



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL Y MECÁNICA.

TESIS DOCTORAL

**RIGIDECES LINEAL Y DE ROTACIÓN DE LOS SISTEMAS
DE AMARRE DE PLATAFORMAS FLOTANTES: ANÁLISIS
NUMÉRICO Y FORMULACIÓN SIMPLIFICADA**

GUILLERMO MAZÓN GUTIÉRREZ

Dirigida por:

Dr. Miguel Ángel Serna Oliveira

Dr. Marcos Jesús Pantaleón Prieto

Santander, Mayo 2014

A María y a mis padres.

AGRADECIMIENTOS

Con estas líneas quiero expresar mi más sincero agradecimiento a todas aquellas personas que me han acompañado, de una u otra forma, en estos años de trabajo. Amigos, familia y compañeros que han contribuido a que esta tesis haya llegado a buen fin. Ha sido un camino duro que no habría podido finalizar sin toda la gente que lo ha recorrido a mi lado.

En primer lugar me gustaría mostrar mi gratitud a D. Miguel Ángel Serna, que me guió en mis primeros pasos en el mundo de la investigación, y que ha continuado haciéndolo hasta ahora proporcionándome orientación y consejo constante.

Quisiera agradecer a D. Marcos Pantaleón por ofrecerme la oportunidad de realizar esta tesis y por la gran confianza que ha depositado en mí para ello, manteniendo siempre la puerta abierta para resolver dudas, atender quejas y en general solucionar todo tipo de problemas que han surgido en el desarrollo de este trabajo.

A D. Javier Torres, que me acogió en el departamento de estructuras y ha seguido de cerca el desarrollo de la presente tesis quiero agradecerle sus inestimables consejos y su desinteresada ayuda y a D. Julián Díaz del Valle por su seguimiento y dirección del Trabajo de Fin de Máster que fue la base y sustento del presente trabajo.

De una forma especial quiero agradecerle a D. Manuel Ángel Díaz su apoyo durante el trabajo diario y su constante colaboración. Esta tesis sin él no habría sido posible. Además, a todo el equipo de APIA XXI por su buena acogida el tiempo que estuve con ellos.

Me gustaría agradecer también al Instituto Hidráulico, por abrirme sus puertas y hacerme sentir como en casa, y en especial a D. Raúl Guanche su estrecha colaboración en muchas de las tareas realizadas, así como su completa disposición a resolver cualquier duda o problema que se haya podido plantear. A todos los compañeros con los que he compartido estos meses, gracias por todos los conocimientos y experiencia que me han aportado.

Gracias a los amigos que me han acompañado en este tiempo, especialmente a Juan y María, por ser mi nexo de unión con el mundo real, por escucharme, por animarme en los momentos difíciles y por confiar en mi capacidad para finalizar este trabajo.

En general, a todo aquel que ha tenido alguna relación conmigo durante el desarrollo de esta tesis ya que estoy seguro de que en algún momento ha escuchado estoicamente quejas y lamentaciones, alegrías y satisfacciones, o entusiastas explicaciones sobre el funcionamiento de una catenaria, gracias.

Finalmente, el mayor de los agradecimientos para mis padres, que han estado a mi lado en todo momento y me han transmitido la confianza necesaria para continuar. Y a María, que tanto me ha apoyado en los momentos difíciles, ayudándome a superarlos con cariño, paciencia y ánimo, y con quién sé que siempre podré contar.

RESUMEN

En la presente tesis doctoral se estudia la rigidez lineal y de rotación aportada por los sistemas de catenarias a las estructuras flotantes marinas, concretamente a las estructuras tipo *Spar*. El documento se estructura en seis capítulos, a los que se añaden cinco anexos y las referencias bibliográficas.

El capítulo primero lo constituye la Introducción. En él se presentan los objetivos que se persiguen en esta tesis e incluye una visión general del recorrido del sector energético mundial y nacional en los últimos años, centrándose en la energía eólica offshore, particularmente en los aerogeneradores flotantes. Contiene, asimismo, una descripción de los distintos sistemas de amarre y de las acciones exteriores a las que se ven sometidas las estructuras flotantes en medio marino.

Para el estudio de la rigidez lineal se han utilizado datos empíricos obtenidos de boyas meteorológicas en funcionamiento. En el segundo capítulo se realiza una descripción completa de dichas boyas, incluyendo los sistemas estructurales, de energía y de monitorización. También abarca su sistema de fondeo, formado por catenarias y muertos.

El software de elementos finitos SESAM ha sido utilizado como herramienta de resolución numérica. Para la calibración de dicho software se han realizado en primer lugar ensayos en laboratorio y posteriormente se han usado los datos obtenidos en mar abierto por las boyas citadas anteriormente. Todo el proceso se describe en el capítulo tercero.

El cuarto capítulo se centra en la rigidez lineal, también llamada rigidez de translación. Se establece la formulación analítica general de dicha rigidez para un

sistema de amarre formado por tres catenarias y se estudia su sensibilidad respecto a las diferentes variables que intervienen. A partir de la forma adimensional de las ecuaciones obtenidas se desarrolla una formulación simplificada de la rigidez lineal.

El siguiente capítulo estudia la rigidez de rotación para aerogeneradores flotantes, ya que será este tipo de estructuras las que se verán afectadas por un momento mayor debido a la gran superficie añadida que conforman las palas en movimiento. Se presentan dos tipos de sistemas de amarre, el simple y el doble, y se detalla la formulación general de ambos. Para finalizar se realiza una comparativa de la rigidez de ambos sistemas.

Finalmente se exponen las principales conclusiones obtenidas en este trabajo. Se realiza un análisis de los resultados empíricos obtenidos mediante el software de elementos finitos. También se incluyen las conclusiones relativas a la rigidez lineal y a la formulación simplificada, así como los correspondientes a la rigidez de rotación. Por último se numeran las posibles futuras líneas de investigación que han ido surgiendo a lo largo de esta tesis.

ÍNDICE GENERAL

CAPÍTULO 1:	Página
Introducción. Presentación del problema y tecnología existente	1
1.1 Presentación del problema y objetivos de la tesis.....	2
1.2 La energía eólica. Evolución del Mercado Mundial.....	4
1.3 La energía eólica offshore. Distribución del mercado mundial.....	8
1.4 Tipos de cimentaciones y sujeciones	11
1.5 Tecnologías flotantes	12
1.6 Tipología de estructuras flotantes	13
1.6.1. Estabilización por Lastre (<i>Spar</i>):.....	14
1.6.2. Estabilización por Cables en Tensión (TLP):	15
1.6.3. Estabilización por Flotación (Barge):	16
1.7 Tipología de líneas de fondeo	17
1.7.1. Catenarias de masa distribuida.....	17
1.7.2. Catenarias con masa acoplada.....	18
1.7.3. Catenarias con elementos flotantes	18
1.8 Boyas medidoras de recurso eólico	19
1.9 Grados de libertad de una estructura flotante.	20
1.10 Acciones exteriores.....	21
1.10.1. Oleaje	21
1.10.2. Viento	25
1.10.3. Corrientes	28

CAPÍTULO 2:	Página
Descripción de las boyas prototipo. Estructura, Sistemas de FONDEO e Instrumentación.....	29
2.1. Introducción.....	30
2.2. Partes Generales de las boyas meteorológicas	31
2.2.1. Soporte estructural, de flotación y de fondeo.....	32
2.2.2. Sistemas de energía y de medición, almacenamiento y envío de datos	33
2.2.3. Sistemas de monitorización y vigilancia.....	34
2.3. Normativas de diseño	34
2.4. Descripción de las boyas IDERMAR.....	36
2.4.1. Mástil Meteorológico I.....	36
2.4.2. Mástil Meteorológico II	38
2.4.3. Mástil Meteorológico III.....	39
2.5. Sistema de fondeo.....	41
2.5.1. Descripción general.....	41
2.5.2. Muertos.....	42
2.5.3. Cadenas	43
2.5.4. Conectores.....	44
2.6. Descripción de la instrumentación	45
2.7. Incertidumbre.....	49
CAPÍTULO 3:	Página
Análisis Numérico y Recopilación de Datos Experimentales	51
3.1. Metodología: Resultados Numéricos - SESAM	52
3.2. Calibración de las boyas.	56
3.2.1. Selección de condiciones a estudiar	56
3.2.2. Validación en Laboratorio.....	57

3.2.3. Validación en campo	62
3.3. Resultados analíticos	67
3.3.1 Desplazamientos.....	67
3.3.2 Tensiones.....	75

CAPÍTULO 4:

Página

Formulación analítica de la rigidez lineal y estudio comparativo teórico-experimental	77
4.1 Introducción. Movimiento de deriva.	78
4.2 Configuración geométrica del sistema de amarre a utilizar.....	81
4.3 Formulación analítica general de la rigidez lineal.....	85
4.3.1. Desplazamiento provocado por una fuerza exterior.....	85
4.3.2. Tensiones provocadas por un desplazamiento impuesto.....	90
4.4 Resultados numéricos	92
4.5 Validación de las ecuaciones	101
4.6 Formulación simplificada de la rigidez lineal	102
4.6.1. Fórmula adimensional	102
4.6.2. Herramientas de resolución.....	104
4.6.3. Región de validez	104
4.6.4. Fuerza en una catenaria	109
4.6.5. Relación entre los ángulos de aplicación de la fuerza y de desplazamiento de la boya	111
4.6.6. Pendiente en el origen	115
4.6.7. Función derivada primera.....	116
4.6.8. Función derivada segunda.....	120
4.6.9. Asíntotas.....	122
4.6.10. Expresión final	124
4.7 Resultados.....	130

CAPÍTULO 5:	Página
Formulación analítica de la rigidez rotacional	137
5.1. Introducción	138
5.2. Configuración geométrica de los amarres	140
5.3.1. Catenaria simple	140
5.3.2. Catenaria doble	141
5.3. Formulación	143
5.3.1. Situación de equilibrio o inicial	143
5.3.1. Giro de la boya debido a un momento exterior	147
5.3.2. Comparativa	150
5.4. Resultados	153

CAPÍTULO 6:	Página
Conclusiones	155
6.1. Resultados empíricos	156
6.2. Rigidez Lineal	156
6.3. Rigidez de Rotación	158
6.4. Trabajo Futuro	159

ANEXOS A LA MEMORIA	Página
ANEXO 1: Ecuación General de la Catenaria	163
ANEXO 2: Ecuación General del Sistema de Tres Catenarias.....	169
ANEXO 3: Ajuste de Superficies por Mínimos Cuadrados	179
ANEXO 4: Análisis Adimensional. Teorema Π de Buckingham.....	183
ANEXO 5: Guía de uso del Software de Elementos Finitos DNV SESAM	191
A5.1 GeniE	191
A5.2 HydroD	208
A5.3 DeepC	219
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	250

ÍNDICE DE FIGURAS

Página

CAPÍTULO 1:

Figura 1.1:	Evolución del consumo de energía eléctrica.....	4
Figura 1.2:	Evolución de la capacidad eólica mundial instalada.....	5
Figura 1.3:	Evolución de la capacidad eólica de nueva instalación.	6
Figura 1.4:	Países con mayor capacidad eólica instalada.....	7
Figura 1.5:	Evolución de la capacidad eólica offshore europea.....	9
Figura 1.6:	Tipologías de soportes de aerogeneradores.	12
Figura 1.7:	Aerogenerador flotante marino tipo <i>Spar</i>	15
Figura 1.8:	Aerogenerador flotante marino tipo TLP.....	16
Figura 1.9:	Tipologías de aerogeneradores flotantes.....	17
Figura 1.10:	Línea de fondeo de masa distribuida.	17
Figura 1.11:	Tipologías de líneas de fondeo.	18
Figura 1.12:	Grados de libertad de un aerogenerador.	20
Figura 1.13:	Movimiento orbital de las partículas del agua	22
Figura 1.14:	Spectro de energía Jonswap	24
Figura 1.15:	Ejemplo de viento actuante sobre una estructura.....	28

CAPÍTULO 2:

Figura 2.1:	Partes de una boya	32
Figura 2.2:	Vista lateral de una boya fondeada.	35
Figura 2.3:	Esquema y torre de instrumentación Boya I.....	36
Figura 2.4:	Instrumentación para la medición del viento	38
Figura 2.5:	Esquema y torre instrumentación boya II.	38
Figura 2.6:	Esquema y torre instrumentación boya III.....	40

Figura 2.7:	Distribución de las catenarias y muertos.	41
Figura 2.8:	Unión entre la boya y las cadenas y entre éstas y los muertos.	42
Figura 2.9:	Dimensiones de los muertos de la boya III.....	42
Figura 2.10:	Detalle de los salientes de la cara inferior de los muertos.	43
Figura 2.11:	Detalle de una cadena de eslabones con trinquete.	43
Figura 2.12:	Células de carga de las líneas de fondeo.....	44
Figura 2.13:	Detalle de las cadenas unidas a una boya con trinquetes.....	44

CAPÍTULO 3:

Figura 3.1:	Scatter diagram	57
Figura 3.2:	Leyenda del scatter diagram	57
Figura 3.3:	Test cuasi-estático. Viento de 85 km/h.....	58
Figura 3.4:	Esquema de los periodos propios de la boya	59
Figura 3.5:	Periodo de alteada (heave).....	59
Figura 3.6:	Periodo de deriva (surge).....	60
Figura 3.7:	Decay Test del pitch sin catenarias.....	60
Figura 3.8:	Decay Test del heave con catenarias	61
Figura 3.9:	Distribución de probabilidad de las fuerzas en las catenarias.....	61
Figura 3.10:	Espectros 3 grados de libertad	62
Figura 3.11:	Localización de las boyas	63
Figura 3.12:	Boya de la Red Vigía	63
Figura 3.13:	Boya AGL.....	64
Figura 3.14:	Localización de las boyas	64
Figura 3.15:	Comparativa del “heave” entre el modelo numérico y la boya	65
Figura 3.16:	Comparativa de la fuerza en las catenarias	65
Figura 3.17:	Batimetría de la localización de la boya.	66
Figura 3.18:	Función Cuadrática de Transferencia. (QTF).....	68
Figura 3.19:	Fuerzas de deriva en oleaje regular.....	68
Figura 3.20:	Fuerzas de deriva en oleaje irregular	68
Figura 3.21:	Desplazamiento debido a las fuerzas de deriva	69
Figura 3.22:	Desplazamiento. Periodo $T=13$ s	69
Figura 3.23:	Desplazamiento. Altura de ola $H= 2$ m.....	70

Figura 3.24: Desplazamiento. Altura de ola $H= 5$ m.....	70
Figura 3.25: Desplazamiento. Altura de ola $H= 14$ m.....	70
Figura 3.26: Desplazamiento. Altura de ola $H=2$ m.....	71
Figura 3.27: Desplazamiento. Altura de ola $H=8$ m.....	72
Figura 3.28: Desplazamiento. Periodo $T= 7$ s	73
Figura 3.29: Desplazamiento. Periodo $T= 10$ s	73
Figura 3.30: Desplazamiento. Periodo $T= 13$ s	74
Figura 3.31: Desplazamiento. Periodo $T= 19$ s	74
Figura 3.32: Tensiones. $T= 7$ s y $H=2$ m.....	75
Figura 3.33: Tensiones. $T= 19$ s y $H=2$ m.....	75
Figura 3.34: Tensiones. $T= 7$ s y $H=14$ m.....	76
Figura 3.35: Tensiones. $T= 19$ s y $H=14$ m.....	76

CAPÍTULO 4:

Figura 4.1: Grados de libertad de una embarcación.	79
Figura 4.2: Boya desplazada por acción de una fuerza exterior horizontal. Vista cenital.	83
Figura 4.3: Boya desplazada por acción de una fuerza exterior horizontal. Alzado. 84	
Figura 4.4: Comparativa de rigidez lineal entre la boya I y II.	92
Figura 4.5: Influencia del nivel del mar en la rigidez lineal.....	93
Figura 4.6: Influencia del radio de la boya en la rigidez lineal horizontal. Boya I... 94	
Figura 4.7: Influencia del radio de la boya en la rigidez lineal horizontal. Boya II.. 94	
Figura 4.8: Influencia de la dirección de la fuerza exterior en la rigidez lineal. Boya I.....	95
Figura 4.9: Influencia de la dirección de la fuerza exterior en la rigidez lineal. Boya II	96
Figura 4.10: Posición de la boya al variar dirección de la fuerza.....	97
Figura 4.11: Influencia del peso lineal de las catenarias en la rigidez lineal. Boya I.. 98	
Figura 4.12: Influencia del peso lineal de las catenarias en la rigidez lineal. Boya II 99	
Figura 4.13: Influencia de la longitud de las catenarias en la rigidez lineal. Boya I. 100	
Figura 4.14: Influencia de la longitud de las catenarias en la rigidez lineal. Boya II 100	
Figura 4.15: Comparativa de la trayectoria de la boya III entre SESAM y Matlab.. 101	
Figura 4.16: Región de validez de la fórmula	106

Figura 4.17: Variación de la rigidez horizontal según la longitud adimensional.....	107
Figura 4.18: Variación de la rigidez horizontal según X.....	108
Figura 4.19: Variación de la rigidez horizontal según el ángulo de incidencia de la fuerza exterior.	109
Figura 4.20: Pretensado de una catenaria individual.....	110
Figura 4.21: Pretensado de una catenaria para un L y X dadas en forma adimensional	111
Figura 4.22: Relación entre el ángulo de la fuerza exterior y del desplazamiento de la boya para una configuración poco rígida	113
Figura 4.23: Relación entre el ángulo de la fuerza exterior y del desplazamiento de la boya para una configuración muy rígida.....	114
Figura 4.24: Superficie que representa la pendiente en el origen.....	116
Figura 4.25: Función de la derivada primera para un caso concreto de X y L adimensionales	118
Figura 4.26: Función de la derivada primera para varios casos de X y L adimensionales	119
Figura 4.27: Derivada segunda en el origen en función del ángulo de aplicación....	120
Figura 4.28: Coeficiente de ajuste de la derivada segunda en el origen.....	121
Figura 4.29: Representación de la derivada segunda para puntos cercanos al origen	122
Figura 4.30: Coeficiente de ajuste de la derivada tercera en el origen.....	123
Figura 4.31: Variación de la rigidez según el ángulo de incidencia de la Fuerza	132
Figura 4.32: Variación de la rigidez según el ángulo de incidencia de la Fuerza (Zoom)	132
Figura 4.33: Variación de la rigidez para el caso de $L = 2.74$ y $X = 2.3$	133
Figura 4.34: Variación de la rigidez para el caso de $L = 4.29$ y $X = 4.1$	134
Figura 4.35: Variación de la rigidez para el caso de $L = 2.57$ y $X = 2.3$	135
Figura 4.36: Variación de la rigidez para 60° y $X = 4.1$	136
Figura 4.37: Variación de la rigidez para 60° y $X = 2.3$	136

CAPÍTULO 5:

Figura 5.1:	Aerogenerador Hywind (Fuente: Statoil-Hydro).....	140
Figura 5.2:	Giro de la boya con el sistema de catenarias simple.....	141
Figura 5.3:	Giro de la boya con el sistema de catenarias doble o “pata de gallo” ..	142
Figura 5.4:	Vista lateral de una boya con sistema de catenarias doble.	142
Figura 5.5:	Esquema de la catenaria principal.....	144
Figura 5.6:	Esquema de una rama secundaria	145
Figura 5.7:	Unión de la línea principal con las ramas secundarias.	146
Figura 5.8:	Unión de la línea principal con las ramas secundarias.	149
Figura 5.5:	Rigidez de rotación para distintos valores de ‘u’	151
Figura 5.6:	Rigidez rotacional para diferentes valores de L’	152

ANEXO 1:

Figura A1.1:	Cable sumergido que se apoya sobre el lecho marino	164
Figura A1.2:	Elemento diferencial de cable sumergido	164

ANEXO 2:

Figura A2.1:	Coordenadas de un punto cualquiera p de la una catenaria apoyada. ...	170
Figura A2.2:	Coordenadas del punto superior de una catenaria.....	171
Figura A2.3:	Esquema de una catenaria levantada.....	173
Figura A2.4:	Esquema de fuerzas del sistema de tres catenarias	174
Figura A2.5:	Esquema de desplazamientos del sistema de tres catenarias	175
Figura A2.6:	Fuerzas aplicadas en la boya.....	176

ANEXO 5:

Figura A5.1:	Cuadro de inicio en el que se establecen las unidades.....	192
Figura A5.2:	Directorio de trabajo del GeniE	193
Figura A5.3:	Cuadro de introducción de propiedades de los materiales.....	194
Figura A5.4:	Cuadro de definición de nuevos espesores	195
Figura A5.5:	Interfaz de inserción de plano auxiliar de geometría.	196
Figura A5.6:	Planos y líneas de geometría de la boya 1	196

Figura A5.7: Vista del “Panel Model”	197
Figura A5.8: Interfaz de selección de cara sobre la que aplicar la superficie húmeda.	198
Figura A5.9: Interfaz de introducción de casos de carga	198
Figura A5.10: Interfaz de definición del mallado de los paneles.....	199
Figura A5.11: Creación de un nuevo análisis.	200
Figura A5.12: Selección del panel de mallado.	200
Figura A5.13: Definición de los ajustes de mallado.	201
Figura A5.14: Mallado de la superficie húmeda.....	201
Figura A5.15: Estructura completa.	202
Figura A5.16: Recorte de la placa superior.....	202
Figura A5.17: Paneles de los compartimentos.....	203
Figura A5.18: Ajuste de masa de los del tanque de lastre.	204
Figura A5.19: Ventana de gestor de compartimentos.....	204
Figura A5.20: Vista de los compartimentos creados automáticamente	205
Figura A5.21: Selección de presión hidrostática como carga de los compartimentos.	206
Figura A5.22: Interfaz de “Mesh Activity”	207
Figura A5.23: Definición de las unidades de trabajo.....	208
Figura A5.24: Interfaz del Panel Model.....	209
Figura A5.25: Definición de las direcciones y las frecuencias.	210
Figura A5.26: Definición de la localización.	211
Figura A5.27: Definición del modelo hidrodinámico.....	211
Figura A5.28: Ventana para importar el modelo de paneles.....	212
Figura A5.29: Ventana para determinar la sección de carga	212
Figura A5.30: Ventana para importar el modelo estructural	213
Figura A5.31: Ventana de definición de permeabilidad de los compartimentos.....	213
Figura A5.32: Vista general del modelo FEM con las condiciones de carga.	214
Figura A5.33: Ventana de definición de la condición de carga	215
Figura A5.34: Definición del fluido y de la inundabilidad.	215
Figura A5.35: Definición de la fracción máxima de llenado.....	216
Figura A5.36: Definición del contenido de los compartimentos.	216

Figura A5.37: Definición del modelo de masas.....	217
Figura A5.38: Equilibrio automático de compartimentos.....	217
Figura A5.39: Ventana de selección de modelos para ejecutar	218
Figura A5.40: Ventana de ubicación de los archivos resultantes.....	218
Figura A5.41: Definición de las propiedades del lecho marino.....	219
Figura A5.42: Definición de las propiedades del fluido y la localización.	220
Figura A5.43: Definición del espectro de oleaje.....	221
Figura A5.44: Definición del perfil de viento	221
Figura A5.45: Definición del espectro de viento	221
Figura A5.46: Definición del perfil de corriente.....	223
Figura A5.47: Definición de las condiciones de simulación.....	224
Figura A5.48: Importación de modelo de paneles	225
Figura A5.49: Importación del modelo estructural	225
Figura A5.50: Comprobación del modelo de masas importado.....	226
Figura A5.51: Rigidez artificial añadida	227
Figura A5.52: Coeficientes Hidrostáticos	227
Figura A5.53: Interfaz de introducción de los coeficientes hidrostáticos	227
Figura A5.54: Interfaz de introducción los coeficientes de viento.	229
Figura A5.55: Función de retardo	230
Figura A5.56: Anclajes en la boya	231
Figura A5.57: Fuerza para contrarrestar las catenarias.....	231
Figura A5.58: Definición de uno de los muertos	232
Figura A5.59: Propiedades de la catenaria.....	233
Figura A5.60: Densidad de mallado de las líneas	234
Figura A5.61: Coeficientes de arrastre (Fuente: DNV-RP-F205).....	235
Figura A5.62: Coeficientes cuadráticos de arrastre de las líneas.....	235
Figura A5.63: Rótulas con el giro libre.....	236
Figura A5.64: Definición de la geometría de las líneas de fondeo.	237
Figura A5.65: Definición de las rótulas.	238
Figura A5.66: Cálculo de la catenaria bajo su peso propio.....	238
Figura A5.67: Definición de la localización donde se quiere ejecutar el comando.....	239
Figura A5.68: Definición del Análisis.	239
Figura A5.69: Almacenamiento de datos.....	240

Figura A5.70: Condiciones del análisis estático.	240
Figura A5.71: Integración y amortiguamiento.	241
Figura A5.72: Condiciones de simulación del análisis dinámico irregular.	241
Figura A5.73: Interfaz de ejecución de análisis.	242
Figura A5.74: Captura de pantalla de la ejecución por paso de un análisis.	242

ÍNDICE DE TABLAS

	Página
Tabla 1.1: Parámetros principales medidos por un mástil meteorológico flotante	19
Tabla 2.1: Emplazamiento Boya I.....	36
Tabla 2.2: Emplazamiento Boya II.....	38
Tabla 2.3: Emplazamiento Boya III	39
Tabla 2.4: Sistema de monitoreo de la boya IDEMAR III.....	46
Tabla 4.1: Posicionamiento de los muertos	81
Tabla 4.2: Propiedades del sistema de amarre de la boya “IDERMAR I”	82
Tabla 4.3: Propiedades del sistema de amarre de la boya “IDERMAR II”	83
Tabla 4.4: Coeficientes de $ref\theta$ para 0 y 60°.....	130
Tabla 5.1: OC3-Hywind Mooring System properties (Fuente: NREL)	139

Introducción. Presentación del problema y tecnología existente

El capítulo primero presenta la introducción al problema que se quiere plantear. En sus diferentes puntos se incluye un resumen de la evolución de la energía eólica en los últimos años, de la energía eólica offshore y de los tipos de estructuras flotantes para generación de este tipo de energía que se vienen desarrollando en los últimos años. Contiene, asimismo, una descripción de los distintos sistemas de amarre. Finalmente se añade una descripción de las boyas marinas medidoras de recurso eólico y de las acciones exteriores a las que se ven sometidas las estructuras flotantes en medio marino.

1.1 Presentación del problema y objetivos de la tesis.

Los sistemas de amarre para cuerpos flotantes, como barcos o plataformas marinas, han sido desarrollados y aplicados con éxito desde la antigüedad. Hoy en día con el desarrollo de la energía eólica marina se ve la necesidad de aplicar estos sistemas de amarre a grandes boyas meteorológicas y a aerogeneradores flotantes, que se diferencian en su comportamiento, dimensiones y pesos.

Aunque los sistemas de amarre permitan que estas estructuras flotantes se muevan, desde un punto de vista funcional, se requiere que estos movimientos sean reducidos. Para ello se emplean sistemas de al menos tres líneas de amarre que se anclan al fondo marino y que trabajan conjuntamente para reducir los movimientos de la estructura.

El objeto de esta tesis doctoral es el estudio de la rigidez de translación y rotación de estructuras flotantes fondeadas mediante catenarias. Concretamente se enmarca en el ámbito de las estructuras tipo “*Spar*” que se anclan al fondo marino por medio de tres líneas de fondeo dispuestas radialmente y homogéneamente distribuidas. Es un tema muy amplio al que se va a hacer una aproximación desde diferentes perspectivas.

El objetivo a largo plazo sería ampliar el conocimiento de estos sistemas de catenarias para su aplicación en aerogeneradores flotantes, sin embargo en este documento se estudiarán los sistemas de fondeo para boyas meteorológicas debido a que los datos experimentales de los que se dispone son de este tipo de estructuras flotantes.

El objetivo particular es la realización de un estudio del desplazamiento horizontal del tipo de estructuras citadas, es decir, la sensibilidad de la rigidez lineal de translación a las distintas variables que definen el sistema de fondeo.

Dentro del estudio de la rigidez se pretende la obtención de una formulación directa y sencilla de la rigidez de translación para hacer un primer cálculo de pre-diseño. Se comprobará el rango de validez y aplicación de las fórmulas obtenidas.

Existen en el mercado herramientas de elementos finitos muy completas y potentes a las que se ha tenido acceso durante el desarrollo de esta tesis. Estas herramientas muestran todo su potencial en etapas de desarrollo más avanzada.

Esta formulación tiene aplicación en las etapas iniciales del diseño de estructuras flotantes, ya que permitirá realizar tanteos rápidos sin necesidad de resolver complejos sistemas de ecuaciones no lineales.

Las boyas meteorológicas que van a ser estudiadas forma parte del conjunto de prototipos de boyas IDERMAR, que son totalmente novedosas y únicas en el mundo. Dichas boyas se describen en profundidad en el capítulo segundo. El hecho de que estén totalmente instrumentadas va a permitir la obtención de valiosos datos que van a servir para la caracterización de las fórmulas propuestas y la comprobación de las hipótesis planteadas.

Para el estudio de la sensibilidad de las variables se ha desarrollado una serie de rutinas de Matlab que permiten el cálculo estático para diferentes configuraciones del sistema de fondeo. A partir de estas rutinas se han obtenido los datos necesarios para la obtención de la formulación simplificada por medio de aproximaciones numéricas.

Dicha formulación será posteriormente contrastada mediante un software comercial de elementos finitos previamente calibrado con datos experimentales recogidos por la instrumentación en situaciones reales y de laboratorio.

Antes de entrar de lleno en las cuestiones técnicas se va a dar una visión global de la situación de estas tecnologías en la actualidad para destacar la importancia del desarrollo y la mejora de cualquiera de sus elementos, en este caso los sistemas de anclaje de estructuras flotantes.

1.2 La energía eólica. Evolución del Mercado Mundial.

En los últimos tiempos las energías renovables han experimentado un gran crecimiento. Según el informe de “*International Energy Outlook by the Energy Information Administration*” de 2013, las renovables son la fuente de energía con mayor crecimiento en el mundo, con un consumo que crece un 2.5 % anual, habiendo llegado a cotas crecimiento del 3 % en 2009.(International Energy Agency, 2013)

La creciente atención generada por las fuentes de energía renovables se puede atribuir a una serie de factores como la preocupación por la volatilidad del precio del petróleo, la dependencia de fuentes de energía procedentes del extranjero y las consecuencias medioambientales de las emisiones de dióxido de carbono. (Apergis & Payne, 2010).

También han sido determinantes el derrame de petróleo del Golfo de México (Abril 2010) y el desastre nuclear de Japón (Marzo 2011) que tendrán un impacto a largo plazo sobre el futuro de las energías renovables. Todo lo anterior sin dejar de lado el significativo incremento de consumo eléctrico que se espera en las dos próximas décadas (Figura 1.1).



Figura 1.1: Evolución del consumo de energía eléctrica. (Fuente: *Renewable and Sustainable Energy Reviews*)

Dentro del grupo de energías limpias, el mayor aumento de los últimos años lo ha experimentado la energía eólica que alcanzó una tasa de crecimiento de la potencia instalada del 19.2 %.

Las primeras referencias que existen de máquinas eólicas se remontan al siglo XII. Éstas eran usadas para moler grano y sus resultados fueron mejorando hasta el siglo XIX. La primera persona en crear energía eléctrica a partir del viento fue el danés Poul

La Cour en 1891. A partir de entonces la popularidad de esta forma de energía ha variado en función de los precios de los combustibles fósiles. Después de la 2ª Guerra Mundial el interés en las turbinas eólicas decreció, y no fue hasta los años 70, con la crisis del petróleo, cuando volvió la atención a esta forma de energía, pero todavía sin parques comerciales ni industria para llevarla a cabo. Poco a poco la tecnología fue mejorando hasta que, en los años 80, se construyó el primer parque eólico en California. En el final de los años 90 resurgió como una de las fuentes de energía renovable más importantes y ha experimentado un crecimiento exponencial hasta el día de hoy (Bilgili M, 2011).

En 2012 la capacidad mundial de energía eólica alcanzó los 282.275 MW, de los que 44.609 se añadieron el último año, el mayor aumento en valor absoluto de la historia (Figura 1.2 y Figura 1.3). El sector de la energía eólica es un sector creciente en la economía, moviendo un volumen de 60.000 millones de euros en 2012

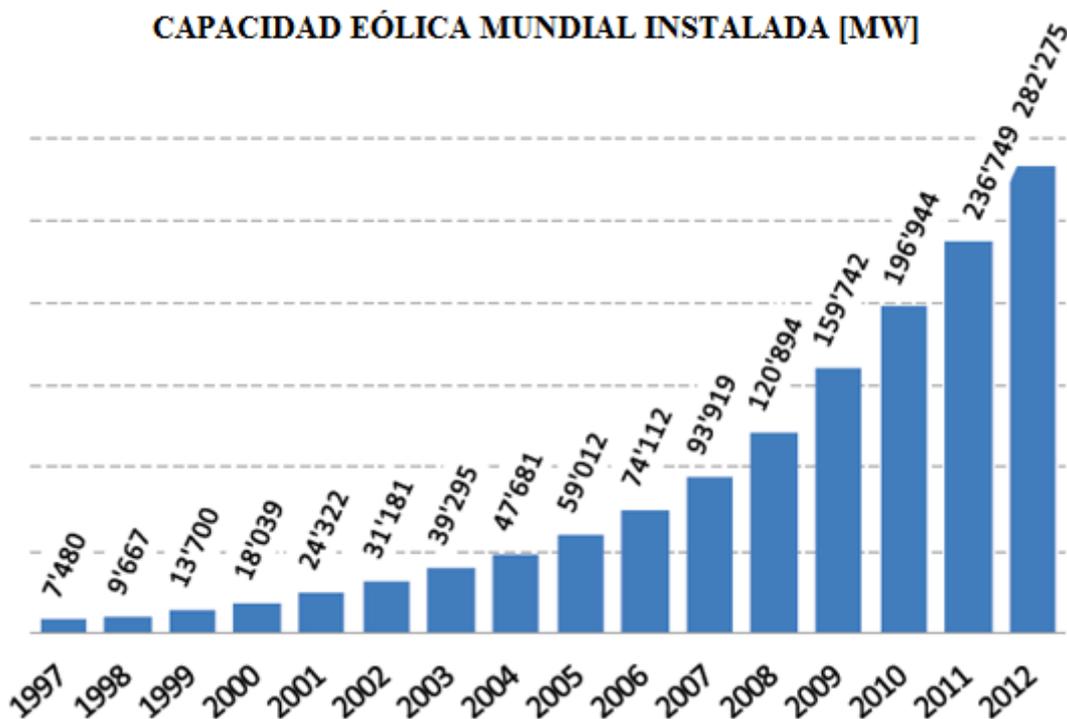


Figura 1.2: Evolución de la capacidad eólica mundial instalada. (Fuente: WWEA 2013)

Parece ya superado, por tanto, el bache producido en 2010. Dicho año la inversión en nuevas instalaciones tuvo un descenso en muchas partes del mundo y por primera vez en más de dos décadas el mercado de nuevas turbinas fue menor que el año anterior. El mercado mundial de energía eólica, exceptuando China, se redujo un tercio, representando dicho país más de la mitad del mercado eólico en dicho año. A pesar de la desaceleración global puntual del 2010, el mercado ha remontado y la tendencia sigue siendo doblar la capacidad instalada cada tres años. (WWEA, 2011)

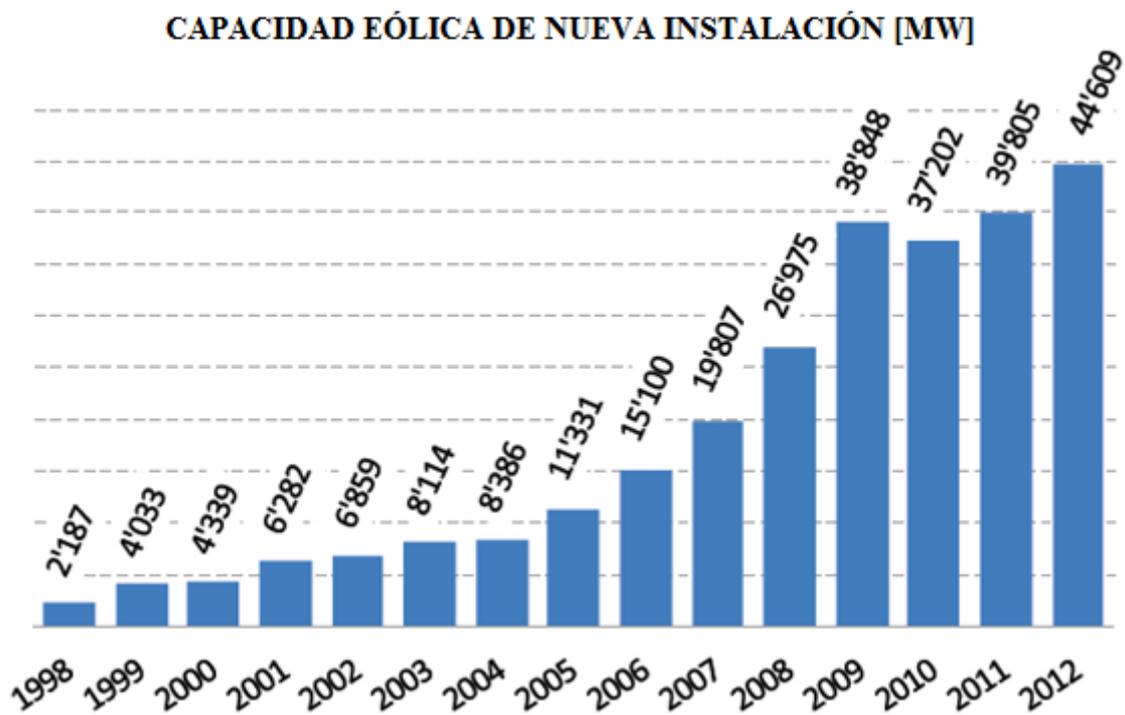


Figura 1.3: Evolución de la capacidad eólica de nueva instalación.(Fuente: WWEA 2013)

Por continentes, Asia fue el continente con una instalación mayor, con el 36 % de la capacidad eólica instalada, seguido de Norte América (31 %) y Europa (27 %). Por países, China y Estados Unidos lideraron la instalación de nuevas turbinas, con 13 GW cada uno, a pesar de que China ha instalado significativamente menos que el año anterior. El tercer país en instalación fue India con 2.5 GW. La capacidad total instalada de China en 2012 era de 75 GW y la de Estados Unidos de 60 GW (Figura 1.4).

España, sigue siendo una de las grandes potencias eólicas, junto con China, Estados Unidos, India y Alemania. Sin embargo en el último año Estados Unidos y España apenas representaron el 1 % de la capacidad eólica instalada. (WWEA, 2014)

En Europa, Alemania se consolida como el mercado mayor y más estable con 31 GW, seguido de España con 22.8 GW.

La instalación de turbinas en España en los últimos dos años ha sufrido un parón, incluso ha sido superada en 2012 por Reino Unido e Italia en capacidad instalada. Esta situación dista mucho de la existente en 2010, cuando experimentó un crecimiento del 16 %. (WWEA, 2013)

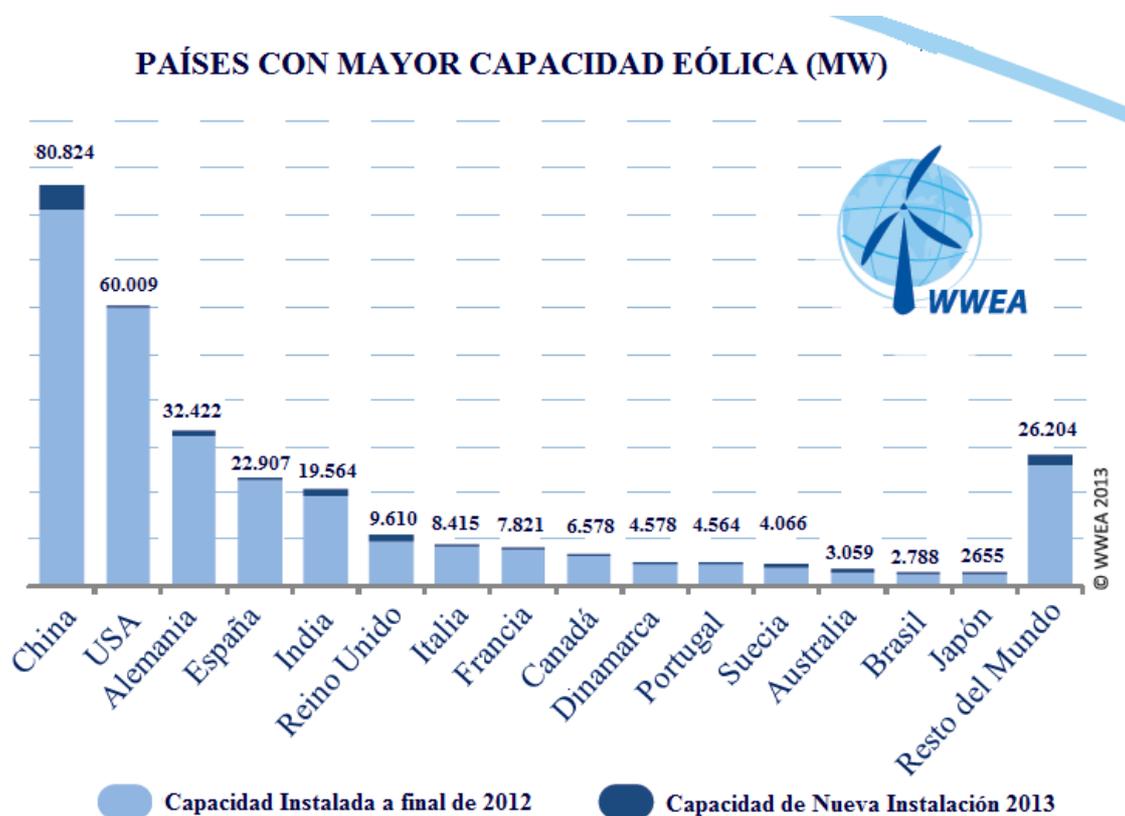


Figura 1.4: Países con mayor capacidad eólica instalada. (Fuente: WWEA 2014)

España lideró en el 2010 el ranking europeo de producción de energía eólica, si bien es cierto que Alemania tenía una mayor capacidad instalada. El hecho de producir más electricidad con menos aerogeneradores muestra el buen funcionamiento del modelo español, que dispone de equipos más modernos y un mejor sistema de integración a la red, aunque también hay que señalar que 2010 fue un año con niveles de viento altos en España en contra de lo ocurrido en Alemania.(AEE Communications Department, 2011)

Además, en 2013 España fue el primer país del mundo donde la energía eólica fue la primera fuente de energía durante un año completo con un 20.9 % de la energía total producida, superando el 20.8 % que supuso la energía nuclear. (AEE Communication Department, 2014)

1.3 La energía eólica offshore.

La energía eólica puede ser aprovechada para producir electricidad a través de dos tipos de instalaciones: las terrestres (*'onshore'*) y las marinas (*'offshore'*). Las instalaciones *'onshore'* son turbinas normalmente construidas en tierra firme, en zonas costeras, boscosas o agrícolas con vientos fuertes. Turbinas muy similares se pueden instalar en el agua, en lagos o en el mar. En la actualidad, la mayor parte de los aerogeneradores *'offshore'* están contruidos sobre cimentaciones de hormigón en zonas con profundidades inferiores a 30 m (Nordman, 2011).

La primera idea de colocar aerogeneradores offshore surgió en 1930 cuando se pensó instalarlos en mástiles pilotados. A pesar de no prosperar entonces, en 1972 tuvieron un comienzo esperanzador cuando el Dr. William E. Heronemus, profesor en el Instituto Tecnológico de Massachusetts (M.I.T.), tuvo la idea de producir energía con turbinas en grandes plataformas flotantes. En 1990 la empresa *'WorldWind'* (Vestas) construyó e instaló en Dinamarca el primer aerogenerador offshore a una distancia de 250 m de la costa en aguas de 7 m de profundidad, con una potencia de 22 Kw. A partir de ese momento la evolución de la tecnología no ha cesado, hasta llegar a los prototipos actuales Hywind con aerogeneradores de 5 MW. (Bilgili M, 2011).

La energía eólica offshore se concentra de forma abrumadora en Europa, donde se hallan 11 de los 13 países con parques eólicos. Fuera de ella únicamente hay turbinas offshore instaladas en el mar en China y Japón, y en este último de forma testimonial. China se ha convertido en uno de los principales protagonistas doblando su capacidad offshore a 389 MW y sin embargo la energía offshore todavía juega un papel secundario. Está lejos de llegar a su objetivo de instalar 5 GW en 2015. (EWEA, 2014).

El desarrollo de estas instalaciones en Europa y su evolución hasta 2013 se puede apreciar en la Figura 1.5.



Figura 1.5: Evolución de la capacidad eólica offshore en Europa (Fuente: EWEA 2013)

El mercado de la energía eólica offshore ha sido bastante inestable durante los últimos años. El aumento de potencia instalada de este tipo de energía en el año 2012 y 2013 ha sido muy importante después de un débil 2011, cuando apenas hubo incremento de instalación sobre el año anterior.

En enero del año 2014 había 69 parques eólicos en Europa, con una capacidad de 6560 MW, de los que 1567 MW fueron instalados dicho año, lo que supuso un incremento del 34% sobre el año anterior.

Reino unido es de largo el país con mayor capacidad eólica offshore instalada, con 3681 MW. En el año 2013 representó el 47 % de la capacidad instalada en Europa (en 2012 fue el 73 %). El resto de países europeos con aerogeneradores en el mar son Dinamarca (1271 MW), Bélgica (571 MW), Alemania (520 MW), Holanda (247 MW), Suecia (212 MW), Finlandia (26 MW), Irlanda (25 MW), España (5MW), Noruega (2MW) y Portugal (2 MW) (EWEA, 2014).

España dispone de una turbina offshore de 5 MW, instalada en Arinaga (Gran Canaria) por Gamesa en julio de 2013. Existen muchos otros proyectos en marcha, como por ejemplo el de Goiener, que pretende instalar 10 turbinas flotantes en el País Vasco antes de 2020. (Goiener, 2014)

A pesar de las ambiciosos objetivos que existían, la instalación de turbinas eólicas en el Mar del Norte y en Alemania, está muy por debajo de las expectativas, representando sólo un 1% de la capacidad eólica. (AEE Communication Department, 2014)

Las predicciones del proyecto SEANERGY 2020 apuntan a que se mantenga la tendencia de crecimiento en el conjunto del globo. Dicho proyecto fue lanzado en 2010 para definir el planeamiento espacial marítimo de la generación de energía renovable offshore. Entre sus objetivos está el llegar a los 230 GW de potencia eólica instalada en 2020, de los cuales 40 GW serían offshore. (EWEA, 2011)

1.4 Tipos de cimentaciones y sujeciones

Debido al auge de la energía eólica terrestre y al aumento de la protección de los hábitats naturales la dificultad de encontrar lugares adecuados para la instalación de aerogeneradores en tierra es cada vez mayor. Pese a que la evolución actual es lenta, la tecnología eólica se encamina hacia la instalación de aerogeneradores en el mar.

Dentro de los aerogeneradores offshore existen diferentes tipologías que se clasifican según sea su sujeción. Para diferentes profundidades los aerogeneradores necesitan distintos tipos de soportes.

Hay dos tipos fundamentales: Torres cimentadas y plataformas flotantes. Dentro de las primeras está el monopilote, que tiene unos 6 m de diámetro y sirve para profundidades de hasta 30 m. A partir de 20 m y hasta 80 m existen diversas soluciones, como las cimentadas por gravedad, por trípodes o por cajones de succión. Éstos últimos, muy utilizados en la industria petrolera y gasista, consisten en unos cilindros huecos que se instalan usando su peso propio en primera instancia y posteriormente se encajan mediante succión al extraer el agua remanente dentro del cajón con una bomba. (Valle Molina C). Cuando la profundidad del fondo marino es aún mayor la solución pasa por instalar turbinas flotantes. (de Vries, 2007)

En estos momentos las plataformas eólicas offshore todavía no se encuentran en su fase comercial y tienen pocos datos operacionales, pero ya hay compañías que están desarrollando estos sistemas. *Norway-based SWAY* ha diseñado un modelo para operar en profundidades de hasta 400 m y *StatOil Hydro* está probando una para aguas de hasta 700 m basándose en construcciones de hormigón usadas en instalaciones petrolíferas del Mar del Norte. (Environmental and Energy Study Institute, 2010)

En la Figura 1.6 se muestra un esquema de los distintos tipos de soportes para aerogeneradores.

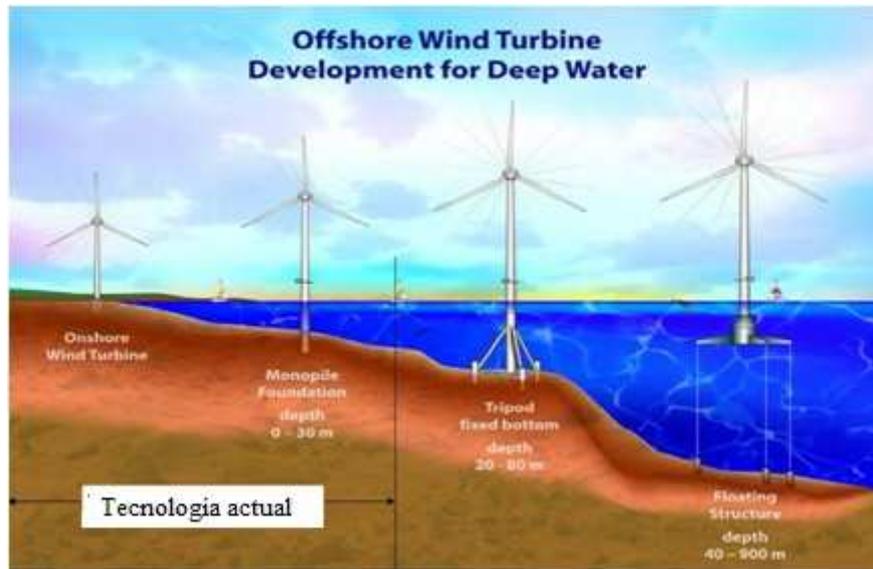


Figura 1.6: Tipologías de soportes de aerogeneradores. (Fuente: NREL)

1.5 Tecnologías flotantes

Los aerogeneradores offshore están basados en una tecnología altamente conocida por la experiencia que existe de molinos terrestres. Su localización en el mar en vez de en tierra tiene muchos beneficios, pero también conlleva algunos inconvenientes. La primera ventaja es la mayor calidad del recurso eólico en el mar donde la velocidad del viento es normalmente mayor y sopla más uniformemente que en tierra, lo que reduciría las turbulencias y proporciona un suministro más regular de energía. Por ello la fatiga es menor y permite incrementar la vida útil de los molinos. Otra consideración a tener en cuenta es que el límite de turbulencia adyacente a la superficie marina permite instalar la turbina a una altura menor que en un molino terrestre equivalente.

La segunda ventaja de los generadores marinos es que hay disponibles mayores extensiones adecuadas para la instalación de parques, por lo que se pueden emplazar lejos de zonas pobladas, disminuyendo las emisiones de ruido y el impacto visual. Esto posibilita que estos molinos puedan ser más grandes y girar a mayor velocidad, y junto a las limitaciones no tan restrictivas en relación con la carga transportada permite una mayor producción de energía por unidad. (Estaban MD, 2011)

Entre los inconvenientes debe citarse el mayor coste. Esto es debido a varios motivos, como las cimentaciones, la adecuación de la capacidad de la red eléctrica costera para la energía suministrada o los procedimientos de construcción. Normalmente se estima que el coste de las turbinas en parques “onshore” es del 75% del total del proyecto, en contraposición a los parques “offshore”, en lo que representa tan solo el 33%. A esto hay que añadir las condiciones ambientales que pueden limitar el acceso a la instalación y su mantenimiento. (Bilgili M, 2011).

Otra desventaja es la necesidad de un mayor desarrollo de la tecnología, tanto de las turbinas como de la cimentación y los anclajes, para adaptar los aerogeneradores para las condiciones ambientales marinas. Además, la evaluación del viento es mucho más compleja y cara. Por último, debido a que la propagación de turbulencias es mayor que en tierra su impacto sobre las turbinas puede acortar su vida útil. (Estaban MD, 2011).

Sin embargo los beneficios superan a los inconvenientes, y más teniendo en cuenta la fase de desarrollo en la que se encuentra este tipo de tecnología. Es ampliamente admitido que es necesario seguir invirtiendo y aprovechar esta oportunidad que se ha abierto de acercarse a la, ya no tan lejana, utopía de un mundo impulsado tan solo por energías renovables.

1.6 Tipología de estructuras flotantes

Los estructuras flotantes pueden clasificarse de distintas formas según su forma de alcanzar el equilibrio. Fundamentalmente disponen de una serie de flotadores y lastres similares a los usados en la industria petrolera para conferir estabilidad. Además se dispone de la ayuda de las líneas de fondeo para alcanzar dicho equilibrio cuando la plataforma se balancea y cabecea en el agua. (NREL, 2012)

A continuación se analizan los diferentes tipos de estructuras flotantes según su forma de equilibrio.

1.6.1. Estabilización por Lastre (*Spar*):

Con este sistema se alcanza el equilibrio mediante un lastre y un depósito de flotación. Éstos proporcionan el momento restaurador necesario y una gran resistencia al cabeceo (*pitch*) y al balanceo (*roll*), y normalmente estas estructuras disponen de suficiente calado para compensar el oleaje (*heave*).

El tipo más característico de estructura flotante estabilizada por lastre es el “*Spar*”. Este tipo no es nuevo, sino que lleva utilizándose durante décadas en boyas de balizamiento. El primer *Spar* de producción eléctrica fue “*Neptuno*”, instalada en 1996.(Chakrabarti, 2005). Posteriormente en 2009, la empresa petrolera *Statoil* usó este concepto de boya para el primer prototipo de aerogenerador, el OC3-Hywind, que se muestra en la Figura 1.7 (Jonkman J, 2010).

Simplificando, el concepto *Spar* consiste en un cilindro que flota verticalmente en el mar. Al ser una estructura estabilizada por lastre el centro de gravedad se sitúa por debajo del centro de carena o empuje. Esto se consigue colocando un lastre muy pesado en la parte inferior del cilindro.

Este tipo de estructura se caracteriza por un gran calado, lo que le da ventajas respecto a otros, al estar amortiguado el efecto de las olas, ya que se ve contrarrestado por el efecto de peso estructural.(Hordvick T, 2010)

Entre las ventajas más importantes están: la posibilidad de ser utilizado para grandes profundidades, el amplio rango de cargas que soporta y su gran estabilidad por el hecho de tener el centro de carena por encima del centro de gravedad (*cdg*). Normalmente este tipo de estructuras están ancladas mediante catenarias, proporcionando éstas las fuerzas restauradoras.



Figura 1.7: Aerogenerador flotante marino tipo *Spar* (Fuente: *Statoil*)

1.6.2. Estabilización por Cables en Tensión (TLP):

Se estabiliza mediante cables en tensión. El *Tension-leg platform* (TLP) pertenece a esta categoría. Preparado para profundidades entre 300 y 1500 m, las líneas están formadas por haces de tendones unidos a cada uno de los vértices de la estructura. Dichos haces se denominan *Tension legs*. El primer TLP se instaló en el Mar del Norte a principios de los años 80.

Con este tipo de amarre se elimina virtualmente el movimiento vertical de la estructura debido a la elevada rigidez axial de los cables. Esto facilita el control en la succión de hidrocarburos, que es donde tienen su uso más habitual. Otra ventaja es la de tener una estructura compacta, lo que a priori, a largo plazo tiene menor coste.

Entre sus desventajas se encuentra el alto coste de las líneas de fondeo, tanto su fabricación como su instalación. Otra desventaja radica en el hecho de que sea una

tecnología poco usada, por lo que todavía tiene que demostrar que es un sistema seguro y que los costes no se disparan.(Musial W.D., 2004)

En la Figura 1.8 se ve un prototipo aerogenerador flotante estabilizado por cables en tensión.



Figura 1.8: Aerogenerador flotante marino tipo TLP (Fuente: *Pelastar*)

1.6.3. Estabilización por Flotación (Barge):

Este tipo de estructuras permiten alcanzar la estabilidad aprovechando el momento estabilizador del empuje del agua sobre la superficie. Usa una plataforma flotante, como puede ser una barcaza (Newman, 1977).

En la Figura 1.9 se puede ver un esquema de las tres tipologías mencionadas.

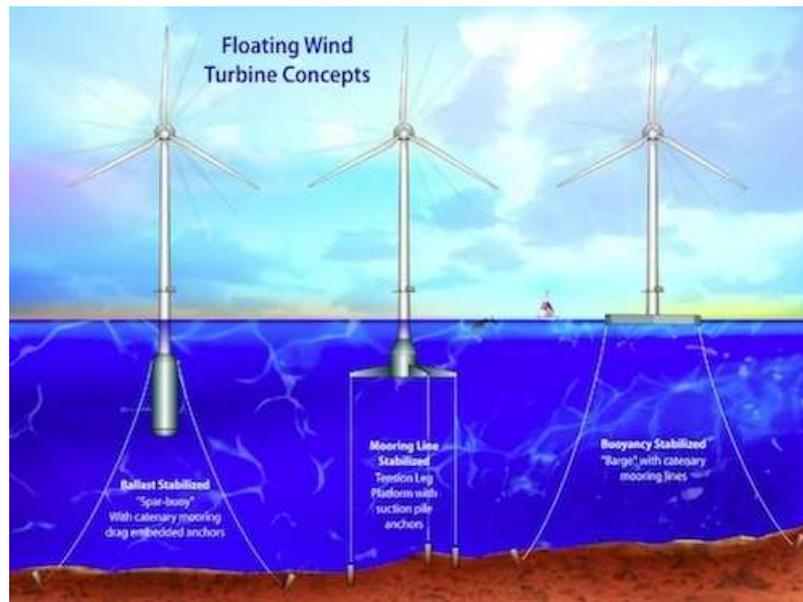


Figura 1.9: Tipologías de aerogeneradores flotantes. (Fuente: NREL)

1.7 Tipología de líneas de fondeo

1.7.1. Catenarias de masa distribuida

La rigidez se obtiene con líneas sumergidas de gran peso propio. Normalmente son utilizadas las compuestas por eslabones de acero, ya que su peso propio es muy superior a los cables o fibras sintéticas. Este tipo de líneas pueden estar formadas por tramos con diferentes propiedades, por ejemplo la parte de las líneas apoyada en el lecho marino. En este tipo de catenarias está basado el resto del documento (Figura 1.10)



Figura 1.10: Línea de fondeo de masa distribuida.

1.7.2. Catenarias con masa acoplada

Aquí la fuerza restauradora está proporcionada por la masa agregada a las cadenas. El peso añadido incrementa la componente vertical de la fuerza y la tensión total de la línea. Los pesos deberían agregarse cerca del punto de despegue de la catenaria del fondo, aumentando así la rigidez y la variación de la tensión, al estar el peso levantado sobre el fondo. Hay que tomar precauciones para evitar que el peso toque el suelo para evitar enterramientos que pueden suponer la desestabilización de la estructura.

1.7.3. Catenarias con elementos flotantes

En este caso las cadenas tienen acopladas elementos flotantes que crean una fuerza ascendente. Esta configuración se usa en situaciones con grandes profundidades donde son utilizadas líneas de gran longitud y por tanto con gran peso propio, por lo que al utilizar flotadores se evita que las fuerzas verticales sobre las boyas sean muy elevadas.

Esta configuración provoca un desplazamiento virtual del punto superior, de tal forma que la contribución principal de las fuerzas restauradoras vienen de la parte que está por debajo del flotador (Hordvick, 2011).

La Figura 1.11 muestra los tres tipos de líneas de fondeo mencionadas.

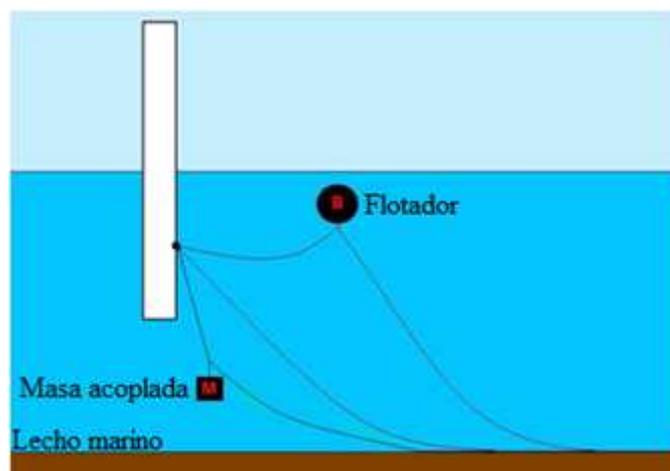


Figura 1.11: Tipologías de líneas de fondeo.

1.8 Boyas medidoras de recurso eólico

Para el desarrollo de los aerogeneradores flotantes es necesario un conocimiento exhaustivo del recurso eólico disponible y de las condiciones oceánicas presentes en las diferentes áreas donde se planea la instalación de parques eólicos.

Con este propósito se desarrollan las boyas o mástiles meteorológicos. Estas boyas están instrumentadas para recopilar datos sobre las condiciones ambientales de los mares y océanos.

Aunque la primera boya meteorológica data del año 1940, no cobraron excesiva importancia hasta los años 70 con el declive de los barcos meteorológicos. (Timpe & Van de Voorde, 1995). Desde los años 80 una red de boyas en el pacífico tropical viene ayudando al estudio del fenómeno de “El Niño” (Browning & Gurney, 1999).

Los principales parámetros medidos por este tipo de boyas son la velocidad del viento y su dirección y la presión atmosférica. La determinación de dichos parámetros tiene una aplicación práctica directa como se puede observar en la Tabla 1.1.

Parámetro	Aplicación
Velocidad media de viento	Producción de energía y elección del aerogenerador
Dirección del viento	Caracterización de la distribución de frecuencias y la disposición de los aerogeneradores.
Desviación típica de la velocidad del viento	Cálculos de carga en las turbinas y estimación de la producción eléctrica.
Velocidad Extrema	Situación de supervivencia de las turbinas
Presión Atmosférica	Densidad del aire y estimación de producción diaria y estacional

Tabla 1.1: Parámetros principales medidos por un mástil meteorológico flotante

En el capítulo 2 se hará un análisis más exhaustivo de la instrumentación presente en las boyas meteorológicas.

1.9 Grados de libertad de una estructura flotante.

Para estudiar las sujeciones de un cuerpo lo primero que se debe hacer es conocer los grados de libertad de los que dispone dicho cuerpo. Una estructura flotante sometida a todas las fuerzas actuantes se mueve según 6 grados de libertad, 3 de translación y 3 de rotación.

Las translaciones son: *Alteada* (Movimiento vertical de ascenso y descenso), *Deriva* (Movimiento lateral a ambas bandas) y movimiento longitudinal de *Avance* y *Retroceso*. Análogamente los movimientos de rotación son: *Guiñada* (Giro en torno al eje vertical Z), *Cabeceo* (Giro en torno al eje transversal Y) y *Balanceo* (Giro en torno al eje longitudinal X) (Figura 1.12)

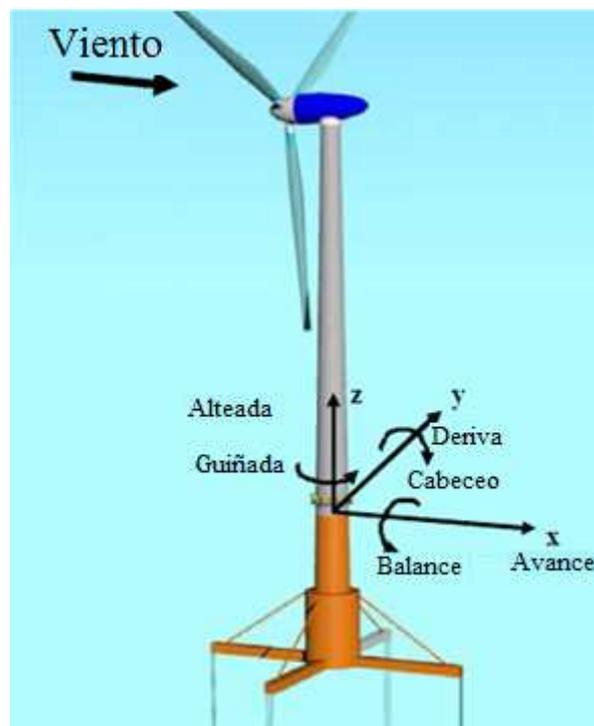


Figura 1.12: Grados de libertad de un aerogenerador.

En el caso de las boyas, como éstas tienen simetrías de revolución, no hay distinción entre las translaciones de *Deriva*, *Avance* y *Retroceso* y entre las rotaciones de *Cabeceo* y *Balanceo*. A lo largo del documento también se hará referencia a dichos términos en su nomenclatura inglesa: “*surge*” (avance y retroceso), “*sway*” (deriva), “*heave*” (alteada), “*yaw*” (guiñada) y “*pitch*” (balanceo).

Las estructuras flotantes tienen que ser capaces de proporcionar suficiente empuje como para soportar el peso de la turbina y mantener los movimientos de “*pitch*”, “*surge*” y “*heave*” dentro de unos límites aceptables. (Chen L, 2011)

1.10 Acciones exteriores

Una vez expuestas las tipologías de plataformas flotantes y de líneas de fondeo es necesario determinar las acciones exteriores a las que se pueden ver sometidas. Las fuerzas exteriores que actúan sobre la estructura son normalmente las cargas ambientales, que son fuerzas debidas al viento, a las corrientes y al oleaje.

1.10.1 Oleaje

Las olas del mar ejercen una fuerza periódica sobre todas las estructuras que se encuentran en el mar, fijas o flotantes, en la superficie o en las profundidades. Las olas pueden estar generadas por el viento, fuerzas astronómicas (mareas), otras embarcaciones o terremotos.

No existe una solución matemática para todas ellas. Incluso en los casos más sencillos son necesarias las aproximaciones, sobre todo cuando los efectos no lineales se vuelven importantes. Por otra parte las aproximaciones lineales funcionan bien en la mayoría de los casos. (Journé & Massie, 2001)

A partir de la observación se puede apreciar en las olas su movimiento y dirección, y se podría pensar que el agua de las olas se dirige hacia la costa. En realidad solamente se transporta la energía, mientras las partículas del agua se mueven en círculos y el transporte de masa es muy pequeño. Las partículas de agua se desplazan

hacia adelante en las crestas y en sentido contrario en los valles. En aguas profundas (cuando la profundidad es mayor que la altura de ola), las partículas de agua se desplazan en círculos casi perfectos. La amplitud de este movimiento orbital de las partículas decrece con la profundidad. (Walters, 2008)

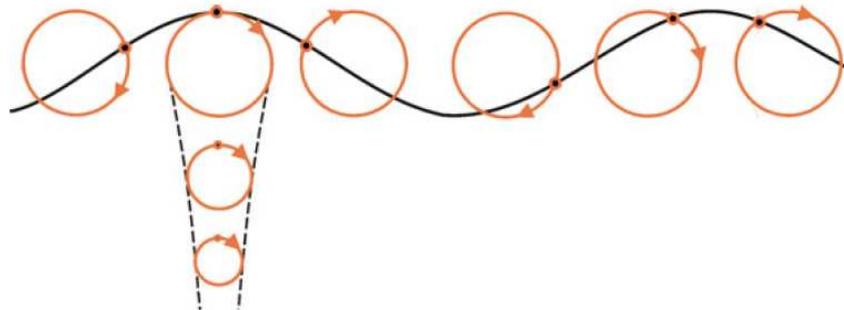


Figura 1.13: Movimiento orbital de las partículas del agua

Las olas del mar no son simplemente olas sinusoidales. La superficie del mar está compuesta de olas aleatorias de diferentes alturas y periodos. Para poder describir esta situación se han llevado a cabo una serie de simplificaciones. Dichas simplificaciones nos llevan al concepto de espectro de oleaje. El espectro proporciona la distribución de la energía de las olas para cada estado de mar.

El concepto de espectro está basado en los trabajos de Joseph Fourier (Fourier J, 1827), que demostró que cualquier función $\varphi(t)$ se puede representar en el intervalo $-T/2 < t < T/2$ como la suma de una serie infinita de funciones seno y coseno con funciones de frecuencia armónicas. St. Denis y Pierson (St. Denis & Pierson, 1953) aplicaron el llamado principio de superposición a la hidrodinámica. Por Faltinsen (1990) se sabe que para N ondas la amplitud de onda total que se propaga a lo largo de un eje se puede expresar de la siguiente forma:

$$\zeta = \sum_{j=1}^N A_j \cdot \sin(\omega_j \cdot t - k_j \cdot x + \varepsilon_j) \quad (1.1)$$

Donde j es el número de ola, A la amplitud, ω , k y ε la frecuencia, número de ola y ángulo de fase respectivamente.

La relación entre Amplitud de onda y Espectro de Ola es la siguiente:

$$\frac{1}{2} \cdot A_j^2 = S(\omega_j) \cdot \Delta\omega \quad (1.2)$$

Donde $S(\omega_j)$ es la densidad espectral de la ola j y $\Delta\omega$ es una diferencia constante entre frecuencias. Considerando un amplio rango de frecuencias, el espectro indicará las frecuencias que están contribuyendo a la energía total del mar.

Existen numerosos espectros tipo, el más comúnmente utilizado en el Atlántico Norte y Mar del Norte es el espectro JONSWAP (*Joint North Sea Wave Project*). Este espectro está obtenido a partir de una relación empírica que define la distribución de energía con la frecuencia del oleaje en el océano. (Hasselmann, y otros, 1973)

El espectro JONSWAP es una versión del espectro Pierson-Moskowitz para un “fetch” limitado en el que el espectro nunca se desarrolla completamente. Por lo tanto en el espectro JONSWAP el oleaje aumenta con la distancia (o el tiempo) según un término α y tiene un pico más pronunciado, que viene determinado por el término γ . (Pierson & Moskowitz, 1964). A continuación se muestra un espectro JONSWAP típico:

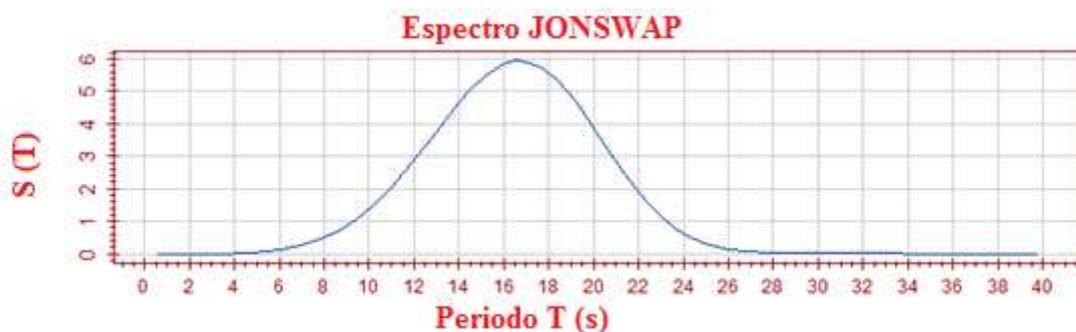


Figura 1.14: Espectro de energía JONSWAP

Las fuerzas de primer orden inducidas por las olas sobre una estructura flotante se obtienen mediante la resolución de un problema lineal, cumpliendo las condiciones de contorno de la superficie libre y del cuerpo en la posición inicial centrada. Estas fuerzas, de la forma $F(t) = F_a \cdot \sin(\omega t + \varepsilon)$, inducirán movimientos de primer orden llamados “wave-frequency motions” (WF). La media de estos desplazamientos es cero. Sin embargo para estructuras en estados de mar severos o con catenarias el problema tiene que ser resuelto en segundo orden.

La fuerza del oleaje se puede expresar de la siguiente manera:

$$F^{wave} = \text{Re} \left[\sum_n A_n X^{wave}(\omega_n, \theta_n) e^{i\omega_n t} \right] = \text{Re} \left[\iint dA_n X^{wave}(\omega_n, \theta_n) e^{i\omega t} \right] \quad (1.3)$$

Para cada frecuencia se tiene que:

$$F_1^{wave} = \text{Re}(X_1^{wave} e^{i\omega t}) \quad (1.4)$$

Dónde X_1^{wave} es la fuerza debida a los componentes de frecuencia ω y amplitud A .

Para una estructura cilíndrica de tipo “Spar” de gran calado se puede obtener una solución aproximada a partir del término inercial de la ecuación de Morison: $X_1^{wave} = 2\pi\rho g R^2 A$ (Grue, 2011)

Para resolver con exactitud este problema en estructuras fondeadas se plantea un problema de segundo orden. Para ello se usan la media de las fuerzas y la suma y diferencia de frecuencias, que se añaden a la solución lineal. La componente constante es la media de las fuerzas de deriva o “wave-drift forces”, mientras que la componente variable puede actuar junto con las fuerzas ambientales para inducir “low-frequency motions” (LF). (Journeé & Massie, 2001) En una estructura fondeada ligeramente amortiguada los movimientos de resonancia ocurren en los movimientos “surge”, “sway” and “yaw”. (Hordvick, 2011)

Siendo el oleaje una fuerza periódica hay que tener precaución con la coincidencia de los periodos propios de la estructura con los periodos del oleaje, ya que pueden amplificar los movimientos de la estructura. Los periodos propios o naturales de las estructura en “heave” dependen mucho de la superficie de flotación. Normalmente en

las estructuras “*Spar*” amarradas estos periodos y los de “*pitch*” suelen ser mayores que los presentes en el mar. En el caso de la rigidez de translación los periodos propios importantes son los de “*surge*”, que son del orden de minutos, por lo tanto también fuera del rango usual de periodos en el mar (4-20s).(Faltinsen, 1990)

Al tratar de buscar una aproximación sencilla del desplazamiento se va a evitar entrar en este tipo de fenómenos, pues estando este trabajo centrado en estructura de tipo “*Spar*”, con una área reducida en la superficie de flotación se considera que los movimientos verticales debidos al oleaje están muy amortiguados, por lo que se supondrán despreciables en comparación con el movimiento horizontal. También se realizará una aproximación en cuanto a la oscilación de la estructura flotante en torno al punto de equilibrio una vez aplicadas el resto de fuerzas exteriores, como se expone más adelante en el capítulo 3. (Walters, 2008) (Russell, Smith, & Colin, 2001)

1.10.2. Viento

Una de las acciones exteriores más importantes es la fuerza que ejerce el viento sobre la estructura flotante por encima de la superficie marina. El viento es un fluido en movimiento de masa m que choca contra la parte emergida de la boya de superficie S .

