REVISTA DE ESTUDIOS REGIONALES Nº 80, I.S.S.N.: 0213-7585 (2007), PP. 13-41

Modelización de la distribución personal de la renta en España: Un análisis regional

Marta Pascual
José María Sarabia
Universidad de Cantabria

Recibido, Noviembre de 2005; Versión final aceptada, Noviembre de 2006.

PALABRAS CLAVE: Distribución de la renta, Funciones de cuantiles, Desigualdad, PHOGUE.

KEY WORDS: Income distribution, Quantile functions, Income inequality, ECHP.

Clasificación JEL: D31, D63, H24.

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es el estudio de la desigualdad en la distribución personal de la renta en España y por CC.AA. utilizando diversas especificaciones probabilísticas de carácter paramétrico. Se proponen dos modelos robustos para modelizar datos de renta usando la función de cuantiles. Específicamente, se trabaja con los modelos gamma y beta de cuantiles. Para ello, se recurre a la información empírica contenida en el Panel de Hogares de la Unión Europea (PHOGUE). Asimismo, se analiza la sensibilidad de los resultados utilizando diferentes escalas de equivalencia.

ABSTRACT

The objective of this paper is the study of income inequality in Spain and Autonomous Communities using different parametric specifications. In particular, two robust models based on the quantile functions are used: the gamma and beta quantile functions. Empirically we have used the information contained in the European Community Household Panel (ECHP). Also, the sensitivity of the results is analyzed using different equivalence scales.

1. INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años se están produciendo notables avances en los estudios de desigualdad. Este hecho se ha visto favorecido por la mayor disponibilidad de datos microeconómicos (procedentes tanto de encuestas como de registros administrativos) y por los avances informáticos. No obstante, el análisis de la desigualdad resulta complejo y a pesar de los muchos estudios existentes

Los autores agradecen a los evaluadores anónimos y al editor los valiosos comentarios y sugerencias que han contribuido a la mejora de este artículo. Asimismo, los autores agradecen la financiación del Ministerio de Educación y Ciencia (Proyecto SEJ2004-02810) y al Instituto de Estudios Fiscales (IEF) por la financiación parcial del trabajo.

sobre desigualdad[1], éste sigue siendo un campo abierto con posibilidades de avance. Así, el enfoque moderno de los estudios de desigualdad ha dejado de ser un simple ejercicio estadístico a partir del cual se obtenían diferentes medidas de dispersión o concentración, y en la actualidad se entiende como un estudio riguroso enmarcado dentro de la economía del bienestar.[2]

Para medir la desigualdad se han propuesto tanto en la literatura económica como estadística, diferentes herramientas. Una de estas herramientas es la curva de Lorenz, a partir de la cual se pueden obtener rankings de desigualdad (y, por tanto, establecer comparaciones). Además, la elección de una forma funcional para la curva de Lorenz es un aspecto clave en el análisis de desigualdad y sigue siendo un activo campo de investigación[3]. A partir de la forma funcional se obtienen medidas de desigualdad y pobreza y, sobre todo, se pueden estudiar las posibles ordenaciones entre distribuciones. En particular, la modelización económica a través del análisis de microdatos está permitiendo contrastar empíricamente distintas teorías. Obviamente, los estudios de desigualdad obligan a tomar una serie de decisiones que pueden condicionar los resultados obtenidos (Oliver, Ramos y Raymond (2001b), Del Río y Ruiz- Castillo (1999, 2001a y 2001b), Duclos y Mercader-Prats (1999), Cantó, Del Río y Gradín (2002)). Estas decisiones hacen referencia tanto a la fuente de datos como a otros aspectos tales como las unidades de análisis, las variables utilizadas o las escalas de equivalencia consideradas.

Este trabajo se centra en el estudio de la desigualdad en la distribución personal de la renta en España, utilizando diversas especificaciones probabilísticas de carácter paramétrico. Asimismo, se propone una metodología general para obtener funciones de cuantiles para el ajuste de datos de renta. El método consiste en seleccionar una curva de Lorenz suficientemente flexible con al menos dos parámetros y generar la función de cuantiles, mediante la cual se obtiene un modelo parametrizado por la media, y que por tanto se puede armonizar fácilmente con los datos. Una de las ventajas de utilizar las funciones de cuantiles es que, a diferencia de lo que ocurre con especificaciones en términos de la función de densidad y la función de distribución, éstas dan lugar a curvas de Lorenz manejables, cuyas expresiones de algunas medidas de desigualdad son especialmente simples.

1 Para diferentes revisiones de la literatura véanse, entre otros, Oliver et al. (2001a), Cantó et al. (2000) y Ruíz-Huerta et al. (1993).

2 Véase Salas (2001).

3 Véanse Kakwani y Podder (1973), Rasche et al. (1980), Gupta (1984), Arnold (1986), Arnold et al. (1987), Villaseñor y Arnold (1989), Basmann et al. (1990), Ortega et al. (1991), Chotikapanich (1993), Holm (1993), Ryu y Slottje (1996), Lafuente (1998), Sarabia (1997), Sarabia, Castillo y Slottje (1999, 2001 y 2002), Sarabia y Pascual (2001 y 2002).

Utilizando este tipo de metodología, veremos que los resultados relativos al índice de Gini, percentiles y ratio P90/P10 no varían apenas respecto a la forma funcional elegida (función de cuantiles beta o gamma). En este sentido, hablaremos de *robustez* de los resultados respecto del modelo. Esto se debe al hecho de trabajar con funciones de cuantiles suficientemente flexibles, que además presentan estimadores de los parámetros altamente estables. Asimismo, se estudia la *sensibilidad* de los resultados respecto a la escala de equivalencia elegida. Veremos que los niveles de desigualdad observados son ligeramente inferiores que los estimados a partir de las funciones de cuantiles, con independencia del valor del parámetro que determina la escala de equivalencia. Se observa además una relación en forma de "U" entre el índice de Gini y el parámetro que determina dicha escala. Esto es cierto para las dos formas funcionales consideradas.

El presente trabajo se estructura de la siguiente manera. En el apartado 2, se hace una breve referencia sobre los datos utilizados y las opciones metodológicas adoptadas. En el apartado 3, se estudian las funciones de cuantiles como una alternativa probabilística para especificar distribuciones de renta. En el apartado 4, se procede al ajuste, validación y comparación entre modelos. Finalmente, en el apartado 5, se presentan las conclusiones más relevantes y se efectúan algunas consideraciones finales.

2. EL PANEL DE HOGARES DE LA UNIÓN EUROPEA: CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS

La necesidad de disponer a nivel comunitario de información armonizada relativa a rentas, educación, formación, empleo, etc., que permitiera analizar las diferentes políticas sociales en la Unión Europea, motivó la elaboración de una nueva fuente de información estadística: "*El Panel de Hogares de la Unión Europea*" (PHOGUE). Esta fuente de datos está armonizada a nivel comunitario y coordinada por la Oficina de Estadística de la Unión Europea (EUROSTAT).

