



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS,
CANALES Y PUERTOS**

TESIS DOCTORAL

**EVOLUCIÓN DE LA LÍNEA DE COSTA A PARTIR DEL
EQUILIBRIO DINÁMICO DEL PERFIL DE PLAYA**

Presentada por: JARA MARTÍNEZ SÁNCHEZ

**Dirigida por: RAÚL MEDINA SANTAMARÍA
ERNESTO MAURICIO GONZÁLEZ RODRÍGUEZ**

Santander, 2013

A mis hijos, que son la alegría,
y a Carlos, por todo el amor y algunas matemáticas.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar me gustaría agradecer a Raúl Medina y Mauricio González el esfuerzo realizado para encauzar esta tesis. Sus apuntes y enseñanzas no solo han sido fundamentales a la hora de desarrollar la misma sino que me han enriquecido notablemente tanto a nivel profesional como personal. Se da la circunstancia de que, durante el desarrollo de este trabajo de tesis, ambos han sido más que directores de la misma, por eso mis agradecimientos para ellos no acaban aquí.

En los últimos diez años he acumulado incontables deudas de gratitud con Raúl Medina, sin embargo quizás todas ellas pueden resumirse en pocas palabras que encierran un gran significado. Y es que, si hoy puedo dedicarme a lo que más me gusta y hacerlo en las mejores condiciones es, sin duda en gran medida, gracias a él. Por ello, Raúl, mil gracias siempre.

Así, hoy tengo la suerte de formar parte de un lugar lleno de magníficos compañeros y maestros, de los que he aprendido enormemente y que, directa o indirectamente, han contribuido tanto al buen desarrollo de esta tesis como a la construcción del proyecto en el que estamos todos embarcados, que es el IH Cantabria. A todos ellos hago extensible mi agradecimiento.

También a Mauricio González le debo un doble agradecimiento, porque además de haber tenido siempre la puerta abierta para discutir el contenido de esta tesis, es él quien pone rumbo al grupo de ingeniería y gestión de la costa del IH Cantabria, al que pertenezco. En ese sentido tengo que agradecerle la confianza depositada en mí y la buena marcha del día a día.

Son numerosas las fuentes de las que bebe este trabajo de tesis, pero en particular no puedo dejar de mencionar expresamente a İmen Turki, que dedicó un importante esfuerzo en contestar todas mis dudas, y a Robert Guza, que hizo un hueco para mí en su apretada agenda para comentar puntos clave del modelo desarrollado en la presente tesis.

También debo mi agradecimiento al Centre Mediterrani d'Investigacions Marines i Ambientals del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, CSIC, en la persona de Jorge Guillén, por compartir las imágenes de video-cámara ARGUS de la Estación Litoral del Barcelona y a la Fundación Instituto de Hidráulica Ambiental de Cantabria, por la financiación recibida durante la realización de esta tesis doctoral.

Finalmente me gustaría dar las gracias al complejo entramado logístico en que se ha convertido mi familia por todo su cariño y dedicación. Los Maasai keniatas dicen que “para criar un niño hace falta la tribu entera”, sin duda esta afirmación toma una nueva dimensión si en lugar de uno son dos y su madre es una atareada doctoranda.

“Science, like art, is a re-creation of nature”

Jacob Bronowski

RESUMEN

En la literatura existen numerosos **modelos de evolución de la línea de costa por transporte transversal de sedimentos y basados en el equilibrio**. Todos ellos derivan de una ecuación cinética proporcional al desequilibrio existente, bien sea en términos energéticos (Yates et al. 2009; Davidson et al., 2013;...) o en términos de posiciones de la línea de costa (Kriebel y Dean, 1993; Miller y Dean, 2004;...) y presentan un importante número de parámetros libres de ajuste a determinar empíricamente, para los que hasta el momento no se ha podido establecer ninguna correlación con las características físicas de la playa.