Para obtener la fuerza que esta masa de fluido ejerce sobre la superficie, se supondrá que la energía cinética de la masa de fluido se transforma en el trabajo necesario para desplazar la superficie. La energía de una masa en movimiento con velocidad v es:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad (1.5)$$

Se considera que la masa de fluido es incompresible, posee una densidad ρ y está comprendida en un cilindro de sección S y altura e . La fuerza que la masa de fluido ha ejercido sobre la superficie S la ha desplazado desde un lado al otro del cilindro, es decir, la superficie S ha recorrido justamente la distancia e . Se puede afirmar que la energía cinética de la masa de fluido ha ejercido una fuerza F sobre S para que recorra la distancia e , luego el trabajo realizado será:

$$F \cdot e = \frac{1}{2} m v^2 \quad (1.6)$$

$$\text{dado que: } m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot e \quad (1.7)$$

$$\text{se tiene que: } \frac{1}{2} \rho \cdot V \cdot v^2 = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot e \cdot v^2 = F \cdot e \quad (1.8)$$

$$\text{dónde: } F = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot v^2 \quad (1.9)$$

Se supone que la masa de fluido que “choca” contra la superficie S se queda totalmente en reposo después del choque, para transferirle toda su energía cinética. La superficie S adquiere un movimiento acelerado inicialmente (Lifshitz & Landau, 1959).

La fuerza del viento se calcula a partir de la velocidad a una cierta altura y la superficie de la estructura flotante por encima del nivel del mar. Para una primera aproximación es suficiente con conocer el módulo y la dirección de la fuerza ejercida por el viento.

Para un cálculo más preciso es necesario discretizar la superficie por alturas y obtener unos coeficientes que dependen de la forma de la superficie y de la dirección que forma ésta con la fuerza del viento. El diferencial de fuerza actuante es el siguiente:

$$df = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot dz \cdot \phi \cdot U^2 \quad (1.10)$$

$$\text{Con } U = v_m \cdot \left(\frac{z}{z_{ref}} \right)^\alpha \quad (1.11)$$

Siendo v_m la velocidad media del aire, C_d el coeficiente de arrastre, ρ la densidad del aire, ϕ el diámetro de la torre, α el coeficiente de distribución y z_{ref} la altura de referencia del viento.

Para realizar un cálculo con elementos finitos se introducen los coeficientes de forma según los distintos grados de libertad (DNV-RP-C205).

$$C1 = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot \cos \theta \cdot A$$

$$C4 = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot \cos \theta \cdot A \cdot z_{cdg}$$

$$C2 = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot \sin \theta \cdot A$$

$$C5 = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot \sin \theta \cdot A \cdot z_{cdg}$$

$$C3 = 0$$

$$C6 = 0$$

Normalmente la velocidad del viento se compone de una rápida variación de pequeña amplitud sobre una media que varía lentamente. La velocidad total queda definida de la siguiente manera:

$$V(t) = V_m(t) + V_t(t) \quad (1.12)$$

Donde $V_m(t)$ es la velocidad media del viento y $V_t(t)$ la variación en el instante t (ráfaga). La fuerza media del viento da lugar a una fuerza constante, mientras que en una estructura fondeada las ráfagas pueden producir la resonancia. (Harver, 2010).

Análogamente con el oleaje se puede usar un espectro de energía para definir el viento actuante. En este documento se ha usado el espectro de viento NPD (Norwegian Petroleum Directorate) con un coeficiente de fricción superficial de 0.02 en el programa de elementos finitos (Kaasen, 1999).

$$S_{NPD}(f) = \frac{320 \cdot \left(\frac{U}{10}\right)^2}{(1 + \bar{f}n)^{5/3n}} \quad (1.13)$$

$$\text{Con } \bar{f} = 172f \cdot \left(\frac{U}{10}\right)^{-3/4} \text{ y } n = 0.468 \quad (1.14)$$

Existen otros tipos de espectros de viento, como el de Davenport y el de Harris, pero éstos están indicados para zonas interiores y el NPD es óptimo para zonas de mar abierto. Está diseñado para ráfagas de viento de más de 10 m/s.

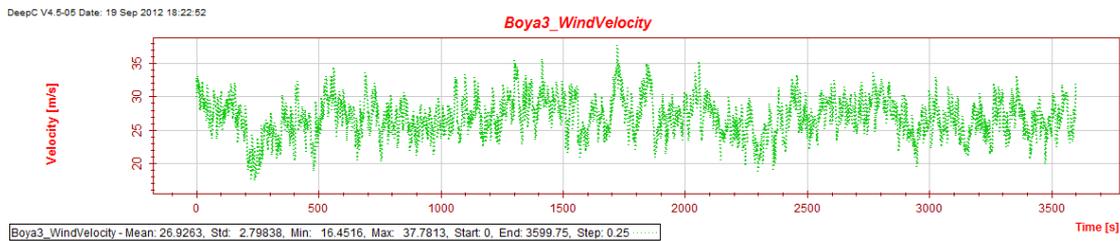


Figura 1.15: Ejemplo de viento actuante sobre una estructura.

1.10.3. Corrientes

La corriente es un fluido en movimiento que actúa sobre la superficie de las estructuras flotantes por debajo de la superficie marina, y se define por su velocidad y dirección.

La velocidad de la corriente se considera constante en el tiempo. Análogamente a la fuerza del viento la fuerza de las corrientes sobre un cilindro vertical se puede expresar de la siguiente forma:

$$F_c = \frac{1}{2} \rho \cdot U^2 \cdot D \cdot C_D \cdot (\sin \beta)^2 \quad (1.15)$$

Dónde U es el vector velocidad, C_D el coeficiente de arrastre para velocidad de corriente constante, β el ángulo entre la corriente y el eje del cilindro y F_c es la fuerza ejercida por la corriente por unidad de longitud del cilindro.

En un cilindro con una corriente perpendicular a su eje, se formarán vórtices que aumentan la fuerza de arrastre y el empuje sobre el cilindro. Cuando la frecuencia del vórtice está cerca de la frecuencia natural del cilindro puede dar lugar a amplias vibraciones. Cuando coinciden estas dos frecuencias se da el fenómeno de la resonancia, aumentando significativamente las fuerzas de arrastre. (Journé & Massie, 2001)

Así pues, una vez descritos los diferentes tipos de estructuras y sistemas de amarre, hay que señalar que este documento se centrará en las plataformas flotantes estabilizadas por lastre y fondeadas con líneas de masa distribuida formadas por eslabones de acero. Dichas estructuras se verán sometidas al tipo de acciones exteriores descritas.

Descripción de las boyas prototipo. Estructura, Sistemas de FONDEO e Instrumentación.

En el capítulo segundo se realiza una descripción de las boyas prototipo. Primero se explican las partes generales que componen una boya meteorológica, sistemas estructurales, de energía y de monitorización. A continuación se presenta la normativa por la que dichas boyas se ven afectadas. Posteriormente se realiza una descripción individualizada de cada una de las boyas y se define y explica el sistema de fondeo, formado por catenarias y muertos. Más adelante se muestra la instrumentación que incorporan los mástiles, y para finalizar se expone la eventual incertidumbre de los datos obtenidos.

2.1. Introducción

Esta tesis tiene por objeto las estructuras flotantes, así que lo más adecuado es poder contrastar los resultados obtenidos con estructuras reales operativas, como ha sido el caso. En este capítulo se describe el conjunto de boyas de monitorización meteorológica que proporciona una serie de datos a los que se ha tenido acceso.

Este tipo de boyas permite desde la caracterización del recurso eólico propiamente dicho hasta la supervisión de las condiciones meteorológicas asociadas al emplazamiento en condiciones de explotación.

Las boyas utilizadas pertenecen a una sociedad público-privada participada por el Gobierno de Cantabria llamada IDERMAR. Los datos utilizados han sido obtenidos a través del Grupo APIA XXI y del Instituto de Hidráulica (IH) de la Universidad de Cantabria (UC), que a su vez son miembros de dicha sociedad.

IDERMAR tiene por objeto desarrollar proyectos de investigación y desarrollo en el campo de las energías marinas. Entre sus cometidos se encuentran: el diseño y producción de ideas, la búsqueda de socios para el desarrollo de las mismas y el desarrollo de la propiedad intelectual. Asimismo se especializa en la elaboración de prototipos, gestión de parques experimentales y obtención de certificaciones para la distribución y comercialización del producto final.

Dos son las principales líneas de desarrollo en cuanto a la construcción de prototipos: por un lado las boyas medidoras de recurso eólico y por otro las estructuras flotantes para aerogeneradores marinos.

Las boyas medidoras están destinadas a la creación de campañas de evaluación de recursos eólicos y del océano en emplazamientos de profundidades medias y profundas. Los mástiles que están instalados en dichas boyas disponen de un sistema de monitorización y la posibilidad del acceso remoto a los datos metaoceánicos y meteorológicos obtenidos.

Estas estructuras flotantes pueden ser transportadas e instaladas en diversas localizaciones con relativa sencillez, por lo que ayudan a reducir el coste y el impacto medioambiental en comparación con las estructuras pilotadas en el fondo marino.

Por el hecho de ser fácilmente transportables, son estructuras que se pueden llevar a puerto para ser reparadas en caso de daño. Otra ventaja es que pueden ser reutilizables en cualquier otro lugar. Para ello solamente sería necesario definir un nuevo sistema de fondeo. Se han estudiado las claves para simplificar la definición del sistema de fondeo para la instalación de estas boyas o cualquier otra en un nuevo emplazamiento.

A partir del conocimiento adquirido en el desarrollo de las boyas meteorológicas se están desarrollando estructuras para el soporte de futuros aerogeneradores marinos y de esta forma introducir a España en la carrera de la energía eólica offshore. (IDERMAR, 2013)

2.2. Partes Generales de las boyas meteorológicas

El tipo de boyas estudiadas consiste en una estructura flotante tipo “Spar” con una instrumentación de medición meteorológica instalado sobre ella similar a aquellos que se puede encontrar en tierra firme. Generalmente una boya se puede dividir en las siguientes partes:

1. Soporte estructural, de flotación y de fondeo
2. Sistemas de energía y de medición, almacenamiento y envío de datos
3. Sistemas de monitorización y vigilancia.

2.2.1. Soporte estructural, de flotación y de fondeo.

Desde un punto de vista estructural las boyas consisten en una parte sumergida que provee de estabilidad al resto de la estructura por medio del equilibrio proporcionado por un tanque de flotación y el lastre, y otra parte emergida de sección cilíndrica con una celosía en su parte superior donde se monta la instrumentación (Figura 2.1). Todo lo anterior forma un bloque que se ancla a la superficie del fondo marino por medio de un sistema de fondeo, en este caso catenarias de acero de masa distribuida. (IDERMAR METEO, 2012)

- Sistema de fondeo:
 - ✓ 3 líneas de fondeo (Tipo catenaria)
 - ✓ 3 muertos de hormigón
- Parte sumergida
 - ✓ Depósito de Lastre.
 - ✓ Flotador.
 - ✓ Fuste
- Zona de mareas
 - ✓ Torre Superior
- Parte emergida
 - ✓ Torre de celosía

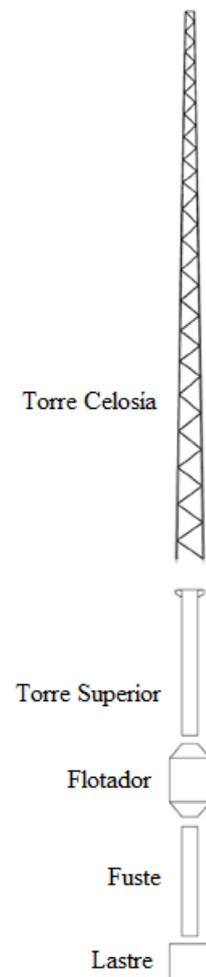


Figura 2.1: Partes de una boya

2.2.2. Sistemas de energía y de medición, almacenamiento y envío de datos

Como se ha indicado anteriormente la instrumentación presente en las boyas es similar a la que se puede encontrar en tierra firme. Es capaz de medir diferentes variables físicas medioambientales como son la velocidad del viento y su dirección, la temperatura, la presión atmosférica, la humedad relativa, etc.

Además disponen de todo lo necesario para una monitorización remota para la obtención de datos y para asegurar la seguridad de la estructura. La energía requerida para mantener en funcionamiento la instrumentación es generada en ella misma, proporcionándole completa autonomía.

La instrumentación se compone principalmente de los siguientes elementos:

- Sistema de instrumentación de control:
 - ✓ Sensores meteorológicos y medioambientales.
 - ✓ Dispositivos de posicionamiento y compensación.
 - ✓ Dispositivos de diagnóstico interno. (Nivel del agua, temperatura, humedad relativa)
- Sistema de energía:
 - ✓ Paneles fotovoltaicos.
 - ✓ Dos aerogeneradores eólicos.
 - ✓ Baterías de Gel.
 - ✓ Reguladores de carga de batería e transformadores.
 - ✓ Sistema auxiliar de potencia basado en baterías de metanol.
- Sistema de comunicaciones.
 - ✓ INMARSAT data link.
 - ✓ IRIDIUM data link.
 - ✓ Telefonía móvil GSM/3G.
 - ✓ Pre-WiMax radio link.

2.2.3. Sistemas de monitorización y vigilancia.

Estos sistemas se basan en un software desarrollado específicamente para la administración de sistemas internos y la comunicación de las boyas con tierra y un software desarrollado para la transmisión y uso de los datos obtenidos.

- Almacenamiento de datos enviados
- Vigilancia y monitorización en tiempo real

2.3. Normativas de diseño

Las boyas han sido diseñadas para diferentes situaciones y se han tenido en cuenta diferentes factores de seguridad, cargas de diseño y combinaciones de carga. En conjunto se pueden agrupar en los siguientes situaciones:

1. Configuración completa + condiciones externas normales
2. Configuración completa + condiciones externas extremas
3. Configuración incompleta (fallo) + condiciones externas apropiadas

En todas ellas se ha considerado un tiempo de retorno de un año para las situaciones normales y un periodo de 50 años para las situaciones extremas.

Las boyas utilizadas cumplen con las siguientes normativas internacionales:

- Germanischer Lloyd:

IV – Industrial Services: Part 2. Guideline for the Certification of Offshore Wind Turbines (Edition 2005)

IV – Industrial Service: Part 6. Offshore Technology

Chapter 2. Mobile Offshore Units

Chapter 4. Structural Design

- Det Norske Veritas:

DNV Energy Report: Guideline for Offshore Floating Wind Turbine Structures (Edition 2009)

DNV-OS-J101, July 2011. Design of Offshore Wind Turbine Structures

- NORSOK Standard:

Group N – Structural

- Eurocode 1:

Actions on structures. Part 1-4. General actions. Wind actions

- International Electrotechnical Commission: IEC 61400-3

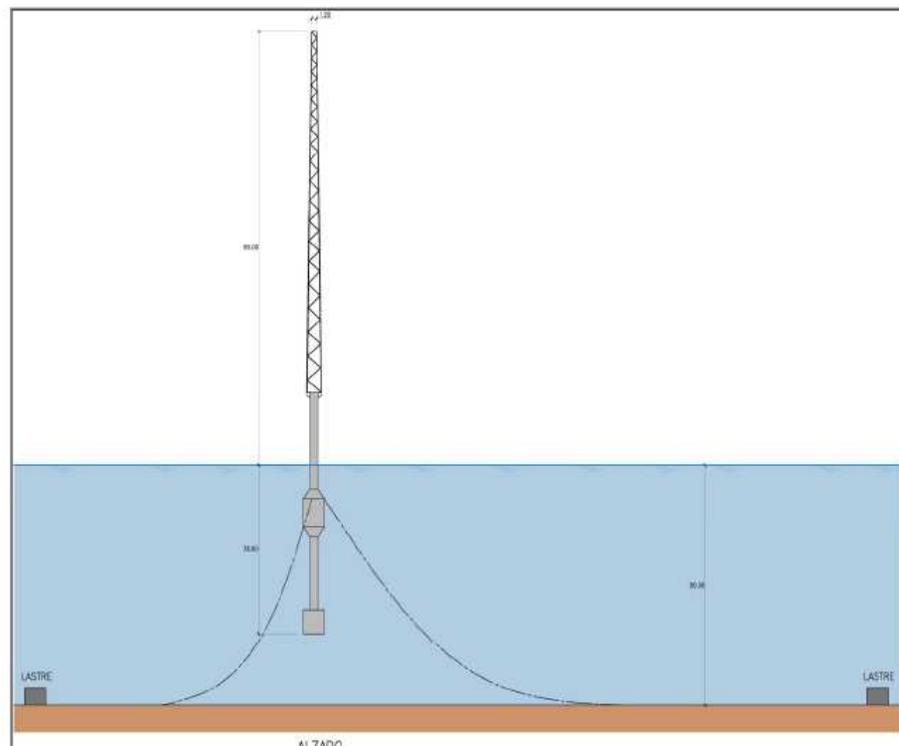


Figura 2.2: Vista lateral de una boya fondeada.

La Figura 2.1 muestra una visión esquemática lateral de una boya fondeada.

2.4. Descripción de las boyas IDERMAR

En la actualidad existen tres prototipos de boyas IDERMAR en funcionamiento. A continuación se hará una breve descripción de las mismas ya que a todas ellas se hará mención a lo largo del documento. (DNV, 2012)

2.4.1. Mástil Meteorológico I

Esta boya fue la primera de las boyas prototipo que se puso en funcionamiento. Está operativa desde junio de 2009. A partir de ella se diseñó el esquema que se fue desarrollando en las demás boyas. La configuración de las líneas de fondeo se adecuó al emplazamiento escogido.

Coordenadas	Longitud -3° 52' 57.58"
	Latitud 43° 30' 28.49"
Profundidad Media	50 m
Distancia de la costa	3,5 km

Tabla 2.1: Emplazamiento Boya I

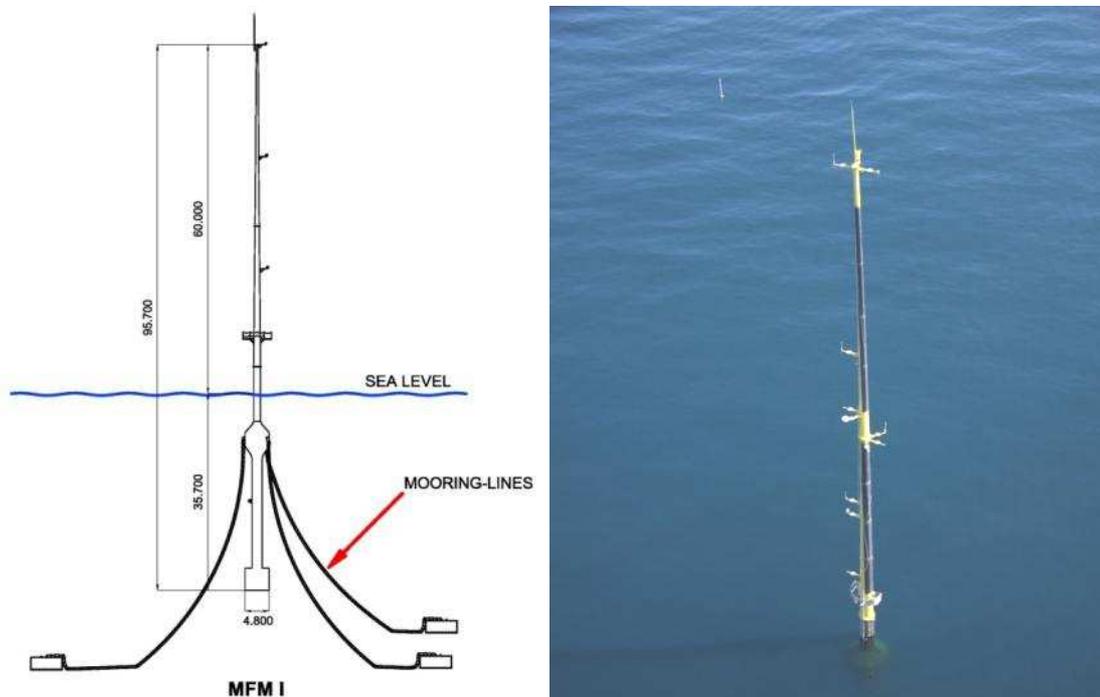


Figura 2.3: Esquema y torre de instrumentación Boya I.

Descripción:

a) Estructura Metálica

Estructura de acero coloreado S355 de 96 m de longitud, 60 de ellos emergidos. Su peso total sin lastre ronda las 100 Tm. Se puede dividir en dos partes:

- Mástil cónico que alberga la instrumentación.
- Sección cilíndrica sumergida casi por completo que se puede dividir a su vez en:
 - *Cilindro superior*: Une el mástil cónico con la sección cilíndrica. En él se sitúa la plataforma de acceso a la boya.
 - *Flotador*: Tanque que proporciona la mayor parte del empuje a la estructura.
 - *Cilindro inferior*: Une el flotador con el lastre, que son los que proporcionan el par restaurador a la estructura.
 - *Lastre*: Tanque con arena que sirve para estabilizar la estructura mediante la definición del centro de gravedad y de flotación.

b) Lineas de fondeo

Tres catenarias formadas por eslabones de acero dispuestas cada 120°. Su longitud es de 150 m con una densidad lineal de 61 kg/m. Todas están ancladas al fondo marino mediante unos muertos de hormigón que se describirán más adelante.

c) Instrumentación:

La instrumentación que dispone esta boya puede medir las siguientes magnitudes:

- Velocidad del viento
- Dirección del viento
- Temperatura exterior
- Presión atmosférica
- Situación (GPS)
- Energía producida (Paneles solares y metanol)
- Voltaje de las baterías.
- Corrientes marinas.



Figura 2.4: Instrumentación para la medición del viento

2.4.2. Mástil Meteorológico II

Operativa desde mayo de 2010. Es una evolución de la primera boya que contiene muchas mejoras, pero mantiene una forma similar.

Coordenadas	Longitud $-4^{\circ} 7' 54.09''$ Latitud $43^{\circ} 33' 58.87''$
Profundidad Media	175 m
Distancia de la costa	16 km

Tabla 2.2: Emplazamiento Boya II

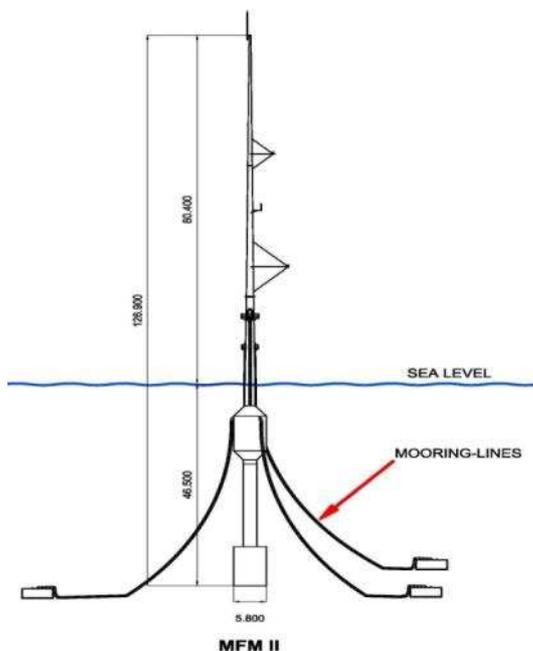


Figura 2.5: Esquema y torre instrumentación boya II.

Tiene una estructura similar a la boya anterior. A continuación se detallan las partes que son diferentes:

a) Estructura Metálica

Estructura de longitud 126 m, 80 de ellos emergidos. Su peso total sin lastre ronda las 130 Tm.

b) Líneas de fondeo

Tres catenarias formadas por líneas de 450 m.

c) Instrumentación:

Esta boya incorpora muchas mejoras en la instrumentación, adaptándose a los requerimientos de la industria eólica offshore. Además de todo lo que ya disponía la boya I, incorpora unos sensores para medir las siguientes nuevas magnitudes:

- Tensión en las catenarias.
- Esfuerzos en la estructura.

2.4.3. Mástil Meteorológico III

Operativa desde noviembre de 2011. Es la evolución definitiva de los prototipos y está lista para ser comercializada.

Coordenadas	Longitud	-3° 52' 16.79"
	Latitud	43° 30' 46.17"
Profundidad Media	55 m	
Distancia de la costa	3,5 km	

Tabla 2.3: Emplazamiento Boya III

Las variaciones respecto a las boyas I y II son las siguientes:

a) Estructura Metálica

El mástil está formado por una celosía en vez de por una torre cónica para adaptarse mejor a los sistemas usualmente utilizados en la industria offshore y al mismo tiempo ofrecer una resistencia menor a las fuerzas del viento, aumentando de esta forma sus estabilidad. También facilita el acceso a la instrumentación.

La estructura tiene una longitud de 134 m de los que 92 están emergidos, por lo que alcanza una altura similar a los aerogeneradores eólicos. Su peso es de aproximadamente 134 Tm.

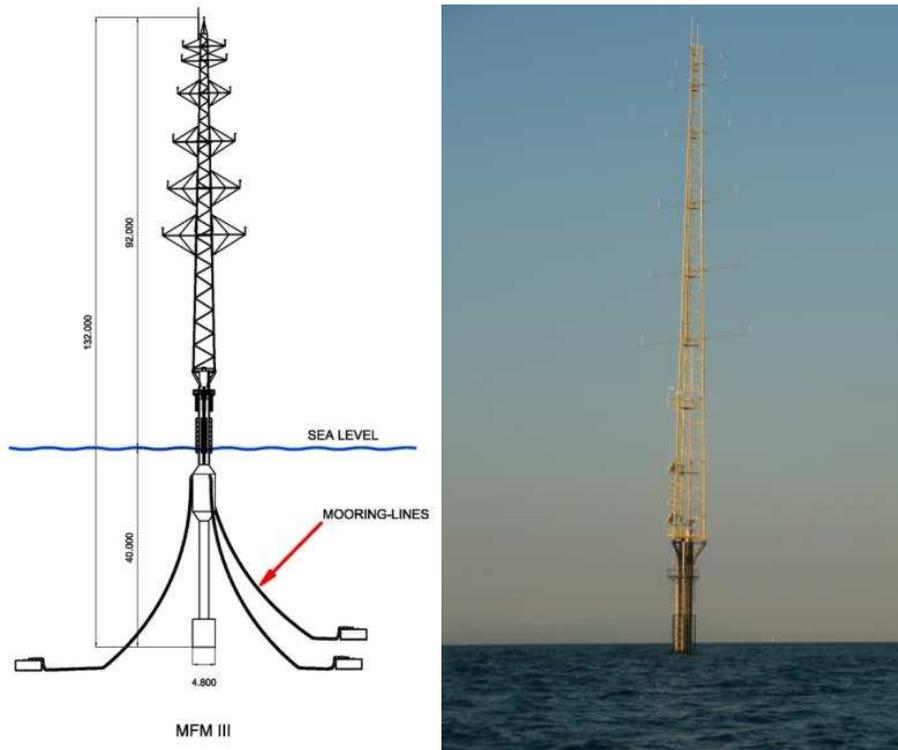


Figura 2.6: Esquema y torre instrumentación boya III.

b) Líneas de fondeo

Sistema de fondeo con muertos optimizados que permiten una reducción de costes. Su longitud es también de 200 m.

c) Instrumentación:

Las novedades que incluye respecto a las boyas anteriores son las siguientes:

- Sensor de movimiento.
- Sensor de inclinación.
- Temperatura interna.

2.5. Sistema de fondeo

2.5.1. Descripción general

El sistema de fondeo consiste en tres líneas de tipo catenaria y tres muertos de hormigón. Las tres líneas están distribuidas cada 120° de forma perimetral alrededor de la estructura siendo el eje de la boya el eje de simetría radial como se puede apreciar en la Figura 2.7.

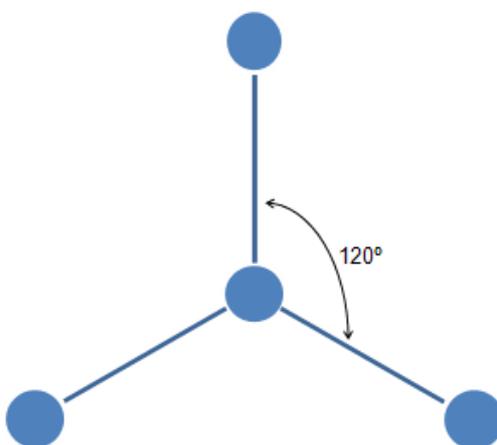


Figura 2.7: Distribución de las catenarias y muertos.

Las tres catenarias están formadas por eslabones con trinquete usando grilletes para unir las cadenas a la estructura flotante y a los muertos.

La unión entre la boya y las catenarias se realiza mediante trinquetes y cáncamos y la unión de las catenarias con los muertos mediante bolardos que están insertados en los bloques de hormigón que forman dichos muertos, como se puede apreciar en la Figura 2.8. Las catenarias no disponen de flotadores ni pesos, como tampoco de ningún otro elemento externo como topes o hélices. (IDERMAR METEO, 2012)

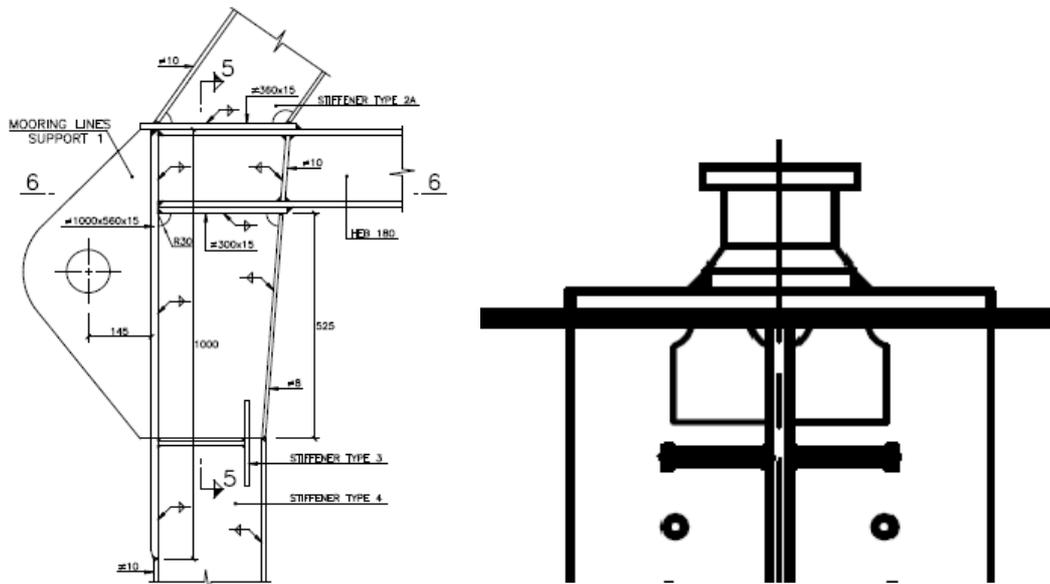


Figura 2.8: Unión entre la boya y las cadenas y entre éstas y los muertos.

2.5.2. Muertos

Los muertos son bloques de 5.5 x 5.5 x 2.2 m de hormigón armado HA-35 con densidad 2300 kg/m^3 , con peso de 128 Tm fuera agua y 83.6 Tm sumergidos.

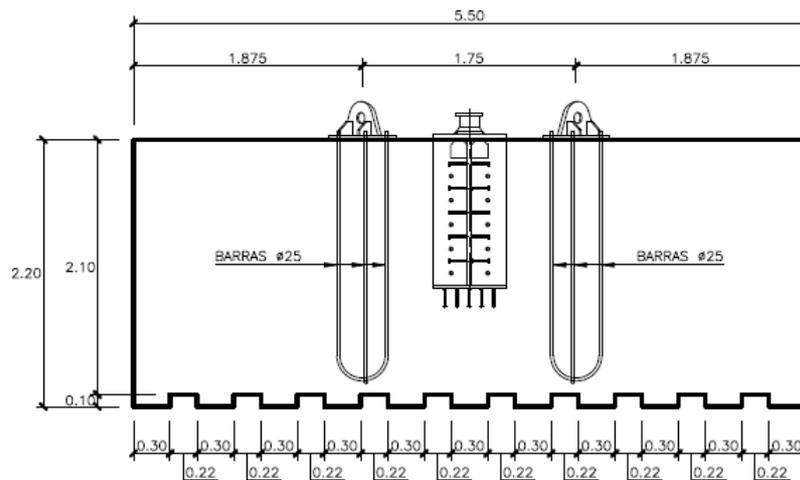


Figura 2.9: Dimensiones de los muertos de la boya III

En su cara inferior están dotados de una malla de pequeños salientes de hormigón de 0.3 x 0.3 x 0.1 m, dispuestos en 11 filas y columnas. Estos elementos contribuyen a mejorar el coeficiente de rozamiento entre los muertos y el fondo marino.

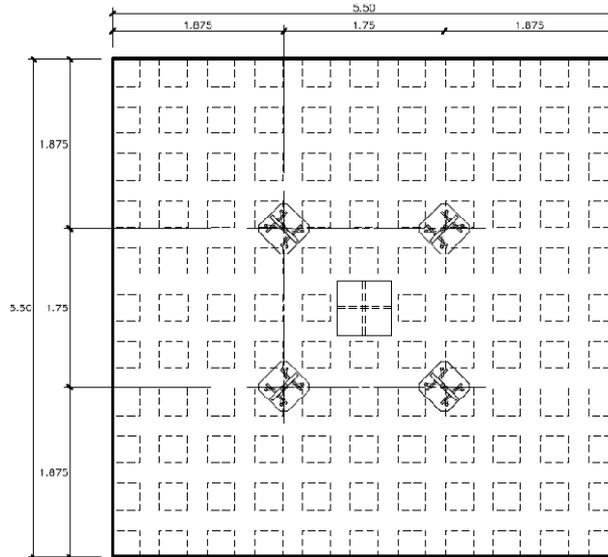


Figura 2.10: Detalle de los salientes de la cara inferior de los muertos.

2.5.3. Cadenas

Las cadenas utilizadas son del tipo naval, grado 3. Los eslabones tienen un diámetro de 52 mm y un peso de 61 kg/m. Su carga de rotura es de 211 Tm, pero están probadas con cargas hasta 148 Tm. En la boya Idermar III las cadenas llevan incorporado unas células de carga como se ve en la Figura 2.12.

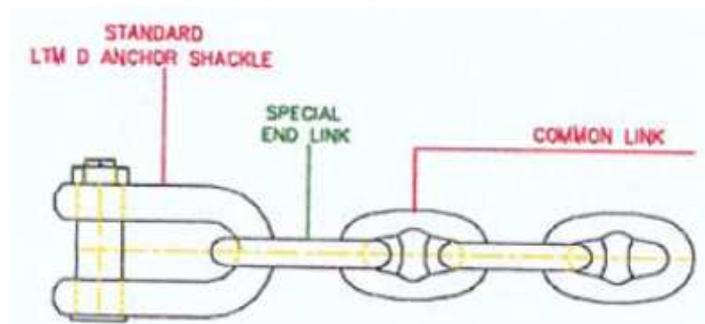


Figura 2.11: Detalle de una cadena de eslabones con trinquete.



Figura 2.12: Células de carga de las líneas de fondeo

2.5.4. Conectores

Los eslabones de los extremos son conectores (“*D-shackles*”) que se unen a los cáncamos de la boya, como se ve en la Figura 2.13, o a los bolardos de los muertos.

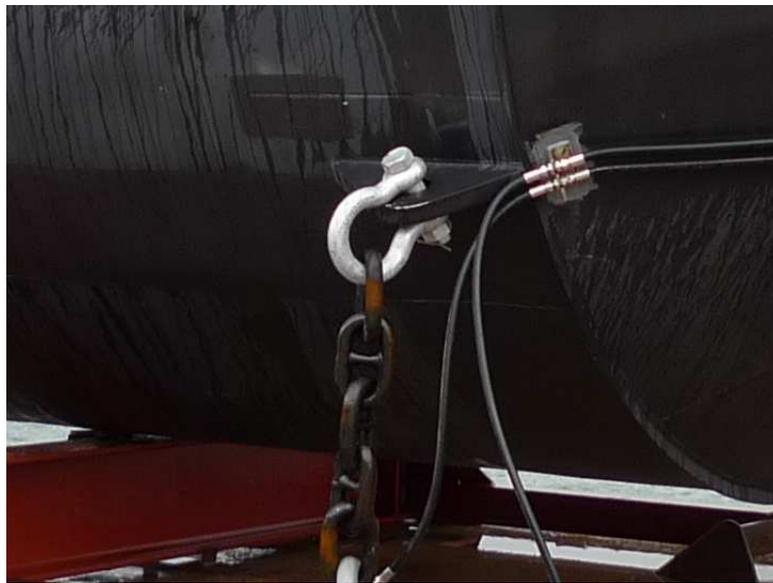


Figura 2.13: Detalle de las cadenas unidas a una boya con trinquetes.

2.6. Descripción de la instrumentación

2.6.1. Componentes

1. Sistema de instrumentación

Todos los sensores de instrumentación de medición de recurso eólico están diseñados de acuerdo a los estándares internacionales de precisión, calibración y trazabilidad. En la Tabla 2.4 se muestran todos los sensores que incorpora la boya IDERMAR III. La selección de los sensores se realizó a medida para este mástil y esta localización concreta, por lo que se podrían considerar otras configuraciones diferentes.

Todos los anemómetros y veletas son revisados periódicamente durante su vida útil para asegurar que la calidad de los datos que se obtienen cumplen los estándares de calidad internacionales, que se detallan a continuación:

- IEC 61400-12 (IEC,2005)
- Prácticas recomendadas para la evaluación y pruebas de aerogeneradores. Uso de anemómetros y medida de la velocidad del viento. (IEA,1999)
- ISO17025: Requisitos generales para la aptitud de laboratorios de ensayo y calibración (ISO,2005)
- Procedimiento de calibración de anemómetros. (MEASNET 1997)

2. Sistema de energía

El sistema de energía de las boyas está diseñado para proporcionar una independencia energética en cualquier momento y lugar. Incorpora la última tecnología para conformar un sistema robusto y fiable. Consiste en:

- Paneles solares instalados en la base de la torre de celosía para minimizar la Resistencia al viento. El número de paneles varía dependiendo de la radiación solar disponible.
- Aerogeneradores eólicos situados en el segundo nivel duplican la energía total.

- Baterías de 2V de voltaje nominal con una buena relación entre peso y energía almacenada. El número de baterías se puede incrementar dependiendo de la energía total requerida.

Sensor	Height	Mounting	Orientation	Data acquisition unit	Comments
Cup anemometer	90 m MSL	Vertical mount	-	1&2	
Cup anemometer	85 m MSL	Horizontal mount	+90°	1	
Ultrasonic anemometer	85 m MSL	Horizontal mount	-90°	1&2	Digital outputs also acquired
Wind direction	82 m MSL	Horizontal mount	+90°	1&2	
Wind direction	82 m MSL	Horizontal mount	-90°	1&2	
Temperature and humidity 1	80 m MSL	Horizontal mount	+90°	1	
Temperature and humidity 2	80 m MSL	Horizontal mount	-90°	2	
Barometric pressure 1	80 m MSL	Horizontal mount	+90°	2	
Barometric pressure 2	80 m MSL	Horizontal mount	-90°	1	
Cup anemometer	75 m MSL	Horizontal mount	+90°	1	
Cup anemometer	75 m MSL	Horizontal mount	-90°	2	
Wind direction	65 m MSL	Horizontal mount	+90°	1&2	
Wind direction	65 m MSL	Horizontal mount	-90°	1&2	
Cup anemometer	55 m MSL	Horizontal mount	+90°	1	
Cup anemometer	55 m MSL	Horizontal mount	-90°	2	
Ultrasonic anemometer	45 m MSL	Horizontal mount	+90°	1&2	Digital outputs also acquired
Cup anemometer	45 m MSL	Horizontal mount	-90°	2	
Temperature 1	20 m MSL	Horizontal mount	+90°	1	
Temperature 2	20 m MSL	Horizontal mount	-90°	2	
Water temperature	-3 m MSL	-	-	2	

Tabla 2.4: Sistema de monitoreo de la boya IDEMAR III

- Dispositivos de control para la carga de las baterías y transformadores para adaptarse al potencial adecuado para los equipos. Están configurados de tal manera que no se interrumpa el suministro en caso de fallo de alguno de ellos.

Sistema auxiliar de energía de células de energía de metanol para cargar las baterías cuando se produce un exceso de consumo que no se puede compensar con los paneles solares o las turbinas eólicas. Dichas células comienzan a operar en caso de

emergencia y pueden suministrar suficiente energía como para cubrir los requerimientos donde no se pueda acceder a la boya

3. Sistema de comunicaciones

El sistemas de comunicaciones están diseñados para ser fiables en cualquier situación y permitir la transmisión de datos permitiendo una monitorización remota. El sistema consta de dos partes:

- Iridium Pilot: Es el elemento principal de comunicaciones.
- Inmarsat SAILOR 250: compuesto por un terminal de comunicaciones instalado en el interior de la estructura y una antena SAILOR 250 FleetBroadband (antena de seguimiento protegida con una cúpula termoplástica).

Los equipos se manejan mediante un software que optimiza la transmisión de datos. Dicho software permite una comunicación continua e ininterrumpida cuando se requiere una monitorización en tiempo real o un número limitado de conexiones cuando hay que ahorrar energía.

En resumen, las opciones serían las siguientes:

- Selección automática del sistema óptimo para las comunicaciones programadas.
- Selección manual de los equipos y el momento de las comunicaciones.
- Modos semiautomáticos de conexión estableciendo el horario de comunicaciones.

2.6.2. Acuerdo de Nivel de Servicio

La información mensual aportada por las torres está garantizada de acuerdo con los siguientes criterios:

Para la velocidad del viento se garantiza la obtención de datos cuando c menos una de las siguientes circunstancias:

- Disponibilidad ininterrumpida de al menos el 90% del tiempo para el anemómetro situado a 90 m de altura.

- Disponibilidad ininterrumpida de al menos el 90% del tiempo para los anemómetros ultrasónicos situados a 85 m.
- Disponibilidad del 95% del tiempo según los métodos MEASNET MCP de al menos uno de los dos anemómetros situados a cada una de las alturas de 75, 55 y 45m.

Para el caso de los parámetros de dirección del viento, la disponibilidad de datos se considera asegurada cuando se produce al menos una de las siguientes circunstancias:

- Disponibilidad ininterrumpida de al menos el 90% del tiempo para una de las veletas situadas a 82 m de altura
- Disponibilidad ininterrumpida de al menos el 90% del tiempo para una de las veletas situadas a 65 m de altura
- Disponibilidad del 95% del tiempo según los métodos MEASNET MCP para cualquiera de las veletas situadas en la torre.

Para cada uno de los siguientes parámetros (temperatura, presión atmosférica y humedad relativa) la disponibilidad se considera cubierta cuando existen datos para el 90% del tiempo, siempre y cuando estos datos coincidan con el periodo de tiempo donde hay datos de velocidad del viento. Estos datos se pueden obtener mediante un único sensor o mediante una superposición de datos obtenidos de varios de ellos.

2.7. Incertidumbre

Se han evaluado las incertidumbres en las medidas obtenidas mediante las torres meteorológicas en diferentes niveles.

Primero se han estudiado, probado y analizado los datos obtenidos por la instrumentación para determinar cómo la respuesta dinámica de los anemómetros y las veletas contribuyen a la incertidumbre. Esto se ha realizado comparando los datos con otros obtenidos en laboratorio con el fin de determinar la naturaleza de los sesgos de medición de los anemómetros con respecto a las condiciones de las boyas.

Las boyas tienen un algoritmo de compensación, que aparte de proporcionar los datos medidos en bruto es capaz de realizar pequeñas correcciones de dichos datos según los diferentes factores que afectan las mediciones. De todas formas, después de analizar la incertidumbre total del sistema y gracias a la estabilidad de las boyas, el resultado final aconseja reducir la importancia del algoritmo de compensación en relación con los resultados de la incertidumbre.

Análisis Numérico y Recopilación de Datos Experimentales

En este capítulo se describen las herramientas numéricas utilizadas y su calibración. En primer lugar se explica brevemente en qué consiste el software de elementos finitos SESAM. A continuación se describe el procedimiento de calibración de dicho software a partir de las boyas Idermar, comenzando por el proceso de selección de las condiciones a estudiar. Más adelante se describe la calibración en laboratorio y, para finalizar, la calibración en condiciones reales en mar abierto.

3.1. Metodología: Resultados Numéricos - SESAM

El objetivo de esta parte es construir un modelo de elementos finitos de las boyas IDERMAR mediante un software que simule las condiciones reales de un ambiente marino. Con ayuda de este modelo se pretende monitorizar las catenarias de tal manera que se pueda conocer la fuerza en ellas y la posición de las boyas que amarran. Se dispone de datos de las fuerzas en las catenarias, que serán utilizados para la calibración del modelo.

Para implementar el modelo se ha utilizado el software de DNV SESAM. Dicho software ha sido desarrollado y validado por la Sociedad de Clasificación de ámbito mundial DNV o Det Norske Veritas. DNV es una fundación independiente con sede en Noruega y fundada en 1864. Sus objetivos son "*salvaguardar la vida, propiedades y el medio marino*" y es a su vez un proveedor líder de servicios de gestión de riesgos.

DNV es una de las tres empresas líderes en su sector junto a la británica Lloyd's Register y a la estadounidense American Bureau of Shipping. Es miembro de la Asociación Internacional de Sociedades de Clasificación (IACS), a la cual pertenecen las diez Sociedades de Clasificación más importantes del mundo. (DNV)

SESAM está compuesto principalmente por tres módulos separados, GeniE, HydroD y DeepC. Mediante el primero se construye el modelo de elementos finitos tomando como base la geometría y los materiales de las boyas reales. En este módulo se introducen los casos de carga, entre ellos la presión hidrostática del mar. Existen numerosas opciones, y con él se puede configurar el tipo y densidad de mallado.

Una vez realizado el modelo de elementos finitos se exporta a HydroD, donde se incorporan las condiciones de contorno. Entonces se establece una localización, definiendo las propiedades del agua de mar y del aire así como la profundidad del fondo marino. HydroD es una herramienta para el análisis hidrostático e hidrodinámico. Con él se pueden determinar las posiciones de equilibrio de objetos flotantes y realizar un cálculo automático del lastre necesario para ajustar la posición final a la deseada.

Igualmente es posible desarrollar un análisis hidrodinámico a partir de la posición flotante de equilibrio para determinar los esfuerzos en diferentes casos de

carga. Se somete la estructura aislada a acciones de distintos periodos en las diferentes direcciones para ver su respuesta en todos los grados de libertad.

Por un lado se obtiene la matriz de respuesta de la boya (RAO – Response Amplitude Operator) y por otra sus frecuencias propias. Hay que comprobar que estas últimas no se acerquen a la frecuencia del oleaje para que no se dé el fenómeno de la resonancia.

Por último, el módulo DeepC está enfocado directamente al cálculo de las catenarias. Necesita de los datos obtenidos en los dos programas anteriores, el modelo de elementos finitos del GeniE y la RAO de HydroD.

En el DeepC se definen las propiedades del fondo marino y su profundidad. Después se introducen las acciones exteriores, que serán principalmente el viento, las corrientes y el oleaje. Estas acciones vienen definidas mediante sus respectivos espectros de energía y sus respectivas direcciones. Con estos datos se crean las condiciones de simulación, que pueden ser regulares o irregulares y se establece la duración de la simulación.

Una vez importados los datos de la geometría y los movimientos (RAO) se introduce el resto de *inputs*. Es necesario indicar los diferentes coeficientes de amortiguamiento de la boya, una rigidez artificial y una función de retardo.

A continuación se diseñan directamente las catenarias, con todos sus elementos y se establecen todos los parámetros de estructura, material y mallado. Se introducen los muertos y los anclajes a la boya y se calcula la deformada. Por último se crea un análisis y se ejecuta.

DeepC incorpora los siguientes módulos:

Simo

SIMO (Simulation of Marine Operations) es un programa de simulación en el dominio del tiempo para estudiar movimientos de estructuras flotantes. Normalmente se utiliza en boyas superficiales y simulación de operaciones marinas complejas. Los resultados se presentan en forma de series temporales, estadísticas y análisis espectral

de todas las fuerzas y movimientos de los cuerpos analizados. SIMO es interactivo y modular.

En el caso estudiado SIMO interviene en el modelado de las condiciones ambientales (Oleaje y mareas) por su capacidad de incluir las fuerzas de viento de una subrutina incluida en el programa (TDHMILL3D).

Las olas pueden modelarse como Regulares o Irregulares. Para estas últimas existen varios modelos espectrales.

Riflex

Riflex es un programa de elementos finitos desarrollado para el análisis de sistemas flexibles de flotadores marinos. No obstante se puede usar también en el análisis de otros tipos de estructuras delgadas (como catenarias). El programa realiza una formulación no lineal en el dominio del tiempo muy eficiente y robusta, aplicable en análisis irregular y para un amplio rango de estructuras.

Análisis integral

El análisis global se hace integrando los programas anteriormente descritos. SIMO modela todas las estructuras como cuerpos rígidos, permitiendo incluir fuerzas externas además de modelizar el oleaje y las corrientes. Y en combinación con TDHMILL3D modela las condiciones ambientales. Riflex modela la estructura completa (incluyendo las catenarias), permitiendo un análisis flexible.

La combinación SIMO-Riflex se usa habitualmente en el modelizado de estructuras flotantes. Posteriormente se pueden añadir módulos de post-proceso. Para el correcto funcionamiento los programas deben ejecutarse en un orden específico:

1. Riflex inpmod (Inputs)
2. SIMO stamod (SIMO estático)
3. Riflex stamod (Riflex estático)
4. SIMO dynmod (SIMO dinámico)
5. Riflex dynmod (Riflex dinámico)

En el anexo nº5 se incorpora una guía de utilización donde se explican con más detalle los diferentes módulos.

SESAM

GenieE

- **Inputs:**
 - Geometría
 - Materiales
 - Pesos, Cdg, Inercias...
- **Modelado:**
 - Modelo de Masas
 - Modelo Estructural
 - Modelo de Paneles

HydroD

- **Inputs:**
 - Direcciones
 - Calado
 - Profundidad Lecho
 - Lastre
- **Análisis Estático:**
 - Flotabilidad
 - Estabilidad
- **Análisis Dinámico:**
 - *RAO*
 - *Amortiguamientos*
 - *Coef. Hidrodinámicos*

DeepC

- **Inputs:**
 - Catenarias
 - Pesos muertos
 - Anclajes
 - Condiciones Ambientales
 - Viento
 - Oleaje
 - Corrientes
 - Coeficientes Amortiguamiento
 - Coeficientes Arrastre
- **Análisis Estático:**
 - Equilibrio
- **Análisis Dinámico:**
 - Análisis Acoplado estructura + catenarias

3.2. Calibración de las boyas.

Para poder utilizar el software de elementos finitos primero es necesario hacer una calibración y posteriormente una validación de los resultados. A continuación se explica en qué ha consistido el proceso, que ha sido realizado por el Instituto Hidráulico.

En primer lugar se han calibrado el modelo de elementos finitos con una serie de prototipos a escala en un tanque de laboratorio. Posteriormente se ha afinado la calibración con los sucesivas boyas que se han ido instalando en el mar y que se han descrito con anterioridad.

3.2.1. Selección de condiciones a estudiar

Antes de realizar la calibración se juzgó conveniente hacer un estudio de las condiciones ambientales a las que irían a verse sometidas las boyas. Como la ubicación inicial sería la costa cantábrica dicho estudio se realizó en las aguas de Galicia, donde las condiciones ambientales son más extremas.

Se realizó una recopilación de datos históricos de las boyas de Estaca de Bares, Silleiro y Villanos Sisargas. Se midió el número de horas en las que cada estado de mar estuvo presente. Cada estado de mar se define por la pareja altura significativa - periodo de oleaje. Con estos datos se obtuvo la probabilidad anual de ocurrencia de cada estado de mar , conformando un “scatter diagram”.

Estos datos son importantes a la hora de determinar los estados de mar a estudiar. A partir de estos datos se determinaron las condiciones de diseño de las boyas. La altura significativa y el periodo de diseño fueron $H_s = 14m$ y $T_p = 19.7s$.

En la y la Figura 3.2 se muestra el “scatter diagram” resultante. En él se pueden apreciar las probabilidades de ocurrencia de diferentes estados de mar en las diferentes celdas. Además se han coloreado las celdas cuyos estados de mar tienen mayor probabilidad de ocurrencia. (IDERMAR METEO, 2012)

		U _{Hs} (m/s) a 10 m de altura sobre el nivel medio del mar													
		0.0	7.0	9.9	12.2	14.0	15.7	17.2	18.6	19.8	21.0	22.2	23.3	14.3	
		H _s													
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Tp	1	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	3	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	5	0,0%	0,6%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,7%
	7	0,1%	6,0%	8,0%	0,6%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	14,6%
	9	0,1%	9,3%	12,8%	5,2%	0,8%	0,02%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	28,3%
	11	0,03%	3,5%	10,6%	7,9%	4,5%	1,6%	0,2%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	28,4%
	13	0,0%	0,6%	3,9%	5,1%	4,0%	2,9%	1,8%	0,6%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	19,1%
	15	0,0%	0,1%	0,6%	1,4%	1,3%	1,2%	1,1%	0,8%	0,6%	0,2%	0,1%	0,0%	0,0%	7,3%
	17	0,0%	0,01%	0,1%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	0,1%	0,1%	0,1%	0,0%	1,5%
	19	0,0%	0,0%	0,0%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,1%
	21	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	23	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	25	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
		0,2%	20,1%	36,0%	20,4%	10,8%	6,0%	3,3%	1,6%	0,8%	0,3%	0,2%	0,1%	0,01%	100%

Figura 3.1: Scatter diagram

		Horas	Total	Rango de probabilidad
0,92%		674 h	7,7%	< 1%
		999 h	11,4%	1% - 3%
		1394 h	15,9%	3% - 5%
		1432 h	16,4%	5% - 7%
		4255 h	48,6%	> 7%

Figura 3.2: Leyenda del scatter diagram

3.2.2. Validación en Laboratorio

Para la calibración en laboratorio se han realizado ocho campañas con dos prototipos a escala 1/40 y 1/50. Siete de las campañas se realizaron en las instalaciones del IH Cantabria y una en las instalaciones de MARIN en Holanda.

En dichas campañas se realizaron 338 ensayos en los que se estudiaron los prototipos a escala en condiciones operacionales (Estados de mar de baja y media energía) y de supervivencia (Alta energía). En dichos ensayos se probaron diferentes vientos y corrientes.

Los parámetros estudiados fueron: Los movimientos de la boya y las tensiones en las catenarias para diferentes vientos, corrientes y oleaje.

En primer lugar se realizaron unos ensayos estáticos para comprobar la pretensión estática de las catenarias y la posición de equilibrio de la boya sometida a distintas fuerzas en diferentes direcciones (Figura 3.3).

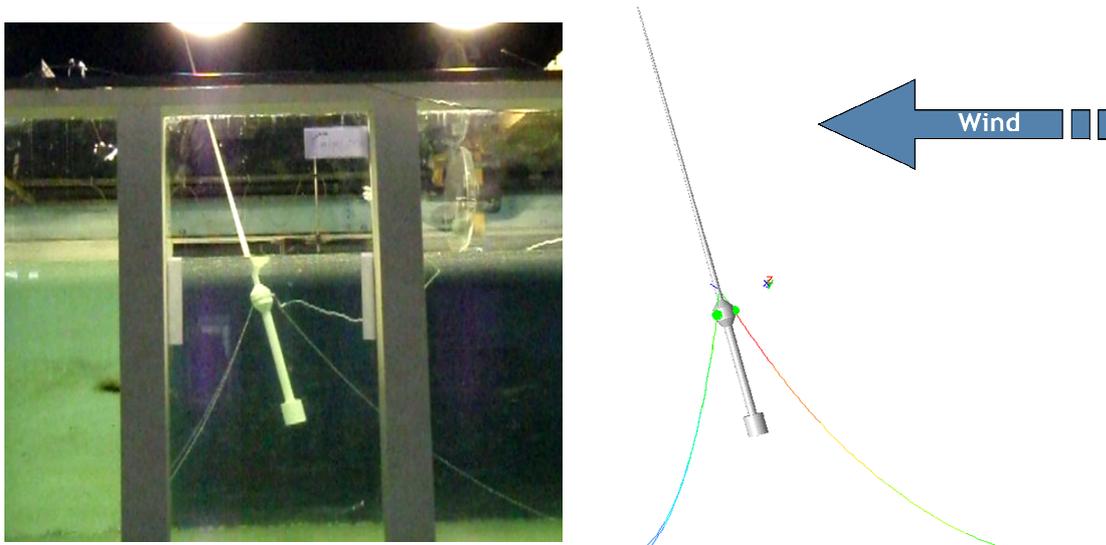


Figura 3.3: Test cuasi-estático. Viento de 85 km/h

En segundo lugar se calibran los coeficientes de amortiguamiento dinámicos. Para la calibración se comienza calibrando la boya para sus periodos propios realizando un “*decay test*” o de oscilación libre. Consiste en apartar a la boya de su posición de equilibrio y dejarla libre. El periodo del movimiento resultante es su periodo propio para un determinado grado de libertad. Posteriormente se ajustan los coeficientes de amortiguamiento para cada grado de libertad. En la Figura 3.4 se puede ver un esquema de un “*decay test*” en el que el periodo propio es T_Z .

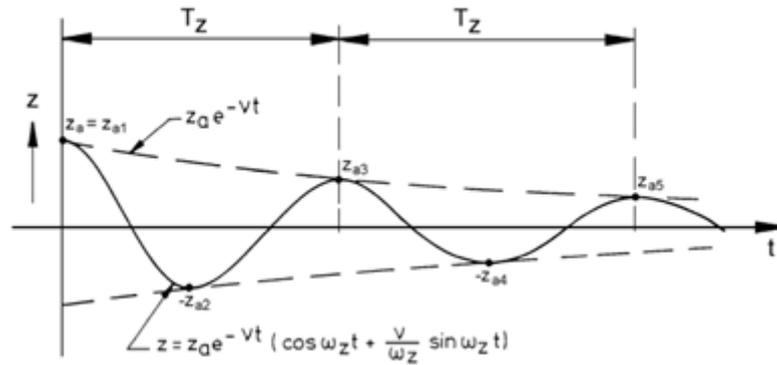


Figura 3.4: Esquema de los periodos propios de la boya

En el diseño de la boya se ha intentado que sus periodos propios estuvieran fuera del rango de periodos del oleaje para evitar que la estructura entrara en resonancia. Los periodos propios más importantes de la boya flotando libremente, el de alzada y el de balanceo están en torno a 22 segundos, por lo tanto mayores que el periodo de diseño. El periodo de “surge” está en torno a los 100 segundos. Los periodos propios se ven ligeramente afectados por el sistema de fondeo. En la Figura 3.5 se ve el periodo propio de alzada para la boya amarrada y la Figura 3.6 muestra el periodo de deriva o “surge”. En este último caso se pueden apreciar las distorsiones que generan las oscilaciones de balanceo (pitch)

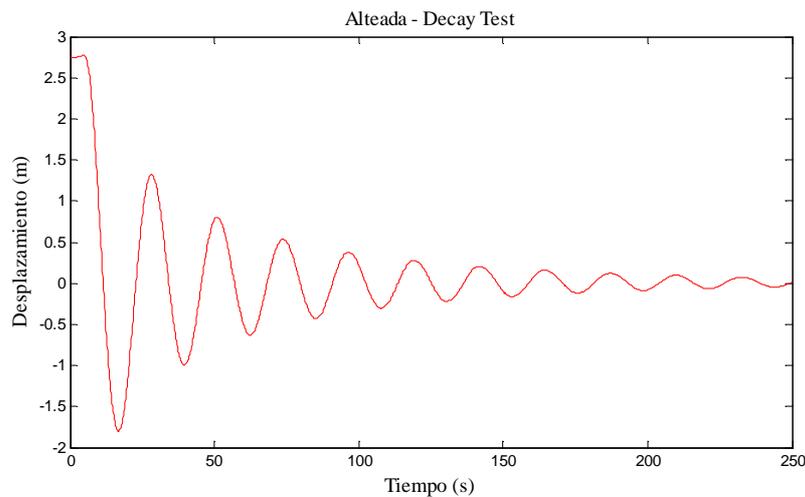


Figura 3.5: Periodo de alzada (“heave”)

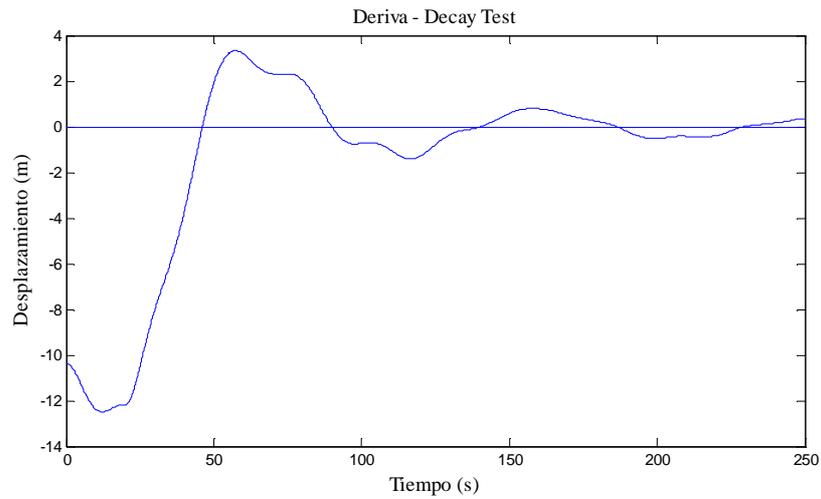


Figura 3.6: Periodo de deriva (“surge”)

La Figura 3.7 y la Figura 3.8 muestran la diferencia entre los modelos numéricos de laboratorio y numérico de dos “decay test” en alzada (“heave”) para una boya que flota libremente y para una boya amarrada con catenarias.

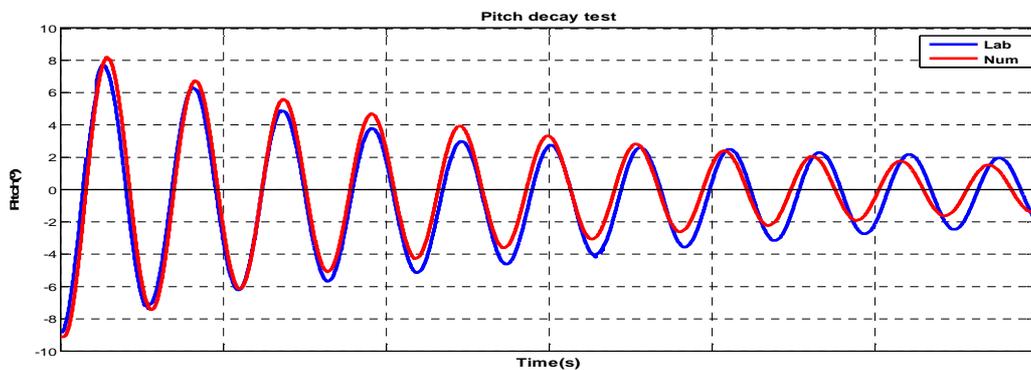


Figura 3.7: Decay Test del pitch sin catenarias

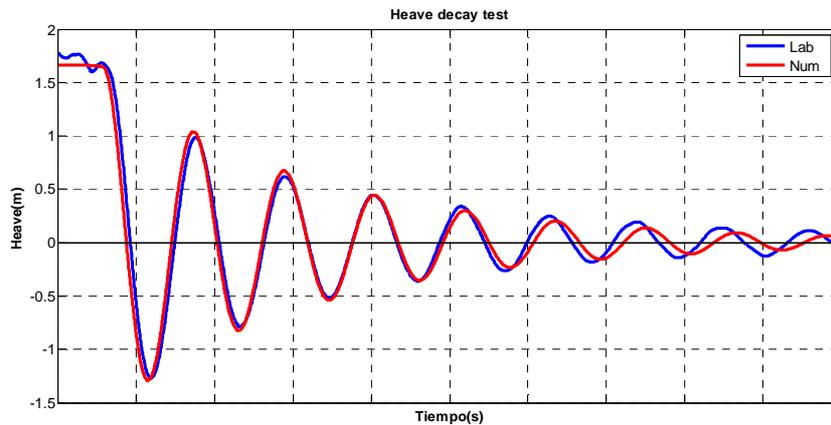


Figura 3.8: Decay Test del heave con catenarias

Una vez realizada la calibración de los periodos propios se realiza una calibración con oleajes regulares. Con cada análisis se van ajustando los coeficientes.

Por último se realiza una comprobación de oleajes irregulares. A continuación se muestran algunos ejemplos de calibración dinámica. En ellos se puede ver como se ha ajustado la distribución de probabilidad de la fuerza en las catenarias y los espectros para diferentes grados de libertad (Figura 3.9 y Figura 3.10).

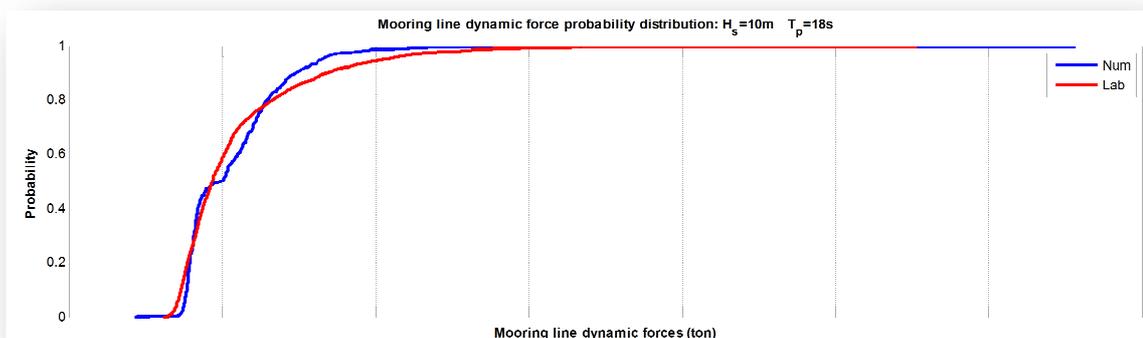


Figura 3.9: Distribución de probabilidad de las fuerzas en las catenarias

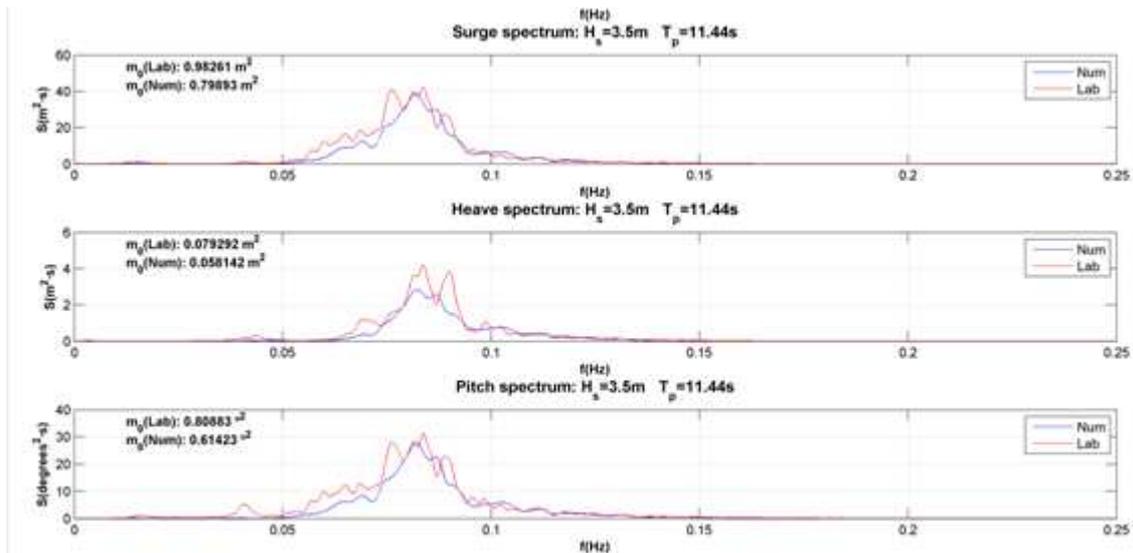


Figura 3.10: Espectros 3 grados de libertad

3.2.3. Validación en campo

Además de una calibración en un tanque de pruebas, el SESAM se ha calibrado con las boyas reales que ya han sido definidas en el capítulo anterior. La boya más adecuada para la calibración es la boya Idermar III, ya que dispone de células de carga en las cadenas, muy útiles como magnitud a comparar.

Una ventaja de los análisis de laboratorio es que en todo momento se conocen con gran aproximación las condiciones externas a las que se ve sometida la estructura flotante, mientras que en el caso de la validación de campo ha sido necesario la utilización de otras boyas auxiliares para la determinación de las cargas exteriores.

A continuación se muestra la localización de las boyas Idermar (Figura 3.11 y Figura 3.12).



Figura 3.11: Localización de las boyas Idermar I y II.



Figura 3.12: Localización de la boya Idermar III frente a la Virgen del Mar (Santander)

Las boyas utilizadas para la recopilación de datos han sido: una boya de la Red Vigía (Figura 3.13), la boya Augusto González Linares del Instituto Español de Oceanografía (Figura 3.14) además de los sensores incorporados a las boyas Idermar.



Figura 3.13: Boya de la Red Vigía



Figura 3.14: Boya AGL

A continuación se muestra un ejemplo de la calibración de la boya Idermar III el 15 de diciembre de 2011, con un estado de mar con $H_s=5.71\text{m}$ y $T_p=15.61$. Los diferentes coeficientes hidrodinámicos se determinaron de la siguiente forma: El oleaje se calibró en laboratorio, los coeficientes de arrastre se obtuvieron de la norma “Germanischer Lloyd Part 2 Guideline for the Certification of Offshore Wind Turbines” y los de viento mediante el Eurocódigo “lattice tower wind loads”.

En la Figura 3.15 y la Figura 3.16 se puede ver una comparativa entre los valores obtenidos con el modelo numérico y los obtenidos de los sensores de la boya real (el prototipo) del movimiento de “heave” y de las fuerzas en las catenarias.

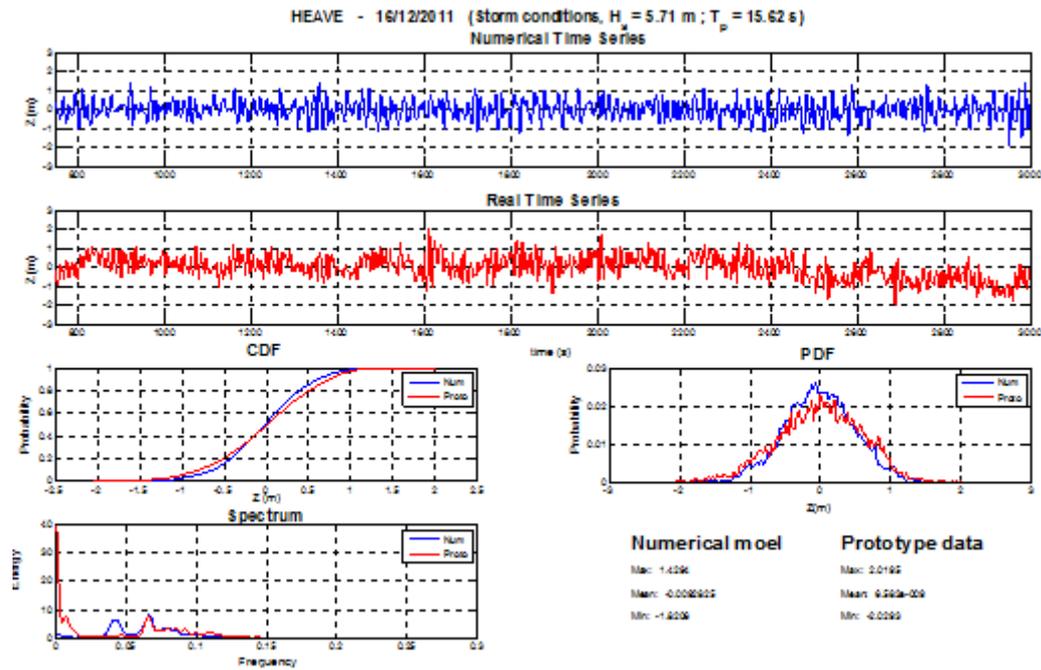


Figura 3.15: Comparativa del “heave” entre el modelo numérico y la boya

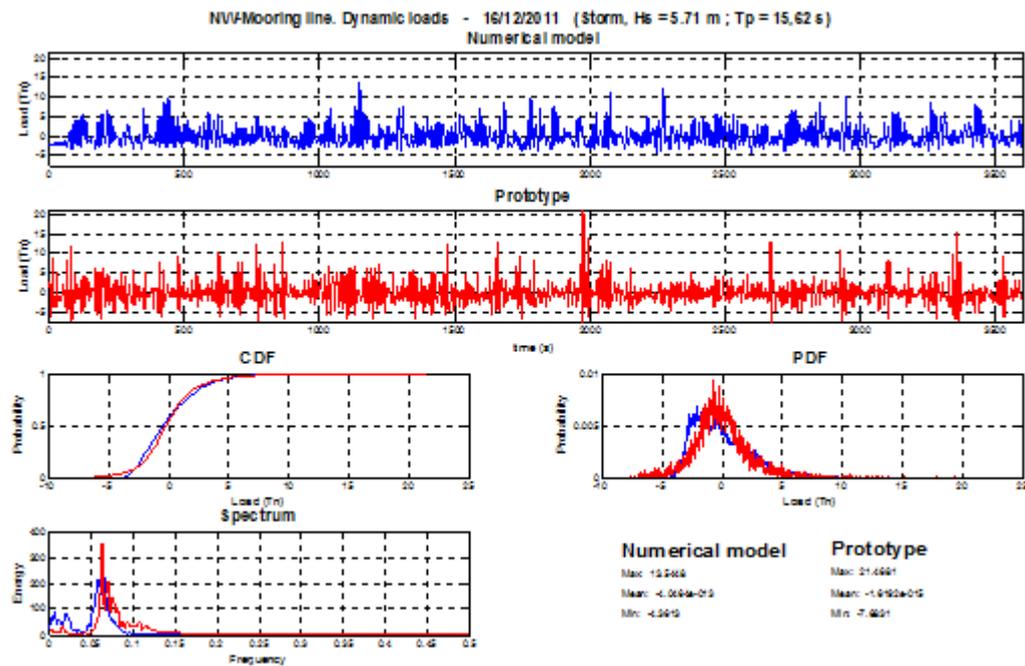


Figura 3.16: Comparativa de la fuerza en las catenarias

*Rigideces Lineal y de Rotación de los Sistemas de Amarre de Plataformas Flotantes:
Análisis Numérico y Formulación Simplificada*

Es importante tener en cuenta que incluso aunque los resultados de la calibración son suficientemente buenos existen ciertas incertidumbres en el modelo (Figura 3.17). A continuación se numeran las principales incertidumbres:

- Fondo marino irregular
- Rigidez real de las catenarias
- Longitud real de las líneas de fondeo y la posición exacta de los muertos.
- Geometría final y propiedades de los materiales del prototipo.

