

FACULTAD DE CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



**SIMULACIÓN DEL EFECTO
PRODUCIDO POR UNA CATARATA
NUCLEAR SOBRE LA CALIDAD
ÓPTICA DE UN OJO SANO**

Trabajo Fin de Carrera para acceder al título de

LICENCIADA EN FÍSICA

Autora: Marta Martínez Moro

Directores: Francisco González Fernández
Dolores Ortiz Márquez

FEBRERO 2014

Agradecimientos

El presente trabajo no hubiese sido posible sin la ayuda y apoyo de muchas personas a las que me gustaría expresar mi más sincero agradecimiento.

En primer lugar a mi familia, puesto que ellos han sido el apoyo diario más importante en todo este tiempo y sin ellos no habría llegado hasta aquí. No me olvido de Luis, de mis amigos de siempre, de mis chicas Erasmus y de mis compañeras de clase, pilares indispensables durante todo este tiempo.

En segundo lugar a Rodrigo puesto que su paciencia y ayuda desinteresada han sido fundamentales en este trabajo.

Por último, agradecer a Lola y a Paco la oportunidad de realizar este trabajo que, aunque me haya dado momentos amargos, me ha ayudado a conocer una parte de la física muy interesante y que para mí era desconocida.

Índice

Capítulo 1. Introducción

1.1. Motivación del trabajo	2
1.2. Objetivos y estructura del trabajo	4

Capítulo 2. Conceptos previos

2.1. El ojo humano	5
2.1.1. Anatomía	6
2.1.2. Cataratas	9
2.2. Modelos de ojo	12
2.2.1. Modelo de ojo completo	14

Capítulo 3. Modelo y método de trazado de rayos

3.1. Muestreo	15
3.2. Trazado de rayos	16
3.3. Modelización de la catarata	18
3.4. Diagrama de impactos e histogramas	19
3.5. Parámetros de calidad óptica	20

Capítulo 4. Resultados

4.1. Ojo emétrope sano	22
4.2. Ojo emétrope con catarata	25
4.2.1. Influencia del cambio de índice en la catarata	25
4.2.2. Influencia del tamaño de la catarata	29

Capítulo 5. Conclusiones

5.1. Resultados principales y aportaciones	33
5.2. Posibilidades futuras	34

Referencias	35
-------------	----

Anexo: Programas Matlab	37
-------------------------	----

Capítulo 1. Introducción

1.1 Motivación del trabajo

El cristalino es uno de los componentes que conforman el ojo y actúa como la lente en una cámara fotográfica. La luz pasa a través de él hasta llegar a la retina donde es captada por los fotorreceptores que enviarán la información al cerebro a través del nervio óptico. Una de las características que posee el cristalino es que su curvatura cambia, consiguiendo enfocar objetos cercanos o lejanos pudiendo verlos con mayor claridad.

Se desarrolla en las primeras etapas del embarazo y está formado principalmente por agua y proteínas distribuidas de tal forma que permanece transparente permitiendo el paso de luz.

En Oftalmología, la catarata es la opacificación total o parcial del cristalino lo que provoca una disminución de la agudeza visual puesto que los rayos no pasan correctamente al interior del ojo (ver Fig 1) y se produce una imagen borrosa en la retina.

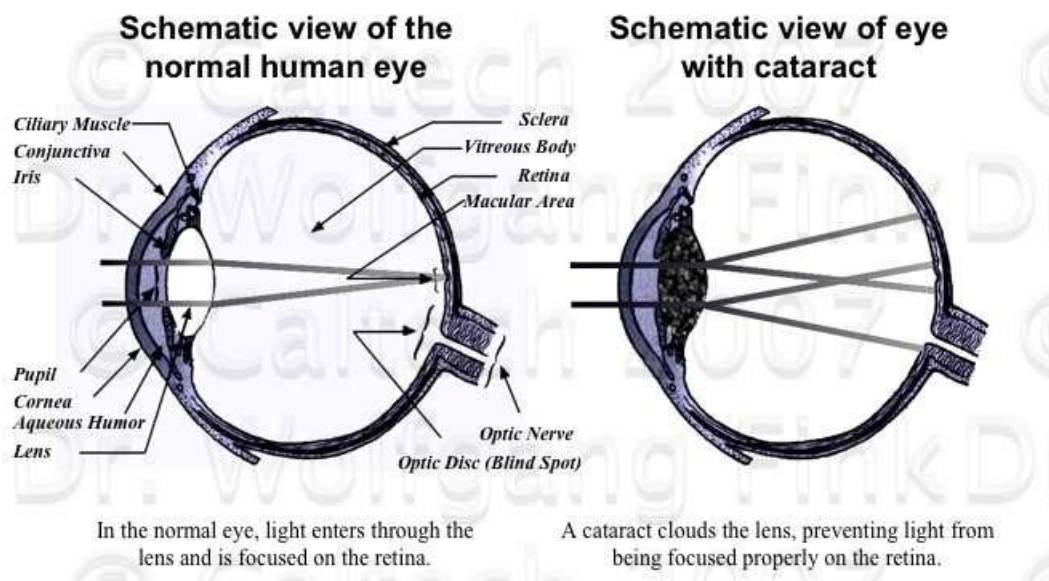


Fig 1. Esquema de lo que ocurre en un ojo sano (izquierda) y un ojo con catarata (derecha)[1]

Son muchas las causas que pueden provocar la opacificación del cristalino, pero son las cataratas seniles las que despiertan un mayor interés de estudio. Con la edad, las proteínas que conforman el cristalino se acumulan produciendo falta de transparencia, opacificándolo y provocando una visión borrosa (*Fig 2*) y falta de acomodación.

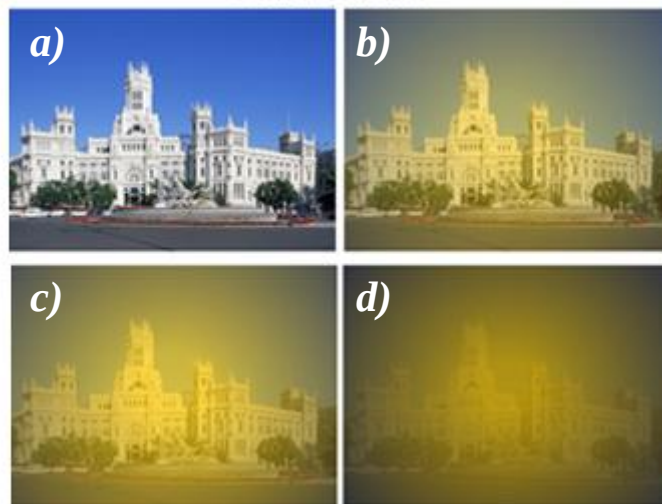


Fig 2. Evolución de la visión en el desarrollo de una catarata. a) Visión con ojo sano b) Visión con catarata incipiente c) Visión con catarata más opacificada d) Visión con catarata madura. [2]

Independientemente del tipo de catarata, no es posible su tratamiento por medio de medicamentos, siendo la única solución la cirugía. Encontramos tres procedimientos: la extracción intracapsular del cristalino, la facoemulsificación y el láser de femtosegundo.

Al aumentar la esperanza de vida, se ha visto incrementado el número de personas que padecen catarata senil, llegando a ser la primera causa de ceguera en el mundo. Es por ello que el estudio de las cataratas [3] y de nuevas vías que perfeccionen los procedimientos actuales de intervención, es de vital importancia para la mejora en la calidad de vida de las personas.

1.2 Objetivos y estructura del trabajo

El objetivo de este trabajo es estudiar el efecto que produce en la imagen ocular la aparición de una catarata en el cristalino. La catarata que estudiaremos será nuclear y la modelizaremos por medio de un cambio de índice en la zona central del cristalino.

Para ver la influencia de la presencia de la catarata en la calidad óptica, se estudiarán los diagramas de impactos producidos en la retina al iluminar el ojo con un haz de rayos paralelos. Esto nos dará información de la distribución de luz en la retina y una estimación del tamaño de la imagen. Para una información más detallada, se construirán los histogramas de la densidad de energía en función de la distancia al centro. El resultado para los diferentes estados de la catarata se comparará con los obtenidos en un ojo emétrope sano.

La memoria se estructura de la siguiente forma:

El Capítulo 2 recoge los conceptos puramente teóricos en los que se ha apoyado el trabajo. Se estudia como es la anatomía del ojo, de suma importancia para conocer las partes que lo conforman y la estructura del cristalino. También se hace una breve descripción de lo que son las cataratas y su clasificación, así como unas pinceladas en las que veremos cómo el ojo puede estudiarse como un sistema óptico por medio de los diferentes modelos de ojo existentes.

En el siguiente capítulo, se describe con detalle el trazado que sigue la luz al entrar en el ojo cuando el objeto se encuentra en el infinito. Incluye además la simulación que se ha llevado a cabo de la catarata y se describe cómo se van a obtener los diagramas de impactos, los histogramas de densidad de energía y los parámetros de calidad óptica.

En el cuarto capítulo se recogen los resultados obtenidos a través de los diferentes programas que se han realizado con ayuda de Matlab y se realiza el análisis pertinente.

Finalmente, en el último capítulo se exponen las conclusiones a las que se ha llegado así como las posibilidades futuras.

Capítulo 2. Conceptos previos

En este capítulo, se va a llevar a cabo una breve descripción de los conceptos necesarios para la correcta comprensión del trabajo.

En primer lugar, se va a describir la anatomía del ojo, centrándonos en el cristalino puesto que es el lugar donde se producen las cataratas. Estas, serán explicadas también, así como los modelos de ojo esquemático más representativos.

2.1. El ojo humano

El ojo es el órgano que se encarga de la visión en los seres vivos, siendo de especial importancia su conocimiento funcional.

El proceso de la visión se lleva a cabo en tres etapas [4]: óptica, fisicoquímica y psicofisiológica.

En su primera etapa, la óptica, el ojo es un sistema complejo, en el que cada uno de sus componentes tiene un poder refractivo de tal forma que la luz exterior entra y atraviesa cada una de las capas que conforman el ojo produciéndose la refracción y formándose finalmente una imagen en la retina.

Son los receptores de la retina los que hacen posible el registro de dicha imagen y dan lugar a la etapa fisicoquímica. En esta etapa, las células fotorreceptoras segregan sustancias sensibles a la luz y cuando esta actúa sobre ellas se producen reacciones fotoquímicas. Son esas reacciones las que producen los impulsos eléctricos dando lugar a la última etapa, la psicofisiológica.

Esta última etapa, los impulsos electroquímicos son enviados a través del nervio óptico al cerebro donde la imagen es procesada. La *Fig 3*, muestra un esquema de lo comentado con anterioridad.

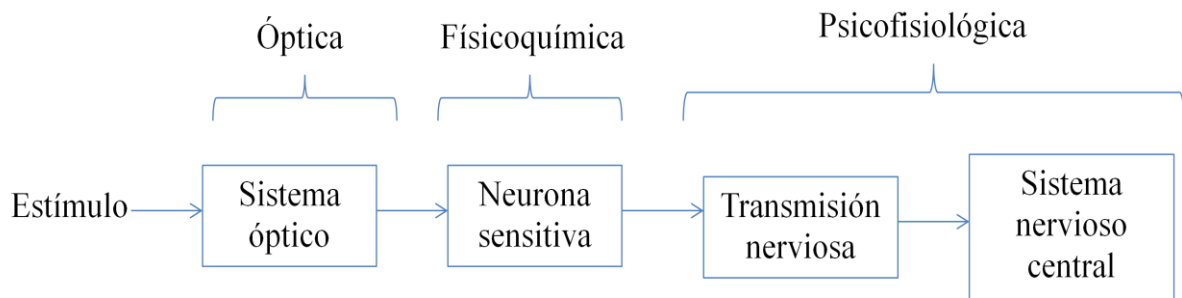


Fig 3. Esquema del proceso de la visión [4]

2.1.1. Anatomía

El ojo humano tiene una forma aproximadamente esférica de unos 24mm de diámetro (varía de unas personas a otras) y se encuentra alojado en la órbita de la cara, sostenido por los músculos extraoculares encargados de su sujeción y de la movilidad en torno al centro ocular [5] (*Fig 4*).

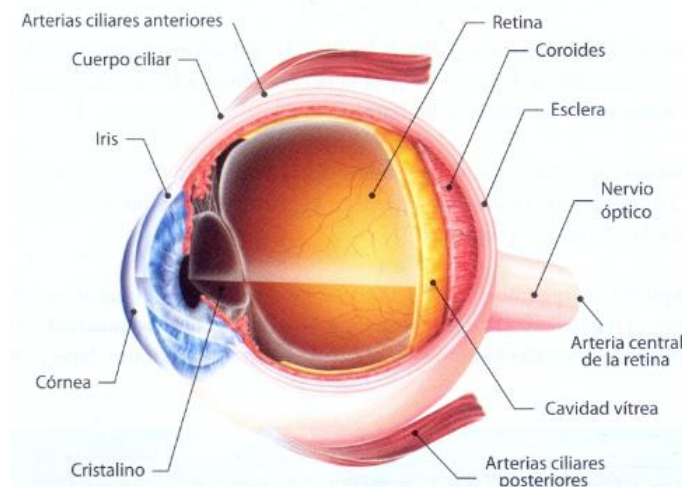


Fig4. Esquema de la anatomía del ojo humano [5]

En la parte más externa del globo ocular encontramos la membrana esclerótica o esclera, de color blanquecino que reviste gran parte del globo ocular. Está compuesta principalmente de colágeno y su función es la de dar rigidez al globo ocular.