El origen del alto número de parámetros de calibración se debe a las siguientes razones:

- El comportamiento *per se* de estos modelos resulta simétrico en los casos de erosión y acreción por lo que, para reproducir la asimetría observada en la naturaleza entre la velocidad de relajación de ambos procesos, requieren parámetros de ajuste distintos asociados a cada proceso.
- Por otro lado, para modular la velocidad de relajación del sistema en función de la energía del oleaje incidente han de incluirse factores “externos” de ponderación energética que añaden, de forma encubierta, al menos un parámetro libre adicional.
- Para la resolución de los mismos (integración de la ecuación cinética) existen 3 estrategias, que requieren la introducción de parámetros adicionales de ajuste:
 1. Estableciendo una correlación empírica explícita entre la energía del oleaje y la posición de la línea de costa de equilibrio a la que conduce (e.g. Yates et al., 2009).
 2. Estableciendo una correlación empírica entre la situación actual y la energía precedente recibida por el sistema (e.g. Davidson et al., 2013).
 3. Estableciendo una cierta relación empírica de transporte de sedimentos que conduce a un transporte transversal nulo en el perfil al alcanzar el equilibrio (e.g. Larson, 1988).

La primera complicación evidente que se plantea es la complejidad del proceso de calibración de los modelos con tan alta dimensionalidad de parámetros de ajuste.

Por otro lado, la necesidad de constantes de calibraciones distintas para los procesos de erosión y acreción complica notablemente la extensión analítica de estos modelos al medio plazo, en el que ambos procesos se intercalan alternativamente.

A pesar de que existen en la literatura numerosas formulaciones de transporte transversal de sedimentos, de las basadas en el equilibrio ninguna reproduce correctamente el fenómeno de acreción. Lo cual complica notablemente desarrollos en la línea de la tercera estrategia para la resolución de los modelos de evolución, arriba indicada.

Finalmente las dos primeras líneas de trabajo anteriormente mencionadas constituyen dos aproximaciones al mismo problema que hasta el momento no han podido demostrarse como equivalentes (Splinter et al., 2013).

El objetivo general de la presente tesis consiste en el desarrollo de un **modelo de evolución de la línea de costa debida al transporte transversal de sedimentos y tendente al equilibrio** que reúna las siguientes características:

- Aplicable al **medio plazo**.
- Que el número de parámetros libres del modelo se minimice **correlacionando el comportamiento de la línea de costa con las características del oleaje incidente y las características físicas de la playa** (tamaño de grano, volumen de sedimento, profundidad de cierre,...).
- Representativo tanto de **procesos erosivos** como de **procesos de acreción**.

Para ello se ha partido de un **modelo de corto plazo** basado en una **ecuación cinética proporcional al desequilibrio existente en términos energéticos** (Yates et al. 2009; Davidson et al., 2013;...) empleando como forzamiento la energía del **oleaje en rotura**.

La resolución de este modelo de corto plazo se ha planteado estableciendo una **correlación analítica entre la energía del oleaje y la posición de la línea de costa de equilibrio** a la que conduce esta energía (estrategia de resolución 1 en página I, e.g. Yates et al., 2009) mediante la que se ha dado en llamar **curva de energía de equilibrio** de la playa.

Entendiendo el perfil de equilibrio de la playa como aquel al que tiende ésta tras un tiempo infinito sometida a forzamientos constantes de tal modo que en el equilibrio no existe transporte neto de sedimentos a lo largo del perfil, se puede afirmar que una playa presenta no uno sino infinitos perfiles de equilibrio cada uno de ellos asociado a un oleaje estacionario y de duración suficiente.

Gracias al concepto de **invariantes del perfil de playa** (características físicas de la playa que permanecen constantes durante el periodo de estudio) definidos en la presente tesis y al **modelo estático de perfil de equilibrio** considerado (basado en el perfil biparábólico de Bernabeu, 1999), se ha determinado analíticamente la curva circunscrita al conjunto de posibles perfiles de equilibrio que puede presentar una playa, la cual se ha denominado **envolvente de perfiles de equilibrio** de la playa.

Así, la **curva de energía de equilibrio** de la playa se ha determinado a partir de la anterior envolvente de perfiles de equilibrio, como resultado de las correlaciones entre los invariantes de la playa, el modelo estático de perfil de equilibrio considerado y la energía del oleaje incidente, lo cual ha permitido **reducir los parámetros libres** del modelo respecto de los modelos existentes.

Adicionalmente el conocimiento de la envolvente de perfiles de equilibrio ha permitido desarrollar metodologías robustas para la determinación de los invariantes del perfil de playa.