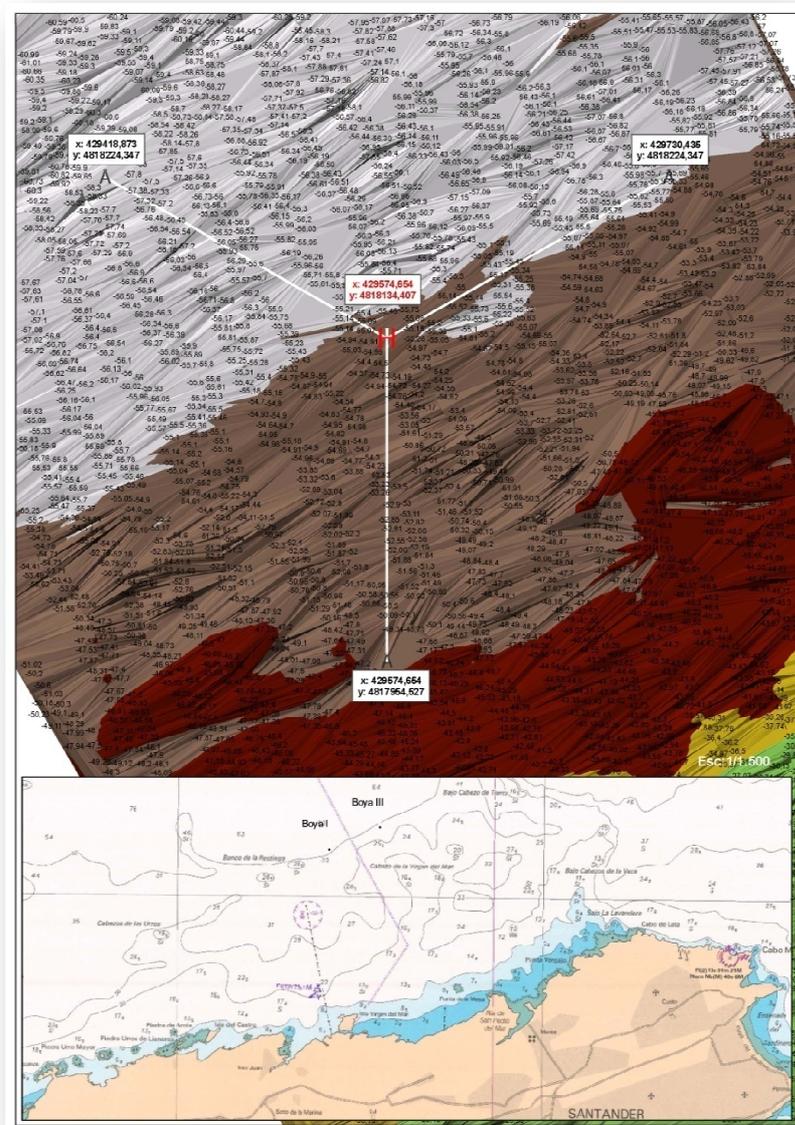


Figura 3.17: Batimetría de la localización de la boya.

3.3. Resultados analíticos

Una vez validadas las herramientas utilizadas se va a proceder a describir los resultados obtenidos mediante las mismas. Principalmente el documento se va a centrar en los desplazamientos de las boyas, aunque también se analizarán las tensiones obtenidas en las catenarias.

Para el estudio se han utilizado casos con diferentes acciones exteriores. Se han definido casos con diferentes rigideces y fuerzas exteriores, incluido un caso sin fuerza exterior. A su vez se han introducido distintos estados de mar para cada uno de los casos citados. Son 25 estados de mar regulares diferentes, los resultantes de las combinaciones de 5 alturas de ola y 5 periodos. Las alturas de ola son $H(m) = 2,5,8,11,14$ y los periodos son $T(s) = 7,10,13,16,19$. Estos estados de mar abarcan desde alturas de ola y periodos pequeños hasta los de diseño.

3.3.1 Desplazamientos

Los desplazamientos son debidos a las fuerzas exteriores aplicadas. El viento, las corrientes y el oleaje. El viento y las corrientes se tratan como un vector de fuerza aplicada. Las fuerzas del oleaje se dividen en una parte variable de vaivén y otra constante. La parte constante son las “*mean wave drift forces*” o fuerzas de deriva y son proporcionales al cuadrado de la amplitud del oleaje ($F \sim \zeta^2$) y a un término llamado “Función Cuadrática de Transferencia”(QTF), que depende de la frecuencia. La relación de este último término con la frecuencia no tiene una relación directa, sino que sigue una relación del tipo que se ve en la Figura 3.18.

En aguas profundas las fuerzas de deriva dependen principalmente del movimiento de la boya en la superficie libre, de la presión dinámica en la parte sumergida y de la translación en un gradiente de presiones. En aguas poco profundas hay que añadir además efectos del potencial de presiones de segundo orden (Pinsker, 1980).

$$\bar{F} = -\frac{1}{2} \oint \zeta_r^{(1)2} \bar{n} \cdot dl - \iint -\frac{1}{2} \rho |\nabla \phi^{(1)}|^2 \bar{n} \cdot dS - \iint -\rho (x^{(1)} \nabla \phi_t) \bar{n} \cdot dS + MR^{(1)} \cdot \ddot{x}^{(1)} - \iint -\rho \phi_t^{(2)} \bar{n} \cdot dS$$

Dónde $\zeta_r^{(1)}$ es la elevación de primer orden de la ola sobre el nivel medio del mar, dl la longitud del elemento a la altura del nivel del mar, $\phi^{(1)}$ el potencial total de primer orden, dS un diferencial de la superficie mojada media, \bar{n} el vector unitario normal positivo hacia el fluido, $R^{(1)}$ el vector rotacional de primer orden del cuerpo, \ddot{x} el vector aceleración de primer orden y $\phi^{(2)}$ el potencial de velocidades de segundo orden.

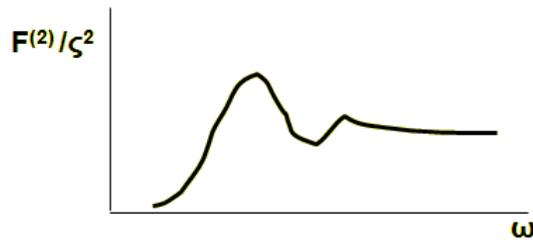


Figura 3.18: Función Cuadrática de Transferencia. (QTF)

En un oleaje regular las fuerzas de deriva son constantes (Figura 3.19) y en un oleaje irregular tienen una variación pequeña (Figura 3.20). Este tipo de fuerzas van actuando lentamente hasta que se alcanza el equilibrio como se refleja en la Figura 3.21.

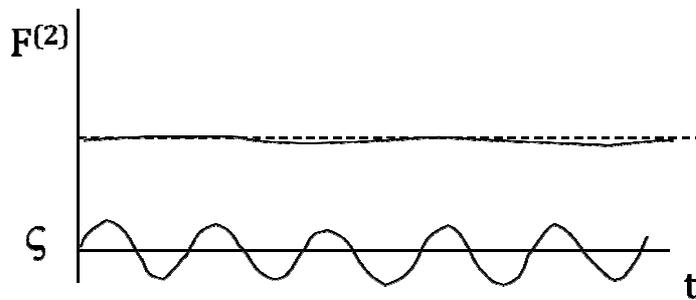


Figura 3.19: Fuerzas de deriva en oleaje regular

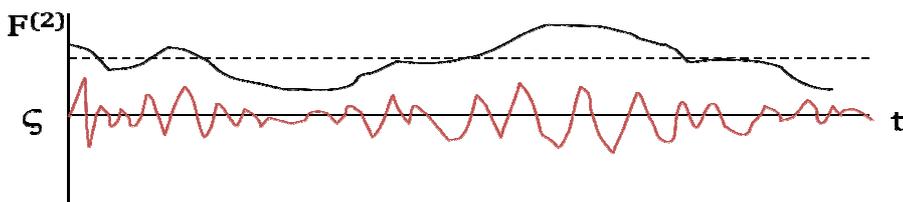


Figura 3.20: Fuerzas de deriva en oleaje irregular

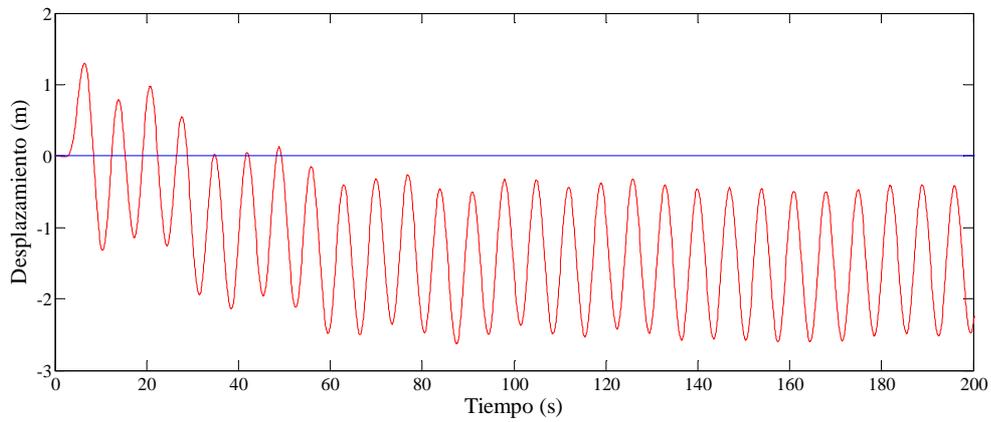


Figura 3.21: Desplazamiento debido a las fuerzas de deriva

En la Figura 3.22 se ve la variación del desplazamiento provocado por la fuerza de deriva dependiendo de la altura de ola.

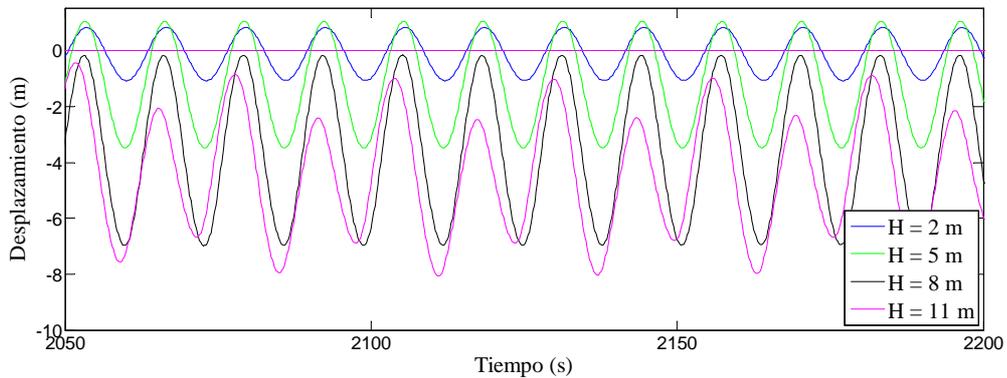


Figura 3.22: Desplazamiento. Periodo $T=13$ s

En la Figura 3.23 y Figura 3.24 se tiene la variación de la fuerza de deriva para una altura de ola de 2 y 5 m respectivamente. El desplazamiento medio difiere poco entre casos con oleajes de periodos distintos en casos de altura de ola pequeña. Cuando la altura de ola es mayor la amplitud del movimiento aumenta, sin embargo en este caso el desplazamiento debido a las fuerzas de deriva decrece con el periodo del oleaje como se ve en la Figura 3.25.

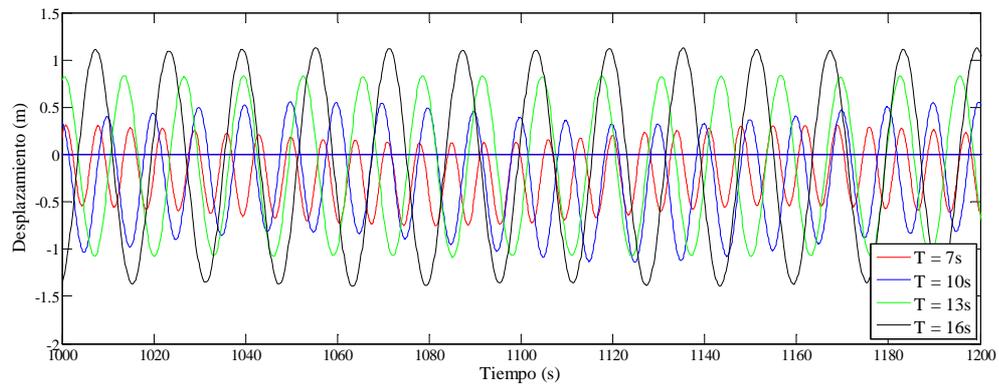


Figura 3.23: Desplazamiento. Altura de ola H= 2 m

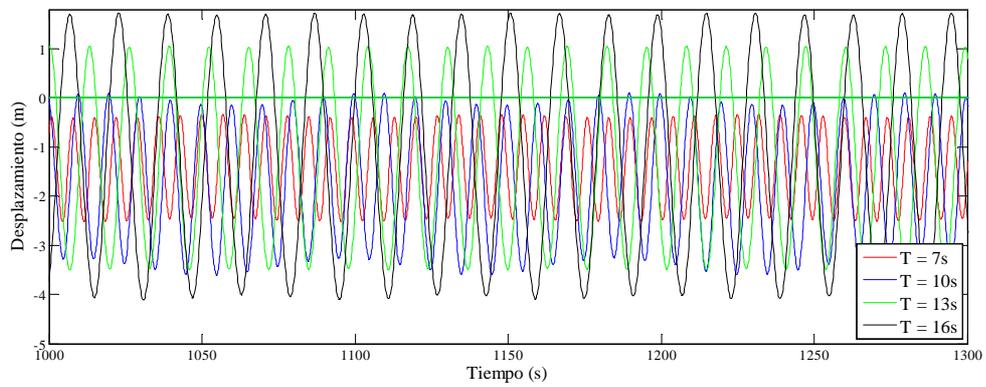


Figura 3.24: Desplazamiento. Altura de ola H= 5 m

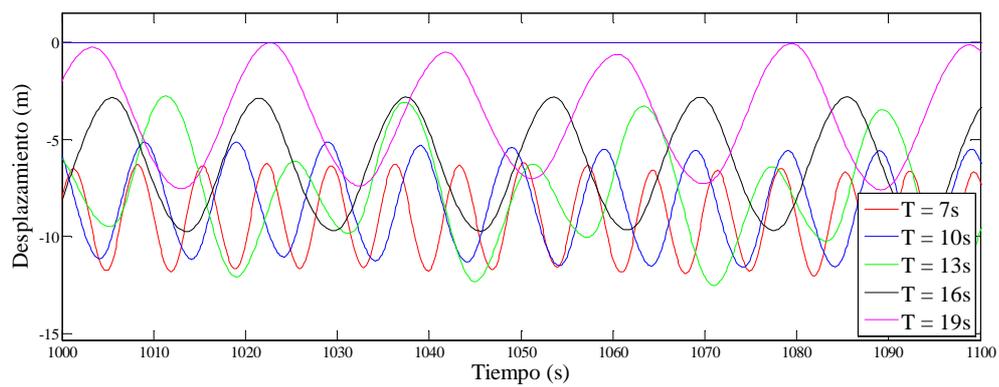


Figura 3.25: Desplazamiento. Altura de ola H= 14 m

En los casos anteriores, al no haber ninguna fuerza de viento ni de corrientes aplicada la rigidez del sistema es la inicial, por lo que es pequeña y por lo tanto los desplazamientos son grandes. En una situación real no se daría el caso de un oleaje con alturas de ola tan grande sin ningún tipo de viento ni de corriente.

En la Figura 3.26 se tiene un caso con una fuerza exterior aplicada. En este caso las fuerzas de deriva producen un desplazamiento pequeño, ya que la rigidez del sistema es mucho mayor. Para situaciones con diferentes periodos y altura de ola pequeña todos fluctúan en torno al nuevo punto de equilibrio.

Cuando la altura de ola es mayor también lo son los desplazamientos. Conforme el periodo del oleaje va aumentando crece la amplitud y por lo tanto la influencia de la curva de rigidez, que no es lineal. Por ello según aumenta el periodo cada vez la fluctuación en torno al punto de equilibrio va siendo menos simétrica. En la Figura 3.27 se aprecia cómo los desplazamientos en la dirección negativa del eje de ordenadas son menores que en la positiva, ya que en dicha dirección la rigidez aumenta en mayor medida que en la dirección contraria.

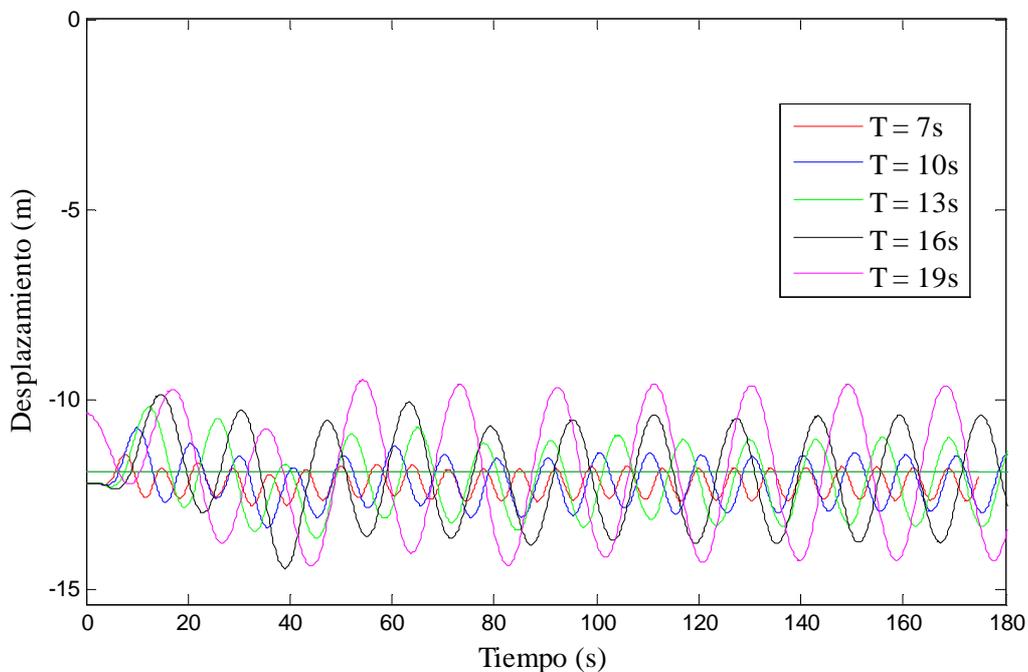


Figura 3.26: Desplazamiento. Altura de ola H=2 m

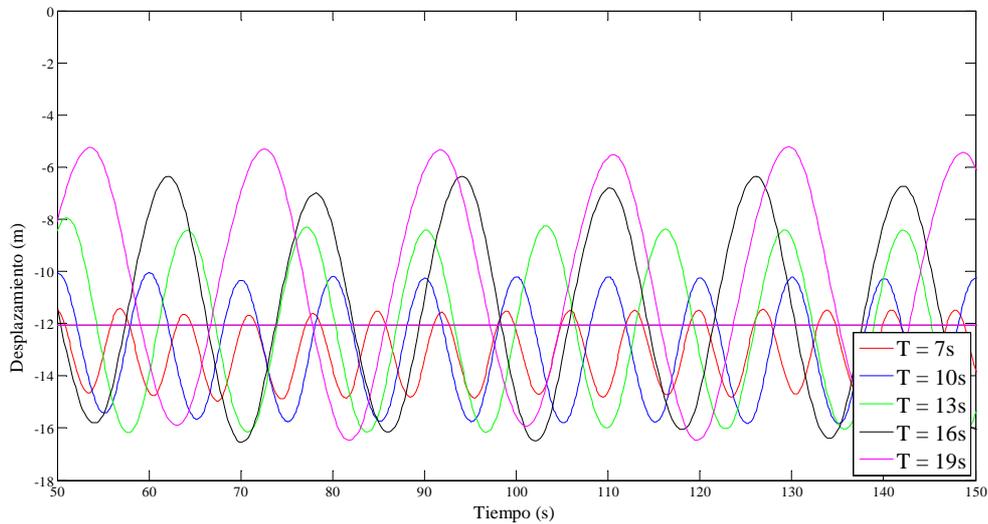


Figura 3.27: Desplazamiento. Altura de ola H=8 m

Las figuras 3.28, 3.29, 3.30 y 3.31 muestran los desplazamientos para los casos de periodos 7, 10, 13 y 19 segundos respectivamente. En cada una se representan las trayectorias para distintas alturas de ola.

Se aprecia la importancia de las fuerzas de deriva para los casos de periodo pequeño y cómo estas fuerzas aumentan con la altura de ola, haciendo que el punto medio de la fluctuación se aleje del punto de equilibrio estático.

En los casos de periodo grande se comprueba cómo la influencia de la curva de rigidez es mayor que la de las fuerzas de deriva y las fluctuaciones en torno al punto de equilibrio son asimétricas.

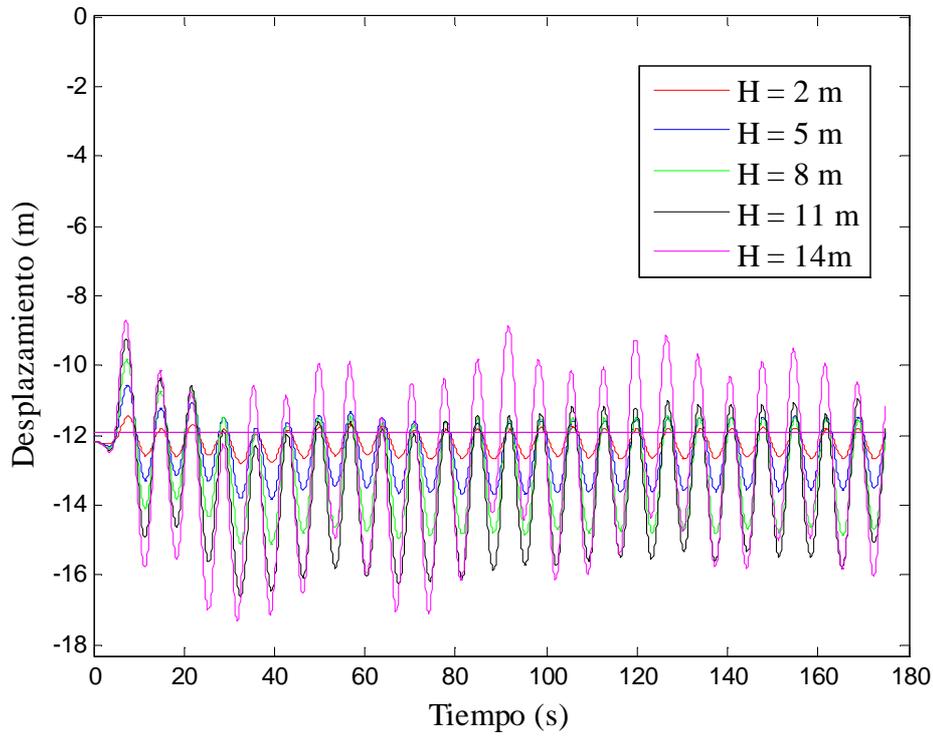


Figura 3.28: Desplazamiento. Periodo $T=7$ s

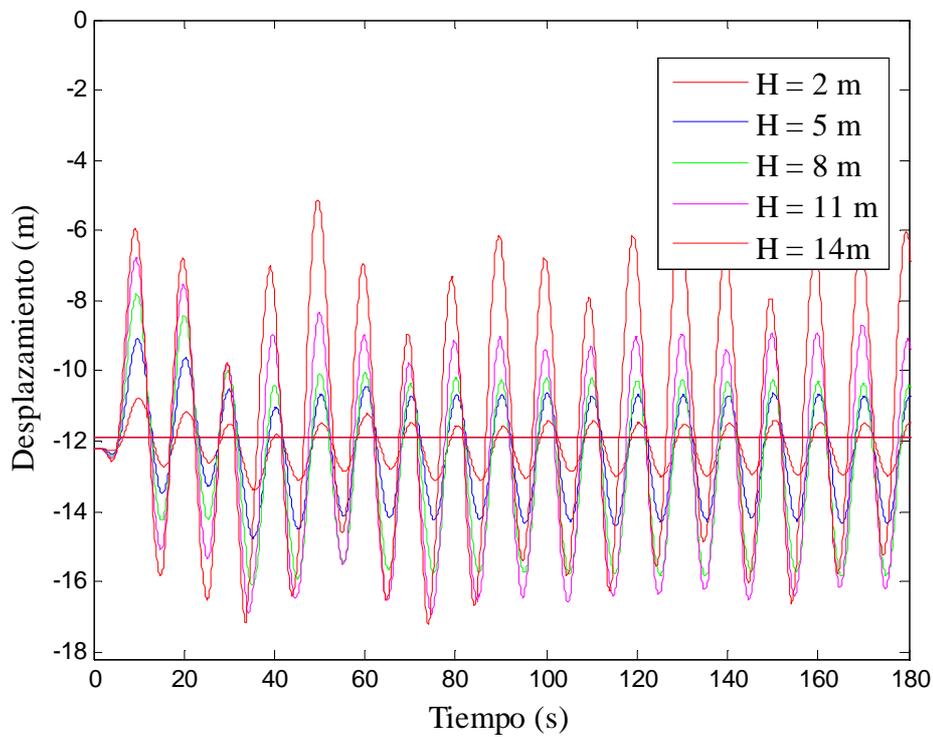


Figura 3.29: Desplazamiento. Periodo $T=10$ s

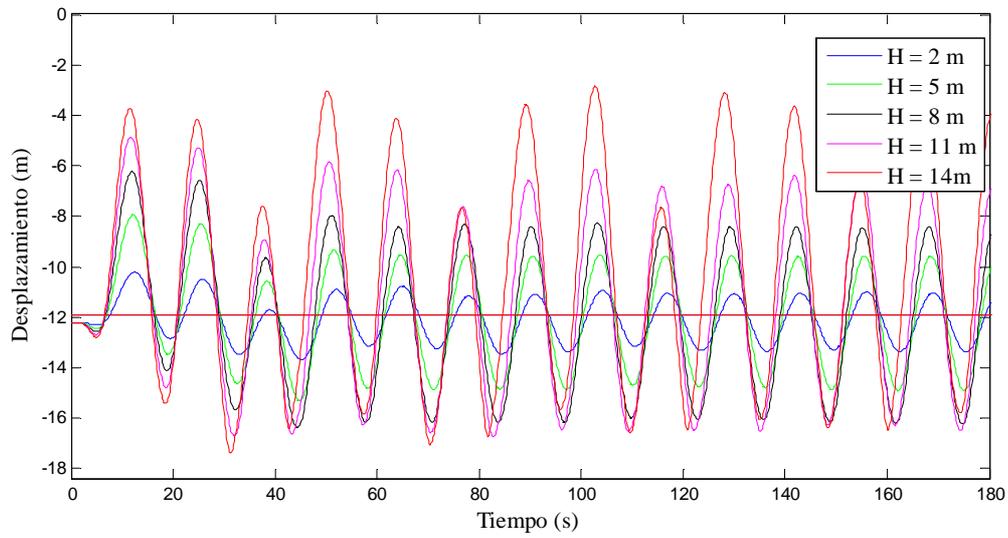


Figura 3.30: Desplazamiento. Periodo $T= 13$ s

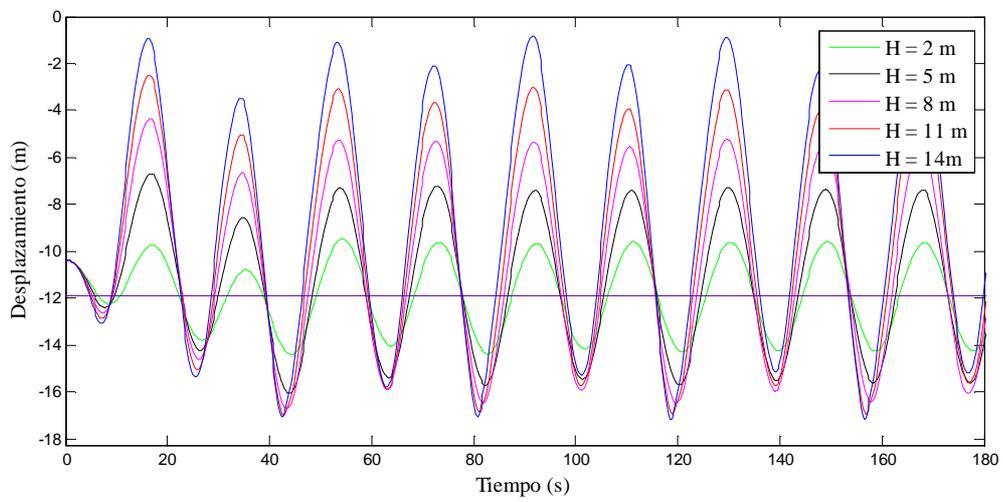


Figura 3.31: Desplazamiento. Periodo $T= 19$ s

3.3.2 Tensiones

En cuanto a la relación entre tensiones y desplazamientos, existe gran correlación entre las tensiones correspondientes al desplazamiento estático y dinámico en los casos de altura de ola pequeña. El resultado se aproxima mejor cuanto mayor es el periodo ya que la boya necesita un determinado tiempo para desplazarse hasta la nueva posición de equilibrio.

En las Figura 3.32 y Figura 3.33 se ven sendos casos con altura de ola de dos metros. La primera figura tiene un periodo de 7 s y la segunda de 19 s.

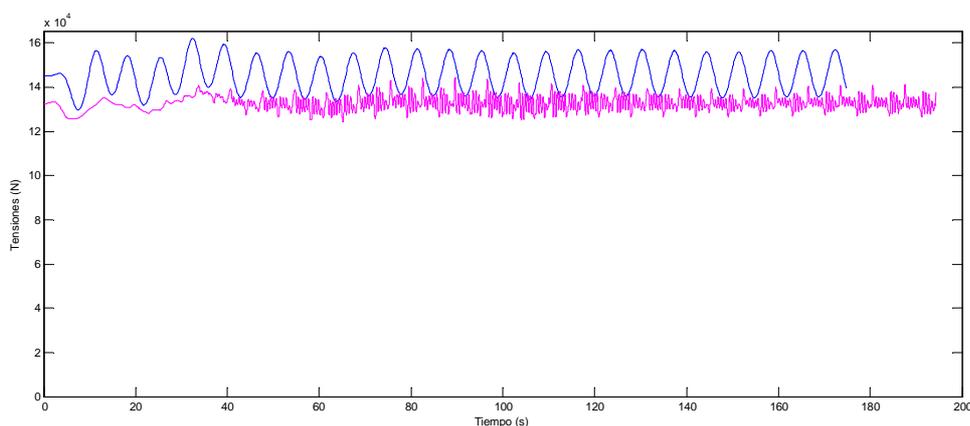


Figura 3.32: Tensiones. $T=7$ s y $H=2$ m

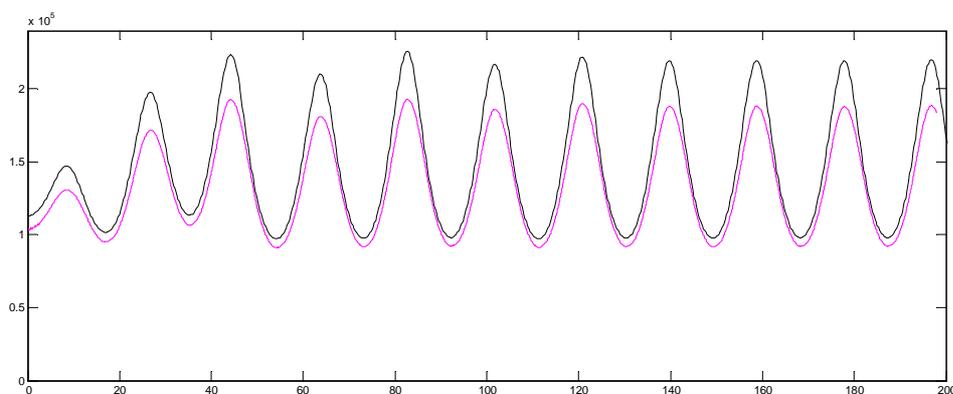


Figura 3.33: Tensiones. $T=19$ s y $H=2$ m

Para los casos con una gran altura de ola, como los de las figuras 3.34 y 3.35, las tensiones máximas difieren en gran medida ya que la estática no consigue captar los picos de tensiones producidos.

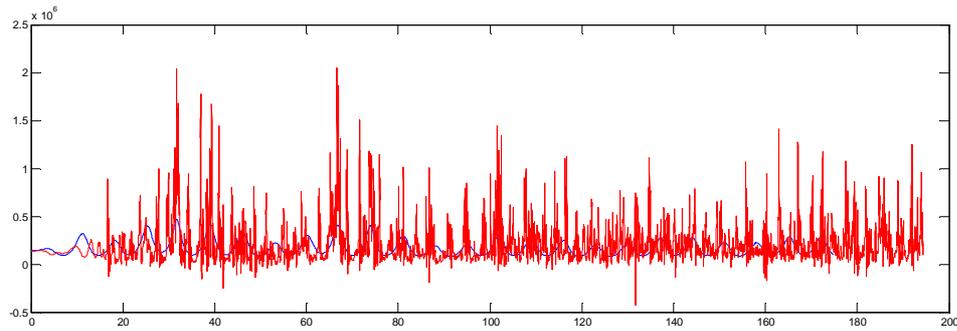


Figura 3.34: Tensiones. T= 7 s y H=14 m

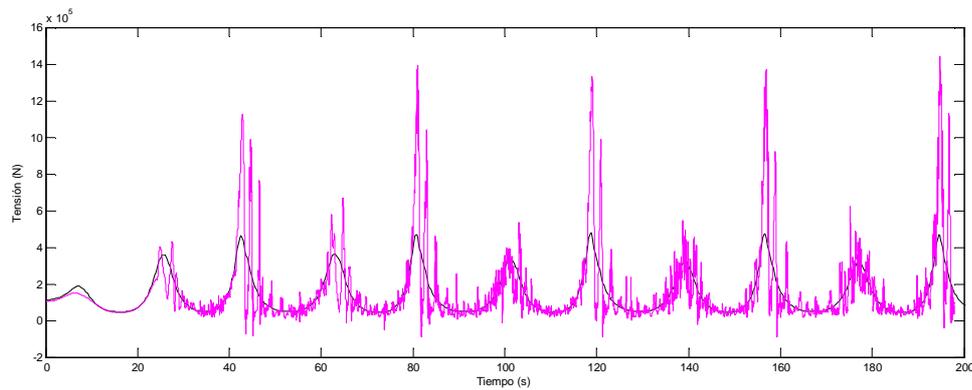


Figura 3.35: Tensiones. T= 19 s y H=14 m

Formulación analítica de la rigidez lineal y estudio comparativo teórico-experimental

Este capítulo se centra en la rigidez de translación, también llamada lineal, de una estructura flotante. En primer lugar se define el tipo de sistema de amarre que se va estudiar y las variables que intervienen en el problema. A continuación se establece la formulación analítica general de la rigidez lineal y se analiza el desplazamiento provocado por una fuerza exterior y las tensiones que se alcanzan en las líneas cuando se impone un desplazamiento. Posteriormente se reducen las ecuaciones existentes a otras adimensionales. Para finalizar se obtiene una formulación simplificada experimental de la rigidez lineal y se explica el proceso de obtención de la fórmula final.

4.1 Introducción. Movimiento de deriva.

El objetivo de este capítulo es el estudio de la rigidez lineal que aporta un sistema de catenarias a una boya flotante. Se entiende rigidez lineal como la relación entre la fuerza exterior aplicada sobre dicha boya y el desplazamiento horizontal provocado.

El principal objetivo de un sistema de catenarias es impedir que la plataforma flotante que se amarra se desplace libremente sometida a la acción del viento y las mareas. Las catenarias también son importantes para controlar el resto de movimientos de dichas plataformas.

En una situación inicial hipotética de calma absoluta, en la que ninguna fuerza exterior actuara, la boya que sustenta al aerogenerador se vería sometida a la acción propia de sus catenarias, que ejercerían una fuerza de atracción en su dirección. Como el sistema tiene simetría radial la boya permanecería en equilibrio.

Cuando se ejerce una fuerza exterior, como la del viento, sobre un cuerpo flotante éste se desplaza y por lo tanto también lo hace el extremo superior de las catenarias, ya que es por donde están unidas a dicho cuerpo flotante. Esto provoca una variación en la configuración de las catenarias, que se hacen más rígidas cuanto mayor sea la distancia horizontal entre los extremos.

La fuerza axial en una catenaria no es directamente proporcional a la distancia entre los extremos de la misma, ni tampoco lo es la rigidez al desplazamiento del conjunto de las líneas. Esto se explica con más detalle en el anexo nº1.

En realidad las fuerzas exteriores infieren movimientos en el cuerpo flotante según los distintos grados de libertad, tres de translación y tres de rotación, como se puede apreciar en la Figura 4.1. Los movimientos generales de translación de una embarcación son el movimiento vertical, el lateral y el longitudinal. El movimiento vertical de descenso y ascenso se denomina ‘alteaada’. El movimiento lateral se denomina ‘deriva’ y el longitudinal ‘avance’ o ‘retroceso’ según sea el caso.

Debido a la simetría radial del cuerpo flotante estudiado, una boya, no existe proa ni popa, por lo que el conjunto de movimientos en el plano horizontal, ‘deriva’, ‘avance’

y ‘retroceso’ será denominado en adelante desplazamiento horizontal o simplemente ‘deriva’.

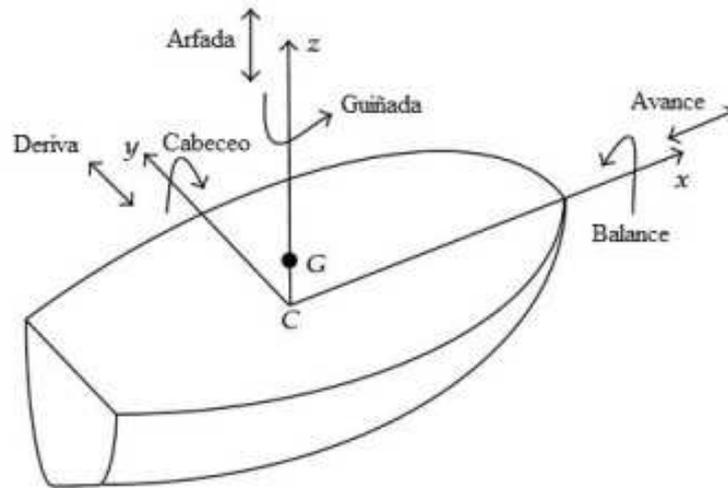


Figura 4.1: Grados de libertad de una embarcación.

Como se ha indicado en capítulos anteriores las fuerzas exteriores que actúan sobre la estructura son debidas al viento, a las corrientes y al oleaje. Las fuerzas de viento y corrientes tratan de sacar al sistema de su posición inicial y llevarlo a una nueva posición en la que las fuerzas exteriores se ven equilibradas por la reacción que aparece en el sistema de amarre.

Por otra parte, las fuerzas de oleaje producen un movimiento de vaivén en la estructura flotante en los seis grados de libertad. Este movimiento de la estructura flotante, que acompaña al movimiento de las partículas de agua, es complejo y depende de muchos factores. No es un movimiento que reproduzca el de las partículas de agua sino que puede estar amplificado o disminuido con respecto a éstas, dependiendo del periodo propio de la estructura y del periodo del oleaje en los distintos grados de libertad. (Faltinsen, 1990).

Las estructuras que se tratan en el presente estudio (Spar) tienen un área reducida en la superficie de flotación y por lo tanto no modifican la superficie libre del mar. Por este motivo los movimientos verticales debidos al oleaje están muy amortiguados y se van a suponer despreciables en comparación con los movimientos en horizontal y que estos últimos son iguales al desplazamiento en horizontal de las partículas de agua. (Waters, 2008)(Russell, Smith, & Colin, 2001)

Se plantean dos situaciones de funcionamiento del sistema de amarre. Una situación que llamaremos situación límite de servicio y otra situación que llamaremos de diseño o situación de “supervivencia”. El planteamiento del sistema de amarre en condiciones de servicio se basa en proporcionar la rigidez necesaria al desplazamiento y al giro de la boya que permita el funcionamiento normal de la estructura y aerogenerador. La situación de “supervivencia” es aquella en la que la estructura tiene que hacer frente a fuerzas de viento y oleaje elevadas sin que se produzca la ruina de la misma.

En condiciones de servicio se puede considerar que la boya se ve sometida a un desplazamiento debido a las fuerzas del viento y de las corrientes y a un desplazamiento adicional variable debido a la fuerza del oleaje.

Para unas condiciones ambientales dadas, el desplazamiento que provoca el viento y las corrientes junto con las fuerzas de deriva es el desplazamiento medio de la boya, mientras que el resto de fuerzas del oleaje producen un desplazamiento variable, que se suma vectorialmente a los anteriores.

En otras palabras, se puede decir que el desplazamiento del oleaje es una oscilación en torno al desplazamiento medio que viene dado por el viento y las corrientes. Dicha oscilación no tiene porqué ser simétrica, sino que depende del punto de la curva de rigidez en el que se encuentre y del periodo del oleaje. Para oleajes pequeños o grandes profundidades se puede considerar que existe simetría en el desplazamiento. Para profundidades pequeñas y oleajes altos dicha simetría se pierde.

De esta forma, para realizar un pre-dimensionamiento del sistema de amarre, basta con considerar una configuración estática para el desplazamiento medio del viento y las corrientes y se deja un margen de movimiento para el desplazamiento de las olas.

Dependiendo de la dirección del movimiento, habrá unas catenarias que verán su tensión disminuida y otras que la verán aumentada, incluso llegando a levantar completamente del fondo marino. En caso de que el sistema de catenarias parta de una situación en la que las catenarias están muy tensas, desde la posición de equilibrio un desplazamiento debido al oleaje podría provocar que las catenarias superen su límite último.

En las figuras que se presentan posteriormente se aprecian los desplazamientos producidos para distintos valores de longitud y peso de las líneas y para distintos valores de la fuerza del viento tomando como base las boyas IDERMAR I y II mencionadas anteriormente.

4.2 Configuración geométrica del sistema de amarre a utilizar

Como se ha indicado anteriormente para el estudio se ha utilizado sistema de amarre formado por tres líneas. En la Figura 4.2 se puede ver un esquema desde un punto de vista cenital de una boya amarrada por catenarias, desplazada por efecto de una fuerza exterior horizontal. Estas catenarias parten de sendos anclajes en las boyas y conectan con unos pesados bloques de hormigón que llamaremos muertos. Normalmente, si no existe ninguna circunstancia excepcional las catenarias tendrán una porción de su longitud apoyada sobre el lecho marino.

Boya Idermar I				Boya Idermar II			
h_1	188 m	X_1	384 m	h_1	55 m	X_1	135 m
h_2	171 m	X_2	384 m	h_2	58 m	X_2	135 m
h_3	160 m	X_3	384 m	h_3	35 m	X_3	135 m

Tabla 4.1: Posicionamiento de los muertos

Como se ha explicado anteriormente, el estudio se centra en tres boyas meteorológicas. En la Tabla 4.1 se detalla la posición de los muertos de dos de ellas. Dicha posición viene caracterizada por la profundidad del fondo marino y de su distancia horizontal a la boya.

Debido a la incertidumbre en las mediciones, y por simplificar, se homogeneizarán las profundidades de los muertos y su distancia a la boya en la posición de equilibrio. Se considerará por lo tanto que las tres líneas están distribuidas de forma homogénea con una simetría radial de orden tres. En la Tabla 4.2 y Tabla 4.3 se pueden ver las características físicas y geométricas que se han tomado en consideración para cada boya.

La Figura 4.2 y la Figura 4.3 muestran un esquema de la boya desplazada por la acción de una fuerza exterior horizontal junto con las variables que lo caracterizan. Dichas variables son: la distancia inicial de los muertos al eje de la boya X , la longitud de las catenarias L , la profundidad del fondo marino h (ó h_1, h_2 y h_3 si se consideran alturas diferentes para cada muerto), la densidad equivalente de la catenaria q , la fuerza exterior ejercida determinada por su módulo y dirección F y θ_F , y las coordenadas polares de la boya respecto al origen de la boya desplazada ρ y θ . A las anteriores hay que añadir Δh , que es el descenso relativo a la posición inicial de la boya cuando se desplaza.

Número de catenarias	3
Ángulo entre catenarias adyacentes	120 °
Profundidad de los muertos bajo el nivel del mar	50 m
Profundidad de los anclajes superiores de la catenaria	5 m
Distancia entre el eje de la boya y los muertos	135 m
Distancia entre el eje de la boya y los anclajes de la catenaria	1.2 m
Longitud de las catenarias	150 m
Densidad equivalente de la catenaria	61 kg/m

Tabla 4.2: Propiedades del sistema de amarre de la boya “IDERMAR I”

Número de catenarias	3
Ángulo entre catenarias adyacentes	120 °
Profundidad de los muertos bajo el nivel del mar	173 m
Profundidad de los anclajes superiores de la catenaria	7 m
Distancia entre el eje de la boya y los muertos	384m
Distancia entre el eje de la boya y los anclajes de la catenaria	1.8 m
Longitud de las catenarias	452 m
Densidad equivalente de la catenaria	61 kg/m

Tabla 4.3: Propiedades del sistema de amarre de la boya “IDERMAR II”

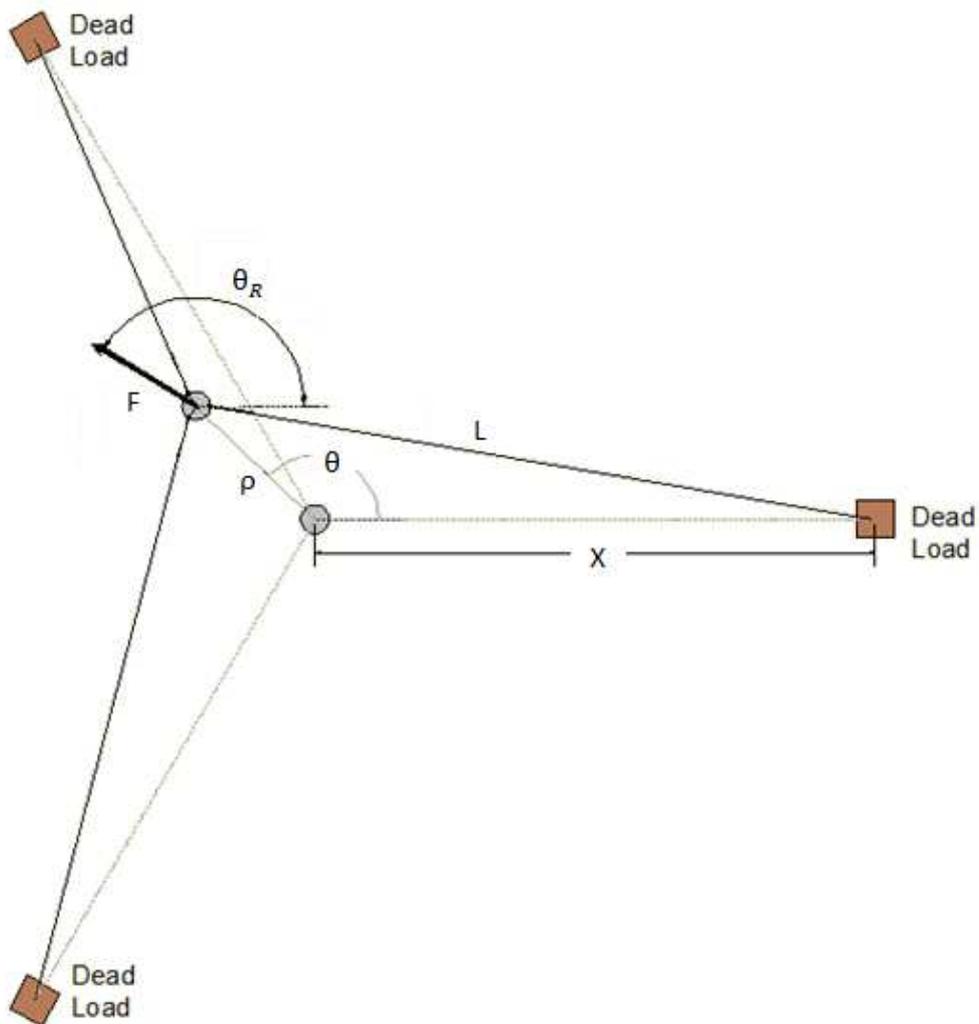


Figura 4.2: Boya desplazada por acción de una fuerza exterior horizontal. Vista cenital.

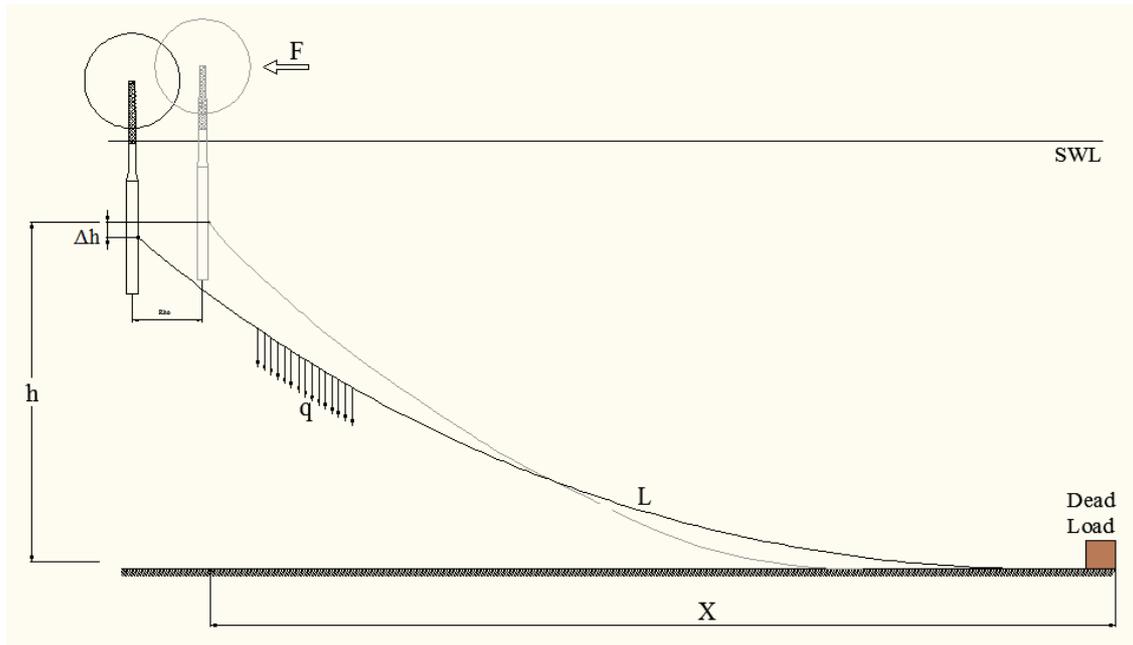


Figura 4.3: Boya desplazada por acción de una fuerza exterior horizontal. Alzado.

Para caracterizar el sistema de catenarias hay que tener en cuenta los siguientes aspectos. Hay que señalar, no obstante, que algunas medidas son aproximadas y que existe una cierta incertidumbre en las mediciones.

La colocación de los muertos en el fondo marino se realizó desde una embarcación, desde donde se dejaron caer. Por lo tanto existe cierta incertidumbre en la distancia considerada del eje de la boya a los muertos, ya que, a pesar de que la embarcación contaba con un dispositivo de geolocalización GPS, las corrientes marinas pueden haber desplazado el muerto de la vertical de la embarcación desde que se colocaba.

También hay que tener en cuenta la irregularidad del terreno. Se ha realizado una serie de batimetrías para caracterizar el fondo marino y la profundidad de cada uno de los muertos, aunque las alturas son aproximadas debido a que el mar está en constante variación. De todo lo anterior se deduce que la boya en equilibrio no se encuentra perfectamente equidistante de los tres muertos.

4.3 Formulación analítica general de la rigidez lineal

Una vez que se ha planteado la problemática, se ha establecido la geometría general que se quiere estudiar y se han determinado las variables que intervienen. Es el momento de plantear las ecuaciones que gobiernan el problema de la rigidez lineal (Fuerza – Desplazamiento). Se va a considerar la formulación desde dos puntos de vista diferentes.

En primer lugar se plantean las ecuaciones necesarias para determinar el desplazamiento horizontal provocado por una fuerza exterior según distintos escenarios de geometría inicial. En segundo lugar se plantean las ecuaciones necesarias para determinar las fuerzas en las diferentes catenarias a partir de un desplazamiento impuesto en una dirección determinada, como puede ser el caso del movimiento inducido por el oleaje.

Se ha considerado que los pesos muertos están anclados al fondo marino o son suficientemente grandes para no deslizar en ningún caso, es decir la geometría de los anclajes no varía.

Para casos en los que la superficie marina sea suficientemente irregular se pueden introducir las profundidades exactas de cada muerto substituyendo h por h_1, h_2 ó h_3 , según la catenaria.

4.3.1. Desplazamiento provocado por una fuerza exterior

El desplazamiento provocado en un cuerpo flotante por una fuerza exterior se determina estableciendo en primer lugar la configuración inicial de las catenarias. Es necesario calcular si todas tienen alguna parte apoyada en el lecho marino o si por el contrario una o varias de ellas están completamente levantadas, siendo el muerto su único contacto con el fondo marino.

De esta forma se pueden formar cuatro casos particulares: que las tres catenarias estén apoyadas, que estén apoyadas solamente dos, que lo esté solamente una o que estén las tres catenarias levantadas. Según varíe la magnitud o dirección de la fuerza exterior se

puede ir pasando de un caso a otro según se vayan levantando todos los puntos de las catenarias del lecho marino.

Normalmente en la situación inicial las tres catenarias se apoyan sobre el lecho marino. A partir de ahí se va incrementando la fuerza hasta que una de las catenarias esté levantada, excepto si la fuerza tiene la dirección de una de las cadenas en sentido hacia el muerto (60°). En tal caso se levantan dos catenarias al mismo tiempo. Para las direcciones en las que se levanta una sola catenaria en primer lugar, si se continúa incrementando la fuerza se levantará también la segunda catenaria, como en el caso de 60° . Por último, está la situación particular en la que la fuerza tiene la dirección de una de las cadenas en sentido hacia la boya (0°), en dicho caso únicamente puede llegar a levantarse dicha catenaria.

Las incógnitas comunes para todos los casos son: Las fuerzas horizontales de las catenarias T_1 , T_2 y T_3 , y los ángulos que forman con sus respectivas direcciones iniciales θ_1 , θ_2 y θ_3 , las coordenadas polares de la boya ρ y θ , y su descenso relativo a la situación de equilibrio Δh . Para el resto de casos se introducen las incógnitas X_1 , X_2 , X_3 y x_{b1} , x_{b2} , x_{b3} según cada caso particular de catenaria levantada. Estas variables quedan definidas en la Figura 4.2 y la Figura 4.3.

Un dato que es necesario conocer para calcular el descenso es la fuerza vertical que ejercen las cadenas en la posición de equilibrio. Debido a la simetría inicial del sistema es suficiente con conocer la fuerza horizontal T_0 en cualquiera de las líneas, que obtiene despejando de la ecuación (4.1). La definición de las variables y las diferentes expresiones de los distintos casos vienen descritas en el Anexo 2.

$$X = L - \frac{T_0}{q} \cdot \sinh\left(\cosh^{-1} \frac{T_0 + h \cdot q}{T_0}\right) + \frac{T_0}{q} \cdot \cosh^{-1} \frac{T_0 + h \cdot q}{T_0} \quad (4.1)$$

4.3.1.1 Ecuaciones para el caso de las tres catenarias apoyadas:

Las ecuaciones planteadas son las siguientes:

Proyección de tensiones:

Las ecuaciones (4.2) y (4.3) representan las proyecciones horizontales de las tensiones de las catenarias y de las fuerzas exteriores según los ejes de coordenadas X e Y. La ecuación (4.4) representa las proyecciones verticales de las catenarias y el empuje de la boya. Por último la ecuación (4.5) hace referencia al descenso vertical de la boya respecto a su posición de equilibrio inicial.

$$-F \cdot \cos \theta_F = T_1 \cdot \cos(-\theta_1) + T_2 \cdot \cos\left(\theta_2 + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + T_3 \cdot \cos\left(\frac{4 \cdot \pi}{3} - \theta_3\right) \quad (4.2)$$

$$-F \cdot \sin \theta_F = T_1 \cdot \sin(-\theta_1) + T_2 \cdot \sin\left(\theta_2 + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + T_3 \cdot \sin\left(\frac{4 \cdot \pi}{3} - \theta_3\right) \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \pi r^2 \cdot \Delta h \cdot \rho = T_1 \cdot \sin\left(\cosh^{-1} \frac{T_1 + h \cdot q}{T_1}\right) + T_2 \cdot \sin\left(\cosh^{-1} \frac{T_2 + h \cdot q}{T_2}\right) + T_3 \\ \cdot \sin\left(\cosh^{-1} \frac{T_3 + h \cdot q}{T_3}\right) - 3 \cdot T_0 \cdot \cosh^{-1} \frac{T_0 + h \cdot q}{T_0} \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$h = h_0 - \Delta h \quad (4.5)$$

Ecuaciones generales de las catenarias:

Las ecuaciones (4.6), (4.7) y (4.8) representan las ecuaciones de las tres catenarias apoyadas en las que se iguala la distancia de la boya a los muertos a la suma de la longitud del tramo apoyado sobre el lecho marino y la coordenada x_c del extremo superior de la catenaria:

$$X_i = l_{pi} + x_{ci}$$

$$\frac{X - \rho \cdot \cos \theta}{\cos \theta_1} = L - \frac{T_1}{q} \cdot \sinh\left(\cosh^{-1} \frac{T_1 + h \cdot q}{T_1}\right) + \frac{T_1}{q} \cdot \cosh^{-1} \frac{T_1 + h \cdot q}{T_1} \quad (4.6)$$

$$\frac{X - \rho \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} - \theta\right)}{\cos \theta_2} = L - \frac{T_2}{q} \cdot \sinh\left(\cosh^{-1} \frac{T_2 + h \cdot q}{T_2}\right) + \frac{T_2}{q} \cdot \cosh^{-1} \frac{T_2 + h \cdot q}{T_2} \quad (4.7)$$

$$\frac{X - \rho \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \theta\right)}{\cos \theta_3} = L - \frac{T_3}{q} \cdot \sinh\left(\cosh^{-1} \frac{T_3 + h \cdot q}{T_3}\right) + \frac{T_3}{q} \cdot \cosh^{-1} \frac{T_3 + h \cdot q}{T_3} \quad (4.8)$$

Giros:

Las ecuaciones (4.9), (4.10) y (4.11) representan el ángulo que gira cada catenaria con respecto a la posición de equilibrio cuando la boya se desplaza.

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{\rho \cdot \sin \theta}{X - \rho \cdot \cos \theta} \quad (4.9)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \frac{\rho \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi}{3} - \theta \right)}{X - \rho \cdot \cos \left(\frac{2 \cdot \pi}{3} - \theta \right)} \quad (4.10)$$

$$\theta_3 = \tan^{-1} \frac{\rho \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \theta \right)}{X - \rho \cdot \cos \left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \theta \right)} \quad (4.11)$$

4.3.1.2 Ecuaciones para el caso en el que una de las catenarias se levanta:

En este caso habría que cambiar la ecuación (4.8) que es la ecuación general de la catenaria 3 cuando está apoyada en el lecho marino por otras tres diferentes que caracterizan la catenaria levantada.

$$X_3 = \frac{X - \rho \cdot \cos \left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \theta \right)}{\cos \theta_3} \quad (4.12)$$

$$L = \frac{T_3}{q} \cdot \left[\sinh \left(\frac{(X_3 + x_{b3}) \cdot q}{T_3} \right) - \sinh \left(\frac{x_{b3} \cdot q}{T_3} \right) \right] \quad (4.13)$$

$$h = \frac{T_3}{q} \cdot \left[\cosh \left(\frac{(X_3 + x_{b3}) \cdot q}{T_3} \right) - \cosh \left(\frac{x_{b3} \cdot q}{T_3} \right) \right] \quad (4.14)$$

4.3.1.3 Ecuaciones para el caso en el que dos de las catenarias se levanten:

En este caso las ecuaciones que cambian con respecto al caso 4.3.1.1 son la (4.7) y la (4.8), que se sustituyen por otras 3 cada una. Las ecuaciones (4.15), (4.16) y (4.17) representan la catenaria 2 y por lo tanto substituyen a la ecuación (4.7) y análogamente al caso 4.3.1.2 las ecuaciones (4.12), (4.13) y (4.14) substituyen a la ecuación (4.8).

$$X_2 = \frac{X - \rho \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} - \theta\right)}{\cos\theta_2} \quad (4.15)$$

$$L = \frac{T_2}{q} \cdot \left[\sinh\left(\frac{(X_2 + x_{b2}) \cdot q}{T_2}\right) - \sinh\left(\frac{x_{b2} \cdot q}{T_2}\right) \right] \quad (4.16)$$

$$h = \frac{T_2}{q} \cdot \left[\cosh\left(\frac{(X_2 + x_{b2}) \cdot q}{T_2}\right) - \cosh\left(\frac{x_{b2} \cdot q}{T_2}\right) \right] \quad (4.17)$$

4.3.1.4 Ecuaciones para el caso en el que las tres catenarias estén levantadas desde el inicio:

Por último las ecuaciones que cambian con respecto al caso 4.3.1.1 son la (4.6), (4.7) y (4.8), que son las ecuaciones generales de todas las catenarias. En este caso también cambia la ecuación (4.8) que hace referencia a la catenaria 1 substituyéndose por las ecuaciones (4.18), (4.19) y (4.20).

$$X_1 = \frac{X - \rho \cdot \cos(\theta)}{\cos\theta_1} \quad (4.18)$$

$$L = \frac{T_1}{q} \cdot \left[\sinh\left(\frac{(X_1 + x_{b1}) \cdot q}{T_1}\right) - \sinh\left(\frac{x_{b1} \cdot q}{T_1}\right) \right] \quad (4.19)$$

$$h = \frac{T_1}{q} \cdot \left[\cosh\left(\frac{(X_1 + x_{b1}) \cdot q}{T_1}\right) - \cosh\left(\frac{x_{b1} \cdot q}{T_1}\right) \right] \quad (4.20)$$

Con estos cuatro casos quedarían cubiertas todas las posibilidades debido a la simetría radial del conjunto.

4.3.2. Tensiones provocadas por un desplazamiento impuesto

Ahora ρ y θ son conocidos y las incógnitas son las tensiones horizontales de las catenarias T_1, T_2 y T_3 que se obtienen las ecuación (4.1) aplicada a cada una de sus respectivas catenarias. Con ellas obtenemos la resultante total (modulo y sentido).

Catenaria 1

Coordenadas polares X_1 y θ_1 respecto del muerto 1:

$$X_1 = \frac{X - \rho \cdot \cos(\theta)}{\cos\theta_1} \quad (4.21)$$

$$X_1 = \frac{X - \rho \cdot \cos\theta}{\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{\rho \cdot \sin\theta}{X - \rho \cdot \cos\theta}\right)\right)} \quad (4.22)$$

Y con la nueva X_1 se obtiene el valor de T_1 .

Catenaria 2

Se resuelve igual que la catenaria 1, pero en este caso se sustituye θ por

$\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} - \theta\right)$ en las fórmulas :

Se obtienen las coordenadas polares X_2 y θ_2 respecto del muerto 2:

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{\rho \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} - \theta\right)}{X - \rho \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} - \theta\right)}\right) \quad (4.23)$$

$$X_2 = \frac{X - \rho \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} - \theta\right)}{\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{\rho \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} - \theta\right)}{X - \rho \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} - \theta\right)}\right)\right)} \quad (4.24)$$

Y con la nueva X_2 obtenemos el valor de T_2

Catenaria 3

Se resuelve igual que la catenaria 1, pero en este caso sustituimos en las fórmulas θ por $\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \theta\right)$:

Se obtienen las coordenadas polares X_3 y θ_3 respecto del muerto 3:

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left(\frac{\rho \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \theta \right)}{X - \rho \cdot \cos \left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \theta \right)} \right) \quad (4.25)$$

$$X_3 = \frac{X - \rho \cdot \cos \left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \theta \right)}{\cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{\rho \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \theta \right)}{X - \rho \cdot \cos \left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \theta \right)} \right) \right)} \quad (4.26)$$

Y con la nueva X_3 se obtiene el valor de T_3

La resultante total se obtiene de la siguiente forma:

$$R_x = T_1 \cdot \cos(-\theta_1) + T_2 \cdot \cos \left(\theta_2 + \frac{2 \cdot \pi}{3} \right) + T_3 \cdot \cos \left(\frac{4 \cdot \pi}{3} - \theta_3 \right) \quad (4.27)$$

$$R_y = T_1 \cdot \sin(-\theta_1) + T_2 \cdot \sin \left(\theta_2 + \frac{2 \cdot \pi}{3} \right) + T_3 \cdot \sin \left(\frac{4 \cdot \pi}{3} - \theta_3 \right) \quad (4.28)$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad (4.29)$$

$$\theta_R = \pi + \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x} \quad (4.30)$$

Para las situaciones en que las catenarias están levantadas los valores de las tensiones se pueden obtener directamente de las siguientes expresiones, análogamente a los casos 4.3.1.2, 4.3.1.3 y 4.3.1.4. :

$$\frac{X - \rho \cdot \cos(\theta)}{\cos \theta_1} = \frac{T_1}{q} \cdot \cosh^{-1} \frac{T_1 + h \cdot q}{T_1} - \frac{T_1}{q} \cdot \sinh^{-1} \left(\frac{T_1 \cdot \sinh \left(\frac{T_1 + h \cdot q}{T_1} \right) - L \cdot q}{T_1} \right) \quad (4.31)$$

$$\frac{X - \rho \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} - \theta\right)}{\cos\theta_2} = \frac{T_2}{q} \cdot \cosh^{-1} \frac{T_2 + h \cdot q}{T_2} - \frac{T_2}{q} \cdot \sinh^{-1} \left(\frac{T_2 \cdot \sinh\left(\frac{T_2 + h \cdot q}{T_2}\right) - L \cdot q}{T_2} \right) \quad (4.32)$$

$$\frac{X - \rho \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \theta\right)}{\cos\theta_3} = \frac{T_3}{q} \cdot \cosh^{-1} \frac{T_3 + h \cdot q}{T_3} - \frac{T_3}{q} \cdot \sinh^{-1} \left(\frac{T_3 \cdot \sinh\left(\frac{T_3 + h \cdot q}{T_3}\right) - L \cdot q}{T_3} \right) \quad (4.33)$$

4.4 Resultados numéricos

Como se ha indicado con anterioridad, el estudio se va a centrar en dos boyas, IDERMAR I y II, a las que se hace referencia como boyas I y II. Para comenzar, en la Figura 4.4 se quiere hacer notar la diferencia de rigidez que hay entre los dos modelos estudiados, siendo el sistema de la boya I mucho más rígido que el de la boya II.

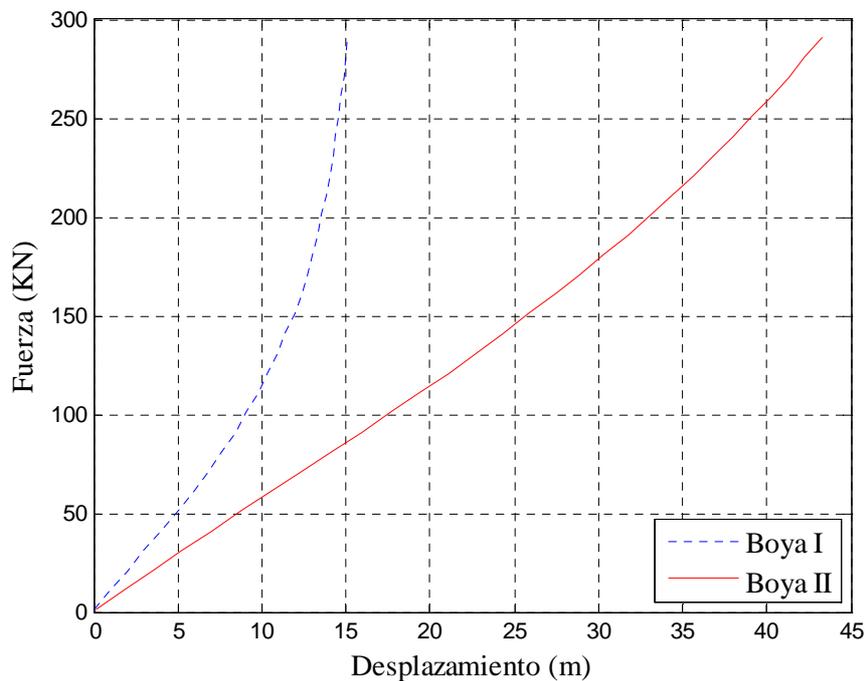


Figura 4.4 : Comparativa de rigidez lineal entre la boya I y II.

Un factor que hay que tener en cuenta a la hora de diseñar los sistemas de amarre es la profundidad de los amarres respecto al fondo marino. En la Figura 4. se puede ver cómo influye la variación del nivel del mar debido al oleaje y a las mareas. La rigidez

lineal aumenta al aumentar el nivel del mar al elevarse el extremo superior de las catenarias.

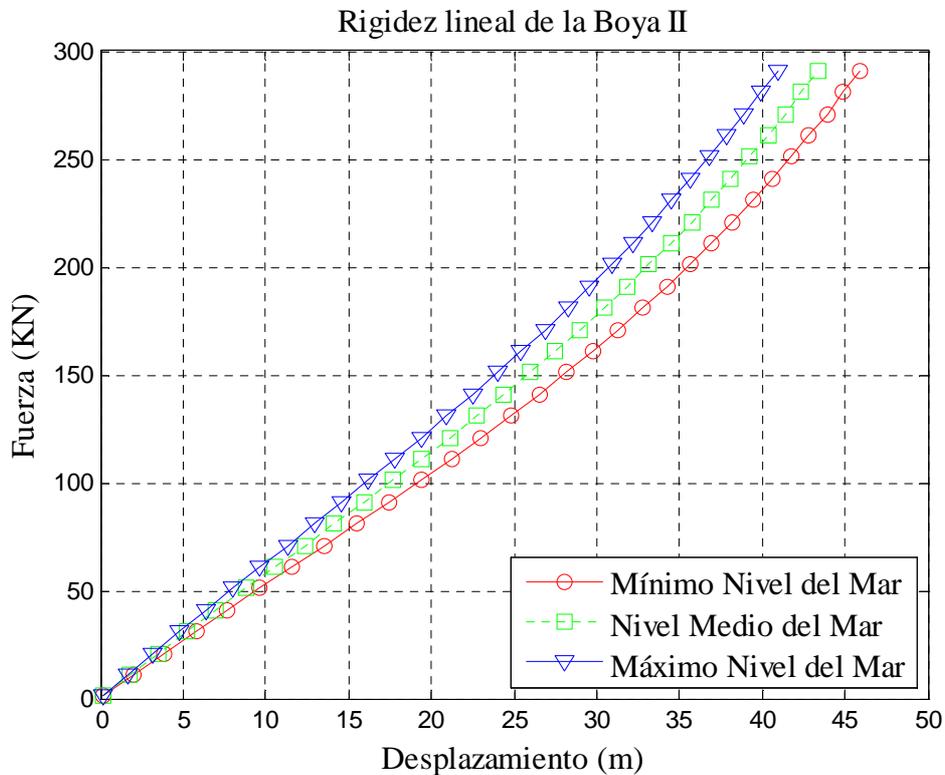


Figura 4.5: Influencia del nivel del mar en la rigidez lineal

Otro factor que influye en la respuesta de un cuerpo flotante sometido a una fuerza exterior es la superficie de la sección de corte a nivel del mar, ya que ésta determina el volumen de agua desalojada que sirve para compensar el aumento de fuerza vertical que producen las catenarias al desplazarse. Aunque el radio tiene incidencia en el desplazamiento vertical se puede apreciar en la Figura 4.6 y la Figura 4.7 y como apenas influyen en la rigidez lineal horizontal si se mantiene dentro de un rango de radios usualmente utilizado en este tipo de boyas.

