión del enunciado, los conceptos y las operaciones pero se confunde en la pregunta.

2.3 No hay comprensión del problema

N.C. No contesta

3. Justificación y descripción del proceso de resolución

3.1 Describe y justifica el plan

D. Sí

E. No

N.C No contesta

3.2 Se establece un plan creativo

F. Sí

G. No

N.C No contesta

4. Estrategias para la resolución de problemas

H. Selecciona la operación cuyo significado es apropiado para el texto

I. Tanteo

J. Dibujo o esquema

K. Razonamiento directo o cálculo mental

L. Adivina la operación y opera mecánicamente

M. Contesta sin hacer ninguna operación

N. Borra las operaciones

N.C No contesta

5. Verificación del resultado obtenido

5.1 Verifica el proceso e identifica el error:

5.2 No verifica el proceso:

N.C. No contesta

En este caso hay que mencionar las características cognitivas de cada uno, ya que pueden explicar la diferencia en cuanto a resultados se refiere. El alumno 4 es el caso de un alumno repetidor, mientras que el alumno 8 está en el curso que le corresponde. Esta primera diferencia hace que el primer alumno disponga de más conocimientos previos que el segundo, lo que supone una ventaja a la hora de la resolución de problemas, ya que tiene los conceptos matemáticos mucho más trabajados.

Otra diferencia vital entre ambos, es la capacidad para la resolución de problemas, puesto que el primero de los dos hace los problemas a base de cálculo mental, mientras que el segundo tiene grandes dificultades para la comprensión de los enunciados y por tanto del problema completo. En cuanto a esto podemos ver como el alumno 4 comprende un alto número de problemas, y si no es completamente, los comprende parcialmente, confundiéndose como mucho en la identificación de la incógnita. Sin embargo, en el lado contrario, el

alumno 8 tiene un alto número de problemas que no llega a comprender, es decir, no comienza ni el planteamiento porque no es capaz de reflexionar sobre el camino que debe seguir para la resolución.

En la tercera categoría se analiza la justificación y descripción del plan. En este apartado ninguno de los dos justifica en exceso los problemas, y tampoco establecen planes creativos en la resolución. En cuanto a estrategias de resolución, como hemos dicho antes, la principal herramienta que utiliza el alumno 4 es el cálculo mental, mientras que el alumno 8 resuelve muchos de los problemas por tanteo y suele borrar las operaciones que hace.

Por último, la verificación de los problemas no es un punto fuerte para estos alumnos tampoco, puesto que a pesar de que el alumno 4 verifica más que el alumno 8, los casos en los que hay comprobación es cuando se tratan problemas de recuento sistemático en los que deben buscar un número fijo de soluciones.

Para el estudio de este caso también se incluye en el Gráfico 15, un balance de las respuestas correctas, incorrectas y no contestadas de cada uno.

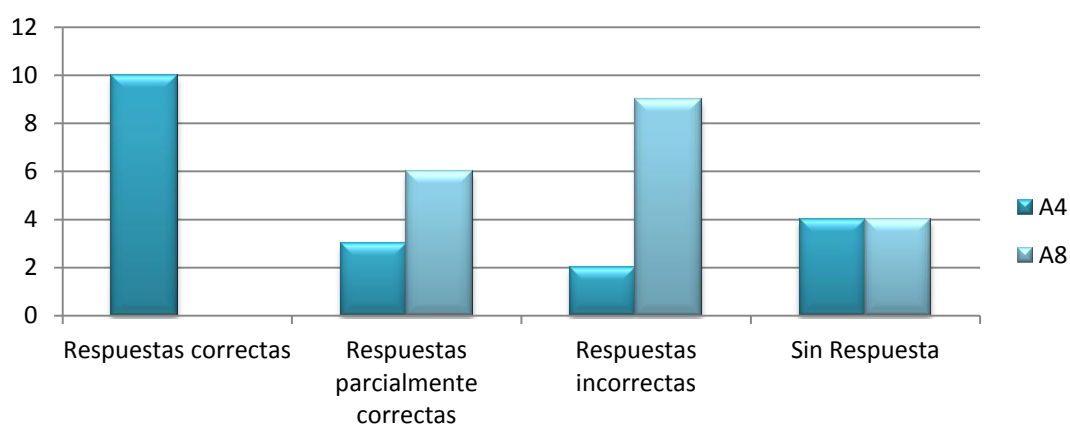


Gráfico 15. Respuestas correctas e incorrectas de los alumnos A4 y A8

Las diferencias en cuanto a respuestas correctas e incorrectas que se muestran en este Gráfico 15, son grandes también. Descartando el apartado “Sin Respuesta”, puesto que ambos coinciden en este aspecto, podemos ver como las respuestas del alumno 8 son todas parcialmente correctas pero estando por encima el número de respuestas incorrectas. Este es un alumno para el cual el taller de matemáticas es una materia de apoyo para la

asignatura de matemáticas, y que las técnicas trabajadas durante las horas del taller pueden servirle de ayuda para su evolución en la materia. Sin embargo, el alumno 4 muestra un gran número de respuestas correctas, y la facilidad con que resuelve algunos problemas hace plantearse por qué este alumno está en un taller de matemáticas si no presenta dificultades para la asignatura.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos a lo largo del estudio de cada una de las categorías, nos ayudan a dar respuesta a los objetivos planteados al inicio de este trabajo.

- **Analizar las categorías que más influyen en los estudiantes**

El análisis de cada una de las cinco categorías nos hace pensar que los conocimientos previos que tengan los alumnos antes de enfrentarse a cualquier tipo de problema es vital. El conocimiento sobre conceptos matemáticos o de otros ámbitos les permite comprender mejor el enunciado del problema, ya que en muchas ocasiones los problemas no se saben realizar porque los alumnos no entienden el significado del enunciado. Cuanta más experiencia tengan los alumnos en resolver problemas más facilidades les dará, ya que podrán relacionar problemas nuevos con otros que ya hayan trabajado anteriormente de tal forma que el modo de actuación sea igual o similar, evitando los posibles bloqueos por falta de conocimientos matemáticos.

Otro punto a considerar de este estudio es la verificación de los resultados obtenidos. Cuando en los resultados se muestran porcentajes bastante elevados por la mala o nula comprobación de los resultados, es debido a que en muchos casos los estudiantes no comprenden el concepto de verificación o no lo consideran importante. Muchos de los alumnos comprueban sus resultados repitiendo la última operación que les da la solución final, sin embargo esto no es lo que se está pidiendo, puesto que se necesita una coherencia entre resultado y enunciado. En otras ocasiones los alumnos dejan la comprobación para el final, una vez hayan terminado todos los ejercicios, como un paso extra u opcional si hay tiempo suficiente.

- **Detectar las dificultades que encuentran los alumnos durante la resolución de problemas.**

A lo largo de todo el estudio se ha podido ver cómo un alto porcentaje de los alumnos de la clase no comprenden los enunciados de los problemas correctamente, sino que lo hacen de forma parcial. Esto en muchos casos es debido a la falta de atención que ponen en la lectura. Por lo general al inicio de cada una de las sesiones los alumnos hacen una lectura rápida, seleccionan los datos que consideran importantes para la resolución y los combinan razonadamente o no para operar con ellos.

A pesar de esta metodología en muchas ocasiones confunden la incógnita que se les manda calcular y esto es debido a la falta de atención en la lectura o a la no comprensión lectora. Además los problemas que se les plantean en las sesiones están guiados con preguntas intermedias, pero parece no servirles de mucha ayuda, puesto que en cuanto ven demasiado texto se agobian y se centran directamente en la resolución. No leen ni la primera ficha de tipo teórico ni las preguntas intermedias de los problemas, por lo que hace pensar que el problema por la falta de comprensión del enunciado ya no incumbe a cuestiones de reflexión matemática, sino a una deficiencia en la competencia lingüística.

- **Establecer recomendaciones didácticas para trabajar la resolución de problemas en la asignatura de Taller de Matemáticas.**

Para trabajar las matemáticas en el aula es necesario analizar bien el grupo de alumnos al que van a ir dirigidos los problemas. En el caso concreto del Taller de Matemáticas, suponemos que se trata de un grupo con dificultades en cuanto a competencia matemática se refiere. Además esta asignatura suele estar formada por un grupo reducido de alumnos lo que hace que el apoyo individualizado sea más favorable.

Por lo general en lo que más fallan o más dificultades tienen los alumnos es en los problemas por lo que es necesario reforzar esta parte de la asignatura. Sin embargo antes de comenzar con cualquier problema es necesario conocer unas estrategias, fórmulas o conceptos que ayuden al paso siguiente.

Como se ha visto durante la investigación las estrategias que utilizan los alumnos son escasas, y las que utilizan son las básicas y más rápidas para llegar a la solución final. Por eso, hay que potenciar el uso de otras herramientas como los dibujos que aportan información clave al alumno, esquemas que resuman el plan a ejecutar situándose en último lugar la incógnita que nos pide el enunciado.

Con pasos claves como esos y comprobando finalmente los resultados se puede llegar a una mejora en matemáticas por parte de los alumnos.

BIBLIOGRAFÍA

- Chamoso, J.M (2009). Análisis de una experiencia de resolución de problemas de matemáticas en secundaria. *Revista de educación*, 351. Enero-abril 2010. (pp. 557-570).
- Conde, Y. y Conde, R.J (2005). El alumnado de secundaria ante los problemas matemáticos. *V Congreso Internacional Virtual de Educación*. Consultado en Marzo de 201 en: <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/24662>
- Echenique, I. (2006). Matemáticas resolución de problemas. *Educación Primaria. Gobierno de Navarra*.
- Escudero, J. (1999). Resolución de problemas matemáticos. *Centro de profesores y recursos de Salamanca*. I.E.S Fray Luis de León. Salamanca.
- Figueiras, L. (2009). La resolución de problemas de los 3 a los 18 años. *XIV Jornadas para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Girona*. Entidad organizadora: Federación Española de Profesores de Matemáticas.
- Gómez, P. (2006). Tesis: Análisis Cognitivo. *Apuntes módulo 3*.
- García, J. A. (2002). La didáctica de las matemáticas: una visión general. Consultado en Marzo de 2014 en: <http://nti.educa.rcanaria.es/rtee/didmat.htm>
- Krulik, S. y Rudnik, J.A. (1980). Problem Solving, a handbook for teachers. Boston: Allyn and Bacon.
- Nieto, J.H. (2004). Resolución de problemas de matemáticas. Talleres de formación matemática. Maracaibo, Venezuela. Consultado en Mayo de 2014 en: <http://www.jhnieto.org/ResProPR.pdf>
- Piaget, J. (1990). La equilibración de las estructuras cognitivas: problema central del desarrollo. Madrid: Siglo XXI
- Polya, G. (1961). Mathematical Discovery. vol. 2. New York: John Wiley & Sons.
- Polya, G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trilla. [Versión en español de la obra *How to solve it* publicada por Princeton University Press en 1945]
- Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. En D. Grouws (Ed.),

Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 334-370). New York: MacMillan.

- Sepúlveda, A. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación Matemática*, 21(2), 79-115.
- Silva, M. (2009). Método y estrategias de resolución de problemas matemáticos utilizadas por alumnos de sexto grado de primaria. *Instituto de Investigadores para el desarrollo de la Educación*. Universidad Iberoamericana Ciudad de México. Consultado en Abril de 2014 en: http://www.cimeac.com/images/2a_parte_reporte_final_inide.pdf
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En L. Rico y otros (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: ICE/Horsori.
- Sorando, J.M. (s.f.). Resolución de problemas [en línea]. I.E.S Élaios. Zaragoza. Consultado en Abril de 2014 en: http://catedu.es/matematicas_mundo/PROBLEMAS/problemas.htm
- Smith, N. L., y Suydam, M. N. (2004). *Helping Children learn mathematics*. (7ª edición). Hoboken, Nueva Jersey: John Wiley and Sons.
- Txabarri, J.G (2013). La resolución de problemas en el currículo de matemáticas de Educación Secundaria. *Ikastorratza, e-Revista de didáctica*, vol.(10).
- Yeo, J.B.W. (2007). Mathematical tasks: Clarification, classification and choice of suitable tasks for different types of learning and assessment. *National Institute of Education, Nanyang Technological University, Singapore*.

ANEXOS

ANEXO 1: FICHAS DE SESIONES**Ilustración 3. Ficha 1- Sesión 1**

SESIÓN 1-FICHA 1

JUEVES.26.MARZO

Nombre y Apellidos:**PROBLEMAS COMBINADOS DE LAS CUATRO OPERACIONES**

Estructura general para llevar a cabo la resolución de problemas de matemáticas.

1. COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA

- Subrayar los datos y la pregunta del problema.
- Contar el problema de forma "telegráfica":
 - Sé... y... y... (Datos)
 - Con estos datos tengo que calcular... (Pregunta)

2. IDEAR UN PLAN DE RESOLUCIÓN

- Pienso en lo que puedo calcular con los datos del problema.
- Pienso en lo que voy a ir calculando y en qué orden lo voy a hacer, para llegar a la solución.

3. EJECUTAR EL PLAN PENSADO

- Tengo que escribir para qué hago cada cálculo.
 - Primero, calculo...
 - Después, calculo...
 - Después, calculo...
- Al final escribo la respuesta completa a la pregunta del problema.

4. COMPROBAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA.

- Repaso toda la ejecución del plan.
- Llevo la respuesta al texto del problema y... pienso si la historia que resulta es lógica... ¿Todo encaja?

Durante las sesiones, para resolver cada tipo de problemas, debes escribir con orden, claridad y limpieza, **SOLAMENTE EL TERCERO** de los pasos anteriores.

- *Haz tus cálculos a borrador, y recuerda el cuarto paso antes de escribir el resultado.*
- *Lo importante es la validez y la claridad de tu razonamiento.*

Ilustración 4. Ficha 2- Sesión 1**SESIÓN 1-FICHA 2****JUEVES.27.MARZO****Nombre y Apellidos:**

En una cancha de baloncesto, por cada dos entradas que se compran pueden entrar a ver el partido tres personas. ¿Cuántas entradas se habrán vendido, como mínimo, si hay 1.800 personas viendo el partido?

- Si por cada 2 entradas entran 3 personas, cuántas personas entrarán por una sola entrada?
- ¿Cuántas entradas se necesitarán para que entren 1800 personas a la cancha teniendo en cuenta el apartado anterior?

En una granja hay 3800 gallinas. Cada gallina suele poner 4 huevos cada 5 días. ¿Cuántas docenas de huevos se recogen en esa granja al cabo de 30 días?

- Si una sola gallina pone 4 huevos cada 5 días, cuántos huevos pone esa misma gallina en 30 días?
- ¿Cuántos huevos pondrán 3800 gallinas en 30 días?
- ¿Cuántas docenas hay en el total de huevos del apartado anterior?

Ilustración 5. Ficha 1 – Sesión 2**SESIÓN 2-FICHA 1****VIERNES.28.MARZO****Nombre y Apellidos:****PROBLEMAS DE RECuento SISTEMÁTICO**

Los problemas de RECuento SISTEMÁTICO plantean situaciones en las que hay que hallar todas las soluciones posibles.

Por lo tanto, habrá que proceder con mucho cuidado, siguiendo alguna estrategia, para no olvidarse de ninguna solución.

1. LEE DESPACIO EL PROBLEMA. CUÉNTATELO. ENUMERA LAS CONDICIONES QUE TE IMPONE.

- Halla una solución que respete las condiciones.
- Te darás cuenta de que puedes hallar más soluciones.

2. BUSCA UN PLAN QUE TE PERMITA IR HALLANDO TODAS LAS SOLUCIONES, DE UNA EN UNA.**3. APLICA SISTEMÁTICAMENTE TU PLAN.**

- Agota todas las posibilidades que puedan darse.