En la parte anterior, se encuentra la córnea, superficie transparente que permite la transmisión de luz y que tiene como misión resguardar la superficie anterior del ojo de traumatismos e incidencias de cuerpos extraños.

Justo debajo de la esclera nos encontramos con la coroides, también conocida como úvea posterior, una membrana conjuntiva de color marrón que sirve como pantalla de la luz. Además de esta función, la coroides se encarga de nutrir otras partes del ojo.

La terminación de la coroides en la parte anterior del ojo es el cuerpo ciliar constituido por el músculo ciliar que permite la acomodación del cristalino. Es aquí donde se encuentran los procesos ciliares que constan de 70 pliegues vascularizados que crean el humor acuoso. Además en esta parte anterior, en la esclera, encontramos el iris.

El iris es el diafragma del sistema ocular (12 mm de diámetro) encargado de la regulación de la cantidad de luz que pasa y que interviene en la formación de los glicosaminoglicanos (largas cadenas de polisacáridos) del vítreo. En el interior del iris, hay una apertura central conocida como pupila que se empequeñece o se agranda en función de la cantidad de luz que llegue y la distancia.

Entre la córnea y el iris encontramos lo que se conoce como cámara anterior. Este espacio está compuesto por un líquido, el humor acuoso que se forma en los procesos ciliares y es un 98% agua donde se disuelven sustancias como proteínas, aminoácidos, glucosa, ácido úrico... Existen dos funciones principales en esta cámara: aportar nutrientes a la córnea y el cristalino y mantener la presión intraocular del globo ocular (PIO). Esta última es especialmente importante puesto que si disminuye la presencia de humor acuoso, aumenta la PIO pudiéndose producir un glaucoma.

La tercera superficie refringente que encontramos es el cristalino, parte del ojo objeto de nuestro estudio puesto que es el lugar donde se forman las cataratas.

El cristalino [7] actúa como una lente biconvexa cuya potencia es variable pudiendo enfocar a diferentes distancias. Está sujeto por la zónula (ligamento del cristalino) al músculo ciliar que lo envuelve a modo de saco. Tiene un diámetro ecuatorial de unos 10mm, tamaño que varía con la edad, y un espesor central cuyo valor sin acomodar es de 3.7mm. Su estructura es de capas, bastante compleja y posee un gradiente de índice no uniforme. Esto se debe a la heterogeneidad de su estructura y a la compresión que las capas más internas ejercen. Es en la zona central donde encontramos un índice de refracción prácticamente constante y más elevado que el de las capas periféricas donde la variación de índice es más pronunciada.

Atendiendo a su histología, podemos diferenciar cuatro partes en el cristalino:

- *Cápsula*: es la parte que envuelve el cristalino. Está formada por fibras de colágeno que se encuentran dispuestas en láminas paralelas entre sí. Principalmente, el colágeno es de tipo IV y forma redes tridimensionales, aunque en la capa externa de la cápsula hay mezcla de fibras de colágeno y fibras de la zónula. Debido a la permeabilidad de la cápsula se lleva a cabo la nutrición y oxigenación del cristalino. Además, tiene entre sus funciones proteger de infecciones o agentes externos.
- *Epitelio*: El epitelio anterior del cristalino que es de tipo cúbico, forma una capa bajo la cápsula. En el epitelio se lleva a cabo el transporte de iones, abasteciendo a otros tejidos de nutrientes. Además, juega un papel importante en la fabricación de fibras.
- *Células fibrosas de la corteza externa (Córtez)*: Se forman a partir de los tejidos epiteliales del epitelio anterior que sufren la pérdida del núcleo y gran parte de los orgánulos y consiguen la apariencia de fibra. Son delgadas, con sección hexagonal y alargadas.
- *Núcleo*: Está formado por las fibras del cristalino embrionario (fibras primarias), rodeado de fibras secundarias del cristalino fetal y de las que se van desarrollando con el paso de los años. Se unen además a las fibras del córtex por medio de suturas muy complejas. Es en este lugar en concreto donde van a tener lugar el tipo de cataratas que vamos a estudiar.

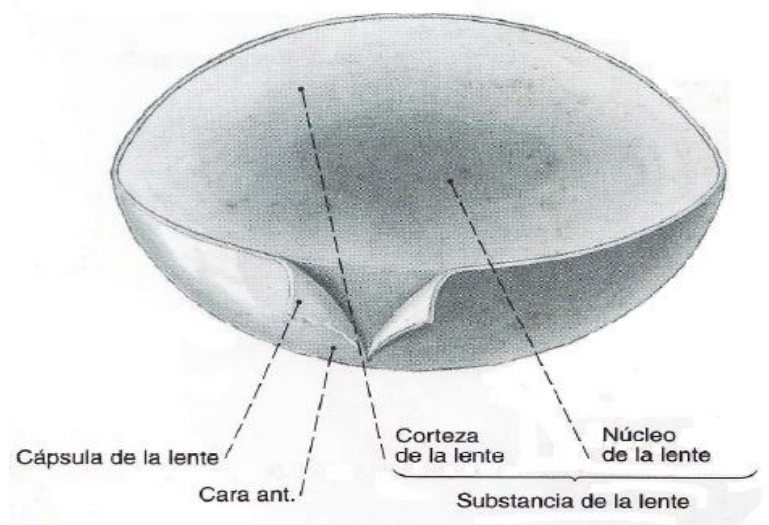


Fig5. Representación esquemática de las diferentes partes del cristalino [8]

Situado entre el cristalino y la retina, el humor vítreo conforma el 80% del total del globo ocular. La forma esférica del ojo se debe al cuerpo vítreo, así como la fijación de la retina en la coroides, impidiendo desprendimientos de retina. La parte más externa se llama hialoidea.

El humor vítreo, está compuesto de agua y ácido hialurónico que le da consistencia gelatinosa, además de fibras de colágeno de tipo II. Son los pequeños espacios entre las fibras de colágeno los que hacen que la dispersión de la luz al pasar por el cuerpo vítreo sea mínima.

La capa más interna del ojo, es la retina, formada a su vez por una capa de unos diez tipos de tejidos diferentes. Los de mayor importancia son los fotorreceptores, que se dividen en conos y bastones. Los conos son las células sensibles a niveles elevados de luz y son los encargados de la visión diurna y los colores. Los bastones, por otro lado, responden a bajas luminosidades y permiten la visión nocturna, sin detalles de color.

2.1.2. Cataratas

La catarata es una anomalía del cristalino por la cual éste se encuentra opacificado total o parcialmente, impidiendo que los rayos de luz pasen correctamente al interior del ojo produciendo una imagen borrosa en la retina. Son indoloras y no producen ningún tipo de inflamación en el ojo.

Aunque normalmente las cataratas están asociadas a la edad pueden deberse a otros motivos. Si atendemos a las causas [9] que las producen podemos encontrar:

- *Congénitas*: son aquellas que se desarrollan durante el periodo de gestación y que pueden ser debidas a trastornos cromosómicos, problemas metabólicos como la galactosemia o incluso una enfermedad eruptiva de la embarazada puede llevar a causar cataratas debido al origen ectodérmico del cristalino.
- *Tóxicas*: producidas por medicamentos, generalmente corticoides cuando su consumo es excesivo en un tiempo superior a un año.

Existen agentes tóxicos como el paradiclorobenceno, el naftaleno o el triparanol, el tabaquismo o la radioterapia que pueden ser causa de cataratas.

- *Metabólica:* existen enfermedades que alteran el metabolismo y por tanto pueden aumentar el riesgo a padecer cataratas. Entre ellas podemos encontrar la diabetes, la hipoglucemia o la hipocalcemia.
- *Traumática:* es la causa principal de aparición de cataratas en gente joven. Se puede producir por diferentes motivos, siendo el más común la perforación del cristalino por agentes externos donde es la propia perforación la que provoca la catarata y no el agente externo a excepción de materiales metálicos los cuales se oxidan haciendo que el cristalino se vuelva opaco con un color marrón.

Además de la perforación, el traumatismo y la consiguiente aparición de cataratas se pueden producir por descargas eléctricas, exposición solar elevada o calor intenso.

En este tipo de cataratas se puede observar el llamado anillo Vossius formado por las células pigmentarias que se desprenden del iris por culpa del traumatismo (*Fig6*).



Fig6. Imagen de una catarata traumática donde se puede observar el anillo Vossius[10]

- *Secundaria*: Aparecen como consecuencia de otro tipo de anomalías en el ojo como puede ser el desprendimiento de retina, el glaucoma o un tumor, pudiendo aparecer meses o años después de una operación de cataratas cuando se extrae el cristalino, debido a una opacificación en su cápsula posterior.
- *Senil*: Muy común entre las personas de avanzada edad, suelen aparecer alrededor de los 55 años debido a que el tamaño del cristalino aumenta, se desarrollan nuevas fibras y las antiguas que se encuentran en el interior se deshidratan, compactándose y acumulándose un pigmento de color amarillento.

Clasificar y graduar la situación de la catarata [11] es importante para conocer la evolución de la anomalía y estas clasificaciones son muy variadas: según su morfología, el nivel de maduración... así como los sistemas de graduación propuestos cuya variación se encuentra en los niveles de sofisticación.

El sistema más común utilizado en la clasificación de cataratas es el Sistema de Clasificación de Opacidades del Cristalino III ('Lens Opacities Classification System III', LOCSIII) [12]. Este sistema consta de seis imágenes obtenidas con lámpara de hendidura que gradúan el color del núcleo NC (nuclear color) y la opalescencia del núcleo NO (nuclear opalescence), cinco imágenes por retroiluminación que gradúan la catarata cortical C y otras cinco para la graduación de la catarata subcapsular posterior P (*Fig 7*).

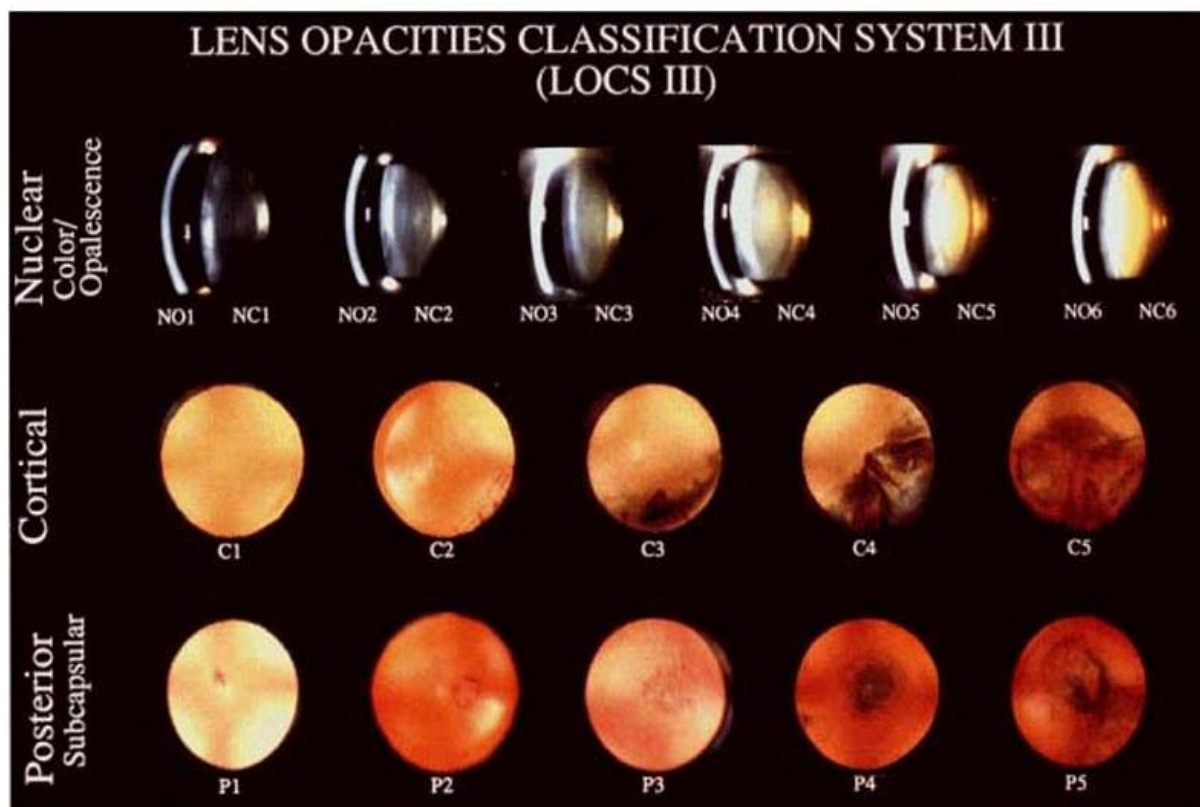


Fig7. Clasificación de Opacidades del Cristalino III [12]

Se emplea una escala decimal como medida de la severidad de la catarata. Este sistema de evaluación se lleva a cabo por tanto comparando las imágenes biomicroscópicas que se obtienen del paciente con las imágenes de referencia.