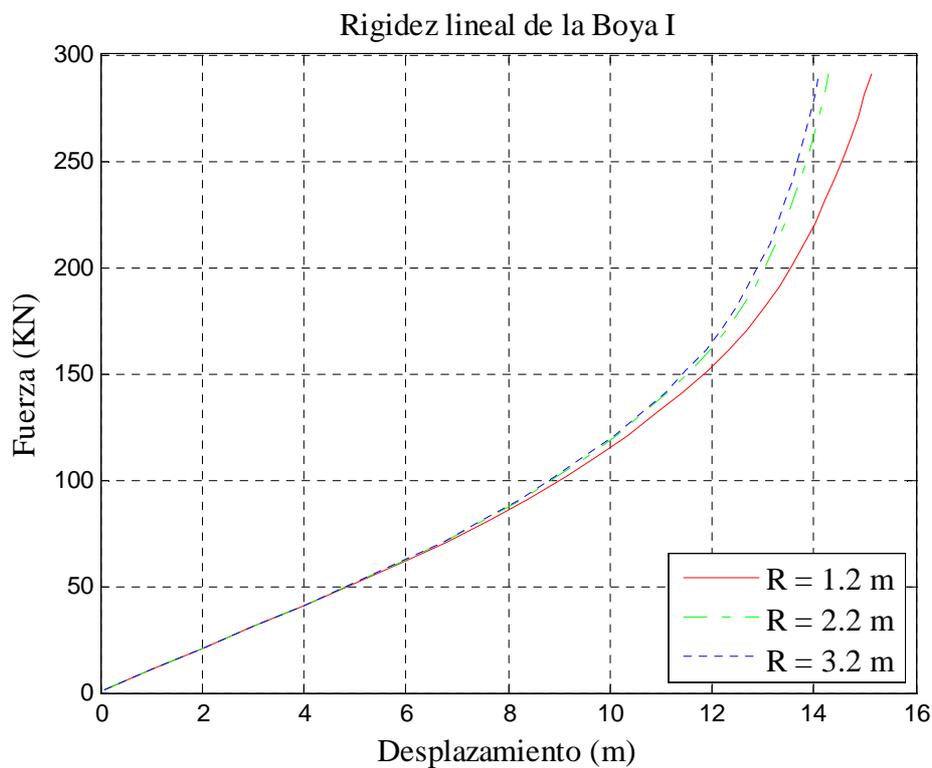


Figura 4.6: Influencia del radio de la boya en la rigidez lineal horizontal – Boya I

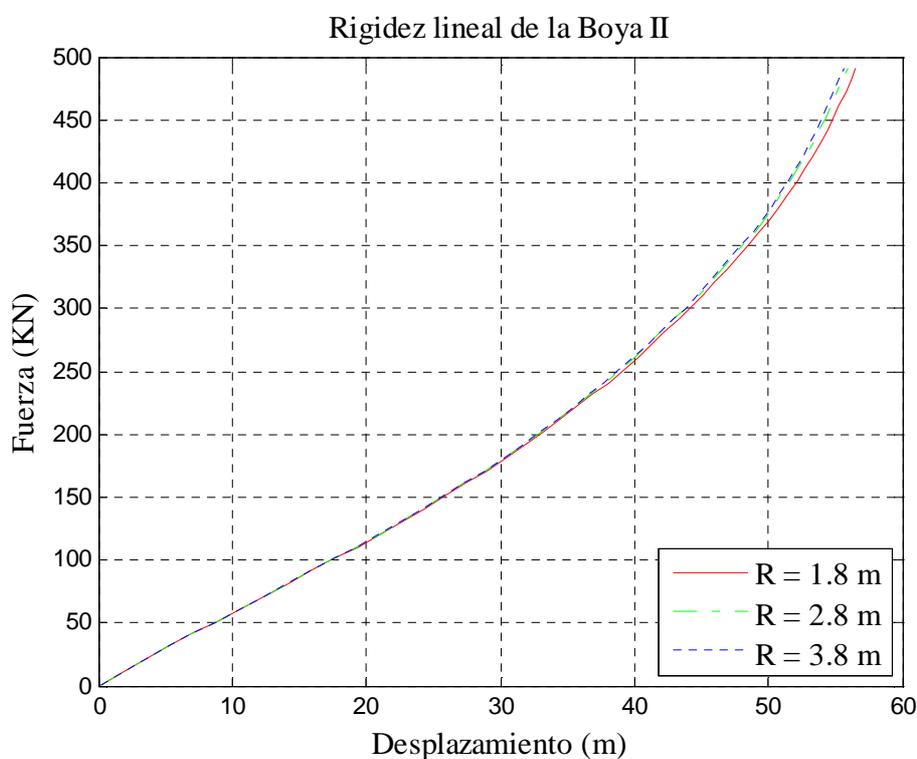


Figura 4.7: Influencia del radio de la boya en la rigidez lineal horizontal – Boya II

Uno de los factores más importantes a tener en cuenta es la influencia de la dirección de la fuerza exterior en relación a la disposición de las catenarias. El resto de variables se pueden ajustar en función de la rigidez deseada, pero la variabilidad de la rigidez debido a la dirección de la fuerza exterior es un factor que siempre está presente.

Es importante tener en cuenta el punto de máxima rigidez para determinar las tensiones máximas que se van a producir y el punto de mínima rigidez para determinar el desplazamiento horizontal máximo.

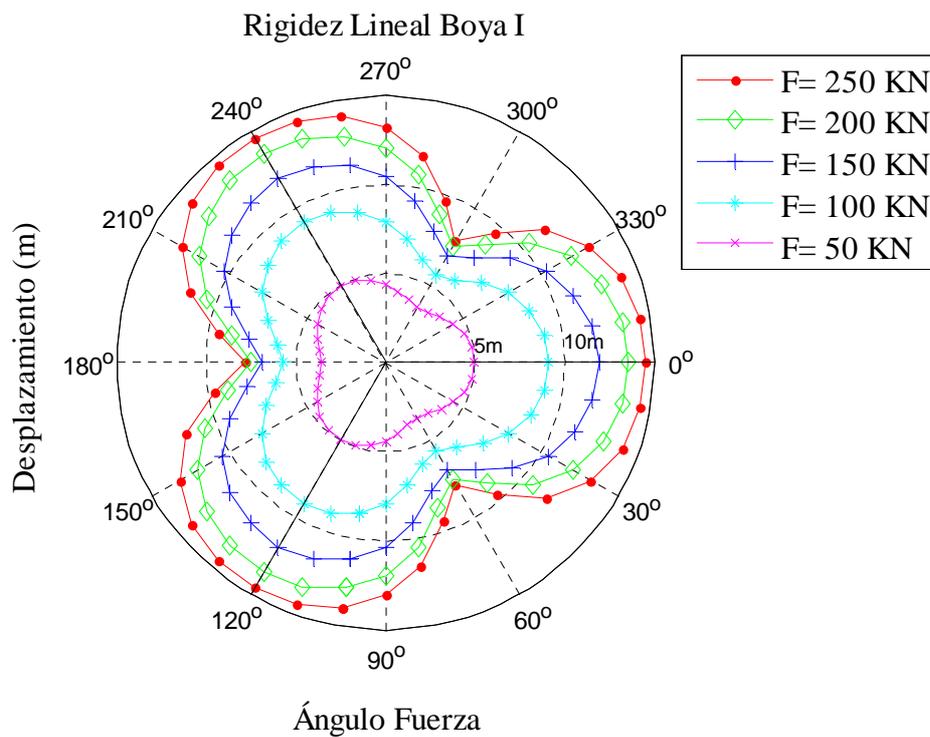


Figura 4.8: Influencia de la dirección de la fuerza exterior en la rigidez lineal – Boya I

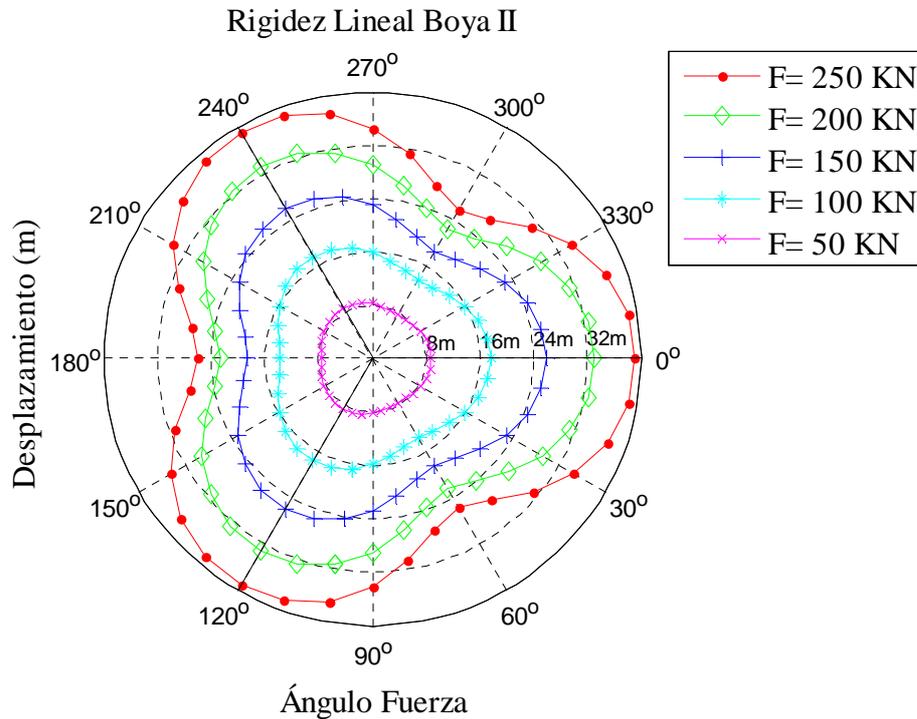


Figura 4.9: Influencia de la dirección de la fuerza exterior en la rigidez lineal – Boya II

En la Figura 4.8 y la Figura 4.9 se puede apreciar la influencia de la dirección de la fuerza aplicada en la rigidez lineal en las boyas I y II. Las figuras muestran la rigidez lineal en coordenadas polares. Se obtiene como resultado un gráfico polar con una serie de curvas concéntricas en forma de trébol, representando cada una un valor de la fuerza aplicada. Las curvas con radios mayores son las que representan fuerzas aplicadas mayores.

El radio en cada punto de las curvas representa el valor del módulo del desplazamiento. Se usan como referencia las circunferencias concéntricas punteadas que marcan los valores de desplazamiento en metros. La dirección a partir del origen en la que se encuentra cada punto de las curvas indica la dirección en la que se aplica la fuerza.

Hay que señalar que la dirección de aplicación de la fuerza y la de desplazamiento sólo son iguales para direcciones coincidentes con las líneas de fondeo, que en el caso de estudio corresponde con los ángulos 0° , 60° , 120° , 180° , 240° y 300° . En el resto de

casos hay una diferencia entre dichas direcciones que es mayor en tanto aumenta la fuerza aplicada o la rigidez del sistema.

Como se ha considerado que las catenarias forman un sistema con simetría radial de orden tres existe un patrón que se repite tres veces, abarcando 120° ($0-120^\circ$, $120-240^\circ$ y $240-360^\circ$). Dicho patrón es a su vez simétrico, por este motivo solamente es necesario calcular los desplazamientos entre 0° y 60° para representar completamente el sistema ya que los casos relativos al resto de ángulos quedan incluidos en éstos.

El desplazamiento de la boya según las diferentes direcciones tiene un comportamiento más homogéneo, es decir existe menor variación entre el desplazamiento máximo (0°) y mínimo (60°) cuanto menor sea el valor de la fuerza exterior, como se puede ver en la Figura 4.8 y Figura 4.9. Esto es debido a la disposición geométrica de las líneas, ya que el desplazamiento máximo de la boya viene determinado por la línea que antes alcance su estiramiento límite.

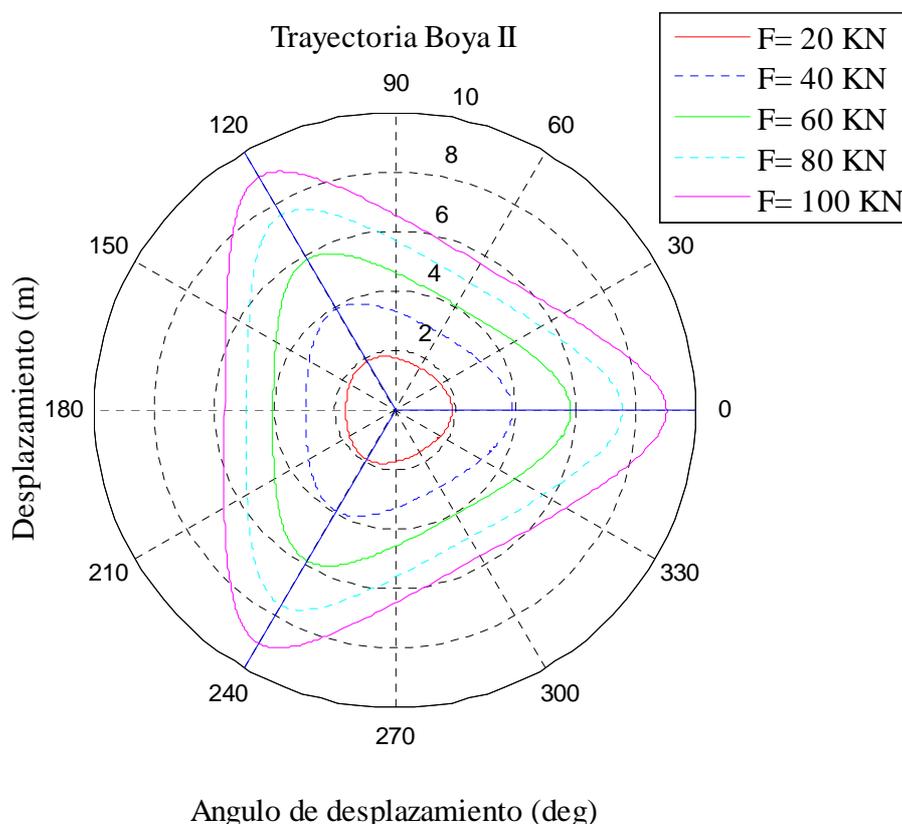


Figura 4.10: Posición de la boya al variar dirección de la fuerza

Como se ha indicado anteriormente el desplazamiento de la boya no suele coincidir con el de la fuerza, por ello en la Figura 4.10 se puede observar la posición real de la boya al variar el ángulo de la aplicación de la fuerza. Cuanto mayor es la fuerza más se asemeja la trayectoria a un triángulo. Esto puede servir de gran ayuda a la hora de predecir el desplazamiento estático, ya que queda muy bien aproximado conociendo tan solo el desplazamiento en una de sus direcciones.

A continuación se muestra una comparativa de la variación de la rigidez de las boyas I y II en función del peso lineal de las catenarias. En la Figura 4.11 y la Figura 4.12 se puede apreciar como aumenta la rigidez al aumentar el peso lineal, pero todos los casos comparten la misma asíntota vertical, ya que se mantiene la longitud de las catenarias y la distancia horizontal al muerto original, que son los factores de los que depende la asíntota.

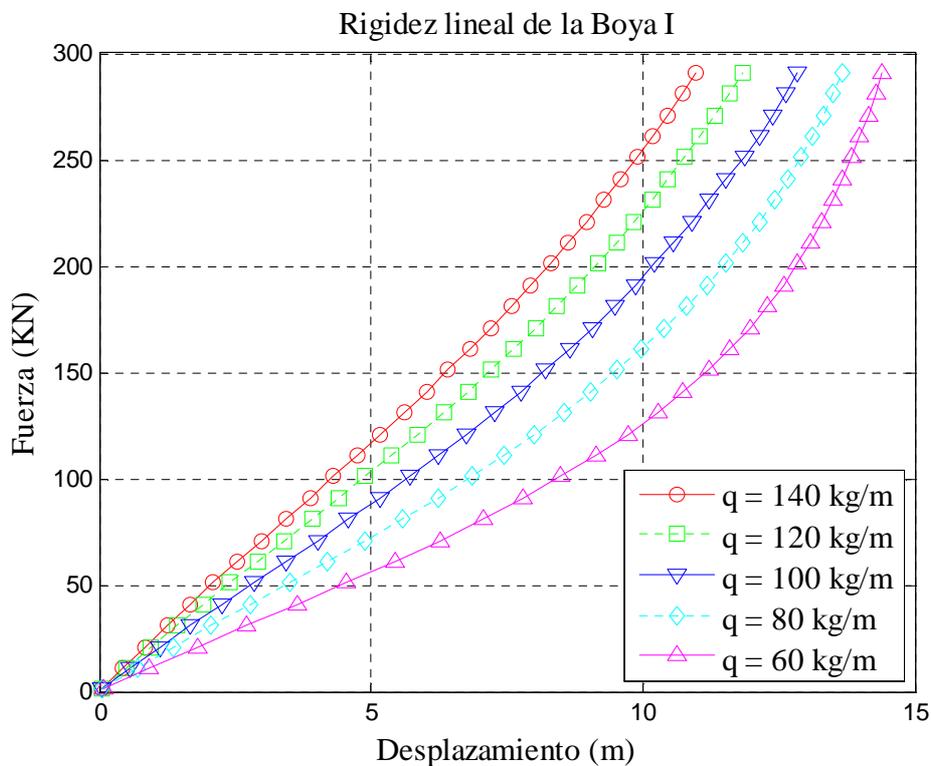


Figura 4.11: Influencia del peso lineal de las catenarias en la rigidez lineal – Boya I

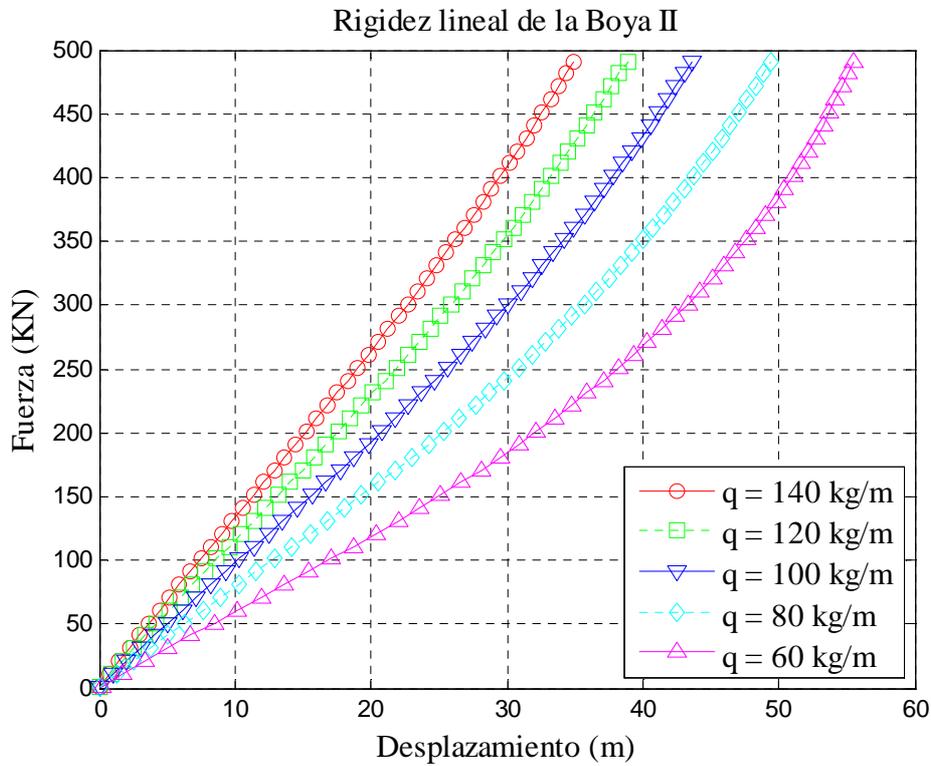


Figura 4.12: Influencia del peso lineal de las catenarias en la rigidez lineal – Boya II

En la Figura 4.13 y la Figura 4.14 se muestra una comparativa de la variación de la rigidez de las boyas I y II en función de la longitud de las catenarias. Se puede apreciar como la rigidez es inversamente proporcional a la longitud de las líneas y que para cada valor de longitud existe una asíntota vertical diferente contrariamente a lo que sucedía en el caso anterior.

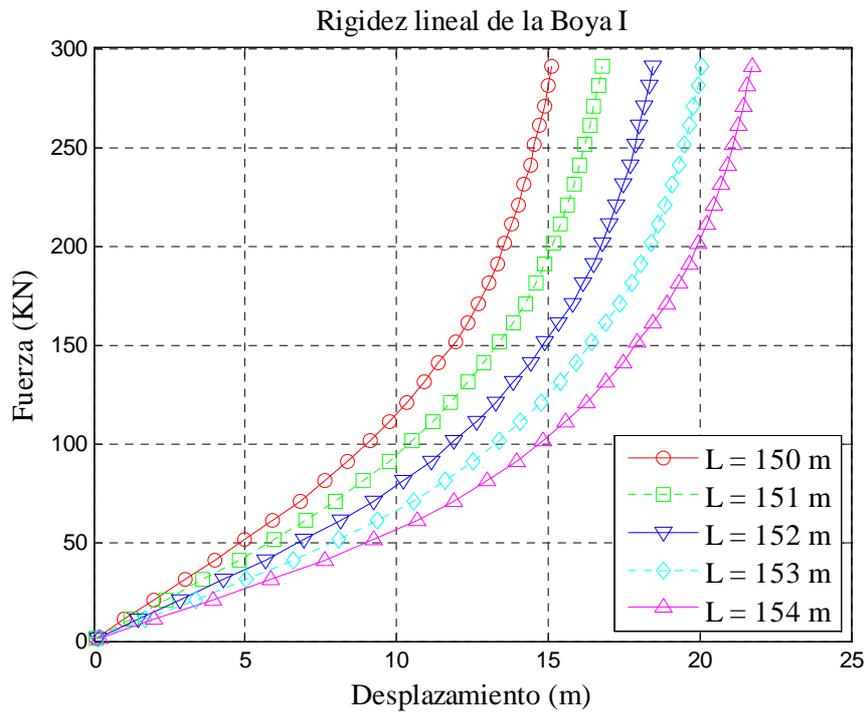


Figura 4.13: Influencia de la longitud de las catenarias en la rigidez lineal – Boya I

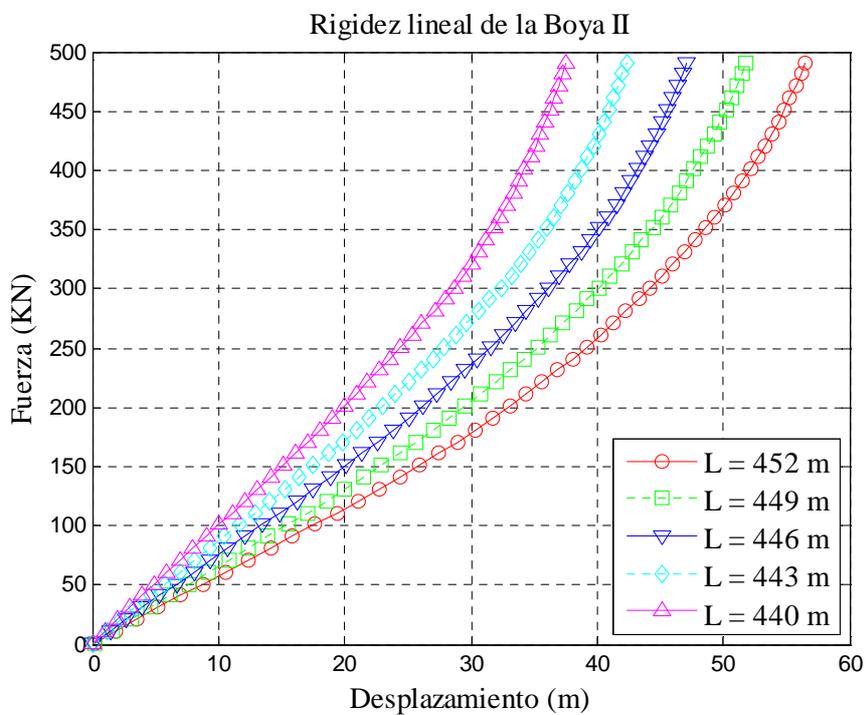


Figura 4.14: Influencia de la longitud de las catenarias en la rigidez lineal – Boya II

4.5 Validación de las ecuaciones

Ya se vio en el capítulo anterior el proceso de calibración del programa de elementos finitos SESAM y su validez a la hora de reproducir los desplazamientos de las boyas. Una vez demostrada la validez del software, se va a utilizar en la validación estática de las ecuaciones planteadas en el apartado anterior.

Esta validación es importante ya que se han despreciado ciertos elementos como puede ser la elongabilidad de las catenarias.

Para la validación se han realizado diferentes ensayos en los que se han introducido fuerzas exteriores de distintas magnitudes y direcciones. La forma de introducir dichas fuerzas fue a través de la aplicación de viento.

En la Figura 4.15, se muestran dos ejemplos realizados con ráfagas de viento de 51 m/s y 35 m/s en las diferentes direcciones. Se ve cómo los resultados proporcionados por Matlab son casi idénticos a los del SESAM.

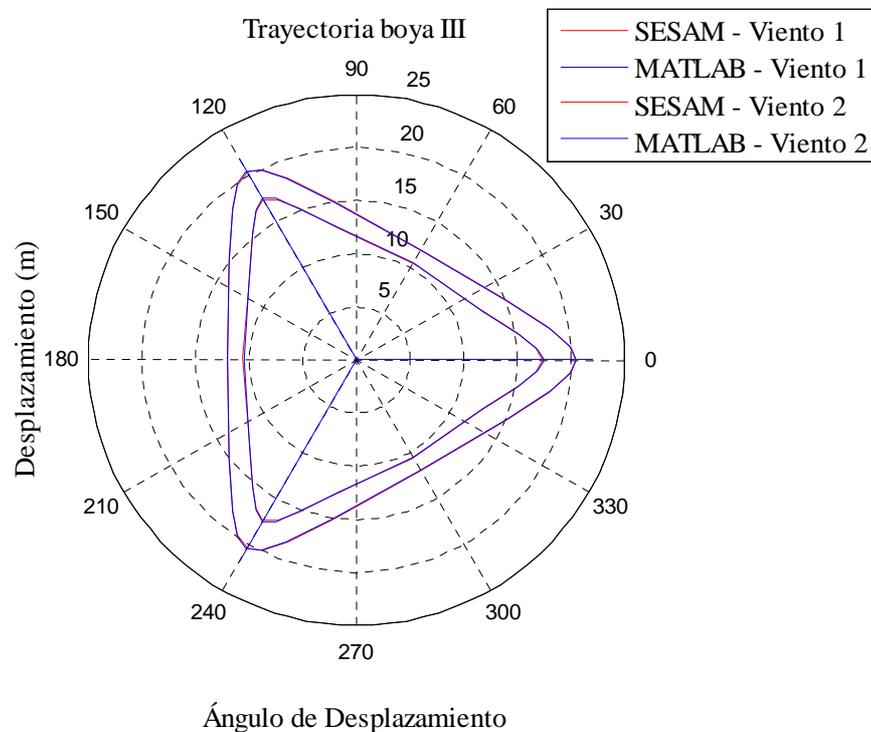


Figura 4.15: Comparativa de la trayectoria de la boya III entre SESAM y Matlab

Para aplicar las fuerzas del viento se discretizó la torre superior de la boya para evaluar los diferentes coeficientes en los distintos grados de libertad y direcciones necesarios para ser introducidos en el SESAM. Otros inputs necesarios evaluados fueron la altura de referencia del viento y la superficie total sobre la que se ejerció el viento. En el anexo 5 se explica con más detalle la forma en la que se ha aplicado la fuerza del viento a la estructura.

Los desplazamientos directos obtenidos por SESAM son referidos a un punto en la superficie libre, y los obtenidos por Matlab se refieren a un punto a la altura del extremo superior de las catenarias. Por dicho motivo hay que realizar una transformación de coordenadas a partir de los desplazamientos y giros obtenidos en el SESAM. Los anclajes de las cadenas a la boya están situados a una profundidad de 7 m bajo la superficie libre del mar.

4.6 Formulación simplificada de la rigidez lineal

Uno de los objetivos de esta tesis es la obtención de una formulación simplificada de la rigidez lineal para una plataforma flotante estabilizada por lastre fondeada con tres líneas de amarre con fondeo tipo “spread”, que es al caso más comúnmente utilizado como se ha expuesto anteriormente. Se trata de obtener la sensibilidad a las posibles variables que intervienen. Estas variables son las utilizadas en el apartado 4.3 en la formulación analítica general de la rigidez lineal.

4.6.1. Fórmula adimensional

El gran número de ecuaciones que intervienen y su no-linealidad hacen que conseguir una precisión absoluta no sea una empresa sencilla. Para reducir la dificultad se tratará de simplificar el número de variables haciendo uso del Teorema II (π) de Vaschy-Buckingham para reducir su número. Éste es el teorema fundamental del análisis dimensional y sirve para obtener unas nuevas variables dimensionalmente independientes. La generalización del Teorema II para el caso de un número arbitrario de magnitudes fue realizada por primera vez por A. Vaschy en 1892 y más tarde, y aparentemente de forma independiente, por A. Federman y D. Riabouchinsky en 1911 y

por E. Buckingham en 1914. El uso de π_i como parámetro adimensional lo introdujo E. Buckingham en su artículo de 1914 y por ello el teorema se llama generalmente Teorema II. (Buckingham, 1914)

El citado teorema proporciona un método de construcción de parámetros adimensionales, incluso cuando la forma de la ecuación es desconocida. De todas formas la elección de parámetros adimensionales no es única..

El Teorema II establece que dada una relación física expresable mediante una ecuación en la que están involucradas n magnitudes físicas o variables, y si dichas variables se expresan en términos de k cantidades físicas dimensionalmente independientes, entonces la ecuación original puede escribirse equivalentemente como una ecuación con una serie de $n - k$ números adimensionales construidos con las variables originales.

En este caso las variables conocidas son: la longitud de la catenaria L , la diferencia de cota entre los anclajes de la boya y el fondo marino h , la distancia horizontal a los pesos muertos X , el peso lineal de la cadena p (siendo q el peso lineal sumergido), la fuerza ejercida por el viento F y el ángulo con que incide θ_R .

Y las incógnitas son el desplazamiento horizontal de la boya ρ y su ángulo de desplazamiento θ .

En el caso que nos ocupa, las cantidades físicas dimensionalmente independientes son dos ($k = 2$), siendo las magnitudes de referencia h y q . Una vez aplicado el teorema II las variables que quedan son las siguientes: $\frac{L}{h}, \frac{X}{h}, \frac{F}{h \cdot q}, \theta_R, \frac{\rho}{h}$, θ quedando por tanto $h = 1$ y $q = 1$.

$$\frac{\rho}{h} = f\left(\frac{F}{h \cdot q}, \frac{L}{h}, \frac{X}{h}, \theta_R\right)$$

Se puede comprobar cómo, de esta manera, con la reducción de dos variables, el problema es mucho más asequible. A partir de este punto siempre que se haga referencia a una variable ésta será adimensional, siendo la fuerza $\frac{F}{h \cdot q}$, la longitud de la línea $\frac{L}{h}$, la distancia horizontal a los muertos $\frac{X}{h}$ y el desplazamiento horizontal de la estructura $\frac{\rho}{h}$. El

Teorema II (pi) de Vaschy-Buckingham se explica más detalladamente en el anexo n° 4. (Soin, 1997)

4.6.2. Herramientas de resolución

Para llevar a cabo el estudio se ha utilizado una serie de programas de Matlab® especialmente diseñadas para este estudio, con una serie de subrutinas que resuelven las ecuaciones planteadas anteriormente para distintos casos. Estos datos son los que se tomarán como referencia a partir de ahora para la obtención de la fórmula aproximada. En la resolución de los sistemas de ecuaciones no lineales se ha utilizado la función ‘fsolve’ con una tolerancia de 1E-10.

Principalmente la fórmula se ha obtenido a base de múltiples observaciones de los resultados para distintos valores de las variables. A partir de dichas observaciones han ido planteándose distintas hipótesis de fórmulas.

Además, los programas diseñados no sólo resuelven las ecuaciones planteadas, sino que almacenan y organizan los resultados de tal forma que se puedan agrupar por conjuntos definiendo distintas superficies (al haber más de tres variables existe más de una superficie).

En ocasiones se ha visto la necesidad de introducir una serie de coeficientes para ajustar las funciones planteadas a los resultados de referencia. Dichos coeficientes han sido obtenidos mediante ajustes de mínimos cuadrados mediante la función de Matlab® ‘fminsearch’. El método de los mínimos cuadrados se explica más detalladamente en el anexo n° 3.

4.6.3. Región de validez

Antes introducirse en la búsqueda de la fórmula es necesario establecer una región de validez del problema, ya que no todas las combinaciones de las variables tienen un significado físico real. Las principales restricciones geométricas son las debidas a la longitud de la catenaria con respecto a la distancia horizontal existente entre la plataforma flotante y los muertos.

La primera restricción es que la longitud de las líneas tiene que ser menor que la suma de la altura y la distancia horizontal a los muertos, lo que significaría que la catenaria estaría completamente apoyada en el fondo marino. Este caso sería el de rigidez nula, ya que la estructura no encontraría resistencia ante una fuerza exterior por pequeña que ésta fuera.

Para la segunda restricción, de rigidez máxima, la longitud de las líneas tiene que ser mayor que la distancia lineal entre el muerto y los amarres de la catenaria en la estructura. La catenaria sería por tanto la hipotenusa de un triángulo rectángulo en el que los catetos serían la altura y la distancia horizontal al muerto. Para que se diera este hipotético caso sería necesario que la boya tuviera un radio infinito para no sufrir un descenso debido a la componente vertical de la fuerza ejercida por las cadenas, que sería también infinita al estar totalmente tensas. En ese caso hipotético también se considera que las cadenas no sufren alargamiento por estiramiento.

Este caso se denominaría de rigidez infinita al no considerarse la elongabilidad de las líneas, ya que la estructura no podría desplazarse por muy grande que fuera el valor de la fuerza exterior. Esta simplificación es de gran ayuda a la hora de encontrar los límites de la fórmula.

La experiencia en gran cantidad de casos ha llevado a establecer un límite práctico en la rigidez ya que para rigideces muy pequeñas los desplazamientos son muy importantes con pequeñas fuerzas. Se podrá dar el caso en el que una o dos de las catenarias no proporcionaran rigidez horizontal alguna.

$$\text{Restricción de rigidez infinita:} \quad \left(\frac{x}{h}\right)^2 + 1 < \left(\frac{L}{h}\right)^2$$

$$\text{Restricción de rigidez nula:} \quad \frac{x}{h} + 1 > \frac{L}{h}$$

$$\text{Restricción práctica:} \quad \frac{12 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 8}{12 \cdot x + 8} > \frac{L}{h}$$

En la Figura 4.17 se representan los límites de la región de validez de las variables $\frac{L}{h}$ y $\frac{x}{h}$. El límite superior representa la rigidez nula y el inferior la rigidez máxima. Entre ambos se representa el límite práctico. También se han representado con dos líneas

verticales negras los límites inferior y superior de los valores estudiados de $\frac{X}{h}$. En la figura se muestra las rigideces iniciales de las boyas I y II.

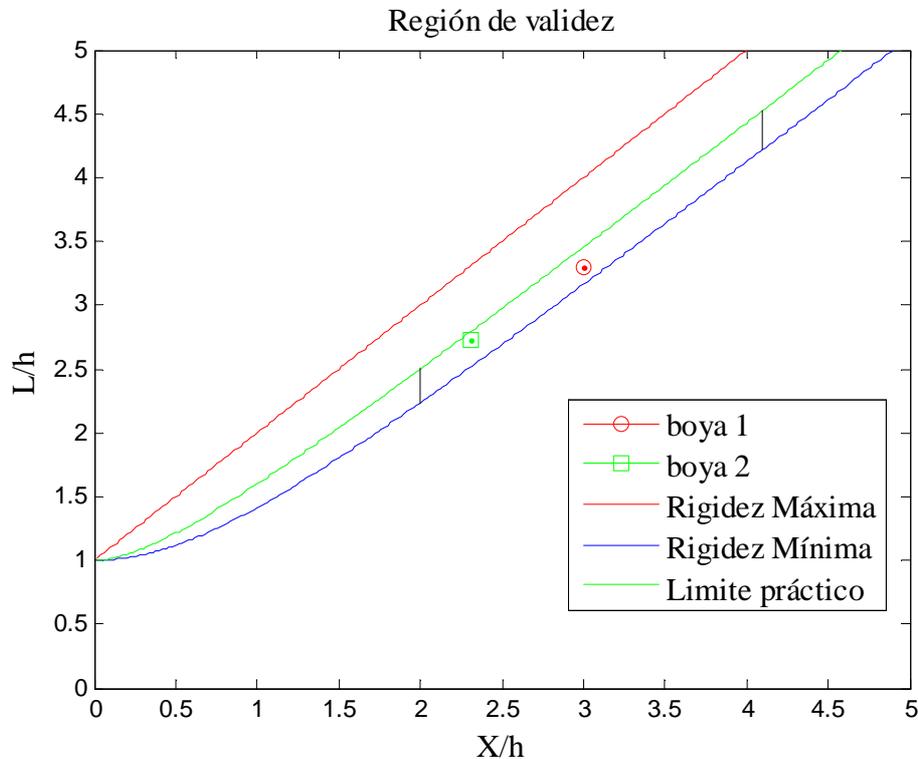


Figura 4.16: Región de validez de la fórmula

Cuanto más próximo esté el punto inicial al límite inferior o superior el sistema será más o menos rígido. En las gráficas que se muestran a continuación se puede ver la diferencia de comportamiento de la rigidez de un caso cualquiera según su punto de situación (X , L) en la región de validez.

En la Figura 4.17 se puede ver cómo influye la variación de la longitud adimensional en la rigidez horizontal para valores de $X = 2.3$ y un ángulo de 60° . Tal y como ocurría en la Figura 4.13 se aprecia como existe una asíntota vertical diferente para cada valor de la longitud.

También es importante ver qué ocurre con la variación de X . Realmente lo que hay que observar es lo que ocurre al variar la posición del punto de estudio con respecto a los límites superior e inferior, que es lo que da una idea de la rigidez. Lo más preciso

sería ver qué ocurre con la variación de la rigidez horizontal por la curva de máxima pendiente de la superficie, que es perpendicular a la curva de máxima rigidez, y es la que marca el límite inferior de la región de validez.

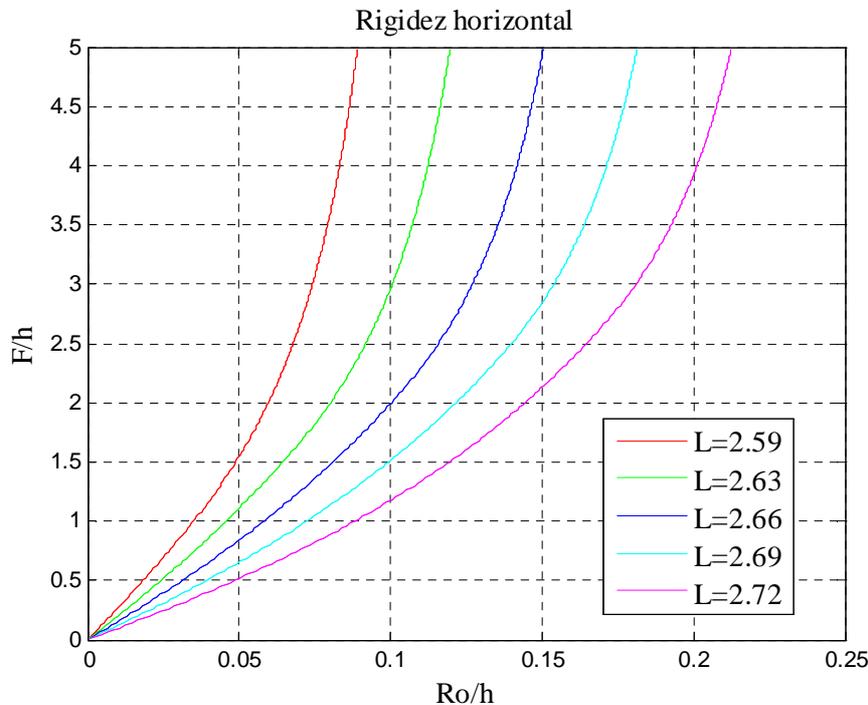


Figura 4.17: Variación de la rigidez horizontal según la longitud adimensional para una misma X

En el caso anterior, la variación de L nos da una idea suficientemente aproximada del comportamiento. En este segundo caso se divide en partes iguales la distancia entre el límite superior e inferior para cada valor de X . Los puntos que se comparan son los que guardan la misma proporción entre la distancia al límite superior y la distancia al límite inferior. Siendo más preciso, en este caso se ha utilizado como límite superior el límite práctico.

En la Figura 4.18 se aprecia la variación de la rigidez horizontal con la variación de X para un punto con la proporción antes mencionada de 0.75 y un ángulo de 60° . Se puede notar como todas las curvas comparten la misma asíntota.

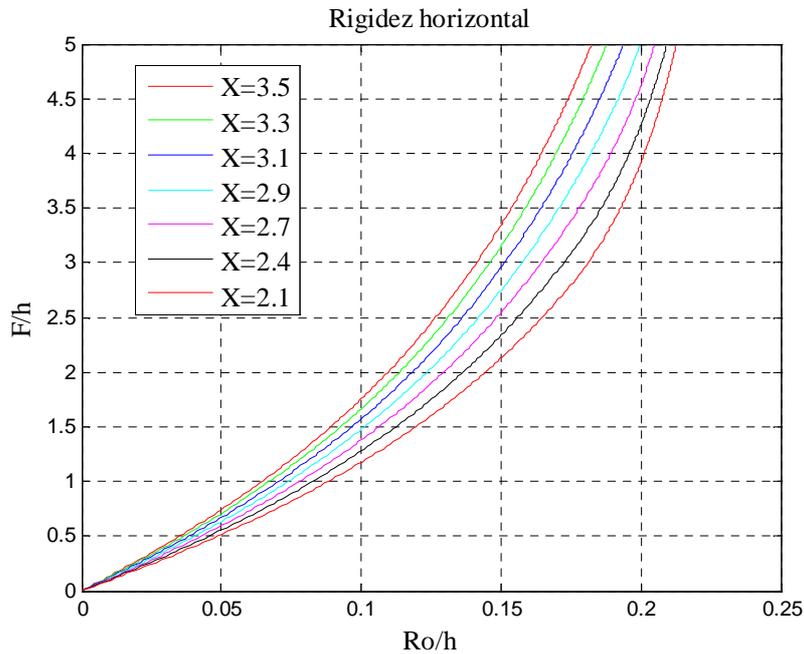


Figura 4.18: Variación de la rigidez horizontal según X .

La Figura 4.19 muestra la variación de la rigidez horizontal con la variación del ángulo de incidencia de la fuerza exterior. Se puede ver cómo todas las curvas parten con la misma pendiente inicial.

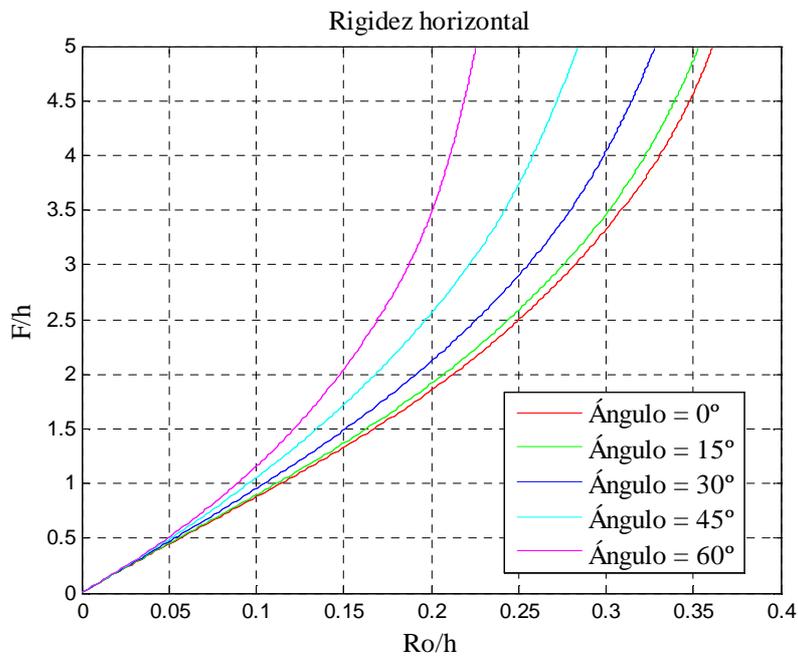


Figura 4.19: Variación de la rigidez horizontal según el ángulo de incidencia de la fuerza exterior.

4.6.4. Fuerza en una catenaria

Antes de continuar con el desarrollo de la fórmula resulta interesante tratar de obtener la fuerza horizontal para una sola catenaria de forma explícita ya que más adelante puede darse el problema de tener que introducir el valor de la fuerza horizontal en función de las variables adimensionales L, X .

A partir del cálculo clásico se tiene que para obtener el valor de la fuerza horizontal T es necesario resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$X = l_p + x_c \quad (4.34)$$

$$l_p = L - S = L - T \cdot \sinh\left(\frac{x_c}{T}\right) \quad (4.35)$$

$$T + 1 = T \cdot \cosh\left(\frac{x_c}{T}\right) \quad (4.36)$$

Siendo l_p la longitud del tramo apoyado en el fondo del mar y x_c la proyección horizontal del resto de la catenaria.

Despejando x_c en la última expresión y sustituyendo los valores en la primera ecuación se obtiene:

$$X = L - T \cdot \sinh\left(\operatorname{acosh}\frac{T+1}{T}\right) + T \cdot \operatorname{acosh}\frac{T+1}{T} \quad (4.37)$$

Lo que se pretende obtener es el valor de T , pero éste se encuentra en forma implícita. La expresión anterior se reformula de la siguiente forma:

$$L - X = T \cdot \sinh\left(\operatorname{acosh}\frac{T+1}{T}\right) - T \cdot \operatorname{acosh}\frac{T+1}{T} \quad (4.38)$$

Resolviendo T de forma numérica para los distintos valores de $L - X$ se obtiene la siguiente gráfica:

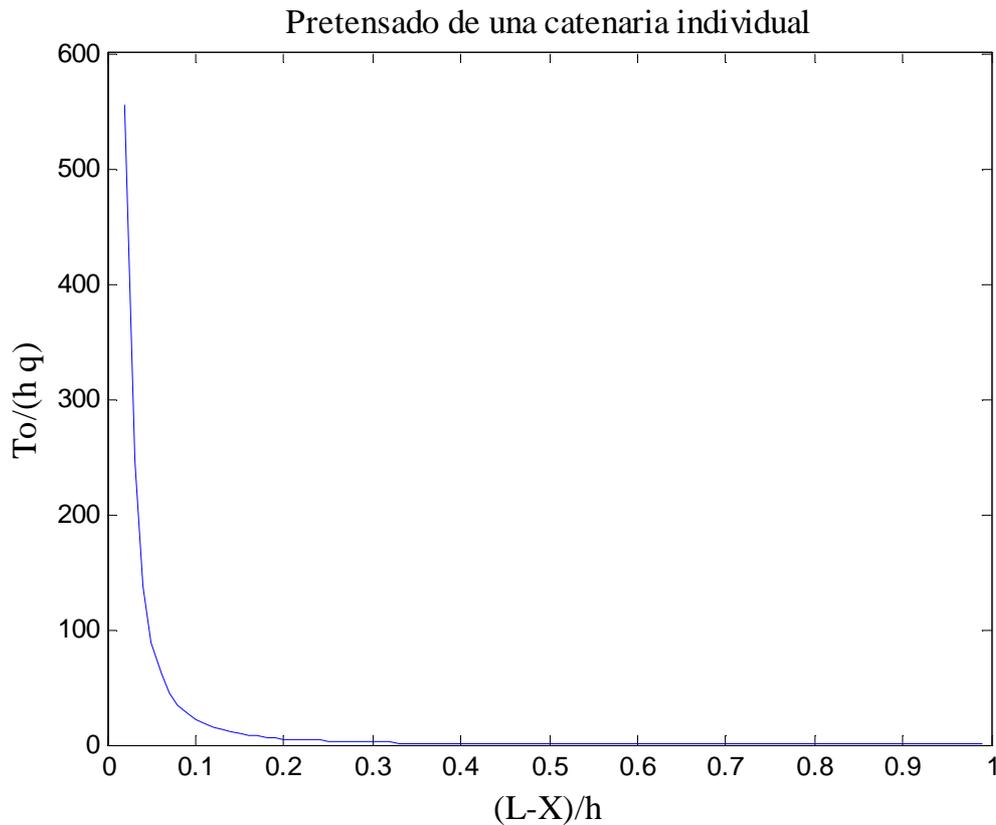


Figura 4.20: Pretensado de una catenaria individual

Se puede ver que la expresión toma valor nulo cuando $L - X = 1$ y que tiende a infinito cuando $L - X \rightarrow 0$.

Por lo tanto se ha verificado la hipótesis de la forma de la fórmula:

$$T = \alpha \cdot \frac{(1 - L + X)^\gamma}{(L - X)^\beta} \quad (4.39)$$

Ajustando por mínimos cuadrados se tiene que:

$$\alpha = 0.2364$$

$$\beta = 1.9865$$

$$\gamma = 0.4771$$

Siendo el error cuadrático medio $e = 0.0045$

A continuación se muestra una gráfica en el que se representa el valor de T para diferentes valores de X y L

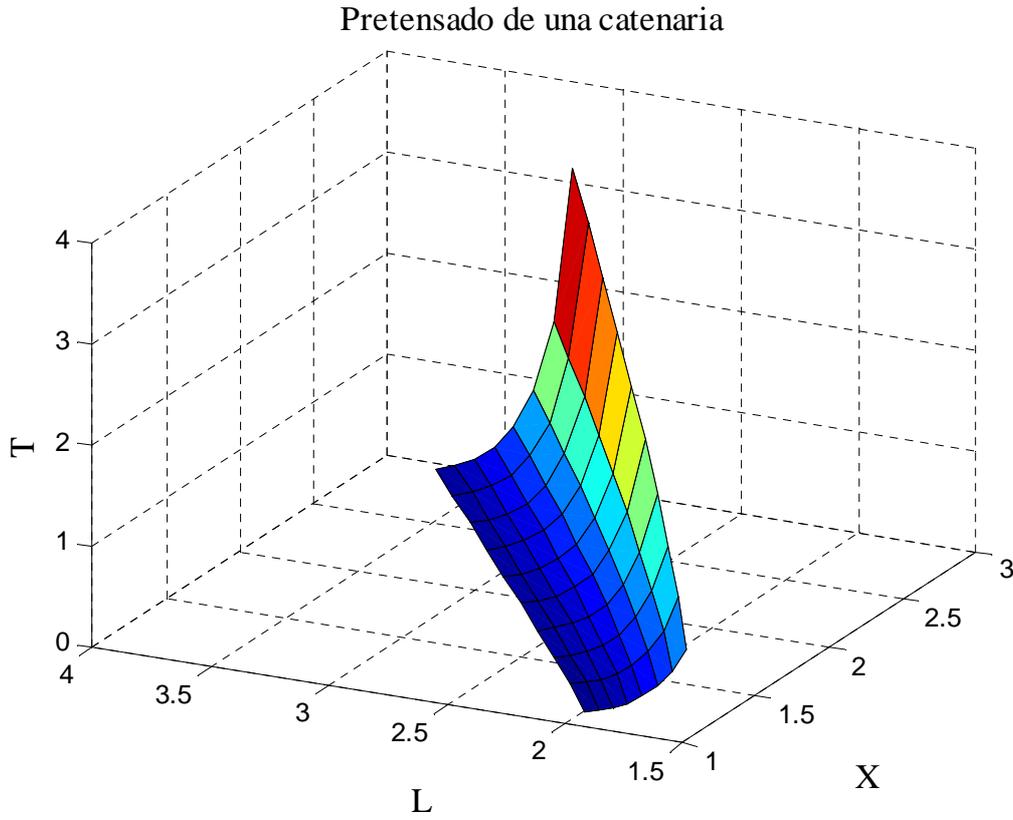


Figura 4.21: Pretensado de una catenaria para un L y X dadas en forma adimensional

4.6.5. Relación entre los ángulos de aplicación de la fuerza y de desplazamiento de la boya

En los sistemas de amarre de tres líneas la dirección de desplazamiento de la boya no coincide con la de aplicación de la fuerza salvo para los casos concretos de 0° y 60° .

Para el resto de casos esta relación depende de la magnitud de la fuerza aplicada y de la relación entre L y X .

Siendo θ_R el ángulo de la fuerza aplicada (conocido) y θ el ángulo del desplazamiento de la boya (desconocido) se busca una expresión que cumpla una serie de restricciones e hipótesis planteadas a raíz de la observación de múltiples casos.

Como se ha apuntado anteriormente, debido a la simetría del sistema con respecto a la dirección de aplicación de la fuerza, los ángulos θ y θ_R coinciden para los valores de

0° y 60° . θ y θ_R también coinciden cuando el valor de la fuerza aplicada tiende a cero y en el caso de que la rigidez del sistema sea nula.

Se han considerado las hipótesis de que $\theta = 0$ cuando la rigidez o el valor de la fuerza aplicada tiendan a infinito.

Restricciones:

$$\text{Si } F \rightarrow 0 \quad \theta = \theta_R \quad \forall \frac{X}{h}, \frac{L}{h} \quad (4.40)$$

$$\text{Si } X + 1 - L = 0 \quad \theta = \theta_R \quad \forall F \text{ (Rigidez Nula)} \quad (4.41)$$

$$\text{Si } \theta_R = 0 \quad \theta = 0 \quad \forall \frac{X}{h}, \frac{L}{h}, F \quad (4.42)$$

$$\text{Si } \theta_R = 60 \quad \theta = 60 \quad \forall \frac{X}{h}, \frac{L}{h}, F \quad (4.43)$$

Hipótesis:

$$\text{Si } X^2 + 1 - L^2 = 0 \quad \theta = 0 \quad \forall F > 0 \text{ (Rigidez infinita)} \quad (4.44)$$

$$\text{Si } F \rightarrow \infty \quad \theta = 0 \quad \forall \frac{X}{h}, \frac{L}{h} \quad (4.45)$$

Se ha observado también como las curvas $\theta = f(\theta_R)$ son simétricas con respecto a la recta $\theta = 60 - \theta_R$, para valores de θ y θ_R en grados sexagesimales.

En una primera aproximación se ha tratado de obtener una ecuación que cumpliera todos los requisitos anteriores, pero la solución obtenida no resulta simétrica

$$\theta = 60 \cdot \left(\frac{\theta_R}{60}\right)^A \frac{B \cdot F^D \cdot (X+1-L)^C}{(X^2+1-L^2)^E} \quad (4.46)$$

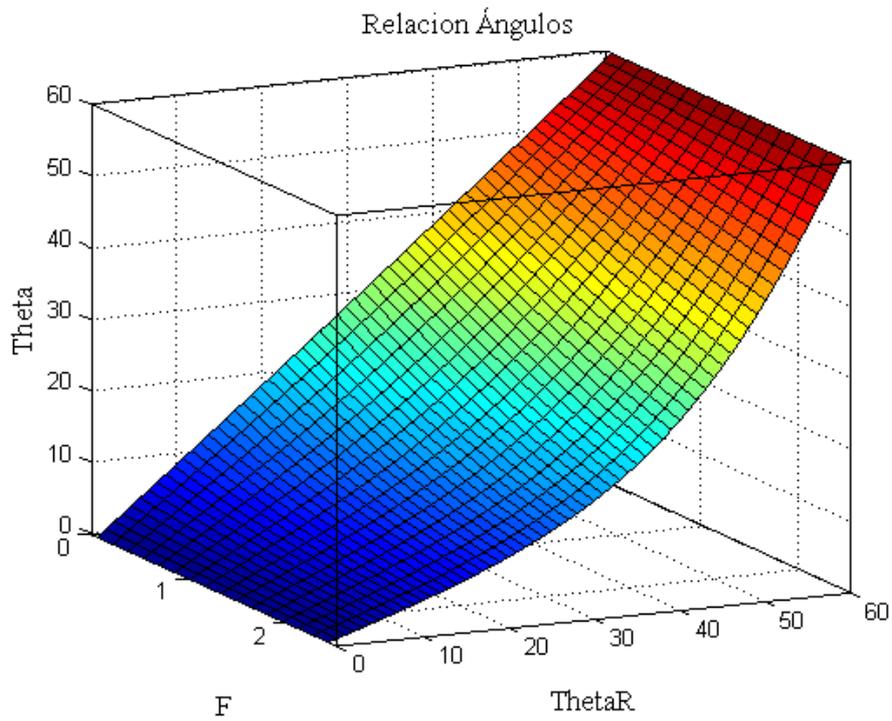


Figura 4.22: Relación entre el ángulo de la fuerza exterior y del desplazamiento de la boya para una configuración poco rígida

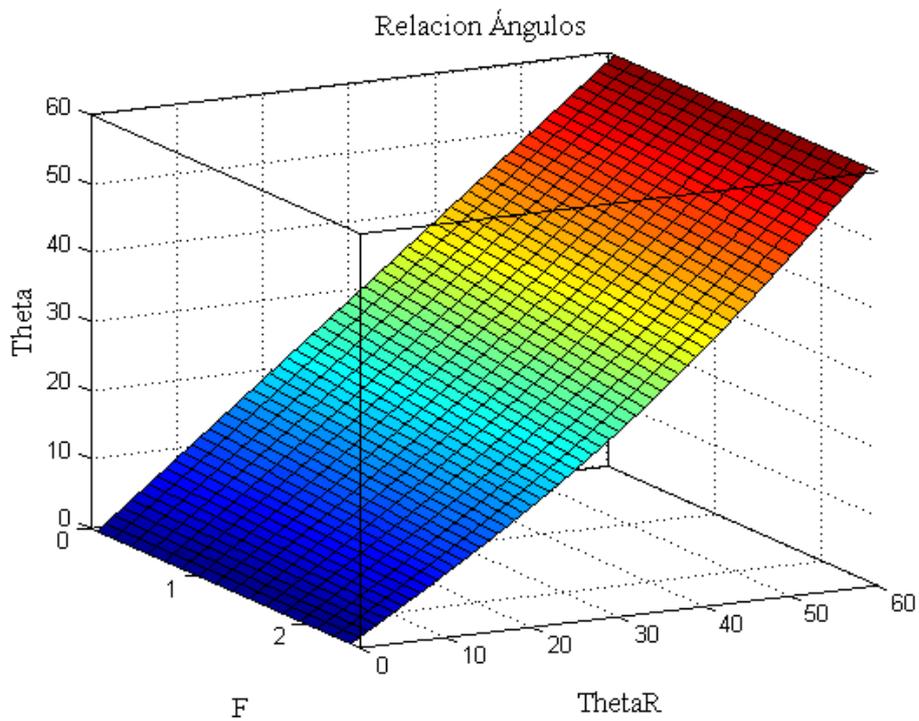


Figura 4.23: Relación entre el ángulo de la fuerza exterior y del desplazamiento de la boya para una configuración muy rígida

Finalmente se ha optado por utilizar una familia de parábolas simétricas respecto al eje de ordenadas y girarla y desplazarla para hacerla coincidir con la que se busca. La variable x representa θ y la variable y a θ_R .

La función antes de ser girada y desplazada es: $y = B \cdot (x^2 - 1800)$, que al ser girada 45° y sometida a un desplazamiento (30,30) queda la función:

$$y = 60 - x - \frac{\sqrt{2}}{2B} \cdot \sqrt{3600 + \frac{1}{2B} + \frac{2\sqrt{2}}{B} \cdot (x - 30)} \quad (4.47)$$

Esta función cumple, para todo B , que cuando $x = 0 \rightarrow y = 0$. Para valores de B comprendidos entre $\frac{-1}{1800} < B < 0$ se cumple que cuando $x = 60 \rightarrow y = 60$.

Si se busca el punto de corte de la función con su eje de simetría: $y = 60 - x$ se obtiene que el valor de la abscisa es $x = 30 - \frac{1800 \cdot B}{\sqrt{2}}$, cuando $F \rightarrow 0$ o la rigidez es nula resulta que $B = 0$.

Finalmente la expresión de B queda de la siguiente forma:

$$B = - \left(\frac{1}{2\sqrt{1800}} \right)^{1 - \frac{a \cdot (L^2 - X^2 - 1)^c}{F^b \cdot (L - X - 1)^d}} \quad (4.48)$$

Ajustando por mínimos cuadrados se obtienen los coeficientes:

$$a = -1.2124$$

$$b = 0.5833$$

$$c = -0.5833$$

$$d = -2.9659$$

Error cuadrático medio $e = 0.11$

4.6.6. Pendiente en el origen

Es conocido que todas las curvas pasan por el origen independientemente de las características geométricas, ya que cuando la fuerza exterior es nula $\frac{F}{h \cdot q} = 0$ y no existe desplazamiento $\frac{\rho}{h} = 0$.

Mediante la observación de diferentes casos se ha planteado la hipótesis de que la pendiente de la función en el origen sea función únicamente de $\frac{L}{h}$, $\frac{X}{h}$.

Para comprobar la hipótesis se ha calculado el valor de dicha pendiente para distintas parejas de $\frac{L}{h}$, $\frac{X}{h}$. El resultado de dichos cálculos se puede representar mediante una superficie, en la que la coordenada z representa el valor de la pendiente en el origen y las coordenadas x e y representan $\frac{X}{h}$ y $\frac{L}{h}$ respectivamente.

En la Figura 4.24 se observa cómo solamente existen datos para la región de validez anteriormente establecida. También se puede apreciar cómo en la recta que representa el límite de rigidez nula el valor es cero y cómo en la curva que representa la rigidez infinita existe una asíntota vertical.

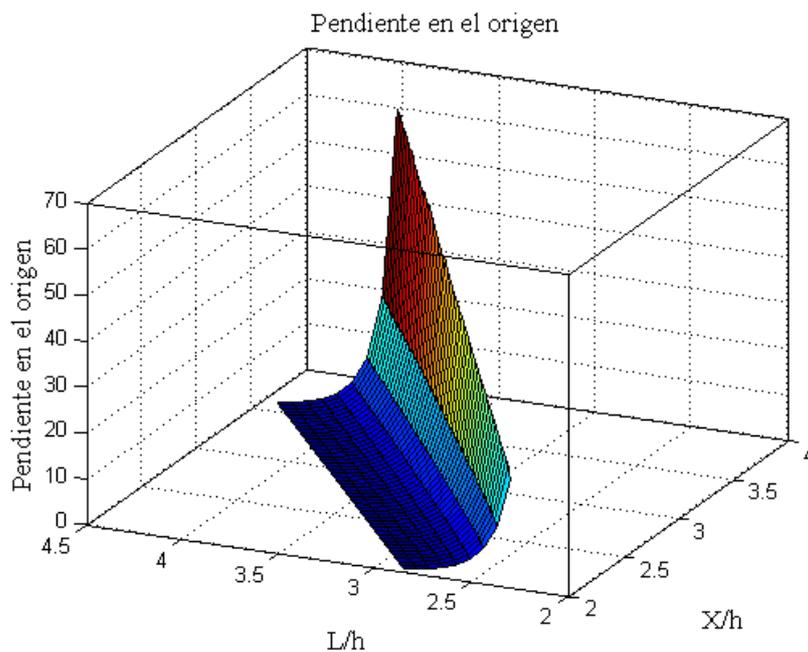


Figura 4.24: Superficie que representa la pendiente en el origen

En la figura anterior se aprecia cómo existe una gran similitud entre la superficie que representa las pendientes en el origen y la de las tensiones horizontales. Esta circunstancia conduce a la hipótesis de que la forma de la ecuación de las pendientes en el origen tiene la misma estructura que la fórmula de las tensiones horizontales.

$$F'(\rho = 0) = \alpha' \cdot \frac{(1 - L + X)^{\gamma'}}{(L - X)^{\beta'}} \quad (4.49)$$

Ajustando por mínimos cuadrados se obtiene:

$$\alpha' = 0.8466$$

$$\beta' = 0.1913$$

$$\gamma' = 2.9009$$

Siendo el error cuadrático medio $e=0.0305$

Hay que hacer notar que al haber una asíntota en $1 - L^2 + X^2 = 0$ se ha tratado de obtener un fórmula que contuviese la expresión $(1 - L^2 + X^2)^\delta$ en el denominador, pero para el rango de valores que se quieren estudiar se obtiene un mejor comportamiento con la fórmula finalmente establecida.

A partir de este punto se hará referencia al valor de la pendiente inicial en el origen como $P1$.

4.6.7. Función derivada primera

Anteriormente se ha calculado el valor de la derivada en el origen $P1$. También se ha calculado la derivada de la función en el resto de puntos. Se puede observar cómo el valor de la derivada es ascendente o descendente para los valores de la fuerza inferiores dependiendo del valor del ángulo de aplicación de la fuerza. El valor menor de la derivada segunda corresponde a 0° y el mayor a 60° . Para ángulos de 30° la función pendiente sale horizontal, siendo por tanto nula la derivada segunda en el origen ($P2$).

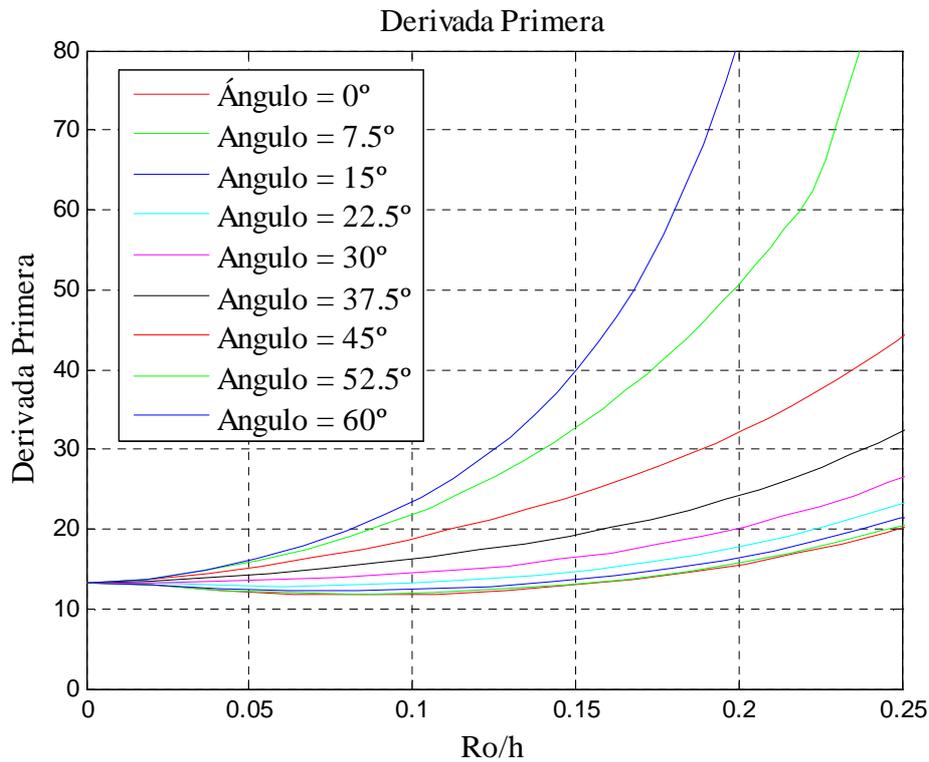


Figura 4.25: Función de la derivada primera para un caso concreto de X y L adimensionales

La pendiente en el origen depende únicamente de las formas adimensionales de X y L por lo que la función tiene un valor inicial diferente para las distintas combinaciones de estos valores.

En la Figura 4.25 y Figura 4.26 se puede observar la variación de la derivada de la función de rigidez con el desplazamiento. De los gráficos obtenidos se desprenden las siguientes conclusiones. El valor inicial $P1$ es independiente del ángulo de aplicación de la fuerza, por lo tanto para cada pareja de valores X y L la función derivada parte del mismo punto. También se ve cómo en todos los casos la pendiente inicial de la función derivada es nula para valores del ángulo de la aplicación de la fuerza de 30° , negativa para los valores menores y positiva para los mayores. Esta última pendiente será $P2$ a partir de este punto.

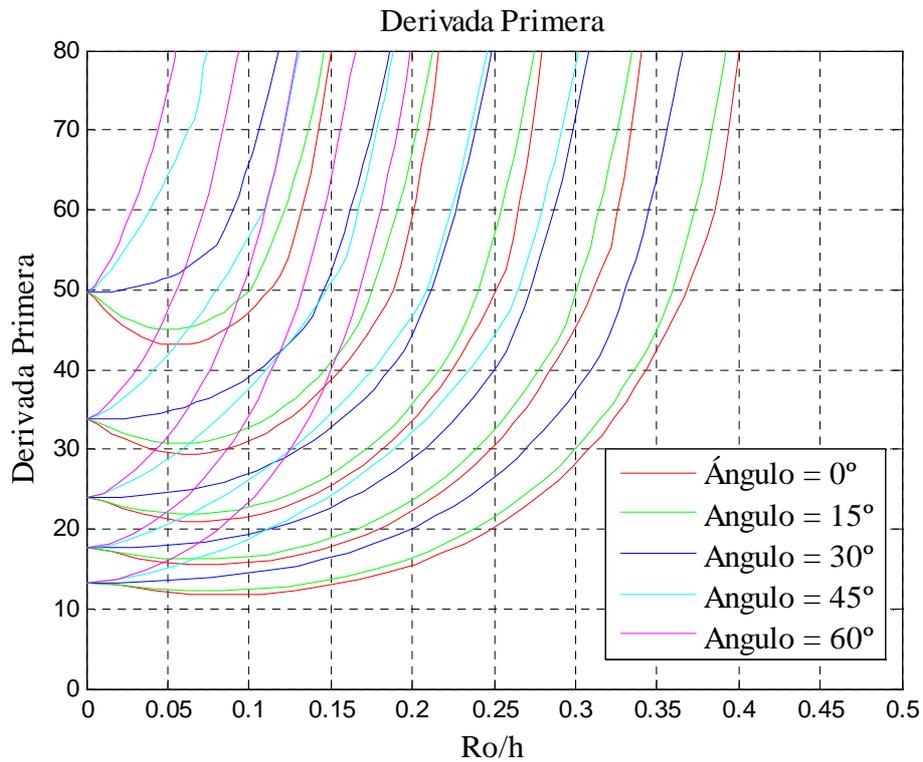


Figura 4.26: Función de la derivada primera para varios casos de X y L adimensionales

Otra observación importante es la existencia de cambios bruscos de pendiente en la función derivada primera. Estos cambios se dan en los puntos en los que existe un cambio de configuración, que se da cuando alguna de las catenarias se levanta completamente del fondo, ya que varían las ecuaciones que caracterizan el fenómeno. Este cambio de pendiente supone una dificultad añadida a la hora de tratar de hallar una expresión general única.

A continuación se ha obtenido una representación de la pendiente $P2$ para todos los valores de X y L adimensionales en función del ángulo de aplicación de la fuerza.

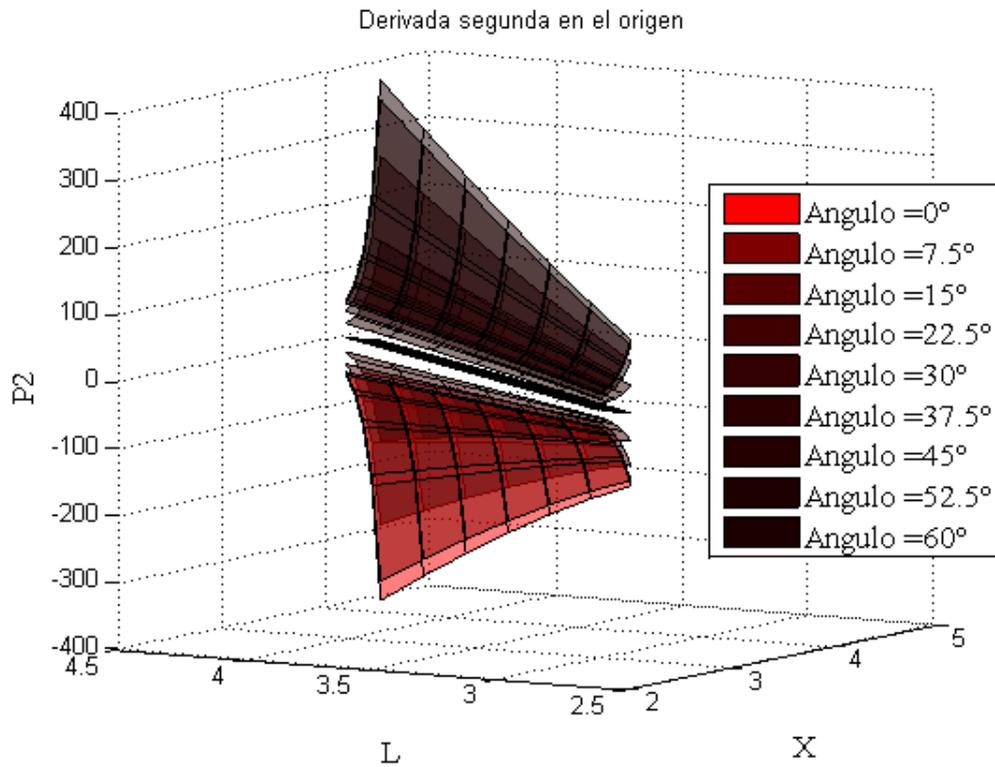


Figura 4.27: Derivada segunda en el origen en función del ángulo de aplicación de la fuerza

De los datos anteriores se ha obtenido una fórmula aproximada de la derivada segunda en el origen ($P2$). Por analogía con los casos anteriores se ha tratado de aproximar las superficies al tipo de ecuación (4.50).

$$F''(\rho = 0) = \alpha \cdot \frac{(1 - L + X)^\gamma}{(L - X)^\beta} \quad (4.50)$$

Pero esta vez la superficie buscada cambia para cada valor del ángulo. Al buscar los coeficientes por mínimos cuadrados se ha obtenido que los coeficientes β y γ son iguales para todos los ángulos y que toman los valores $\beta = 3.78$ y $\gamma = 1$. Por lo tanto únicamente queda el coeficiente α para ajustar las superficies y, en consecuencia, éste dependerá solamente del valor del ángulo de incidencia de la fuerza. $P2$ toma valor nulo cuando el ángulo es igual a 30° por lo que en ese caso el valor de α será también nulo para cualquier combinación de X y L .