4. REvisa LO QUE HAS HECHO.

- ¿Has sido sistemático?
- ¿Estás seguro de que no falta ninguna solución?
- ¿Podrías haber utilizado otro plan para hallar todas las soluciones?

ANEXO 2: TABLAS

Tabla 1. Análisis de categorías del alumno X

CATEGORÍAS	1			2						3					4								5		
	1	1.2	NC	2.1	2.2			2.3	NC	3.1	3.3			NC	H	I	J	K	L	M	N	NC	5.1	5.2	NC
					A	B	C			D	E	F	G												
SESIÓN 1	TAREA 1																								
		x					x			x		x							x					x	
	TAREA 2																								
SESIÓN 2		x					x			x		x												x	
	TAREA 2																								
	x					x				x		x				x	x					x		x	
	TAREA 3																								
SESIÓN 3	x									x		x								x	x			x	
	TAREA 2																								
	x				x					x		x				x		x						x	
	TAREA 3																								
SESIÓN 4			x						x				x												x
	TAREA 1																								
	x				x					x		x				x	x							x	
	TAREA 2																								
	x				x					x			x				x							x	
SESIÓN 5	TAREA 3																								
	x				x					x			x											x	
	TAREA 4																								
			x						x				x										x		x
	TAREA 1																								
SESIÓN 6	x				x					x		x											x		
	TAREA 2																								
		x				x				x			x				x		x					x	
	TAREA 3																								
SESIÓN 6	x				x					x		x				x	x							x	

Tabla 2. Recuento total por categorías y alumnos

			A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	T
1	1.1		11	14	14	15	4	13	13	10	8	102
	1.2		1	3	3	0	0	1	6	5	3	22
	N.C.		7	2	2	4	15	5	0	4	8	47
2	2.1		3	5	9	11	1	8	5	0	2	44
	2.2	A	2	4	2	0	0	3	4	3	1	19
		B	0	4	0	0	2	0	2	3	0	11
		C	5	4	6	4	1	4	7	2	2	35
	2.3		2	0	0	0	0	0	1	7	6	16
	N.C.		7	2	2	4	15	4	0	4	8	46
3	3.1	D	7	10	11	8	3	7	9	1	4	60
		E	5	7	6	7	1	8	10	14	7	65
		N.C.	7	2	2	4	15	4	0	4	8	46
	3.2	F	2	2	1	1	2	2	0	0	1	11
		G	10	15	15	13	2	13	18	15	10	111
		N.C.	7	2	3	5	15	4	1	4	8	49
4	H		5	4	11	10	2	9	7	2	1	51
	I		4	7	6	6	2	7	12	9	6	59
	J		5	6	1	2	0	4	8	2	1	29
	K		4	3	9	13	1	8	5	0	3	46
	L		5	9	1	1	2	2	6	4	4	34
	M		4	4	5	5	3	4	4	8	4	41
	N		8	8	3	4	2	4	12	11	6	58
	N.C.		7	2	2	4	15	4	0	4	8	46
5	5.1		1	5	6	8	1	8	6	2	3	40
	5.2		11	12	11	7	3	7	13	13	8	85
	N.C.		7	2	2	4	15	4	0	4	8	46

ANEXO 3. GRÁFICOS

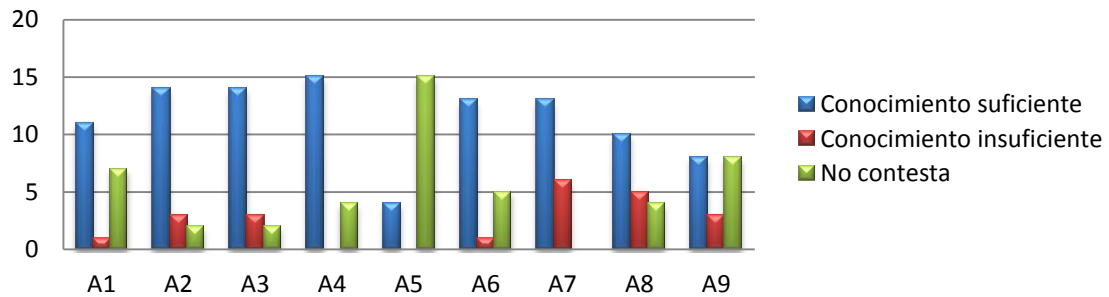
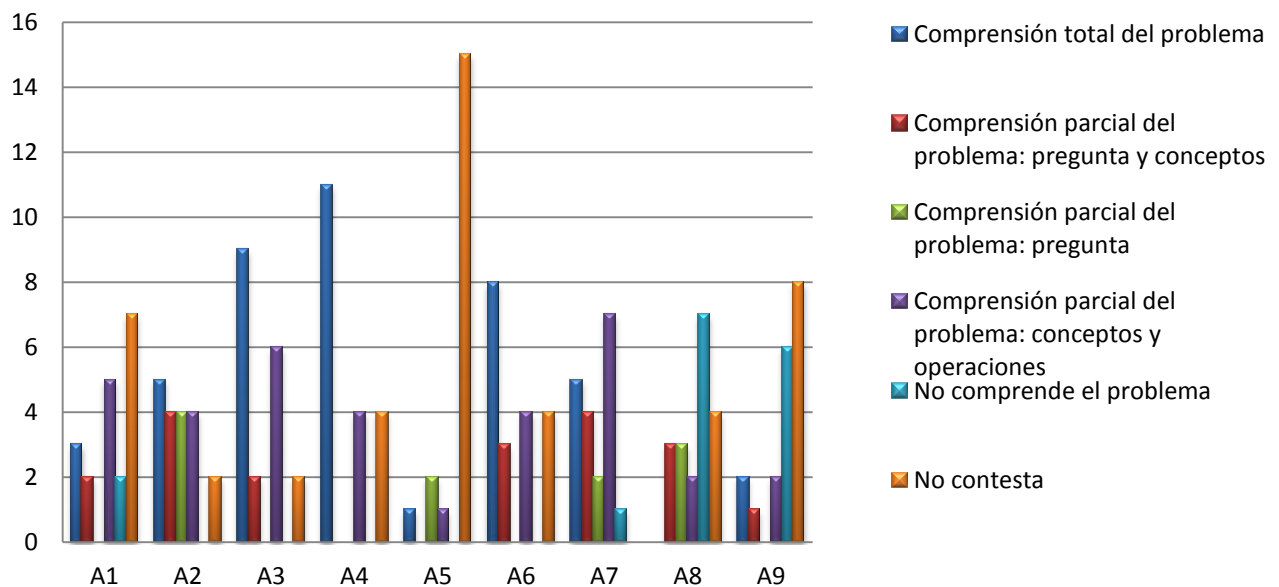
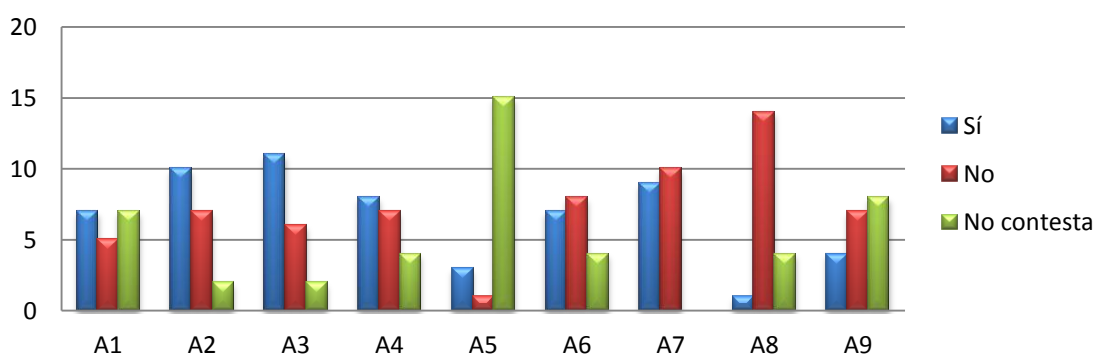
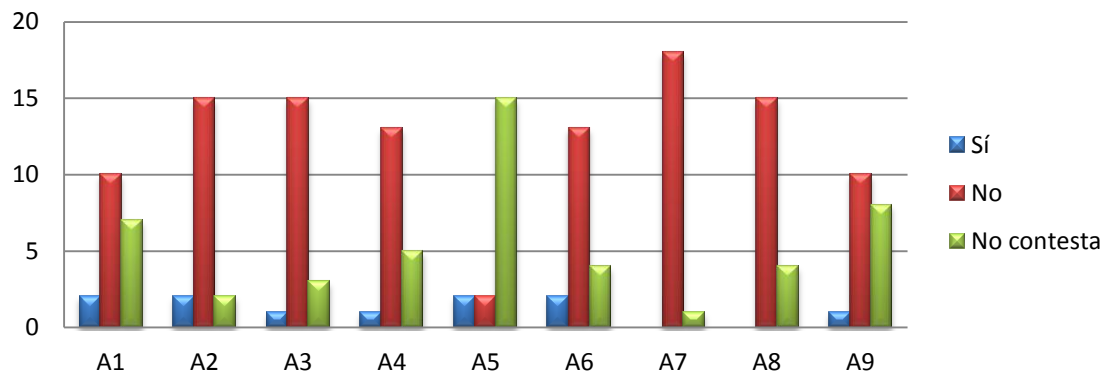
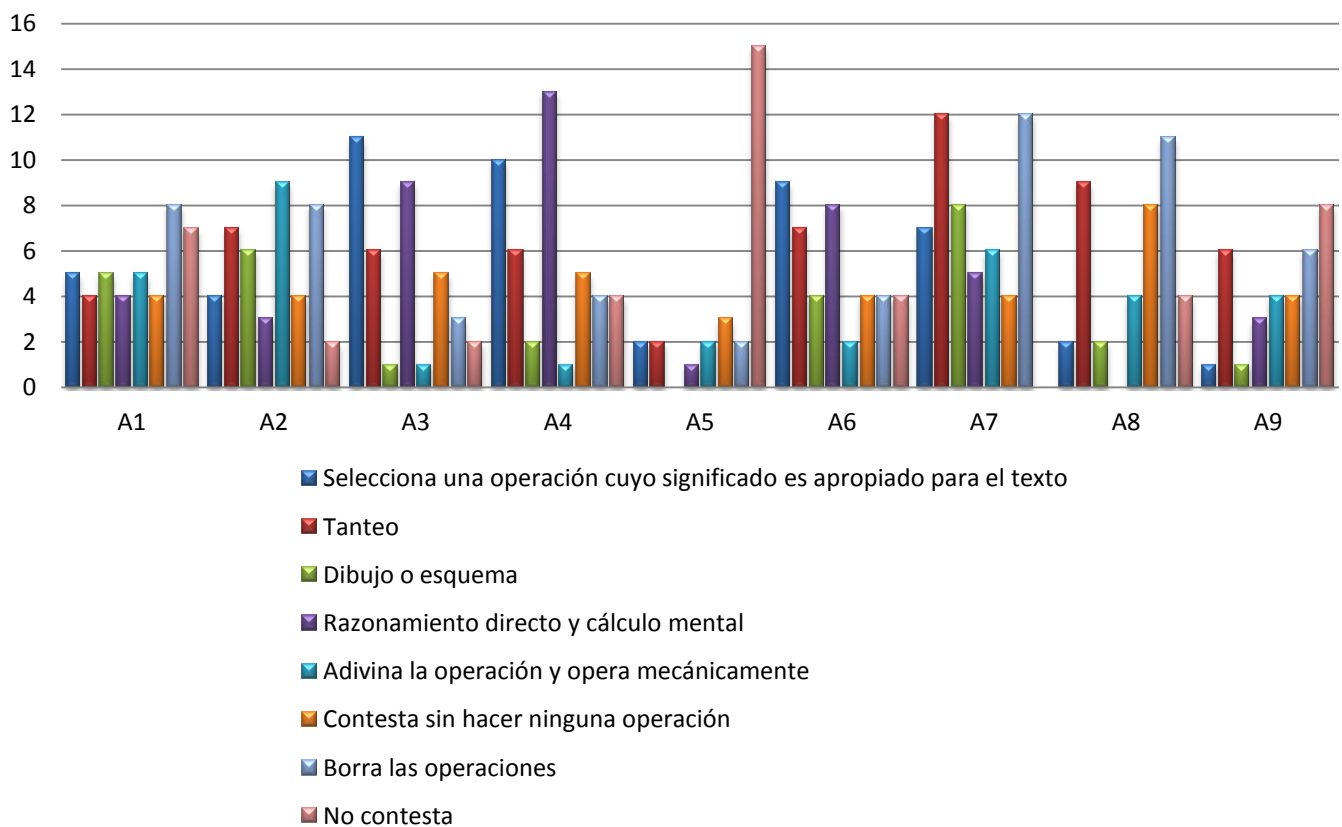
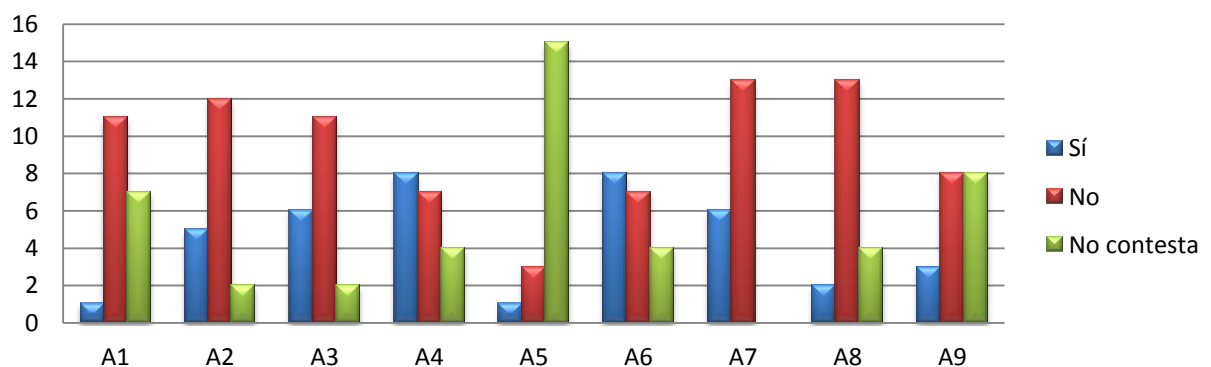
Gráfico 3. Conocimientos previos por alumno**Gráfico 5. Grado de comprensión enunciado del problema por alumno****Gráfico 7. Justificación del proceso de resolución por alumno**

Gráfico 9. Establecimiento de un plan creativo por alumnos**Gráfico 11. Estrategias de resolución por alumnos****Gráfico 13. Verificación del resultado por alumnos**



Facultad de Educación

**MÁSTER EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE EDUCACIÓN
SECUNDARIA**

Resolución de Problemas:

Una experiencia en la asignatura de Taller de Matemáticas

Problem-solving: experiences in the Mathematics Workshop subject

TABLAS PARA EL ANÁLISIS DE LAS CINCO CATEGORÍAS

Alumno/a: Ana Sánchez Pérez

Especialidad: Matemáticas

Director/a: María José González López

Curso: 2013-2014

Fecha: 15 de julio de 2014

CATEGORÍAS A ANALIZAR EN CADA PROBLEMA PROPUESTO DURANTE LAS SESIONES

1. Conocimientos previos

1.1 Suficientes

1.2 Insuficientes

2. Comprensión del enunciado del problema

2.1 Comprensión total del problema

2.2 Comprensión parcial del problema

A. Comprende la pregunta y los conceptos, pero no sabe qué operaciones utilizar

B. Comprensión de la pregunta, pero no de los conceptos y por tanto tampoco de las operaciones

C. Comprensión del enunciado, los conceptos y las operaciones pero se confunde en la pregunta.

2.3 No hay comprensión del problema

3. Justificación y descripción del proceso de resolución

3.1 Describe y justifica el plan

D. Sí

E. No

3.2 Se establece un plan creativo

F. Sí

G. No

4. Estrategias para la resolución de problemas

H. Selecciona la operación cuyo significado es apropiado para el texto

I. Tanteo

J. Dibujo o esquema

K. Razonamiento directo o cálculo mental

L. Adivina la operación y opera mecánicamente

M. Contesta sin hacer ninguna operación

N. Borra las operaciones

5. Verificación del resultado obtenido

5.1 Verifica el proceso e identifica el error

5.2 No verifica el proceso

❖ ALUMNO 1

[illegible]