Como ya hemos dicho no es posible tratar la catarata con medicamentos siendo la única vía de sanación la cirugía. Independientemente del procedimiento empleado, la finalidad es extraer el cristalino e introducir una lente intraocular cuyas propiedades dependerán de cada paciente.

2.2. Modelos de ojo

El ojo se comporta como un sistema óptico convergente de 60 dioptrías de potencia, formado por cuatro superficies refractivas, dos de ellas pertenecientes a la córnea y dos al cristalino, que poseen una cierta asfericidad. En la primera etapa del proceso de la visión, la óptica, la luz es refractada por cada una de esas superficies

cuyos parámetros varían de una persona a otra. El estudio de la formación de imágenes a pesar de su complejidad, se esquematiza en los llamados modelos de ojo [13].

En la actualidad son tres los tipos de modelo esquemático que caracterizan al ojo como un sistema óptico cuya diferencia aparece en el número de superficies que se tienen en cuenta (*ver Fig 8*).

El más simple de todos es el modelo de ojo reducido (*Fig8 c*)) que presenta al ojo como un sistema de un único dióptrico en el que los planos principales objeto e imagen están en la misma posición.

Un poco más complejo es el modelo de ojo simplificado (*Fig8 b*)) que simula el ojo por medio de tres superficies refractivas, considerando la córnea como una única superficie, ya que los planos principales objeto e imagen se encuentran muy próximos.

Por último, el modelo que se asemeja más a la realidad es el modelo de ojo completo (*Fig8 a*)) caracterizado por cuatro superficies, dos simulan la córnea y otras dos el cristalino. Es este tipo de modelo el que se ha utilizado a lo largo del trabajo.

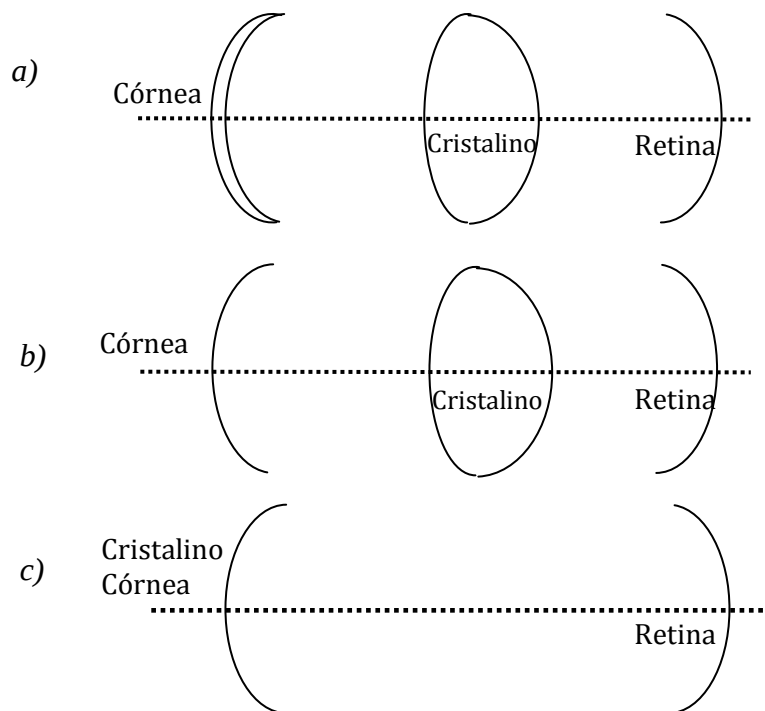


Fig8. Esquema de los diferentes modelos de ojo a) modelo de ojo completo, b) modelo de ojo simplificado y c) modelo de ojo reducido[14]

2.2.1. Modelo de ojo completo

En cuanto a los modelos completos de ojo [4], entre los autores más destacados encontramos a Gullstrand, Le Grand, Kooijman y Navarro (*Tabla 1*).

Los dos primeros modelos (Gullstrand-Esley y Le Grand-Hage) utilizan superficies esféricas para describir las distintas superficies refractivas. Sin embargo, en el modelo de Kooijman y en el de Navarro, introducen la asfericidad por lo que la forma de las superficies es paraboloide, elipsoide e hiperboloide. En este trabajo se han utilizado los parámetros del modelo de Navarro.

Parámetros oculares		Gullstrand -Emsley	Le Grand- El Hage	Kooijman	Navarro
Radios de las superficies/mm	Sup. anterior de la córnea	7,70	7,80	7,80	7,72
	Sup. posterior de la córnea	6,80	6,50	6,50	6,50
	Sup. anterior del cristalino	10,00	10,20	10,20	10,20
	Sup. posterior del cristalino	-6,00	-6,00	-6,00	-6,00
Asfericidad de las superficies	Sup. anterior de la córnea	-	-	-0.25	-0.26
	Sup. posterior de la córnea	-	-	-0.25	-0.25
	Sup. anterior del cristalino	-	-	-3.06	-3.1316
	Sup. posterior del cristalino	-	-	-1.0	-1.0
Posición de la superficie respecto de la córnea/mm	Sup. posterior de la córnea	0,50	0,55	0,55	0,55
	Sup. anterior del cristalino	3,60	3,60	3,60	3,60
	Sup. posterior del cristalino	7,20	7,60	7,60	7,60
	Retina	27,39	24,20	24,20	24,20
Índices de refracción	Córnea	1,376	1,3771	1,3771	1,367
	Humor acuoso	1,366	1,3374	1,3374	1,3374
	Cristalino	1,4085	1,420	1,420	1,420
	Humor vítreo	1,336	1,336	1,336	1,336

Tabla1. Parámetros oculares de los diferentes modelos de ojo completo [4]

Capítulo 3. Modelo y método de trazado de rayos

En este capítulo se va a desarrollar el método del trazado de rayos utilizado para obtener la imagen ocular. Además, se modelizará la catarata en el núcleo del cristalino y se describirán los parámetros que se van a estudiar en diferentes condiciones.

3.1. Muestreo

La simulación se puede llevar a cabo en tres dimensiones, pero se ha aprovechado que existe una simetría de revolución en torno al eje óptico y que nuestro objeto está situado sobre dicho eje para considerar que todas las refracciones tienen lugar en el plano meridiano formado por el rayo y el eje óptico.

El muestreo utilizado para seleccionar los rayos entrantes en el sistema ocular, es el cartesiano. Se ha elegido una malla de puntos, separados 0.1 mm. En función del tamaño de la pupila, entrarán más o menos rayos en la malla elegida. En general, la pupila real para altas luminosidades tiene un valor de 2-3 mm y en bajas luminosidades de 8 mm. En nuestro caso, se ha considerado circular y en el estudio se han tomado diferentes diámetros pupilares: 2 mm, 4 mm y 6 mm.

Cada rayo que entra por la pupila de entrada tiene un plano meridiano diferente y es ese plano el que se ha utilizado para el muestreo, quedándonos con las coordenadas X e Y de cada rayo y pasándolas a sus coordenadas polares h y θ . La coordenada h nos dará la distancia del rayo al centro de la pupila y θ el ángulo que forma el rayo con el eje Y.

$$h = \sqrt{x^2 + y^2} \quad [3.1]$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{y}{x} \right) \quad [3.2]$$

3.2. Trazado de rayos

A lo largo de todo el trabajo se ha empleado un modelo de ojo completo con los parámetros de Navarro (*Tabla 1*). De este modo, vamos a caracterizar la córnea por dos superficies refractivas, y el cristalino por dos superficies refringentes.

Se tienen por tanto cuatro superficies esféricas refractivas separadas por índices de refracción conocidos de tal manera que se puede llevar a cabo el trazado de rayos por medio de la ley de Snell [15].

Como podemos ver en la *Fig9*, con ayuda de la geometría, se puede obtener las sucesivas refracciones en las superficies que conforman el ojo.

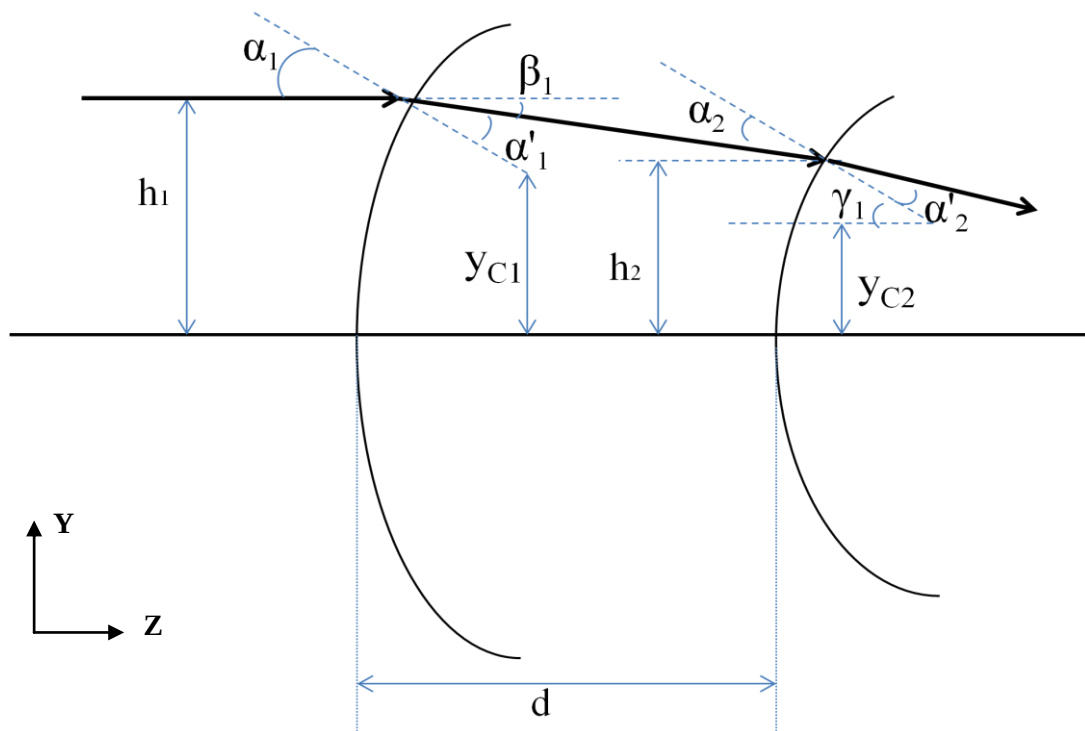


Fig9. Esquema del trazado de rayos de la luz a través de dos dioptrios sucesivos[14]

Se parte de un rayo que proviene de un objeto en el infinito que impacta sobre la córnea a una altura h_1 . Ese rayo sufre una gran refracción debido a la diferencia entre el índice del aire ($n_a = 1$) y de la córnea ($n_{\text{córnea}} = 1,367$). Con ayuda de las ecuaciones [3.3] y [3.4] se calcula el punto de corte con la primera superficie, que es la córnea.

$$y_1 = h_1 \quad [3.3]$$

$$x_1 = \frac{\frac{y_1^2}{R_1}}{1 + \sqrt{1 - (Q_1 + 1) \left(\frac{y_1}{R_1} \right)^2}} \quad [3.4]$$

Para cada punto, se obtiene el radio de curvatura local (R_{l1}) y la posición del centro de curvatura (y_{c1}) asociado a dicho punto. Una vez hecho esto, se produce la refracción en la superficie de la córnea, pudiendo encontrar las relaciones de los ángulos por medio de la ley de Snell:

$$\alpha_1 = \arcsen \left(\frac{y_1 - y_{c1}}{R_{l1}} \right) \quad [3.5]$$

$$\alpha'_1 = \arcsen \left(\frac{n_1 \sen(\alpha_1)}{n_2} \right) \quad [3.6]$$

$$\beta_1 = \alpha_1 - \alpha'_1 \quad [3.7]$$

A continuación, la luz se refracta de nuevo cuando llega a la superficie posterior de la córnea. Para calcular la altura a la que incide en esta superficie se ha de calcular el punto de corte entre la superficie y la ecuación del rayo. Se toma el origen de coordenadas en el centro de curvatura para el vértice de la primera superficie y por tanto la ecuación del rayo refractado y la de la cónica vienen dadas por las ecuaciones siguientes:

$$y_2 = y_1 - \tan \beta_1 \cdot (x_2 + x_1) \quad [3.8]$$

$$x_2 = R_2 - R_1 + e + \frac{\frac{y_2^2}{R_2}}{1 + \sqrt{1 - (Q_2 + 1) \left(\frac{y_2}{R_2} \right)^2}} \quad [3.9]$$

El punto de corte se obtiene resolviendo la ecuación de segundo grado $Ax^2 + Bx + C = 0$ donde los coeficientes vienen dados por:

$$A = 1 + Q_2 + \tan^2(\beta_1) \quad [3.10]$$

$$B = 2(e - x_1) \cdot \tan^2 \beta_1 - 2R_2 - 2y_1 \tan \beta_1 \quad [3.11]$$

$$C = (y_1 + \tan \beta_1 \cdot (x_1 - e))^2 \quad [3.12]$$

Por lo que podremos saber la coordenada x_2 por medio de la ec[3.13]:

$$x_2 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad [3.13]$$

Se ha tomado la solución negativa puesto que es la que se sitúa a la izquierda del centro de curvatura.