En la Figura 4.28 se representa el valor del coeficiente α para cada valor del ángulo de aplicación de la fuerza y la aproximación obtenida. Dicho coeficiente varía de forma senoidal. Se ve como la expresión final (4.52) de la aproximación se ajusta extraordinariamente bien a la obtenida por mínimos cuadrados.

$$\alpha = 1.68 \cdot \cos (3 \cdot \theta) \quad (4.51)$$

$$P2 = -1.68 \cdot \cos (3 \cdot \theta) \cdot \frac{(1 - L + X)}{(L - X)^{3.78}} \quad (4.52)$$

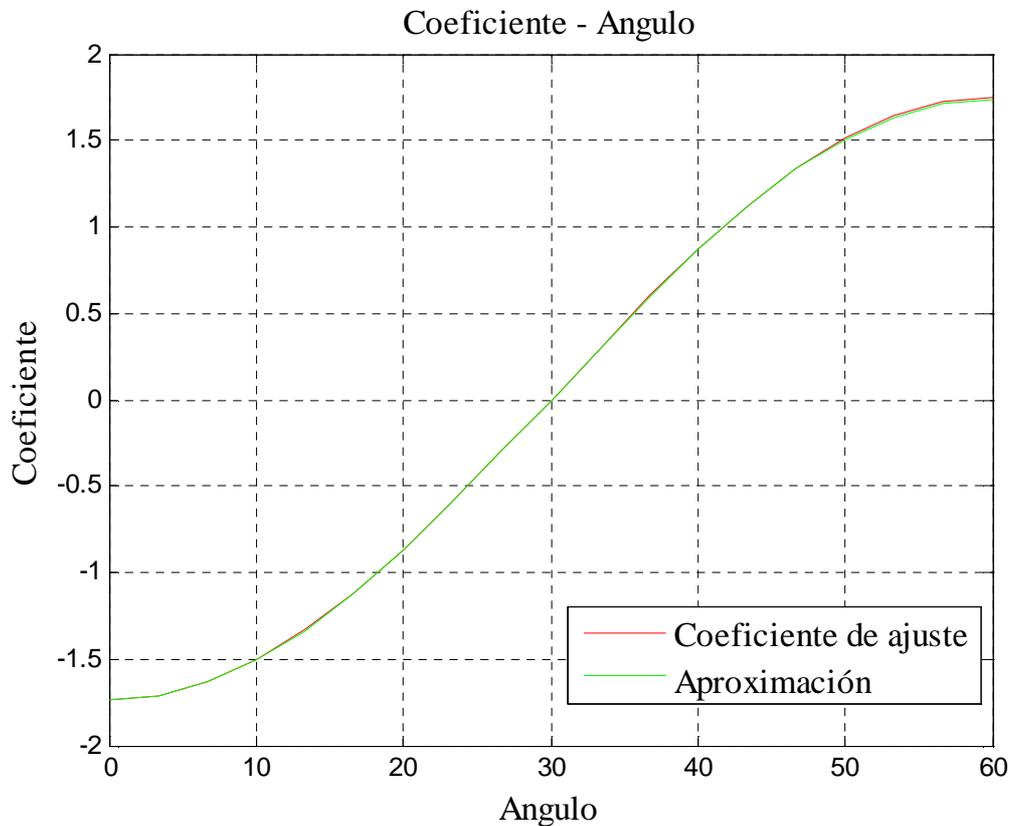


Figura 4.28: Coeficiente de ajuste de la derivada segunda en el origen

4.6.8. Función derivada segunda

En el siguiente ejemplo se muestra la función derivada segunda para un caso concreto de X y L . Se puede observar que existe simetría entre los ángulos complementarios en el punto de desplazamiento nulo.

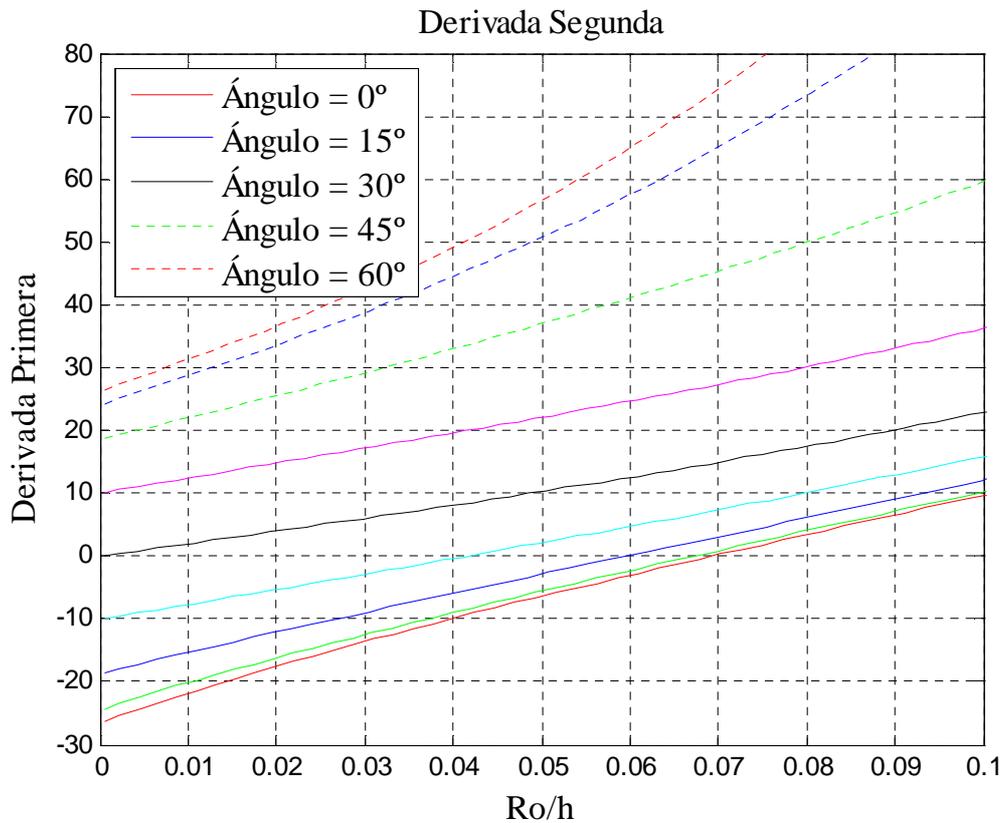


Figura 4.29: Representación de la derivada segunda para puntos cercanos al origen

La derivada segunda en el origen ($P2$) varía con el ángulo de aplicación de la fuerza. Dicha pendiente en el origen también depende de la rigidez inicial del sistema (X y L), pero siempre se mantiene que para cada pareja X, L , el valor mayor corresponde a 60° , la menor a 0° y es nula para 30° .

En este caso también se ha obtenido la expresión (4.55) para la pendiente de la derivada segunda en el origen $P3$, es decir la derivada tercera. A diferencia de la expresión de $P2$ son los coeficientes α y β los de la expresión (4.50) los que varían. En la figura se representa el coeficiente α obtenido frente a su aproximación una vez fijado el coeficiente β .

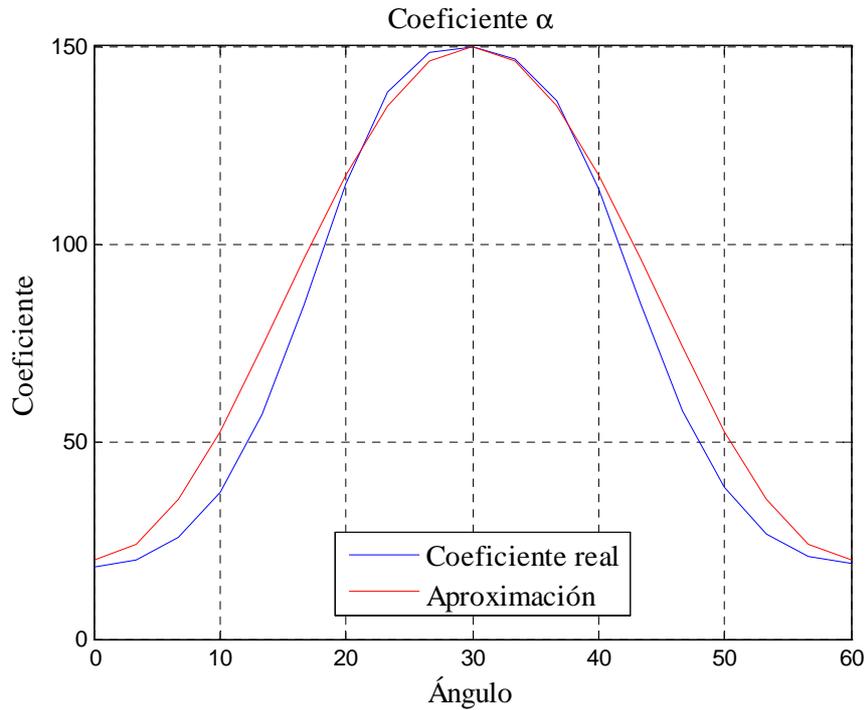


Figura 4.30: Coeficiente de ajuste de la derivada tercera en el origen.

$$\alpha = 85 + 65 \cdot \cos (6 \cdot \theta - \pi) \quad (4.53)$$

$$\beta = 2.7 + 1.65 \cdot \cos (6 \cdot \theta) \quad (4.54)$$

$$P3 = (85 + 65 \cdot \cos (6 \cdot \theta - \pi)) \cdot \frac{(1 - L + X)}{(L - X)^{2.7+1.65 \cdot \cos (6 \cdot \theta)}} \quad (4.55)$$

4.6.9. Asíntotas

Uno de los elementos más importantes a la hora de caracterizar las curvas de rigidez son las asíntotas, ya que de esta forma se puede conocer a priori el desplazamiento máximo teórico que puede tener la boya.

Para simplificar el proceso se toma como referencia la asíntota de una boya con un radio grande a la altura de la superficie libre del mar, y por lo tanto una rigidez vertical suficientemente grande para no tener en cuenta el hecho de que cuanto mayor es el desplazamiento de la boya mayores son las fuerzas verticales y por lo tanto hacen que la boya se sumerja para aumentar el empuje y compensar dichas fuerzas.

A partir de esa asíntota de referencia se obtendrá una aproximación de la asíntota para una boya cuya relación entre el radio y la profundidad sea del orden de magnitud del tipo de boyas estudiadas.

Las variables utilizadas para obtener la función de la asíntota de referencia son las siguientes:

X_0 : Distancia horizontal inicial

r : Desplazamiento máximo teórico de la boya

θ : Ángulo que forma el vector desplazamiento de la boya

X_{max} : Proyección horizontal de una línea en el caso teórico de estar totalmente estirada.

$$X_{max}^2 = X_0^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot X_0 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \theta\right) \quad (4.56)$$

$$L^2 - 1 = X_0^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot X_0 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \theta\right) \quad (4.57)$$

$$r^2 - 2 \cdot r \cdot X_0 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \theta\right) + X_0^2 - L^2 + 1 = 0 \quad (4.58)$$

$$r_\theta = X_0 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \theta\right) + \sqrt{\left(X_0 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \theta\right)\right)^2 - (X_0^2 - L^2 + 1)} \quad (4.59)$$

Para los casos particulares de 0° y 60°

$$\theta = 0 \quad r_0 = \sqrt{L^2 - 1 - \frac{3}{4}X_0^2} - \frac{X_0}{2} \quad (4.60)$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} \quad r_{\pi/3} = \sqrt{L^2 - 1} - X_0 \quad (4.61)$$

En los casos que nos ocupan, el radio de las boyas no se puede considerar como suficientemente grande, por lo que es necesario tener en cuenta el descenso que

experimenta la boya cuando se sumerge al aumentar la fuerza vertical proporcionada por las catenarias. La fórmula quedaría de la siguiente manera:

$$r_{\theta} = X_0 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \theta\right) + \sqrt{\left(X_0 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \theta\right)\right)^2 - (X_0^2 - L^2 + (1 - d)^2)} \quad (4.62)$$

Siendo d la profundidad adimensional que se sumerge la boya. d es una función que depende entre otras características del radio adimensional de la boya.

Se ha tratado de encontrar una fórmula para obtener dicho descenso directamente, resultando que las superficies resultantes son de gran complejidad. En consecuencia se ha optado por obtener los valores de desplazamiento máximo con relación a la asíntota de referencia expuesta anteriormente. Ésta fórmula se mostrará con detalle más adelante.

4.6.10. Expresión final

La obtención de la expresión final no ha resultado tarea sencilla. Numerosas han sido las hipótesis planteadas y decenas las subrutinas creadas para cada una de ellas. A continuación se describen someramente alguna de las hipótesis estudiadas.

Fuerza exterior a partir de un desplazamiento impuesto

Una primera idea fue obtener las curvas de rigidez a partir de las fuerzas obtenidas al imponer un desplazamiento sobre las plataformas flotantes. El eje de abscisas corresponde con el desplazamiento impuesto y el de ordenadas con la fuerza total resultante. El procedimiento de búsqueda se detalla a continuación.

En primer lugar se obtuvieron las expresiones de las derivadas primera, segunda y tercera en el origen. Se trató de usar estas derivadas directamente en una expresión directa, como se ve en la expresión (4.63). Los resultados obtenidos son muy satisfactorios para valores de fuerza pequeños y razonables para aquellas fuerzas comúnmente aplicadas sobre boyas meteorológicas pero son totalmente insuficientes para captar el comportamiento global de estructuras flotantes sometidas a fuerzas mayores como pueden ser los aerogeneradores.

$$y = P1 \cdot x + \frac{P2}{2} \cdot x^2 + \frac{P3}{6} \cdot x^3 \quad (4.63)$$

Otra de las aproximaciones probadas consiste en la introducción del valor de la asíntota en la expresión final, como se aprecia en la expresión (4.64). Se trató de encontrar algún coeficiente α para los casos de valores elevados de la fuerza aplicada, pero no se halló ninguna aproximación suficientemente buena.

$$y = P1 \cdot x + \frac{P2}{2} \cdot x^2 + \frac{P3}{6} \cdot x^3 \cdot \frac{r^\alpha}{(r-x)} \quad (4.64)$$

Además de la dificultad de ajuste de la fórmula, el hecho de tratar de obtener las curvas a partir del desplazamiento tiene otro inconveniente: la no coincidencia de los valores de los ángulos de la fuerza aplicada y el desplazamiento impuesto para todos los ángulos. Aunque anteriormente se ha obtenido una expresión que relaciona ambos ángulos, ésta es función del valor de la fuerza, que en este caso sería desconocida. Por todo lo expuesto se descarta esta forma de proceder.

Desplazamiento a partir de una fuerza externa

Con este acercamiento, la forma de enfocar la búsqueda de la expresión final cambia. De la idea anteriormente descrita se puede salvar la expresión de la pendiente inicial ya que la requerida ahora será su inversa. El valor de la asíntota se podrá conservar, pero de una asíntota vertical se pasará a una asíntota horizontal, lo cual limita las fórmulas disponibles. Así pues el eje de abscisas corresponderá a la fuerza exterior aplicada y el eje de ordenadas al desplazamiento obtenido.

Se han probado multitud de funciones con asíntotas horizontales que además tuvieran como derivada en el origen la inversa de la ya conocida $P1$ y que llamaremos $P1^*$. También se han obtenido nuevas expresiones para las derivadas segunda y tercera en el origen. A continuación se destacan algunos ejemplos de expresiones probadas.

Polinómicas:

$$y = P1^* \cdot x + \frac{P2^*}{2} \cdot x^2 + \frac{P3^*}{6} \cdot x^3 \quad (4.65)$$

Exponenciales:

$$y = r \cdot (1 - a^{-c \cdot f(x)}) \quad (4.66)$$

Logarítmicas:

$$y = c \cdot \log\left(\frac{P2^*}{P1^*} \cdot x + 1\right) \quad (4.67)$$

$$y = r \cdot a^{-f(x)} \cdot f'(x) \cdot \log(a) \quad (4.68)$$

$$y = r \cdot a^{-f(x)} \cdot [-f'(x)^2 \cdot \log(a) + f''(x)] \quad (4.69)$$

Trigonométricas:

$$y = \frac{2 \cdot r}{\pi} \cdot \tan^{-1}\left(\frac{2 \cdot r}{\pi} \cdot x \cdot \left(\frac{P2^*}{2} \cdot x + P1^*\right)\right) \quad (4.70)$$

Finalmente, mediante la observación, se ha optado por una función mixta suma de una función lineal y otra exponencial. Esto es debido a que la diferencia de la función original y la función lineal $f1(x) = P1^* \cdot x$ es otra función $f2(x)$ con una asíntota oblicua de pendiente conocida $P1^*$.

$$y = f(x) = f1(x) + f2(x) \quad (4.71)$$

En la expresión (4.72) la función $f2(x)$ se caracteriza por tener una asíntota oblicua de pendiente $P1^*$ y pasar por el origen de coordenadas, ya que $f1(0) = 0$. La derivada primera en el origen es nula ya que $f1'(0) = P1^*$. El término independiente n de la asíntota depende del valor de la derivada primera y de la asíntota horizontal de $f(x)$ y el exponente c es una función dependiente del ángulo de aplicación de la fuerza θ_R .

El primer paso es buscar una función $f2$ cuya derivada en el origen sea nula y hacer que la pendiente de su asíntota sea $P1^*$. La función propuesta es la siguiente:

$$f2(x) = (a \cdot x^c + b)^{1/c} + n \quad (4.72)$$

A continuación se comprueba el valor de la pendiente en el origen.

$$f2'(x) = \frac{1}{c} \cdot (a \cdot x^c + b)^{1/c-1} \cdot a \cdot c \cdot x^{c-1} \quad (4.73)$$

$$f2'(0) = 0 \quad (4.74)$$

Obtención de las asíntotas oblicuas:

$$y_{asíntota} = m \cdot x + n_0 \quad (4.75)$$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f2(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a \cdot x^c + b)^{1/c} + n}{x} = a^{1/c} \quad (4.76)$$

Se conoce el valor de la pendiente de la asíntota $P1^*$:

$$P1^* = a^{1/c} \quad (4.77)$$

Y despejando el valor de a :

$$a = P1^{*c} \quad (4.78)$$

$$\begin{aligned} n_0 &= \lim_{x \rightarrow \infty} [f2(x) - m \cdot x] = \lim_{x \rightarrow \infty} [(a \cdot x^c + b)^{1/c} + n - m \cdot x] \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} [(P1^{*c} \cdot x^c + b)^{1/c} + n - P1^* \cdot x] = n \end{aligned} \quad (4.79)$$

Luego la expresión de la asíntota es

$$y_{asíntota} = P1^* \cdot x + n \quad (4.80)$$

Gráficamente se puede observar como la asíntota corta al eje de ordenadas en $y_{asíntota}(0) = -r$, luego $n = -r$

Como se ha dicho anteriormente es un requisito de $f2$ el paso por el origen de coordenadas, luego se puede obtener de ahí el valor de la constante b en función de n .

$$f2(0) = b^{1/c} - r = 0 \quad (4.81)$$

$$b = r^c \quad (4.82)$$

Substituyendo a y b en la ecuación (4.72), $f_2(x)$ queda de la siguiente forma:

$$f_2(x) = [(P1^* \cdot x)^c + r^c]^{1/c} - r \quad (4.83)$$

Y la expresión final:

$$f(x) = P1^* \cdot x + r - [(P1^* \cdot x)^c + r^c]^{1/c} \quad (4.84)$$

En la ecuación (4.84) el valor de la pendiente en el origen $P1^*$ es el inverso del anteriormente calculado $P1$:

$$P1^* = 1.18 \cdot \frac{(L - X)^{2.9}}{(1 - L + X)^{0.19}} \quad (4.85)$$

Quedan pues por definir los valores de c y r para completar la expresión (4.84). Debido a la dificultad de ajustar el valor de la asíntota se han calculado las parejas de valores c y r que ajustan mejor cada caso, y a partir de éstos sus expresiones independientes. La expresión (4.86) define el valor de c , que toma los valores $c = 3$ para un ángulo de 0° y $c = 2$ para un ángulo de 60° . Estos valores son una aproximación, siendo el valor de $c = 2$ para 60° el que mejor se ajusta para todos los casos. El valor de c para 0° tiene una variación mayor con relación a X y L pero se ha optado por hacer una simplificación y dejar el valor de $c = 3$ para $\theta = 0$. Esta diferencia se verá compensada en la expresión final de r .

$$c = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} \cdot \cos(3 \cdot \theta_R) \quad (4.86)$$

El valor final de r será una interpolación de los valores de la asíntota para 0 y 60° según la expresión (4.87).

$$r = r(\theta) = r_{60} - \frac{(r_0 - r_{60})}{1 + e^{12 \cdot (\theta - \pi/4)}} \quad (4.87)$$

Los valores de r_0 y r_{60} se obtienen a partir de las asíntotas de referencia (r_{ref}) obtenidas anteriormente en las expresiones (4.60) y (4.61). Estas asíntotas están corregidas mediante la ecuación (4.88), cuyos coeficientes para 0° (r_0) y 60° (r_{60}) vienen definidos en la Tabla 4.4.

$$r_\theta = r_{ref\theta} \cdot (1 + C_3 \cdot (1 - C_2 \cdot X - C_1 \cdot L)) \quad (4.88)$$

$\theta = 0$	$\theta = \frac{\pi}{3}$
$r_{ref0} = \sqrt{L^2 + 1 - \frac{3}{4} \cdot X^2} - \frac{X}{2}$	$r_{ref60} = \sqrt{L^2 - 1} - X$
$C_1 = -1.66$ $C_2 = 1.75$ $C_3 = 1.12$	$C_1 = -1.5$ $C_2 = 1.57$ $C_3 = 0.73$

Tabla 4.4: Coeficientes de $r_{ref\theta}$ para 0 y 60°

4.7 Resultados

Una vez definida y explicada la formulación simplificada se procede a analizar los resultados obtenidos con dicha formulación. Se ha mostrado como los resultados obtenidos en Matlab reproducen con fidelidad los obtenidos con el SESAM, por ello se utilizarán en la comparativa con los resultados de la formulación empírica.

En la comparativa se analizarán diversos casos, según varíe la rigidez inicial, la distancia horizontal al muerto o el ángulo de aplicación de la fuerza. En todas ellas se puede ver cómo la pendiente inicial es independiente de la dirección de la fuerza.

En la Figura 4.16 se mostraba la región de validez en la que las configuraciones de los sistemas de catenarias tenían sentido físico. Dicha región marca el valor de la rigidez de los sistemas de amarre según la situación en la misma de los puntos (X/h , L/h) que representen cada sistema de catenarias. La rigidez es alta si el punto se encuentra cerca del límite inferior y viceversa.

En las diferentes figuras de este apartado se muestra la variación de la rigidez de diferentes sistemas que se encuentran en diferentes puntos de la región de validez, y por tanto con diferente rigidez inicial. Las líneas continuas representan los valores obtenidos en Matlab y las que tienen marcas las obtenidas con la formulación aproximada.

En la Figura 4.31 se ve una comparativa entre el desplazamiento obtenido con Matlab y con la fórmula para distintos ángulos de aplicación de la fuerza para un caso con $L = 2.74$ y $X = 2.3$. Este es un caso con poca rigidez inicial y una distancia horizontal de la boya a los muertos pequeña. Se observa como los resultados obtenidos son muy satisfactorios, sobre todo para los ángulos de 0° y 60° , que son los de rigidez mínima y máxima respectivamente.

Es necesario recordar que se han utilizado variables adimensionales y que la variables de referencia han sido la profundidad h y el peso q lineal de la catenarias. En la mayoría de casos analizados la fuerza máxima ejercida sobre las boyas es menor de 8 veces $h \cdot q$, por lo que reduciendo el límite de las abscisas de la Figura 4.16 hasta dicho límite quedaría la Figura 4.32. La máxima fuerza sobre las boyas analizadas ha sido de $4 h \cdot q$.

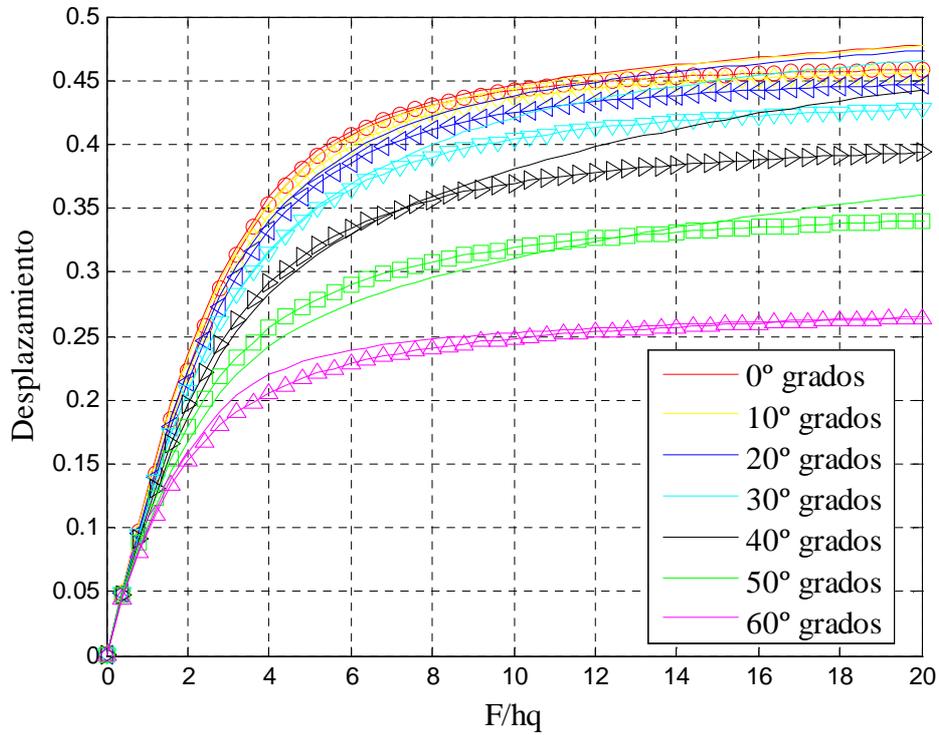


Figura 4.31: Variación de la rigidez según el ángulo de incidencia de la Fuerza

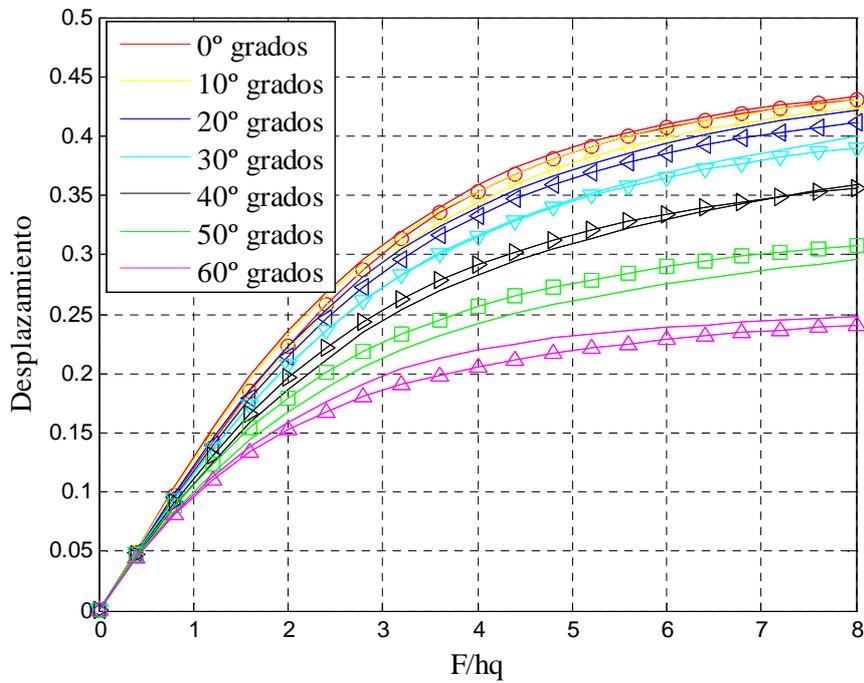


Figura 4.32: Variación de la rigidez según el ángulo de incidencia de la Fuerza (Zoom)

Para una misma boya la fuerza adimensional puede variar según sea la profundidad de su colocación. Cuanto menor es la profundidad mayor fuerza adimensional se obtendrá.

Sin embargo para que la fuerza ejercida por el viento y otros agentes externos sobre la estructura sea grande sería necesario a su vez que la boya tenga grandes dimensiones, y por lo tanto también un calado grande. Por lo tanto la profundidad h tiene que ser mayor que el calado, solventando así la problemática de una h pequeña.

La Figura 4.33 muestra también un caso con poca rigidez pero con una longitud mayor de L y X . Se aprecia cómo existe una diferencia mayor en los casos con ángulos superiores a 30° . Esto se debe a que la formulación experimental no tiene en cuenta el descenso de la derivada segunda en los primeros valores de F/hq . Sin embargo la diferencia es suficientemente pequeña, del orden del 10%, y a partir de cierto valor se va reduciendo.

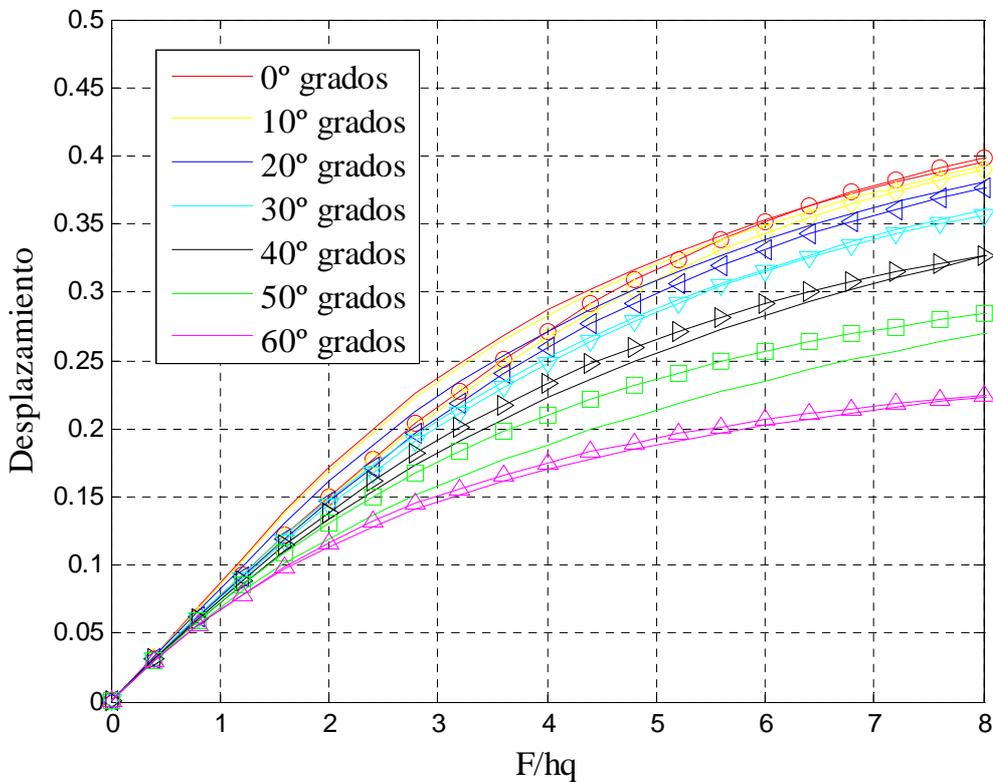


Figura 4.33: Variación de la rigidez para el caso de $L = 2.74$ y $X = 2.3$.

En las Figura 4.34 y Figura 4.35 se representan dos casos de rigidez inicial alta, la primera con unas L y X altas y la segunda con L y X bajas. Con las magnitudes adimensionales altas se aprecia también como existe una pequeño desfase para valores de F/hq pequeños en torno al 10%, que luego se corrige al aumentar la fuerza adimensional.

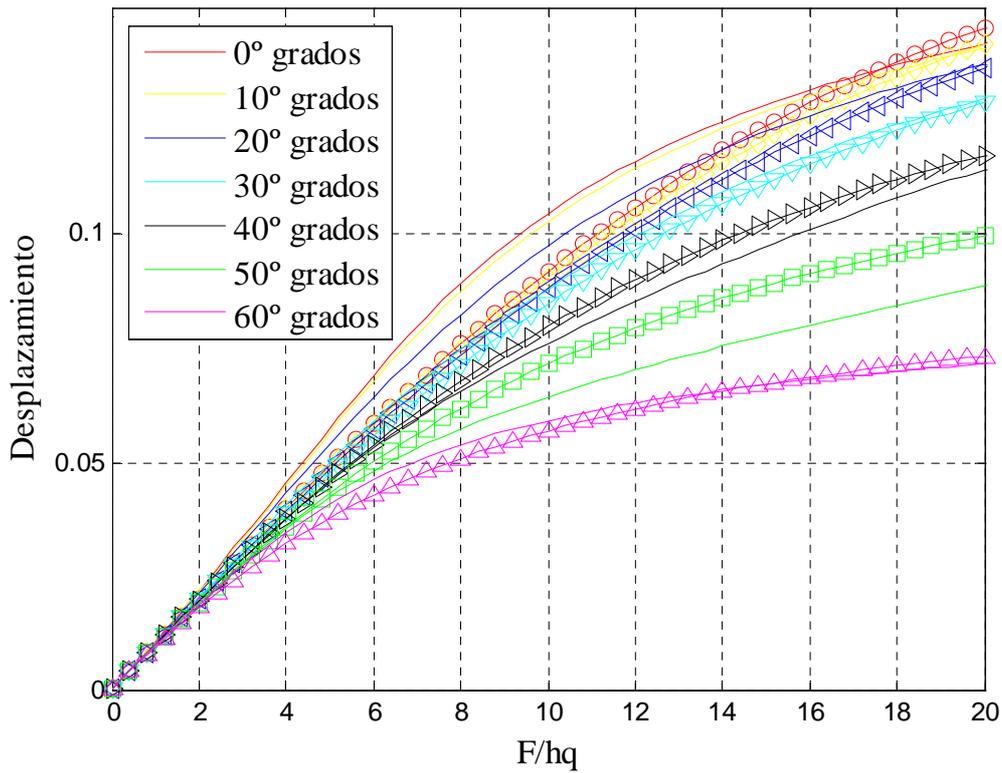


Figura 4.34: Variación de la rigidez para el caso de $L = 4.29$ y $X = 4.1$.

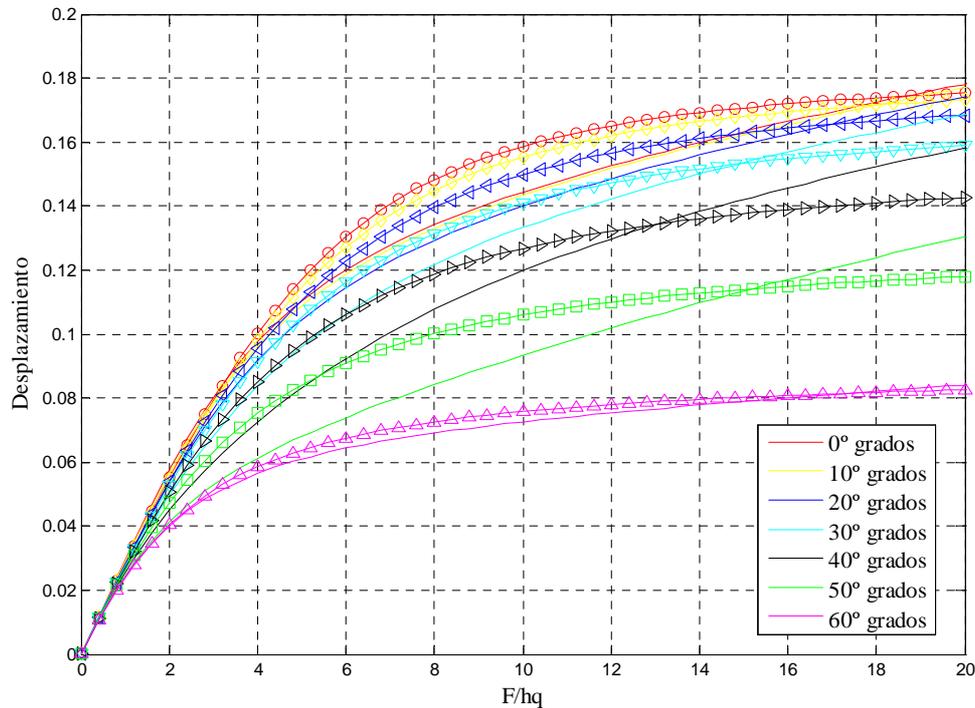


Figura 4.35: Variación de la rigidez para el caso de $L = 2.57$ y $X = 2.3$

En todas las figuras analizadas se ha podido ver cómo la fórmula obtiene los mejores resultados principalmente para ángulos de aplicación de la fuerza de 60°. Dicho caso es en el que se producen las mayores tensiones en las catenarias, lo cual es un dato muy favorable de cara a su aplicación.

En la Figura 4.36 y la Figura 4.37 se ve la variación de la curva de desplazamiento para dos valores de X en los que va modificando la longitud de las líneas, es decir modificando la rigidez inicial. En ambas figuras la dirección de aplicación de las fuerzas exteriores es de 60°. En la Figura 4.36 tiene unos valores de L y X bajas y la Figura 4.37 altos.

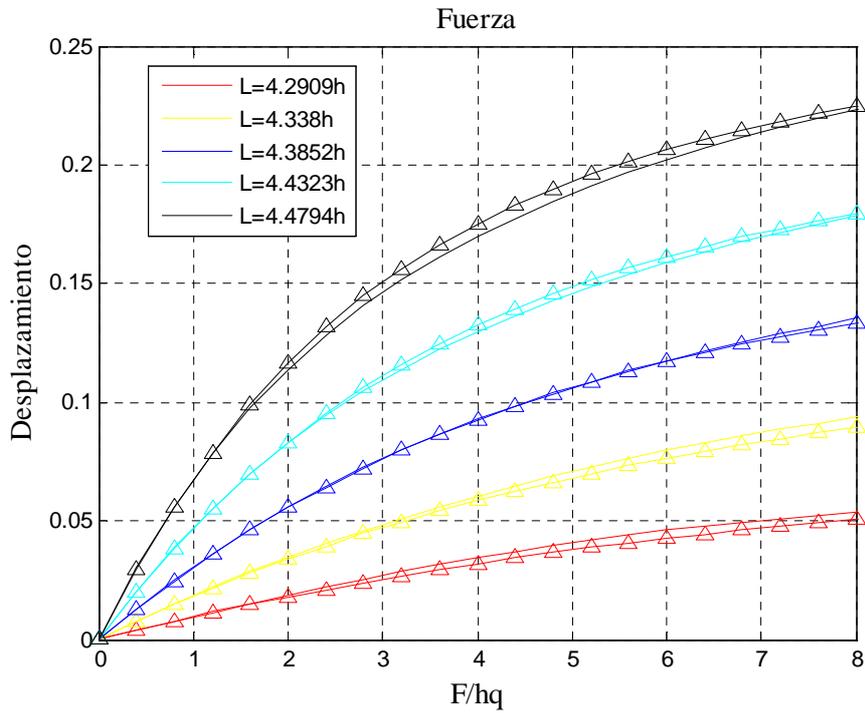


Figura 4.36: Variación de la rigidez para 60° y $X = 4.1$

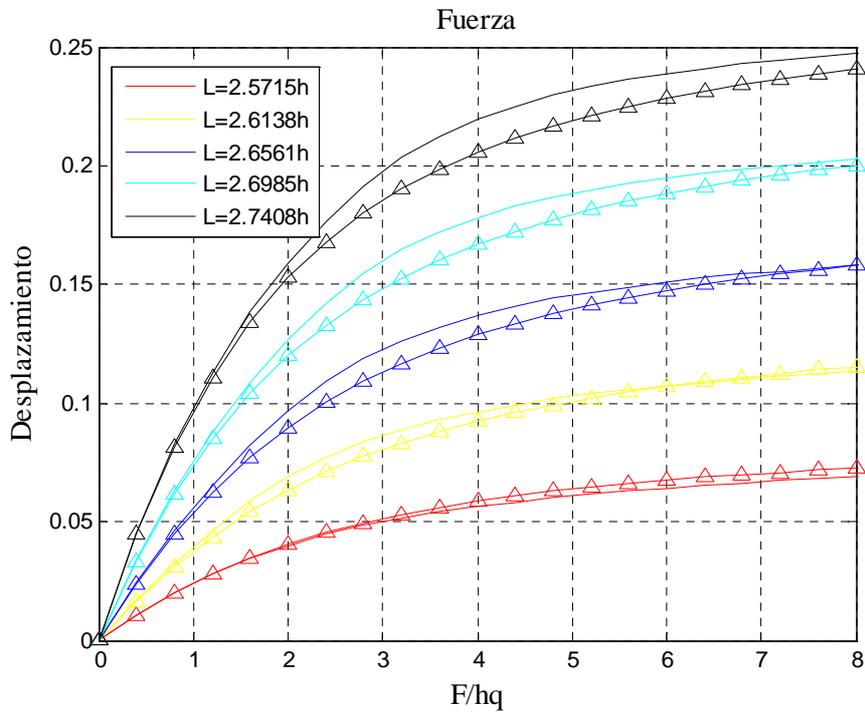


Figura 4.37: Variación de la rigidez para 60° y $X = 2.3$

Formulación Analítica de la Rigidez de Rotación

El presente capítulo estudia la rigidez de rotación de estructuras flotantes ancladas mediante catenarias. En primer lugar se explica en qué consiste la rigidez de rotación y se presentan las propiedades del sistema de amarre de un aerogenerador flotante. A continuación se presentan los dos tipos de sistemas de amarre estudiados, el simple y el doble, y se detalla la formulación general de ambos. Para finalizar se realiza una comparativa de la rigidez de ambos sistemas y se exponen las conclusiones obtenidas.

5.1. Introducción

El objetivo de este capítulo es el estudio de la rigidez rotacional que aporta un sistema de catenarias a una boya flotante. Se entiende rigidez rotacional como la relación entre el momento exterior aplicado sobre dicha boya y el giro producido en torno a su eje vertical central.

Aunque el principal objetivo de un sistema de catenarias es impedir que la plataforma flotante que se amarra se desplace libremente sometida a la acción del viento y las mareas, también cumple un papel importante a la hora de limitar el movimiento de rotación en torno al eje vertical de la boya.

Esto es importante sobre todo para el uso de catenarias en aerogeneradores flotantes, ya que un giro excesivo debido al momento de las fuerzas exteriores sobre la estructura podría impedir el aprovechamiento óptimo del recurso eólico.

Análogamente con el caso de rigidez lineal, vista en el capítulo anterior, para aumentar dicha rigidez de rotación se podrían acortar las catenarias o aumentar su peso por metro lineal, aumentando de esta manera las fuerzas iniciales, pero supondría una disminución del margen hasta la tensión de rotura, que podría ser alcanzado con el movimiento del oleaje.

Otra forma de aumentar dicha rigidez sería aumentar el radio de la boya a la altura de los anclajes para incrementar el brazo de las fuerzas de catenarias respecto al eje de la boya. Esto supondría un gran incremento en el precio de fabricación de la boya, aunque podrían estudiarse otras posibilidades como estructuras auxiliares para aumentar la excentricidad de los anclajes. Sin embargo esto conllevaría otros problemas asociados como la interacción con el oleaje, que está fuera del objeto del estudio.

Aunque este estudio sea válido para todo tipo de estructuras flotantes normalmente la importancia de la rotación en boyas convencionales o meteorológicas no es muy importante ya que el viento apenas ejerce un momento exterior alrededor del eje vertical. Es sobre todo en aerogeneradores donde adquiere una gran importancia, por ello en este capítulo se ha utilizado como modelo de estudio el prototipo de aerogenerador flotante "OC3-Hywind".

El aerogenerador flotante, es parte del proyecto ‘Offshore Code Comparison Collaboration (OC3)’, que está dentro de la fase IV del programa “Wind Anexx XXIII” de la Agencia Internacional de Energía (IEA). Consta principalmente de una plataforma de tipo Spar-buoy llamada ‘Hywind’ desarrollada por Statoil Noruega y soporta una turbina de 5 MW desarrollada por el NREL.

Número de líneas	3
Ángulo entre líneas adyacentes	120º
Profundidad del lecho marino	320 m
Profundidad de los anclajes superiores de las líneas	70 m
Distancia horizontal entre el eje de la boya y los pesos muertos	853.87 m
Distancia horizontal entre el eje de la boya y los anclajes superiores de las líneas	5.20 m
Longitud de las líneas	902.20 m
Diámetro equivalente de las líneas	0.09 m
Densidad equivalente de las líneas	77.706 kg/m
Peso equivalente de las líneas bajo el mar	698.094 N/m

Tabla 5.1: OC3-Hywind Mooring System properties (Fuente: NREL)

El modelo Hywind está formado por una parte sumergida que hace las veces de boya y una estructura superior donde está instalado el aerogenerador. La boya tiene un calado de 120m y consta de dos regiones cilíndricas conectadas por una región con forma tronco-cónica. El diámetro de la región superior de la boya es de 6.5m y de 9.4m la de la inferior, estando situada la región tronco-cónica entre los 4 y los 12m de profundidad cuando está la estructura en equilibrio. A 10m sobre el nivel del mar se une la estructura superior que tiene forma troncocónica y su radio se reduce hasta los 2,5 m en su parte superior alcanzando una cota de 87.5 m sobre el nivel del mar. Se puede considerar el conjunto de dichas regiones como un sólido-rígido. Todas estas medidas corresponden a la plataforma en su posición de equilibrio, ver esquema en la Figura 5.1. (Jonkman J, 2010)

OC3-Hywind es un prototipo de plataforma estabilizada por lastre, en el que el sistema de anclaje consiste en tres catenarias que actúan bajo la acción de su peso propio, como viene definido por el NREL. En la **Tabla 5.1** se detallan las características del prototipo analizado.

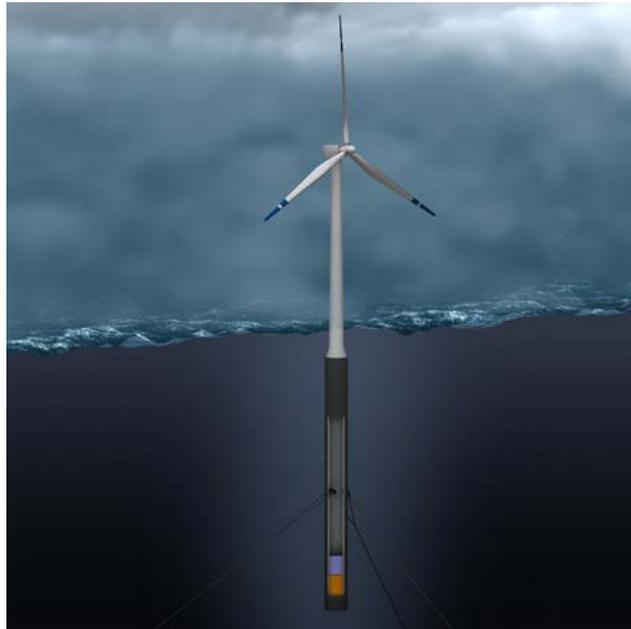


Figura 5.1: Aerogenerador Hywind (Fuente: Statoil-Hydro)

5.2. Configuración geométrica de los amarres

Como se ha indicado anteriormente para el estudio se ha utilizado el sistema de amarre formado por tres líneas. Estas catenarias parten de sendos anclajes en las boyas y conectan con unos muertos de hormigón colocados sobre el lecho marino. La configuración más habitual es aquella formada por líneas simples dispuestas cada 120° . A partir de este punto, en el documento se hará referencia a la configuración en la que cada catenaria parte de un anclaje individual en la boya como configuración de catenaria simple. El otro tipo de configuración es la que se llamará “catenaria doble”, en la que las catenarias parten de dos anclajes diferentes en la boya.

5.3.1. Catenaria simple

En la Figura 5.2 se puede apreciar un esquema de una boya con un sistema simple de tres catenarias, girada un ángulo θ . La tensión de las líneas y su excentricidad proporcionan pares restauradores del giro.

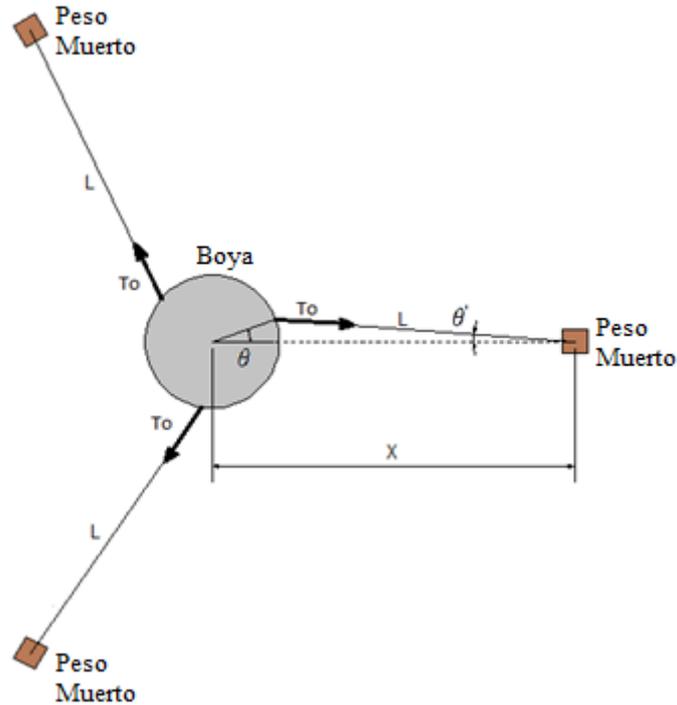


Figura 5.2: Giro de la boya con el sistema de catenarias simple

5.3.2. Catenaria doble

Para mejorar la rigidez de rotación se propone una modificación en las catenarias. Esta modificación consiste en el cambio de las tres líneas del sistema de anclaje simple por otras tres con un desdoblamiento en “pata de gallo” en su parte final, como se describe a continuación.

Estas nuevas líneas consisten en una línea simple que se ve sometida a un desdoblamiento de una parte cercana al anclaje a la boya en dos ramas de longitud L' , quedando dicha parte final en forma de “V”. La gran ventaja de este sistema es el aumento del par restaurador que ejercen las catenarias cuando se le aplica un momento de eje vertical a la boya. En el diseño del sistema de “pata de gallo” es necesario definir la separación entre anclajes ($2u$) y la longitud de las ramas secundarias (L'). En la Figura 5.3 se puede apreciar un esquema de una boya con un sistema de líneas con “pata de gallo” con separación entre anclajes $2u$ girada un ángulo θ .

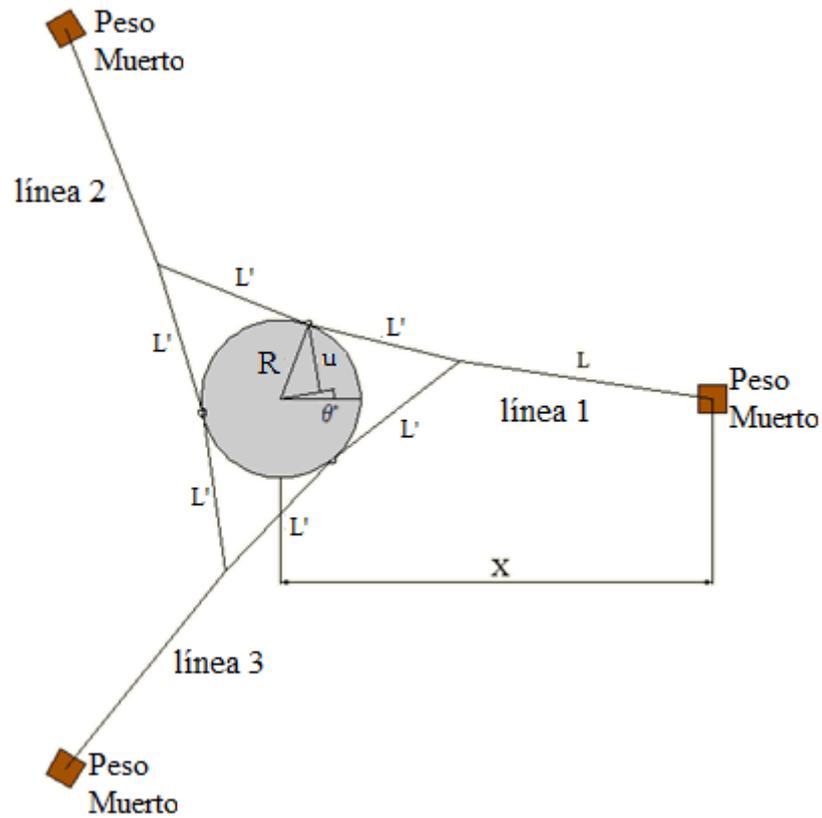


Figura 5.3: Giro de la boya con el sistema de catenarias doble o “pata de gallo”

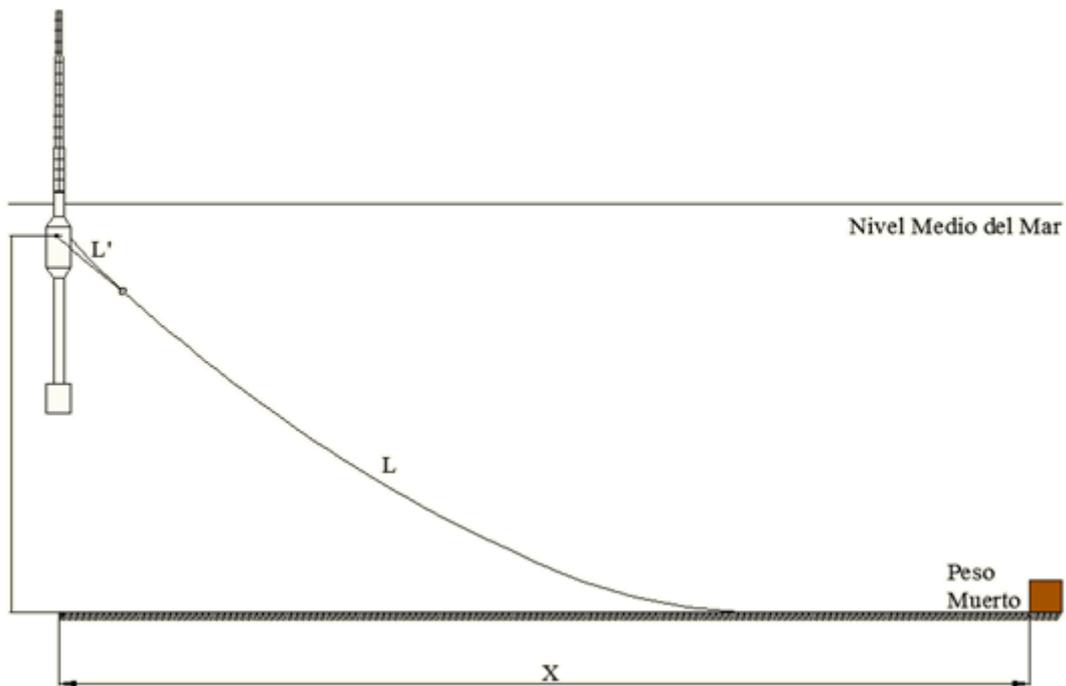


Figura 5.4: Vista lateral de una boya con sistema de catenarias doble.

5.3. Formulación

Cómo se ha indicado al comienzo de la sección, lo que se busca es la rigidez de rotación de la boya, por lo tanto en este estudio se ha considerado que las acciones exteriores consisten únicamente en un momento torsor alrededor del eje vertical. De esta manera se evitan distorsiones propias de la rigidez debida a la translación.

Para la obtención de la rigidez de rotación se definen una serie de ecuaciones común para los casos simple y doble, ya que el caso de catenaria simple es un caso particular del doble, en el que las ramas secundarias tienen una longitud nula.

5.3.1. Situación de equilibrio o inicial

En primer lugar es necesario conocer las fuerzas verticales que ejercen las catenarias sobre la boya en la posición de equilibrio. Estas fuerzas servirán más adelante para determinar la posición de equilibrio cuando existan un momento exterior actuante.

La dificultad de resolución del sistema de catenaria doble propuesto radica en la indeterminación de la proyección del punto en que se separa la catenaria principal en la doble. Para ello se proponen una serie de ecuaciones para compatibilizar la posición del punto de unión del sistema de una y de dos catenarias.

Las incógnitas son: La tensión horizontal de la catenaria principal T_0 , la altura del punto de separación de las catenarias h_1 , la longitud de la porción de catenaria simple no apoyada S_C , la coordenada horizontal del punto de separación x_C , las proyecciones horizontales de las catenarias en la zona doble d (catenarias secundarias), las coordenadas del punto de anclaje según las catenarias en la zona doble x'_C y las tensiones horizontales de dicha zona T'_0 .

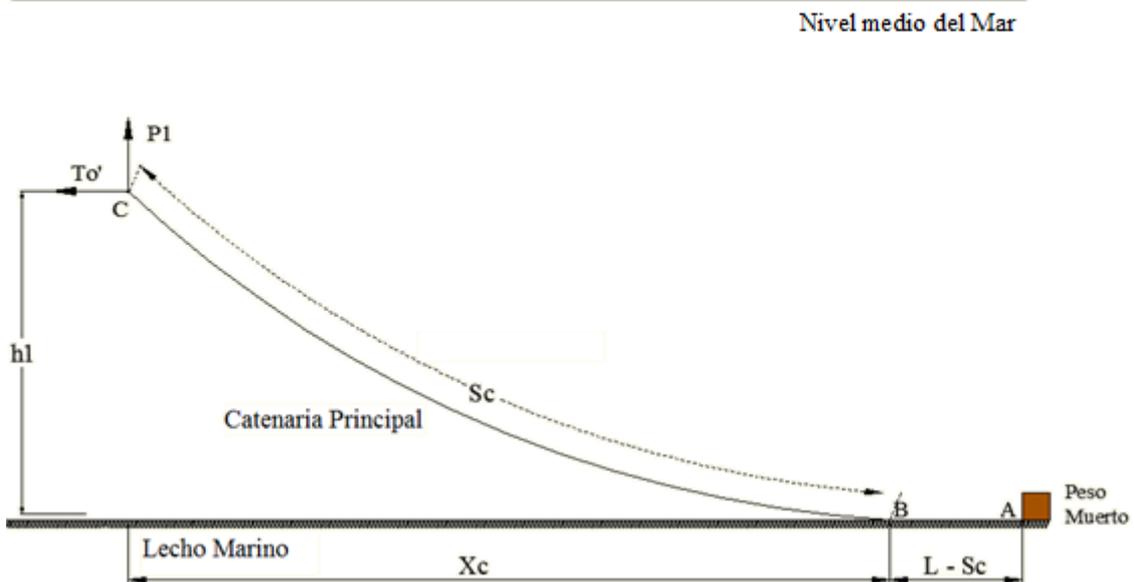


Figura 5.5: Esquema de la catenaria principal

Catenaria Principal

Las ecuaciones (5.1) y (5.2) representan las ecuaciones de las catenarias principales, que van desde los muertos hasta el punto de separación de las catenarias secundarias.

$$S_c = \frac{T_0}{q} \cdot \sinh\left(\frac{x_c}{T_0} \cdot q\right) \quad (5.1)$$

$$h_1 = \frac{T_0}{q} \cdot \left[\cosh\left(\frac{x_c}{T_0} \cdot q\right) - 1 \right] \quad (5.2)$$

Catenarias secundarias (simétricas)

Las ecuaciones (5.3) y (5.4) representan las ecuaciones de las ramas secundarias, que van desde el punto de separación con las catenarias principales hasta los puntos de anclaje en las boyas. Debido a la simetría las ecuaciones son válidas para las 6 catenarias secundarias de la boya (dos por cada catenarias principal).

$$H - h_1 = \frac{T'_0}{q} \cdot \left[\cosh\left(\frac{x'_c}{T'_0} \cdot q\right) - \cosh\left(\frac{x'_c - d}{T'_0} \cdot q\right) \right] \quad (5.3)$$

$$L' = \frac{T'_0}{q} \cdot \left[\sinh\left(\frac{x'_c}{T'_0} \cdot q\right) - \sinh\left(\frac{x'_c - d}{T'_0} \cdot q\right) \right] \quad (5.4)$$

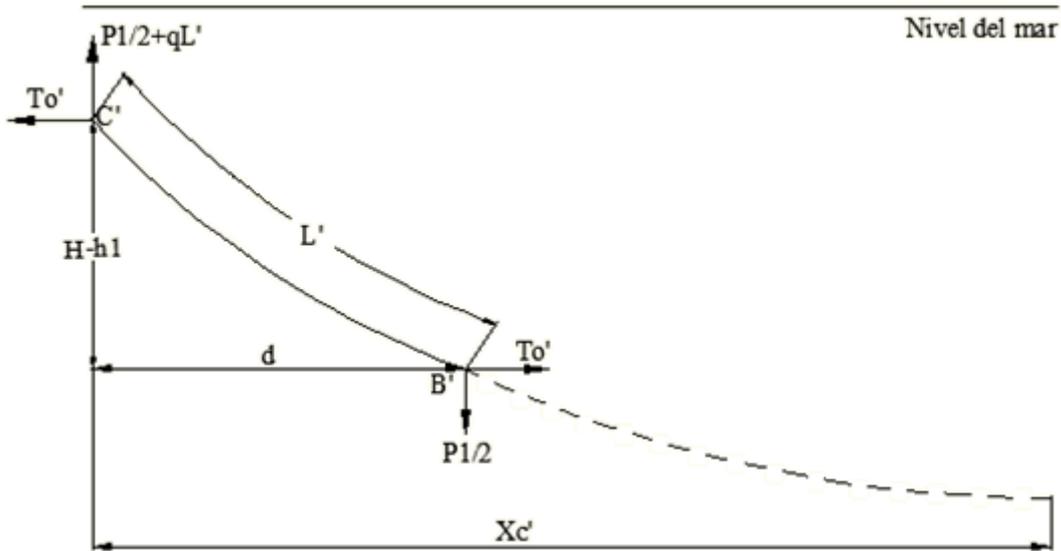


Figura 5.6: Esquema de una rama secundaria

Punto de unión de cadenas

Las ecuaciones (5.5) y (5.6) representan el equilibrio en el plano vertical y horizontal de las fuerzas en las uniones entre las catenarias principales y secundarias.

$$T_0 \cdot \sinh\left(\frac{x_c}{T_0} \cdot q\right) = 2 \cdot T'_0 \cdot \sinh\left(\frac{x'_c - d}{T'_0} \cdot q\right) \quad (5.5)$$

$$2 \cdot T'_0 \cdot \cos\left(\tan^{-1}\frac{u}{f}\right) = T_0 \quad (5.6)$$

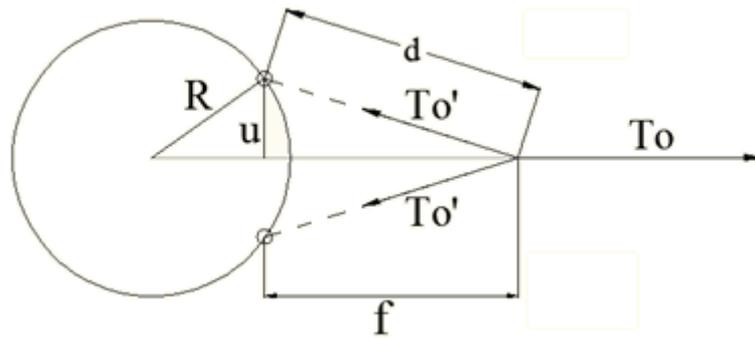


Figura 5.7: Unión de la línea principal con las ramas secundarias.

Geometría

Las ecuaciones (5.7) y (5.8) provienen de las relaciones geométricas en el plano horizontal, siendo f la proyección sobre dicho plano de las ramas secundarias en la dirección perpendicular a la de las catenarias principales.

$$d = 2f \cdot \frac{T'_0}{T_0} \quad (5.7)$$

$$X = \sqrt{R^2 - u^2} + f + x_c + L - S_c \quad (5.8)$$

5.3.1. Giro de la boya debido a un momento exterior

Al igual que en el apartado anterior la dificultad de resolución del sistema de catenaria doble propuesto radica en la indeterminación de la proyección del punto en que se separa la catenaria principal en la doble. Las ecuaciones necesarias para la resolución son similares a las del apartado anterior pero introduciendo el giro de la boya debido a un momento externo.

Para poder obtener el descenso de la boya será necesario haber calculado previamente las fuerzas verticales sobre la boya en la posición de equilibrio. La fuerza inicial de las catenarias sobre la boya, dato necesario para el cálculo que nos ocupa, será T_i .

Las incógnitas son: La tensión horizontal de la catenaria principal T_0 , la altura del punto de separación de las catenarias h_1 , la longitud de la porción de catenaria simple no apoyada S_C , la coordenada horizontal del punto de separación x_C , las proyecciones horizontales de las catenarias en la zona doble d_1 y d_2 (catenarias secundarias), las coordenadas del punto de anclaje según las catenarias en la zona doble x'_C y x''_C , las tensiones horizontales de dicha zona T'_0 y T''_0 , T''_0 , x''_C el ángulo que forma la catenaria principal con respecto a su posición inicial θ' y por último los ángulos que forman las catenarias secundarias α_1 y α_2 .

Catenaria Principal

Las ecuaciones (5.1) y (5.2) representan las ecuaciones de las catenarias principales, que van desde los muertos hasta el punto de separación de las catenarias secundarias.

$$S_C = \frac{T_0}{q} \cdot \sinh\left(\frac{x_C}{T_0} \cdot q\right) \quad (5.9)$$

$$h_1 = \frac{T_0}{q} \cdot \left[\cosh\left(\frac{x_C}{T_0} \cdot q\right) - 1 \right] \quad (5.10)$$

Catenarias secundarias

Análogamente a las ecuaciones (5.3) y (5.4) representan las ecuaciones de las ramas secundarias, que van desde el punto de separación con las catenarias principales hasta los puntos de anclaje en las boyas. Debido a la pérdida de simetría se obtienen diferentes ecuaciones para cada una de las dos ramas secundarias.

Catenaria secundaria 1

$$H - h_1 = \frac{T'_0}{q} \cdot \left[\cosh\left(\frac{x'_c}{T'_0} \cdot q\right) - \cosh\left(\frac{x'_c - d_1}{T'_0} \cdot q\right) \right] \quad (5.11)$$

$$L' = \frac{T'_0}{q} \cdot \left[\sinh\left(\frac{x'_c}{T'_0} \cdot q\right) - \sinh\left(\frac{x'_c - d_1}{T'_0} \cdot q\right) \right] \quad (5.12)$$

Catenaria secundaria 2

$$H - h_1 = \frac{T''_0}{q} \cdot \left[\cosh\left(\frac{x''_c}{T''_0} \cdot q\right) - \cosh\left(\frac{x''_c - d_2}{T''_0} \cdot q\right) \right] \quad (5.13)$$

$$L' = \frac{T''_0}{q} \cdot \left[\sinh\left(\frac{x''_c}{T''_0} \cdot q\right) - \sinh\left(\frac{x''_c - d_2}{T''_0} \cdot q\right) \right] \quad (5.14)$$

Unión Cadenas

Las ecuación (5.15) representa el equilibrio vertical de las fuerzas actuantes sobre la unión de la línea principal y las ramas secundarias. Análogamente, el equilibrio en el plano horizontal viene determinado por las ecuaciones (5.16) y (5.17).

$$T_0 \cdot \sinh\left(\frac{x_c}{T_0} \cdot q\right) = T'_0 \cdot \sinh\left(\frac{x'_c - d_1}{T'_0} \cdot q\right) + T''_0 \cdot \sinh\left(\frac{x''_c - d_2}{T''_0} \cdot q\right) \quad (5.15)$$

$$T'_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha_1\right) + T''_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta - \alpha_2\right) - T_0 \cdot \cos(\theta') = 0 \quad (5.16)$$

$$T'_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha_1\right) - T''_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta - \alpha_2\right) - T_0 \cdot \sin(\theta') = 0 \quad (5.17)$$

Geometría triángulo d_1 - d_2

$$d_1 \cdot \cos \alpha_1 + d_2 \cdot \cos \alpha_2 = 2 \cdot u \quad (5.18)$$

$$d_1 \cdot \sin \alpha_1 - d_2 \cdot \sin \alpha_2 = 0 \quad (5.19)$$

Geometría

$$R \cdot \cos(\tau + \theta) + \cos(\theta') \cdot (x_c + L - S_c) + d_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha_1\right) - X = 0 \quad (5.20)$$

$$R \cdot \sin(\tau + \theta) - \sin(\theta') \cdot (x_c + L - S_c) - d_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta - \alpha_1\right) = 0 \quad (5.21)$$

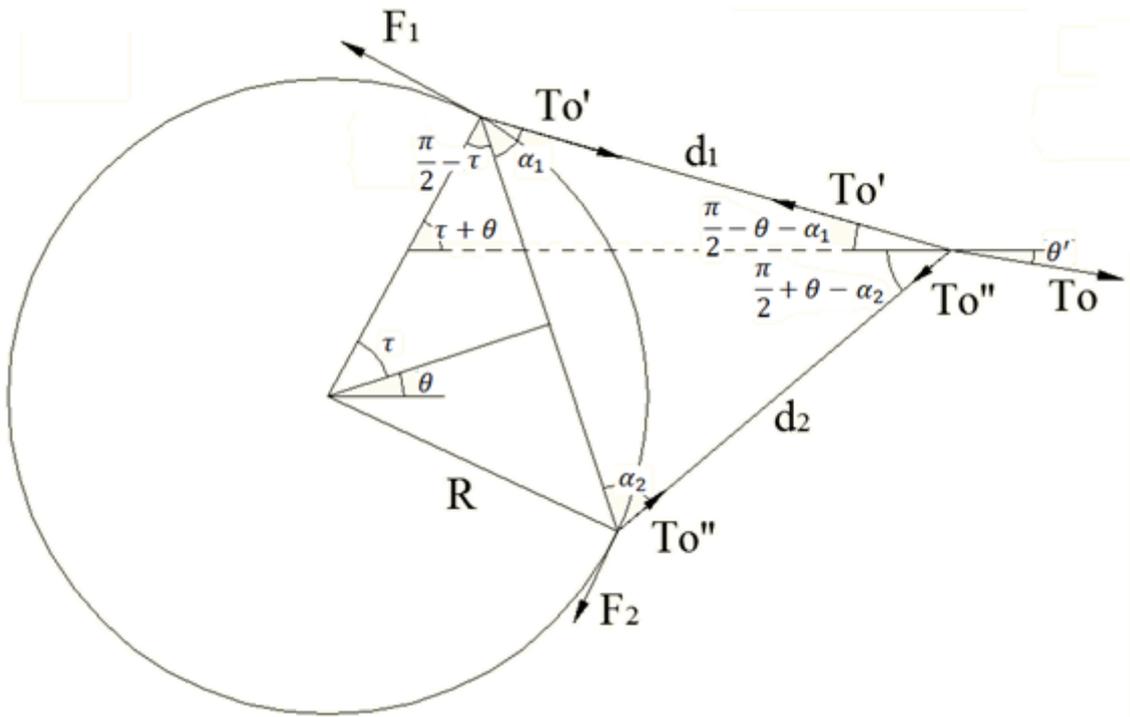


Figura 5.8: Unión de la línea principal con las ramas secundarias.

Descenso

$$\frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot \Delta h \cdot \rho = T'_0 \cdot \sinh\left(\frac{x'_c}{T'_0} \cdot q\right) + T''_0 \cdot \sinh\left(\frac{x''_c}{T''_0} \cdot q\right) - 2 \cdot T_i \cdot \cosh^{-1} \frac{T_i + h \cdot q}{T_i} \quad (5.22)$$

$$h = h_0 - \Delta h \quad (5.23)$$

Equilibrio de fuerzas y momentos exteriores.

$$F_1 - F_2 = \frac{M_{ext}}{3 \cdot R} \quad (5.24)$$

$$T'_0 \cdot \cos\left(\sin^{-1}\frac{u}{R} - \alpha_1\right) = F_1 \quad (5.25)$$

$$T''_0 \cdot \cos\left(\alpha_2 - \sin^{-1}\frac{u}{R}\right) = F_2 \quad (5.26)$$

5.3.2. Comparativa

En las siguientes figuras se compara la rigidez del sistema de líneas simples con uno de líneas con “pata de gallo” en el modelo Hywind. Para ver la influencia que tiene esta última, se muestra en la Figura 5.9 la variación de rigidez de un sistema de catenarias con $L' = 30\text{m}$ según varía la semi-separación entre anclajes (u) sin alterar el radio de la boya.

Se aprecia cómo el caso óptimo es aquel en el que la separación entre anclajes ($2u$) es máxima, por lo tanto la boya dispondrá de 3 anclajes dobles separados 120° , sirviendo cada uno de ellos para dos sistemas de catenarias distintos.

Otro parámetro que se ha estudiado, dentro del caso de catenaria con “pata de gallo”, ha sido el de la longitud de las ramas secundarias (L') en las que se desdobl原因 las líneas. Para cada valor del giro existe una combinación diferente de $L-L'$ que hace que la rigidez sea máxima. Como el interés del sistema reside en amortiguar el giro, lo mejor es que la máxima rigidez se dé para los valores pequeños de dicho giro. En la Figura 5.10 se puede apreciar para el caso concreto estudiado del Hywind la gran diferencia de rigidez que existe para diferentes valores de L' cuando el giro de la boya es pequeño.