[illegible]

❖ ALUMNO 2

CATEGORÍAS	1		2					3					4										5				
	1.1	1.2	2.1	2.2			2.3	3.1		3.2		3.3	4.1					4.2					5.1	5.2			
				A	B	C		D	E	F	G		H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q			R	S	
SESIÓN 1	TAREA 1																										
		X				X		X	X		X						X	X									
	TAREA 2																										
		X				X			X	X	X						X	X	X								X
SESIÓN 2	TAREA 1																										
	X					X		X	X		X		X														X
	TAREA 2																										
	X					X		X		X		X	X	X								X				X	
	TAREA 3																										
X		X						X	X			X				X	X			X						X	
SESIÓN 3	TAREA 1																										
	X					X		X	X		X	X			X					X	X				X		
	TAREA 2																										
	X				X				X		X			X			X	X								X	
	TAREA 3																										
/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
SESIÓN 4	TAREA 1																										
	X		X					X	X		X			X	X			X	X							X	
	TAREA 2																										
	X		X					X		X	X			X						X	X					X	
	TAREA 3																										
	X			X					X		X	X			X			X		X	X						X
TAREA 4																											
X				X				X	X		X		X	X			X		X	X						X	
SESIÓN 5	TAREA 1																										
	X		X					X	X		X	X			X		X	X	X					X			
	TAREA 2																										
	X					X		X		X		X		X			X		X							X	
	TAREA 3																										
	X		X					X	X		X	X			X			X		X						X	
TAREA 4																											
/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
SESIÓN 6	TAREA 1																										

	X							X					X						X						X			
	TAREA 2																											
		X							X		X			X		X			X						X			
	TAREA 3																											
	X							X		X		X		X	X				X	X							X	

❖ ALUMNO 3

CATEGORÍAS	1		2					3					4										5			
	1.1	1.2	2.1	2.2			2.3	3.1		3.2		3.3		4.1					4.2					5.1	5.2	
				A	B	C		D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S			
SESIÓN 1	TAREA 1																									
		X				X		X	X		X	X						X								
	TAREA 2																									
		X				X		X	X		X	X				X		X								X
SESIÓN 2	TAREA 1																									
	X		X					X	X	X	X					X	X									X
	TAREA 2																									
	X			X				X	X	X	X		X	X		X										X
SESIÓN 3	TAREA 1																									
	X					X		X	X	X		X							X							X
	TAREA 2																									
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
SESIÓN 4	TAREA 1																									
	X		X					X	X	X	X	X				X	X		X	X	X					X
	TAREA 2																									
	X					X		X	X	X		X				X	X					X				X
SESIÓN 5	TAREA 1																									
	X		X					X	X	X	X	X				X	X		X	X						X
	TAREA 2																									
	X					X		X	X	X	X	X				X			X							X
SESIÓN 6	TAREA 1																									
	X		X					X	X	X	X	X				X	X		X	X	X					X

	X		X					X	X		X	X	X						X	
	TAREA 2																			
		X		X				X	X		X	X	X					X	X	
	TAREA 3																			
	X				X			X	X	X	X	X						X		X

❖ **ALUMNO 4**

CATEGORÍAS	1		2					3					4										5		
	1.1	1.2	2.1	2.2			2.3	3.1		3.2		3.3		4.1					4.2					5.1	5.2
				A	B	C		D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S		
SESIÓN 1	TAREA 1																								
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/			
	TAREA 2																								
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/			
SESIÓN 2	TAREA 1																								
	x		x					x	x	x	x		x	x	x	x						x			
	TAREA 2																								
	x		x					x	x	x	x		x		x			x	x			x			
	TAREA 3																								
x					x		x	x			x	x			x	x		x				x			
SESIÓN 3	TAREA 1																								
	x		x					x	x			x	x			x						x			
	TAREA 2																								
	x					x		x	x	x		x				x	x	x				x			
	TAREA 3																								
/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/			
SESIÓN 4	TAREA 1																								
	x		x					x			x	x		x	x	x		x	x			x			
	TAREA 2																								
	x		x					x	x			x	x		x	x		x				x			
	TAREA 3																								
	x		x					x	x			x	x			x	x		x				x		
SESIÓN 5	TAREA 4																								
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/			
	TAREA 1																								
	x		x					x	x			x	x		x	x		x	x			x			
	TAREA 2																								
	x					x		x	x	x	x			x	x		x	x	x			x			
SESIÓN 6	TAREA 3																								
	x		x					x	x			x	x			x		x	x	x		x			
	TAREA 4																								
	x		x					x	x			x	x			x	x		x			x			
	TAREA 1																								

	X		X				X	X		X	X	X	X				X	
	TAREA 2																	
	X		X				X	X		X	X	X				X	X	
	TAREA 3																	
	X				X		X	X			X							X

❖ ALUMNO 5

CATEGORÍAS	1		2					3					4										5	
	1.1	1.2	2.1	2.2			2.3	3.1		3.2		3.3	4.1					4.2					5.1	5.2
				A	B	C		D	E	F	G		H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q		
SESIÓN 1	TAREA 1																							
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/		
	TAREA 2																							
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/		
SESIÓN 2	TAREA 1																							
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/		
	TAREA 2																							
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/		
SESIÓN 3	TAREA 1																							
	x					x		x	x	x	x			x	x	x					x			
	TAREA 2																							
	x		x					x	x	x	x	x			x		x	x			x	x		
SESIÓN 4	TAREA 3																							
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/		
	TAREA 4																							
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/		
SESIÓN 5	TAREA 1																							
	x					x		x		x					x	x	x	x				x		
	TAREA 2																							
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/		
	TAREA 3																							
	x					x		x	x	x		x			x		x	x	x				x	
SESIÓN 6	TAREA 4																							
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/		

[illegible]

❖ ALUMNO 6

CATEGORÍAS	1		2					3					4										5		
	1.1	1.2	2.1	2.2			2.3	3.1		3.2		3.3		4.1					4.2					5.1	5.2
				A	B	C		D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S		
SESIÓN 1	TAREA 1																								
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/			
	TAREA 2																								
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/			
SESIÓN 2	TAREA 1																								
	x		x					x	x	x	x	x	x	x	x						x				
	TAREA 2																								
	x		x					x	x	x	x	x	x	x	x						x				
	TAREA 3																								
			x					x	x	x	x	x			x							x			
SESIÓN 3	TAREA 1																								
	x		x					x	x		x	x			x	x			x		x				
	TAREA 2																								
	x					x		x	x	x	x	x					x		x			x			
	TAREA 3																								
	x		x					x	x	x	x	x			x	x		x		x		x			
SESIÓN 4	TAREA 1																								
	x		x					x	x		x			x	x			x				x			
	TAREA 2																								
	x					x		x	x		x	x					x	x				x			
	TAREA 3																								
	x			x				x	x	x	x			x			x				x		x		
TAREA 4																									
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/			
SESIÓN 5	TAREA 1																								
	x		x					x	x		x	x			x			x		x		x			
	TAREA 2																								
	x			x				x	x		x							x				x			
	TAREA 3																								
	x		x					x	x		x	x			x			x		x		x			
TAREA 4																									
	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/			
SESIÓN 6	TAREA 1																								

	x					x		x			x		x		x				x	
	TAREA 2																			
		x			x			x			x		x					x		
	TAREA 3																			
	x					x			x		x	x	x		x			x		

❖ ALUMNO 7

CATEGORÍAS	1		2					3					4								5		
	1.1	1.2	2.1	2.2			2.3	3.1		3.2		3.3		4.1				4.2				5.1	5.2
				A	B	C		D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q		
SESIÓN 1	TAREA 1																						
		X			X			X	X	X		X	X			X			X			X	
	TAREA 2																						
		X			X			X	X	X	X			X		X	X			X		X	
SESIÓN 2	TAREA 1																						
	X		X					X	X	X	X		X		X				X			X	
	TAREA 2																						
	X					X		X	X	X	X	X		X		X				X		X	
	TAREA 3																						
	X		X					X	X	X	X	X	X	X	X				X			X	
SESIÓN 3	TAREA 1																						
	X					X		X	X	X		X				X		X				X	
	TAREA 2																						
		X				X		X	X	X		X	X						X	X		X	
	TAREA 3																						
		X			X		X		X	X	X	X	X	X					X	X	X		
SESIÓN 4	TAREA 1																						
	X		X					X	X	X	X	X	X	X								X	
	TAREA 2																						
	X					X		X	X	X		X	X						X	X		X	
	TAREA 3																						
	X					X		X		X			X		X	X				X		X	
TAREA 4																							
	X			X				X	X	X	X		X	X			X		X	X		X	
SESIÓN 5	TAREA 1																						
	X			X				X	X	X	X					X		X				X	
	TAREA 2																						
	X						X	X	X	X		X				X			X			X	
	TAREA 3																						
	X		X					X		X	X	X	X			X	X					X	
TAREA 4																							
	X			X				X	X	X	X	X			X		X					X	
SESIÓN 6	TAREA 1																						

	x		x					x		x			x		x		x		x		x			x	
	TAREA 2																								
		x			x				x		x			x		x								x	
	TAREA 3																								
		x					x		x				x	x	x		x			x		x		x	

❖ **ALUMNO 8**

CATEGORÍAS	1		2					3					4									5					
	1.1	1.2	2.1	2.2			2.3	3.1			3.2		3.3		4.1					4.2				5.1	5.2		
				A	B	C		D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S				
SESIÓN 1	TAREA 1																										
		X					X		X		X													X			X
	TAREA 2																										
		X			X					X		X		X					X	X				X	X		X
SESIÓN 2	TAREA 1																										
	X						X		X		X		X					X				X				X	
	TAREA 2																										
	X						X		X		X		X								X	X				X	
SESIÓN 3	TAREA 3																										
	X					X			X		X		X				X			X		X	X	X	X		
	TAREA 1																										
	X				X					X		X		X				X			X		X	X			X
SESIÓN 3	TAREA 2																										
	/	/	/		/	/	/	/		/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
	TAREA 3																										
		X					X			X		X		X							X	X					X
SESIÓN 4	TAREA 1																										
	X				X					X		X		X		X	X						X	X			X
	TAREA 2																										
	X					X					X		X		X						X	X					X
	TAREA 3																										
	/	/	/		/	/	/	/		/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
SESIÓN 4	TAREA 4																										
	/	/	/		/	/	/	/		/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
	TAREA 1																										
	X					X				X		X		X	X						X					X	
	TAREA 2																										
	X						X				X		X		X							X					X
SESIÓN 5	TAREA 3																										
	X					X				X		X		X	X						X					X	
	TAREA 4																										
	/	/	/		/	/	/	/		/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
	TAREA 1																										
	/	/	/		/	/	/	/		/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
SESIÓN 6	TAREA 1																										

[illegible]

❖ ALUMNO 9

[illegible]

	x		x					x	x			x		x		x				x	x		x	
	TAREA 2																							
		x					x	x	x		x		x											x
	TAREA 3																							
	x				x				x	x	x		x								x	x		



Facultad de Educación

**MÁSTER EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE EDUCACIÓN
SECUNDARIA**

Resolución de Problemas:

Una experiencia en la asignatura de Taller de Matemáticas

Problem-solving: experiences in the Mathematics Workshop subject

FICHAS DE LAS SESIONES PROPUESTAS

Alumno/a: Ana Sánchez Pérez

Especialidad: Matemáticas

Director/a: María José González López

Curso: 2013-2014

Fecha: 15 de julio de 2014

Nombre y Apellidos:

PROBLEMAS COMBINADOS DE LAS CUATRO OPERACIONES

Estructura general para llevar a cabo la resolución de problemas de matemáticas.

1. COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA

- Subrayar los datos y la pregunta del problema.
- Contar el problema de forma "telegráfica":
 - Sé... y... y... (Datos)
 - Con estos datos tengo que calcular... (Pregunta)

2. IDEAR UN PLAN DE RESOLUCIÓN

- Pienso en lo que puedo calcular con los datos del problema.
- Pienso en lo que voy a ir calculando y en qué orden lo voy a hacer, para llegar a la solución.

3. EJECUTAR EL PLAN PENSADO

- Tengo que escribir para qué hago cada cálculo.
 - Primero, calculo...
 - Después, calculo...
 - Después, calculo...
- Al final escribo la respuesta completa a la pregunta del problema.

4. COMPROBAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA.

- Repaso toda la ejecución del plan.
- Llevo la respuesta al texto del problema y... pienso si la historia que resulta es lógica... ¿Todo encaja?

Durante las sesiones, para resolver cada tipo de problemas, debes escribir con orden, claridad y limpieza, **SOLAMENTE EL TERCERO** de los pasos anteriores.

- *Haz tus cálculos a borrador, y recuerda el cuarto paso antes de escribir el resultado.*
- *Lo importante es la validez y la claridad de tu razonamiento.*

Nombre y Apellidos:

En una cancha de baloncesto, por cada dos entradas que se compran pueden entrar a ver el partido tres personas. ¿Cuántas entradas se habrán vendido, como mínimo, si hay 1.800 personas viendo el partido?

- Si por cada 2 entradas entran 3 personas, cuántas personas entrarán por una sola entrada?
- ¿Cuántas entradas se necesitarán para que entren 1800 personas a la cancha teniendo en cuenta el apartado anterior?

En una granja hay 3800 gallinas. Cada gallina suele poner 4 huevos cada 5 días. ¿Cuántas docenas de huevos se recogen en esa granja al cabo de 30 días?

- Si una sola gallina pone 4 huevos cada 5 días, cuántos huevos pone esa misma gallina en 30 días?
- ¿Cuántos huevos pondrán 3800 gallinas en 30 días?
- ¿Cuántas docenas hay en el total de huevos del apartado anterior?

Nombre y Apellidos:

Este año el precio del libro de matemáticas ha subido 1,40 €. Por 20 libros se ha pagado este año 230 €. ¿Cuánto costaba el libro de matemáticas el año pasado?

- Si 20 libros cuestan ahora 230€, ¿cuánto nos costará ahora un solo libro?
- Si este año le añadieron al precio del libro 1.40€, ¿cuánto costaba un libro el año pasado?

Con 50 kg de harina un panadero hace 100 kg de pan. ¿Cuántos panecillos de 50 g. se podrá hacer con 500 g. de harina?

- ¿Cuántos gramos son 50 kg de harina y cuántos gramos son 100 kg de pan?
- ¿Cuánto pan consigo con 500 gramos de harina?
- Si un panecillo son 50gramos, ¿cuántos panecillos me saldrán con el resultado del apartado anterior?

Nombre y Apellidos:

En una finca se han recogido 6.140 manzanas. Se colocan en cajas. En cada caja se ponen dos capas de manzanas y en cada capa se ponen 4 filas de 6 manzanas. Si al colocarlas se tiran 380 manzanas porque estaban podridas, ¿cuántas cajas se habrán llenado?

- Si hay 380 manzanas podridas, ¿cuántas manzanas podremos usar?
- Si cada fila tiene 6 manzanas, ¿cuántas filas totales tendremos?
- Si en cada capa se ponen 4 filas, ¿cuántas capas totales tendremos?
- Si en cada caja se ponen 2 capas, ¿cuántas cajas tendremos finalmente?