El PHOGUE no sólo describe la situación de la población en un momento determinado, sino que además los hogares elegidos en el primer ciclo se mantienen durante los ciclos sucesivos, permitiendo la entrada de nuevos miembros y siguiendo a los miembros que han abandonado el hogar, o al hogar en su conjunto, si éste ha cambiado de dirección dentro de la Unión Europea. En este sentido, es importante destacar que nunca se había dispuesto, para toda la Unión Europea[4], de un panel fijo y armonizado que permitiera realizar un se-

4 La base de datos internacionales del *Luxembourg Income Study* (LIS) permite estudiar la distribución de la renta en España en un contexto internacional. No obstante, en ella existen limitaciones ligadas

guimiento de variables como la renta, el empleo, composición de los hogares, educación, etc., y que permitiera además estudiar la situación socioeconómica de los hogares e individuos dentro de la Unión Europea.

Sin embargo, es preciso señalar ciertas limitaciones en el análisis de desigualdad a partir del PHOGUE. En esta fuente de información sólo se proporcionan datos relativos a ingresos, con lo cual no es posible realizar un análisis de sensibilidad para valorar los efectos de utilizar datos de gasto en lugar de los de ingreso para medir la desigualdad de la distribución de la renta. Asimismo, no es posible realizar el análisis a nivel autonómico durante los ocho años que dura el panel. Únicamente, se dispone de información desagregada según la región (*NUT*) donde el hogar está residiendo. En el PHOGUE la información está desagregada según las siguientes regiones: Región 1:Noroeste (Galicia, Asturias y Cantabria); Región 2: Nordeste (País Vasco, Navarra, Rioja y Aragón); Región 3: Madrid; Región 4: Centro (Castilla y León, Castilla La Mancha y Extremadura); Región 5: Este (Cataluña, Comunidad Valenciana y Baleares); Región 6: Sur (Andalucía, Murcia, Ceuta y Melilla); Región 7: Canarias. Por ello, se ha utilizado también la muestra ampliada del PHOGUE de 2000 que es la única que permite un análisis por Comunidades Autónomas.

Asimismo, es necesario precisar que una vez seleccionada la fuente de información, se han tenido que tomar una serie de decisiones relevantes tanto metodológicas como relativas a la elección de la variable objeto de estudio y a la forma en que se ponderan las unidades de análisis. En este sentido, el empleo de microdatos ofrece numerosas ventajas ya que permite tomar una serie de decisiones metodológicas, aplicarlas de forma homogénea y contrastar la sensibilidad y robustez de los resultados frente a diferentes hipótesis. La variable utilizada en este estudio es el *Ingreso anual neto del hogar*, que está constituido por todos los ingresos ordinarios del hogar sea cual sea su procedencia (rentas del trabajo, del capital, de la propiedad, transferencias privadas y prestaciones sociales). Dichos ingresos son netos de retenciones a cuenta del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas (IRPF), cotizaciones a la Seguridad Social y otros pagos asimilados. Precisamente, esta variable nos sirve como aproximación al nivel de vida de los hogares españoles con ciertas limitaciones, dado que no se está teniendo en cuenta, explícitamente, otros aspectos como la riqueza de los hogares, el bienestar subjetivo, etc.

Las entrevistas correspondientes a estas ocho oleadas fueron realizadas entre los años 1994 y 2001 y con la excepción de las variables de *Ingresos Actuales*, todos

---

a la diferente riqueza de la información contenida en cada fuente, así como el momento temporal al que se refieren las encuestas (véase Ayala, Martínez y Ruiz-Huerta (1993)).

los montantes relativos a ingresos son anuales y pertenecen al año anterior al de la encuesta, es decir, 1993 para el primer ciclo, 1994 para el segundo, etc.

Metodológicamente se ha tomado como unidad de análisis el hogar, ya que constituye la unidad básica de recogida de información, teniendo en cuenta el tamaño y composición del hogar a la hora de efectuar el análisis. La primera pregunta que se plantea empíricamente en este caso es qué queremos analizar: ¿la renta por familia?, ¿la renta por adulto sin tener en cuenta a los niños?, ¿la renta por hogar con independencia del número de adultos?, o ¿la renta por individuo, considerando que cada niño tiene una parte de la renta de los padres? Es necesario, por tanto, hacer algunas consideraciones sobre la variable renta o ingresos. La primera es que el valor total de dicha variable no tiene en cuenta el número de personas que componen el hogar. Una posibilidad es considerar la variable en términos per cápita, es decir, por cada miembro del hogar ya sean mayores o menores. No obstante, surgen nuevos problemas debidos a la existencia de economías de escala en el seno de los hogares. Por otro lado, parece lógico suponer que las necesidades de los hogares varían según su tamaño y según la composición por edad de los miembros que lo forman. Para tener en consideración este hecho, es habitual utilizar escalas de equivalencia que asignan distintas ponderaciones a los distintos miembros del hogar[5].

Así, en este trabajo, se ha abordado la heterogeneidad de los hogares utilizando la especificación dada en Buhmann *et al*. (1988) y en Coulter, Cowell y Jenkins (1992) que resumen diferentes escalas de equivalencia a través de un sólo parámetro suponiendo que dicha escala depende solamente del número de miembros del hogar. De acuerdo con este método, la renta equivalente, Y_h, de un hogar con n_h miembros y con renta sin ajustar X_h es:

5 El uso de Escalas Equivalentes de Consumo aunque es muy habitual en trabajos empíricos no está exento de criticas. Uno de los razonamientos subyacentes en la utilización de escalas de equivalencia de consumo, en los estudios de distribución personal de la renta, es la aceptación de la igualdad entre renta y consumo o entre renta y bienestar. Obviamente estos conceptos son totalmente diferentes (véanse Carrascal, 1997; Casas *et al*. 1996; Nelson 1992 y 1993). Además, dado que no existe una escala de equivalencia "superior" al resto y que sea unánimemente aceptada, hace que para algunos autores esta búsqueda pueda carecer de sentido. A pesar de esto, otros enfoques son aún más discutibles y no generan resultados empíricos robustos (Buhmann *et al*. 1988, Coulter *et al*. 1992). Es por ello, que cuando se agrupan hogares de características distintas ajustando la renta o el gasto por medio de escalas de equivalencia, debe comprobarse la robustez del procedimiento estimando la desigualdad para distintos valores de los parámetros que determinan la escala (Ruiz-Castillo, 1993). Adicionalmente se pueden estudiar por separado tipos de hogares homogéneos entre sí, tal y como recomiendan Blundell y Lewbel (1991). En cualquier caso, la cuestión relativa a cómo tratar a los hogares resulta polémica y muy discutida (Lambert, 1996; Jenkins y Lambert, 1993; Danziger y Taussig, 1979; McClements, 1978; Nelson, 1988 y 1993; Carrascal, 1997; Casas et al., 2005).

$$Y_h = \frac{X_h}{n_h^s}.$$

El parámetro *s* varía así entre 0 y 1. Cuando *s*=1, obtenemos la distribución de la renta per cápita del hogar, lo que equivale a dividir la renta del hogar por el tamaño familiar. Cuando *s*=0, la renta equivalente es igual a la renta sin ajustar, lo que equivale a no tener en cuenta el tamaño de los hogares. Asimismo, se ha analizado la sensibilidad de los resultados estimando la desigualdad para distintos valores que determinan la escala (Ruíz-Castillo (1993) y Salas (2001)). En particular se han considerado los valores *s*=0, 0.25, 0.5, 0.75 y 1.