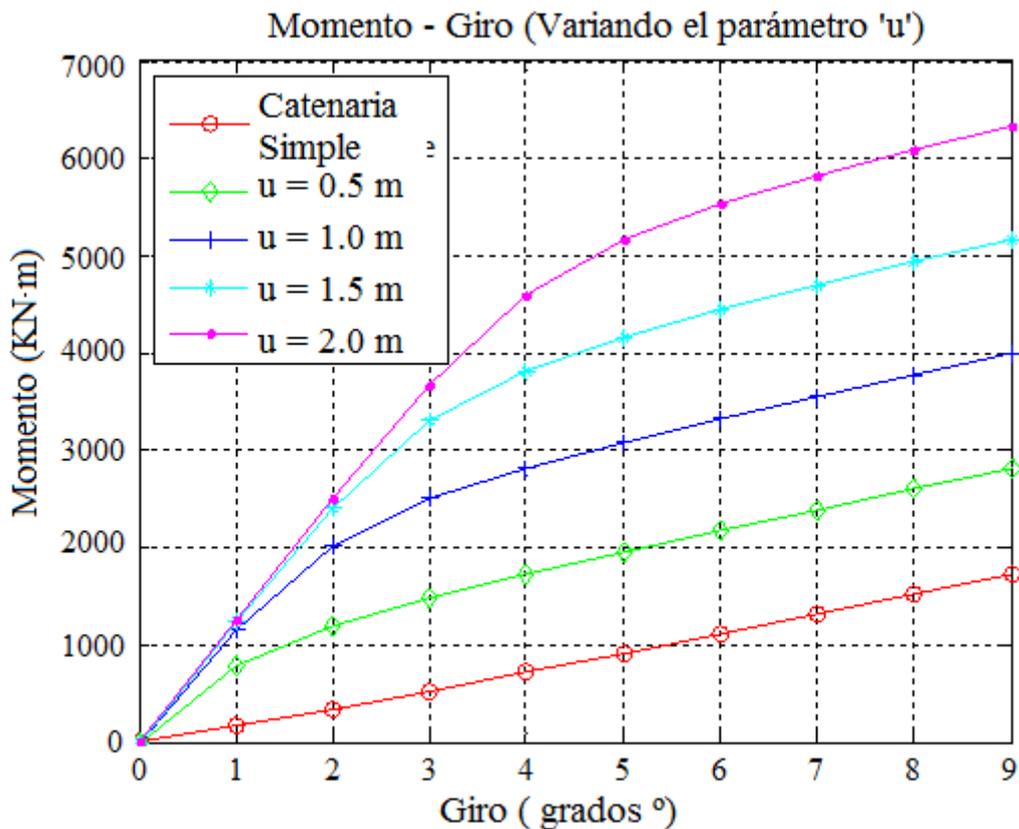


Figura 5.9: Rigidez de rotación para distintos valores de 'u'.

La rigidez máxima para el giro inicial se obtendría haciendo máxima la longitud de las ramas secundarias L' de la “pata de gallo”, es decir, que fueran directamente dos catenarias distintas desde el peso muerto, pero a partir de dicho giro inicial sería menos competitiva que una línea con una L' menor, en cuanto a rigidez aportada. A partir de un cierto valor de L' , que varía en cada caso, las curvas son muy parecidas en los primeros grados. Esto da a entender que existe un máximo práctico de L' en el que la rigidez se mantiene alta para ángulos de giro bajos, que en la práctica pueden limitarse a 4° . En el caso de estudio una L' en torno a 70 m puede considerarse adecuada.

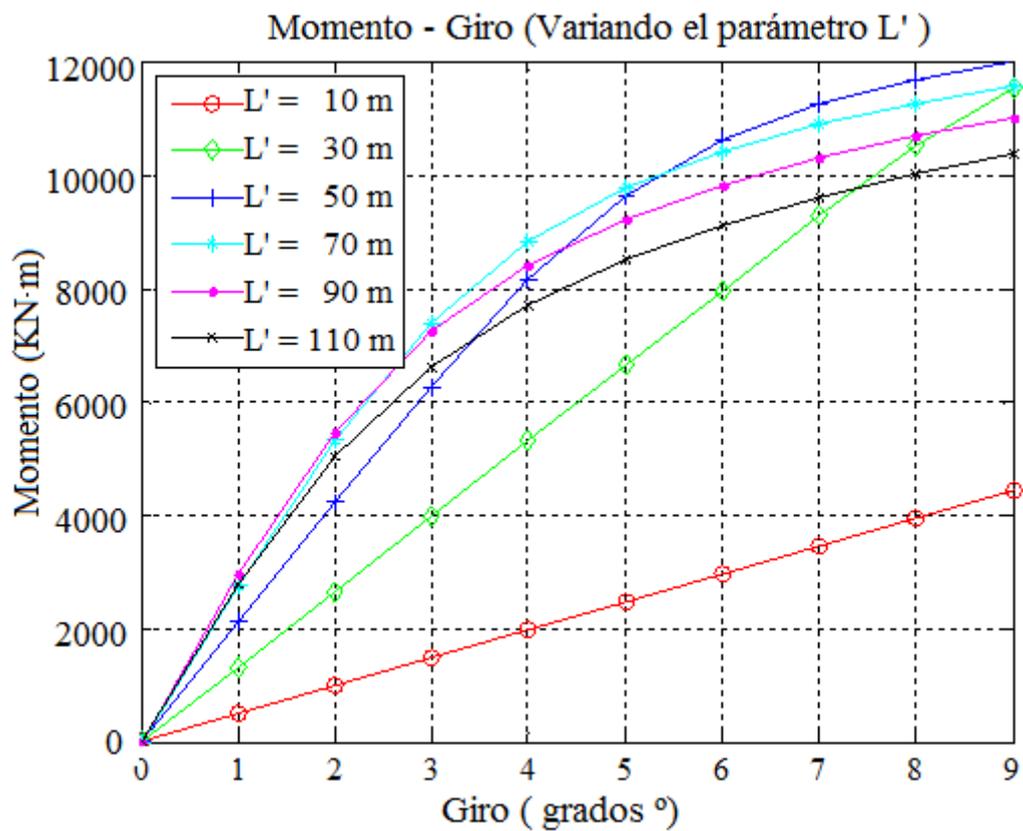


Figura 5.10: Rigidez rotacional para diferentes valores de L'

5.4. Resultados

En este capítulo se ha realizado un estudio de la rigidez de rotación de estructuras amarradas mediante catenarias comparando un sistema de catenarias simples con otros de catenarias dobles.

La comparativa se ha realizado utilizando como acciones exteriores únicamente momentos para evitar la influencia de la rigidez lineal en el estudio.

Se concluye que la adopción de la catenaria doble es una opción indispensable para aumentar la rigidez torsional de un sistema de catenarias sin que haya merma en el desplazamiento remanente para el oleaje.

La elección de las características de la catenaria doble no es directa, ya que existe una longitud para las ramas de la catenarias doble óptima (L') en cada caso. Habitualmente se busca que proporcione la máxima rigidez para giros pequeños, pero dependerá de los momentos de las fuerzas exteriores esperados.

Frente a otras opciones, como puede ser el aumento del peso, la elección de este sistema supone un aumento de coste pequeño, ya que el único sobre coste con respecto a la catenaria simple es la del tramo adicional de catenaria secundaria. Queda fuera del estudio los posibles problemas derivados de tener unas longitudes de catenarias secundarias grandes, que puedan surgir del hecho de que las corrientes marinas puedan enredar estos tramos de catenaria.

Conclusiones

En este capítulo final se presentan las principales conclusiones obtenidas en esta tesis. Se comienza con el análisis de los resultados analíticos obtenidos mediante el software de elementos finitos. A continuación se muestra las conclusiones relativas a la rigidez lineal y a la formulación simplificada. Posteriormente se resumen los resultados más significativos correspondientes a la rigidez de rotación. Finalmente se exponen las posibles futuras líneas de investigación que esta tesis deja abiertas.

6.1. Resultados numéricos

En la presente tesis se ha puesto de manifiesto la gran utilidad que tienen las boyas meteorológicas IDERMAR en el estudio del comportamiento de las estructuras flotantes amarradas, aparte de su utilidad para la medición de las condiciones ambientales y del recurso eólico.

Al estar completamente instrumentadas, las boyas han permitido la calibración a escala real de programas comerciales de elementos finitos, dándoles, por tanto, una mayor fiabilidad y utilidad.

El software de elementos finitos utilizado ha sido el de DNV SESAM, con el que, una vez convenientemente calibrado, se ha podido ejecutar un número significativo de casos con diferentes condiciones exteriores.

A partir de los resultados obtenidos se ha podido evaluar la contribución de las acciones exteriores en diferentes condiciones. Se ha comprobado la influencia de las distintas componentes del oleaje, como la fuerza de deriva, y cómo su magnitud depende de su periodo.

A su vez se ha mostrado cómo cuando aumenta la altura de ola la contribución de las fuerzas de arrastre de las mismas supera con creces a las de deriva y cómo la curvatura de la función de rigidez cobra importancia.

6.2. Rigidez Lineal

Se ha realizado un estudio de la rigidez lineal de estructuras amarradas mediante catenarias. En él se ha establecido la formulación analítica general de la rigidez lineal de los sistemas de fondeo formados por tres catenarias de masa distribuida, analizando el desplazamiento provocado por una fuerza exterior y las tensiones alcanzadas en las catenarias cuando se impone un desplazamiento.

Para la resolución de las fórmulas y organización de los resultados se ha desarrollado una serie de programas en Matlab. Dichos programas han sido validados con el software de elementos finitos SESAM.

Se ha establecido que la configuración de las líneas de fondeo tiene que ser tal que limite los movimientos para el caso de servicio, pero que en caso de la tormenta permita el desplazamiento sin que las tensiones en las catenarias alcancen valores muy altos.

Asimismo se ha analizado la sensibilidad a las distintas variables que intervienen en el problema: la profundidad del fondo marino, la distancia horizontal de la boya a los muertos, la longitud de las catenarias y el peso lineal de las mismas.

Se ha concluido que el radio de la boya en la superficie libre tiene poca influencia en la rigidez de translación horizontal para el rango de valores habitualmente utilizados en el tipo de boyas estudiadas.

Ha quedado demostrado que un factor importante a tener en cuenta a la hora de diseñar los sistemas de amarre es la profundidad de los amarres respecto del fondo marino. La rigidez lineal aumenta de forma significativa al elevarse el extremo superior de las catenarias por el aumento del nivel del mar.

Respecto al peso lineal de las líneas de fondeo, la rigidez lineal aumenta al aumentar éste y lo hace de tal manera que todas las curvas de rigidez comparten la misma asíntota vertical, ya que se mantiene la longitud de las catenarias y la distancia horizontal al muerto original, que son los factores de los que depende la asíntota.

Se ha visto también que la rigidez es inversamente proporcional a la longitud de las líneas y para cada valor de la longitud existe una asíntota vertical diferente, contrariamente a lo que sucedía con la variación del peso lineal.

Uno de los factores más importantes a tener en cuenta es la influencia de la dirección de la fuerza exterior en relación a la disposición de las catenarias. El resto de variables se pueden ajustar en función de la rigidez deseada, pero la variabilidad de la rigidez debido a la dirección de la fuerza exterior es un factor que siempre está presente. La dirección de aplicación de la fuerza y la de desplazamiento sólo son iguales para direcciones coincidentes con las líneas de fondeo. En el resto de casos hay una diferencia entre dichas direcciones que es mayor en tanto aumenta la fuerza aplicada o la rigidez del sistema.

La trayectoria de la boya para una fuerza exterior dada se asemeja sobremanera a un triángulo con los vértices redondeados. La similitud es mayor según aumenta el valor

de dicha fuerza. Esto puede servir de gran ayuda a la hora de predecir el desplazamiento estático, ya que queda muy bien aproximado conociendo tan solo el desplazamiento en una de sus direcciones. En cambio, cuando la rigidez es mayor o el valor de la fuerza aplicada menor el desplazamiento de la boya tiene un comportamiento más homogéneo respecto a la dirección de aplicación de la fuerza, de tal forma que la rigidez inicial del sistema de catenarias es independiente de dicha dirección.

Es importante tener en cuenta para futuros trabajos el punto de máxima rigidez para determinar las tensiones máximas que se van a producir y el punto de mínima rigidez para determinar el desplazamiento horizontal máximo.

A partir de la transformación de la formulación general en adimensional se ha obtenido una formulación simplificada de la rigidez lineal horizontal. Su validez abarca los casos habituales de diseño de boyas meteorológicas. Los coeficientes utilizados en la fórmula han sido obtenidos mediante ajuste por mínimos cuadrados.

Dicha formulación simplificada permite un cálculo aproximado, directo y sencillo del desplazamiento horizontal a partir del módulo y dirección de una fuerza exterior. Se ha comprobado cómo los resultados obtenidos por esta vía se ajustan muy bien a los resultados obtenidos mediante la resolución de la formulación analítica. Por lo tanto la formulación aproximada es suficientemente buena como para ser utilizada en fases de prediseño.

6.3. Rigidez de Rotación

Finalmente se ha realizado un estudio de la rigidez de rotación de estructuras amarradas mediante catenarias. Se han descrito y comparado dos formas de configurar dichas catenarias, el sistema tradicional de catenarias simples y el sistema doble de catenarias en forma de “pata de gallo”.

Para ambos sistemas se ha realizado un análisis de sensibilidad de la rigidez de rotación frente a las diferentes variables. Las variables estudiadas han sido el peso propio de las líneas de fondeo, su longitud, la distancia horizontal de la boya a los muertos y el radio de la boya.

Para el caso de la catenaria doble también se ha estudiado la sensibilidad a la separación entre anclajes a la boya de cada cadena y la longitud de las catenarias secundarias.

Ha quedado demostrado que la adopción de la catenaria doble es una opción muy importante a tener en cuenta para aumentar la rigidez torsional, ya que frente a otras opciones, como puede ser el aumento del peso, la elección de este sistema supone un aumento de coste pequeño, ya que el único sobre coste con respecto a la catenaria simple es del tramo adicional de catenaria secundaria. Además con la instalación de la pata de gallo se evitan otros problemas como la disminución del desplazamiento remanente para el oleaje.

La elección de las características de la catenaria doble no es directa, ya que existe una longitud para las ramas de la catenarias doble óptima en cada caso. Habitualmente se busca que proporcione la máxima rigidez para giros pequeños, pero dependerá de los momentos de las fuerzas exteriores esperados.

6.4. Trabajo Futuro

Como se ha indicado al comienzo de esta tesis el estudio de las plataformas flotantes amarradas con catenarias presenta gran complejidad y extensión, más aún si el medio es el mar abierto. Por ello el trabajo desarrollado en esta tesis deja abiertas otras muchas vías de investigación.

Un primer campo es la mejora de los programas de Matlab usados para tener en cuenta algunos efectos no considerados, cómo puede ser la elongabilidad de las catenarias o la combinación de movimientos de las boyas en todos los grados de libertad. En la misma línea se puede mejorar el tratamiento del suelo, para tener en cuenta el rozamiento producido por el mismo.

Se ha visto cómo la elongabilidad de las líneas para los casos estudiados no tiene una gran influencia, pero puede ser interesante implementarla en el código, sobre todo de cara al estudio de grandes aerogeneradores, que serán sometidos a fuerzas varios

órdenes de magnitud mayores. Sería de gran interés obtener datos empíricos de los modelos nombrados, como por ejemplo el Hywind.

En cuanto a la formulación simplificada, se podría ajustar de manera más aproximada el efecto de la derivada segunda para los ángulos de 0 a 30° y analizar los casos con fuerzas no alineadas con las catenarias.

Otro campo abierto al estudio sería integrar los efectos dinámicos del oleaje a la formulación simplificada, tratando de obtener una expresión que tenga en cuenta directamente el estado de mar.

Finalmente, en el campo de las tensiones máximas sería conveniente ampliar el estudio para tratar de recoger los picos de tensiones en estados de mar severos, que no tiene correlación directa con los desplazamientos.

En todo caso, como en cualquier trabajo científico, el campo de mejoras es inabarcable y el estado de la técnica en cada momento y las necesidades de actuación práctica serán los que marquen el camino a seguir en la investigación de esta materia.

ANEXOS A LA MEMORIA

Ecuación General de la Catenaria

El problema de la ecuación de la catenaria es muy antiguo. Los primeros matemáticos que lo abordaron suponían que la curva tenía forma de parábola. Christiaan Huygens, a los 17 años, demostró que no lo era, pero no encontró la ecuación de la catenaria. (Huygens, 1673)

La ecuación fue obtenida por el propio Huygens, Gottfried Leibniz y Johann Bernoulli en 1691, en respuesta al desafío planteado por Jacob Bernoulli. (Lockwood, 1961)

También Faltisien en su libro “Sea Loads on Ships and Offshore Structures” (1990) deduce las ecuaciones. Sus cálculos se reproducen en este anejo.

A continuación se analizará un cable en tensión desde un punto de vista estático como se muestra en la figura Figura A1.1. Previamente es necesario hacer alguna consideración. Se tomará el lecho marino como horizontal y se despreciarán la rigidez de flexión del cable y los efectos dinámicos.

La condición de equilibrio de un cable sometido a su propio peso vertical lleva a un problema de equilibrio en el plano si se hace la consideración anteriormente mencionada de despreciar la rigidez flexional del cable.

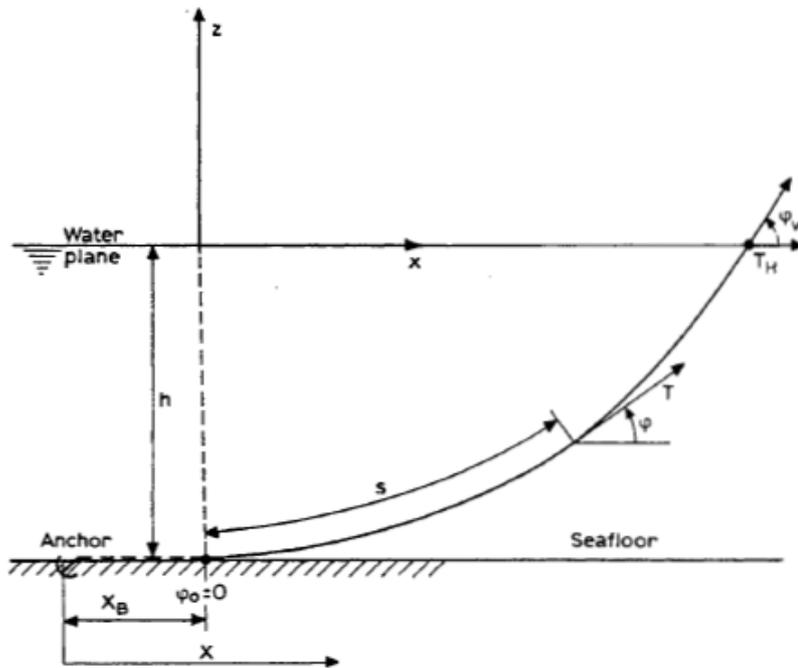


Figura A1.1: Cable sumergido que se apoya sobre el lecho marino

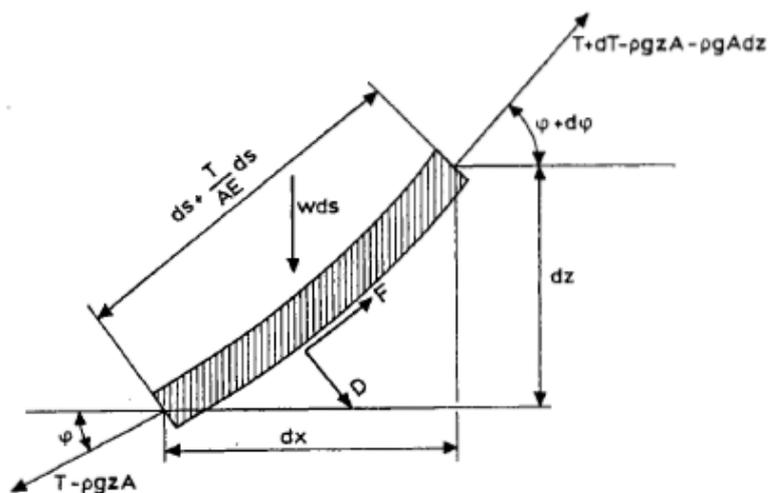


Figura A1.2: Elemento diferencial de cable sumergido

La Figura A1.2 muestra un elemento diferencial de cable. Las fuerzas D y F que actúan sobre el elemento son las fuerzas hidrodinámicas longitudinales y tangenciales, w es el peso por unidad de longitud bajo el agua, A es la sección del cable, E su módulo de elasticidad y T la fuerza en la línea.

Se tiene que:

$$dT - \rho g A dz = \left[w \cdot \sin \phi - F \cdot \left(1 + \frac{T}{AE} \right) \right] \cdot ds \quad (A1.1)$$

$$T \cdot d\phi - \rho g A d\phi = \left[w \cdot \cos \phi + D \cdot \left(1 + \frac{T}{AE} \right) \right] \cdot ds \quad (A1.2)$$

Dichas ecuaciones son no-lineales y no tienen una solución explícita. Sin embargo en muchas ocasiones se puede despreciar el efecto de las corrientes F y D . También se despreciará el efecto de la elasticidad y se asume que el peso lineal del cable es constante en toda su longitud.

Si se llama

$$T' = T - \rho g z A \quad (A1.3)$$

Se puede poner a partir de la ecuaciones (A1.1) y (A1.2):

$$dT' = w \cdot \sin \phi \cdot ds \quad (A1.4)$$

$$T' \cdot d\phi = w \cdot \cos \phi \cdot ds \quad (A1.5)$$

Y dividiendo ambas entre sí:

$$\frac{dT'}{T'} = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} \cdot d\phi \quad (A1.6)$$

Es decir:

$$T' = T_o' \cdot \frac{\cos \phi_o}{\cos \phi} \quad (A1.7)$$

Despejando ds de la ecuación (A1.5) e integrando se tiene que:

$$ds = \frac{T' \cdot d\phi}{w \cdot \cos \phi} \quad (A1.8)$$

$$s - s_o = \frac{1}{w} \int_{\phi_o}^{\phi} \frac{T_o' \cdot \cos \phi_o}{\cos \phi \cdot \cos \phi} \cdot d\phi = \frac{T_o' \cdot \cos \phi_o}{w} \cdot [\tan \phi - \tan \phi_o] \quad (A1.9)$$

Como $dx = \cos \phi \cdot ds$ se puede escribir:

$$\begin{aligned} x - x_o &= \frac{1}{w} \int_{\phi_o}^{\phi} \frac{T_o' \cdot \cos \phi_o}{\cos \phi} \cdot d\phi = \\ &= \frac{T_o' \cdot \cos \phi_o}{w} \cdot \left[\log \left(\frac{1}{\cos \phi} + \tan \phi \right) - \log \left(\frac{1}{\cos \phi_o} + \tan \phi_o \right) \right] \end{aligned} \quad (A1.10)$$

Análogamente $dz = \sin \phi \cdot ds$

$$z - z_o = \frac{1}{w} \int_{\phi_o}^{\phi} \frac{T_o' \cdot \cos \phi_o \cdot \sin \phi}{\cos \phi \cdot \cos \phi} \cdot d\phi = \frac{T_o' \cdot \cos \phi_o}{w} \cdot \left[\frac{1}{\cos \phi} - \frac{1}{\cos \phi_o} \right] \quad (A1.11)$$

Como ϕ_o es el ángulo que forma el cable con la línea en el punto de contacto con el lecho marino, se tiene que $\phi_o = 0$.

La ecuación (A1.7) pasa a ser:

$$T_o' = T' \cdot \cos \phi \quad (A1.12)$$

La componente horizontal de la fuerza en la parte superior se puede escribir como:

$$T_H = T \cdot \cos \phi_w \quad (A1.13)$$

Por lo tanto se tiene que:

$$T_o' = T_H \quad (A1.14)$$

Según el sistema de coordenadas elegido $x_o = 0$ y $z_o = -h$. También se puede decir que $s_o = 0$.

Substituyendo $\phi_o = 0$ y despejando el término logarítmico de (A1.10) se tiene:

$$\frac{w}{T_H} \cdot x = \log \left(\frac{1 + \sin \phi}{\cos \phi} \right) \quad (A1.15)$$

Por otro lado, según su definición

$$\sinh x = \frac{1}{2} \cdot (e^x - e^{-x}) \quad (\text{A1.16})$$

$$\cosh x = \frac{1}{2} \cdot (e^x + e^{-x}) \quad (\text{A1.17})$$

Así que a partir de la ecuación (A1.15) se deduce:

$$\sinh\left(\frac{w}{T_H} \cdot x\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1 + \sin \phi}{\cos \phi} - \frac{\cos \phi}{1 + \sin \phi}\right) = \tan \phi \quad (\text{A1.18})$$

$$\cosh\left(\frac{w}{T_H} \cdot x\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1 + \sin \phi}{\cos \phi} + \frac{\cos \phi}{1 + \sin \phi}\right) = \tan \phi \quad (\text{A1.19})$$

Y substituyendo en las ecuaciones (A1.9) y (A1.11) se obtienen las expresiones de s y z

$$s = \frac{T_H}{w} \cdot \sin\left(\frac{w}{T_H} \cdot x\right) \quad (\text{A1.20})$$

$$z + h = \frac{T_H}{w} \cdot \left[\cos\left(\frac{w}{T_H} \cdot x\right) - 1\right] \quad (\text{A1.21})$$

La fuerza en el cable se puede obtener a partir de las ecuaciones (A1.3) , (A1.11) y (A1.12).

$$T - \rho g z A = \frac{T_H}{\cos \phi} = T_H + w \cdot (z + h) \quad (\text{A1.22})$$

es decir

$$T = \frac{T_H}{\cos \phi} = T_H + wh + z \cdot (w + \rho g z A) \quad (\text{A1.23})$$

La componente vertical de la tensión T_z se obtiene a partir del diferencial dT_z' .

$$dT_z' = d(T' \sin \phi) = dT' \sin \phi + T' \cos \phi d\phi = w \sin^2 \phi ds + w \cos^2 \phi ds \quad (\text{A1.24})$$

Por lo que $T_z' = ws$, que es la altura del nivel del mar:

$$T_z = ws \quad (\text{A1.25})$$

En el caso práctico que trata el documento se hallará la l_{min} de la catenaria.

$$l_s = \frac{x}{a} \cdot \sin\left(\frac{x}{a}\right) \quad (\text{A1.26})$$

$$h = a \cdot \left[\cos\left(\frac{x}{a}\right) - 1 \right] \quad (\text{A1.27})$$

donde $a = \frac{T_H}{w}$

Combinando las ecuaciones (A1.26) y (A1.27) se tiene que:

$$l_s^2 = h^2 + 2ha \quad (\text{A1.28})$$

De la ecuación (A1.23) se puede escribir:

$$T_{max} = T_H + wh \quad (\text{A1.29})$$

Combinando las ecuaciones (A1.27), (A1.28) y (A1.29) se obtiene la longitud mínima del cable, es decir la longitud no apoyada sobre el lecho marino:

$$l_{min} = h \sqrt{2 \frac{T_{max}}{wh} - 1} \quad (\text{A1.30})$$

Para hallar la posición media de una estructura flotante sometida a fuerzas ambientales habrá que conocer la distancia horizontal X entre el muerto y el punto de anclaje de la catenaria con la estructura.

$$X = l - l_s + x \quad (\text{A1.31})$$

A partir de las ecuaciones (A1.27) y (A1.28) se obtiene la relación entre X y T_H

$$X = l - h \sqrt{1 + 2 \frac{a}{h}} + a \cdot \cosh^{-1} \left(1 + \frac{h}{a} \right) \quad (\text{A1.32})$$

donde $a = \frac{T_H}{w}$

En el documento se ha hecho referencia a T_H como T_o , a l como L y a w como q .

Ecuación General del Sistema de Tres Catenarias

A2.1. Expresión General de una línea apoyada

En este apartado se obtiene la expresión para una línea apoyada en la que se relacionan la tensión horizontal T_0 con el resto de variables conocidas: La longitud de la línea X , la proyección horizontal de las líneas L y su peso propio por metro lineal q .

Como se explica en el Anexo 1 las ecuaciones de una catenaria son las siguientes:

Ordenada de un punto P cualquiera y_p , que no coincide con la distancia al lecho marino, ya el sistema de coordenadas de la catenaria no coincide con el real.:

$$y_p = \frac{T_0}{q} \cdot \cosh\left(\frac{q}{T_0} \cdot x_p\right) \quad (\text{A2.1})$$

Distancia de un P cualquiera al punto de despegue medida a lo largo de la catenaria:

$$S_p = \frac{T_0}{q} \cdot \sinh\left(\frac{q}{T_0} \cdot x_p\right) \quad (\text{A2.2})$$

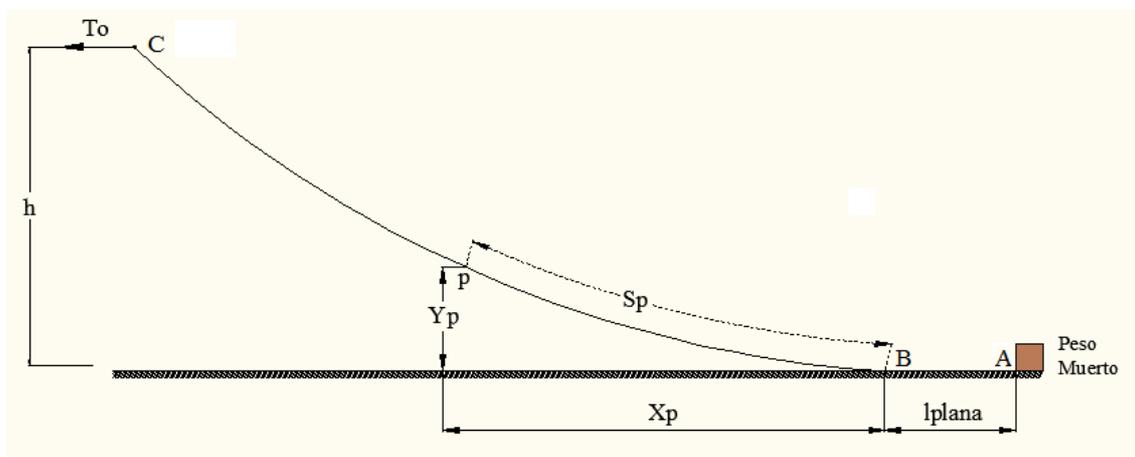


Figura A2.1: Coordenadas de un punto cualquiera p de una catenaria apoyada.

La distancia S del extremo superior de la catenaria es S_c

$$S_c = \frac{T_0}{q} \cdot \sinh\left(\frac{q}{T_0} \cdot x_c\right) \quad (\text{A2.3})$$

La longitud total de la catenaria es igual a la suma de la longitud apoyada y la levantada.

$$l_p = L - S_c \quad (A2.4)$$

Luego despejando (A2.3) en (A2.4):

$$l_p = L - \frac{T_0}{q} \cdot \sinh\left(\frac{q}{T_0} \cdot x_c\right) \quad (A2.5)$$

Por otro lado, a partir de (A2.1) la altura del extremo superior es y_c .

$$y_c = \frac{T_0}{q} \cdot \cosh\left(\frac{q}{T_0} \cdot x_c\right) \quad (A2.6)$$

Despejando la abscisa x_c :

$$x_c = \frac{T_0}{q} \cdot \cosh^{-1} \frac{T_0 + h \cdot q}{T_0} \quad (A2.7)$$

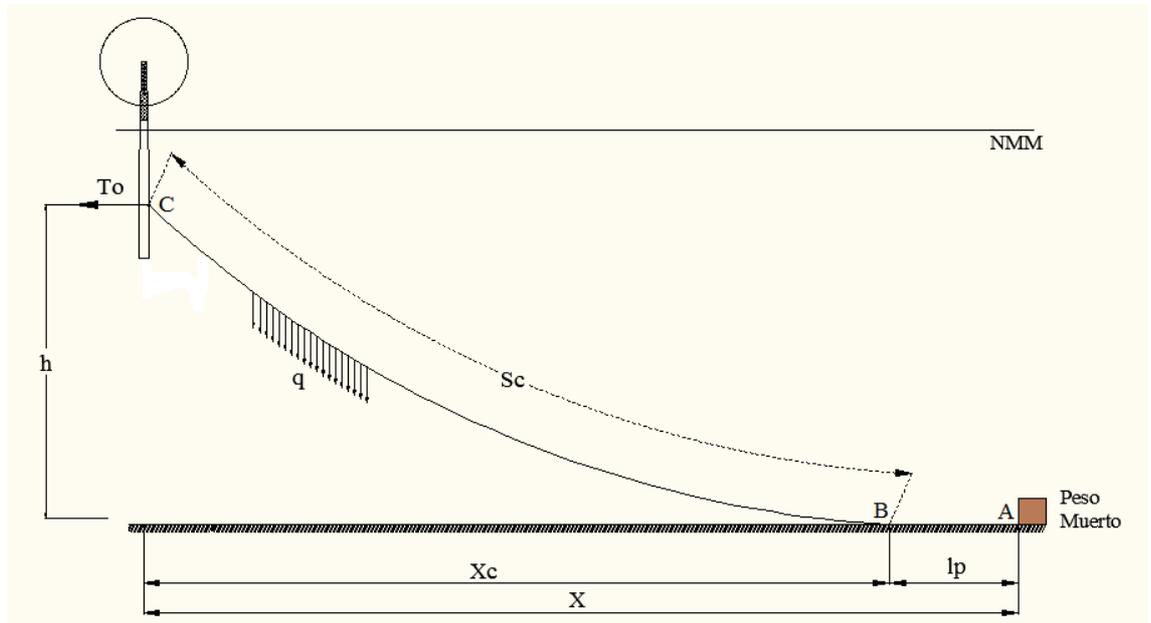


Figura A2.2: Coordenadas del punto superior de una catenaria

Como se ve en la Figura A2.2 la proyección horizontal de la catenaria completa es X , que es la suma de la longitud apoyada l_p y la proyección horizontal de la parte levantada S_c .

$$X = l_p + x_c \quad (A2.8)$$

Despejando la ecuación (A2.7) en (A2.5) :

$$l_p = L - \frac{T_0}{q} \cdot \sinh\left(\cosh^{-1} \frac{T_0 + h \cdot q}{T_0}\right) \quad (A2.9)$$

Despejando a su vez (A2.9) y (A2.7) en (A2.8) se tiene la ecuación final de una catenaria apoyada.

$$X = L - \frac{T_0}{q} \cdot \sinh\left(\cosh^{-1} \frac{T_0 + h \cdot q}{T_0}\right) + \frac{T_0}{q} \cdot \cosh^{-1} \frac{T_0 + h \cdot q}{T_0} \quad (\text{A2.10})$$

A2.2. Expresión General de una línea levantada

Como se explica en el Anexo 1 y en el apartado anterior se tienen las coordenadas de un punto cualquiera:

$$y_p = \frac{T_0}{q} \cdot \cosh\left(\frac{q}{T_0} \cdot x_p\right) \quad (\text{A2.11})$$

$$S_p = \frac{T_0}{q} \cdot \sinh\left(\frac{q}{T_0} \cdot x_p\right) \quad (\text{A2.12})$$

A partir de (A2.11) se tiene que para $x_p = 0$ la ordenada del origen de la curva es $y_p = \frac{T_0}{q}$, que es la constante C de la catenaria, como se ve en la Figura A2.3. Por lo tanto dicho valor de C es:

$$C = \frac{T_0}{q} \quad (\text{A2.13})$$

La distancia S del extremo superior a lo largo de la curva catenaria es S_c y del muerto S_b . Luego la diferencia entre ambas es igual a la longitud total de la línea:

$$L = S_c - S_b = \frac{T_0}{q} \cdot \sinh\left(\frac{q}{T_0} \cdot x_c\right) - \frac{T_0}{q} \cdot \sinh\left(\frac{q}{T_0} \cdot x_b\right) \quad (\text{A2.14})$$

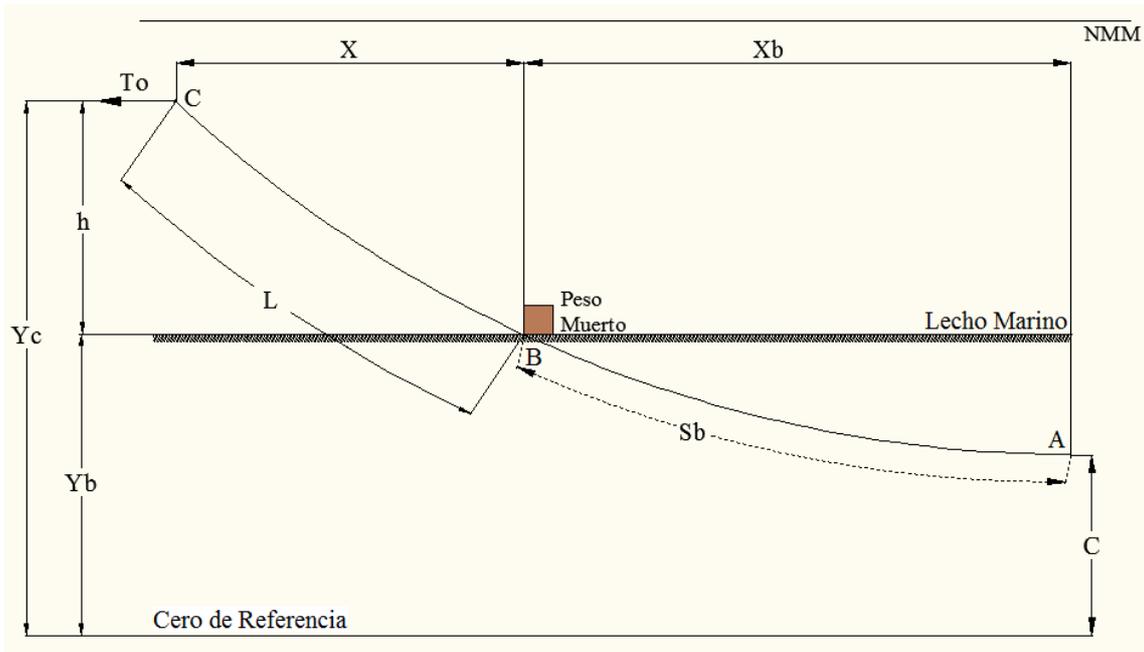


Figura A2.3: Esquema de una catenaria levantada

De la misma forma la ordenada y del extremo superior de la catenaria es y_c y del muerto y_b . Luego la diferencia entre ambas es igual a la altura del extremo superior:

$$h = y_c - y_b = \frac{T_0}{q} \cdot \cosh\left(\frac{q}{T_0} \cdot x_c\right) - \frac{T_0}{q} \cdot \cosh\left(\frac{q}{T_0} \cdot x_b\right) \quad (\text{A2.15})$$

Por otro lado se tiene que la abscisa del extremo superior de la catenaria se puede obtener a partir de la abscisa del muerto x_b y de su distancia horizontal al extremo superior X :

$$x_c = X - x_b \quad (\text{A2.16})$$

A partir de las ecuaciones (A2.14), (A2.15) y (A2.16) se tienen las expresiones definitivas de las catenarias levantadas:

$$0 = L - \frac{T_0}{q} \cdot \left[\sinh\left(\frac{q}{T_0} \cdot (X + x_b)\right) - \sinh\left(\frac{q}{T_0} \cdot x_b\right) \right] \quad (\text{A2.17})$$

$$0 = h - \frac{T_0}{q} \cdot \left[\cosh\left(\frac{q}{T_0} \cdot (X + x_b)\right) - \cosh\left(\frac{q}{T_0} \cdot x_b\right) \right] \quad (\text{A2.18})$$

A2.3. Caso general de tres catenarias

El caso estudiado en el documento principal es el de tres catenarias distribuidas homogéneamente cada 120° , por lo que es necesario relacionar las ecuaciones de cada una de las catenarias entre sí como se muestra en la Figura A2.4 y Figura A2.5.

Para relacionarlas es necesario añadir una serie de ecuaciones. Unas son las resultantes del equilibrio de las fuerzas horizontales de cada catenaria y la fuerza exterior sobre la boya. También las resultantes del equilibrio vertical de las fuerzas de las catenarias, el peso de la boya y el empuje vertical del agua. Por último se añade la relación entre los ángulos de giro de cada una de las catenarias frente al desplazamiento general de la boya.

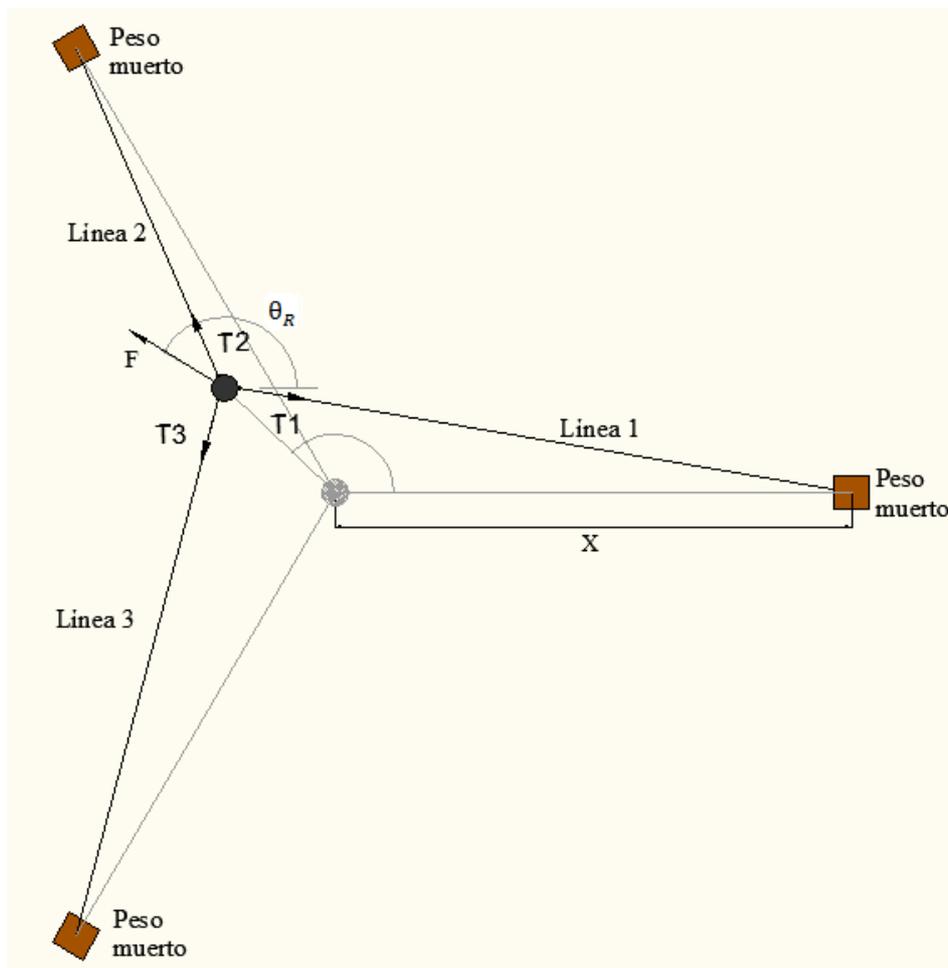


Figura A2.4: Esquema de fuerzas del sistema de tres catenarias

A2.3.1. Ángulos de las catenarias

A partir de la Figura A2.5 se pueden obtener las expresiones de los ángulos que forman las distintas catenarias en una posición cualquiera con su dirección inicial. Las ecuaciones (A2.19), (A2.20) y (A2.21) . representan el ángulo que gira cada catenaria con respecto a la posición de equilibrio cuando la boya se desplaza.

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{\rho \cdot \sin \theta}{X - \rho \cdot \cos \theta} \quad (\text{A2.19})$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \frac{\rho \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{3} - \theta \right)}{X - \rho \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \theta \right)} \quad (\text{A2.20})$$

$$\theta_3 = \tan^{-1} \frac{\rho \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{3} + \theta \right)}{X - \rho \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{3} + \theta \right)} \quad (\text{A2.21})$$

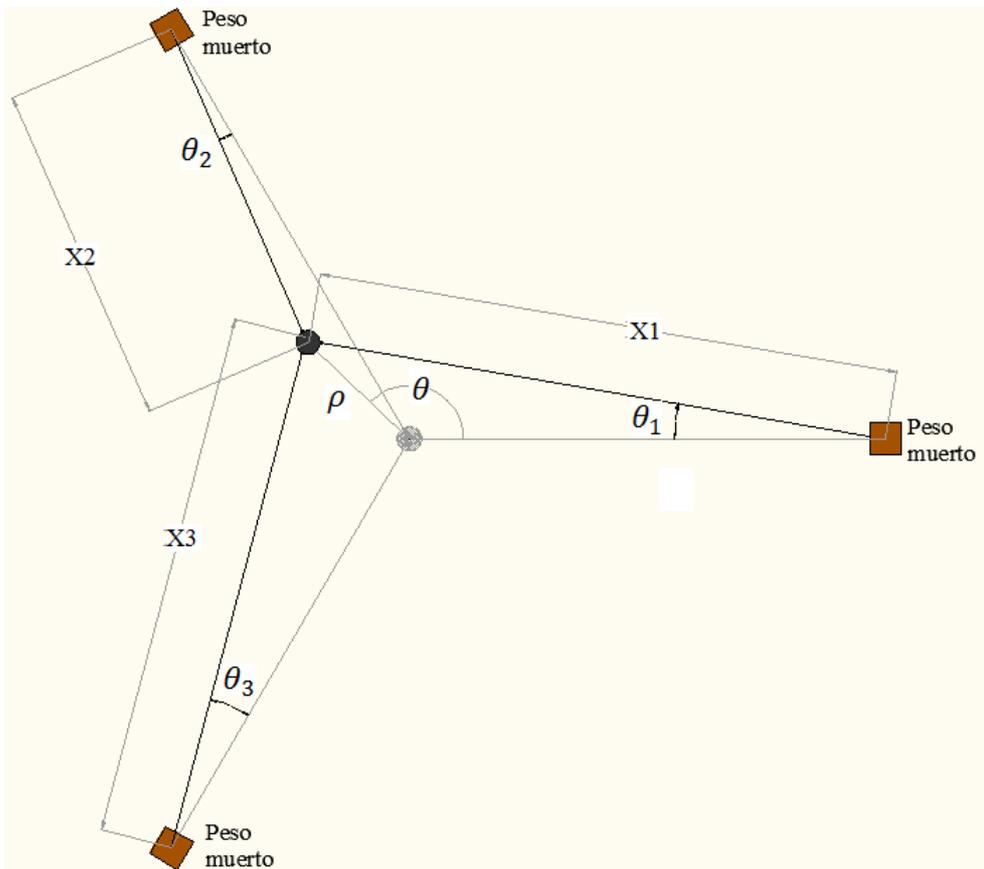


Figura A2.5: Esquema de desplazamientos del sistema de tres catenarias

A2.3.2. Equilibrio horizontal. Proyecciones de las fuerzas.

En la Figura A2.6 se esquematiza la boya y las distintas fuerzas ejercidas sobre ella, las propias de las catenarias y la Fuerza exterior aplicada. A continuación se exponen las ecuaciones:

$$-F \cdot \cos \theta_F = T_1 \cdot \cos(-\theta_1) + T_2 \cdot \cos\left(\theta_2 + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + T_3 \cdot \cos\left(\frac{4 \cdot \pi}{3} - \theta_3\right) \quad (\text{A2.22})$$

$$-F \cdot \sin \theta_F = T_1 \cdot \sin(-\theta_1) + T_2 \cdot \sin\left(\theta_2 + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + T_3 \cdot \sin\left(\frac{4 \cdot \pi}{3} - \theta_3\right) \quad (\text{A2.23})$$

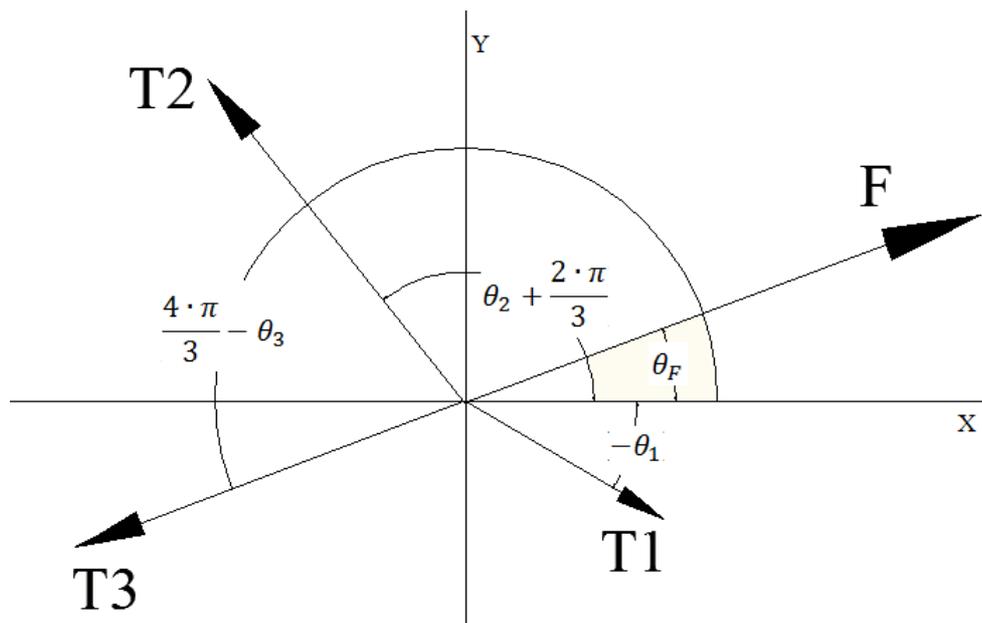


Figura A2.6: Fuerzas aplicadas en la boya

A2.3.3. Equilibrio Vertical. Volumen Desplazado.

Las siguientes ecuaciones definen el equilibrio vertical sobre la boya. El volumen desplazado al descender Δh a partir de su posición de equilibrio es compensado por la variación de las componentes verticales de las fuerzas con respecto a las iniciales.

La fuerza vertical de una línea en el extremo superior T_V es igual al producto del peso lineal por la longitud de la catenaria S_c , sea real o ficticia:

$$T_V = q \cdot S_c \quad (\text{A2.24})$$

Por lo que para una línea cualquiera la fuerza vertical será, a partir de las ecuaciones (A2.3) y (A2.7):

$$T_{Vi} = T_i \cdot \sin\left(\cosh^{-1} \frac{T_i + h \cdot q}{T_i}\right) \quad (\text{A2.25})$$

El volumen desplazado será:

$$\Delta \text{Vol} = \pi r^2 \cdot \Delta h \cdot \rho_a \quad (\text{A2.26})$$

Siendo r el radio de la boya a la altura de la superficie del mar y ρ_a la densidad del agua.

Finalmente, tras igualar el volumen desalojado con la variación de tensiones verticales, las expresiones quedan de la siguiente forma.

$$\begin{aligned} \pi r^2 \cdot \Delta h \cdot \rho = & T_1 \cdot \sin\left(\cosh^{-1} \frac{T_1 + h \cdot q}{T_1}\right) + T_2 \cdot \sin\left(\cosh^{-1} \frac{T_2 + h \cdot q}{T_2}\right) + T_3 \\ & \cdot \sin\left(\cosh^{-1} \frac{T_3 + h \cdot q}{T_3}\right) - 3 \cdot T_0 \cdot \cosh^{-1} \frac{T_0 + h \cdot q}{T_0} \end{aligned} \quad (\text{A2.27})$$

$$h = h_0 - \Delta h \quad (\text{A2.28})$$

Siendo h la altura de los anclajes de la boya en la situación final y h_0 en la situación inicial de equilibrio.

A2.4. Casos particulares

Como se expone en el capítulo 4 se pueden dar cuatro casos particulares para el caso de la determinación del desplazamiento provocado por una fuerza exterior. Dichos casos son: que las tres catenarias estén apoyadas, que estén apoyadas solamente dos, que lo esté solamente una o que estén las tres catenarias levantadas.

Según varíe la magnitud y dirección de la fuerza exterior se puede ir pasando de un caso a otro según se vayan levantando todos los puntos de las catenarias del lecho marino. Normalmente en la situación inicial las tres catenarias se apoyan sobre el lecho marino.

Las incógnitas comunes para todos los casos son: Las fuerzas horizontales de las catenarias T_1 , T_2 y T_3 y los ángulos que forman con sus respectivas direcciones iniciales θ_1 , θ_2 y θ_3 , las coordenadas polares de la boya ρ y θ , y su descenso relativo a la situación de equilibrio Δh . Para el resto de casos, en los que existen catenarias totalmente levantadas, se introducen las incógnitas X_1 , X_2 , X_3 y x_{b1} , x_{b2} , x_{b3} según cada caso particular de catenaria levantada. Dichas variables se pueden ver en las figuras anteriores.

Un dato que es necesario conocer para calcular el descenso es la fuerza vertical que ejercen las cadenas en la posición de equilibrio. Debido a la simetría inicial del sistema es suficiente con conocer la fuerza horizontal T_0 en cualquiera de las líneas despejando de la ecuación (A2.10).

Ajuste de Superficies por Mínimos Cuadrados

A lo largo del documento se ha utilizado el método de ajuste por mínimos cuadrados para ajustar los coeficientes de las diferentes ecuaciones para que los valores de éstas se asimilaran a los datos numéricos conocidos. (Abdi, 2003)

Mínimos cuadrados es una técnica de análisis numérico enmarcada dentro de la optimización matemática, en la que, dados un conjunto de pares ordenados: variable independiente, variable dependiente, y una familia de funciones, se intenta encontrar la función continua, dentro de dicha familia, que mejor se aproxime a los datos (un "mejor ajuste"), de acuerdo con el criterio de *mínimo error cuadrático*.

En su forma más simple, intenta minimizar la suma de cuadrados de las diferencias en las ordenadas (llamadas residuos) entre los puntos generados por la función elegida y los correspondientes valores en los datos. Específicamente, se llama mínimos cuadrados promedio (LMS) cuando el número de datos medidos es uno y se usa el método de descenso por gradiente para minimizar el residuo cuadrado. Se puede demostrar que LMS minimiza el residuo cuadrado esperado, con el mínimo de operaciones (por iteración), pero requiere un gran número de iteraciones para converger.

Desde un punto de vista estadístico, un requisito implícito para que funcione el método de mínimos cuadrados es que los errores de cada medida estén distribuidos de forma aleatoria. El teorema de Gauss-Márkov prueba que los estimadores mínimos cuadrados carecen de sesgo y que el muestreo de datos no tiene que ajustarse, por ejemplo, a una distribución normal. También es importante que los datos a procesar estén bien escogidos, para que permitan visibilidad en las variables que han de ser resueltas. (Plackett, 1935)

La técnica de mínimos cuadrados se usa comúnmente en el ajuste de curvas. Su función principal es la minimización de los errores mayores. Muchos otros problemas de optimización pueden expresarse también en forma de mínimos cuadrados, minimizando la energía o maximizando la entropía.

Sea $\{(x_k, y_k)\}_{k=1}^n$ un conjunto de n puntos en el plano real, y sea $\{f_i(x)\}_{i=1}^m$ una base de m funciones linealmente independientes en un espacio de funciones. Queremos encontrar una función $f(x)$ que sea combinación lineal de las funciones base, de modo que $f(x_k) \approx y_k$, esto es:

$$f(x) = \sum_{j=1}^m c_j f_j(x) \quad (\text{A3.1})$$

Por tanto, se trata de hallar los m coeficientes c_j que hagan que la función aproximante $f(x)$ dé la mejor aproximación para los puntos dados (x_k, y_k) . El criterio de "mejor aproximación" puede variar, pero en general se basa en aquél que minimice una "acumulación" del error individual (en cada punto) sobre el conjunto total. En primer lugar, el error (con signo positivo o negativo) de la función $f(x)$ en un solo punto, (x_k, y_k) , se define como:

$$e_k = y_k - f(x_k) \quad (\text{A3.2})$$

La aproximación por mínimos cuadrados se basa en la minimización del error cuadrático medio o, equivalentemente, en la minimización del radicando de dicho error, el llamado error cuadrático, definido como:

$$E_c(f) = \frac{\sum_{k=1}^n (e_k)^2}{n} \quad (\text{A3.3})$$

Para alcanzar este objetivo, se utiliza el hecho de que la función f debe poder describirse como una combinación lineal de una base de funciones. Los coeficientes de la combinación lineal serán los parámetros que queremos determinar. Por ejemplo, supongamos que f es una función cuadrática, lo que quiere decir que es una combinación lineal, $f(x) = ax^2 + bx + c$, de las funciones $f_1(x) = x^2$, $f_2(x) = x$, y $f_3(x) = 1$, ($m=3$ en este caso), y que se pretende determinar los valores de los coeficientes: a, b, c , de modo que minimicen la suma (S) de los cuadrados de los residuos:

$$S = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - ax_i^2 - bx_i - c]^2 \quad (\text{A3.4})$$

Esto explica el nombre de *mínimos cuadrados*. A las funciones que multiplican a los coeficientes buscados, que en este caso son: x^2, x y 1 , se les conoce con el nombre de funciones base de la aproximación, y pueden ser funciones cualesquiera. Para ese caso general se deduce a continuación la fórmula de la mejor aproximación discreta (i.e. para un conjunto finito de puntos), lineal y según el criterio del error cuadrático medio, que es la llamada *aproximación lineal por mínimos cuadrados*. Es posible generar otro tipo de aproximaciones, si se toman los errores máximo o medio, por ejemplo, pero la dificultad que entraña operar con ellos, debido al valor absoluto de su expresión, hace que sean difíciles de tratar y apenas se usen.

Análisis Adimensional.

Teorema Π de Buckingham

El análisis dimensional proporciona un método para reducir problemas complejos a otros más sencillos antes de obtener una respuesta cuantitativa. El Teorema Π (pi) de Vaschy-Buckingham es el teorema fundamental del análisis dimensional. (Soin, 1997)

El teorema establece que dada una relación física expresable mediante una ecuación en la que están involucradas n magnitudes físicas o variables si dichas variables se expresan en función de k cantidades físicas dimensionalmente independientes, entonces la ecuación original puede escribirse equivalentemente como una ecuación con una serie de $n - k$ números adimensionales construidos con las variables originales.

Este teorema proporciona un método de construcción de parámetros adimensionales, incluso cuando la forma de la ecuación es desconocida. De todas

formas la elección de parámetros adimensionales no es única y el teorema no determina cuáles tienen significado físico.

Una magnitud fundamental o base es una propiedad definida por dos operaciones, una comparación y una suma. La operación comparación determina si dos muestras son iguales o no. La operación suma establece la adición de dos muestras de esa magnitud.

Las magnitudes fundamentales son propiedades para las que los conceptos de igualdad, adición, sustracción, multiplicación por un número adimensional y división por un número adimensional, están definidos para operaciones físicas. Las operaciones para las que no están definidos son: producto, ratio, potencia y funciones logarítmicas, exponenciales, trigonométricas y otras funciones especiales.

Una magnitud fundamental se puede medir en función de una unidad arbitraria y un valor numérico. Una magnitud derivada de primer orden es un producto de potencias de valores numéricos de magnitudes fundamentales. Una magnitud derivada se mide por un valor numérico y no tiene porqué tener una representación física tangible necesariamente.

Base quantities (complete set)

Quantity	SI name	SI Symbol
length, L	meter	m
time, t	second	s
mass, M	kilogram	kg
temperature, T	kelvin	K
current, I	ampere	A
number of elementary particles	mole	mol
luminous intensity	candela	cd

Tabla A4.1: Magnitudes Fundamentales

La dimensión de una magnitud física es una fórmula que define cómo varía el valor de la magnitud cuando cambian sus unidades. La dimensión de una magnitud no indica ninguna información por sí misma de la naturaleza intrínseca de la magnitud.

La dimensión de cualquier magnitud física es una fórmula que define cómo cambia el valor numérico de una magnitud cuando cambian sus unidades. La dimensión por sí misma no proporciona ninguna información de la naturaleza intrínseca de la magnitud. La misma magnitud puede tener diferentes dimensiones en diferentes sistemas de unidades (p.ej. fuerza) y magnitudes físicamente diferentes pueden tener la misma dimensión (p.ej. Momento y trabajo).

Las relaciones entre magnitudes físicas se pueden representar por relaciones matemáticas entre sus valores numéricos. Una ecuación matemática que describe una relación física entre magnitudes es dimensionalmente homogénea. Dichas ecuaciones continúan siendo válidas cuando las unidades cambian arbitrariamente.

La clasificación de magnitudes físicas como base o derivadas es arbitraria. Si una base en concreto se relaciona con otra por una ley universal se puede redefinir la magnitud como derivada. Todas las magnitudes que se transforman en magnitudes derivadas de esta forma conservan sus propiedades físicas originales (operaciones de comparación y suma), pero su valor numérico se mide en función de las magnitudes base restantes, directamente redefiniendo la ecuación o indirectamente usando una unidad derivable a partir del resto de magnitudes base restantes.

Un sistema de unidades se define por magnitudes base, sus unidades y las magnitudes derivadas, cada una con su ecuación de definición o la forma de ley física que se ha usado para introducir la magnitud en la categoría de derivadas.

Derived quantities (incomplete set)

Quantity	Defining equation/law	Dimension	Dimensional Symbol	Name
area	$A = \int dx dy$	L^2	m^2	---
volume	$V = \int dx dy dz$	L^3	m^3	---
frequency	$f = 1/\tau$	t^{-1}	s^{-1}	hertz (Hz)
velocity	$v = dx/dt$	Lt^{-1}	ms^{-1}	---
acceleration	$a = d^2x/dt^2$	Lt^{-2}	ms^{-2}	---
density	$\rho = M/V$	ML^{-3}	$kg\ m^{-3}$	---
force	$F = Ma$	MLt^{-2}	$kg\ m\ s^{-2}$	newton (N)
stress/pressure	$p = F/A$	$ML^{-1}t^{-2}$	$N\ m^{-2} = kg\ m^{-1}s^{-2}$	pascal (Pa)
work/energy	$W = \int F dx$	ML^2t^{-2}	$N\ m = kg\ m^2s^{-2}$	joule (J)
torque	$T = Fl$	ML^2t^{-2}	$N\ m = kg\ m^2s^{-2}$	---
power	dW/dt	ML^2t^{-3}	$J\ s^{-1} = kg\ m^2s^{-3}$	watt (W)
charge	$Q = \int I dt$	It	$A\ s$	coulomb (C)

Tabla A4.2: Magnitudes Derivadas

Pasos del análisis dimensional y Teorema de Buckingham

La premisa de un análisis dimensional es que la forma de cualquier ecuación tiene que ser tal que la relación entre las magnitudes físicas actuales permanece válida independientemente de las magnitudes de las unidades base.

Dada una magnitud física Q_o que es una variable dependiente en un proceso físico y una vez que se definen todas las magnitudes de dicho proceso el valor de Q_o es directo.

Paso 1: Las variables independientes

Lo primero y más importante es identificar el conjunto de magnitudes independientes $Q_1 \dots Q_n$, que determinan en valor de Q_o .

$$Q_o = f(Q_1, Q_2 \dots Q_n) \tag{A4.1}$$

El conjunto $Q_1 \dots Q_n$, es completo si una vez que se especifican sus valores ninguna otra magnitud puede afectar el valor de Q_0 independiente del valor de cada término se puede ajustar arbitrariamente sin afectar el valor de cualquier otro término.

Elegir un buen conjunto de variables independientes es importante, pues si el punto de inicio es incorrecto también lo será su solución.

La relación expresada en la ecuación A4.1 es el resultado de las leyes físicas que gobiernan el fenómeno en cuestión. Una vez que los valores $Q_1 \dots Q_n$ están especificados la igualdad se mantiene sin importar las magnitudes de las unidades base.

Paso 2: Consideraciones dimensionales

Posteriormente se hace una lista con la variable dependiente Q_0 y las variables independientes $Q_1 \dots Q_n$. La dimensión de una magnitud depende del tipo de sistema de unidades (ver tabla). Se debe especificar al menos un tipo de sistema de unidades.

Base quantities and their dimensions in three types of system of units

	Type 1	Type 2	Type 3
Base quantities & dimensions	L, M, t	L, F, t	L, M, F, t

Dimensions of some derived quantities

velocity = dx/dt	Lt^{-1}	Lt^{-1}	Lt^{-1}
acceleration = d^2x/dt^2	Lt^{-2}	Lt^{-2}	Lt^{-2}
mass	M	Ft^2L^{-1}	M
area = $\int dx dy$	L^2	L^2	L^2
force	MLt^{-2}	F	F
$c = F/ma$ in Newton's law	$c=1$	$c=1$	$FM^{-1}L^{-1}t^2$
work = $\int F dx$	ML^2t^{-2}	FL	FL
stress = F/A	$ML^{-1}t^{-2}$	FL^{-2}	FL^{-2}
viscosity = $\tau/(\partial u/\partial y)$	$ML^{-1}t^{-1}$	$FL^{-2}t$	$FL^{-2}t$

Tabla A4.3: Sistemas de Unidades

Ahora se puede coger un subconjunto completo, dimensional e independiente $Q_1 \dots Q_k$ ($k < n$) del conjunto entero de variables independientes $Q_1 \dots Q_n$ y expresar la dimensión de cada una de las variables independientes $Q_{k+1} \dots Q_n$ y la variable dependiente Q_0 como el producto de $Q_1 \dots Q_k$. Todas las magnitudes físicas tienen dimensiones que se pueden expresar como producto de potencias del conjunto de magnitudes fundamentales.

$$[Q_i] = L^l \cdot M^m \cdot t^t \quad (\text{A4.2})$$

También es posible expresar la dimensión de una magnitud como el producto de potencias de las dimensiones de otras magnitudes, no necesariamente magnitudes fundamentales.

Un subconjunto $Q_1 \dots Q_k$ del conjunto $Q_1 \dots Q_n$ es *dimensionalmente independiente* si ninguno de sus términos tiene una dimensión que pueda ser expresada en función de las dimensiones de los términos restantes. Y dicho subconjunto es *completo* si las dimensiones de las magnitudes restantes $Q_{k+1} \dots Q_n$ pueden expresarse en función del subconjunto $Q_1 \dots Q_k$.

Cómo la ecuación (A4.1) es dimensionalmente homogénea, la dimensión de la variable independiente Q_0 se puede expresar en función de $Q_1 \dots Q_k$.

El subconjunto independiente $Q_1 \dots Q_k$ se elige mediante prueba y error. Sus términos se pueden escoger de diferentes formas, pero el número k de magnitudes dimensionalmente independientes en el conjunto $Q_1 \dots Q_n$ es único y no puede superar el número de magnitudes fundamentales que aparecen en las magnitudes de dicho conjunto.

Una vez elegido un conjunto dimensionalmente independiente $Q_1 \dots Q_k$ se pueden expresar las dimensiones de Q_0 y de las magnitudes restantes $Q_{k+1} \dots Q_n$ en función de $Q_1 \dots Q_k$. Tendrán la siguiente forma:

$$[Q_i] = [Q_1^{N_{i1}} + Q_2^{N_{i2}} + \dots + Q_k^{N_{ik}}] \quad (\text{A4.3})$$

Si $i > k$ ó $i = 0$.

Los exponentes N_{ij} son números reales adimensionales que se pueden obtener por tanteo. De todas formas también se puede usar un método algebraico para su resolución.

Dicho método se puede mostrar con un ejemplo donde L, M y T son las únicas magnitudes fundamentales. Se toma Q_1, Q_2 y Q_3 como un subconjunto dimensionalmente independiente. Igualando las ecuaciones (A4.2) y (A4.3). Se obtienen las siguientes tres ecuaciones, que se pueden resolver para las tres incógnitas N_{i1}, N_{i2} y N_{i3}

$$l_i = \sum_{j=1}^3 N_{ij} l_{ij} \quad (\text{A4.4})$$

$$m_i = \sum_{j=1}^3 N_{ij} m_{ij} \quad (\text{A4.5})$$

$$t_i = \sum_{j=1}^3 N_{ij} t_{ij} \quad (\text{A4.6})$$

Paso 3: Variables adimensionales

Ahora se definen las formas adimensionales de las $n - k$ variables independientes restantes dividiendo cada una de ellas por el producto de potencias $Q_1 \dots Q_k$, que tienen la misma dimensión.

$$\Pi_i = \frac{Q_{k+i}}{Q_1^{N_{(k+i)1}} \cdot Q_2^{N_{(k+i)2}} \dots Q_k^{N_{(k+i)k}}} \quad (\text{A4.7})$$

dónde $i = 1, 2, \dots, n - k$

Paso 4: Th II de Buckingham

Una forma alternativa a la ecuación (A4.1) es:

$$\Pi_o = f(Q_1, Q_2, \dots, Q_k; \Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-k}) \quad (\text{A4.8})$$

dónde todas las magnitudes son adimensionales excepto $Q_1 \dots Q_k$.

Los valores de las magnitudes adimensionales son independientes de las unidades fundamentales. Por otro lado, los valores de $Q_1 \dots Q_k$ dependen de su magnitud fundamental y no se pueden poner de forma adimensional por ser dimensionalmente independiente unas de otras.

Partiendo de la base de que una ecuación con sentido físico tiene que ser dimensionalmente homogénea, $Q_1 \dots Q_k$ no deberían aparecer en la ecuación (A4.8). Quedaría entonces de la siguiente forma:

$$\Pi_o = f(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-k}) \quad (\text{A4.9})$$

Ésta sería la ecuación final del análisis dimensional.

El enunciado del teorema Π de Buckingham tiene la siguiente forma:

“Cuando una relación completa entre magnitudes físicas dimensionales se expresa de forma adimensional, el número de magnitudes independientes que aparecen en ella se reduce de las n originales a $n - k$, donde k es el número de variables independientes de las n originales”

Guía de Uso del Software de Elementos Finitos. DNV SESAM.

A continuación se realiza una descripción del funcionamiento del SESAM y una pequeña guía de uso de cada uno de los módulos que lo conforman, GeniE, HydroD y DeepC.

A5.1 GeniE

El primer módulo del SESAM es el GeniE, con él se va han crear dos modelos para cada una de las boyas. El primer modelo es el llamado “Panel Model”, solo contiene la superficie exterior que está en contacto con el agua. Sirve para que sea aplicada en él la presión hidrostática del agua en el HydroD. El segundo es el “Structural Model”, que es un modelo completo que contiene todos los elementos de las boyas referentes a pesos y centros de gravedad y que incluye al “Panel Model”.

A5.1.1 Inicio

Lo primero que es necesario hacer al comenzar un nuevo trabajo es definir el lugar de archivo del mismo y las unidades en las que se va a trabajar. Para ello hay que rellenar un cuadro como el de la Figura A5. que aparece al crear un nuevo trabajo. Para evitar problemas de compatibilidad con los diferentes módulos es recomendable establecer la unidad de fuerza en N.

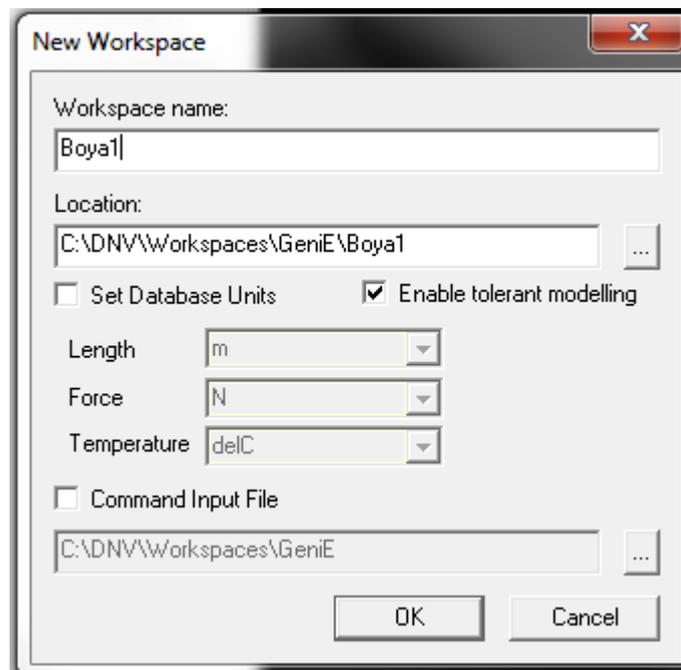


Figura A5.1: Cuadro de inicio en el que se establecen las unidades

El GeniE permite también introducir las órdenes directamente a través de la línea de comandos. El programa estructura los diferentes elementos y propiedades en carpetas que cuelgan de un directorio principal con el nombre del trabajo creado como se muestra en la Figura A5.2: .