Nombre y Apellidos:

PROBLEMAS DE RECuento SISTEMÁTICO

Los problemas de RECuento SISTEMÁTICO plantean situaciones en las que hay que hallar todas las soluciones posibles.

Por lo tanto, habrá que proceder con mucho cuidado, siguiendo alguna estrategia, para no olvidarse de ninguna solución.

1. LEE DESPACIO EL PROBLEMA. CUÉNTATELO. ENUMERA LAS CONDICIONES QUE TE IMPONE.

- Halla una solución que respete las condiciones.
- Te darás cuenta de que puedes hallar más soluciones.

2. BUSCA UN PLAN QUE TE PERMITA IR HALLANDO TODAS LAS SOLUCIONES, DE UNA EN UNA.**3. APLICA SISTEMÁTICAMENTE TU PLAN.**

- Agota todas las posibilidades que puedan darse.

4. REVISA LO QUE HAS HECHO.

- ¿Has sido sistemático?
- ¿Estás seguro de que no falta ninguna solución?
- ¿Podrías haber utilizado otro plan para hallar todas las soluciones?

SESIÓN 2-FICHA 2

VIERNES. 28. MARZO

Nombre y Apellidos:

Lanzamos tres dados A, B y C. Calcula de cuántas maneras se puede obtener 7 puntos sumando las puntuaciones que han salido en los tres dados.

Rellena sistemáticamente la siguiente tabla para resolver el problema.

[illegible]

Creo que hay 15 soluciones

COMBINACIONES TOTALES:

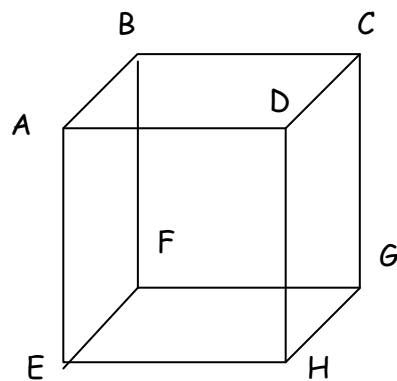
En el colegio se ha organizado un torneo de ajedrez. Se han presentado 10 alumnos.

Todos tienen que jugar contra todos una sola vez. Haz el recuento rellinando en la tabla los partidos que juega cada uno, tachando los repetidos y haciendo el recuento final.

P.1	P.2	P.3	P.4	P.5	P.6	P.7	P.8	P.9	P.10
1-2									
1-3									
PARTIDOS TOTALES									

Nombre y Apellidos:

La hormiga que está en el vértice B se mueve siempre siguiendo las aristas del taco de madera y nunca pasa dos veces por el mismo sitio.



* ¿De cuántas formas diferentes puede ir de B hasta H, por el camino más corto?

Escribe de forma elegante estos caminos.

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.

- * La hormiga tiene 6 formas diferentes de ir de B hasta H, recorriendo 5 aristas. Nombra estos 6 caminos.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

- * La hormiga puede ir también desde B hasta H, por 6 caminos siguiendo 7 aristas. Nómbralos.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

Nombre y Apellidos:

PROBLEMAS DE INDUCCIÓN/GENERALIZACIÓN

Los problemas de INDUCCIÓN plantean situaciones en las que hay que relacionar las variaciones que se observan entre dos magnitudes.

Se trata de estudiar sistemáticamente casos particulares para intentar buscar a través de la relación que se observa en estos casos particulares la ley (regla) general que relaciona los cambios entre ambas magnitudes.

1. COMPRENDER EL PROBLEMA.

¿Cuáles son las dos variables que el problema pide relacionar?

1ª variable							
2ª variable							

2. ANALIZAR SISTEMÁTICAMENTE CASOS PARTICULARES.

Hay que ir rellenando la tabla, empezando por los casos más sencillos.

1ª variable	*	*	*	*	*	*	*
2ª variable	---	---	---	---	---	---	---

3. BUSCAR LA LEY QUE PARECE CUMPLIRSE.

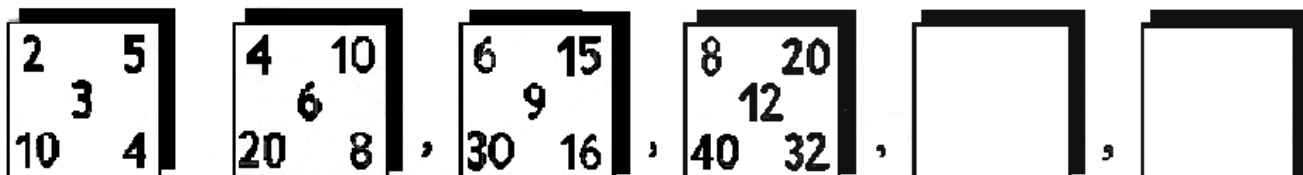
- Hay que fijarse en las diferentes columnas de la tabla. ¿Qué relación hay entre la 1ª y 2ª variable?
- Muchas veces el procedimiento seguido para hallar los casos particulares permite descubrir la ley...

4. ESCRIBIR LA LEY GENERAL.

- Cuando creas haber encontrado algo, trata de escribirlo en forma general.
- Comprueba que la ley se cumple para los casos siguientes.

Nombre y Apellidos:

Continúa las siguientes series y explica tu razonamiento en cada una de ellas:



Fíjate en el valor central del cuadrado.

-¿Cuál sería el valor central del cuadrado colocado en el lugar 10?

-¿Cómo describirías la ley correspondiente a ese valor?

-Describe la ley de los demás valores del cuadro.

$$\frac{1}{2} \quad \frac{-1}{4} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{-1}{8} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{-1}{12} \quad \frac{1}{14} \quad \frac{-1}{16}$$

Fíjate en el numerador y en el denominador.

-¿Cuál sería el valor del numerador de la fracción colocada en el lugar 20?

-¿Cómo describirías la ley correspondiente a ese valor?

-Describe la ley del denominador.

-¿Cuál sería la fracción colocada en el lugar 100?

Nombre y Apellidos:

Es fácil observar que cuantos más puntos dibujamos sobre una recta, más segmentos diferentes se determinan.

____|_____|____

Dos puntos (A y B)

A

B

Un segmento (AB)

____|_____|____|____

Tres puntos (A, B y C)

A

B

C

Tres segmentos (AB, AC, BC)

- Rellena la siguiente tabla para estudiar la relación que existe entre número de puntos y número de segmentos diferentes.

Nº de puntos	2	3	4	5	6	
Nº de segmentos	1	3				

- ¿Te resultan familiares los números de la segunda fila? ¿Por qué?
- ¿Cuál es la ley que parece relacionar el número de puntos con el número de segmentos?

LEY:

Nº de segmentos =

- Si hemos dibujado 20 puntos, hemos determinado segmentos.

Nombre y Apellidos:

El triángulo de Pascal

Fila

				1						1ª
			1		1					2ª
		1		2		1				3ª
	1		3		3		1			4ª
	1	4		6		4		1		5ª
	1	5	10		10	5		1		6ª
	1	6	15	20	15	6		1		7ª
	1	7	21	35	35	21	7		1	8ª
1	8	28	56	70	56	28	8		1	9ª
										10ª
										11ª

* Continúa rellenando las dos filas siguientes de la tabla.

FILA 10

FILA 11

* Fíjate en cómo se van rellenando las filas. Busca la ley de formación.

LEY DE FORMACIÓN DE LAS FILAS:

- * Investiga a qué es igual la suma de los números de una fila. Rellena la siguiente tabla con tus cálculos.

FILA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
SUMA										

- * ¿Qué relación hay entre el **número de la fila** y la **suma** de los números de esa fila?

- * Aplica tu descubrimiento. ¿Cuánto sumarán los números de la fila 20?

FILA 20 → SUMA TOTAL:

Nombre y Apellidos:

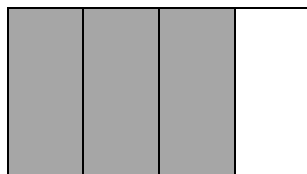
PROBLEMAS ARITMÉTICOS CON DATOS FRACCIONARIOS

Para pensar y resolver problemas con datos fraccionarios, la mejor estrategia es dibujar un rectángulo e ir representando en él los datos del problema.

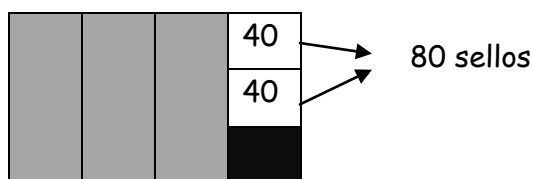
"He regalado los $\frac{3}{4}$ de mi colección de sellos a una amiga. Después he pegado en un álbum $\frac{1}{3}$ de los que me quedaban. He contado los que tenía sin pegar y eran 80. ¿Cuántos sellos tenía al principio?"

- Como es un problema con datos fraccionarios, dibujo un rectángulo, en el que voy a representar los datos del problema.

- a) Primero represento los sellos que he regalado a mi amiga, sobre el total de sellos.



- b) Después represento los que he pegado en el álbum y apunto en el rectángulo los que me han quedado sin pegar del total.



- c) Por fin, fijándome en el rectángulo, calculo los sellos que tenía al principio. Cada casilla son 40 sellos, y si cada cuarto tiene 3 casillas, es decir, 120 sellos. Por lo tanto lo que tenemos que calcular es **4 veces 120 (480 sellos)**.

- Compruebo el resultado, llevándolo al texto del problema.

$$\frac{3}{4} \text{ de } 480 = 360; \quad \frac{1}{3} \text{ de } 120 = 40 \quad \text{En efecto: } 480 = 360 + 40 + 80$$

Nombre y Apellidos:

Dos amigos han cogido canicas de una bolsa. Uno ha cogido los $\frac{3}{7}$ de las canicas de la bolsa, y el otro ha cogido los $\frac{7}{8}$ de las canicas que quedaban en la bolsa. Al final han quedado en la bolsa sólo 8 canicas. ¿Cuántas canicas había en la bolsa?

a) Representa la bolsa de canicas mediante un rectángulo:

- Señala en el rectángulo las canicas que ha cogido el primer amigo.
- Señala en el rectángulo las canicas que ha cogido el segundo amigo.
- Coloca en el rectángulo las 8 canicas que quedan.

b) Utiliza el rectángulo para saber cuántas canicas hay en total.

c) Comprueba que la solución tiene sentido.

Jana ha abierto una botella de litro y ha bebido $\frac{2}{5}$ de la botella. Más tarde Irene ha bebido los $\frac{3}{4}$ de lo que quedaba. ¿Quién ha bebido más? ¿Por qué?

a) Representa la botella de litro mediante un rectángulo.

- Señala en el rectángulo la cantidad que ha bebido Jana
- Señala en el rectángulo la cantidad que ha bebido Irene.

b) Utiliza el rectángulo para saber cuánta cantidad ha bebido cada una.

c) Comprueba si la solución obtenida tiene sentido.

Nombre y Apellidos:

En una votación parlamentaria, $\frac{5}{8}$ de los diputados votó a favor. En contra, votaron $\frac{3}{4}$ del resto de los diputados y 24 votaron en blanco. ¿Cuántos diputados estaban presentes en la votación?

a) Representa mediante un rectángulo todos los diputados.

- Señala en el rectángulo los diputados que votaron a favor.
- Señala en el rectángulo los diputados que votaron el contra.
- Coloca en el rectángulo los 24 diputados que votaron en blanco.

b) Utiliza el rectángulo para saber cuántas canicas hay en total.

c) Comprueba si la solución tiene sentido.

En una clase de 36 alumnos no han podido hacer un examen los $\frac{2}{9}$ de la clase porque estaban con gripe. El resto se presentó al examen. Suspendieron el examen los $\frac{2}{7}$ de los que se presentaron. ¿Qué fracción del total de la clase aprobó el examen?

a) Representa en un rectángulo el total de alumnos de la clase.

- ¿Cuánto alumnos totales hay en la clase?
- Señala en el rectángulo los alumnos que estaban con gripe.
- Señala en el rectángulo los alumnos que suspendieron el examen.

b) Utiliza el cuadrado para saber cuántos aprobaron el examen y qué fracción del total de la clase aprobó el examen.

c)

Nombre y Apellidos:

PROBLEMAS ARITMÉTICOS CON DATOS PORCENTUALES

Los problemas de porcentajes son simples problemas de multiplicar, porque un porcentaje no es más que un operador multiplicativo decimal

EXISTEN TRES MODELOS DE PROBLEMAS DE PORCENTAJES:

1. "HALLAR UN CIERTO PORCENTAJE DE UNA CANTIDAD"

Ejemplo: Hallar el 15% de la cantidad 3.000 €.

$$15\% = 0,15$$

$$0,15 \times 3.000 \text{ €} = 450 \text{ €}. \quad \text{En efecto: } 450 / 3000 = 0,15 = 15\%$$

2. "HALLAR LA CANTIDAD QUE RESULTA AL EFECTUAR UN AUMENTO PORCENTUAL"

Ejemplo: Aumentar un 15% la cantidad de 3.000 €

$$+ 15\% = 115\% = 1,15$$

$$1,15 \times 3.000 \text{ €} = 3450 \text{ €}. \quad \text{En efecto: } 3450 / 3000 = 1,15 = 115\%$$

3. "HALLAR LA CANTIDAD QUE RESULTA AL EFECTUAR UNA DISMINUCIÓN PORCENTUAL"

Ejemplo: Disminuir un 15% la cantidad de 3.000 €

$$- 15\% = 85\% = 0,85$$

$$0,85 \times 3.000 \text{ €} = 2550 \text{ €}. \quad \text{En efecto: } 2550 / 3000 = 0,85 = 85\%$$

Nombre y Apellidos:

Irene salió de casa con 18 €. Gastó el 30% de su dinero en el cine y el 15% de lo que le quedaba en un bocadillo. ¿Con cuánto volvió a su casa?

- Calcula cuánto dinero se gastó en el cine.
- Calcula cuánto dinero le queda.
- Calcula cuánto dinero se gasta en el bocadillo.
- Calcula cuánto ha pagado por el bocadillo y por el cine en total.
- ¿Cuánto dinero le queda para volver a casa?

Javier ha ensayado el tiro a canasta desde la línea de tiros libres. Ha hecho 120 lanzamientos y ha fallado 45. ¿Cuál ha sido su porcentaje de aciertos?

- ¿Cuál es el porcentaje de los 120 lanzamientos totales que ha hecho Javier?
- ¿Cuál es el porcentaje de los 45 lanzamientos que ha fallado Javier?
- Si Javier ha tirado 120 lanzamientos y ha fallado 45, ¿cuántos ha acertado?
- ¿Qué porcentaje son los lanzamientos que ha acertado Javier?

Nombre y Apellidos:

Una tienda de discos aumentó los precios un 5%. Haz tus cálculos y completa la tabla.

PRECIO ANTIGUO	PRECIO NUEVO
20 €	
15 €	
42 €	

- ¿Cuál es el 5% de 20€?
- ¿Cuál es el 5% de 15€?
- ¿Cuál es el 5% de 42€?

En una playa había 3,8 toneladas de "chapapote" del Prestige. Por la mañana unos voluntarios recogieron el 20%. Por la tarde los pescadores recogieron el 30% de lo que quedaba.

- ¿Qué porcentaje de chapapote se recogió por la mañana? ¿Cuántos kilos son?
- ¿Cuántos kilos de chapapote quedan por recoger?
- ¿Qué porcentaje de chapapote se recogió por la tarde? ¿Cuántos kilos son?
- ¿Cuántos kilos de chapapote se recogieron en todo el día?
- ¿Cuál es el porcentaje del chapapote total que se recogió? ¿Se recogió el 50 % del chapapote que había en la playa?