De nuevo se calculan los parámetros angulares por medio de la ley de Snell, la trayectoria del rayo y el punto de corte con la siguiente superficie y así sucesivamente.

3.3. Modelización catarata

De los diferentes tipos de catarata si atendemos a su localización, se ha elegido el caso de la catarata nuclear, cuya disposición como su propio nombre indica es la parte central del cristalino.

Para simularla dentro del modelo de ojo, se ha modificado el índice de refracción en el centro del cristalino respecto al resto (n_c) y se ha variado su tamaño (r_c) tal y como muestra la *Fig 10*.

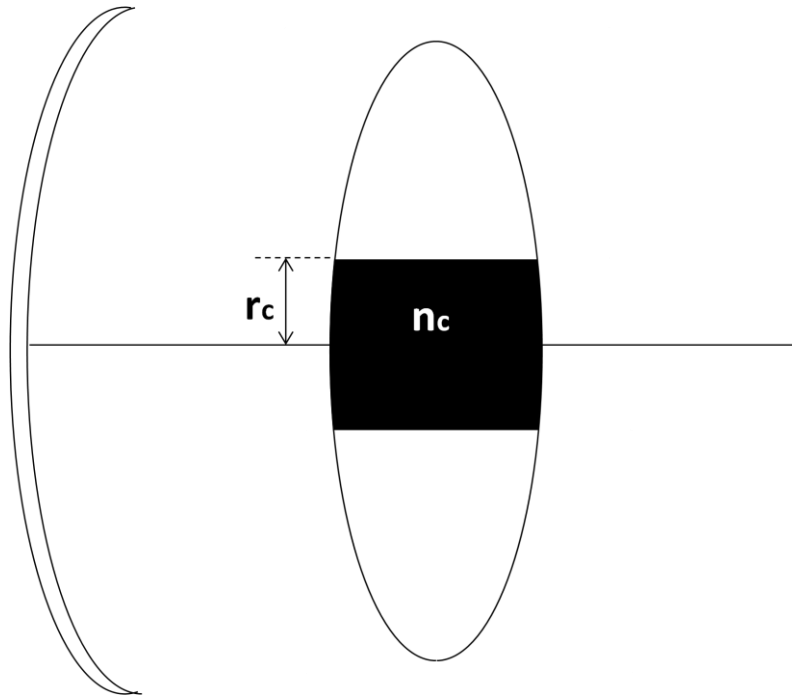


Fig10. Simulación de la catarata nuclear

3.4. Diagrama de impactos e histogramas

Debido a que el ojo no es un sistema óptico perfecto ya que presenta aberraciones [14], los rayos al llegar al plano de la retina no concurren en un único punto sino que lo hacen de manera irregular formando una mancha, conocida como diagrama de impactos. En la *Fig 11*, se muestra un ejemplo de diagrama de impactos en el que se puede observar la simetría de revolución debida a la simetría que tiene el sistema ocular.

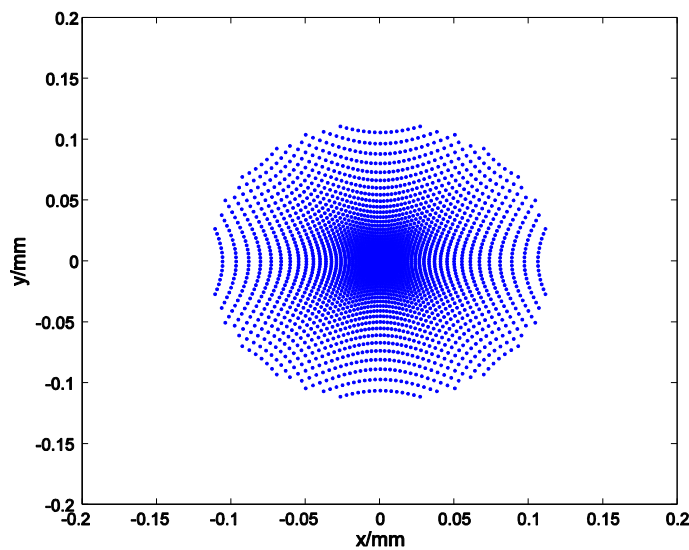


Fig11. Diagrama de impactos obtenido para un ojo emétrope con un diámetro pupilar de 6 mm.

Se han obtenido los diagramas de impactos para diámetros pupilares 2mm, 4mm, 6mm, tanto en un ojo sano como en un ojo con catarata para su estudio.

De cada diagrama de impactos, se ha obtenido el histograma de la densidad de rayos en función de la distancia al centro, cuya finalidad es estudiar el tamaño de mancha efectiva. Lo que se ha hecho es tomar el valor máximo del radio de la mancha del diagrama de impactos y dividirlo en 10 partes iguales de tal forma que se obtienen diez coronas igualmente espaciadas. Con ayuda de Matlab se ha contabilizado el número de rayos que hay dentro de cada corona y se ha dividido entre la superficie de la misma. De esta forma obtenemos la densidad de rayos o lo que es lo mismo, el número de rayos que encontramos en una determinada superficie. En la *Fig 12* se muestra un ejemplo del histograma obtenido para el diagrama de impactos de la *Fig11*.

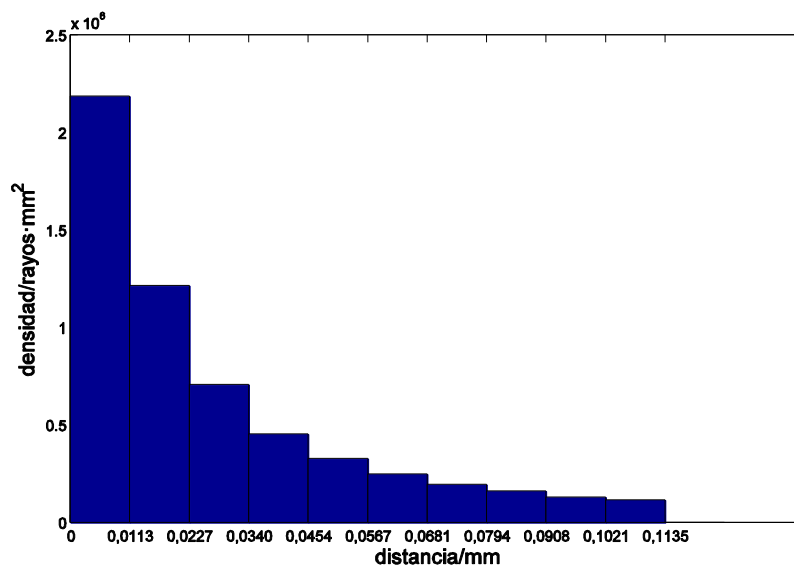


Fig12. Histograma de la densidad de rayos en función de la distancia al centro en el caso de un ojo emétrope con un diámetro pupilar de 6mm.

3.5. Parámetros de calidad óptica

Una vez obtenido el diagrama de impactos y su correspondiente histograma, se definen una serie de parámetros con el fin de instaurar los criterios de calidad óptica de la imagen retiniana. Se compararán los parámetros del ojo emétrope sano con los del ojo emétrope con catarata.

A la hora de evaluar estos parámetros, se ha tenido en cuenta que la parte central de la retina es la que está dotada de un mayor número de conos, zona donde se enfocan los rayos luminosos y se produce una mayor agudeza visual.

a) Tamaño de la mancha

Los diagramas de impactos tienen un tamaño en la retina, comprendido entre $[-x_{max}, x_{max}]$, por lo que simplemente tomando el valor de x_{max} obtenemos este parámetro. Cuanto mayor es el tamaño de la mancha, menor número de rayos irán a parar a la fovea y menor será la calidad óptica de la imagen.

b) Tamaño efectivo de la mancha

El tamaño efectivo de la mancha se obtiene calculando la anchura a media altura del histograma de densidad de rayos. Es un parámetro más realista que el tamaño total, ya que nos da información de la cantidad de luz que llega a la parte central de la mancha.

c) Razón de energía

Este parámetro nos permite saber la concentración de rayos en un determinado área del ojo respecto al número de rayos total. El área elegida en nuestro caso es de 10 μm puesto que se corresponde con el máximo central para el histograma de diámetro pupilar 6 mm.

$$\text{Razón de energía} = \frac{n^{\circ} \text{ rayos } (10\mu\text{m})}{n^{\circ} \text{ rayos total}} \quad [3.14]$$

Capítulo 4. Resultados

En este capítulo mostramos los diagramas de impactos y los histogramas de la densidad de rayos obtenidos por medio de la simulación en Matlab de las manchas imagen de un objeto situado en el infinito para diferentes casos.

En primer lugar, se ha hecho un estudio del ojo emétrope sano para diferentes diámetros pupilares. A continuación se ha introducido la catarata y se ha estudiado la influencia del cambio de índice y del tamaño de la catarata.

4.1. Ojo emétrope sano

Antes de estudiar la influencia de la catarata en la calidad óptica de la imagen que se forma en el ojo, se ha estudiado lo que ocurre en un ojo emétrope sin catarata. Se han considerado tres valores de diámetro pupilar (2, 4, 6 mm).

Como se puede ver en la *Fig13*, a medida que aumenta el diámetro pupilar, el tamaño de la mancha también aumenta, haciéndose más patente la aberración esférica.

A partir de los diagramas de impactos, obtenemos el histograma de la densidad de rayos en función de la distancia al centro de la pupila (*ver Fig 14*). Lo que se observa es que la mayor parte de los rayos van a parar a la parte central del diagrama de impactos por lo que la primera barra de nuestro histograma es la mayor.

La mancha de diámetro pupilar 2 mm, es más plana que la de 4 y 6 mm, hecho que está relacionado con la distribución de un haz que produce la aberración esférica.

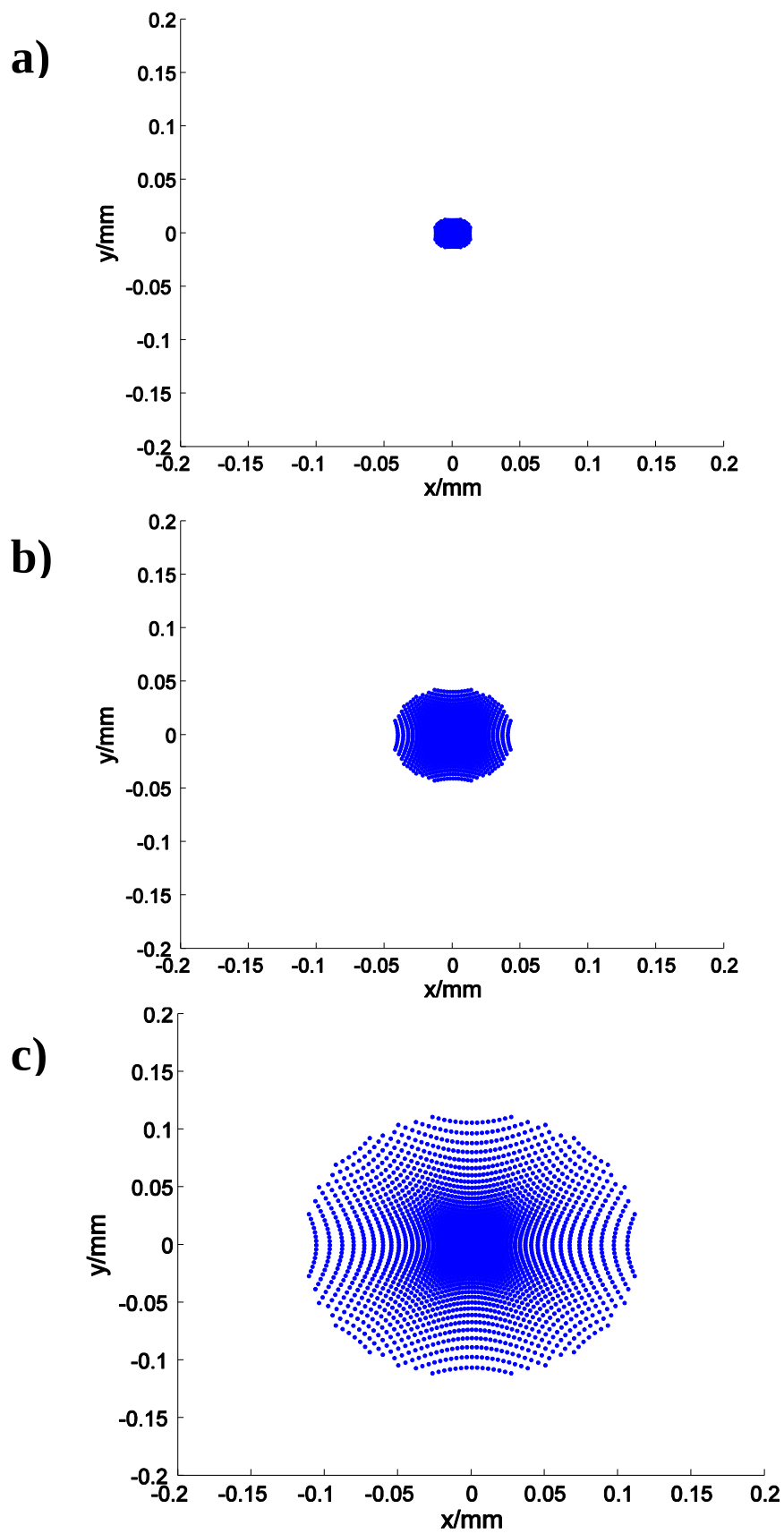


Fig13. Diagrama de impactos obtenidos para una imagen situada en la infinito para el caso del ojo emétrope sano en el modelo completo de Navarro para tres tamaños pupilares del ojo: a)2mm, b)4mm, c)6mm