3. LA FUNCIÓN DE CUANTILES COMO INSTRUMENTO DE MODELIZACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA RENTA

La función de cuantiles constituye una de las alternativas probabilísticas para especificar una distribución de renta. En este trabajo se propone un método para obtener funciones de cuantiles para el ajuste de datos de renta. El método consiste en seleccionar una curva de Lorenz suficientemente flexible con al menos dos parámetros y generar la correspondiente función de cuantiles, mediante la cual se obtiene un modelo parametrizado por la media.

Una vez seleccionada la forma funcional, se procede a estimar los parámetros correspondientes (por ejemplo, por el método de los momentos, máxima verosimilitud, etc.). Asimismo, se puede analizar la bondad de ajuste mediante la suma de cuadrados de los residuos, la suma de los errores absolutos, el test de la chi-cuadrado, etc. El último paso es obtener el índice de Gini (u otras medidas de concentración y dispersión) a partir de los parámetros previamente estimados.

Una de las ventajas de utilizar las funciones de cuantiles es que, a diferencia de lo que ocurre con especificaciones en términos de la función de densidad y la función de distribución, éstas dan lugar a curvas de Lorenz sencillas, cuyas expresiones para algunas medidas de desigualdad son especialmente simples. Las funciones de cuantiles (siempre que sean lo suficientemente flexibles) pueden ser especialmente recomendables para datos de renta, puesto que se basan en información robusta, que es la dada por los cuantiles.

3.1 Resultados Previos

Sea *X* una variable aleatoria positiva con función de distribución $F_X(x)$. La función de cuantiles viene definida por:

$$X(p) = F_X^{-1}(p), \quad 0 \leq p \leq 1, \tag{1}$$

donde:

$$F_X^{-1}(p) = inf\{x : F_X(x) \geq p\}. \tag{2}$$

Como primer aspecto, hay que señalar que la función de cuantiles corresponde a la versión poblacional de los cuartiles, deciles, etc., que son medidas habitualmente utilizadas en estadística económica descriptiva. La función $X(p)$ representa el máximo nivel de renta percibido por el p por ciento de los individuos que menos ganan, o también el nivel mínimo de renta que percibe el (1-p) por ciento de los individuos que más ganan.

Asimismo, también pueden obtenerse expresiones alternativas de la función de cuantiles a partir de la curva de Lorenz. Sea $L_X(p)$ una curva de Lorenz dos veces diferenciable. Se denomina función de cuantiles generada a partir de $L_X(p)$ a la expresión:

$$X(p;\mu) = \mu L'_X(p), \quad 0 \leq p \leq 1, \tag{3}$$

donde μ es un parámetro que representa la renta media.

La definición anterior supone un modo de generar funciones de cuantiles. Por otro lado, las diferentes medidas de desigualdad admiten una representación en términos de la función de cuantiles. El objetivo que nos planteamos es presentar diversas especificaciones funcionales para la función de cuantiles de la renta, motivadas por algunas curvas de Lorenz[6].

3.2 Especificaciones Paramétricas de Funciones de Cuantiles

A continuación, se analizan brevemente los dos tipos de funciones de cuantiles utilizados. Las especificaciones paramétricas de estas funciones de cuantiles son:

6 La elección de los dos tipos de funciones de cuantiles empleados se basa en que se puede elegir como función cuantil cualquiera de las disponibles con tal que corresponda a una variable no-negativa y asimétrica positiva, que son dos de las características básicas de las distribuciones de renta. Sin embargo, muchas de las elecciones potenciales son complicadas, puesto que se debe invertir la función de distribución y normalmente esto es difícil. Por ejemplo, en el caso de la variable aleatoria gamma clásica con función de densidad proporcional a $x^{a-1}e^{-bx}$, no es en general posible obtener una expresión de la función cuantil. Las dos elecciones propuestas corresponden a variables no negativas, son asimétricas positivas, ya están invertidas y contienen algunos casos particulares correspondientes a distribuciones clásicas. Por otra parte, los modelos seleccionados proporcionan buenos ajustes y es posible obtener las medidas de desigualdad asociadas a los mismos.

1) Curva de Cuantiles Beta de Primera Especie:

$$X(p;a,b,\mu)=\frac{\mu p^{a-1}(1-p)^{b-1}}{B(a,b)}, \quad 0\leq p\leq 1, \quad a\geq 1, 0<b\leq 1, \tag{4}$$

siendo *B*(*a*,*b*) la función beta de Euler.

2) Curva de Cuantiles Gamma Transformada:

$$X(p;\alpha,\lambda,\mu)=\frac{\mu\lambda^{\alpha} p^{\lambda-1}(-\log p)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}, \quad 0\leq p\leq 1, \quad \alpha\leq 1, \quad \lambda>1, \tag{5}$$

donde $\Gamma(\alpha)$ representa la función gamma de Euler.

Estas dos funciones de cuantiles surgen de aplicar la definición (3) a una determinada curva de Lorenz. Otras propuestas de funciones de cuantiles son la distribución Lambda de Tukey Generalizada (Ramberg *et al*., 1979) y la distribución de Wakeby (Houghton, 1978). Obsérvese que las funciones de cuantiles propuestas no coinciden con las funciones de cuantiles que se derivan de las distribuciones beta y gamma clásicas.

3.2.1 Propiedades Teóricas de las Funciones de Cuantiles Beta y Gamma

La función de cuantiles Beta de Primera Especie (4) surge de aplicar la expresión (3) a la curva de Lorenz:

$$L(p;a,b)=\int_0^p \frac{x^{a-1}(1-x)^{b-1}}{B(a,b)}dx, \quad a\geq b, 0<b\leq 1. \tag{6}$$

El soporte de esta función de cuantiles es el intervalo $(0,\infty)$, que es un primer requisito para modelizar datos de renta. La elección de un modelo probabilístico que represente adecuadamente la distribución de rentas debe apoyarse en su capacidad de cumplimiento de una serie de propiedades económicas, estadísticas y matemáticas bien definidas[7].