Nombre y Apellidos:

LOS PROBLEMAS LÓGICOS

Lo más importante en los problemas lógicos es comunicar y justificar la solución con claridad y elegancia. Para ser un buen resolutor de este tipo de problemas hay que ser sistemático, perseverante, ingenioso y sobre todo hay que tener espíritu crítico.

1. Comprensión del problema.

- Lee despacio el problema. Cuéntatelo.
- Expresa de otra forma, a tu manera, lo que te plantea el problema.
- Aclárate, si no entiendes algún matiz del problema.

2. Idear un plan de solución

- Haz un esquema, dibujo o diagrama...
- ¿Se puede simplificar el problema?
- Cuando se te ocurra algo trata de verbalizarlo...
Imagínate que lo tienes que decir en voz alta.
- Piensa si has resuelto algún problema parecido.

Cuando creas tener una respuesta...

3. Ejecutar el plan pensado.

- Redacta con claridad tu respuesta.
- Si es necesario, explica tu razonamiento dividiéndolo en pasos ordenados o mediante un esquema.

4. Revisar la respuesta.

- ¿Está redactada con claridad? ¿Puedes mejorar tu explicación?
- ¿Tienes alguna duda? ¿Dónde? ¿Por qué?

Nombre y Apellidos:

Tres amigas, Begoña, Nerea y María están tomando café. Nerea comenta: "¿Os habéis fijado que tenemos un sombrero negro, otro blanco y otro marrón, pero que la inicial del color no coincide nunca con la inicial de nuestro nombre?"

"Es cierto, no me había fijado", contesta la del sombrero blanco.

- En la siguiente tabla, pon una cruz en aquellas casillas en las que no pueda coincidir el color del sombrero con el nombre de cada una de las amigas.

	Sombrero blanco	Sombrero negro	Sombrero marrón
Begoña			
Nerea			
María			

- Si Nerea está hablando con otra de las amigas, y esta segunda es la que lleva el sombrero blanco, ¿puede Nerea ser la que tiene el sombrero blanco?
- Entonces, ¿qué sombrero lleva cada amiga?

La mitad del triple de un número es 12. ¿Cuál es ese número?

- Si llamamos al número que queremos encontrar X, ¿cuál es el triple de ese número?
- ¿Cuál es la mitad del número del apartado anterior?
- Finalmente, ¿cuál es el número pedido?

Nombre y Apellidos:

Tienes que rellenar los siguientes cuadros con los nueve primeros números, del 1 al 9. Los resultados de los productos de los números de cada fila y/o columna están indicados al margen.

			6
			120
			504
28	80	162	

			48
			20
			378
12	84	360	

- Descompón en factores primos los siguientes números:
 - 6=
 - 120=
 - 504=
 - 162=
 - 80=
 - 28=

 - 48=
 - 20=
 - 378=
 - 360=
 - 84=
 - 12=

- Ahora que ya sabes la descomposición de cada fila y de cada columna empieza rellenando los cuadrado de mayor a menor, es decir, haciendo primero los productos que mayor valor tenga. (504-162-120...) y (378-360-84...)

Nombre y Apellidos:

En una cesta hay en total 20 frutas entre peras, manzanas y naranjas. Hemos contado 12 manzanas, más peras que naranjas y 9 frutas podridas. Si sabemos además que hay 7 manzanas sanas y 3 naranjas podridas, ¿cuántas peras hay en la cesta?

Rellena la tabla poniendo en cada casilla el número de frutas que correspondan:

	MANZANAS	PERAS	NARANJAS	TOTAL
SANAS				
PODRIDAS				
TOTAL				

- En el caso de las peras y las naranjas dice que hay más peras que naranjas:
 - ¿Cuánto tienen que sumar todas las naranjas y todas las peras juntas para que haya 20 frutas en total?
 - ¿Cuánto tienen que sumar conjuntamente las naranjas sanas y las peras sanas?
 - Escribe todas las posibilidades que existen para que la suma de las naranjas y las peras de el resultado del primer apartado.
 - ¿Qué opciones de las anteriores debes descartar si el número de peras es mayor que el número de naranjas?
 - Si sabemos que las peras totales es igual a la suma de las sanas y de las podridas, entonces el número de peras totales nunca podrá ser inferior al número de peras podridas. Lo mismo ocurre en el caso de las naranjas. ¿Qué opciones descartamos también del apartado 3?



Facultad de Educación

**MÁSTER EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE EDUCACIÓN
SECUNDARIA**

Resolución de Problemas:

Una experiencia en la asignatura de Taller de Matemáticas

Problem-solving: experiences in the Mathematics Workshop subject

SELECCIÓN DE PROBLEMAS RESUELTOS

Alumno/a: Ana Sánchez Pérez

Especialidad: Matemáticas

Director/a: María José González López

Curso: 2013-2014

Fecha: 15 de julio de 2014

Nombre y Apellidos: _____

En una cancha de baloncesto, por cada dos entradas que se compran pueden entrar a ver el partido tres personas. ¿Cuántas entradas se habrán vendido, como mínimo, si hay 1.800 personas viendo el partido?

❖ DESARROLLO DEL PROBLEMA: 1º La gente que entran gratis.
 $\frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ 2º Juego calculo cuanto es $\frac{1}{3}$ de 1800
 $\frac{1}{3}$ de 1.800 = $\frac{600}{1}$ = 600 personas entran gratis ✓
 (Labels: tickets que entran, pagan entrada, entran gratis del ticket)

$\begin{array}{r} 1800 \\ - 600 \\ \hline 1200 \end{array}$ personas han pagado entrada

SOLUCIÓN: Se han vendido 1.200 entradas

En una granja hay 3800 gallinas. Cada gallina suele poner 4 huevos cada 5 días.
 ¿Cuántas docenas de huevos se recogen en esa granja al cabo de 30 días?

❖ DESARROLLO DEL PROBLEMA: Hago la ~~tabla~~ regla de 3 = $(30 \cdot 4) : 5 = 24$
 $20 : 5 = 24$

5 días → Pone 4 huevos.
 30 días → $x = 24$ huevos de cada gallina en 30 días.
 $24 \cdot 3.800 = 91.200$ huevos ponen todas las gallinas.
 $91.200 : 12 = 7599$ docenas de huevos

7600 docenas

SOLUCIÓN: 7599 docenas de huevos

Nombre y Apellidos: _____

En una cancha de baloncesto, por cada dos entradas que se compran pueden entrar a ver el partido tres personas. ¿Cuántas entradas se habrán vendido, como mínimo, si hay 1.800 personas viendo el partido?

❖ DESARROLLO DEL PROBLEMA:

$$\frac{2}{3} - \frac{2}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)$$

Primero calculo que fracción del agente va gratis. ✓

Luego calculo cuanto es $\frac{2}{3}$ de 1800

$$\frac{1}{3} \text{ de } 1800 = \frac{600}{3} = 200 \text{ personas}$$

entran gratis →

Respuesta: 1800 personas en total, 200 personas entran gratis, 1600 personas pagan.

SOLUCIÓN: 1200 Personas van gratis

En una granja hay 3800 gallinas. Cada gallina suele poner 4 huevos cada 5 días.

¿Cuántas docenas de huevos se recogen en esa granja al cabo de 30 días?

P

❖ DESARROLLO DEL PROBLEMA:

hago una regla de 3

5 días → 4 h

30 días → $x = 24$ huevos 1 gallina P.

$$24 \cdot 3800 = 91200 \text{ huevos todas las gallinas P.}$$

$$91200 : 12 = 7600 \text{ docenas de huevos P.}$$

SOLUCIÓN: En 30 días ponen 7600 docenas de huevos

Nombre y Apellidos:

En una cancha de baloncesto, por cada dos entradas que se compran pueden entrar a ver el partido tres personas. ¿Cuántas entradas se habrán vendido, como mínimo, si hay 1.800 personas viendo el partido?

❖ DESARROLLO DEL PROBLEMA:

2. entradas pueden entrar a ver el partido 3 personas

$1800 \div 3 = 600 \rightarrow 600$ personas entran gratis a ver el partido

$\frac{3}{2} \rightarrow$ entran a ver el partido (pagando + gratis)

$\frac{2}{3} \rightarrow$ entradas al partido pagando $\Rightarrow \frac{2}{3}$ de 1800 = $\frac{1800 \cdot 2}{3} = 1200$ personas tienen que comprar entrada

entrada 2€
Cada 3 pers.

1800 personas tienen que comprar entrada

porque si hay 1800 pers y cada 3 pers. paga 2€

1800 entre 3 por 2,

SOLUCIÓN: 1200 personas entran al partido pagando

En una granja hay 3800 gallinas. Cada gallina suele poner 4 huevos cada 5 días.

¿Cuántas docenas de huevos se recogen en esa granja al cabo de 30 días?

❖ DESARROLLO DEL PROBLEMA:

una granja hay 3800 gallinas, Cada gallina pone 4 huevos cada 5 días.

$3800 \cdot 4 = 15200$

$15200 \cdot 6 = 91200$

huevos que ponen las 3800 gallinas en 5 días

huevos que ponen las 3800 gallinas en 30 días

3800 gallinas

15200 huevos $\rightarrow$ 5 días

$\times$ huevos $\rightarrow$ 30 días

91.200 docenas

3800 gallinas
4 huevos
cada 5 días

7600 docenas

$x = \frac{30 \cdot 15200}{5}$

$= 15200 \cdot 6$

$= 91200$ huevos en 30 días

EXPLICAR MEJOR!!

7599 docenas de huevos

SOLUCIÓN: 91.200 docenas de huevos al cabo de 30 días

NO 2

Nombre y Apellidos:

Lanzamos tres dados A, B y C. Calcula de cuántas maneras se puede obtener 7 puntos sumando las puntuaciones que han salido en los tres dados.

Rellena sistemáticamente la siguiente tabla para resolver el problema.

	(2)	10	4	13	(15)	9	(NO)	5	(11)	(2)	8	(2)	(15)	6	(11)
DADO A	1	3	2	4	5	2	1	1	3	1	2	1	5	2	3
DADO B	2	1	2	1	1	4	3	5	2	2	3	2	1	1	2
DADO C	4	3	3	2	1	1	1	1	2	4	2	4	1	4	2

β. β. β. β. β. β. ↓ β. β. ↓ repetida β. ↓ repetida repet. β. ↓ repetida



Creo que hay 15 soluciones

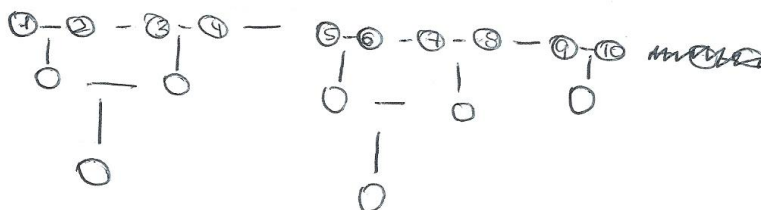
10/15
 → 1 1 1 5
 → 1 1 3 3
 → 1 1 4 2
 → 3 1 3 1
 → 4 1 2 1

SOLUCIÓN:

En el colegio se ha organizado un torneo de ajedrez. Se han presentado 10 alumnos.

Todos tienen que jugar contra todos una sola vez.

Haz el recuento y explica de forma elegante cuántas partidas se jugarán.



J1 → 9 partidos
 J2 → 8 partidos
 J3 → 7
 J4 → 6
 J5 → 5

J6 → 4
 J7 → 3
 J8 → 2
 J9 → 1

SOLUCIÓN: 45 partidos totales

Nombre y Apellidos:

Lanzamos tres dados A, B y C. Calcula de cuántas maneras se puede obtener 7 puntos sumando las puntuaciones que han salido en los tres dados.

Rellena sistemáticamente la siguiente tabla para resolver el problema.

	(2)	10	4	13	(15)	9	(NO)	5	(11)	(2)	8	(2)	(15)	6	(11)
DADO A	1	3	2	4	5	2	1	1	3	1	2	1	5	2	3
DADO B	2	1	2	1	1	4	3	5	2	2	3	2	1	1	2
DADO C	4	3	3	2	1	1	1	1	2	4	2	4	1	4	2

β. β. β. β. β. β. ↓ β. β. ↓ repetida β. ↓ repetida repet. β. ↓ repetida



Creo que hay 15 soluciones

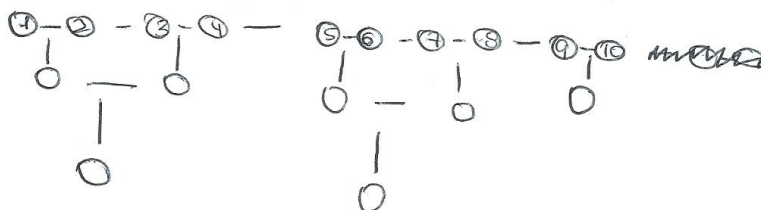
10/15
 → 1 1 1 5
 → 1 1 3 3
 → 1 1 4 2
 → 3 1 3 1
 → 4 1 2 1

SOLUCIÓN:

En el colegio se ha organizado un torneo de ajedrez. Se han presentado 10 alumnos.

Todos tienen que jugar contra todos una sola vez.

Haz el recuento y explica de forma elegante cuántas partidas se jugarán.



J1 → 9 partidos
 J2 → 8 partidos
 J3 → 7
 J4 → 6
 J5 → 5

J6 → 4
 J7 → 3
 J8 → 2
 J9 → 1

SOLUCIÓN: 45 partidos totales

* La hormiga tiene 6 formas diferentes de ir de B hasta H, recorriendo 5 aristas. Nombra estos 6 caminos. (6 letras)

- B + A + E + F + G + H - β .

2/6

- B + A + D + C + G + ~~H~~ - β .

- B + C + D + E + H - NO

- B + C + F + E + H - NO

- B + D + A + E + ~~H~~ - NO

- B + A + E + F + D + ~~H~~ - NO

no se puede
atravesar el
cubo, solo
por aristas

- B C D A E H

- B C G F E H

- B F G C D H

- B F E A D H

SOLUCIÓN:

* La hormiga puede ir también desde B hasta H, por 6 caminos siguiendo 7 aristas. Nómbralos. (8 letras)

~~B + A + E + F + D + C + B + E + H~~

3/6

* B + A + E + F + G + C + D + H β .

- B + C + D + A + E + F + G + H β .

- B + F + E + A + D + C + G + ~~H~~ β .

- B + C + G + F + B + A + E + H $\rightarrow$ no se pueden repetir letras

* B + A + E + F + G + C + D + H $\rightarrow$ repetido con el primero

- B + ~~F~~ + E + A + B + C + G + H $\rightarrow$ no se pueden repetir letras

~~B + F + E + A + B + C + G + H~~

- B F G C D A E H

- B C G F E A D H

- B A D C G F E H

SOLUCIÓN:

Nombre y Apellidos:

Lanzamos tres dados A, B y C. Calcula de cuántas maneras se puede obtener 7 puntos sumando las puntuaciones que han salido en los tres dados.

Rellena sistemáticamente la siguiente tabla para resolver el problema.