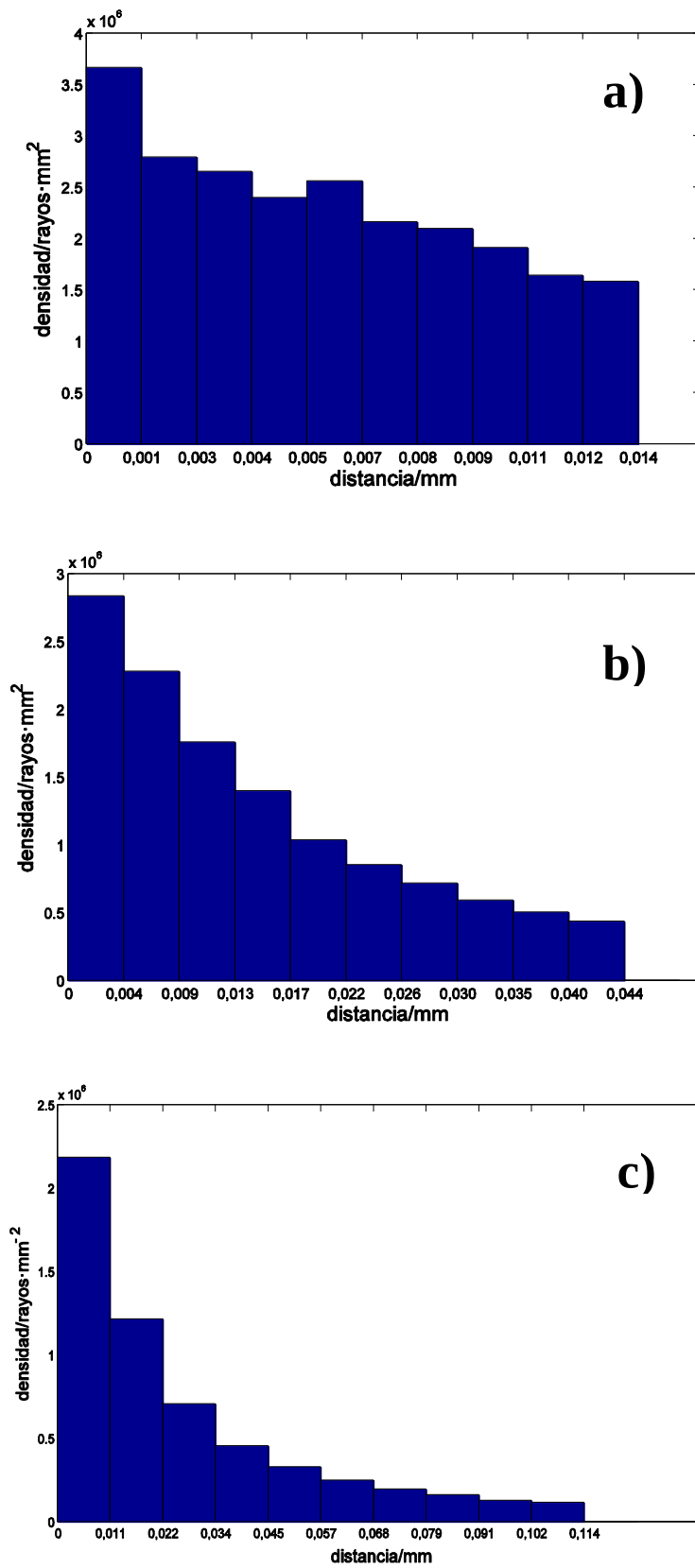


Fig14. Histograma de la densidad de rayos por unidad de superficie para diferentes diámetros pupilares: a)2mm, b)4mm y c)6mm

Para cada uno de los casos, se ha obtenido los parámetros de calidad óptica como son el tamaño de la mancha, el tamaño efectivo y la razón de energía recogidos en la *Tabla 2*.

Diámetro pupilar/mm	Tamaño mancha/mm	Tamaño efectivo/mm	Razón de energía
2	0.014	0.009	0.58
4	0.044	0.017	0.14
6	0.114	0.022	0.06

Tabla 2. Tamaño de la mancha del diagrama de impactos y la razón de energía para el caso de un ojo emétrope sano en diferentes condiciones de iluminación

Se observa que el tamaño de la mancha aumenta a medida que aumentamos el diámetro pupilar. No lo hace así la razón de energía, que disminuye a medida que aumentamos el diámetro de la pupila debido a la aberración esférica que hace que los rayos de mayor apertura vayan a puntos más alejados del centro.

4.2. Ojo emétrope con catarata

Una vez caracterizado el ojo emétrope sano, se ha introducido una catarata en nuestro sistema en la que podemos variar el tamaño y el índice de refracción, con el fin de estudiar el efecto en los diferentes diagramas de impactos.

Para estudiar el efecto de la catarata, se muestran los diagramas de impactos correspondientes al diámetro pupilar de 4mm (iluminación media).

4.2.1. Influencia del cambio de índice en la catarata

En primer lugar, para estudiar la influencia del cambio en el índice de la catarata, se ha fijado un tamaño $r_c = 0.50 \text{ mm}$ para el estudio y se ha aumentado el índice de refracción de la catarata. Se ha ido modificando el índice en pasos de 0.01 desde 1.42 (índice de cristalino normal) hasta 1.5 índice que corresponde a una catarata muy opaca. Se han representado los diagramas de impactos (*Fig15.*) correspondientes a 1.43, 1.47 y 1.5 por ser los más característicos, así como sus histogramas (*Fig.16*).

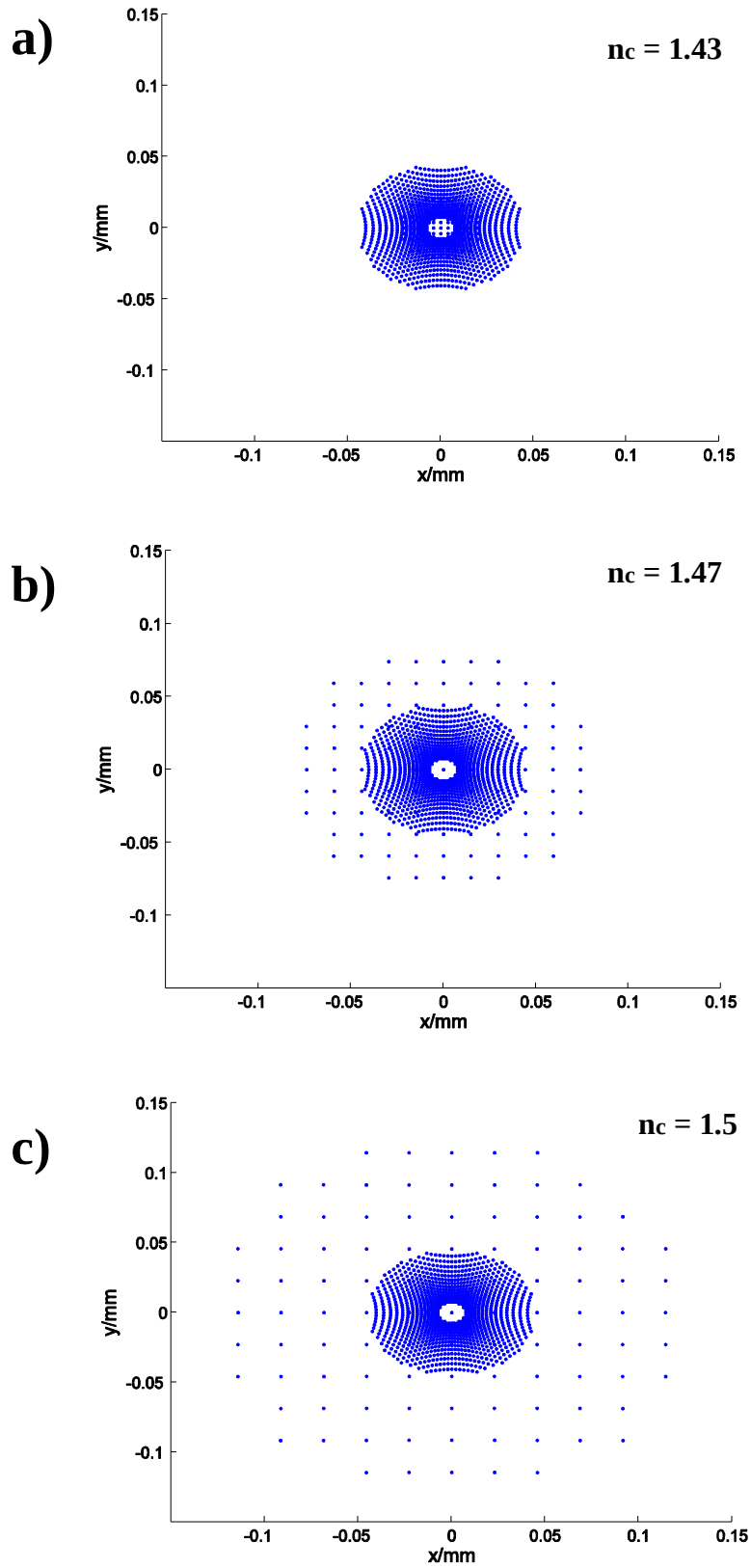


Fig15. Diagramas de impactos (izquierda) y su detalle (derecha) para los distintos índices de refracción de la catarata: a) $n_c = 1.43$, b) $n_c = 1.47$ y c) $n_c = 1.5$

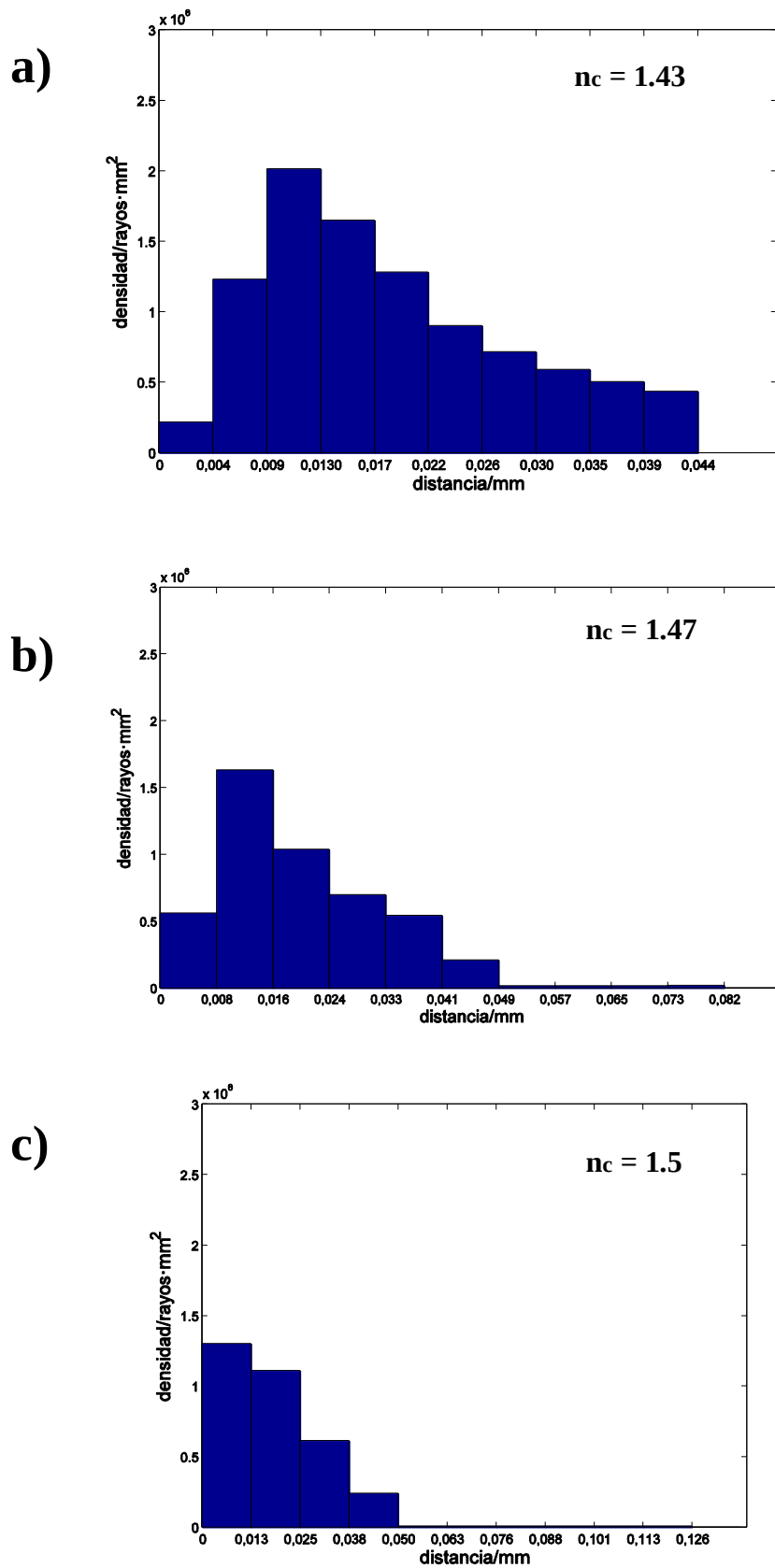


Fig16. Histogramas de la densidad de energía en función de la distancia al eje en la mancha del diagrama de impactos correspondiente a un ojo emétrope con catarata para diferentes índices de refracción: a) $n_c = 1.43$, b) $n_c = 1.47$, c) $n_c = 1.5$

Cuando se tiene una catarata, los rayos de luz, al encontrar un elemento con distinto índice de refracción, se dispersan y no van a parar al mismo punto que en el caso del ojo emétrope sin catarata. Si observamos la *Fig15 a)* en comparación con la *Fig13 b)* que corresponde a un ojo sin catarata con el mismo diámetro pupilar, vemos como en el centro, que es el lugar donde se encuentra la catarata los rayos se distribuyen de manera diferente.