7 Casas *et al*. (1996) listan un total de 19 propiedades deseables que debe cumplir un modelo para representar una distribución de rentas, clasificadas en 6 apartados: 1) Propiedades relativas a su rango; 2) Propiedades relacionadas con su forma; 3) Propiedades relacionadas con sus parámetros; 4) Propiedades relacionadas con su fundamentación teórica; 5) Propiedades relacionadas con su manejabilidad analítica; 6) Propiedades relacionadas con su estimabilidad estadística.

El índice de Gini toma una expresión especialmente simple:

$$G(a,b)=\frac{a-b}{a+b}. \tag{7}$$

Los momentos respecto al origen son:

$$E(X^k)=\mu^k\frac{B(k(a-1)+1,k(b-1)+1)}{B(a,b)^k}, \tag{8}$$

y $E(X^k)<\infty \Leftrightarrow b\geq 1-1/k,$ que es otra de las propiedades deseables de las distribuciones de renta (existencia de un número finito de momentos).

La función de cuantiles Gamma Transformada, surge a partir de la curva de Lorenz:

$$L(p;\alpha,\lambda)=\int_0^p\frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)}x^{\lambda-1}(-\log x)^{\alpha-1}dx,\ \lambda>1,\alpha>0. \tag{9}$$

El índice de Gini viene dado por:

$$G(\alpha,\lambda)=2\left(\frac{1}{1+\lambda^{-1}}\right)^\alpha-1. \tag{10}$$

Los momentos respecto del origen son (k = 1, 2,...)

$$E(X^k)=\mu^k\frac{\lambda^{k\alpha}\Gamma(k(\alpha-1)+1)}{\left[k(\alpha-1)+1\right]^{k(\alpha-1)+1}\Gamma(\alpha)^k}. \tag{11}$$

3.3 Estimación de la Función Beta

Para la estimación partimos de un conjunto de datos $(p_i,x(p_i)),\quad i=1,2,...,n$ procedentes de la función de cuantiles observada. Sustituyendo $(p_i,x(p_i))$ en la expresión (6) y tomando logaritmos, se obtiene que $(c=\log(\mu/B(a,b)))$:

$$\log x(p_i)=c+(a-1)\log p_i+(b-1)\log(1-p_i), \tag{12}$$

que es una ecuación lineal en los parámetros. El método más natural de estimación es el de los mínimos cuadrados generalizados. Otra posibilidad es utilizar el método robusto de estimación descrito por Castillo, Hadi y Sarabia (1998). Se eligen un conjunto de N submuestras de datos y con cada una de ellas construimos los estimadores iniciales (si se eligen tres cuantiles $\{x(p_i),x(p_j),x(p_k)\}$ y se sustituyen en (12), se obtiene un sistema $3\ x\ 3$ con solución única). A continuación, combinamos los estimadores con alguna función robusta, como por ejemplo la mediana o la mínima mediana de los cuadrados propuesta por Rousseeuw (1984).

3.4 Estimación de la Función Gamma

Análogamente, sustituyendo en un dato observado y tomando logaritmos se obtiene que:

$$\log x(p_i) = c + (\lambda - 1)\log p_i + (\alpha - 1)\log(-\log(p_i)), \quad 0 \leq p \leq 1, \tag{13}$$

$(c = \log(\mu\lambda^{\alpha} / \Gamma(\alpha)))$ que vuelve a ser lineal en los parámetros. A partir de (13) se pueden obtener igualmente diversos estimadores de los parámetros μ, λ y α.

4. ANÁLISIS DE LA EVOLUCIÓN Y DISTRIBUCIÓN DE LA RENTA NETA EQUIVALENTE: RESULTADOS EMPÍRICOS

El análisis empírico se basa en la información contenida en el Panel de Hogares de la Unión Europea (PHOGUE) realizado para España por el INE. Para ello, se han analizado los cambios en la distribución de la renta que se han producido en España (1993-2000) y por CC.AA. (a partir de la información contenida en la muestra ampliada del año 2000), utilizando distintos métodos tanto analíticos como gráficos. En una primera etapa, se han ajustado y analizado la adecuación de los modelos cuantiles teóricos (Beta y Gamma) a los datos empíricos. Posteriormente, se ha procedido al análisis longitudinal de la distribución de la renta y, dado que se consideran distintas escalas de equivalencia, esto ha permitido contrastar la sensibilidad y robustez de los resultados.

4.1 Estimación y adecuación de los modelos a los datos empíricos

Comenzaremos con un análisis descriptivo de los datos, para lo cual se utilizan estimaciones no paramétricas de las funciones de densidad (Silverman, 1986). Para ello, se han obtenido las correspondientes funciones de densidad de la renta neta equivalente en España mediante estimación *kernel gaussiana* con una amplitud de ventana óptima para todos los años disponibles y los diferentes valores del parámetro “*s*” antes considerados (véanse Figuras 1 y 2)[8]. Puede observarse que

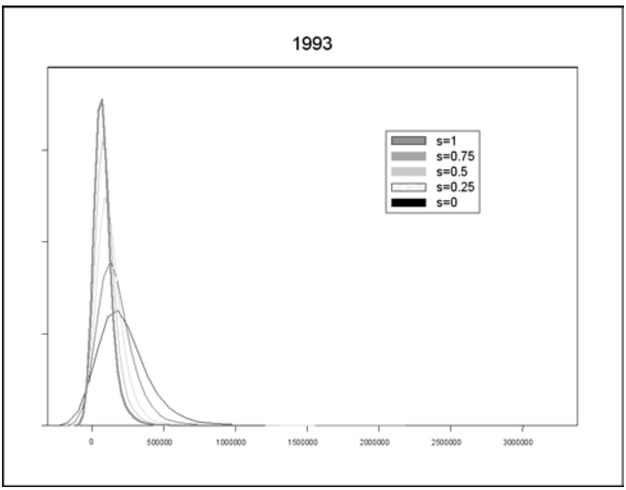
8 Las densidades kernel estimadas para las demás olas se han omitido ya que son similares a las obtenidas para el año 1993.

las funciones de densidad más apuntadas se corresponden siempre con el valor *s*=1, mientras que las más achatadas se corresponden con *s*=0. Estas diferencias, se deben fundamentalmente al hecho de tener en cuenta el tamaño de los hogares (véase Buhmann et al., 1988). En España, la mayoría de los hogares están formados por 3 o 4 personas.

Por otro lado, la Figura 2 muestra la evolución de las correspondientes funciones de densidad empíricas de la renta real neta equivalente (a precios de 1992) tomando *s*=0.5, pudiéndose apreciar ligeras diferencias entre los distintos años[9].