	5	X	12	14	15	1	2	3	4	5	15	11	3	2	1
DADO A	1	2	3	4	5	1	1	1	1	1	5	3	1	1	1
DADO B	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5	4	2	3	2	1
DADO C	1	2	1	1	1	5	4	3	2	1	1	2	3	4	5

P. ↓ P. P. P. P. P. P. P. P. P. ↓ P. ↓ ↓ ↓ Repetido
 $2+4+2=8$ Repetido Repetido Repetido Repetido



Creo que hay 15 soluciones

10/15

- 2 1 1 4
 - 2 1 2 3
 - 2 1 3 2
 - 2 1 4 1
 - 3 1 1 3
 - 4 1 1 2

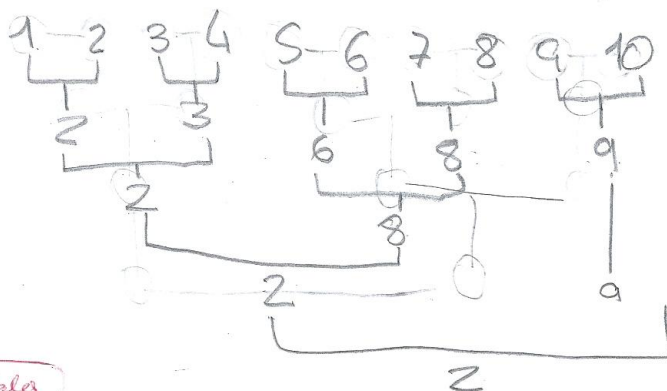
SOLUCIÓN: Hay 15 soluciones

En el colegio se ha organizado un torneo de ajedrez. Se han presentado 10 alumnos.

Todos tienen que jugar contra todos una sola vez.

Haz el recuento y explica de forma elegante cuántas partidas se jugarán

J1 - 9 partidos
 J2 - 8
 J3 - 7
 J4 - 6
 J5 - 5
 J6 - 4
 J7 - 3
 J8 - 2
 J9 - 1

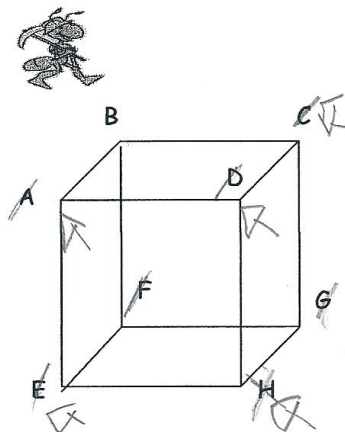


45 partidos totales

SOLUCIÓN: Se jugarán 10 partidas

Nombre y Apellidos:

La hormiga que está en el vértice B se mueve siempre siguiendo las aristas del taco de madera y nunca pasa dos veces por el mismo sitio.



* ¿De cuántas formas diferentes puede ir de B hasta H, por el camino más corto?

Escribe de forma elegante estos caminos.

Puede ir desde B a ~~H~~ así:
B, A, D, H; B, C, G, H; B, F, E, H
 B. B. B.

- BAEH
 - BCDH
 - BFGH

3/6

SOLUCIÓN: Puede ir por tres caminos

~ La hormiga tiene 6 formas diferentes de ir de B hasta H, recorriendo 3 aristas. Nombra estos 6 caminos.

Hay - B-A-D-E-G-H → no se puede atravesar el cable
 - B-E-E-A-D-H → repetido
 - B-A-D-C-G-H P.
 - B-E-G-C-D-H P.
 - B-A-E-A-D-H P.
 - B-A-E-F-G-H
 - B-C-D-A-E-H
 - B-C-G-F-E-H

3/6

SOLUCIÓN:

* La hormiga puede ir también desde B hasta H, por 6 caminos siguiendo 7 aristas. Nómbralos.

- B-A-D-C-G-F-E-H P.
 - B-C-D-A-E-F-G-H P.
 - B-F-E-A-D-C-G-H P.
 - B-A-E-F-G-F-G-D-H P.
 - B-C-G-F-E-A-D-H P.
 - B-F-G-G-D-A-E-H P.

6/6

SOLUCIÓN:

SESIÓN 2-FICHA 2

VIERNES.27.MARZO

Nombre y Apellidos:

Lanzamos tres dados A, B y C. Calcula de cuántas maneras se puede obtener 7 puntos sumando las puntuaciones que han salido en los tres dados.

Rellena sistemáticamente la siguiente tabla para resolver el problema.

	11	14	15	12	7	8	9	4	6	10	3	X	5	1	2	
DADO A	3	4	5	3	2	2	2	1	2	3	1	3	1	1	1	4
DADO B	2	2	1	3	2	3	4	4	1	1	3	2	5	1	2	1
DADO C	2	1	1	1	3	2	1	2	4	3	3	3	1	5	4	2
	B.	B.	B.	B.	B.	B.	B.	B.	B.	B.	B.	↓	B.	B.	B.	

$$3+2+3=8$$



Creo que hay 15 soluciones

14/15

SOLUCIÓN:

En el colegio se ha organizado un torneo de ajedrez. Se han presentado 10 alumnos.

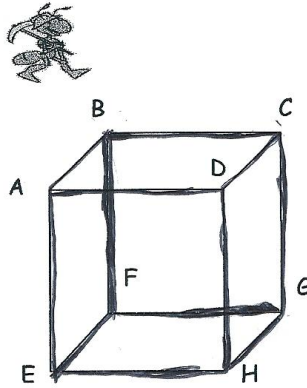
Todos tienen que jugar contra todos una sola vez.

Haz el recuento y explica de forma elegante cuántas partidas se jugarán

B - 45 partidos se jugarán. ¿por qué?

Nombre y Apellidos: _____

La hormiga que está en el vértice B se mueve siempre siguiendo las aristas del taco de madera y nunca pasa dos veces por el mismo sitio.



* ¿De cuántas formas diferentes puede ir de B hasta H, por el camino más corto?

Escribe de forma elegante estos caminos.

- 6 veces puede pasar de B a H. β .
 - yo creo que puede pasar 6 veces porque todas las aristas son iguales y todos los lados son iguales. β .
 - la más corta es B-F-E-H.
- β β β
B-F-E-H / B-A-E-H / B-C-G-H / B-C-D-A-E-F-G
 β β
B-A-D-H / B-F-G-H / B-A-D-C-G-H.
BCDH 6/6

- * La hormiga tiene 6 formas diferentes de ir de B hasta H, recorriendo 5 aristas. Nombra estos 6 caminos.

- ~~B+C+G~~ -

- B+A+E+F+G+H. β .
- B+C+G+E+E+H. β .
- B+C+D+A+E+H. β .
- B+A+D+C+G+H. β .
- B+F+G+C+D+H. β .
- B+F+E+A+D+H.

(5/6)

SOLUCIÓN:

- * La hormiga puede ir también desde B hasta H, por 6 caminos siguiendo 7 aristas. Nómbralos.

- B+C+D+A+E+F+G+H. β .
- B+A+E+F+G+C+D+H. β .
- B+F+E+A+D+C+G+H. β .
- B+F+G+C+D+A+E+H. β .
- B+A+D+C+G+F+E+H. β .
- B+C+G+F+E+A+D+H. β .

(6/6)

Nombre y Apellidos:

Continúa las siguientes series y explica tu razonamiento en cada una de ellas:

2 5 3 10 4	4 10 6 20 8	6 15 9 30 16	8 20 12 40 32	10 25 15 50 64	12 30 18 60 128
------------------	-------------------	--------------------	---------------------	----------------------	-----------------------

RAZONAMIENTO SERIE 1:

Fíjate en el valor central del cuadrado.

- ¿Cuál sería el valor central del cuadrado colocado en el lugar 10?
30 B.

- ¿Cómo describirías la ley correspondiente a ese valor?

porque de la primera ficha a la segunda multiplico por 2, entonces de la primera a la decima, multiplico por 10. B.

- Describe la ley del resto de valores.
el primer número que es el 2, es multiplicando por 2, la segunda es 5 y es haciendo la tabl de 5, la tercera es sumando +3, la cuarta es 1 y es sumando +10 y el 4 es multiplicando por

1 2	-1 4	1 6	-1 8	1 10	-1 12	1 14	-1 16	1 18	-1 20
--------	---------	--------	---------	---------	----------	---------	----------	---------	----------

RAZONAMIENTO SERIE 2:

Fíjate en el numerador y el denominador.

- ¿Cuál sería el numerador de la fracción colocada en el lugar 20?
-1 B.

- ¿Cómo describirías la ley correspondiente a ese valor?

los números negativos con los pares B.

- Describe la ley del denominador.

multiplicamos el primer valor por el número de ficha B.

- ¿Cuál sería la fracción colocada en el lugar 100?

B.

$$-1/200$$

Nombre y Apellidos:

Continúa las siguientes series y explica tu razonamiento en cada una de ellas:

2 5 3 10 4	4 10 6 20 8	6 15 9 30 16	8 20 12 40 32	10 25 15 50 64	12 60
------------------	-------------------	--------------------	---------------------	----------------------	----------

RAZONAMIENTO SERIE 1:

Fíjate en el valor central del cuadrado

- ¿Cuál sería el valor central del cuadrado colocado en el lugar

30 me da β .

- ¿Cómo describirías la ley correspondiente a ese valor?

El valor central se multiplica por la ficha que queremos ~~multiplicar~~ averiguar. β .

- Describe la ley de los demás valores.

pues se multiplica $\times 2$.

se multiplica $\times$ doble.

se multiplica $\times 5$.

se multiplica $\times 10$.

1 2	-1 4	1 6	-1 8	1 10	-1 12	1 14	-1 16	1 18	-1 20
--------	---------	--------	---------	---------	----------	---------	----------	---------	----------

RAZONAMIENTO SERIE 2:

Fíjate en el numerador y el denominador:

- ¿Cuál sería el valor del numerador colocado en la fracción 20?

ES $-1+1$ β .

- ¿Cómo describirías la ley correspondiente a ese valor?

Es el numerador de -1 a 1 y se suma 2 . las fichas pares tienen numerador

- Describe la ley del denominador

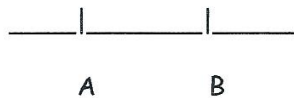
$+2$

- ¿Cuál sería la fracción colocada en el lugar 20?

-1

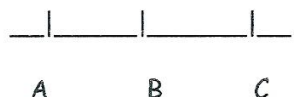
Nombre y Apellidos:

Es fácil observar que cuantos más puntos dibujamos sobre una recta, más segmentos diferentes se determinan.



Dos puntos (A y B)

Un segmento (AB)



Tres puntos (A, B y C)

Tres segmentos (AB, AC, BC)

- Rellena la siguiente tabla para estudiar la relación que existe entre número de puntos y número de segmentos diferentes.

Nº de puntos	2	3	4	5	6	7
Nº de segmentos	1	3	6	10	15 15	21 21

- ¿Te resultan familiares los números de la segunda fila? ¿Por qué?

~~Si son~~ No.

- ¿Cuál es la ley que parece relacionar el número de puntos con el número de segmentos?

LEY:

Nº de segmentos = $\frac{N^{\circ} \text{ puntos} \times (N^{\circ} \text{ puntos} - 1)}{2}$

- Si hemos dibujado 20 puntos, hemos determinado segmentos.

$$\frac{20 \cdot (20 - 1)}{2} = 190$$

Nombre y Apellidos:

Continúa las siguientes series y explica tu razonamiento en cada una de ellas:

2 5 3 10 4	4 10 6 20 8	6 15 9 30 16	8 20 12 40 32	10 25 15 50 64	12 30 18 60 72
------------------	-------------------	--------------------	---------------------	----------------------	----------------------

RAZONAMIENTO SERIE 1:

Fíjate en el valor central del cuadrado.

¿Cuál sería su valor en un cuadrado situado en el lugar 10?

30 β

¿Cómo describirías la ley correspondiente a ese valor?

Multiplicando 3. 10 ??

3 por el número de ficha

Describe la ley de los demás valores.

2. 10 = 20

4. 10 = 40

5. 10 = 50

10. 10 = 100

Se multiplica por el número de ficha β .

1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

RAZONAMIENTO SERIE 2:

Fíjate en el numerador y el denominador.

¿Cuál sería el numerador de la fracción situada en el lugar 20?

-1

¿Cómo describirías la ley correspondiente a ese valor?

Porque una vez es positivo y otra negativo

Porque en las fichas pares el numerador siempre es -1

Describe la ley del denominador.

2. 20 = 40 ??

Se multiplica 2 por el número de la ficha.

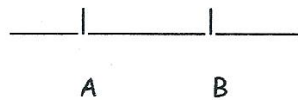
¿Cuál sería la fracción colocada en el lugar 100?

2. 100 = 200

$\frac{-1}{200}$

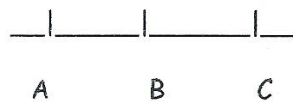
Nombre y Apellidos:

Es fácil observar que cuantos más puntos dibujamos sobre una recta, más segmentos diferentes se determinan.



Dos puntos (A y B)

Un segmento (AB)



Tres puntos (A, B y C)

Tres segmentos (AB, AC, BC)

- Rellena la siguiente tabla para estudiar la relación que existe entre número de puntos y número de segmentos diferentes.

Nº de puntos	2	3	4	5	6	7....
Nº de segmentos	1	3	6	10	15	21

- ¿Te resultan familiares los números de la segunda fila? ¿Por qué?

- ¿Cuál es la ley que parece relacionar el número de puntos con el número de segmentos?

LEY:

$$N^{\circ} \text{ puntos} = (N^{\circ} \text{ puntos} - 1)$$

Nº de segmentos = numero de segmentos 2

- Si hemos dibujado 20 puntos, hemos determinado 20 segmentos.

Nombre y Apellidos:

El triángulo de Pascal

Fila

				1							1ª
			1		1						2ª
		1		2		1					3ª
	1		3		3		1				4ª
	1	4		6		4		1			5ª
	1	5	10		10	5		1			6ª
	1	6	15	20		15	6		1		7ª
	1	7	21	35	35		21	7		1	8ª
	1	8	28	56	70	56		28	8		9ª
1	9	36	84	126	126	84	36	9			10ª B.
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10		11ª B.
1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	12ª

* Continúa rellenando las dos filas siguientes de la tabla.

FILA 11

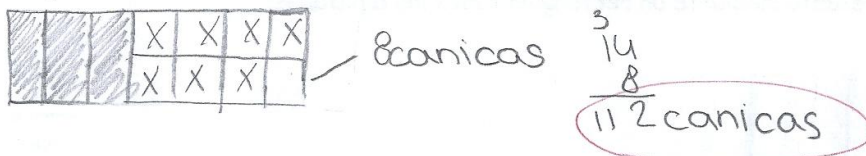
FILA 12

* Fíjate en cómo se van rellenando las filas. Busca la ley de formación.

Nombre y Apellidos:

Dos amigos han cogido canicas de una bolsa. Uno ha cogido los $\frac{3}{7}$ de las canicas de la bolsa, y el otro ha cogido los $\frac{7}{8}$ de las canicas que quedaban en la bolsa. Al final han quedado en la bolsa sólo 8 canicas. ¿Cuántas canicas había en la bolsa?

a) Representa la bolsa de canicas mediante un rectángulo:



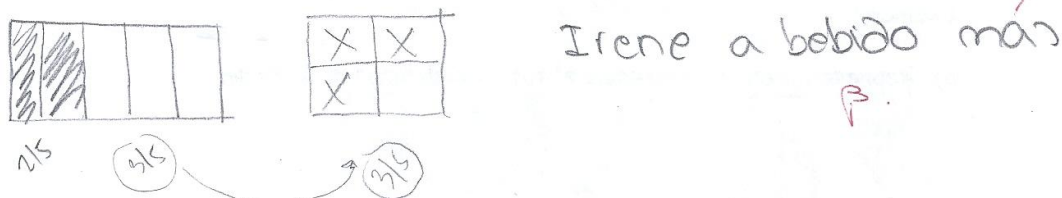
- Señala en el rectángulo las canicas que ha cogido el primer amigo. β
- Señala en el rectángulo las canicas que ha cogido el segundo amigo. β
- Coloca en el rectángulo las 8 canicas que quedan. β

b) Utiliza el rectángulo para saber cuántas canicas hay en total. β

c) Comprueba que la solución tiene sentido. ?