A medida que aumentamos el índice de refracción (*Fig 15 b)* y *c)*) aumenta el número de rayos que son dispersados por la catarata, aparece una mayor ausencia de rayos en el centro y un aumento en el tamaño del diagrama de impactos.

Si atendemos a los histogramas, podemos ver con mayor claridad lo que ocurre en los diagramas de impactos. En ausencia de catarata (*Fig 14 b)*), el mayor número de rayos van a parar al primer intervalo pero cuando la catarata aparece, disminuye considerablemente la densidad de rayos del primer y segundo intervalo y se distribuye en los tres siguientes intervalos (*Fig16 a)*). Con el aumento de la densidad de la catarata, debería continuar disminuyendo el primer intervalo y aumentando los dos siguientes algo que no se aprecia en las *Fig 16 b)* y *Fig 16 c)*. Esto se debe a que hay un mayor número de rayos dispersados que van a parar cada vez más alejados del tamaño de la mancha sin catarata.

Como para representar los histogramas, se divide el tamaño de la mancha en diez partes iguales, al aumentar la densidad de la catarata se acumula en el primer intervalo lo que antes se distribuía en los dos primeros. Aparece además un incremento en la densidad de rayos en lugares donde antes era nula.

Cuando la catarata ya tiene un índice de refracción considerable, cercano al índice de refracción del colágeno ($n_c = 1.5$, ver *Fig16 c)*) vemos que aumenta considerablemente la densidad de rayos en lugares donde antes había ausencia de rayos, debida a una gran ausencia de rayos en el centro.

Esto se puede ver de forma más cuantitativa en la *Tabla 3* donde obtenemos los parámetros de calidad óptica.

Índices de refracción	Parámetros de calidad óptica		
	Tamaño mancha/mm	Tamaño efectivo/mm	Razón de energía
1.43	0.044	0.026	0.081
1.47	0.082	0.032	0.065
1.50	0.126	0.038	0.063

Tabla 3. Parámetros de calidad óptica en función del índice de refracción para el caso de un diámetro pupilar de 4mm, tamaño de catarata 0.5mm.

A la vista de la *Tabla 3*, a medida que aumenta el índice de refracción de la catarata, disminuye la razón de energía. El hecho de que la mayor parte de la energía no se concentre en los primeros intervalos de nuestro histograma, significa que la visión comienza a estar borrosa puesto que son escasos los rayos que llegan al centro de la fovea que es el lugar donde hay una mayor concentración de conos.

Como podemos ver, el tamaño efectivo de la mancha aumenta y la razón de energía disminuye en especial cuando el índice de la catarata aumenta a medida que se acerca al índice de refracción del colágeno [16], material que simula un cristalino totalmente deshidratado.

4.2.2. Influencia del tamaño de la catarata

En este caso, se mantiene fijo el índice de refracción en 1.47 (catarata moderada) y se estudia el comportamiento de la luz para un tamaño de catarata variable de 0.25 a 0.75 mm.

Como se puede ver en la *Fig17* los rayos de nuevo no siguen la misma trayectoria que en el ojo emétrope sano con igual diámetro pupilar (*Fig 13 b*)), puesto que el índice de la catarata hace que su trayectoria cambie.

A medida que aumentamos el tamaño de la catarata y al ubicarse esta en el centro del cristalino, los rayos que deberían acabar en el centro lo hacen a una distancia mayor de este.

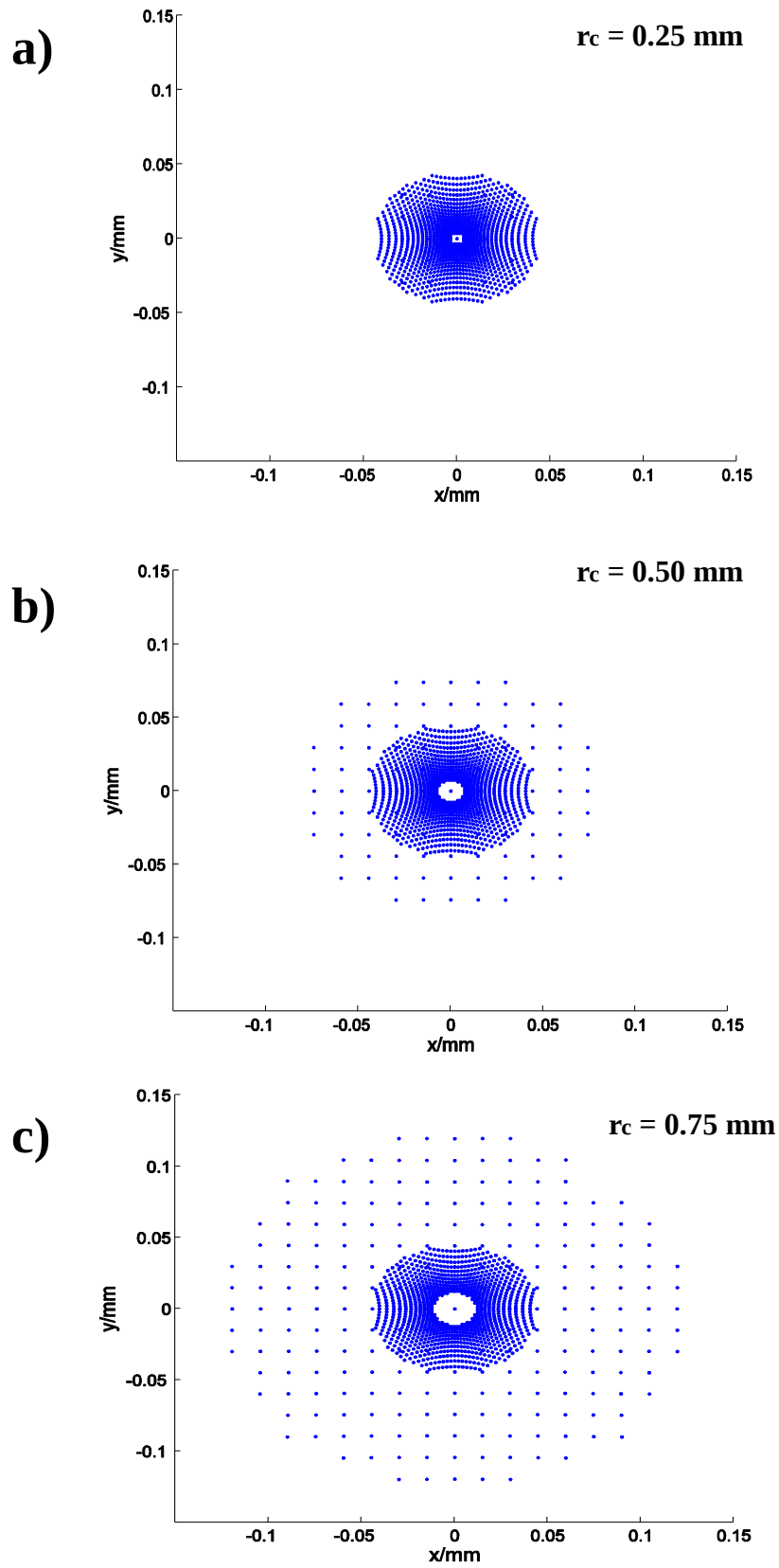
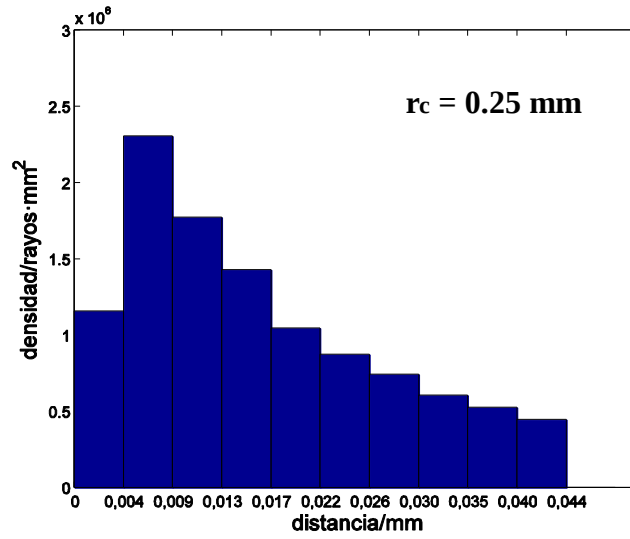
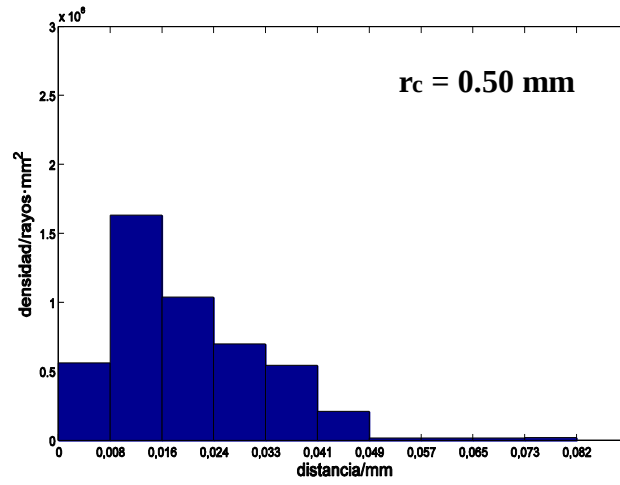


Fig17. Diagramas de impactos (izquierda) y su detalle (derecha) para los distintos tamaños de la catarata: a) $r_c = 0.25$, b) $r_c = 0.50$, c) $r_c = 0.75$

a)



b)



c)

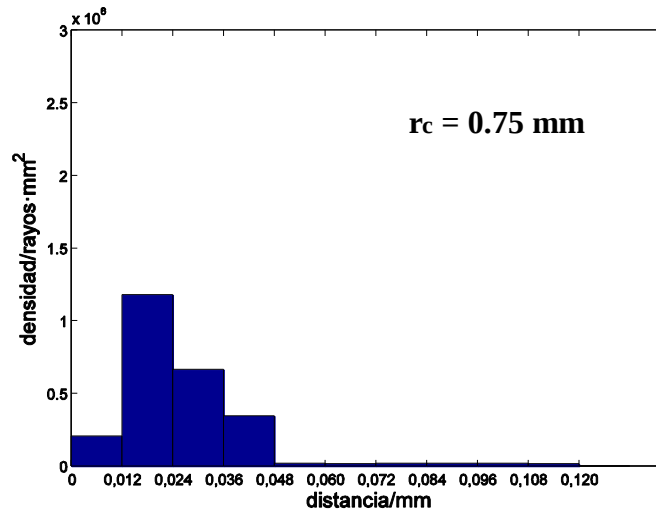


Fig18. Histogramas de la densidad de energía en función de la distancia al eje en la mancha del diagrama de impactos correspondiente a un ojo emétrope cataratoso, con una catarata nuclear de $n_c = 1.47$ y para tamaños de la catarata: a) $r_c = 0.25$, b) $r_c = 0.50$, c) $r_c = 0.75$

Si se atiende a la *Fig18*, donde aparecen los distintos histogramas, se hace más llamativo lo que se podía observar en los diagramas de impactos. En un ojo sin catarata (*Fig 14 b*)), es en el primer intervalo donde hay una mayor densidad de rayos y a medida que nos alejamos del centro, la densidad comienza a ser menor.