FIGURA 1

FUNCIONES DE DENSIDAD DE LA RENTA NOMINAL NETA EQUIVALENTE EN ESPAÑA SEGÚN LOS DIFERENTES VALORES DEL PARÁMETRO *“S”*.

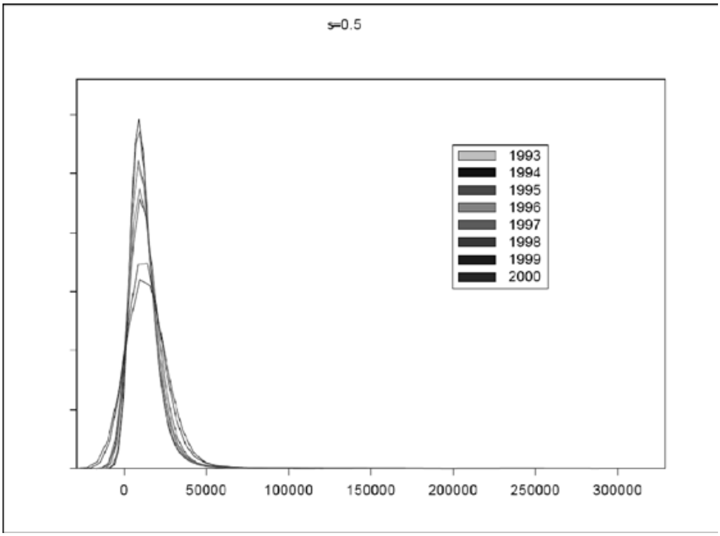


Fuente: PHOGUE. Año 1993.

9 Las densidades kernel estimadas para los demás valores del parámetro “*s*” se han omitido ya que son similares a las obtenidas tomando *s*=0.5.

FIGURA 2

EVOLUCIÓN DE LAS FUNCIONES DE DENSIDAD DE LA RENTA REAL NETA EQUIVALENTE EN ESPAÑA (S=0.5), A PRECIOS DE 1992. PERIODO 1993-2000



Fuente: PHOGUE.

Los Cuadros 1-4 presentan los resultados obtenidos en la estimación de los modelos de cuantiles Beta de Primera Especie y Gamma Transformada mediante mínimos cuadrados generalizados. Para ello, se han estimado los modelos para los diferentes valores del parámetro “*s*” y se han obtenido los estimadores de los parámetros. Si nos fijamos en el modelo Beta (Cuadro 1 y 3), y comparamos los estimadores de los parámetros con su desviación típica, se comprueba que todos los estimadores son altamente significativos. Resulta relevante destacar que, independientemente del valor de “*s*”, los estimadores de los parámetros *a* y *b* apenas varían de un año a otro aunque las diferencias son mayores cuando nos centramos en las CC.AA. Estos resultados son igualmente ciertos para el modelo de cuantil Gamma (Cuadros 2 y 4). Nuevamente los estimadores de los parámetros λ y α son altamente significativos, y presentan una variación muy suave de un año a otro. Esto es cierto para todos los valores de “*s*”. De todo lo anterior podemos afirmar que los estimadores de los parámetros de ambos modelos son altamente estables, y por tanto especialmente útiles para comparaciones intertemporales[10]. Por último, los Cuadros 5 y 6 incluyen la distribución de la renta por percentiles en las CCAA de Andalucía y Cantabria, respectivamente[11].

CUADRO 1

ESTIMADORES DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO CUANTIL BETA. ERRORES ESTÁNDAR ENTRE PARÉNTESIS.

Año	*s*=0		*s*=0,25		*s*=0,5		*s*=0,75		*s*=1	
	a	***b***	***a***	***b***	***a***	***b***	***a***	***b***	***a***	***b***
1993	1.4727	0.6532	1.4106	0.6599	1.3726	0.661068	1.3714	0.6658	1.3985	0.6563
	(0.0176)	(0.0176)	(0.0137)	(0.0137)	(0.0092)	(0.0092)	(0.0087)	(0.0087)	(0.0076)	(0.0076)
1994	1.4587	0.6638	1.3892	0.6649	1.3571	0.6691	1.3633	0.6725	1.4000	0.6696
	(0.0193)	(0.0193)	(0.0160)	(0.0160)	(0.0121)	(0.0121)	(0.0094)	(0.0094)	(0.0081)	(0.0081)
1995	1.4478	0.6495	1.3905	0.6596	1.3603	0.6620	1.3703	0.6682	1.4037	0.6636
	(0.0208)	(0.0208)	(0.0167)	(0.0167)	(0.0103)	(0.0103)	(0.0121)	(0.0121)	(0.0098)	(0.0098)
1996	1,4619	0,6381	1,4075	0,6490	1,3829	0,6567	1,3923	0,6630	1,4294	0,6613
	(0,0190)	(0,0190)	(0,0171)	(0,0171)	(0,0112)	(0,0112)	(0,0115)	(0,0115)	(0,0111)	(0,0111)
1997	1,4464	0,6378	1,3924	0,6535	1,3670	0,6622	1,3746	0,6703	1,4125	0,6709
	(0,0243)	(0,0243)	(0,0188)	(0,0188)	(0,0112)	(0,0112)	(0,0108)	(0,0108)	(0,0088)	(0,0088)
1998	1,4467	0,6470	1,3854	0,6581	1,3503	0,6636	1,3496	0,6661	1,3726	0,6605
	(0,0270)	(0,0270)	(0,0228)	(0,0228)	(0,0145)	(0,0145)	(0,0090)	(0,0090)	(0,0075)	(0,0075)
1999	1,4407	0,6383	1,3730	0,6524	1,3316	0,6596	1,3195	0,6587	1,3379	0,6476
	(0,0253)	(0,0253)	(0,0213)	(0,0213)	(0,0148)	(0,0148)	(0,0069)	(0,0069)	(0,0060)	(0,0060)
2000	1,4515	0,6472	1,3943	0,6660	1,3535	0,6739	1,3291	0,6703	1,3456	0,6595
	(0,0277)	(0,0277)	(0,0229)	(0,0229)	(0,0164)	(0,0164)	(0,0094)	(0,0094)	(0,0051)	(0,0051)

Fuente: PHOGUE

10 Además, los ajustes son muy satisfactorios tanto en la parte central de la distribución como en las colas. Para ello, se han calculado, entre otras medidas, el máximo y el mínimo error por ventila.

11 La distribución personal de la renta por percentiles (tanto a partir de los microdatos del PHOGUE como a partir de los modelos Beta y Gamma) está disponible para todas las CCAA, sin embargo por razones de espacio, sólo se han incluido en este trabajo los resultados correspondientes a Cantabria y a Andalucía.

CUADRO 2
ESTIMADORES DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO CUANTIL GAMMA. ERRORES ESTÁNDAR ENTRE PARÉNTESIS.