Jana ha abierto una botella de litro y ha bebido $\frac{2}{5}$ de la botella. Más tarde Irene ha bebido los $\frac{3}{4}$ de lo que quedaba. ¿Quién ha bebido más? ¿Por qué?

a) Representa la botella de litro mediante un rectángulo.



- Señala en el rectángulo la cantidad que ha bebido Jana. β
- Señala en el rectángulo la cantidad que ha bebido Irene. β

b) Utiliza el rectángulo para saber cuánta cantidad ha bebido cada una.

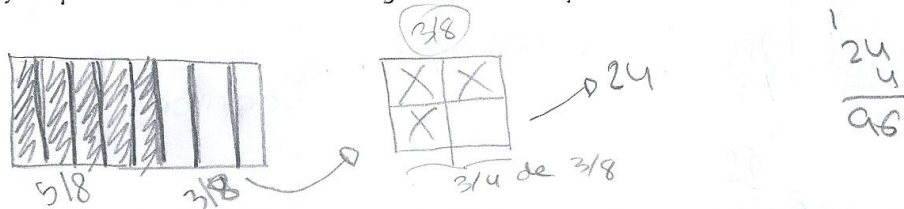
$\frac{3}{5}$ de $\frac{3}{5}$ $\frac{9}{20}$ Irene $\frac{2}{5}$ Jana $\frac{9}{20}$ $\frac{8}{20}$ Jana

c) Comprueba si la solución obtenida tiene sentido.

Nombre y Apellidos: _____

En una votación parlamentaria, $\frac{5}{8}$ de los diputados votó a favor. En contra, votaron $\frac{3}{4}$ del resto de los diputados y 24 votaron en blanco. ¿Cuántos diputados estaban presentes en la votación?

a) Representa mediante un rectángulo todos los diputados.



- Señala en el rectángulo los diputados que votaron a favor. β
- Señala en el rectángulo los diputados que votaron el contra. β
- Coloca en el rectángulo los 24 diputados que votaron en blanco. β

b) Utiliza el rectángulo para saber cuántas canicas hay en total. β

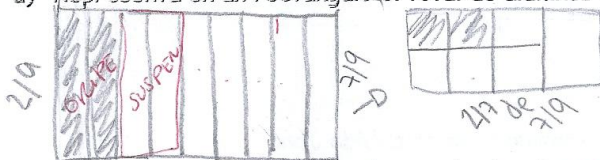
$$\frac{3}{8} = 96 \rightarrow \frac{5}{8} \quad \left(\frac{3}{8} \text{ de } x = 96 \right) \quad \begin{array}{r} 3 - 96 \\ 1 - \end{array} \quad \begin{array}{r} 96 \overline{) 328} \\ 0 \\ \underline{32} \\ 8 \\ \underline{256} \end{array}$$

c) Comprueba si la solución tiene sentido.

256 diputados hay

En una clase de 36 alumnos no han podido hacer un examen los $\frac{2}{9}$ de la clase porque estaban con gripe. El resto se presentó al examen. Suspendieron el examen los $\frac{2}{7}$ de los que se presentaron. ¿Qué fracción del total de la clase aprobó el examen?

a) Representa en un rectángulo el total de alumnos de la clase. β



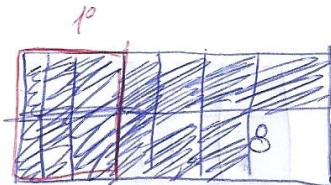
- ¿Cuánto alumnos totales hay en la clase? 36β
- Señala en el rectángulo los alumnos que estaban con gripe. β
- Señala en el rectángulo los alumnos que suspendieron el examen. β

b) Utiliza el cuadrado para saber cuántos aprobaron el examen y qué fracción del total de la clase aprobó el examen.

Nombre y Apellidos: _____

Dos amigos han cogido canicas de una bolsa. Uno ha cogido los $\frac{3}{7}$ de las canicas de la bolsa, y el otro ha cogido los $\frac{7}{8}$ de las canicas que quedaban en la bolsa. Al final han quedado en la bolsa sólo 8 canicas. ¿Cuántas canicas había en la bolsa?

a) Representa la bolsa de canicas mediante un rectángulo:



- Señala en el rectángulo las canicas que ha cogido el primer amigo. β
- Señala en el rectángulo las canicas que ha cogido el segundo amigo. β
- Coloca en el rectángulo las 8 canicas que quedan. β

b) Utiliza el rectángulo para saber cuántas canicas hay en total. β

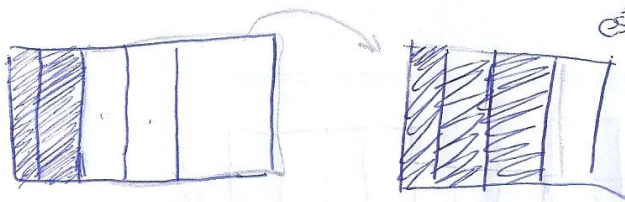
$$14 \cdot 8 = 112 \text{ canicas}$$

c) Comprueba que la solución tiene sentido.

He multiplicado 14×8 porque hay 7 cuadrados ~~en~~ entonces lo he multiplicado y me da 112 canicas

Jana ha abierto una botella de litro y ha bebido $\frac{2}{5}$ de la botella. Más tarde Irene ha bebido los $\frac{3}{4}$ de lo que quedaba. ¿Quién ha bebido más? ¿Por qué?

a) Representa la botella de litro mediante un rectángulo.



- Señala en el rectángulo la cantidad que ha bebido Jana β
- Señala en el rectángulo la cantidad que ha bebido Irene. β

b) Utiliza el rectángulo para saber cuánta cantidad ha bebido cada una.

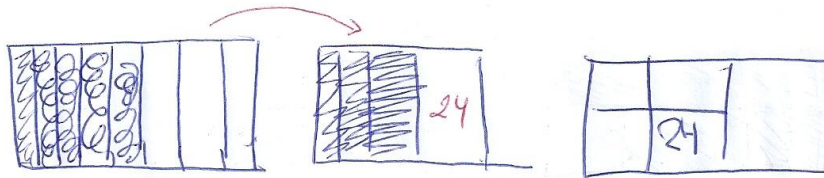
$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{3}{5} = \frac{9}{20} \text{ es lo que ha bebido Irene y Jana } \frac{2}{5} = \frac{8}{20} \beta$$

c) Comprueba si la solución obtenida tiene sentido.

Nombre y Apellidos:

En una votación parlamentaria, $\frac{5}{8}$ de los diputados votó a favor. En contra, votaron $\frac{3}{4}$ del resto de los diputados y 24 votaron en blanco. ¿Cuántos diputados estaban presentes en la votación?

a) Representa mediante un rectángulo todos los diputados.



- Señala en el rectángulo los diputados que votaron a favor. β .
- Señala en el rectángulo los diputados que votaron el contra. β .
- Coloca en el rectángulo los 24 diputados que votaron en blanco. β .

b) Utiliza el rectángulo para saber cuántas ^{diputados} canicas hay en total.

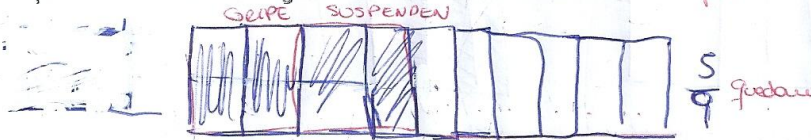
$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{3}{8} = \frac{9}{32} \rightarrow \text{Contra}$$

c) Comprueba si la solución tiene sentido.

256 diputado ??

En una clase de 36 alumnos no han podido hacer un examen los $\frac{2}{9}$ de la clase porque estaban con gripe. El resto se presentó al examen. Suspendieron el examen los $\frac{2}{7}$ de los que se presentaron. ¿Qué fracción del total de la clase aprobó el examen?

a) Representa en un rectángulo el total de alumnos de la clase. β .



- ¿Cuánto alumnos totales hay en la clase? 36
- Señala en el rectángulo los alumnos que estaban con gripe. β .
- Señala en el rectángulo los alumnos que suspendieron el examen. $\beta/9$

b) Utiliza el cuadrado para saber cuántos aprobaron el examen y qué fracción del total de la clase aprobó el examen.

Nombre y Apellidos: _____

Dos amigos han cogido canicas de una bolsa. Uno ha cogido los $\frac{3}{7}$ de las canicas de la bolsa, y el otro ha cogido los $\frac{7}{8}$ de las canicas que quedaban en la bolsa. Al final han quedado en la bolsa sólo 8 canicas. ¿Cuántas canicas había en la bolsa?

a) Representa la bolsa de canicas mediante un rectángulo:



$$\begin{array}{r} 14 \\ + 8 \\ \hline 22 \end{array} \text{ canicas}$$

- Señala en el rectángulo las canicas que ha cogido el primer amigo. β
- Señala en el rectángulo las canicas que ha cogido el segundo amigo. β
- Coloca en el rectángulo las 8 canicas que quedan. β

b) Utiliza el rectángulo para saber cuántas canicas hay en total. β

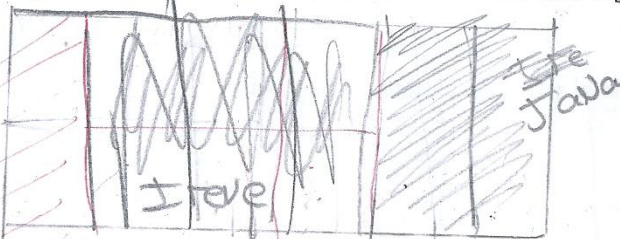
22 canicas

c) Comprueba que la solución tiene sentido. ?

si tiene sentido

Jana ha abierto una botella de litro y ha bebido $\frac{2}{5}$ de la botella. Más tarde Irene ha bebido los $\frac{3}{4}$ de lo que quedaba. ¿Quién ha bebido más? ¿Por qué?

a) Representa la botella de litro mediante un rectángulo.



- Señala en el rectángulo la cantidad que ha bebido Jana. β
- Señala en el rectángulo la cantidad que ha bebido Irene. β

b) Utiliza el rectángulo para saber cuánta cantidad ha bebido cada una.

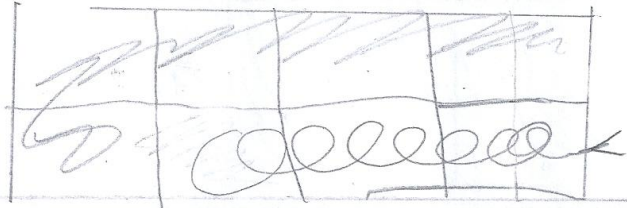
Jana $\frac{2}{5}$ Irene $\frac{3}{4}$ de $\frac{3}{5}$ = $\frac{9}{20}$

c) Comprueba si la solución obtenida tiene sentido.

Nombre y Apellidos:

En una votación parlamentaria, $\frac{5}{8}$ de los diputados votó a favor. En contra, votaron $\frac{3}{4}$ del resto de los diputados y 24 votaron en blanco. ¿Cuántos diputados estaban presentes en la votación?

a) Representa mediante un rectángulo todos los diputados.



$$\frac{5}{8} + \frac{9}{32} + \frac{24}{32} = \frac{29}{32}$$

Handwritten notes: $\frac{9}{32}$ (over), $\frac{24}{32}$ (under), $\frac{29}{32}$ (result), and a small box with '24' and '3/4'.

- Señala en el rectángulo los diputados que votaron a favor. β .
- Señala en el rectángulo los diputados que votaron el contra. β .
- Coloca en el rectángulo los 24 diputados que votaron en blanco. β .

b) Utiliza el rectángulo para saber cuántas canicas hay en total.

$$\frac{31}{32}$$

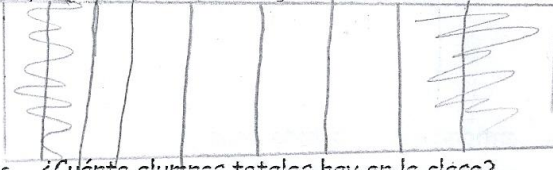
Diputados

c) Comprueba si la solución tiene sentido. ?

Si tiene sentido

En una clase de 36 alumnos no han podido hacer un examen los $\frac{2}{9}$ de la clase porque estaban con gripe. El resto se presentó al examen. Suspendieron el examen los $\frac{2}{7}$ de los que se presentaron. ¿Qué fracción del total de la clase aprobó el examen?

a) Representa en un rectángulo el total de alumnos de la clase.



$$\frac{5}{9}$$

- ¿Cuánto alumnos totales hay en la clase?
- Señala en el rectángulo los alumnos que estaban con gripe.
- Señala en el rectángulo los alumnos que suspendieron el examen.

b) Utiliza el cuadrado para saber cuántos aprobaron el examen y qué fracción del total de la clase aprobó el examen.

$$\frac{5}{9} \text{ aprobaron } \beta$$

Nombre y Apellidos:

Irene salió de casa con 18 €. Gastó el 30% de su dinero en el cine y el 15% de lo que le quedaba en un bocadillo. ¿Con cuánto volvió a su casa?

• Calcula cuánto dinero se gastó en el cine.
 $-30\% = 60\% = 0.60\%$ $0.3 \times 18 = 5.4 \text{ €}$ cine
 $0.60\% \times 18 = 10.80 \text{ €}$

• Calcula cuánto dinero le queda.

$$\begin{array}{r} 18.00 \\ - 10.80 \\ \hline 08.20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18.00 \\ - 5.4 \\ \hline 12.60 \text{ €} \end{array}$$

• Calcula cuánto dinero se gasta en el bocadillo.
 $-15\% = 85\% = 0.85\%$ $0.15 \cdot 12.60 = 1.89 \text{ € bocadillo}$
 $0.85\% \times =$ 1.89 €

• Calcula cuánto ha pagado por el bocadillo y por el cine en total.

$$\begin{array}{r} 1.78 \\ + 5.4 \\ \hline 7.18 \text{ €} \end{array} \quad \begin{array}{r} 18.00 \\ - 7.18 \\ \hline 10.82 \end{array} \quad 1.89 + 5.4 = 7.29 \text{ €}$$

• ¿Cuánto dinero le queda para volver a casa?
10.82 € $18 - 7.29 = 10.71 \text{ €}$

Javier ha ensayado el tiro a canasta desde la línea de tiros libres. Ha hecho 120 lanzamientos y ha fallado 45. ¿Cuál ha sido su porcentaje de aciertos?

• ¿Cuál es el porcentaje de los 120 lanzamientos totales que ha hecho Javier?
 100%

• ¿Cuál es el porcentaje de los 45 lanzamientos que ha fallado Javier?
 37.5% $\frac{45 \cdot 100}{120} = \frac{450}{12} = 37.5\%$ 37.5%

• Si Javier ha tirado 120 lanzamientos y ha fallado 45, ¿cuántos ha acertado?
75 ha acertado $\rightarrow 120 - 45 = 75 \text{ ha acertado}$

• ¿Qué porcentaje son los lanzamientos que ha acertado Javier?
62.5% $100 - 37.5 = 62.5\%$

Nombre y Apellidos:

Una tienda de discos aumentó los precios un 5%. Haz tus cálculos y completa la tabla.

PRECIO ANTIGUO	PRECIO NUEVO
20 €	21€
15 €	15'75€
42 €	44'10€

- ¿Cuál es el 5% de 20€?
 $0'05 \cdot 20 = 1$
- ¿Cuál es el 5% de 15€?
 $0'05 \cdot 15 = 0'75$
- ¿Cuál es el 5% de 42€?
 $0'05 \cdot 42 = 2'10$

En una playa había 3,8 toneladas de "chapapote" del Prestige. Por la mañana unos voluntarios recogieron el 20%. Por la tarde los pescadores recogieron el 30% de lo que quedaba.