Esto no ocurre cuando se tiene la catarata ya que tal y como se ha observado en los diagramas de impactos, la densidad de rayos en el centro comienza a ser menor. En la *Fig18 a*) se aprecia como la densidad de rayos en el primer intervalo disminuye y aumenta la del segundo intervalo. Al aumentar el radio de la catarata hasta 0.50mm (*Fig18 b*)), podemos ver como no solo disminuye la densidad de rayos en el primer intervalo si no que lo hace en todos los intervalos y aparecen nuevos intervalos.

Si se sigue aumentando el radio de la catarata hasta los 0.75mm (*Fig18 c*)) se observa como sigue disminuyendo la densidad de rayos en todos los intervalos y aparecen aún más intervalos alejados del centro. Todos estos resultados son coherentes con lo que ya se había analizado en los diagramas de impactos.

Si atendemos a los parámetros de calidad (*Tabla 4*), vemos que de nuevo se observa lo que ya venimos viendo en las diferentes figuras.

Radio catarata/mm	Parámetros de calidad óptica		
	Tamaño mancha/mm	Tamaño efectivo/mm	Razón de energía
0.25	0.044	0.022	0.122
0.50	0.082	0.032	0.065
0.75	0.120	0.036	0.008

Tabla 4. Parámetros de calidad óptica en función del tamaño de la catarata para el caso de un diámetro pupilar de 4mm e índice de refracción de la catarata de 1.47.

Si observamos estos resultados, podemos ver como a medida que aumenta el tamaño de la catarata, aumenta el tamaño efectivo de la mancha y disminuye como era de esperar la razón de energía, en especial cuando el tamaño de la catarata es considerable (0.75).

Capítulo 5. Conclusiones

En este capítulo, se presentan las principales conclusiones obtenidas en el estudio, haciendo hincapié en las aplicaciones y posibilidades futuras.

5.1. Resultados principales y aportaciones

En este trabajo se ha utilizado el modelo de ojo completo de Navarro para analizar la calidad óptica de un ojo emétrope con una catarata nuclear. Para estudiar la influencia en la calidad óptica, se ha comparado lo obtenido en el ojo emétrope sano con lo obtenido en el ojo cataratoso.

Para ello, se ha desarrollado un programa con ayuda de Matlab en el que realizando un trazado de rayos, ha sido posible obtener tanto los diagramas de impactos como la densidad de energía de la imagen en la retina para diferentes situaciones de luminosidad. Además se han definido unos parámetros para el estudio cuantitativo de la calidad óptica de la imagen.

La catarata se ha simulado modificando el índice de refracción en la zona central del cristalino, así como su tamaño, pudiendo ser estudiadas diferentes situaciones.

En el estudio realizado, se ha observado que la catarata nuclear afecta de manera notable a la visión puesto que consigue disminuir notablemente la densidad de rayos que llega a la zona de la fovea. Cabe destacar que la aglutinación de proteínas, que es lo que provoca un cambio en el índice de refracción de la catarata no es tan importante como el tamaño de la catarata.

A la vista de los resultados, vemos que al aumentar dicho índice, la razón de energía disminuye un 42% cuando la catarata es temprana ($n_c = 1.43$), un 54% cuando la catarata es avanzada ($n_c = 1.47$) y hasta un 55% cuando la catarata está muy desarrollada ($n_c = 1.50$).

En el estudio de la influencia de tamaño se puede apreciar que cuando la catarata nuclear es pequeña ($r_c = 0.25 \text{ mm}$) la razón de energía disminuye un 13%, un 54% en

el caso de una catarata de $r_c = 0.50 \text{ mm}$ y cuando la catarata ocupa gran parte del cristalino ($r_c = 0.75 \text{ mm}$), la razón de energía disminuye un 94%.

5.2. Posibilidades futuras

En primer lugar, se ha simulado el cristalino como un medio con índice de refracción constante, pero en la realidad no es así, si no que varía siguiendo un gradiente de índice. En el centro del cristalino es donde se encuentra una mayor concentración de proteínas y por tanto el índice de refracción es mayor en este lugar. A medida que nos alejamos del centro, la concentración de proteínas disminuye y con ello el índice de refracción.

Por otro lado, se podría llevar a cabo una modelización más exacta de la catarata como un lentículo central en el interior del cristalino.

Entre las posibles modificaciones que se podría hacer en este trabajo, se encuentra la simulación de diferentes tipos de catarata en función de su localización (cortical, subcapsular...).

Si atendemos a los parámetros de calidad óptica, se podría estudiar la función de dispersión de un punto (PSF) y la función de transferencia de modulación (MTF) para obtener una mejor descripción de la imagen.

A lo largo del trabajo hemos estudiado el ojo emétrope sano, pero es posible introducirle algunas anomalías refractivas como la miopía, hipermetropía o astigmatismo.

Referencias

- [1] INSTITUTO DE TECNOLOGÍA DE CALIFORNIA (2013): Proyecto “Eyemovie”: Movimiento Visualización de defectos oculares. Obtenida el 3 de junio de 2013, http://autonomy.caltech.edu/biomedicine/project_eyemovie.html#Synopsis
- [2] NATIONAL EYE INSTITUTE (2013). *Simulaciones Visuales e Información sobre Enfermedades de los Ojos*. Obtenida el 30 de mayo de 2013, http://www.nei.nih.gov/health/examples/index_spanish.asp
- [3] VILASECA, M., ROMERO, M.J., ARJONA et al. (2012): *Grading nuclear, cortical and posterior subcapsular cataracts using and objective scatter index measured with a double-pass system* Br J. Ophthalmol, 1204-1210, originally published online July 11, 2012
- [4] ARTIGAS J.M, CAPILLA, P., FELIPE, A. y PUJOL, J. (1995): *Optica Fisiológica. Psicofísica de la Visión*. Madrid, McGraw-Hill-Interamericana España
- [5] SAUTTER, H.: El cristalino en KAUFMAN, P.L. y ALM, A (1980): Adler Fisiología del ojo: aplicación clínica. Buenos Aires, Ed. Panamericana, pp. 429-461
- [6] GRUPO CTO (2011): Embriología, anatomía y fisiología oculares. *Manuales CTO de Medicina y Cirujía* Buenos Aires, Cto Editorial, 8ª Ed., pp. 2
- [7] COTLIER, E.: *Cristalino* en AXENFELD TH. (1976): Tratado y atlas de oftalmología. Madrid, Paz Montalvo, Cap. 10, pag. 264-284
- [8] SOBOTA, J. (2006): *Atlas de Anatomía Humana*. Buenos Aires, Panamericana, 22ª ed.
- [9] KANSKI JACK J. (1999): *Oftalmología Clínica*, Madrid, Harcourt, 4ª Ed., pp 136-140

[10] UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MÉXICO (2010): *Visión baja. Tu visión es importante*. Obtenida el 13 de junio de 2013, <http://visionbaja.webnode.es/tema-catarata/catarata/>

[11] ORTIZ, D y otros (2008): Grading nuclear cataract opacity by densitometry and objective optical analysis, *J Cataract Refract Surg* Vol. 34, August, ppa. 1345-1351

[12] LEO T. Ch (1993): The lens Opacities Classification System III *American Medical Assotiation*, June, Vol. 111, pp. 831-836

[13] VIQUEIRA PEREZ, V., MARTÍNEZ VERDÚ, F.M. y de FEZ SAIZ, D. (2004) *Óptica fisiológica: modelo paraxial y compensación óptica del ojo*, Alicante, Textos Docentes, Universidad de Alicante

[14] ORTIZ MARQUEZ, M. D. (2004): *Evaluación de parámetros de calidad visual mediante un modelo de ojo personalizado, aplicación a la cirugía refractiva*. Universidad de Cantabria, Santander

[15] CASAS, J. (2008): *Optica* Zaragoza, Librería Pons, S.L.

[16] PUELL MARIN, M C (2006): *El Sistema Optico del Ojo y la Visión Binocular*. Madrid, Ed.Complutense, 1ª Ed, pp.15.

[17] NAVARRO, R., PALOS, F. and GONZALEZ, L. (2007): Adaptative model of the gradient index of the human lens. I. Formulation and model of aging ex vivo lenses. *Optical Society of America*. Vol 24, nº 8, pp 2175-2185

[18] NAVARRO, R., PALOS, F. and GONZALEZ, L. (2007): Adaptative model of the gradient index of the human lens. Optics of the acommodating againg lens. *Optical Society of America*. Vol 24, nº 9, pp 2911-2120

Anexos: Programas Matlab

Trazado de rayos

```
function hretina = trazadocatarata(h_rayo, indice_catarata, rc)
    %Le introducimos la altura del rayo y obtenemos el punto donde
    corta en
    %la retina

%Datos que vamos a utilizar en mm
N = 5; %Número de superficies
R = [7.72 6.5 10.2 -6]; %Radio de cada una de las sup
d = [0.55 3.05 4 16.6]; %Distancia entre superficies
n = [1 1.367 1.3374 1.420 indice_catarata 1.336]; %Indice de refracción
Q = [-0.26 -0.25 -3.1316 -1]; %asfericidad de cada
superficie

alfa = zeros(N,1);
alfa_prima = zeros(N,1);
beta = zeros(N,1);
gamma = zeros(N,1);

P = zeros(N,2);

x = zeros(N,1);
y = zeros(N,1);

%Rayo incidiendo en la córnea
y(1) = h_rayo;

%Ecuación córnea (coordenada x del rayo)
x(1) = ((y(1)^2)/R(1))/(1+sqrt(1-((Q(1)+1)*(y(1)/R(1))^2)));

%El punto de corte es:
P(1,:) = [x(1) y(1)];

%Refracción en cara anterior córnea
% calculamos primero el radio local y el punto de corte. Para ello
% calculamos antes los puntos cercanos al punto P
a = y(1)+0.05;
b = y(1)-0.05;

xa = ((a^2)/R(1))/(1+sqrt(1-((Q(1)+1)*(a/R(1))^2)));
xb = ((b^2)/R(1))/(1+sqrt(1-((Q(1)+1)*(b/R(1))^2)));

T(1,:) = [xa a];
S(1,:) = [xb b];
P_corte(1,:) = punto_corte(P(1,:),T(1,:),S(1,:));

%La distancia y_c1 y R_l1:
R_l(1) = radio_local(P_corte(1,:), P(1,:));
y_c(1) = P_corte(2);
alfa(1) = asin((y(1)-y_c(1))/R_l(1));
```

```

alfa_prima(1) = asin(((n(1))*sin(alfa(1)))/n(2));
beta(1) = alfa(1)-alfa_prima(1);

%Ecuación rayo  $y_2=y_1-\tan(\beta_1)*(x_2-x_1)$ 
%Ecuación cara posterior cornea  $x_2=R_2-R_1+d+((y_2^2/R_2)/(1+\sqrt{1-(Q_2+1)*(y_2/R_2)^2}))$ 
%Resolvemos ecuación se segundo grado cuyos coeficientes son:
A = Q(2)+1+(tan(beta(1)))^2;
B = (2*(d(1)-x(1))*(tan(beta(1)))^2)-(2*R(2))-(2*y(1)*tan(beta(1)));
C = (y(1)+tan(beta(1))*(x(1)-d(1)))^2;
x(2) = ((-B)-sqrt((B^2)-(4*A*C)))/(2*A);
y(2) = y(1)-tan(beta(1))*(x(2)+d(1)-x(1));

%El punto de corte es
P(2,:) = [x(2) y(2)];

% calculamos primero el radio local y el punto de corte. Para ello
% calculamos antes los puntos cercanos al punto P
c = y(2)+0.05;
e = y(2)-0.05;
xc = ((c^2)/R(2))/(1+sqrt(1-((Q(2)+1)*(c/R(2))^2)));
xe = ((e^2)/R(2))/(1+sqrt(1-((Q(2)+1)*(e/R(2))^2)));

T(2,:) = [xc c];
S(2,:) = [xe e];

P_corte(2,:) = punto_corte(P(2,:),T(2,:),S(2,:));

%La distancia y_c:
y_c(2) = P_corte(2,2);
R_l(2) = radio_local(P_corte(2,:), P(2,:));

%Refracción primera superficie cristalino
gamma(1) = asin((y(2)-y_c(2))/R_l(2));
alfa(2) = gamma(1)-beta(1);
alfa_prima(2) = asin(((n(2))*sin(alfa(2)))/n(3));
beta(2) = gamma(1)-alfa_prima(2);

%Tenemos ahora ecuación del rayo y ecuación de la parte anterior del
%cristalino. Resolvemos ecuación 2º grado cuyos coeficientes son:
A1 = Q(3)+1+(tan(beta(2)))^2;
B1 = (2*(d(2)-x(2))*(tan(beta(2)))^2)-(2*R(3))-(2*y(2)*tan(beta(2)));
C1 = (y(2)+tan(beta(2))*(x(2)-d(2)))^2;
x(3) = ((-B1)-sqrt((B1^2)-(4*A1*C1)))/(2*A1);
y(3) = y(2)-tan(beta(2))*(x(3)-x(2)+d(2));

%El punto de corte es
P(3,:) = [x(3) y(3)];

% calculamos primero el radio local y el punto de corte. Para ello
% calculamos antes los puntos cercanos al punto P
f = y(3)+0.05;
g = y(3)-0.05;
xf = ((f^2)/R(3))/(1+sqrt(1-((Q(3)+1)*(f/R(3))^2)));
xg = ((g^2)/R(3))/(1+sqrt(1-((Q(3)+1)*(g/R(3))^2)));

T(3,:) = [xf f];