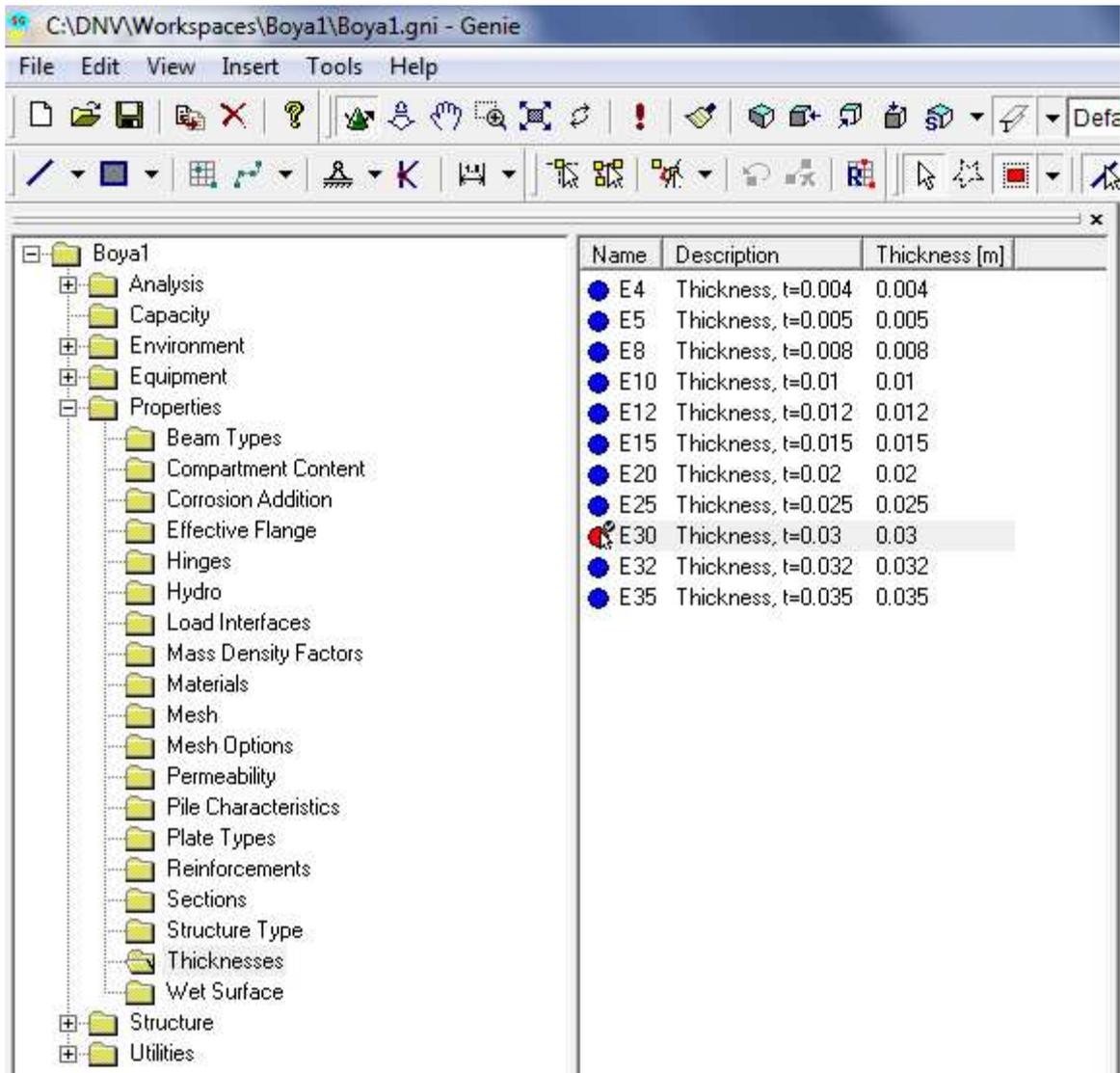


Figura A5.2: Directorio de trabajo del GeniE

A5.1.2 Propiedades de los materiales

Para comenzar es necesario definir las propiedades de los materiales que se van a utilizar en la modelación. En el caso que nos ocupa únicamente se utilizará acero estructural. Una vez creado lo se establecerá como material por defecto. (Boya / Properties / Materials)

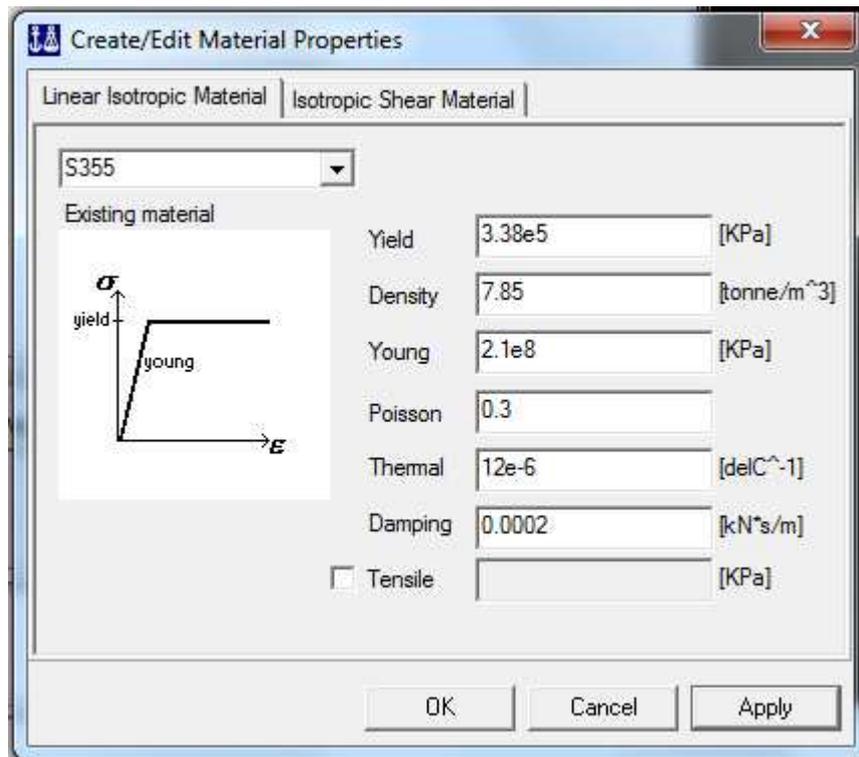


Figura A5.3: Cuadro de introducción de propiedades de los materiales

A5.1.3 Definición de espesores

Para poder crear chapas o placas de los materiales ya creados hay que definir la gama de espesores que se van a utilizar para asignárselo a cada chapa. No es necesario definir todos los espesores al inicio sino que se pueden ir agregando según sea necesario. Al igual que en las propiedades de los materiales se define un caso por defecto, en este caso el espesor de 3 cm. (Boya / Properties / Thickness)

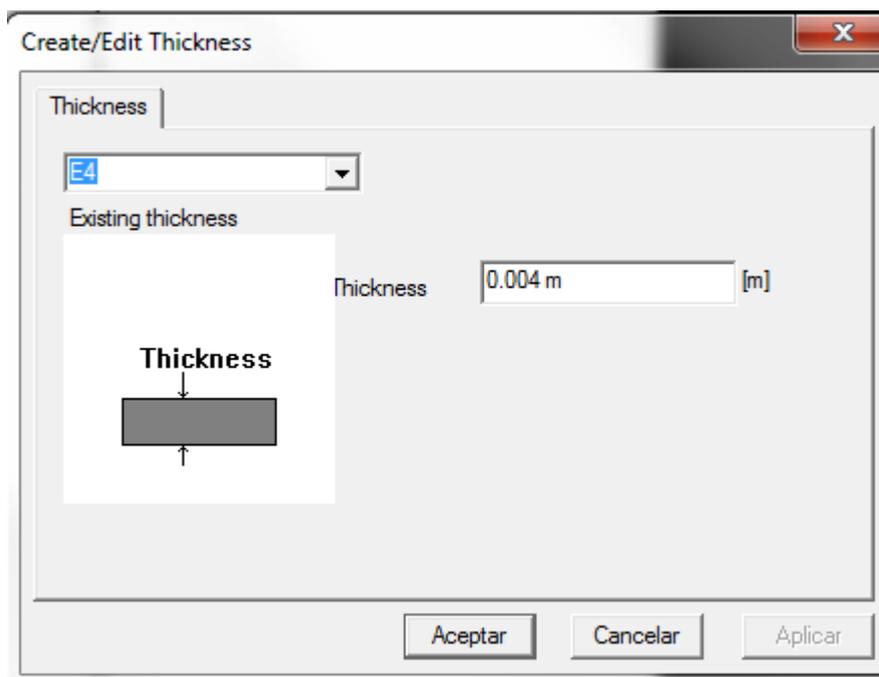


Figura A5.4: Cuadro de definición de nuevos espesores

A5.1.4 Creación de paneles

Como se ha indicado anteriormente hay tener claro es que queremos exportar dos modelos al HydroD, uno el “Panel Model”, que es la superficie en contacto con el agua y otro el Estructural Model que incluye toda la boya (incluyendo el “Panel Model”) y que contiene todas las características, como masa, cdg, etc.

Primero se crea el Panel Model se guarda y se exporta. Luego a partir de ese archivo se continúa hasta llegar al Estructural Model.

Geometría Auxiliar:

Para comenzar a crear la estructura primero hay que crear líneas y planos auxiliares. Con la geometría auxiliar se representan los puntos que posteriormente serán utilizados como referencia para crear los paneles. Éstas líneas y planos se pueden copiar y trasladar sin restricciones. (Insert / Guiding Geometry / Guide Plane Dialog)

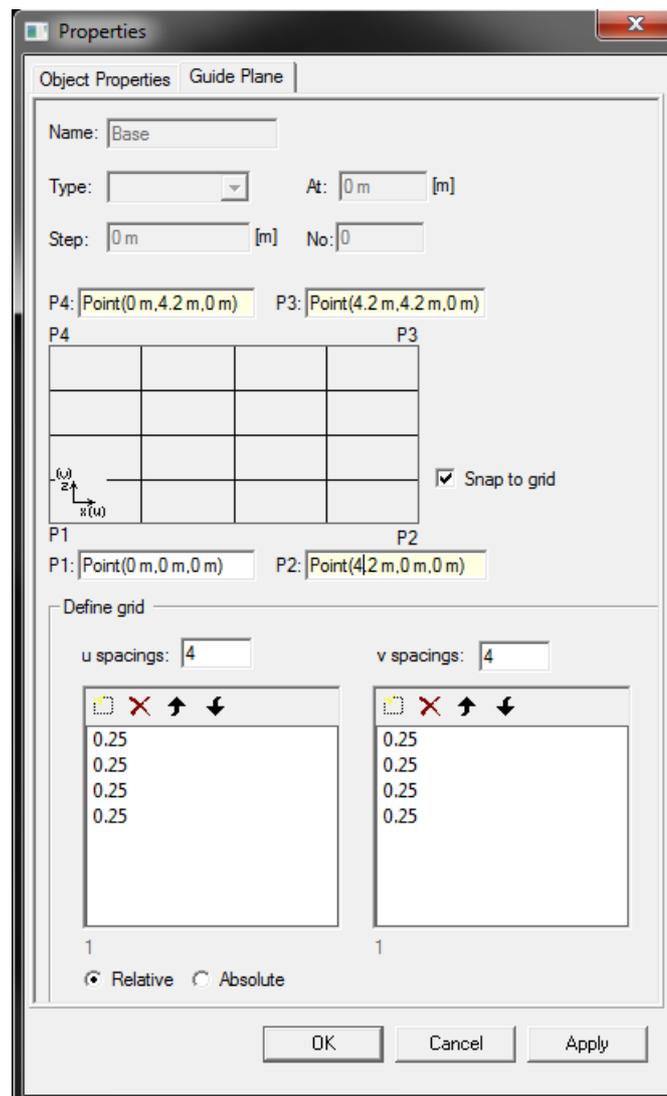


Figura A5.5: Interfaz de inserción de plano auxiliar de geometría.

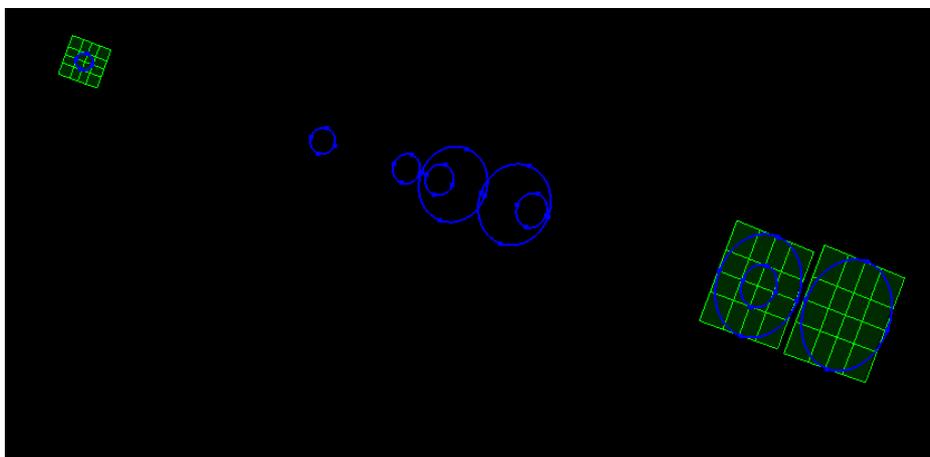


Figura A5.6: Planos y líneas de geometría de la boya 1

Estructura:

Una vez que se tiene la geometría auxiliar se trata de introducir sobre ella los paneles que forman la estructura. Al estar en “Panel model” solamente se crean los paneles correspondientes a éste. Para crear las superficies se utiliza el comando “Skin/Loft curves” (Insert / Plate / Skin/Loft Curves)

Los paneles circulares planos de las bases no se pueden hacer de esta manera y hay que recortar una placa cuadrada (Insert / Plate / Flat Plate) con el comando divide a partir de la intersección con una superficie “Skin/Loft”. Una vez separadas las partes se eliminan las no deseadas. (Botón dcho. / Divide).

Para facilitar el modelado es posible ocultar los elementos que se desee (Botón dcho. / Visible Mode) o seleccionar varios elementos al mismo tiempo (Shift / Seleccionar)



Figura A5.7: Vista del “Panel Model”

Sets:

Son conjuntos de paneles creados para modificar sus características de forma conjunta. Será necesario crear un nuevo set y nombrarlo “Panel Model”. (Se selecciona todo / Botón dcho. / Named Set).

No hay que olvidar asignar el tipo de material y el espesor a cada set. (Botón Dcho / Properties / Material ó Thickness / Apply)

Superficie Húmeda

Está formada por las caras de las superficies del panel model que están en contacto con el agua. Una vez creada la superficie húmeda es aplicada al set creado anteriormente. Antes de aplicarse emerge una ventana para indicar a que cara de las superficies seleccionadas se le aplica la propiedad. Hay que comprobar que la superficie de la base inferior esté bien orientada, ya que normalmente queda al revés. (Properties/ Wet Surface / Botón dcho. / Apply Wet Surface to selection).



Figura A5.8: Interfaz de selección de cara sobre la que aplicar la superficie húmeda.

Cargas aplicadas:

Una vez creados los paneles sobre la geometría auxiliar y definida la superficie húmeda se podrán insertar las cargas a las que se ve sometida la estructura. Para introducirlas se definen diversos casos de carga que representarán una o varias acciones a la vez. (Insert / Load Case)

Para el “Panel Model” sólo se tendrá en cuenta la presión hidrostática del agua, por tanto se creará un solo caso de carga, en este caso LC1. Al crear el caso se deberá activar la pestaña “Dummy Hydro Pressure” en la ventana emergente y seleccionar la superficie húmeda (WS1) ya creada sobre la que se aplicará dicha carga hidrostática.

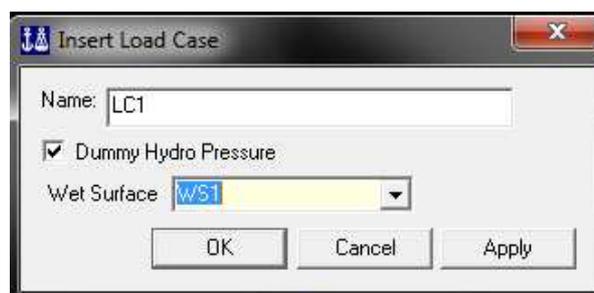


Figura A5.9: Interfaz de introducción de casos de carga

Crear Mallado:

Para poder aplicar las fuerzas sobre la superficie húmeda de los paneles creados es necesario definir un mallado para la aplicación del método de los elementos finitos. Se trata de definir el tamaño de mallado y su forma de crecimiento. (Properties / Mesh / New Mesh property)

El tamaño de la malla para el “Panel Model” será de 16 cm. Para la boya Idermar I y 25 cm para la boya Idermar II. (Si se malla sólo un cuarto se puede bajar la malla a 10 cm). Una vez creado se selecciona toda la superficie de paneles y se los aplica el mallado. Posteriormente se podrán crear diferentes tipos de mallado y aplicarlos a diferentes partes de la estructura. (Properties / Mesh / Botón Dcho sobre MallaPaneles / Apply Mesh property to selection) Hay que prestar atención a no obtener más de 15000 paneles, que es el límite de la licencia disponible.

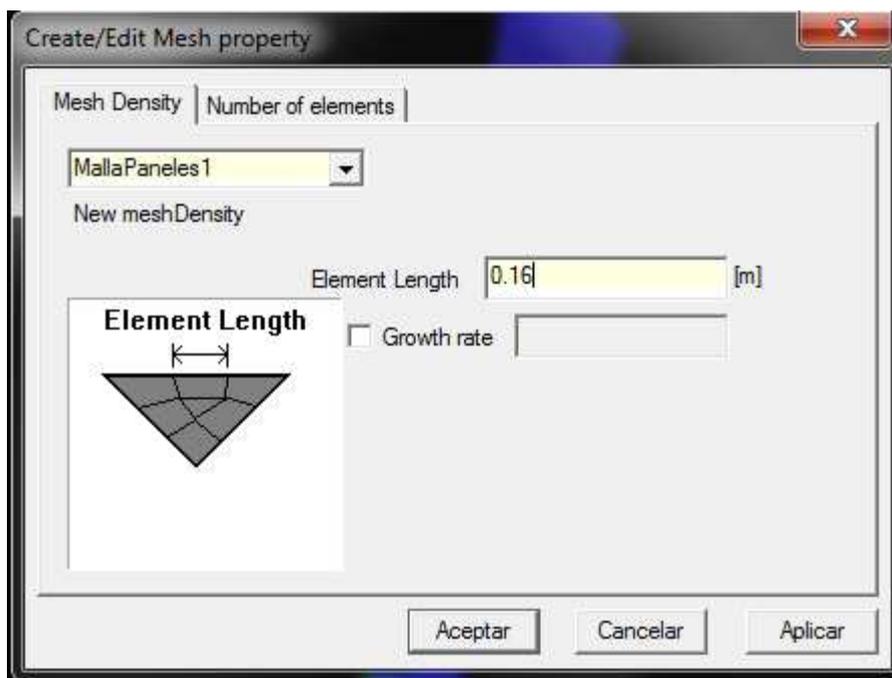


Figura A5.10: Interfaz de definición del mallado de los paneles.

Análisis:

Una vez definido el mallado se define un análisis que administrará los casos de carga y el mallado creados hasta este momento. (Analysis / Botón Dcho sobre Activities / New Analysis)

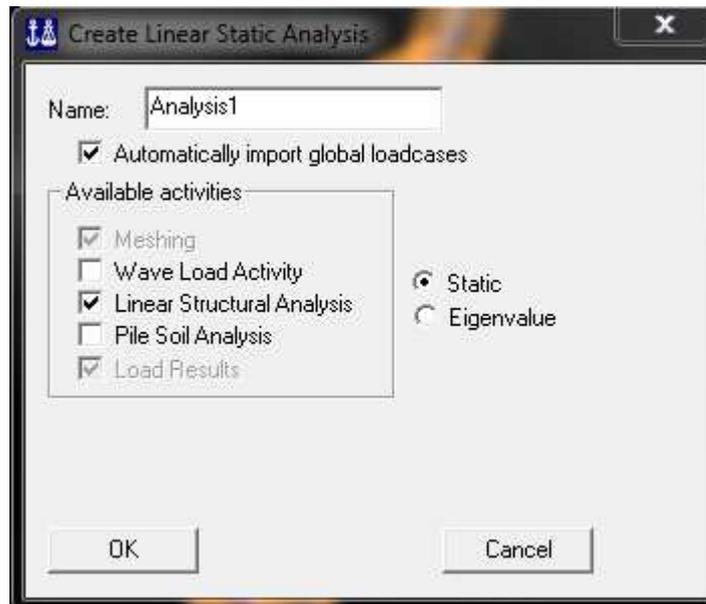


Figura A5.11: Creación de un nuevo análisis.

Una vez creado el análisis hay que crear una actividad de mallado, ahí se selecciona el “subset” de paneles a mallar y se definen los ajustes de mallado como se ve en las Figura A5.12y Figura A5.13. En la ventana de “Meshing Rules” el “superelement type” debe estar en 1. (Analysis / Activities / Analysis1 / Botón Dcho sobre Analysis1.step(1) / Edit Mesh Activity).

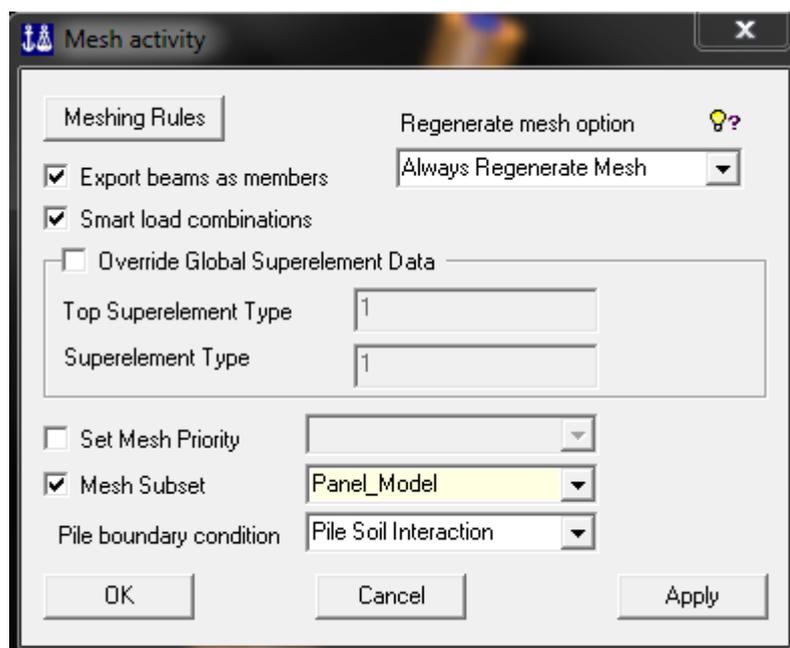


Figura A5.12: Selección del panel de mallado.

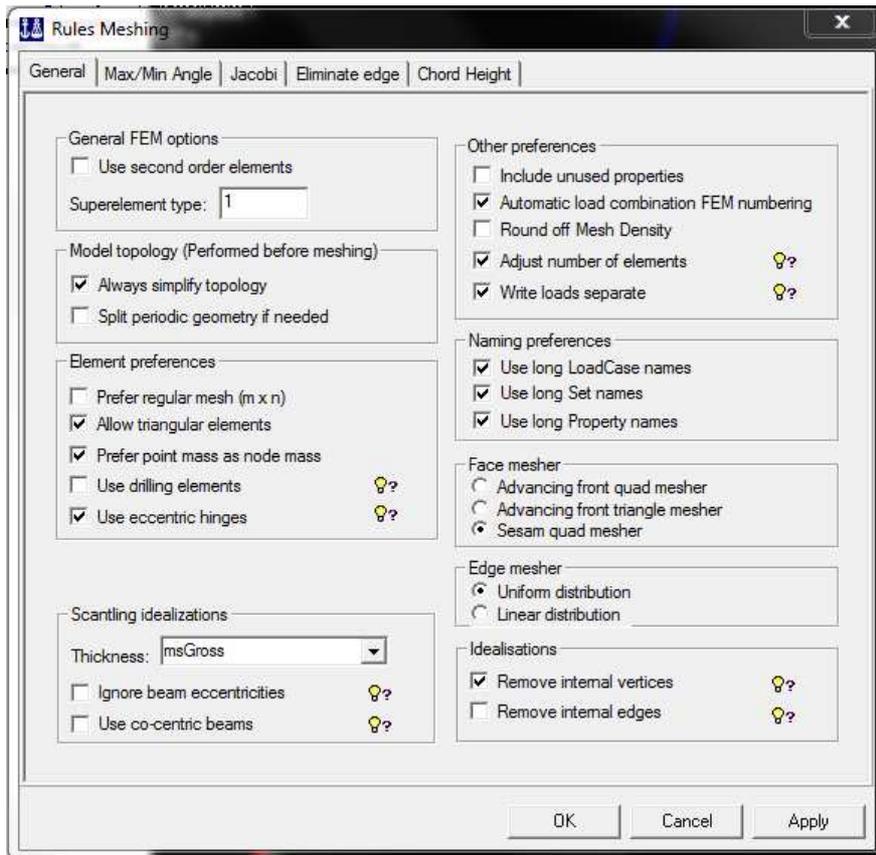


Figura A5.13: Definición de los ajustes de mallado.

Una vez creado y aplicado el mallado sobre la superficie deseada se ejecuta el comando Alt+M para realizar el mallado. Para ver el mallado hay que ir a la pestaña “Display” y seleccionar “Mesh- All”. Para finalizar se exporta el modelo de elementos finitos. Por defecto sale con la extensión T1.FEM (File / Export \ FEM File)

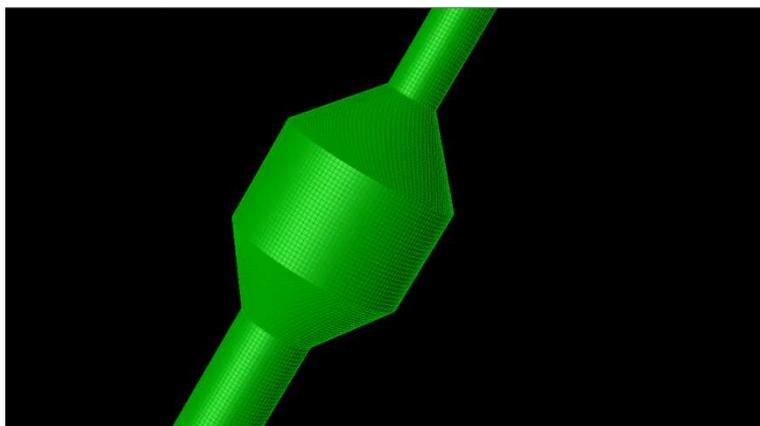


Figura A5.14: Mallado de la superficie húmeda.

A5.1.5 Creación del modelo estructural

Una vez creado el modelo de paneles y exportado el archivo FEM se continúa con el archivo hasta completar la estructura.

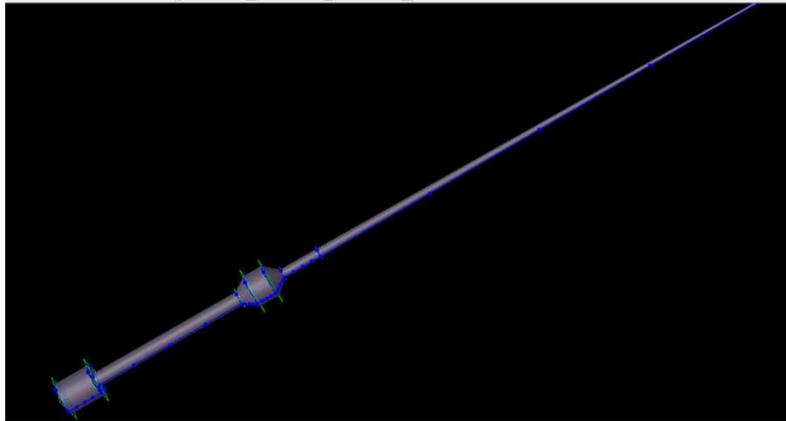


Figura A5.15: Estructura completa.

Estructura:

Hay que completar la estructura superior y crear compartimentos en el tanque de lastre. También hay que crear discos para ajustar los pesos y los cdg de cada parte de la boya una vez modelada completamente. No hay que olvidar definir los materiales y los espesores de los nuevos elementos.

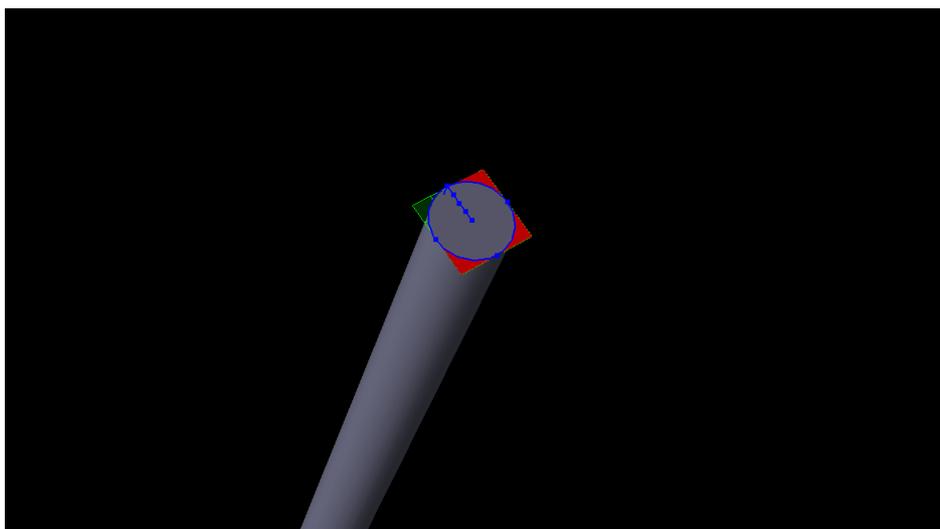


Figura A5.16: Recorte de la placa superior.

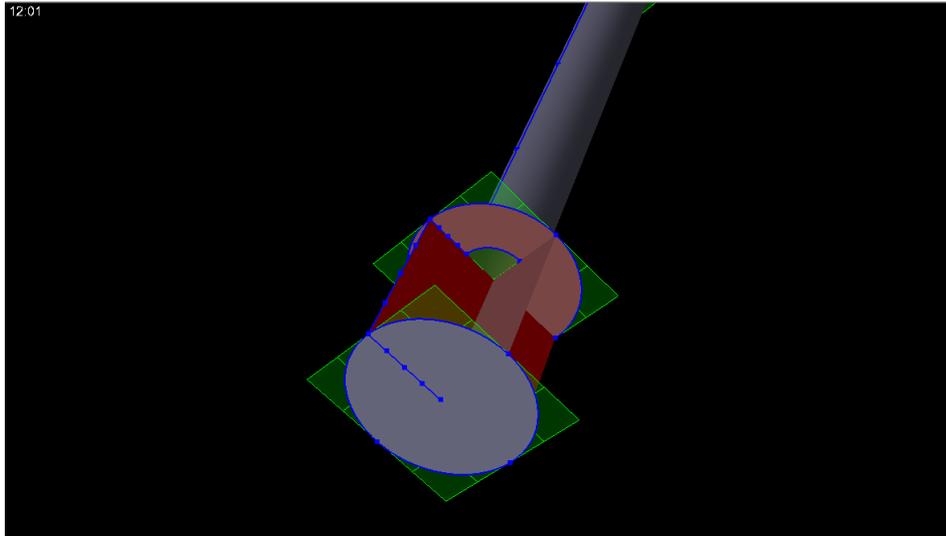


Figura A5.17: Paneles de los compartimentos.

Sets:

Una vez que se tiene la estructura completa se crean más “sets” con las diferentes partes de la estructura para luego poder ajustar las masas. Para ajustar los pesos del modelo a los de la realidad hay dos opciones, la primera es cambiar el espesor de las chapas o utilizar el “Scale Mass density” a los diferentes “sets”. El objetivo es hacer coincidir la masa, el cdg y la inercia del modelo con la boya real. Lo recomendable es ajustar primero el cdg y la inercia, y la masa que falte se añade al disco situado en el cdg. Para conocer el cdg y la masa de cada elemento o “set” hay que seleccionar “Centre of Gravity” con el botón dcho. (Utilities / Sets / Botón Dcho / Scale Mass Density)

También hay que crear un set que englobe toda la boya. Esto se utilizará posteriormente en el mallado. (Seleccionar todo / Botón Dcho / Named Set)

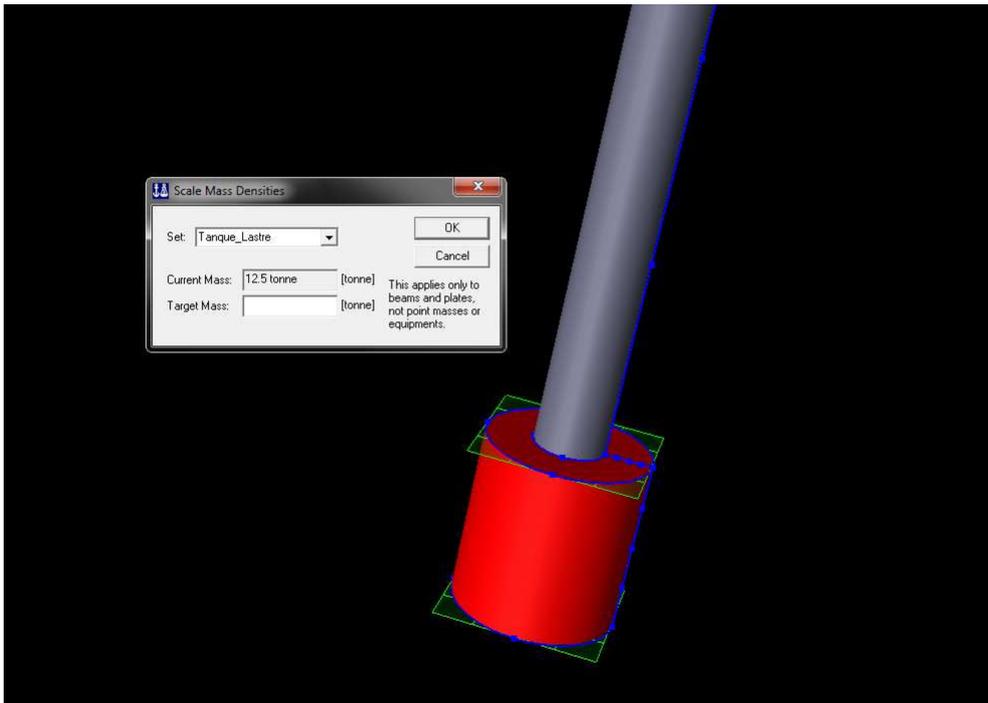


Figura A5.18: Ajuste de masa de los del tanque de lastre.

Compartimentos:

Son compartimentos dentro del tanque de lastre que sirven para albergar el lastre que servirá para equilibrar la boya. (Insert / compartment manager)

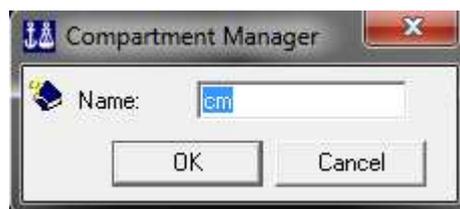


Figura A5.19: Ventana de gestor de compartimentos

Load Cases:

Una vez definida toda la geometría se puede insertar los casos de carga que no fueron introducidos en el “Panel Model”. Estas cargas son las hidrostáticas del lastre sobre el interior de los compartimentos. Se crea un caso de carga para cada uno de los compartimentos, en este caso son 4, los lo tanto serán los casos de carga LC2, LC3, LC4 y LC5. (Analysis / Load cases / Botón dcho / New Loadcase)

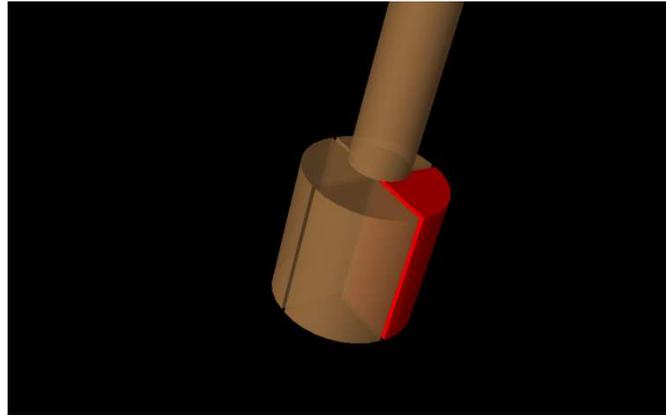


Figura A5.20: Vista de los compartimentos creados automáticamente

Los pasos para definir cada caso de carga son los siguientes. Primero hay que activar el caso de carga deseado. (Analysis / Load cases / Botón dcho sobre el caso concreto / Set current). A continuación se selecciona sobre la pantalla con la vista puesta en “compartments” el compartimento sobre el que se va a aplicar la carga y se editan sus propiedades. (Botón derecho / Properties / Compartment Loads). Se selecciona “Dummy hidro pressure” en la pestaña desplegable como se muestra en la Figura A5.21. Finalmente se crea un análisis para los nuevos casos de carga LC2, LC3, LC4 y LC5 y se generan las cargas aplicadas. (Analysis / Activities / Analysis2 / Selección de los casos de carga / Botón dcho / Generate Applied Loads). Para quitar algún caso no deseado del análisis. (Botón dcho / Exclude from Analysis)

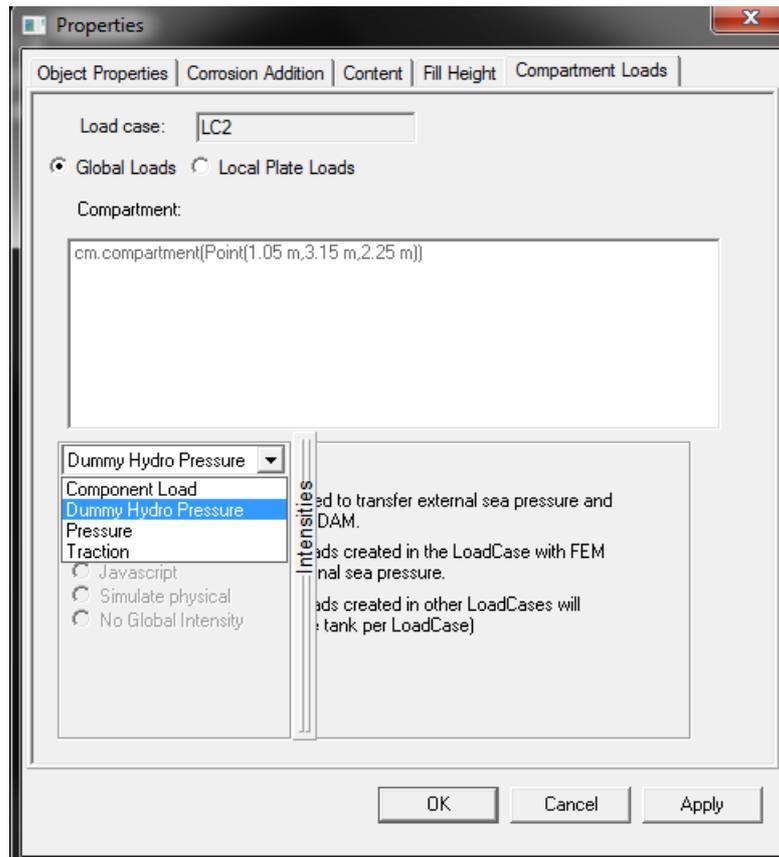


Figura A5.21: Selección de presión hidrostática como carga de los compartimentos.

Mallado

Al igual que en el “Panel model” hay que asignar un mallado a toda la estructura (incluido el Panel Model). Cómo en este caso se quiere un nuevo tamaño de malla habrá que crear dos nuevos mallados. De 20 cm para el modelo estructural de la boya 1 y de 30 cm para el modelo estructural de la boya 2. (Properties / Mesh / Botón dcho en el panel vacío / New Mesh Property)

Una vez definido el nuevo mallado se aplica a toda la estructura. (Botón dcho / Applied Mesh Properties to selection). Para configurar los ajustes de mallado hay que abrir la ventana de “Mesh Activity”. (Analysis / Activities / Analysis2.step(1) / Edit Mesh Activity)

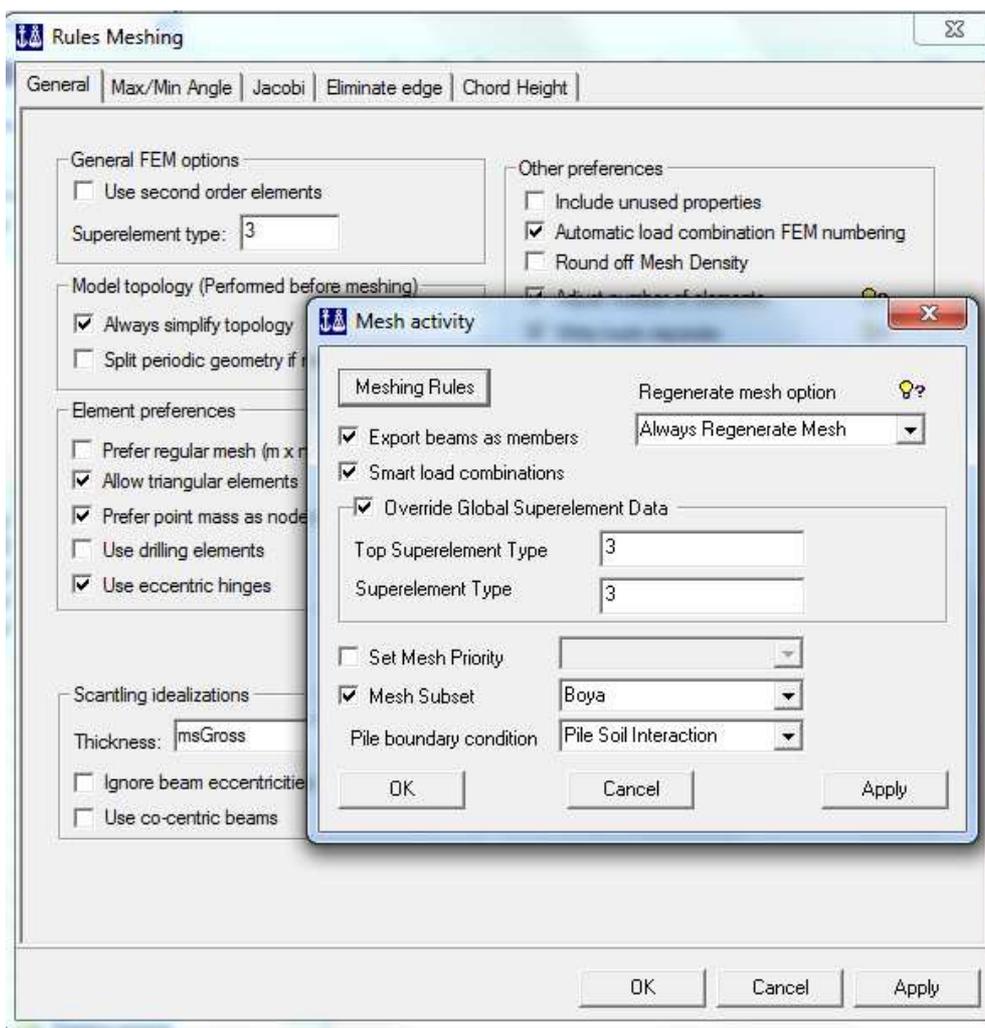


Figura A5.22: Interfaz de “Mesh Activity”

A diferencia del “Panel Model” hay que seleccionar como “subset” el “set” de toda la estructura. Hay que establecer el “Superelement type” en la ventana de “Meshing Rules” y activar la pestaña de “Override Global Superelement Data” en la pestaña de “Mesh Activity” para poder cambiar tanto “Top Superelement Type” como “Superelement Type” también a 3 tal y como se muestra en la Figura A5.22

Por último se ejecuta el comando Alt+M para mallar y se exporta el archivo FEM. Al exportar aparece por defecto el nombre terminado en T3 y con la extensión .FEM. (File / Export / FEM File)

Con esto quedaría terminada la creación del modelo estructural. No es posible seguir con el cálculo debido a que no se han definido condiciones de contorno.

A5.2 HydroD

Este módulo de SESAM permite incorporar las condiciones de contorno a los modelos de elementos finitos creados en el GeniE.

A5.2.1 Inicio

Al igual que en el GeniE lo primero es crear un nuevo espacio de trabajo y definir las unidades en las que será definido el modelo. El HydroD tiene un asistente que guía al usuario durante todo el proceso. Es conveniente dejar las unidades en N para que no haya problemas de incompatibilidad con el GeniE, aunque éste se haya definido en KN. (Tools / New Wadam Wizard)

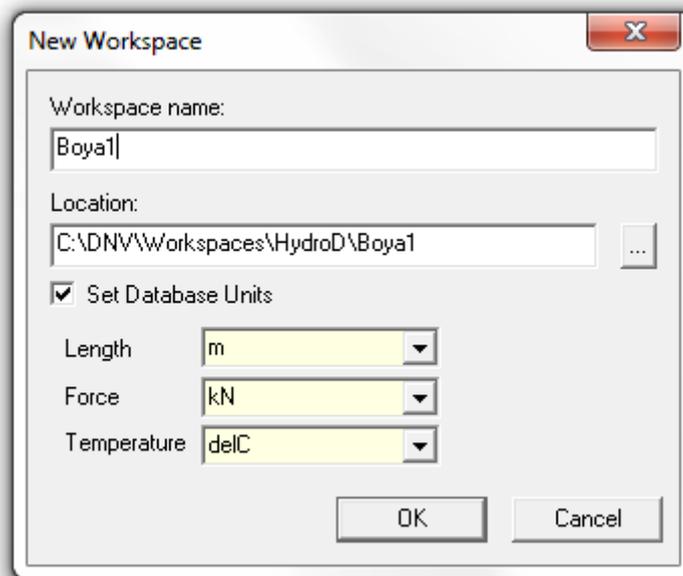


Figura A5.23: Definición de las unidades de trabajo

Una vez en el asistente se debe indicar el tipo el modo en el que queremos considerar los elementos de la estructura a introducir. El modelo óptimo para modelar una boya es “Panel Model”.

Panel Model

Es necesario definir las características de la modelación activando o desactivando las pestañas según sea el caso como se ve en la Figura A5.24. Para el caso de las boyas objeto de este trabajo será conveniente operar en el dominio de la frecuencia.

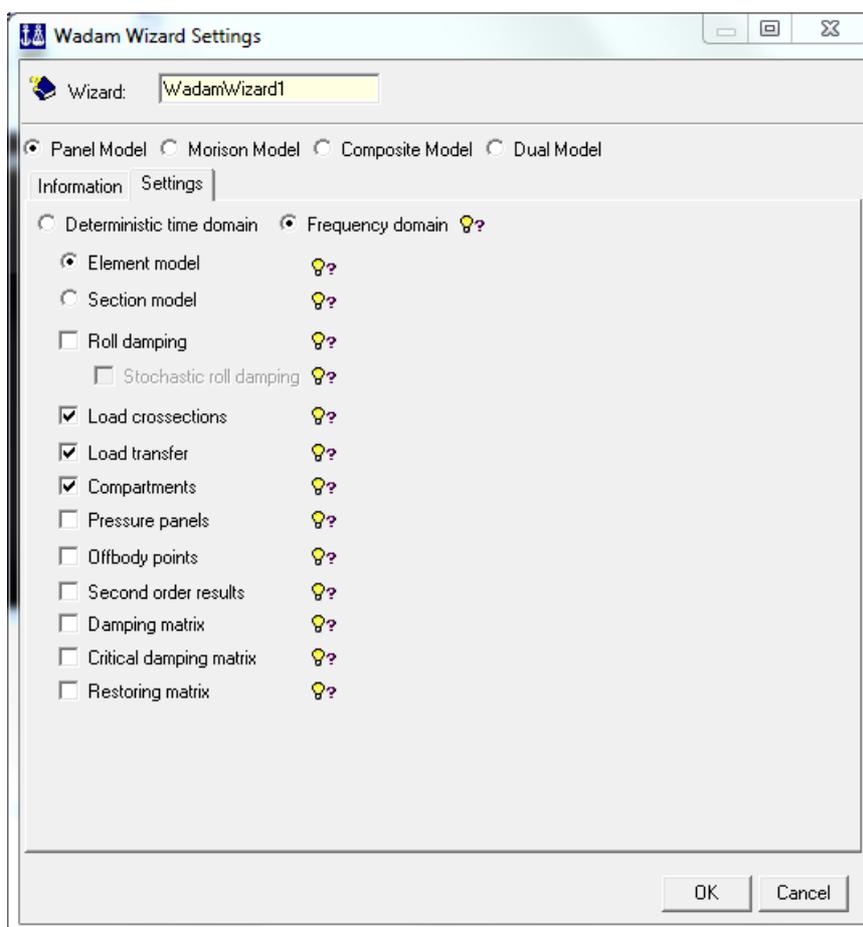


Figura A5.24: Interfaz del Panel Model

Direction Set

En este apartado se definen las diferentes direcciones que serán consideradas para los cálculos. Se han tomado para este caso direcciones cada 15° como se puede ver en la Figura A5.25. Debido a la simetría basta con definir las direcciones de los primeros 60°. (First Step / Create Direction Set / Fill table)

Frecuencia

Se definen las frecuencias consideradas análogamente a como se hizo en las direcciones. (Next Step (2 of 19) / Create frequency Set / Period / Fill table)

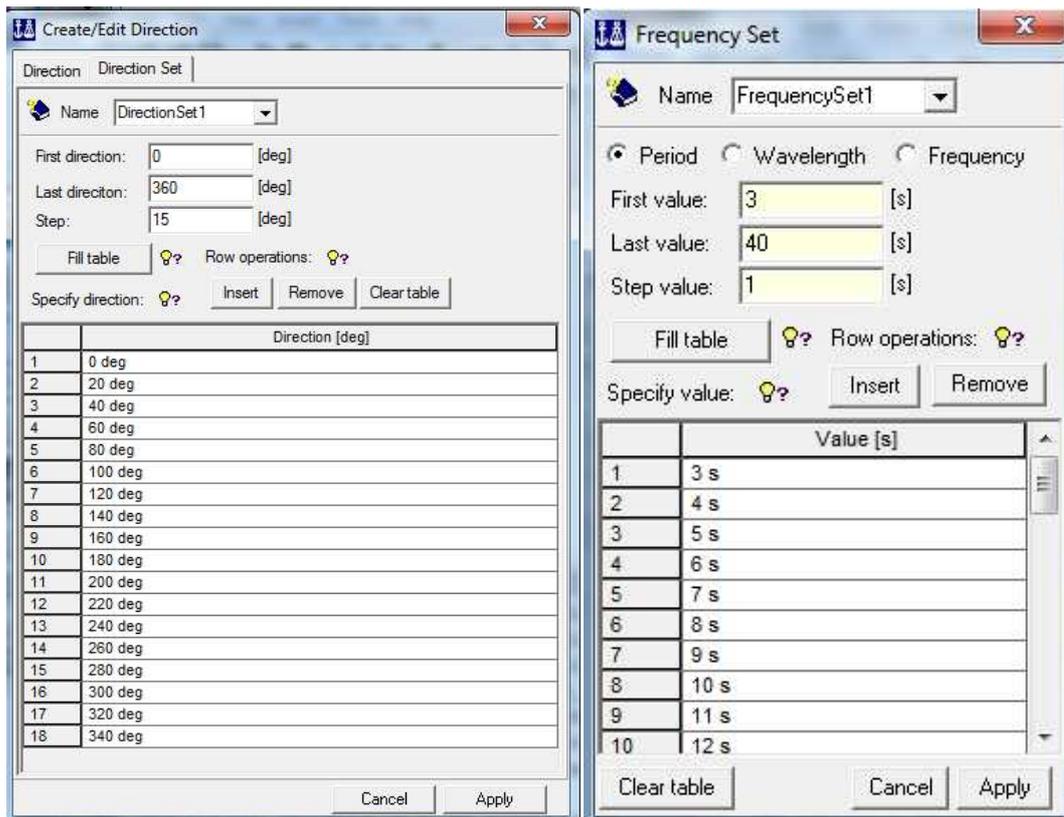


Figura A5.25: Definición de las direcciones y las frecuencias.

Localización

En esta ventana se definen las características del aire y del agua, y la profundidad de esta última. (Next Step (3 of 19) / Create location / Water / Depth)

Dominio de la Frecuencia

Se selecciona los sets de dirección y frecuencia creados anteriormente. (Next Step (4 of 19) / Create frequency domain condition)

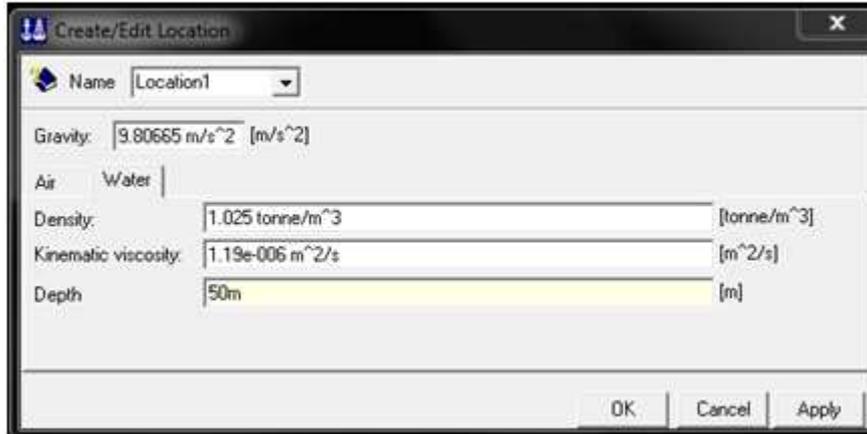


Figura A5.26: Definición de la localización.

Modelo Hidrodinámico

En este paso se define la línea de referencia de la coordenada z y la posición de la proa y la popa de la embarcación (el radio en el caso de boyas). (Next Step (5 of 19) / Create hydro model). En el caso de la boya es indiferente la dirección de la misma.

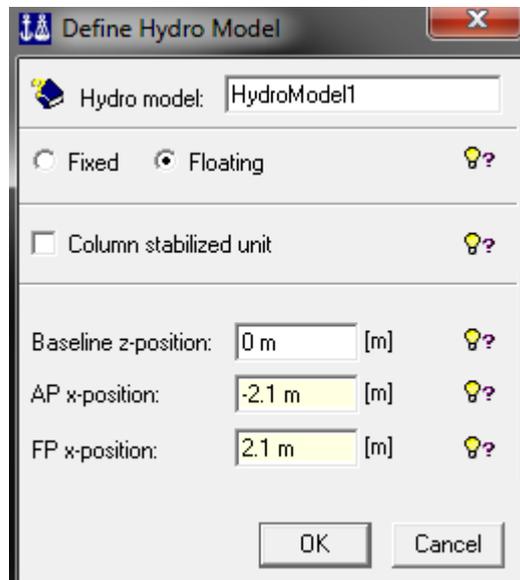


Figura A5.27: Definición del modelo hidrodinámico

Modelo de Paneles

En esta ventana se importa el modelo de paneles inicialmente creado en GeniE (T1.FEM). El modelo importado se desplaza de tal manera que el nivel del mar esté en la cota cero. En caso de haber moldeado solo una parte de la boya se puede aplicar una simetría simple o doble. (Next Step (6 of 19) / Create panel model)

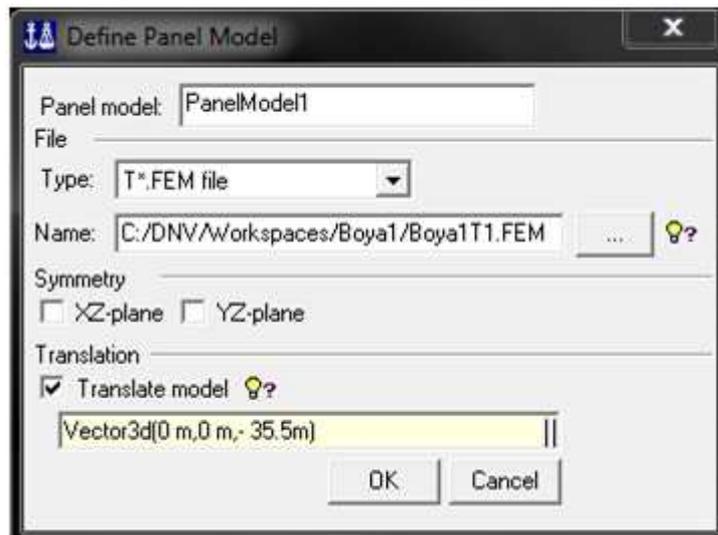


Figura A5.28: Ventana para importar el modelo de paneles

Sección de carga

Aquí se indica el plano del centro de gravedad de la estructura.



Figura A5.29: Ventana para determinar la sección de carga

Modelo estructural

En esta ventana se importa el modelo de estructural de GeniE (T3.FEM). El modelo importado se desplaza de tal manera que el nivel del mar esté en la cota cero. (Next Step (8 of 19) / Create structure model)

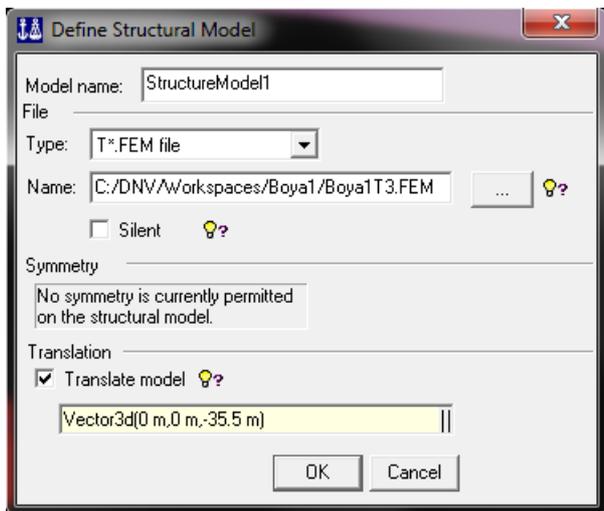


Figura A5.30: Ventana para importar el modelo estructural

Permeabilidad y compartimentos:

En los pasos 8 y 9 se crea la define la propiedad llamada permeabilidad y se añade a los compartimentos importados en el modelo estructural.

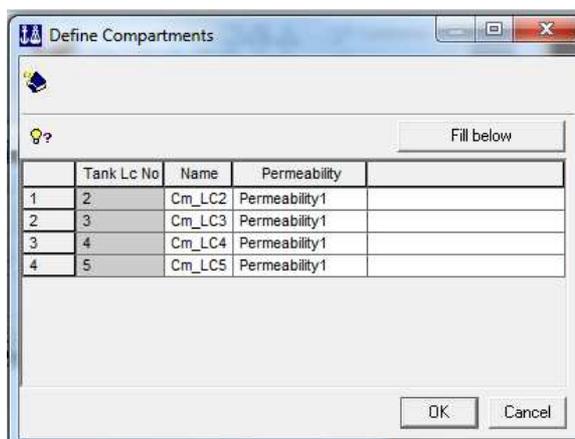


Figura A5.31: Ventana de definición de permeabilidad de los compartimentos.

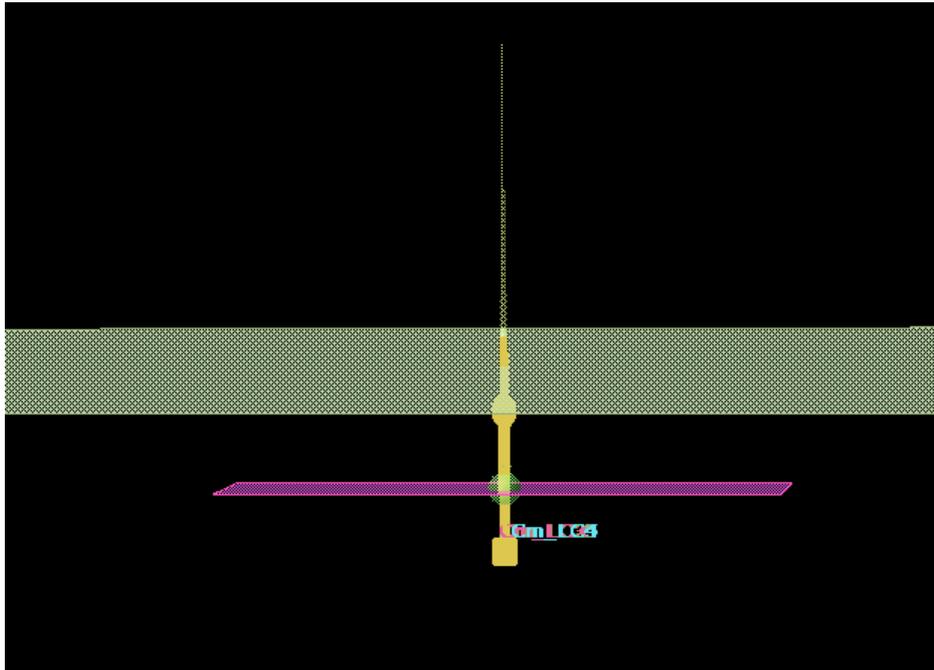


Figura A5.32: Vista general del modelo FEM con las condiciones de carga.

Condiciones de carga

En el paso 11 se indica la cota del nivel del mar, en este caso se ha utilizado el nivel del mar como referencia, por lo tanto está a la cota cero.

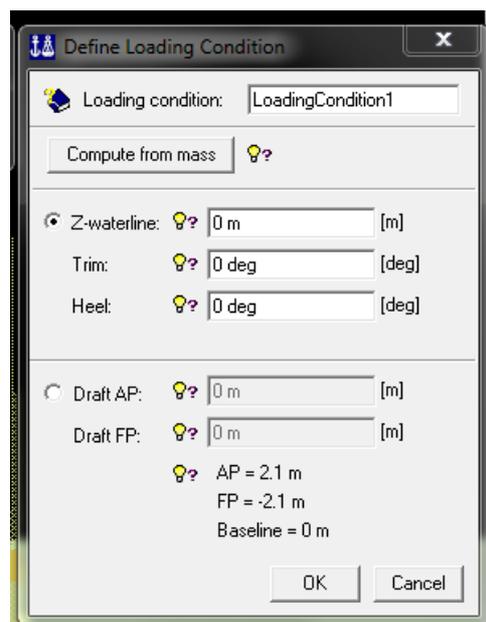


Figura A5.33: Ventana de definición de la condición de carga

Propiedades del fluido e inundabilidad:

Se define la densidad del material para utilizar en como lastre. En el paso siguiente se define la propiedad de inundabilidad de los compartimentos para el caso en el que haya una rotura y el fluido (en tal caso) quede en contacto con el agua exterior.

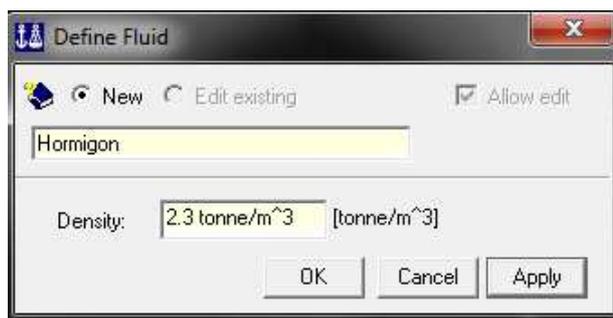


Figura A5.34: Definición del fluido y de la inundabilidad.

Filling Fraction

Es el límite máximo de llenado de los compartimentos.

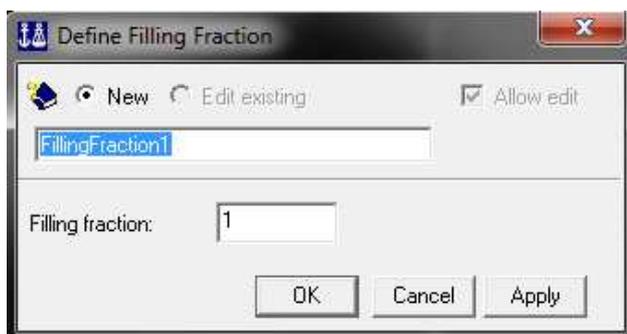


Figura A5.35: Definición de la fracción máxima de llenado.

Definir el contenido de los compartimentos:

Se define el contenido y su fracción de llenado. También se especifica si está inundados con agua del exterior o no.

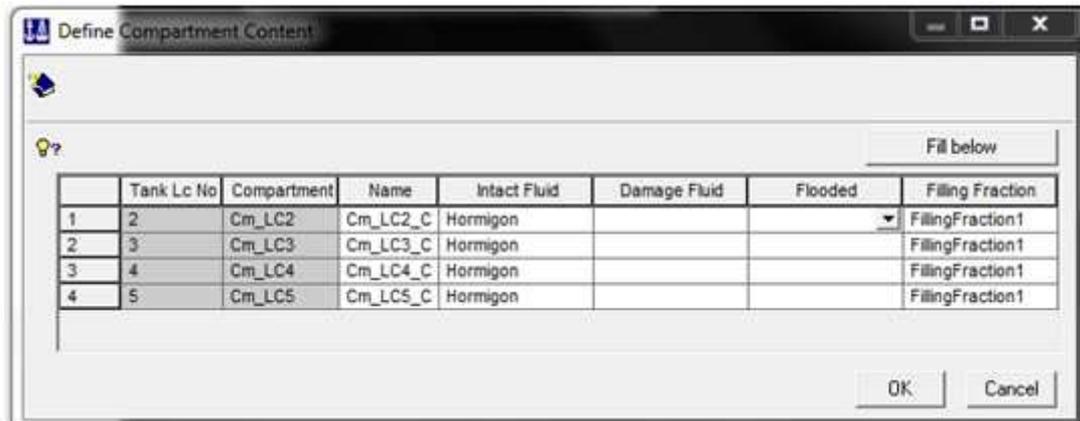


Figura A5.36: Definición del contenido de los compartimentos.

Modelo de Masas

Hay que importar el modelo de masas creado en el GeniE (T3.FEM). Éste coincide con el modelo estructura, que es donde se definieron las masas de cada elemento.

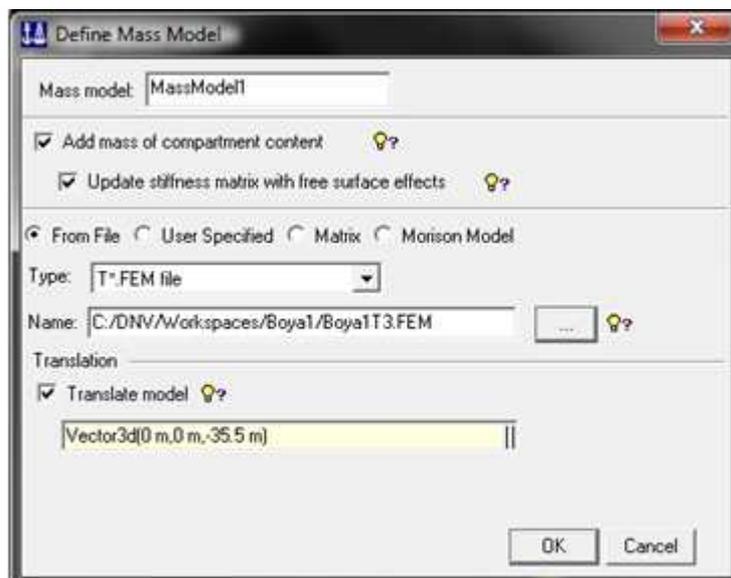


Figura A5.37: Definición del modelo de masas.

Equilibrio Automático

Llenado de compartimentos hasta equilibrar la boya en el punto indicado anteriormente. En caso de que las fracciones de llenado de sean no sean iguales se puede ajustar el “Maximum filling fraction” hasta que queden iguales. (Automatic Compartment Filling / Compute Filling Fractions)

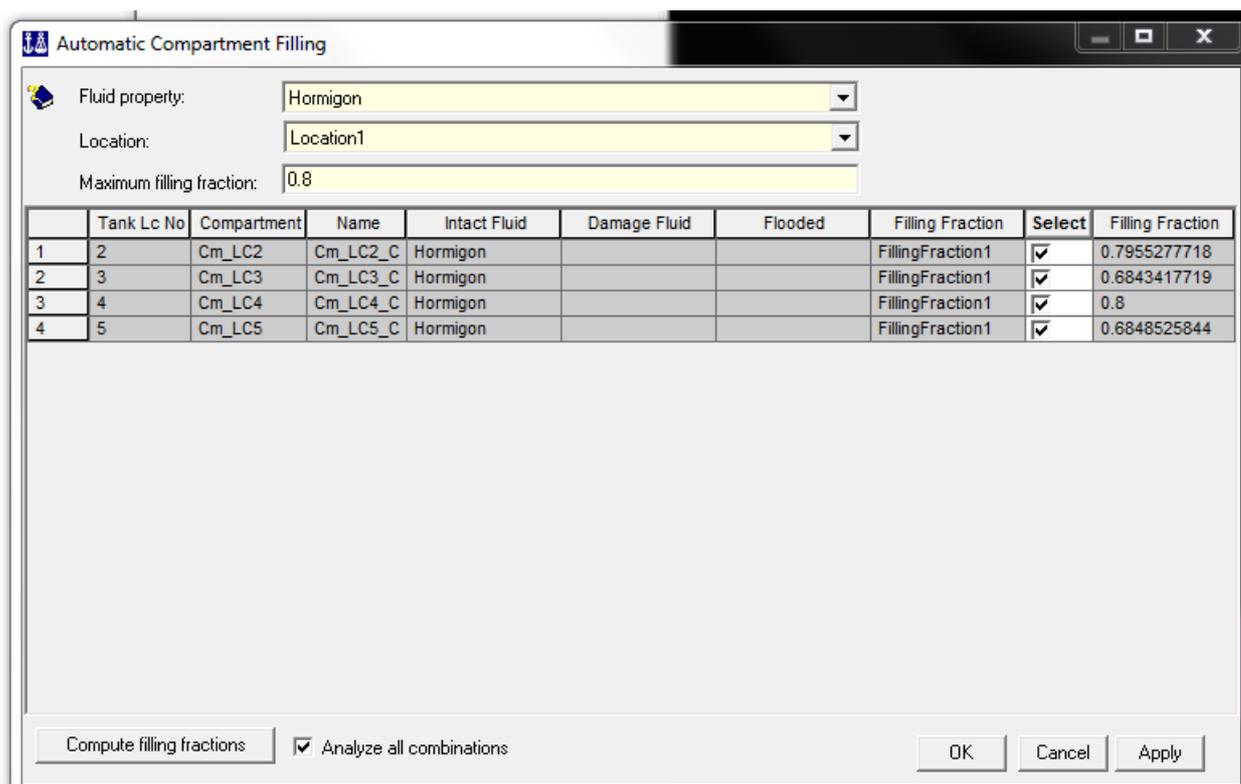


Figura A5.38: Equilibrio automático de compartimentos.

A5.2.2 Ejecución

Aquí se define la ejecución especificando el modelo hidrodinámico a usar, la condición de carga y las condiciones ambientales. Es necesario definir un directorio de salida. (Si no sale un error al ejecutar). (Next step (18 of 19) Create Run)

El fichero de salida es WADAM.LIS, y G1.TIF que serán utilizados como entrada de datos en DeepC.

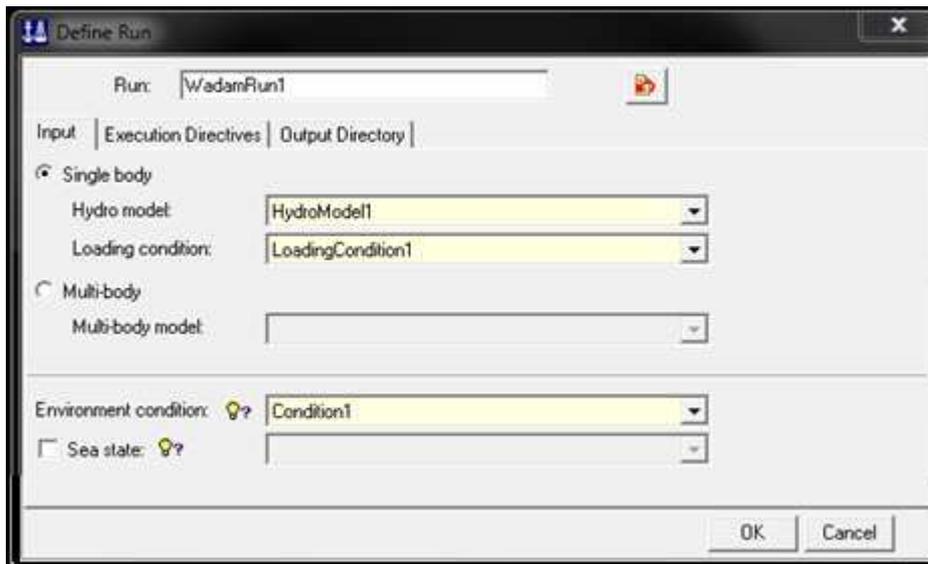


Figura A5.39: Ventana de selección de modelos para ejecutar

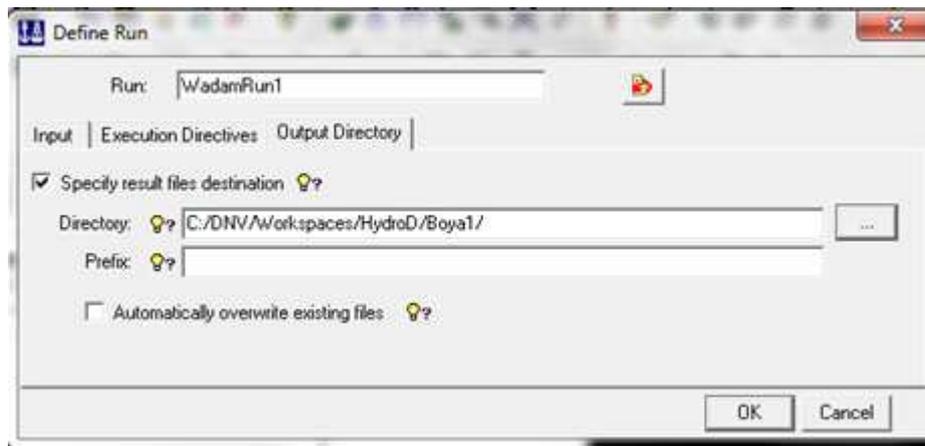


Figura A5.40: Ventana de ubicación de los archivos resultantes.

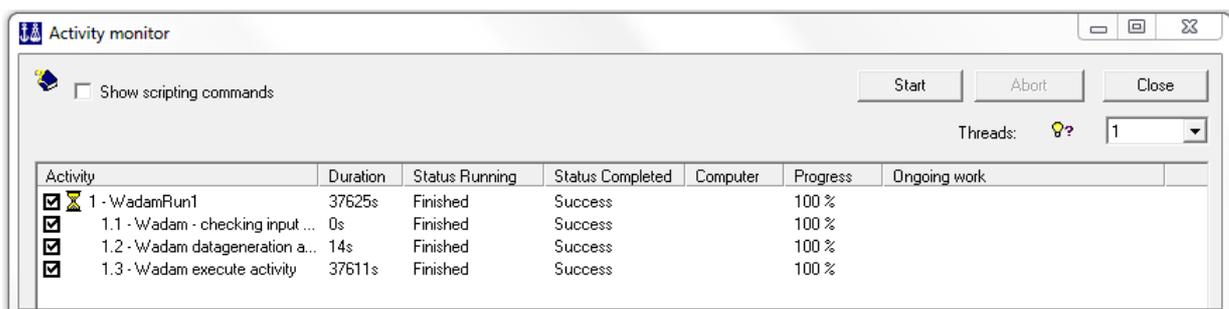


Figura A6.1: Ventana de ejecución

A5.3 DeepC

El DeepC es el último módulo del SESAM. En él se introducen las condiciones ambientales en forma de profundidades, espectros de oleaje y de viento. También se caracterizan las catenarias y se importa el modelo de elementos finitos del GeniE y la RAO de HydroD.

En él se pueden realizar tanto análisis estáticos como dinámicos. Los resultados obtenidos son, entre otros, los desplazamientos de la boya y los esfuerzos en las catenarias.

A5.3.1 Fondo marino y emplazamiento

Lo primero que se hace es definir las propiedades físicas del fondo marino sobre donde van a reposar las catenarias. (Boya / Environment / Botón dcho sobre Soil / New Seabed Property). A continuación se definen las propiedades del agua y se establece la profundidad del fondo marino. (Boya / Botón dcho sobre Environment / New Location).

Se introduce un valor alto de la rigidez, igual en todas las direcciones y valor de el coeficiente de rozamiento muy bajo.