Año	*s*=0		*s*=0,25		*s*=0,5		*s*=0,75		*s*=1	
	λ	α	λ	α	λ	α	λ	α	λ	α
1993	1.3514	0.6660	1.2922	0.6728	1.2556	0.6748	1.2571	0.6802	1.2813	0.6714
	(0.0196)	(0.0146)	(0.0149)	(0.0111)	(0.0108)	(0.0080)	(0.0128)	(0.0095)	(0.0126)	(0.0094)
1994	1.3409	0.6758	1.2723	0.6774	1.2427	0.6823	1.2512	0.6866	1.2873	0.6841
	(0.0219)	(0.0163)	(0.0179)	(0.0133)	(0.0144)	(0.0107)	(0.0134)	(0.0099)	(0.0128)	(0.0095)
1995	1.3248	0.6620	1.2718	0.6724	1.2437	0.6757	1.2573	0.6830	1.2893	0.6786
	(0.0237)	(0.0176)	(0.0191)	(0.0142)	(0.0124)	(0.0093)	(0.0177)	(0.0131)	(0.0154)	(0.0114)
1996	1,3352	0,6512	1,2852	0,6622	1,2644	0,6706	1,2774	0,6778	1,3144	0,6766
	(0,0211)	(0,0157)	(0,0195)	(0,0145)	(0,0135)	(0,0100)	(0,0168)	(0,0125)	(0,0172)	(0,0128)
1997	1,3191	0,6505	1,2712	0,6662	1,2502	0,6757	1,2619	0,6846	1,3004	0,6855
	(0,0281)	(0,0209)	(0,0214)	(0,0159)	(0,0130)	(0,0097)	(0,0154)	(0,0114)	(0,0139)	(0,0104)
1998	1,3223	0,6591	1,2651	0,6700	1,2331	0,6763	1,2347	0,6799	1,2565	0,6752
	(0,0317)	(0,0236)	(0,0262)	(0,0195)	(0,0159)	(0,0118)	(0,0115)	(0,0086)	(0,0118)	(0,0088)
1999	1,3135	0,6510	1,2509	0,6647	1,2128	0,6723	1,2017	0,6725	1,2171	0,6626
	(0,0295)	(0,0220)	(0,0243)	(0,0181)	(0,0159)	(0,0119)	(0,0073)	(0,0054)	(0,0095)	(0,0071)
2000	1,3269	0,6591	1,2766	0,6775	1,2395	0,6858	1,2149	0,6833	1,2287	0,6738
	(0,0326)	(0,0243)	(0,0264)	(0,0197)	(0,0183)	(0,0136)	(0,0099)	(0,0074)	(0,0073)	(0,0054)

Fuente: PHOGUE

CUADRO 3

ESTIMADORES DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO CUANTIL BETA. ERRORES ESTÁNDAR ENTRE PARÉNTESIS.

CC.AA.	*s*=0		*s*=0,25		*s*=0,5		*s*=0,75		*s*=1	
	a	***b***	***A***	***b***	***a***	***b***	***a***	***b***	***a***	***b***
GALICIA	1,4484	0,6510	1,3735	0,6653	1,3348	0,6838	1,3292	0,6997	1,3530	0,7055
	(0,0233)	(0,0233)	(0,0182)	(0,0182)	(0,0077)	(0,0077)	(0,0064)	(0,0064)	(0,0122)	(0,0122)
ASTURIAS	1,4671	0,6937	1,3882	0,7249	1,3152	0,7257	1,2974	0,7386	1,3067	0,7320
	(0,0242)	(0,0242)	(0,0138)	(0,0138)	(0,0101)	(0,0101)	(0,0100)	(0,0100)	(0,0077)	(0,0077)
CANTABRIA	1,5024	0,7348	1,4224	0,7524	1,3247	0,7222	1,2624	0,6840	1,2725	0,6622
	(0,0191)	(0,0191)	(0,0106)	(0,0106)	(0,0096)	(0,0096)	(0,0072)	(0,0072)	(0,0144)	(0,0144)
PAIS VASCO	1,4521	0,6662	1,3965	0,6975	1,3675	0,7280	1,3439	0,7293	1,3526	0,7211
	(0,0280)	(0,0280)	(0,0209)	(0,0209)	(0,0114)	(0,0114)	(0,0078)	(0,0078)	(0,0092)	(0,0092)
NAVARRA	1,5105	0,6810	1,4379	0,6987	1,3678	0,7087	1,3376	0,7016	1,3149	0,6681
	(0,0117)	(0,0117)	(0,0138)	(0,0138)	(0,0129)	(0,0129)	(0,0085)	(0,0085)	(0,0060)	(0,0060)
LA RIOJA	1,4825	0,6376	1,4273	0,6761	1,3787	0,6844	1,3540	0,7011	1,3479	0,6965
	(0,0260)	(0,0260)	(0,0231)	(0,0231)	(0,0120)	(0,0120)	(0,0081)	(0,0081)	(0,0129)	(0,0129)
ARAGÓN	1,4380	0,6329	1,3628	0,6603	1,3205	0,6928	1,3010	0,7117	1,2983	0,7075
	(0,0306)	(0,0306)	(0,0262)	(0,0262)	(0,0162)	(0,0162)	(0,0123)	(0,0123)	(0,0070)	(0,0070)
MADRID	1,4647	0,6697	1,4158	0,6887	1,3934	0,7063	1,3693	0,6861	1,3727	0,6643
	(0,0128)	(0,0128)	(0,0135)	(0,0135)	(0,0144)	(0,0144)	(0,0158)	(0,0158)	(0,0147)	(0,0147)
C. LEÓN	1,4046	0,6125	1,3313	0,6225	1,2867	0,6292	1,2725	0,6412	1,3024	0,6524
	(0,0281)	(0,0281)	(0,0215)	(0,0215)	(0,0129)	(0,0129)	(0,0068)	(0,0068)	(0,0102)	(0,0102)
C. MANCHA	1,3266	0,5694	1,2708	0,5978	1,2389	0,6254	1,2500	0,6497	1,2998	0,6747
	(0,0370)	(0,0370)	(0,0324)	(0,0324)	(0,0244)	(0,0244)	(0,0156)	(0,0156)	(0,0134)	(0,0134)
EXTREMADURA	1,2745	0,5542	1,1902	0,5537	1,1643	0,5848	1,1906	0,6067	1,2650	0,6474
	(0,0286)	(0,0286)	(0,0191)	(0,0191)	(0,0138)	(0,0138)	(0,0084)	(0,0084)	(0,0133)	(0,0133)
CATALUÑA	1,4646	0,6823	1,3848	0,6912	1,3405	0,7031	1,3309	0,7097	1,3290	0,6932
	(0,0138)	(0,0138)	(0,0135)	(0,0135)	(0,0118)	(0,0118)	(0,0071)	(0,0071)	(0,0069)	(0,0069)
C. VALENCIANA	1,4672	0,6725	1,4004	0,6897	1,3807	0,7150	1,3802	0,7229	1,3977	0,7138
	(0,0229)	(0,0229)	(0,0187)	(0,0187)	(0,0134)	(0,0134)	(0,0142)	(0,0142)	(0,0154)	(0,0154)
BALEARES	1,4861	0,6626	1,4042	0,6767	1,3512	0,7070	1,3414	0,7338	1,3792	0,7331
	(0,0109)	(0,0109)	(0,0108)	(0,0108)	(0,0071)	(0,0071)	(0,0068)	(0,0068)	(0,0142)	(0,0142)
ANDALUCÍA	1,3942	0,6479	1,3298	0,6550	1,3019	0,6641	1,3032	0,6737	1,3432	0,6764
	(0,0174)	(0,0174)	(0,0130)	(0,0130)	(0,0128)	(0,0128)	(0,0132)	(0,0132)	(0,0113)	(0,0113)
MURCIA	1,4082	0,6676	1,3431	0,6816	1,2960	0,6964	1,3059	0,7197	1,3616	0,7386
	(0,0192)	(0,0192)	(0,0110)	(0,0110)	(0,0096)	(0,0096)	(0,0092)	(0,0092)	(0,0126)	(0,0126)
CANARIAS	1,4900	0,6634	1,4018	0,6510	1,3536	0,6456	1,3419	0,6420	1,3766	0,6398
	(0,0106)	(0,0106)	(0,0138)	(0,0138)	(0,0106)	(0,0106)	(0,0082)	(0,0082)	(0,0095)	(0,0095)