```

```

S(3,:) = [xg g];

P_corte(3,:) = punto_corte(P(3,:),T(3,:),S(3,:));
%La distancia y_c:
y_c (3) = P_corte(3,2);
R_l(3) = radio_local(P_corte(3,:), P(3,:));

%Refracción superficie anterior del cristalino
gamma(2) = asin((y(3)-y_c(3))/R_l(3));
alfa(3) = gamma(2)-beta(2);
alfa_prima(3) = asin(((n(3))*sin(alfa(3)))/n(4));
beta(3) = gamma(2)-alfa_prima(3);

%Vemos cuál es el punto de corte con la cara anterior de la catarata
A2 = Q(3)+1+(tan(beta(3)))^2;
B2 = (2*(d(3)-x(3))*(tan(beta(3)))^2)-(2*R(3))-(2*y(3)*tan(beta(3)));
C2 = (y(3)+tan(beta(3))*(x(3)-d(3)))^2;
x(4) = ((-B2)-sqrt((B2^2)-(4*A2*C2)))/(2*A2);
y(4) = y(3)-tan(beta(3))*(x(4)-x(3)+d(3));

%El punto de corte en la cara anterior de la catarata es
P(4,:) = [x(4) y(4)];

%Si la coordenada y(4) es menor o igual que el tamaño de la catarata,
%hacemos la refracción en la catarata. Si no, pasamos a la cara
posterior
%del cristalino
if y(4)<=rc && y(4)>=-rc

    % calculamos primero el radio local y el punto de corte. Para ello
    % calculamos antes los puntos cercanos al punto P
    k = y(4)+0.05;
    l = y(4)-0.05;
    xk = ((k^2)/R(3))/(1+sqrt(1-((Q(3)+1)*(k/R(3))^2)));
    xl = ((l^2)/R(3))/(1+sqrt(1-((Q(3)+1)*(l/R(3))^2)));

    T(4,:) = [xk k];
    S(4,:) = [xl l];

    P_corte(4,:) = punto_corte(P(4,:),T(4,:),S(4,:));

    %La distancia y_c:
    y_c (4) = P_corte(4,2);
    R_l(4) = radio_local(P_corte(4,:), P(4,:));

    %Refracción superficie anterior del catarata
    gamma(3) = asin((y(4)-y_c(4))/R_l(4));
    alfa(4) = gamma(3)-beta(3);
    alfa_prima(4) = asin(((n(4))*sin(alfa(4)))/n(5));
    beta(4) = gamma(3)-alfa_prima(4);

    %Calculamos punto de corte en la cara posterior catarata
    A3 = Q(4)+1+(tan(beta(4)))^2;

```

```

B3 = (2*(d(4)-x(4))*(tan(beta(4)))^2)-(2*R(4))-(2*y(4)*tan(beta(4)));
C3 = (y(4)+tan(beta(4))*(x(4)-d(4)))^2;
x(5) = ((-B3)+sqrt((B3^2)-(4*A3*C3)))/(2*A3);
y(5) = y(4)-tan(beta(4))*(x(5)-x(4)+d(4));

%El punto de corte en la cara posterior de la catarata es
P(5,:) = [x(5) y(5)];

% calculamos primero el radio local y el punto de corte. Para ello
% calculamos antes los puntos cercanos al punto P
m = y(5)+0.05;
M = y(5)-0.05;
xm = ((m^2)/R(4))/(1+sqrt(1-((Q(4)+1)*(m/R(4))^2)));
xM = ((M^2)/R(4))/(1+sqrt(1-((Q(4)+1)*(M/R(4))^2)));

T(5,:) = [xm m];
S(5,:) = [xM M];

P_corte(5,:) = punto_corte(P(5,:),T(5,:),S(5,:));

%La distancia y_c:
y_c(5) = P_corte(5,2);
R_l(5) = radio_local(P_corte(5,:), P(5,:));

%Refracción superficie posterior del catarata
gamma(4) = asin((y(5)-y_c(5))/R_l(5));
alfa(5) = gamma(4)+beta(4);
alfa_prima(5) = asin(((n(5))*sin(alfa(5)))/n(4));
beta(5) = gamma(4)-alfa_prima(5);

%Calculamos punto de corte cara posterior cristalino
A4 = 1+Q(4)+(tan(beta(5)))^2;
B4 = (2*(d(3)-x(5))*(tan(beta(5)))^2)-(2*R(4))-(2*y(5)*tan(beta(5)));
C4 = (y(5)+tan(beta(5))*(x(5)-d(3)))^2;
x(6) = ((-B4)+sqrt((B4^2)-(4*A4*C4)))/(2*A4);
y(6) = y(5)-tan(beta(5))*(x(6)-x(5)+d(3));

%El punto de corte en la cara posterior de la catarata es
P(6,:) = [x(6) y(6)];

% calculamos primero el radio local y el punto de corte. Para ello
% calculamos antes los puntos cercanos al punto P
o = y(6)+0.05;
p = y(6)-0.05;
xo = ((o^2)/R(4))/(1+sqrt(1-((Q(4)+1)*(o/R(4))^2)));
xp = ((p^2)/R(4))/(1+sqrt(1-((Q(4)+1)*(p/R(4))^2)));

T(6,:) = [xo o];
S(6,:) = [xp p];

P_corte(6,:) = punto_corte(P(6,:),T(6,:),S(6,:));

%La distancia y_c:
y_c(6) = P_corte(6,2);

```

```

R_l(6) = radio_local(P_corte(6,:), P(6,:));

%Refracción cara posterior cristalino
gamma(5) = asin((y(6)-y_c(6))/R_l(6));
alfa(6) = gamma(5)+beta(5);
alfa_prima(6) = asin(((n(4))*sin(alfa(6)))/n(6));
beta(6) = alfa_prima(6)-gamma(5);

%Ecuación del rayo, sustituyendo x(i) por la distancia entre el
cristalino
%y la retina
y(7)= y(6)-tan(beta(6))*(d(6)-x(6));
%El punto de corte con el eje óptico es
hretina = y(7);

else

%Punto de corte cara posterior cristalino
A5 = Q(4)+1+(tan(beta(3)))^2;
B5 = (2*(d(5)-x(3))*(tan(beta(3)))^2)-(2*R(4))-(2*y(3)*tan(beta(3)));
C5 = (y(3)+tan(beta(3))*(x(3)-d(5)))^2;
x(4) = ((-B5)+sqrt((B5^2)-(4*A5*C5)))/(2*A5);
y(4) = y(3)-tan(beta(3))*(x(4)-x(3)+d(5));

%El punto de corte es
P(4,:) = [x(4) y(4)];

% calculamos primero el radio local y el punto de corte. Para ello
% calculamos antes los puntos cercanos al punto P
q = y(4)+0.05;
s = y(4)-0.05;
xq = ((q^2)/R(4))/(1+sqrt(1-((Q(4)+1)*(q/R(4))^2)));
xs = ((s^2)/R(4))/(1+sqrt(1-((Q(4)+1)*(s/R(4))^2)));

T(4,:) = [xq q];
S(4,:) = [xs s];

P_corte(4,:) = punto_corte(P(4,:),T(4,:),S(4,:));

%La distancia y_c:
y_c(4) = P_corte(4,2);
R_l(4) = radio_local(P_corte(4,:), P(4,:));

%Refracción superficie posterior del cristalino
gamma(3) = asin((y(4)-y_c(4))/R_l(4));
alfa(4) = gamma(3)+beta(3);
alfa_prima(4) = asin(((n(4))*sin(alfa(4)))/n(6));
beta(4) = alfa_prima(4)-gamma(3);

%Ecuación del rayo, sustituyendo x(4) por la distancia entre el
cristalino
%y la retina
y(5)= y(4)-tan(beta(4))*(d(6)-x(4));
%El punto de corte con el eje óptico es
hretina = y(5);
end

```

Radio local

```
function R_l = radio_local(P_corte, P1)
    %parametros de entrada: punto de corte de la cornea con el rayo y
    punto
    %de corte de las rectas mediatrices
    %parametro de salida: radio local

    %El vector formado por P1 y P_corte es:
    v = [P1(1)-P_corte(1) P1(2)-P_corte(2)];

    %El radio local vendrá dado por:
    R_l = norm(v);
```

Punto corte

```
function P_corte = punto_corte(P1,T,S)
    %parametros de entrada:x1 e y1 del punto de corte
    %parametros de salida: distancia y_cl

    %Recta 1 entre P y P1: recta_1=(R(2)-P(2))/(R(1)-P(1))*(x-P(1))+P(2)
    %Recta 2 entre P y P2: recta_2=(S(2)-P(2))/(S(1)-P(1))*(x-P(1))+P(2)
    %Calculamos la pendiente de las rectas
    m_1=(T(2)-P1(2))/(T(1)-P1(1));
    m_2=(S(2)-P1(2))/(S(1)-P1(1));

    %Calculamos el punto medio de las rectas
    p_m1=[(T(1)+P1(1))/2 (T(2)+P1(2))/2];
    p_m2=[(S(1)+P1(1))/2 (S(2)+P1(2))/2];

    %Las rectas de las mediatrices son:
    %y-p_m1(2)=(-1/m_1)*x-p_m1(1)
    %y-p_m2(2)=(-1/m_2)*x-p_m2(1)
    M_1=(-1/m_1);
    M_2=(-1/m_2);
    %El punto donde cortan ambas rectas es:
    x_corte=((M_1)*(p_m1(1))+p_m2(2)-p_m1(2)-((M_2)*(p_m2(1))))/((M_1)-(M_2));
    y_corte=p_m1(2)+(M_1)*(x_corte-p_m1(1));

    P_corte=[x_corte y_corte];
```

Programa principal

```
clear
clc
delete 'h_rayo y fi.txt'
delete h.txt
delete 'x e y.txt'
format long
```

```

%% Parametros
dp=2;
indice_catarata=1.42;
rc=0.5;

%% Lanzamos los rayos
x=-10:0.05:10;
y=-10:0.05:10;

%% Creamos la matriz
[X,Y]= meshgrid(x,y);

%% Cambio de coordenadas del rayo
r_pupila = dp/2;
h_rayo = sqrt(X.^2+Y.^2);
fi = atan2(Y,X);

% fichero=fopen('h_rayo y fi.txt','wt');
% fprintf(fichero,'%12.8f %12.8f\n',h_rayo(:), fi(:));
% fclose(fichero);
output = [h_rayo(:) fi(:)];
save 'h_rayo y fi.txt' output -ascii
%% Calculo
%Vemos cuáles de esos rayos están dentro de la pupila. Los que estén
dentro
%del radio pupilar, haremos trazado de rayos y cambio de nuevo de
%coordenadas. Los que estén fuera los ignoramos
[n,m] = size(h_rayo);

% fichero1 = fopen('x e y.txt','wt');
% fichero2 = fopen('h y teta.txt','wt');
figure, hold on
set(gca,'FontSize',12);
xlabel('x/mm','FontSize',14);
ylabel('y/mm','FontSize',14);
axis([-0.2 0.2 -0.2 0.2])
set(gca,'Color','white')
set(gcf,'Color','white')
for i=1:n
    for j=1:m
        if h_rayo(i,j)<r_pupila
            [hretina] =
trazadocatarata2(h_rayo(i,j),indice_catarata,rc);

            x_retina=hretina.*(cos(fi(i,j)));
            y_retina=hretina.*(sin(fi(i,j)));
            %Creamos los diagramas de impactos

%            fprintf(fichero2,'%12.8e %12.8e\n',hretina, teta);
%            fprintf(fichero1,'%12.8f %12.8f\n',x_retina, y_retina);

            save h.txt hretina -ascii -append
            output = [x_retina y_retina];
            save 'x e y.txt' output -ascii -append

```

```

        plot(x_retina,y_retina,'b.');
```

end

end

end

```

hold off
% fclose(fichero2);
% fclose(fichero1);

%% Histogramas
data=load('x e y.txt');

x = data(:,1);

xmin = min(x);
xmax = max(x)

ancho = 0.1*xmax;

data1=load('h.txt');
h = abs(data1(:,1));

edges=0:ancho:xmax;
count = 0;
p = zeros(size(edges));
for i=0:ancho:xmax-ancho
    count = count+1;
    p(count)=length(nonzeros(h>i & h<=(i+ancho)));
    area_corona=pi*(ancho^2+2*i*ancho);
    p(count)=p(count)/area_corona;
end
rayos_centro = length(nonzeros(h<0.10));
rayos_total = length(h);
razon_energia = (rayos_centro)/(rayos_total)

figure
bar(edges,p,'histc')
xlabel('distancia/mm','FontSize',14);
ylabel('densidad/rayos·mm^-^2','FontSize',14);

set(gca,'XTick',edges)

```