- ¿Qué porcentaje de chapapote se recogió por la mañana? ¿Cuántos kilos son?
- ¿Cuántos kilos de chapapote quedan por recoger?
- ¿Qué porcentaje de chapapote se recogió por la tarde? ¿Cuántos kilos son?
- ¿Cuántos kilos de chapapote se recogieron en todo el día?
- ¿Cuál es el porcentaje del chapapote total que se recogió? ¿Se recogió el 50 % del chapapote que había en la playa?

Nombre y Apellidos:

Una tienda de discos aumentó los precios un 5%. Haz tus cálculos y completa la tabla.

PRECIO ANTIGUO	PRECIO NUEVO
20 €	21
15 €	15.75
42 €	44.1

- P. • ¿Cuál es el 5% de 20€? $0.05 \cdot 20 = 1 \text{ €}$
Es 21 €
- P. • ¿Cuál es el 5% de 15€? $0.05 \cdot 15 = 0.75 \text{ €}$
Es 15.75 €
- P. • ¿Cuál es el 5% de 42€? $0.05 \cdot 42 = 1.7 \text{ €}$
Es 44.1 €

En una playa había 3,8 toneladas de "chapapote" del Prestige. Por la mañana unos voluntarios recogieron el 20%. Por la tarde los pescadores recogieron el 30% de lo que quedaba.

- ¿Qué porcentaje de chapapote se recogió por la mañana? ¿Cuántos kilos son?
0.20 toneladas son 200 kilos
 $0.2 \cdot 3.8 = 0.76 \text{ t} = 760 \text{ kg}$
- ¿Cuántos kilos de chapapote quedan por recoger?
3100 kilos $\rightarrow 3800 - 760 = 3040 \text{ kg}$ quedan
- ¿Qué porcentaje de chapapote se recogió por la tarde? ¿Cuántos kilos son?
Son 930 kilos $30\% \text{ de } 3040 = 912 \text{ kg}$
- ¿Cuántos kilos de chapapote se recogieron en todo el día?
Recogieron 1630 kilos $760 + 912 = 1672 \text{ kg}$
- ¿Cuál es el porcentaje del chapapote total que se recogió? ¿Se recogió el 50 % del chapapote que había en la playa?

$$\begin{array}{rcl} 3800 & : & 100 \\ 1630 & : & x \end{array} \quad x = \frac{1630 \cdot 100}{3800} = 42.89\%$$

No, se recogió el 42.89%

Nombre y Apellidos:

Irene salió de casa con 18 €. Gastó el 30% de su dinero en el cine y el 15% de lo que le quedaba en un bocadillo. ¿Con cuánto volvió a su casa?

- β. Calcula cuánto dinero se gastó en el cine.

$$30\% \cdot 18 = 5,4 \text{ €}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ - 5,4 \\ \hline 12,6 \end{array}$$

- α. Calcula cuánto dinero le queda.

le queda 6,4 €

$$\begin{array}{r} 18 \\ - 5,4 \\ \hline 12,6 \end{array}$$

CUIDADO AL HACER RESTAS O SUMAS UN DECIMAL !!

$$12,6 \text{ € le queda}$$

- α. Calcula cuánto dinero se gasta en el bocadillo.

$$0,15 \cdot 6,4 = 0,96 \text{ €}$$

$$0,15 \cdot 12,6 = 1,89 \text{ € cuesta el bocadillo}$$

- Calcula cuánto ha pagado por el bocadillo y por el cine en total.

$$\begin{array}{r} 0,96 \\ + 5,4 \\ \hline 6,36 \end{array}$$

$$\text{€ cine} + \text{€ bocadillo} = \text{€ total que gaste}$$

$$5,4 + 1,89 = 7,29 \text{ € gaste}$$

- ¿Cuánto dinero le queda para volver a casa?

$$\begin{array}{r} 18 \\ - 6,36 \\ \hline 11,64 \end{array}$$

$$\text{dinero total} - \text{dinero gastado} = \text{dinero que sobra}$$

$$18 - 7,29 = 10,71 \text{ € le queda}$$

Javier ha ensayado el tiro a canasta desde la línea de tiros libres. Ha hecho 120 lanzamientos y ha fallado 45. ¿Cuál ha sido su porcentaje de aciertos?

- β. ¿Cuál es el porcentaje de los 120 lanzamientos totales que ha hecho Javier?

$$100\%$$

- β. ¿Cuál es el porcentaje de los 45 lanzamientos que ha fallado Javier?

$$\frac{45 \cdot 100}{120} = \frac{4500}{120} = 37,5\% \text{ falla}$$

- β. Si Javier ha tirado 120 lanzamientos y ha fallado 45, ¿cuántos ha acertado?

$$120 - 45$$

$$75 \text{ ha acertado}$$

- ¿Qué porcentaje son los lanzamientos que ha acertado Javier?

$$\frac{75 \cdot 100}{120} = 62,5\%$$

$$\begin{array}{l} 100\% \text{ --- } 120 \text{ lanzamientos} \\ x\% \text{ --- } 75 \text{ lanzamientos} \end{array}$$

$$x = \frac{75 \cdot 100}{120} = 62,5\% \text{ ha acertado}$$

Nombre y Apellidos:

Una tienda de discos aumentó los precios un 5%. Haz tus cálculos y completa la tabla.

PRECIO ANTIGUO	PRECIO NUEVO
20 €	21 €
15 €	15,75 €
42 € 45 €	44,25 €

- ¿Cuál es el 5% de 20€? $5\% \text{ de } 20 = \frac{5}{100} \cdot 20 = \frac{10}{10} = 1 \text{ €}$
- ¿Cuál es el 5% de 15€? $5\% \text{ de } 15 = \frac{5}{100} \cdot 15 = \frac{75}{100} = 0,75 \text{ €}$
- ¿Cuál es el 5% de 42€? $5\% \text{ de } 42 = \frac{5}{100} \cdot 42 = \frac{21}{10} = 2,1 \text{ €}$

En una playa había 3,8 toneladas de "chapapote" del Prestige. Por la mañana unos voluntarios recogieron el 20%. Por la tarde los pescadores recogieron el 30% de lo que quedaba.

- ¿Qué porcentaje de chapapote se recogió por la mañana? ¿Cuántos kilos son?
- $20\% \text{ de } 3.800 \text{ kg} = \frac{20}{100} \cdot 3.800 = 760 \text{ kg}$
- ¿Cuántos kilos de chapapote quedan por recoger?
- $3.800 - 760 = 3.040 \text{ kg chapapote}$
- ¿Qué porcentaje de chapapote se recogió por la tarde? ¿Cuántos kilos son?
- $30\% \text{ de } 3.040 = \frac{30}{100} \cdot 3.040 = 912 \text{ kg}$
- ¿Cuántos kilos de chapapote se recogieron en todo el día?
- $760 + 912 = 1.672 \text{ kg totales recogidos}$
- ¿Cuál es el porcentaje del chapapote total que se recogió? ¿Se recogió el 50 % del chapapote que había en la playa?
- $\frac{1.672}{3.800} = 0,44 = 44\% \text{ se recogió}$
- No se recogió el 50%

Nombre y Apellidos: _____

Tres amigas, Begoña, Nerea y María están tomando café. Nerea comenta: "¿Os habéis fijado que tenemos un sombrero negro, otro blanco y otro marrón, pero que la inicial del color no coincide nunca con la inicial de nuestro nombre?"

"Es cierto, no me había fijado", contesta la del sombrero blanco.

- En la siguiente tabla, pon una cruz en aquellas casillas en las que no pueda coincidir el color del sombrero con el nombre de cada una de las amigas.

	Sombrero blanco	Sombrero negro	Sombrero marrón
Begoña	X		
Nerea		X	
María			X

- Si Nerea está hablando con otra de las amigas, y esta segunda es la que lleva el sombrero blanco, ¿puede Nerea ser la que tiene el sombrero blanco?

No, Nerea lleva el marrón

- Entonces, ¿qué sombrero lleva cada amiga?

*Res. Begoña: el negro
Res. Nerea: el marrón
Res. María: el blanco.*

La mitad del triple de un número es 12. ¿Cuál es ese número?

- Si llamamos al número que queremos encontrar X, ¿cuál es el triple de ese número? *3X Res.*

- ¿Cuál es la mitad del número del apartado anterior?

$$\frac{3X}{2} \quad \frac{8 \cdot 3}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

- Finalmente, ¿cuál es el número pedido?

$$X = 8 \text{ Res.}$$

Nombre y Apellidos:

En una cesta hay en total 20 frutas entre peras, manzanas y naranjas. Hemos contado 12 manzanas, más peras que naranjas y 9 frutas podridas. Si sabemos además que hay 7 manzanas sanas y 3 naranjas podridas, ¿cuántas peras hay en la cesta?

Rellena la tabla poniendo en cada casilla el número de frutas que correspondan:

	MANZANAS	PERAS	NARANJAS	TOTAL
SANAS	7	4	0	11
PODRIDAS	5	1	3	9
TOTAL	12	5	3	20

- En el caso de las peras y las naranjas dice que hay más peras que naranjas:
 - ¿Cuánto tienen que sumar todas las naranjas y todas las peras juntas para que haya 20 frutas en total? *Los naranjas y los peras tienen que sumar 8.*
 $12 + A + B = 20$ $A + B = 8$
 - ¿Cuánto tienen que sumar conjuntamente las naranjas sanas y las peras sanas?
 - Escribe todas las posibilidades que existen para que la suma de las naranjas y las peras de el resultado del primer apartado.

$1+7$
 $2+6$
 $3+5$
 $4+4$
 $5+3$
 $6+2$
 $7+1$

P	0
1	7
2	6
3	5
4	4
5	3
6	2
7	1
 - ¿Qué opciones de las anteriores debes descartar si el número de peras es mayor que el número de naranjas?
 - Si sabemos que las peras totales es igual a la suma de las sanas y de las podridas, entonces el número de peras totales nunca podrá ser inferior al número de peras podridas. Lo mismo ocurre en el caso de las naranjas. ¿Qué opciones descartamos también del apartado 3?

Nombre y Apellidos:

Tres amigas, Begoña, Nerea y María están tomando café. Nerea comenta: "¿Os habéis fijado que tenemos un sombrero negro, otro blanco y otro marrón, pero que la inicial del color no coincide nunca con la inicial de nuestro nombre?"

"Es cierto, no me había fijado", contesta la del sombrero blanco.

- En la siguiente tabla, pon una cruz en aquellas casillas en las que no pueda coincidir el color del sombrero con el nombre de cada una de las amigas.

	Sombrero blanco	Sombrero negro	Sombrero marrón
Begoña	X	Si	Si
Nerea		X	Si
María	Si	Si	X

- Si Nerea está hablando con otra de las amigas, y esta segunda es la que lleva el sombrero blanco, ¿puede Nerea ser la que tiene el sombrero blanco?

No Nerea lleva el sombrero marrón

- Entonces, ¿qué sombrero lleva cada amiga?

Begoña lleva el negro p.
Nerea el marrón p.
María el blanco p.

La mitad del triple de un número es 12. ¿Cuál es ese número?

- Si llamamos al número que queremos encontrar X, ¿cuál es el triple de ese número?

$3x$ p.

- ¿Cuál es la mitad del número del apartado anterior?

$\frac{3x}{2}$ p.

- Finalmente, ¿cuál es el número pedido?

Es $\left(\frac{3x}{2} = 12 \right) = \left(\frac{3 \cdot 8}{2} = 12 \right)$ p.

Nombre y Apellidos: _____

En una cesta hay en total 20 frutas entre peras, manzanas y naranjas. Hemos contado 12 manzanas, más peras que naranjas y 9 frutas podridas. Si sabemos además que hay 7 manzanas sanas y 3 naranjas podridas, ¿cuántas peras hay en la cesta?

Rellena la tabla poniendo en cada casilla el número de frutas que correspondan:

	MANZANAS	PERAS	NARANJAS	TOTAL
SANAS	7	4	0	11
PODRIDAS	5	1	3	9
TOTAL	12	5	3	20

- En el caso de las peras y las naranjas dice que hay más peras que naranjas:
 - ¿Cuánto tienen que sumar todas las naranjas y todas las peras juntas para que haya 20 frutas en total?

$$12 + A + B = 20$$

$$A + B = 8$$

- ¿Cuánto tienen que sumar conjuntamente las naranjas sanas y las peras sanas?

$$4 + 0 = 4$$

$$\text{Peras} + \text{Naranjas} = 8$$

- Escribe todas las posibilidades que existen para que la suma de las naranjas y las peras de el resultado del primer apartado.

P	N
1	7
2	6
3	5
4	4
5	3
6	2
7	1

- ¿Qué opciones de las anteriores debes descartar si el número de peras es mayor que el número de naranjas? desde 1/7 as ta 4/4
- Si sabemos que las peras totales es igual a la suma de las sanas y de las podridas, entonces el número de peras totales nunca podrá ser inferior al número de peras podridas. Lo mismo ocurre en el caso de las naranjas. ¿Qué opciones descartamos también del apartado 3?

Nombre y Apellidos:

Tres amigas, Begoña, Nerea y María están tomando café. Nerea comenta: "¿Os habéis fijado que tenemos un sombrero negro, otro blanco y otro marrón, pero que la inicial del color no coincide nunca con la inicial de nuestro nombre?"

"Es cierto, no me había fijado", contesta la del sombrero blanco.

- En la siguiente tabla, pon una cruz en aquellas casillas en las que no pueda coincidir el color del sombrero con el nombre de cada una de las amigas.

	Sombrero blanco	Sombrero negro	Sombrero marrón
Begoña	X		
Nerea		X	
María			X

- Si Nerea está hablando con otra de las amigas, y esta segunda es la que lleva el sombrero blanco, ¿puede Nerea ser la que tiene el sombrero blanco?

No, marrón

- Entonces, ¿qué sombrero lleva cada amiga?

Begoña: Negro

Nerea: Marrón

María: Blanco

La mitad del triple de un número es 12. ¿Cuál es ese número?

- Si llamamos al número que queremos encontrar X, ¿cuál es el triple de ese número?

3X

- ¿Cuál es la mitad del número del apartado anterior?

$\frac{3X}{2}$

$$\frac{3 \cdot 8}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

- Finalmente, ¿cuál es el número pedido?

X=8

SESIÓN 6-FICHA 3

VIERNES.11.ABRIL

Nombre y Apellidos:

En una cesta hay en total 20 frutas entre peras, manzanas y naranjas. Hemos contado 12 manzanas, más peras que naranjas y 9 frutas podridas. Si sabemos además que hay 7 manzanas sanas y 3 naranjas podridas, ¿cuántas peras hay en la cesta?

Rellena la tabla poniendo en cada casilla el número de frutas que correspondan:

	MANZANAS	PERAS	NARANJAS	TOTAL
SANAS	7	4	0	11
PODRIDAS	5	7	3	9
TOTAL	12	5	3	20

- En el caso de las peras y las naranjas dice que hay más peras que naranjas:
 - ¿Cuánto tienen que sumar todas las naranjas y todas las peras juntas para que haya 20 frutas en total?

$$12 + A + B = 20$$

$$A + B = 8$$

- ¿Cuánto tienen que sumar conjuntamente las naranjas sanas y las peras sanas?

- Escribe todas las posibilidades que existen para que la suma de las naranjas y las peras de el resultado del primer apartado.

P	N
1	7
2	6
3	5
4	4
5	3
6	2
7	1

No sirven

- ¿Qué opciones de las anteriores debes descartar si el número de peras es mayor que el número de naranjas?

- Si sabemos que las peras totales es igual a la suma de las sanas y de las podridas, entonces el número de peras totales nunca podrá ser inferior al número de peras podridas. Lo mismo ocurre en el caso de las naranjas. ¿Qué opciones descartamos también del apartado 3?