Fuente: PHOGUE 2000 (muestra ampliada)

CUADRO 4

ESTIMADORES DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO CUANTIL GAMMA. ERRORES ESTÁNDAR ENTRE PARÉNTESIS.

CC.AA.	*s*=0		*s*=0,25		*s*=0,5		*s*=0,75		*s*=1	
	λ	α	λ	α	λ	α	λ	α	λ	α
GALICIA	1,3258	0,6633	1,2564	0,6775	1,2255	0,6964	1,2266	0,7128	1,2531	0,7189
	(0,0271)	(0,0202)	(0,0205)	(0,0153)	(0,0081)	(0,0061)	(0,0102)	(0,0076)	(0,0179)	(0,0134)
ASTURIAS	1,3598	0,7047	1,2923	0,7351	1,2200	0,7364	1,2076	0,7495	1,2114	0,7428
	(0,0292)	(0,0217)	(0,0157)	(0,0117)	(0,0112)	(0,0084)	(0,0131)	(0,0098)	(0,0089)	(0,0066)
CANTABRIA	1,4097	0,7446	1,3363	0,7618	1,2284	0,7331	1,1542	0,6975	1,1581	0,6778
	(0,0231)	(0,0172)	(0,0120)	(0,0089)	(0,0106)	(0,0079)	(0,0108)	(0,0081)	(0,0211)	(0,0160)
PAIS VASCO	1,3339	0,6772	1,2899	0,7079	1,2729	0,7384	1,2510	0,7408	1,2578	0,7336
	(0,0331)	(0,0246)	(0,0241)	(0,0180)	(0,0127)	(0,0094)	(0,0106)	(0,0079)	(0,0140)	(0,0104)
NAVARRA	1,3997	0,6933	1,3333	0,7104	1,2664	0,7197	1,2343	0,7135	1,2007	0,6819
	(0,0127)	(0,0095)	(0,0161)	(0,0120)	(0,0144)	(0,0107)	(0,0091)	(0,0068)	(0,0075)	(0,0056)
LA RIOJA	1,3550	0,6502	1,3138	0,6877	1,2694	0,6968	1,2515	0,7138	1,2448	0,7101
	(0,0304)	(0,0227)	(0,0275)	(0,0205)	(0,0140)	(0,0104)	(0,0111)	(0,0083)	(0,0186)	(0,0138)
ARAGÓN	1,3081	0,6450	1,2429	0,6718	1,2131	0,7040	1,2011	0,7231	1,1978	0,7198
	(0,0361)	(0,0269)	(0,0307)	(0,0229)	(0,0182)	(0,0136)	(0,0145)	(0,0108)	(0,0094)	(0,0070)
MADRID	1,3504	0,6828	1,3073	0,7004	1,2908	0,7172	1,2595	0,6976	1,2556	0,6768
	(0,0150)	(0,0112)	(0,0149)	(0,0111)	(0,1603)	(0,0119)	(0,0176)	(0,0131)	(0,0160)	(0,0119)
C. LEÓN	1,2682	0,6259	1,1990	0,6360	1,1579	0,6435	1,1492	0,6562	1,1839	0,6677
	(0,0328)	(0,0244)	(0,0243)	(0,0181)	(0,0138)	(0,0103)	(0,0092)	(0,0068)	(0,0156)	(0,0116)
C. MANCHA	1,1741	0,5835	1,1287	0,6113	1,1072	0,6386	1,1281	0,6630	1,1871	0,6875
	(0,0438)	(0,0326)	(0,0382)	(0,0284)	(0,0282)	(0,0210)	(0,0176)	(0,0131)	(0,0158)	(0,0118)
EXTREMADURA	1,1179	0,5700	1,0352	0,5710	1,0214	0,6020	1,0560	0,6236	1,1433	0,6617
	(0,0330)	(0,0246)	(0,0218)	(0,0163)	(0,0176)	(0,0131)	(0,0128)	(0,0095)	(0,0162)	(0,0121)
CATALUÑA	1,3540	0,6943	1,2772	0,7028	1,2371	0,7143	1,2306	0,7213	1,2240	0,7063
	(0,0016)	(0,0115)	(0,0149)	(0,0111)	(0,0125)	(0,0093)	(0,0075)	(0,0056)	(0,0104)	(0,0077)
C. VALENCIANA	1,3519	0,6838	1,2918	0,7010	1,2827	0,7269	1,2863	0,7357	1,3014	0,7274
	(0,0266)	(0,0198)	(0,0217)	(0,0162)	(0,0174)	(0,0129)	(0,0202)	(0,0150)	(0,0224)	(0,0167)
BALEARES	1,3697	0,6763	1,2939	0,6909	1,2507	0,7193	1,2498	0,7448	1,2889	0,7454
	(0,0013)	(0,0098)	(0,0156)	(0,0116)	(0,0097)	(0,0072)	(0,0087)	(0,0065)	(0,0201)	(0,0150)
ANDALUCÍA	1,2714	0,6610	1,2101	0,6685	1,1865	0,6781	1,1919	0,6880	1,2330	0,6908
	(0,0197)	(0,0147)	(0,0147)	(0,0110)	(0,0166)	(0,0124)	(0,0185)	(0,0138)	(0,0168)	(0,0125)
MURCIA	1,2919	0,6797	1,2327	0,6940	1,1917	0,7091	1,2105	0,7322	1,2729	0,7505
	(0,0221)	(0,0165)	(0,0121)	(0,0090)	(0,0126)	(0,0094)	(0,0139)	(0,0104)	(0,0180)	(0,0134)
CANARIAS	1,3736	0,6768	1,2805	0,6644	1,2308	0,6595	1,2190	0,6570	1,2538	0,6556
	(0,0120)	(0,0090)	(0,0152)	(0,0113)	(0,0112)	(0,0083)	(0,0111)	(0,0083)	(0,0148)	(0,0110)

Fuente: PHOGUE 2000 (muestra ampliada)

CUADRO 5

DISTRIBUCIÓN DE LA RENTA NETA EQUIVALENTE POR PERCENTILES. RESULTADOS DE LOS MODELOS DE CURVAS CUANTILES BETA Y GAMMA.