Figura A5.41: Definición de las propiedades del lecho marino

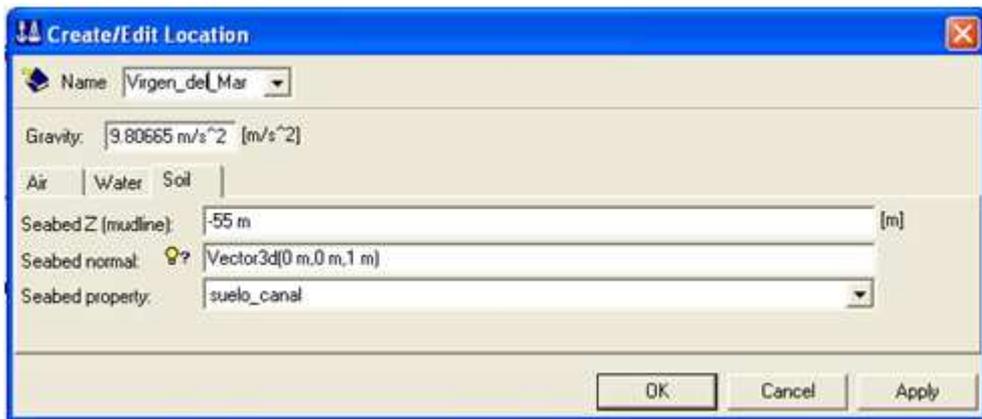


Figura A5.42: Definición de las propiedades del fluido y la localización.

A5.3.2 Crear oleaje

Hay que definir el tipo de oleaje al que se verá sometida la boya. Para ello hay que seleccionar el tipo de espectro de energía con el que se quiere caracterizar dicho oleaje, en este caso se ha seleccionado el espectro tipo Jonswap de tres parámetros. (Boya / Environment / Botón dcho sobre Water/ New Jonswap 3 Parameter).

Se crean dos espectros de oleaje, uno el típico del mar cantábrico, y otro con altura de ola (H_s) casi nula para el caso estático.

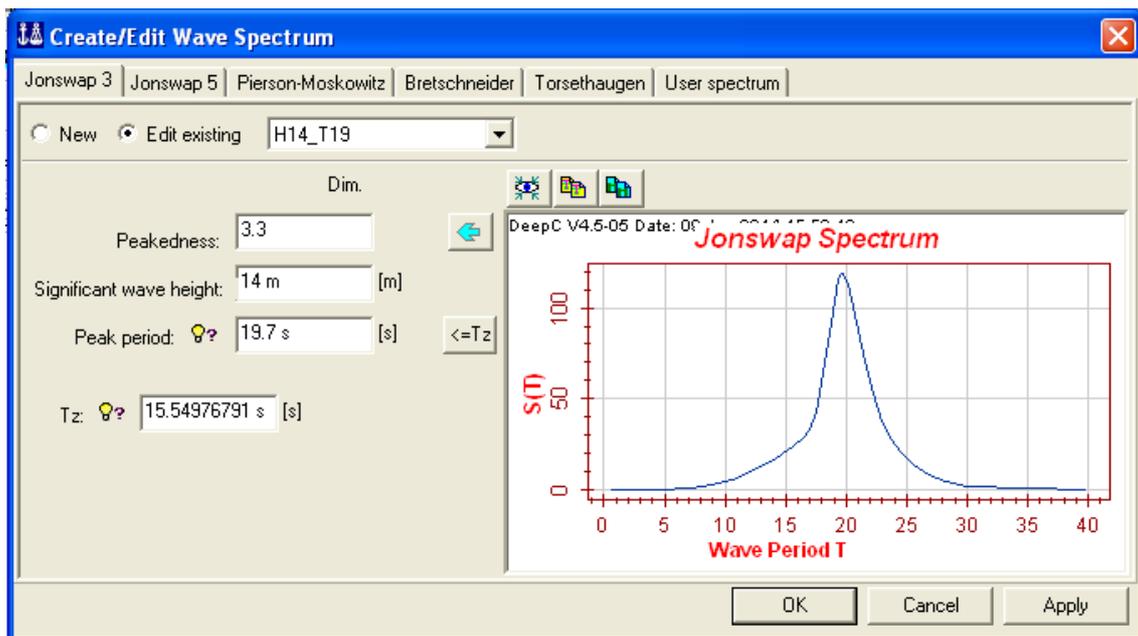


Figura A5.43: Definición del espectro de oleaje

A5.3.3 Crear viento

De manera análoga al oleaje se define el perfil del viento deseado y se le caracteriza con un espectro de energía. (Boya / Environment / Botón dcho sobre Air / New Exponential Wind Profile). El espectro de energía seleccionado es el NPD con un coeficiente de fricción 0.02. (Boya / Environment / Botón dcho sobre Air / Wind Expectrum / New NPD).

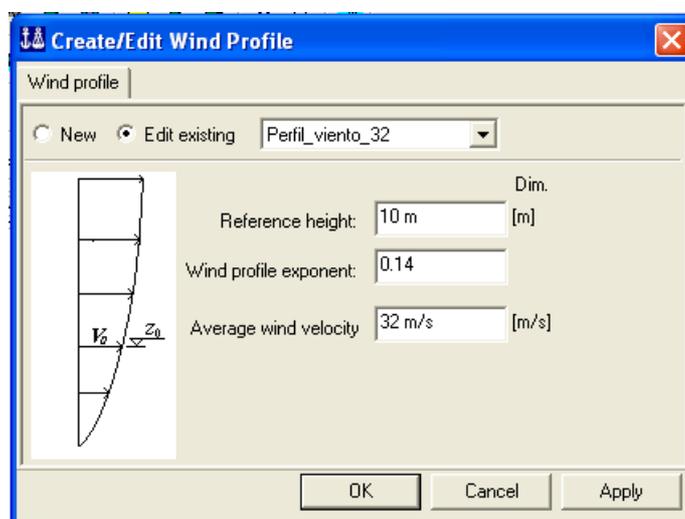


Figura A5.44: Definición del perfil de viento

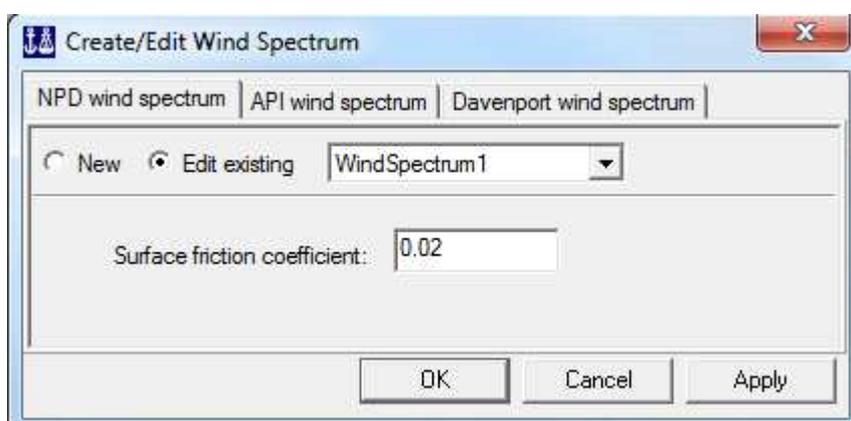


Figura A5.45: Definición del espectro de viento

A5.3.4 Corrientes

Las corrientes se definen a partir de su perfil. Para caracterizarlo se sumerge un cable con sensores que miden la dirección y el módulo de la velocidad a diferentes profundidades. A partir de los datos de dichos sensores se realiza el perfil de corrientes y se completa la tabla que se muestra en la figura Figura A5.46.

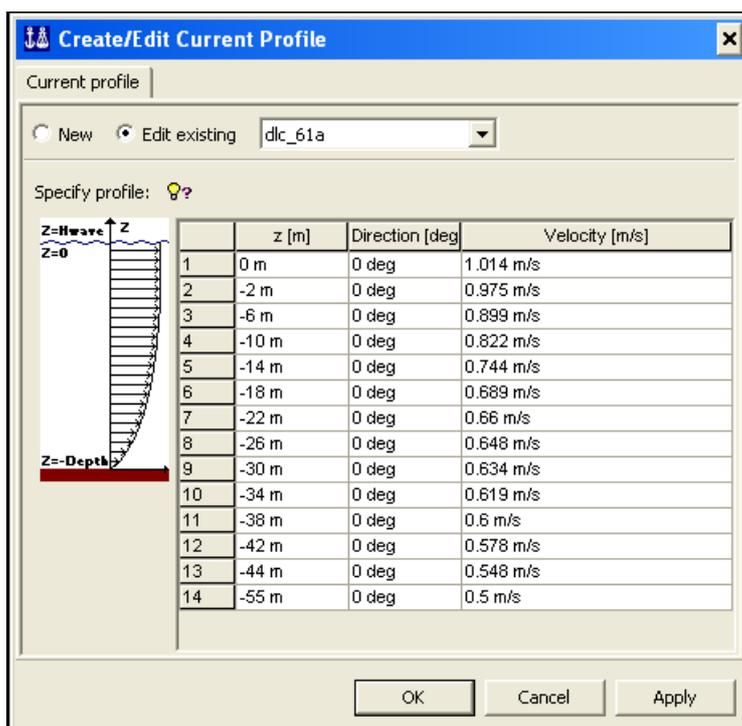


Figura A5.46: Definición del perfil de corriente

A5.3.5 Direcciones

Aquí se establecen las direcciones predominantes de viento y de la corriente. Se considera el sentido positivo de la dirección en hacia el que sopla el viento y hacia dónde se dirige la corriente. Así mismo el ángulo se considera positivo en el sentido contrario a las agujas del reloj y el origen se toma en la dirección X que con una de las líneas de fondeo. (Boya / Environment / Directions / New Direction)

A5.3.6 Condiciones de simulación

Hay que definir cómo se quiere sea la simulación, su duración y el tamaño del paso de los cálculos. Para crear las condiciones de simulación es necesario recopilar todos los parámetros definidos anteriormente. Hay que seleccionar si se desea utilizar

unas condiciones regulares o irregulares. Cómo lo que se quiere simular es el mar abierto real se consideran condiciones irregulares y un periodo de 3 horas. (Boya / Environment / Botón dcho en Location / New Irregular Time Condition)

Se configuran diferentes casos con diferentes combinaciones de viento, corrientes y oleaje. Para cada una de las combinaciones se definen 3 casos con diferentes valores aleatorios semilla.

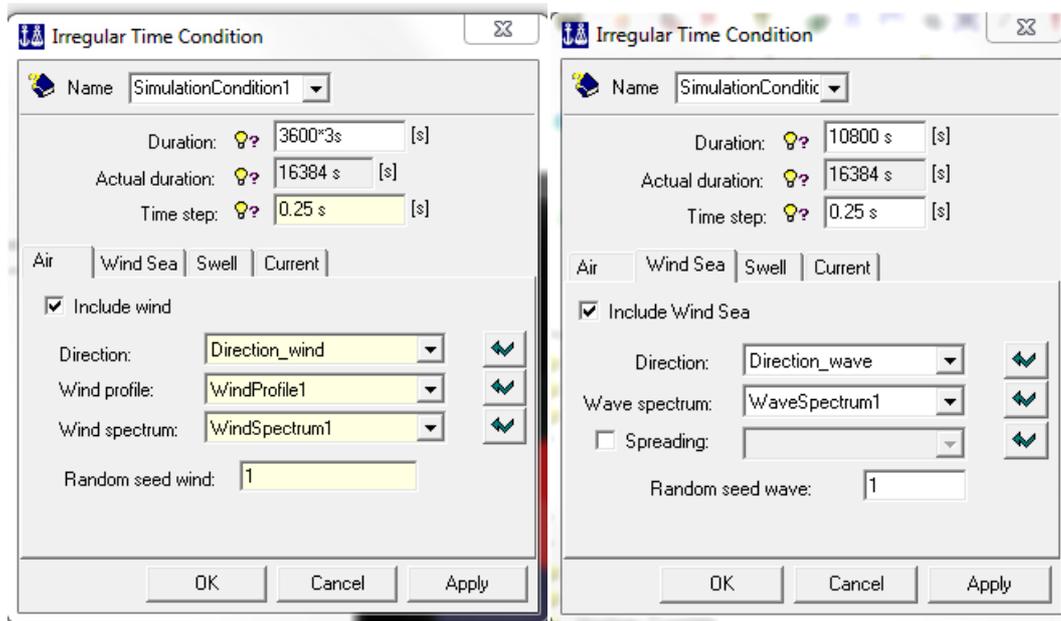


Figura A5.47: Definición de las condiciones de simulación

A5.3.7 Importar Boya

Una vez establecidas las condiciones exteriores hay que definir un modelo de elementos finitos. (Boya / Botón dcho Vessels / New Vessel)

Se establece su posición inicial en el origen de coordenadas y se importan la matriz de movimientos (RAO) del HydroD y los modelos de elementos finitos de GeniE (Modelo de paneles y estructural)

La matriz de movimientos:

Se refiere al archivo G1.SIF obtenido tras la ejecución de HydroD. (Boya / Botón dcho Boya1 / Read Vessel Data)

La geometría de los paneles en contacto con el agua:

Se refiere al archivo de elementos finitos T1.FEM obtenido tras la ejecución de HydroD. El modelo se translada para quedar en la situación deseada. (Boya / Botón dcho Boya1 / Read Vessel Geometry)

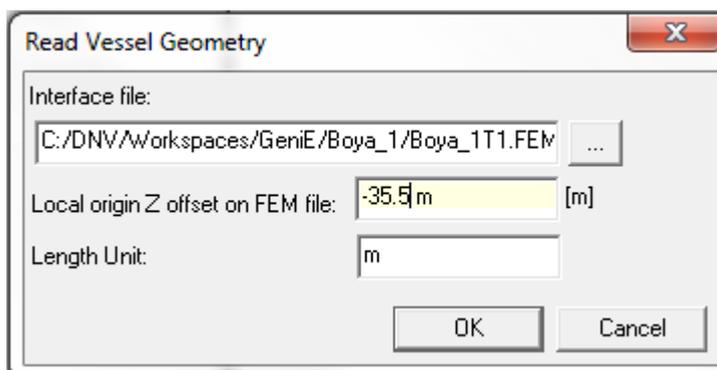


Figura A5.48: Importación de modelo de paneles

La geometría y masa de toda la estructura:

Se refiere al archivo de elementos finitos T3.FEM obtenido tras la ejecución de HydroD. (Boya / Botón dcho Boya1 / Read Vessel Geometry)

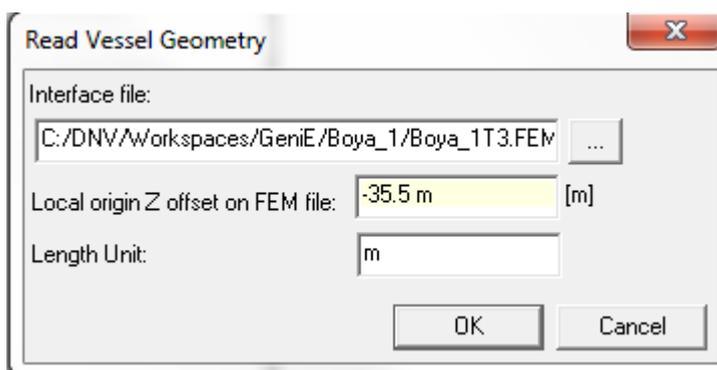


Figura A5.49: Importación del modelo estructural

A5.3.8 Características de la boya

Esta ventana contiene una serie de pestañas en donde se muestra toda la información referente a la boya recopilada de los modelos importados. En estas

pestañas se pueden modificar todas las propiedades de la boya y añadir otras no importadas en los modelos.(Boya / Botón dcho Boya1 / Vessel Data / Vessel Data)

Masa de la boya:

En esta pestaña se pueden comprobar todos los datos referentes a la masa y la inercia de la boya y modificarlos según sea necesario.

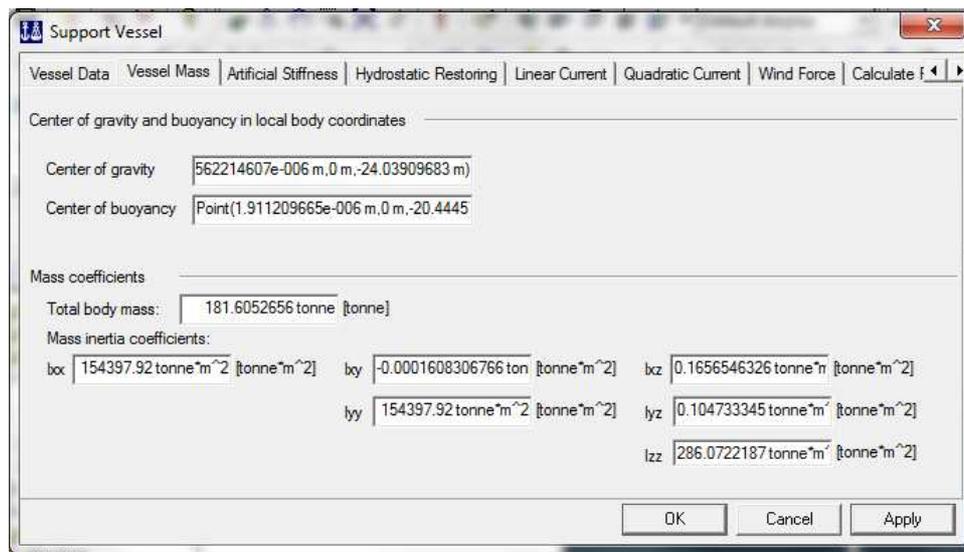


Figura A5.50: Comprobación del modelo de masas importado

Rigidez Artificial:

Consiste en una rigidez artificial que hace que las cargas se apliquen gradualmente para que el método matemático no diverja. Es posible añadir una rigidez adicional al modelo en cualquier grado de libertad para que se ajuste en mayor medida al modelo real. Se tratará de introducir el mínimo valor posible de la rigidez artificial para que los cálculos converjan.

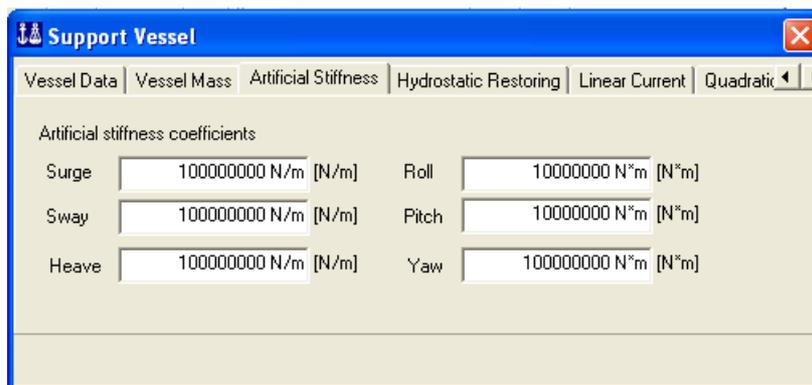


Figura A5.51: Rigidez artificial añadida

Restauración hidrostática

Son los coeficientes que multiplican a la presión hidrostática en los diferentes grados de libertad. En la se muestran sus expresiones. (WAMIT, Inc. & M.I.T., 2013)

Matrix of hydrostatic and gravitational restoring coefficients:

$$\begin{aligned}
 C(3,3) &= \rho g \iint_{S_b} n_3 dS & \bar{C}(3,3) &= C(3,3) / \rho g L^2 \\
 C(3,4) &= \rho g \iint_{S_b} y n_3 dS & \bar{C}(3,4) &= C(3,4) / \rho g L^3 \\
 C(3,5) &= -\rho g \iint_{S_b} x n_3 dS & \bar{C}(3,5) &= C(3,5) / \rho g L^3 \\
 C(4,4) &= \rho g \iint_{S_b} y^2 n_3 dS + \rho g \nabla z_b - m g z_g & \bar{C}(4,4) &= C(4,4) / \rho g L^4 \\
 C(4,5) &= -\rho g \iint_{S_b} x y n_3 dS & \bar{C}(4,5) &= C(4,5) / \rho g L^4 \\
 C(4,6) &= -\rho g \nabla x_b + m g x_g & \bar{C}(4,6) &= C(4,6) / \rho g L^4 \\
 C(5,5) &= \rho g \iint_{S_b} x^2 n_3 dS + \rho g \nabla z_b - m g z_g & \bar{C}(5,5) &= C(5,5) / \rho g L^4 \\
 C(5,6) &= -\rho g \nabla y_b + m g y_g & \bar{C}(5,6) &= C(5,6) / \rho g L^4
 \end{aligned}$$

Figura A5.52: Coeficientes Hidrostáticos

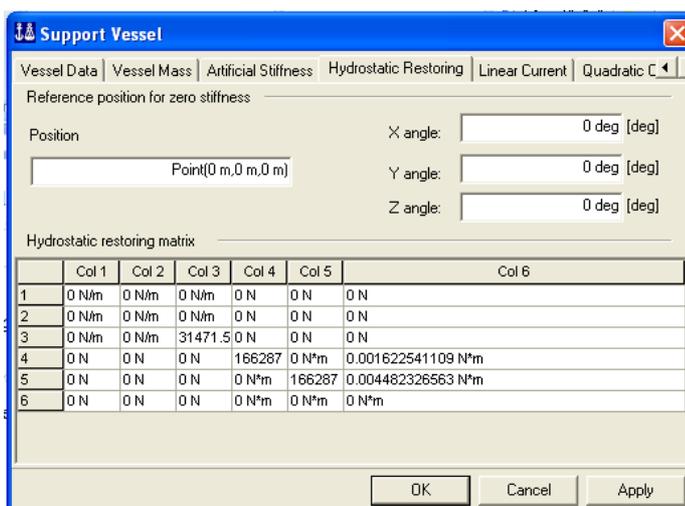


Figura A5.53: Interfaz de introducción de los coeficientes hidrostáticos

Coefficientes de fuerza cuadráticos de viento y corrientes

Tal y como se explicó en el capítulo 1 la fuerza ejercida por un fluido sobre un cuerpo sumergido es proporcional al cuadrado de la velocidad. Los coeficientes cuadráticos del viento y de las corrientes establecen la relación entre la fuerza aplicada y el cuadrado de la velocidad del fluido según los diferentes grados de libertad.

$$F = C_{ij} \cdot v^2$$

Para que quede definida la acción del viento y de la corriente en el SESAM se introduce la matriz de dichos coeficientes (términos para cada ángulo de incidencia y grado de libertad) y la altura de referencia de SESAM, que es aquella en la que la velocidad del viento a dicha altura (U) coincide con la velocidad del viento equivalente (U_{eq}).

Para calcular éstos datos se discretiza la superficie en diferenciales de altura (dz). Para cada altura se calcula un U (m/s), que depende del cociente entre la altura de cada elemento z con respecto a la altura de referencia z_{ref} (En la que el viento fue medido) y de la velocidad del viento a dicha altura v_m . (Journeé & Massie, 2001)

$$U = v_m \cdot \left(\frac{z}{z_{ref}} \right)^\alpha$$

A partir de la discretización realizada se calcula la fuerza y el momento ejercidos por el fluido en cada elemento diferencial.

$$df = c \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot \phi \cdot U^2$$

$$dm = df \cdot z$$

Siendo v_m la velocidad media del viento, C_d el coeficiente de arrastre, ρ la densidad del aire, ϕ el diámetro de la torre y z_{ref} la altura de referencia del viento.

El valor de U_{eq} es el valor de U para toda la estructura, siendo la fuerza aplicada la fuerza total aplicada F , que es $F = \int_0^Z df$, y el área total $A = \int_0^Z \phi \cdot dz$, por lo que se tiene:

$$U_{eq} = \sqrt{\frac{F}{\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot A}}$$

Por lo tanto los datos que se han de introducir en el SESAM son los siguientes:

$Z_{refSESAM}$: Altura correspondiente a la a la altura en la que $U = U_{eq}$.

A: Área total expuesta al empuje del fluido

C_{ij} : Los coeficientes según los diferentes grados de libertad. Para cada altura se tiene los siguientes coeficientes:

$$C1 = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot \cos \theta \cdot A$$

$$C4 = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot \cos \theta \cdot A \cdot z_{cdg}$$

$$C2 = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot \sin \theta \cdot A$$

$$C5 = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot \sin \theta \cdot A \cdot z_{cdg}$$

$$C3 = 0$$

$$C6 = 0$$

The screenshot shows the 'Support Vessel' window in SESAM. The 'Wind Force' tab is active. The 'Wind force area' is set to 128.754 m² and the 'Reference height' is 27.93 m. Below these are input fields for 'Wind Force Coefficients' with a help icon. A table displays coefficients for headings from 0 to 360 degrees in 15-degree increments. The table has columns for Heading, Wind C1, Wind C2, Wind C3, Wind C4, Wind C5, and Wind C6.

Heading	Wind C1	Wind C2	Wind C3	Wind C4	Wind C5	Wind C6
1 0 deg	0.157852469 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m	6.427027139 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
2 15 deg	0.152473777 kN*s ² /m ²	0.040855225 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	1.663437027 kN*s ² /m	6.2080315 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
3 30 deg	0.136704249 kN*s ² /m ²	0.078926235 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	3.21351357 kN*s ² /m	5.565968773 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
4 45 deg	0.111618552 kN*s ² /m ²	0.111618552 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	4.544594473 kN*s ² /m	4.544594473 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
5 60 deg	0.078926235 kN*s ² /m ²	0.136704249 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	5.565968773 kN*s ² /m	3.21351357 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
6 75 deg	0.040855225 kN*s ² /m ²	0.152473777 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	6.2080315 kN*s ² /m	1.663437027 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
7 90 deg	9.66964e-018 kN*s ² /m ²	0.157852469 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	6.427027139 kN*s ² /m	3.93703e-016 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
8 105 deg	-0.040855225 kN*s ² /m ²	0.152473777 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	6.2080315 kN*s ² /m	-1.663437027 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
9 120 deg	-0.078926235 kN*s ² /m ²	0.136704249 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	5.565968773 kN*s ² /m	-3.21351357 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
10 135 deg	-0.111618552 kN*s ² /m ²	0.111618552 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	4.544594473 kN*s ² /m	-4.544594473 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
11 150 deg	-0.136704249 kN*s ² /m ²	0.078926235 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	3.21351357 kN*s ² /m	-5.565968773 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
12 165 deg	-0.152473777 kN*s ² /m ²	0.040855225 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	1.663437027 kN*s ² /m	-6.2080315 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
13 180 deg	-0.157852469 kN*s ² /m ²	1.93393e-017 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	7.87406e-016 kN*s ² /m	-6.427027139 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
14 195 deg	-0.152473777 kN*s ² /m ²	-0.040855225 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	-1.663437027 kN*s ² /m	-6.2080315 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
15 210 deg	-0.136704249 kN*s ² /m ²	-0.078926235 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	-3.21351357 kN*s ² /m	-5.565968773 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
16 225 deg	-0.111618552 kN*s ² /m ²	-0.111618552 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	-4.544594473 kN*s ² /m	-4.544594473 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
17 240 deg	-0.078926235 kN*s ² /m ²	-0.136704249 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	-5.565968773 kN*s ² /m	-3.21351357 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
18 255 deg	-0.040855225 kN*s ² /m ²	-0.152473777 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	-6.2080315 kN*s ² /m	-1.663437027 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
19 270 deg	-2.90089e-017 kN*s ² /m ²	-0.157852469 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	-6.427027139 kN*s ² /m	-1.18111e-015 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
20 285 deg	0.040855225 kN*s ² /m ²	-0.152473777 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	-6.2080315 kN*s ² /m	1.663437027 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
21 300 deg	0.078926235 kN*s ² /m ²	-0.136704249 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	-5.565968773 kN*s ² /m	3.21351357 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
22 315 deg	0.111618552 kN*s ² /m ²	-0.111618552 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	-4.544594473 kN*s ² /m	4.544594473 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
23 330 deg	0.136704249 kN*s ² /m ²	-0.078926235 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	-3.21351357 kN*s ² /m	5.565968773 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
24 345 deg	0.152473777 kN*s ² /m ²	-0.040855225 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	-1.663437027 kN*s ² /m	6.2080315 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m
25 360 deg	0.157852469 kN*s ² /m ²	-3.86785e-017 kN*s ² /m ²	0 kN*s ² /m ²	-1.57481e-015 kN*s ² /m	6.427027139 kN*s ² /m	0 kN*s ² /m

Figura A5.54: Interfaz de introducción los coeficientes de viento.

Fuerzas viscosas:

Sirven para definir los elementos de Morison. La ecuación de Morison es una ecuación semi-empírica para definir la fuerza ejercida sobre un cuerpo en un flujo oscilatorio. Se usa para calcular las cargas del oleaje sobre las estructuras marinas.

Se componen de la suma de las fuerzas de Froude-Kylov, las fuerzas hidrodinámicas y las fuerzas de arrastre. (Fredsoe & Sumer, 1997)

$$F = \rho V \dot{u} + \rho C_a V (\dot{u} - \dot{v}) + \frac{1}{2} \cdot \rho C_d A \cdot (u - v) |u - v|$$

Siendo $\dot{u} \cong du/dt$ la aceleración del flujo, V el volumen del cuerpo, C_a el coeficiente, de masa añadida, v la velocidad del cuerpo y ρ la densidad del fluido.

Función de retardo:

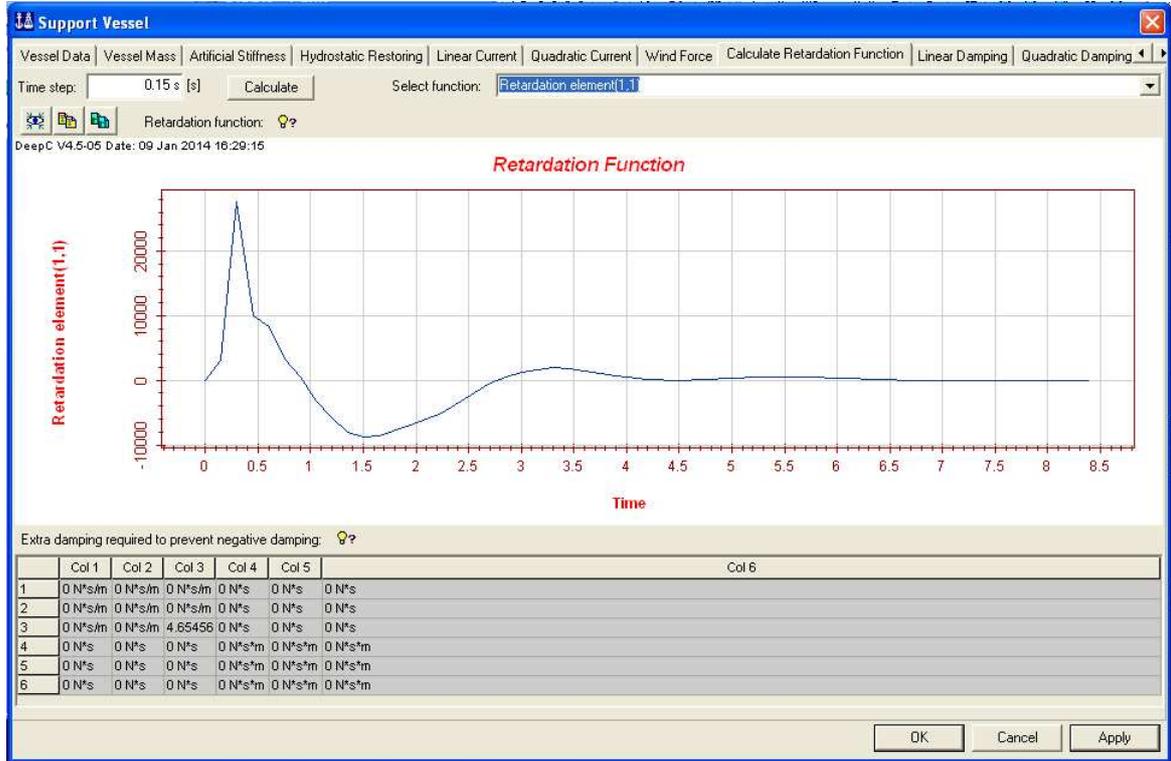


Figura A5.55: Función de retardo

Anclajes:

Son los puntos de anclaje del extremo superior de las catenarias a la boya. Es necesario definir su posición inicial en el espacio y sus grados de libertad.

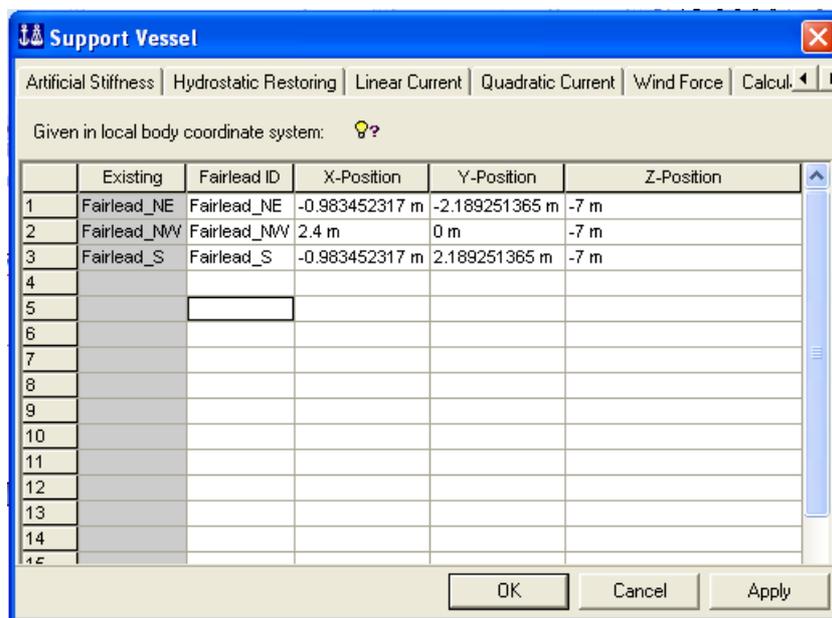


Figura A5.56: Anclajes en la boya

Fuerza específica:

Es una fuerza exterior aplicada para contrarrestar el peso de las cadenas.. Normalmente se introduce una fuerza vertical y hacia arriba para situar la boya en la situación real, ya que esta sufre un descenso inicial debido al peso de las catenarias.

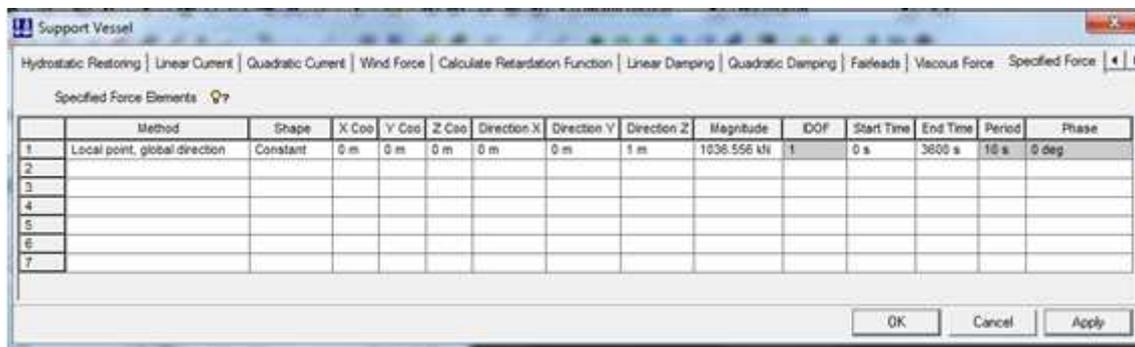


Figura A5.57: Fuerza para contrarrestar las catenarias.

RAO (Response Amplitude Operator)

Es una matriz obtenida del HydroD, que indica el comportamiento de la boya en unas determinadas condiciones ambientales. Se obtiene un valor en cada radio de libertad para cada pareja de valores de dirección y frecuencia.

A5.3.9 Anclajes de fondo (muertos)

Son los anclajes situados en el fondo marino a los que se unen las catenarias. Se determina su posición en el espacio y se definen sus grados de libertad. (Boya / Botón dcho Structure / New Support)

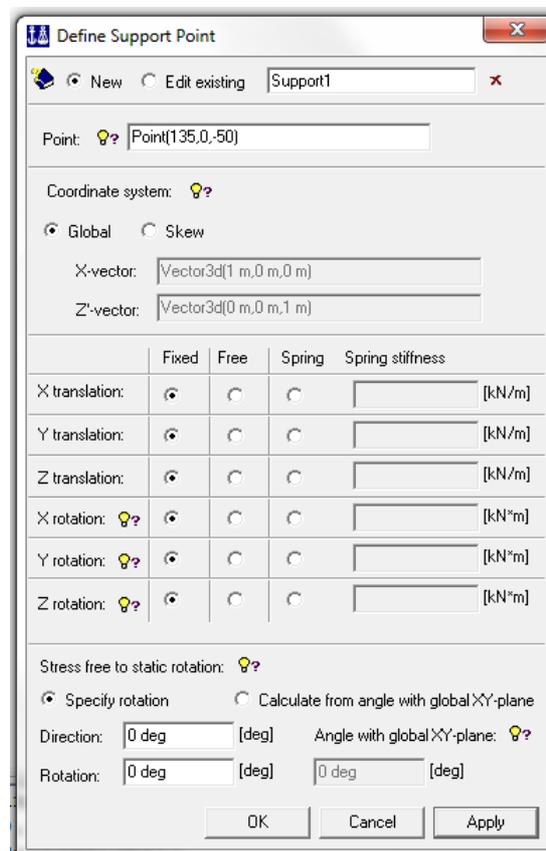


Figura A5.58: Definición de uno de los muertos

A5.3.10 Líneas

A continuación se describe como introducir las líneas catenarias. Una vez abierta la ventana se definen sus propiedades en las diferentes pestañas. (Boya / Botón dcho Structure Properties / New Property...)

Sección (Section Axi-symmetric):

Se define un cable con las mismas características físicas de una cadena. El diámetro exterior es el de un cable con el mismo volumen que la cadena usada.

Para definir la rigidez axial es necesario conocer el diámetro eficaz de los eslabones. Éste se obtiene a partir de la densidad lineal de una cadena de eslabones sin conrete, que es $m = 19.9 \cdot d^2$ siendo m la masa definida en Tn/m y d el diámetro nominal en mm .(DNV OS-E302)

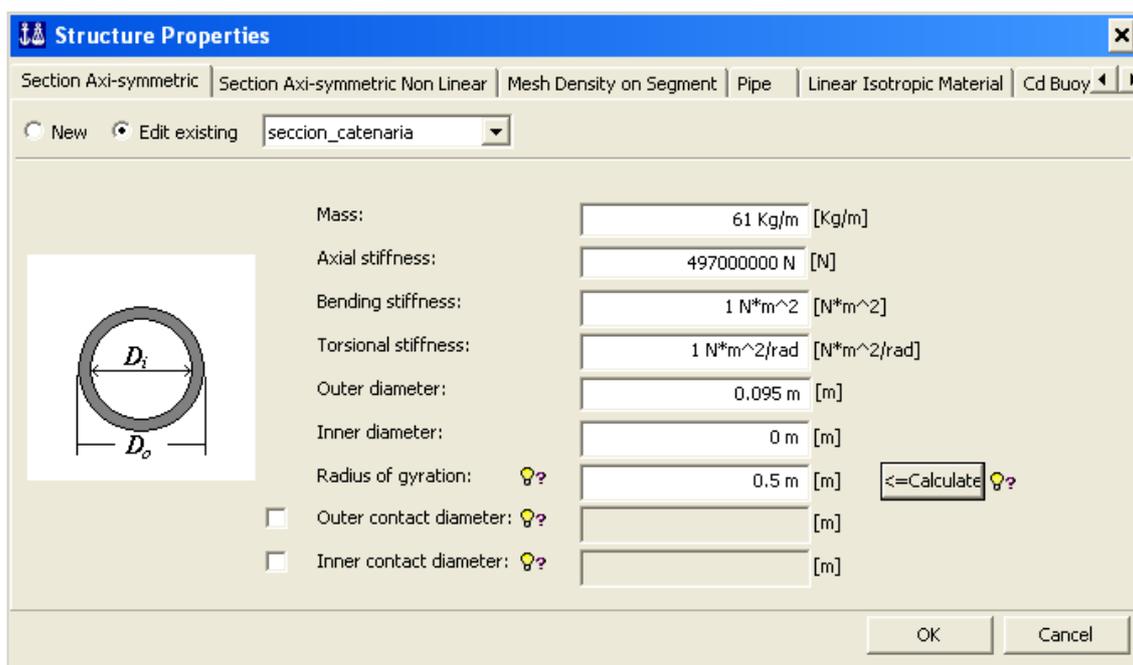


Figura A5.59: Propiedades de la catenaria

En las líneas de la boya Idermar III se han utilizado otros parámetros distintos a los de la figura. Finalmente las líneas se han calculado con una rigidez axial de casi 500.000 KN y un radio de giro de 0.5 m . Para evitar errores el valor de éste último y de las rigideces de flexión y de torsión deben ser pequeñas.

Densidad de malla (Mesh Density):

La longitud del elemento dependerá de la longitud total de la catenaria. Cómo se ha puntualizado anteriormente la longitud de los elementos l_i en un modelo de elementos finitos no debería exceder: $l_i = T_p \cdot \sqrt{\frac{F_{mean}}{m_{Ni}}}$ donde m_{Ni} es el peso por unidad de longitud transversal en agua en kg / m y es igual $1.13 \cdot m$ donde m es el peso por unidad de longitud de la línea. F_{mean} es la fuerza media de cada línea en KN. En el caso de la boya I el límite son 20m y en la boya II 35m. La longitud usualmente utilizada está comprendida entre $L / 80$ y $L / 400$.

Para la boya III se ha usado dos longitudes diferentes, dependiendo del número de cálculos que se quieran realizar.

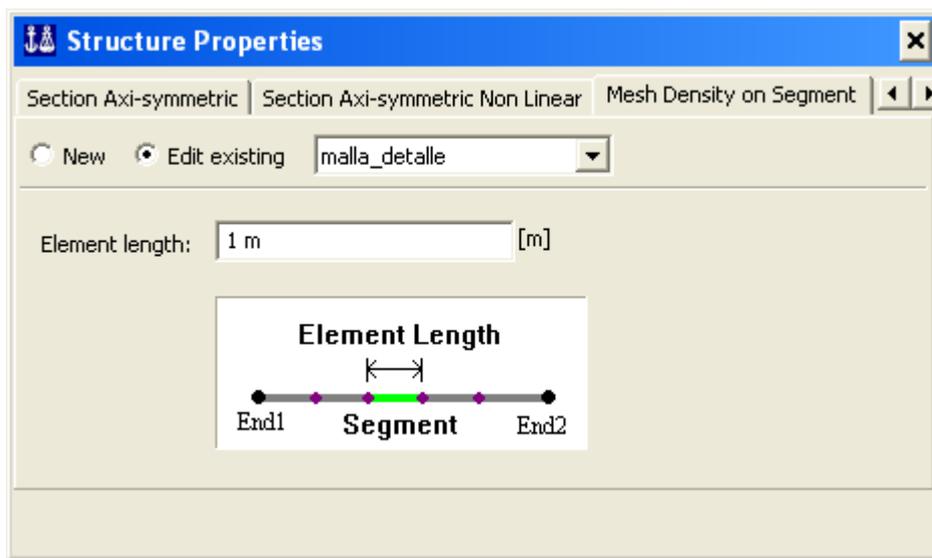


Figura A5.60: Densidad de mallado de las líneas

Arrastre (Cd Segment):

En este punto se definen los coeficientes de arrastre de las líneas. Se ha determinado que el Cd sea de 2.2 y el de masa añadida 9 kg/m. Los coeficientes de arrastre lineales se pueden despreciar con respecto a los cuadráticos. (Mavrakos et al, 1966)

Re	Cd	
Cable (modelo a escala)		
11 – 140	2.0 – 1.0	D = 0.65 – 3 mm, towing
13 – 120	1.1 – 0.9	Scale: S200 – S55
120 – 14000	0.8 - 1.1	D = 1.1 – 3.8 mm, towing
Cadenas (modelo a escala)		
13 – 110	3.0 – 2.5	D = 1.05 mm, towing
13 – 120	2.5 – 1.8	Scale: S200 – S55
Cable (escala real)		
$104 - 1.4 \cdot 10^5$	1.1 – 0.95	D = 1.1 – 38 mm, drop tests
$1.4 \cdot 10^4 - 1.1 \cdot 10^5$	1.05 – 0.90	D = 78 mm, towing
10	0.83	D = 147 mm, vel. = 1 m/s
Cadenas (escala real)		
$1.4 \cdot 10^3 - 10^4$	2.7 – 2.1	D = 30 mm, KC = 163 – 306
$10^4 - 1.3 \cdot 10^4$	2.7 – 2.2	D = 30 mm, towing
$1.3 \cdot 10^4 - 1.1 \cdot 10^5$	2.5 – 1.7	D = 65 mm, towing
$1.05 \cdot 10^5$	1.4	D = 140 mm, vel. = 1 m/s

Figura A5.61: Coeficientes de arrastre (Fuente: DNV-RP-F205)

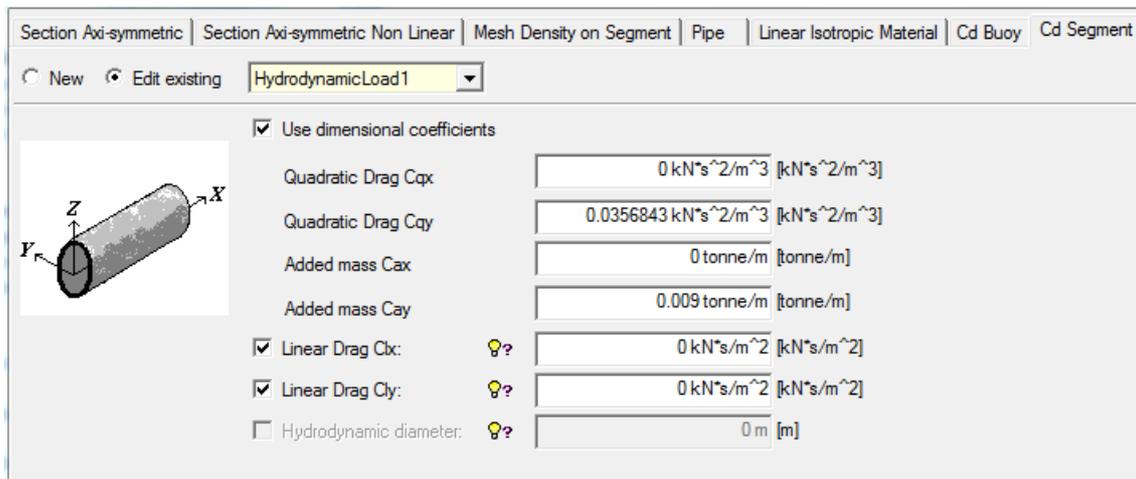


Figura A5.62: Coeficientes cuadráticos de arrastre de las líneas.

Material:

En este caso las catenarias están formadas únicamente por eslabones de acero.

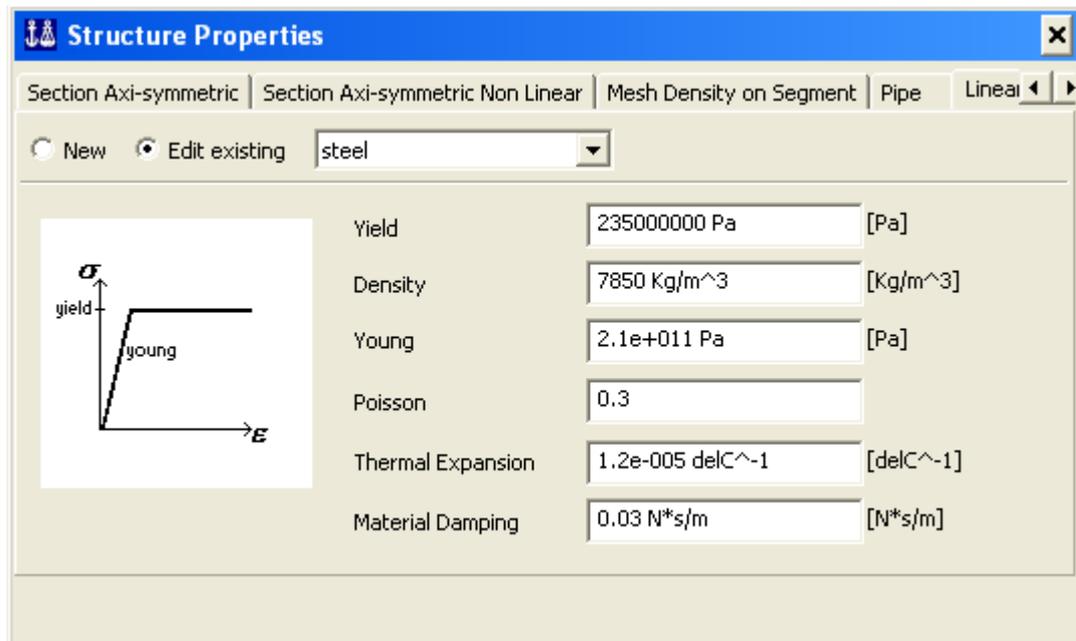


Figura A6.2: Propiedades del acero de las catenarias

Rotation Hinge:

Rótulas ficticias entre los segmentos discretizados de la línea.

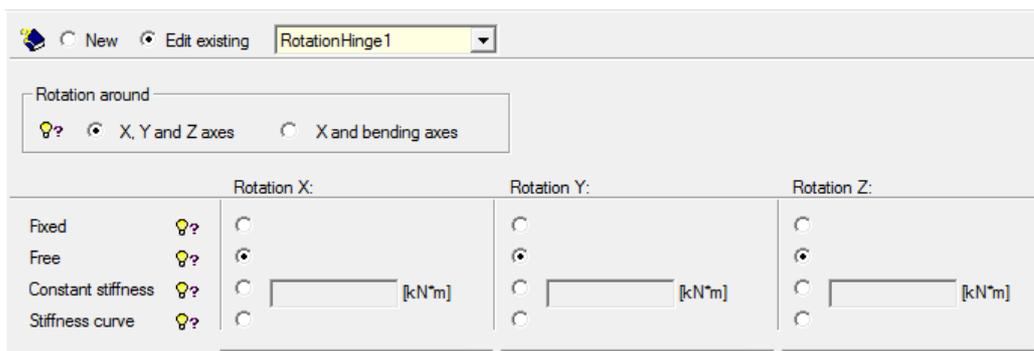


Figura A5.63: Rótulas con el giro libre

Internal Fluid

Las líneas de fondeo se consideran tubos huecos. Dichos tubos pueden ser rellenos con otro material para simular un líquido que las recorra. También puede

servir para ajustar el peso de las cadenas. Para ello la densidad del fluido debe coincidir con la del acero.

Crear líneas:

Para introducir las catenarias es necesario haber definido previamente sus extremos (“Fairleads” y “Supports”) y sus características físicas (material, sección, densidad de malla). (Boya / Botón dcho Structure / New Line)

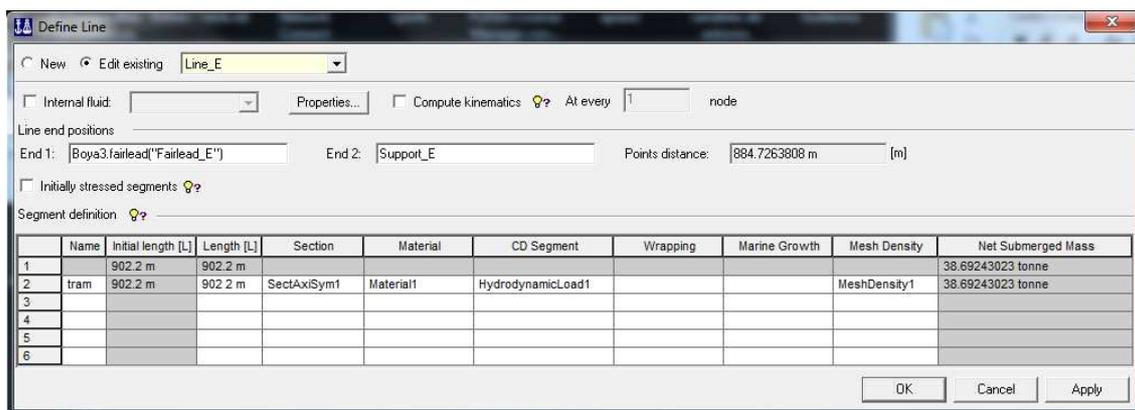


Figura A5.64: Definición de la geometría de las líneas de fondeo.

Se puede comprobar el valor del peso de las catenarias sumergidas. Si no coincide con lo buscado se puede activar el “Internal Fluid” y ajustar con el diámetro interior del cable.

A5.3.11 Ball Joints (rótulas)

Son rótulas que definen la unión entre los segmentos en los que se divide una línea a l ser mallada. Se les aplican las propiedades definidas anteriormente. Se definen para cada una de las líneas. (Boya / Botón dcho Structure / New Ball Joint)

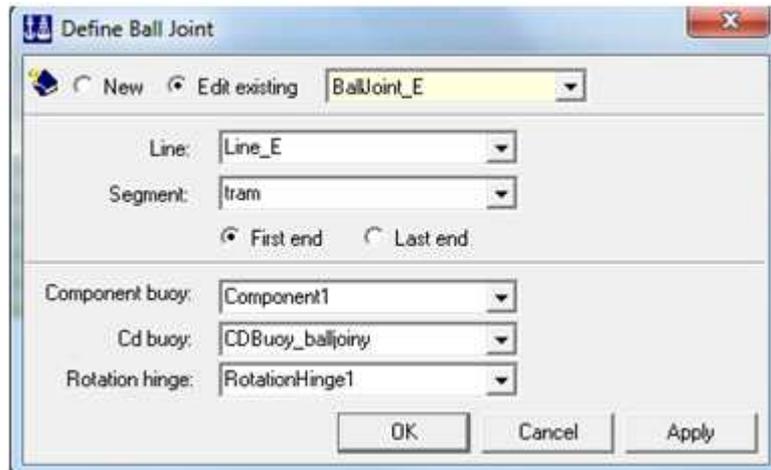


Figura A5.65: Definición de las rótulas.

A5.3.12 Stress Free Coordinates

Calcula las líneas bajo la acción de su propio peso una vez definidos todos sus elementos. (Boya / Botón dcho Structure / Stress Free Coordinates)

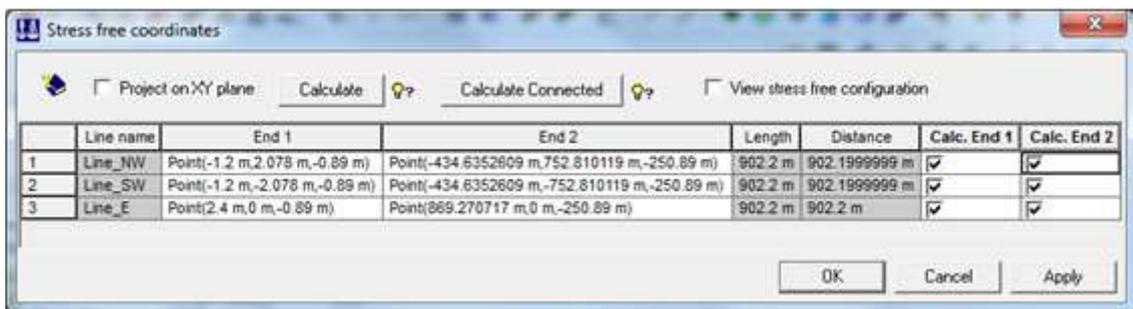


Figura A5.66: Cálculo de la catenaria bajo su peso propio.

A5.3.13 Forma final (Compute Line Shape)

Muestra la configuración final de las catenarias en pantalla. Puede dar errores con densidades de malla pequeñas. (Botón dcho sobre las líneas/ Compute Line Shape)

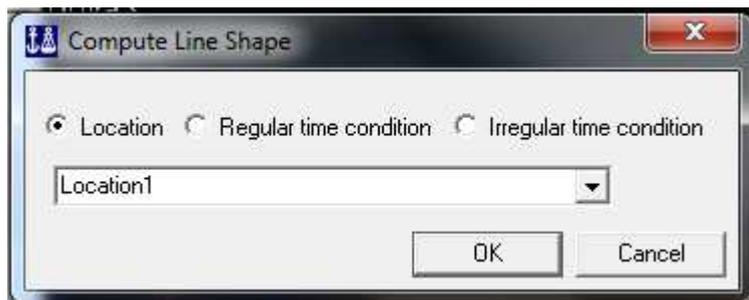


Figura A5.67: Definición de la localización donde se quiere ejecutar el comando

A5.3.14 Análisis

Crear análisis:

Los análisis se crean a partir de condiciones de simulación previamente creadas. Es posible crear diferentes análisis para que posteriormente se puedan ejecutar simultáneamente. (Analysis / New Analysis).

Hay que establecer el tipo de análisis que se quiere ejecutar, regular o irregular, acoplado o no. Posteriormente se podrá seleccionar si se quiere realizar un análisis estático, dinámico o ambos.

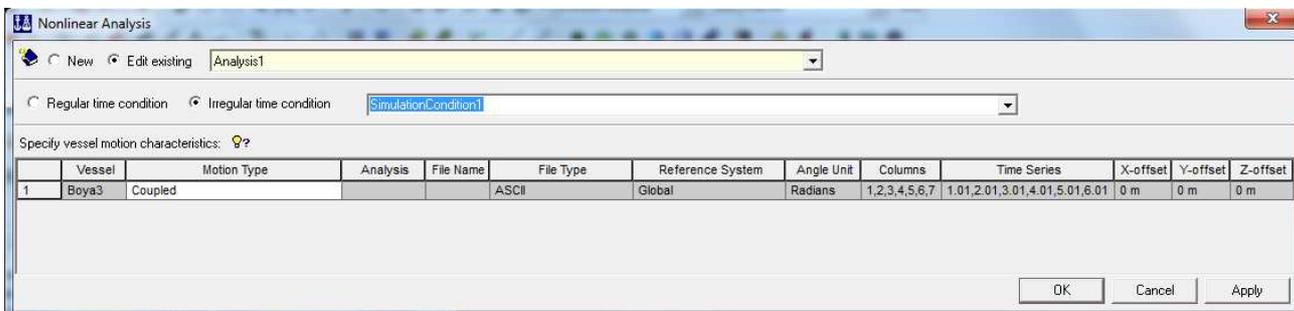


Figura A5.68: Definición del Análisis.

Almacenamiento de datos

Se hace una selección de los elementos de la línea que se quieren guardar después del análisis. Lo habitual es guardar las tensiones en los extremos de las líneas de fondeo. Una forma de guardar solamente el extremo superior e inferior es dividir la línea en dos tramos. De esta forma se guardará la posición 0 del primer tramo y la posición 1 del segundo. (Analysis / Analysis1 / Response Storage).

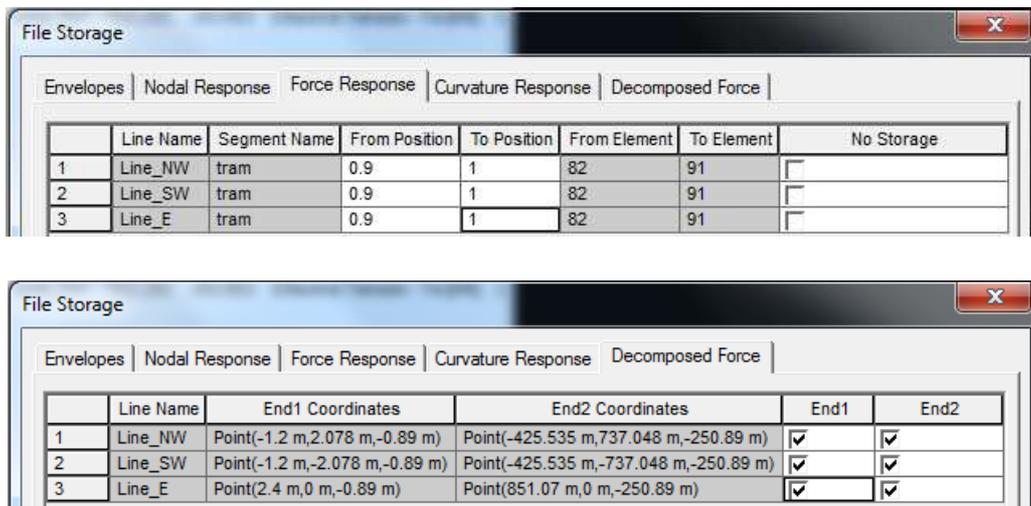


Figura A5.69: Almacenamiento de datos.

Opciones Estáticas:

Previamente al análisis estático hay que definir la forma en la que las cargas se aplican sobre la estructura. Para ello se define el número de pasos que se utilizará en cada parte del análisis. (Analysis / Analysis1 / Static analysis Options).

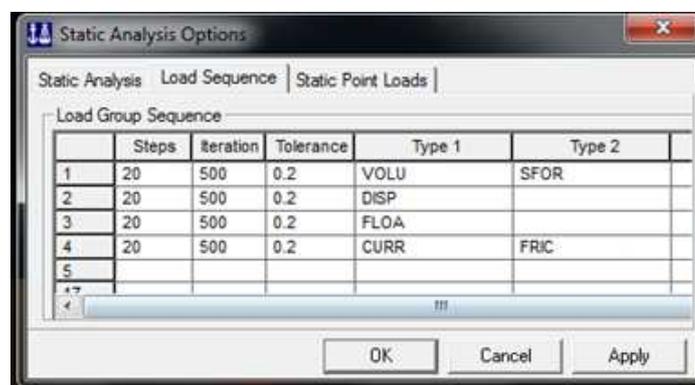


Figura A5.70: Condiciones del análisis estático.

Opciones Dinámicas:

Análogamente al caso estático se definen las condiciones de simulación dinámica, son comunes tanto para condiciones regulares como irregulares, salvo en la longitud del análisis, ya que en el irregular se introduce el tiempo total de análisis y en el regular el número de olas.

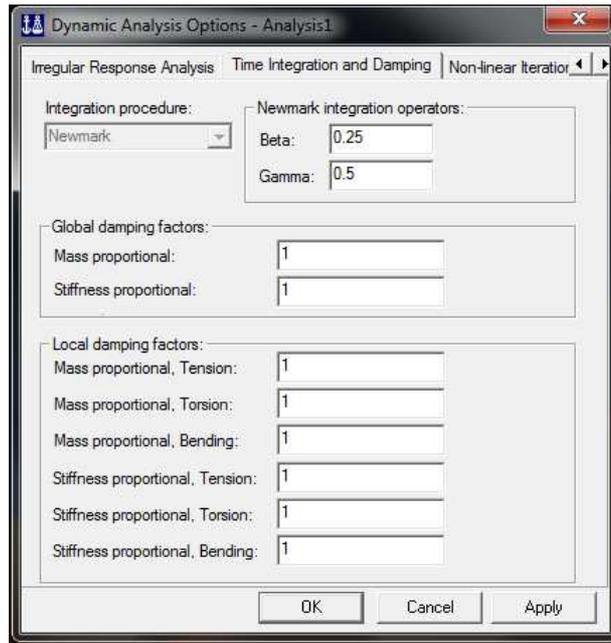


Figura A5.71: Integración y amortiguamiento.

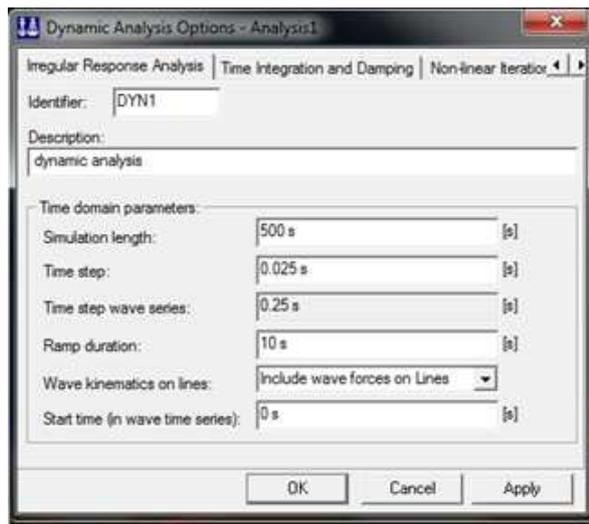


Figura A5.72: Condiciones de simulación del análisis dinámico irregular.

A5.3.15 Ejecutar

Como se ha indicado anteriormente es posible ejecutar más de un análisis a la vez. (Analysis / execute Multiple Analysis). Cada análisis completo consta de tres procesos concatenados. El primer proceso genera los archivos con los “inputs” generados anteriormente. Este proceso es necesario para poder ejecutar los siguientes (Generate Input files). El segundo proceso es el análisis estático. Este proceso se puede realizar con independencia del dinámico. Y por último está el análisis dinámico.

Se deben marcar las pestañas de aquellos que se quieran realizar. Si los análisis ya se han realizado se pueden leer los archivos resultantes sin necesidad de volver a ejecutar.



Figura A5.73: Interfaz de ejecución de análisis.

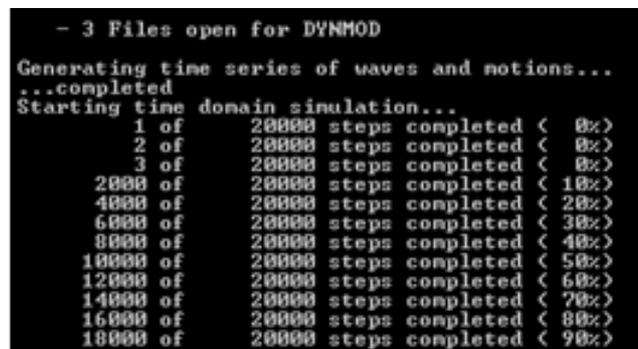


Figura A5.74: Captura de pantalla de la ejecución por paso de un análisis.

A5.3.16 Leer Resultados

Una vez ejecutados todos los análisis se procede a leer los resultados. Se pueden leer los resultados estáticos y dinámicos tanto de las líneas como de la boya. Hay que tener en cuenta que solamente se podrán leer los resultados de las líneas que previamente se hubieran marcado para almacenar al definir el análisis. (Analysis1 / Read All Results)

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abdi, H. (2003). Least-squares. *Encyclopedia for research methods for the social sciences*, In M. Lewis-Beck, A. Bryman, T. Futing (Eds). Thousand Oaks (CA). USA.

AEE Communication Department (2014). Spain was in 2013 the first country where wind energy was the first source of electricity for an entire year. *A. E. Eólicos, Ed.*

AEE Communications Department (2011). Spain becomes the first european wind energy producer after overcoming germany for the first time. *A. E. Eólicos, Ed.*

Apergis, N., & Payne, J. E. (2010). Renewable Energy Consumption and Economic Growth: Evidence from a panel of OECD countries. *Energy Policy* , **38**, 656–660.

Bilgili, M., Yasar, A., Simsek, E. (2011). Offshore wind power development in Europe and its comparison with onshore counterpart. *Renewable and Sustainable Energy Reviews 2011*, **15**, 905-915.

Buckingham, E. (1914). On physically similar systems: Illustrations of the use of dimensional equations. *Physical Review*, **4**, 345-376.

Chakrabarti, S. K. (2005). Handbook of Offshore Engineering (Vol. I). Elsevier Ocean Engineering, London, UK.

Chen, L., Ponta, F. L., Lago, L. I. (2011). Perspectives on innovative concepts in wind-power generation. *Energy for Sustainable Development* , **15**, 398-410.

Ciarreta, A., Gutiérrez-Hita, C., Nasirov, S. (2011). Renewable energy sources in the spanish electricity market: Instruments and effects. *Renewable and Sustainable Energy Review*, **15**, 2510-2519.

de Vries, W. E., van der Tempel, J., Carstens, H., Argyriadis, K., Passon, P., Camp, T., Cutts, R. (2007). Assessment of bottom-mounted support structure types. Delft University of Technology, The Netherlands.

Det Norske Veritas. *DNV Guideline for Offshore Floating Wind Turbine Structures.*

Det Norske Veritas. *DNV-OS-E301 Position Mooring.*

Det Norske Veritas. *DNV-OS-E302 Offshore Mooring Chain.*

Det Norske Veritas. *DNV-OS-J101 Design of Offshore Wind Turbine Structures.*

Det Norske Veritas. *DNV-RP-C205 Enviromental Conditions and Enviromental Loads.*

Det Norske Veritas. *Riflex Theory Manual.*

Det Norske Veritas. *Riflex User Manual.*

Det Norske Veritas. *SIMO Theory Manual.*

Det Norske Veritas. *SIMO User Manual.*

Det Norske Veritas. (2012). Introduction and Guideline of Idermar Meteo. *Floating Met Mast AS per technical data request from DNV.*

Rock, M., Parsons, L. (2010). Offshore Wind Energy: Fact Sheet.1-2 Enviromental and Energy Study Institute. Washington, DC. USA.

Estaban, M. D., Diez, J. J., López, J. S., Negro, V. (2011). Why Offshore Energy? *Renewable Energy* , **36**, 444-450.

European Wind Energy Association (2011). EWEA Annual Report 2010, 17-24, Brussels, Belgium.

Faltinsen, O. (1990). *Sea loads on ships and offshore structures*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Fredsøe, J., Sumer, B. M. (1997). *Hydrodynamics Around Cylindrical Structures*. World Scientific Publishin Co., Singapore.

Fourier, J. (1827). *Mémoire sur la théorie analytique de la chaleur*. Mémoires de l'Académie royale des Sciences de l'Institut de France pour l'année 1825, **8**. Paris. France.

Grue, J. (2011). Linear motion of spar turbine. *Dept. of Mathematics. Univ. of Oslo*, Oslo, Norway.

Harver, S. K. (2010). TMR4195 Design of Offshore Structures, *Lecture Notes*. Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway.

Hasselmann, K., Barnett, T., Bouws, E., Carlson, H., Cartwright, D., Enke, K., Edwing, J. A., Gienapp, H., Hasselman, D. E., Kruseman, P., Meerburg, A., Müller, P., Olbers, D. J., Richter, K., Sell, W., Walden, H., (1973). *Measurements of Wind-Wave Growth and Swell Decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP)*. Deutsches Hydrograohisches Institut, Hamburg. Germany.

Hordvick T. (2010). Alternative design of anchors systems for floating windmills. Dept. of Marine Hydrodynamics, Norwegian Marine Technology Research Institute AS (NTNU), Trondheim, Norway.

Hordvick, T. (2011). Design analysis and optimisation of mooring system for floating wind turbines. Dept. of Marine Technology, Norwegian Marine Technology Research Institute AS (NTNU), Trondheim, Norway.

Huygens, C. (1673). *Horologium Oscillatorium, IV, (V)*, Paris, France.

IDERMAR METEO (2012). *Review of Load Cases Definition*. Santander, Spain

IDERMAR METEO (2012). *Structural Analysis of the Moorings*. Santander, Spain

IDERMAR (2013). *Presentación Corporativa*. Santander, Spain

International Energy Agency (2013). *World Energy Outlook 2013*. Paris, France.

ISO 19900. Petroleum and Natural Gas Industries. *General Requirements for Offshore Structures*.

Jonkman J. (2010). *Definition of the Floating System for Phase IV of OC3 - Technical Report*. National Renewable Energy Laboratory, Ed., USA.

Jonkman, J., Musial, W. *Offshore Code Comparison Collaboration (OC3) for IEA Task 23 Offshore Wind Technology and Deployment*. NREL Technical Report. USA.

Journeé, J., Massie, W. (2001). *Offshore Hydromecanics*. Delf University of Technology, Netherlands.

Kaasen, K. (1999). Time domain representations of standard wind gust spectra. *Proceedings of the Ninth International Offshore and Polar Engineer Conference*, Norwegian Marine Technology Research Institute AS (NTNU), Trondheim, Norway.

Lifshitz, E., & Landau, L. (1959). *Fluid Mechanics. Course Of Theoretical Physics*, 6, Pergamon Press.

Lockwood, E. (1961). *A Book of Curves*. Cambridge University Press. Cambridge, UK.

Mavrakos, S., Papazoglou, V., Triantafyllou, M., & Hatjigeorgiou, J. (1966). *Deep Water Mooring Dynamics*. Department of Naval Architecture and Marine Engineering. National Technical University of Athens, Athens, Greece.

Musial, W., Butterfield, S., Boone, A. (2004). Feasibility of floating platform systems for wind turbines. *23rd ASME Wind Energy Symposium Proceedings NREL/CP-500-34874*.

Newman J.N. (1977). *Marine Hydrodynamics*. The MIT Press. Cambridge (MA), USA

Nordman, E. (2011). *Offshore Wind Energy: Public Perspectives & Policy Considerations*. Grand Valley State University. 1-2. Allendale (MI), USA.

NREL (2012). *Computer models integrate with floating platforms*. USA.

Pierson, J., Moskowitz, L. (1964). A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodkii. *Journal of Geophysical Research* , **69**, 24, 2156-2202.

Pinsker, J. (1980). *Low frequency second order wave exciting forces on floating structures*. PhD Thesis, Technical University of Delft, Delft, The Netherlands.

Plackett, R. (1935). Some Theorems in Least Squares. *Biometrika* , 149-157. *Oxford Journals, Oxford, UK*.

Soin, A. (1997). *The Physical Basis of Dimensional Analysis*. Department of Mechanical Engineering, MIT, Cambridge, MA, USA.

Russell, J., Smith, J., Colin, J. (2001). Statics of a three component mooring line. *Ocean Engineering* , **28**, 7, 899–914.

St. Denis, M., Pierson, W. J. (1953). On the motion of ships in confused seas, **61**. Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers. Quarterly, USA.

Timpe, G., Van de Voorde, N. (1995). NOMAD bouys: an overview of forty years of use. *OCEANS'95 MTS/IEEE Challenges of Our Changing global Eviromental Conference Proceedings*, 309-315.

Valle Molina, C., Heredia Zavoni, F., Silva González, F. (N. A.) Análisis de confiabilidad de cajones de succión sujetos a carga inclinada. Instituto Mexicano del Petróleo, México D.F., México.

Vryhof Anchors. *Anchors manual*. Yssel, Netherlands.

Walters, R. (2008). Full scale experimental verification of a wave energy converter. *Energy from Ocean Waves*, Uppsala University, Norway.

WAMIT, Inc., M.I.T. (2013). WAMIT User Manual Version 7.0.

World Wind Energy Association (WWEA) (2011). *World Wind Energy Report 2010*. Bonn, Germany.

World Wind Energy Association (WWEA) (2013). *World Wind Energy Report 2012*. Bonn, Germany.

World Wind Energy Association (WWEA) (2014). *World Wind Energy 2013 Half Year Report*. Bonn, Germany.

www.goiener.com Obtenido en 2014.

www.pelastarwind.com Obtenido en 2014.

www.statoil.com Obtenido en 2013.

www.dnv.com Obtenido en 2013.