ANDALUCÍA	*s*=0		*s*=0.25		*s*=0.5		*s*=0.75		*s*=1	
	Modelo Beta	**Modelo Gamma**	**Modelo Beta**	**Modelo Gamma**	**Modelo Beta**	**Modelo Gamma**	**Modelo Beta**	**Modelo Gamma**	**Modelo Beta**	**Modelo Gamma**
Percentil 5	650620	659316	577053	584315	476650	482144	370445	374375	263621	266344
Percentil 10	871514	870031	738901	737549	598386	597182	465216	464218	340315	339570
Percentil 15	1043369	1037151	861430	856409	689430	685528	535974	533033	398420	396254
Percentil 20	1193893	1185663	967174	960754	767465	762633	596506	592938	448472	445832
Percentil 25	1333647	1325059	1064468	1057949	838948	834169	651843	648377	494381	491808
Percentil 30	1468279	1460442	1157661	1151875	907210	903095	704576	701660	538183	536021
Percentil 35	1601529	1595232	1249575	1245085	974391	971342	756359	754286	581191	579668
Percentil 40	1736355	1732173	1342393	1339591	1042126	1040413	808452	807415	624409	623679
Percentil 45	1875475	1873829	1438089	1437245	1111882	1111681	861974	862096	668731	668893
Percentil 50	2021745	2022929	1538707	1539995	1185164	1186575	918068	919409	715070	716177
Percentil 55	2178500	2182691	1646618	1650119	1263709	1266760	978040	980607	764471	766530
Percentil 60	2349999	2357243	1764828	1770526	1349706	1354349	1043532	1047270	818242	821213
Percentil 65	2542102	2552283	1897465	1905217	1446155	1452240	1116785	1121558	878169	881943
Percentil 70	2763474	2776235	2050618	2060098	1557473	1564701	1201087	1206639	946863	951239
Percentil 75	3027959	3042539	2234005	2244581	1690693	1698523	1301661	1307542	1028474	1033088
Percentil 80	3359888	3374764	2464690	2475151	1858146	1865576	1427645	1433036	1130246	1134439
Percentil 85	3808020	3819981	2776836	2784702	2084476	2089497	1597254	1600540	1266601	1269069
Percentil 90	4492544	4493710	3254542	3253845	2430196	2428064	1855085	1852500	1472799	1470506
Percentil 95	5858016	5820386	4208162	4178032	3117794	3092210	2364382	2343170	1877666	1860353

Fuente: PHOGUE. CCAA: Andalucía.

CUADRO 6

DISTRIBUCIÓN DE LA RENTA NOMINAL NETA EQUIVALENTE POR PERCENTILES. RESULTADOS DE LOS MODELOS DE CURVAS CUANTILES BETA Y GAMMA

CANTABRIA	*s*=0		*s*=0.25		*s*=0.5		*s*=0.75		*s*=1	
	Modelo Beta	**Modelo Gamma**	**Modelo Beta**	**Modelo Gamma**	**Modelo Beta**	**Modelo Gamma**	**Modelo Beta**	**Modelo Gamma**	**Modelo Beta**	**Modelo Gamma**
Percentil 5	666885	673657	624650	630393	582422	588305	501287	506557	374967	378843
Percentil 10	958342	957146	848407	847341	740453	739358	611632	610409	461256	460137
Percentil 15	1192820	1187460	1021248	1016968	858154	854125	692687	689003	525175	522201
Percentil 20	1400647	1393335	1170642	1165012	958172	953052	761445	756992	579746	576244
Percentil 25	1593864	1586066	1307070	1301235	1048801	1043635	823993	819675	629664	626348
Percentil 30	1779015	1771773	1436032	1430760	1134290	1129734	883422	879783	677335	674634
Percentil 35	1960425	1954510	1561031	1556862	1217307	1213796	941683	939068	724294	722479
Percentil 40	2141437	2137429	1684671	1681985	1299824	1297652	1000245	998874	771715	770960
Percentil 45	2325020	2323350	1809168	1808234	1383531	1382892	1060400	1060407	820650	821057
Percentil 50	2514163	2515133	1936674	1937659	1470087	1471092	1123458	1124907	872181	873793
Percentil 55	2712219	2716010	2069528	2072510	1561321	1564008	1190908	1193799	927557	930363
Percentil 60	2923318	2929975	2210546	2215505	1659472	1663797	1264616	1268878	988358	992286
Percentil 65	3152975	3162375	2363432	2370225	1767522	1773344	1347122	1352594	1056754	1061647
Percentil 70	3409141	3420920	2533468	2541781	1889775	1896812	1442144	1448533	1135942	1141521
Percentil 75	3704230	3717642	2728846	2738096	2032978	2040723	1555587	1562381	1231022	1236805
Percentil 80	4059575	4073184	2963573	2972692	2208775	2216312	1697755	1704039	1350942	1356061
Percentil 85	4516921	4527834	3264937	3271852	2440080	2445621	1889156	1893140	1513603	1516355
Percentil 90	5176231	5177752	3697983	3698020	2782124	2781595	2179875	2177418	1763013	1759418
Percentil 95	6392108	6362323	4491858	4470114	3432554	3412641	2752503	2729714	2261180	2237697

Fuente: PHOGUE. CCAA: Cantabria

Finalmente, para estudiar la adecuación de los modelos a los datos se han obtenido los gráficos Q-Q PLOT[12] puesto que permiten contrastar visualmente la adecuación de las funciones de cuantiles a los datos empíricos. Mediante una inspección visual de la Figura 3, se puede afirmar que los dos modelos parecen

12 A través de los Q-Q PLOTS podemos comparar la renta observada con la renta ajustada (ambas variables están expresadas en este caso en euros) a partir de los modelos teóricos. La perfecta adecuación de los modelos teóricos con los datos empíricos coincidiría con la bisectriz del gráfico.