La **extensión al medio plazo** del modelo de evolución se ha planteado mediante una doble vertiente:

- Desarrollo de un **modelo de evolución numérico** mediante algoritmo secuencial, dependiente por tanto de las posiciones intermedias de la línea de costa.
- Desarrollo de un **modelo de evolución analítico** mediante la integración del modelo inicialmente propuesto de corto plazo en un intervalo de tiempo varios órdenes de magnitud mayor que la escala temporal de variación de los forzamientos, que no depende de las posiciones intermedias de la línea de costa pero sí de su posición inicial.

El modelo desarrollado para el medio plazo ha sido calibrado mediante las mediciones de la posición de la línea de costa en la playa de Nova Icaria (Barcelona) realizadas a partir de imágenes diarias de video cámara durante los primeros 6 meses de 2005 y ha sido validado para un periodo de 2 años (2005 y 2006).

Cabe destacar la capacidad del modelo desarrollado para, con un único parámetro libre de ajuste en el caso de la playa objeto de estudio (Nova Icaria) y sin factores externos de ponderación energética de la velocidad de relajación del modelo, reproducir tanto la asimetría en los procesos de erosión y acreción como una mayor velocidad de relajación con energía creciente del oleaje incidente gracias a la forma de la curva de energía de equilibrio obtenida, que presenta pendiente creciente (en valor absoluto) para energía del oleaje creciente.

Las características de la versión analítica del modelo desarrollado para el medio plazo han permitido llevar a cabo un desarrollo teórico paralelo al realizado por Turki (2011), aplicado a la rotación de la playa por transporte longitudinal, de los siguientes conceptos, en este caso aplicados a procesos transversales a lo largo del perfil:

- **Tiempo de recuperación de la playa, TR:** tiempo que ha de transcurrir para que se disipe el 99% de una perturbación en la posición inicial de la costa.
- **Memoria de la playa, MP:** tiempo transcurrido desde que se produjo una perturbación en la posición de la línea de costa de la que en la actualidad queda por disiparse tan solo el 1%.
- **Función de memoria de la playa, FMP:** Función que decrece a medida que nos alejamos hacia atrás en el tiempo y pondera a los oleajes precedentes de tal modo que los oleajes pasados más antiguos tienen menor peso que los oleajes más recientes.
- **Energía del oleaje precedente ponderada:** Promedio ponderado de la energía de los oleajes precedentes en función de su proximidad o lejanía al instante actual empleando como pesos de la ponderación la función de memoria de la playa.

Con base en los anteriores conceptos de función de memoria de la playa y memoria de la playa, se ha desarrollado una aproximación analítica del modelo de evolución en el medio plazo que no depende ni siquiera de la posición inicial de la línea de costa sino únicamente de la energía del oleaje precedente.

Cabe destacar que mientras que Davidson et al. (2013) emplean una formulación empírica (Wright y Short, 1982) para establecer los pesos asignados a los oleajes precedentes en el cálculo de la energía de equilibrio del sistema, en la presente tesis se ha obtenido una formulación analítica (función de memoria de la playa) derivada del modelo de evolución para el cálculo de estos pesos, a partir de los cuales se obtiene la energía del oleaje precedente ponderada.

Finalmente se ha demostrado que la energía precedente ponderada mediante la función de memoria de la playa (estrategia de resolución 2 en la página I) es equivalente a la energía de equilibrio de la playa de Nova Icaria dada por la curva de energía de equilibrio (estrategia de resolución 1 en la página I). Lo cual ha permitido reconciliar las diferentes aproximaciones al problema propuestas por Yates et al. (2009) y Davidson et al. (2013).

En resumen, las principales aportaciones de la presente tesis doctoral son las siguientes:

- Se ha desarrollado un **modelo de evolución de la línea de costa** que incluye en principio **2 parámetros de calibración, C^- y C^+** para el corto plazo, siguiendo a Yates et al. (2009), en forma de ecuación diferencial $xr' = C^\pm \cdot (\Delta m_{0b})$, donde xr' es la derivada de la posición de la línea de costa respecto del tiempo y m_{0b} es el momento de orden 0 del espectro energético del oleaje en rotura.
- Para la integración del modelo en el corto plazo se ha recurrido a un modelo estático de perfil de equilibrio basado en el perfil biparabólico de Bernabeu (1999) a partir del que se obtiene una relación analítica entre la posición de equilibrio de la línea de costa, x_∞ , y su correspondiente energía del oleaje, m_{0b} . Esta relación, $m_{0b} = F(x_\infty)$, **dependiente de las características físicas de la playa** (invariantes del perfil), se ha denominado curva de energía de equilibrio de la playa.
- La forma de la curva de energía de equilibrio obtenida, con una mayor pendiente (en términos absolutos) para energía del oleaje creciente, implica que la contribución de **la inclusión de un factor de ponderación energética** en la ecuación diferencial de partida de la forma m_{0b}^μ , donde μ es un parámetro libre de ajuste, **resulta redundante** y por tanto prescindible.
- Parejamente a la curva de energía de equilibrio se ha determinado analíticamente la **envolvente de perfiles** (envolvente superior del conjunto de posibles perfiles que puede presentar una playa en función de los distintos oleajes incidentes) que permite establecer los máximos avances y retrocesos de la línea de costa compatibles con el modelo propuesto y desarrollar metodologías robustas para la determinación de los invariantes del perfil.
- La extensión del modelo al medio plazo se ha realizado de dos modos: mediante un algoritmo numérico recursivo (**forma secuencial**) y mediante integración analítica (**forma integral**), los cuales han sido calibrados a partir de mediciones de la posición de la línea de costa en la playa de **Nova Icaria** realizadas sobre imágenes de video cámara, resultando que en el caso de la playa de Nova Icaria, el modelo reproduce correctamente los movimientos de la línea de costa empleando una única constante de calibración ($C^+ = C^-$).

- A partir de la forma integral del modelo para el medio plazo se han desarrollado formas analíticas de los siguientes conceptos: tiempo de recuperación de la playa, **TR**, memoria de la playa, **MP**, función de memoria de la playa, **FMP**, y energía del oleaje precedente ponderada, **m_{0b,p}**.
- Se ha observado una correlación entre los valores del tiempo de recuperación y las posiciones de la línea de costa alcanzadas tras un tiempo de recuperación en la playa de Nova Icaria.
- Se ha desarrollado una aproximación analítica del modelo de evolución en el medio plazo que no depende de la posición inicial de la línea de costa sino únicamente de la energía del oleaje precedente.
- Se ha obtenido una formulación analítica (función de memoria de la playa) para el cálculo de los pesos a partir de los cuales se obtiene la energía del oleaje precedente ponderada, la cual se ha demostrado equivalente a la energía de equilibrio de la playa de Nova Icaria dada por la curva de energía de equilibrio.

ÍNDICE

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS	IV
--------------------------------	-----------

ÍNDICE DE TABLAS	XI
-------------------------------	-----------

LISTA DE SÍMBOLOS	XII
--------------------------------	------------

1. INTRODUCCIÓN	1
------------------------------	----------

1.1. Antecedentes y motivación del estudio	5
--	---

1.2. Objetivo general de la tesis.....	7
--	---

1.3. Organización del documento	8
---------------------------------------	---

2. RESUMEN DEL ESTADO DEL ARTE	9
---	----------

2.1. Introducción.....	9
------------------------	---

2.2. Perfil de equilibrio de la playa.....	9
--	---

2.2.1. Formulaciones del perfil de equilibrio	10
---	----

2.2.2. Efectos de la marea sobre el perfil de equilibrio	16
--	----

2.2.3. Profundidad de cierre del perfil.....	17
--	----

2.3. Evolución del perfil de playa.....	19
---	----

2.3.1. Modelos estáticos de equilibrio del perfil de playa	20
--	----

2.3.2. Modelos dinámicos de equilibrio para la evolución del perfil de playa	23
--	----

2.4. Transporte de sedimentos	29
-------------------------------------	----

2.4.1. Distribución del transporte transversal de sedimentos en el perfil	30
---	----

2.4.2. Mecanismos de transporte transversal de sedimentos	32
---	----

2.4.3. Formulaciones de transporte transversal de sedimentos.....	33
---	----

2.5. Memoria de la playa	38
--------------------------------	----

2.6. Conclusiones.....	39
------------------------	----

2.6.1. Objetivos específicos de la tesis	41
--	----

3. DESARROLLO TEÓRICO DEL MODELO DE EVOLUCIÓN DE LA LÍNEA DE COSTA	43
---	-----------

3.1. Introducción.....	43
------------------------	----

3.2. Descripción conceptual del modelo de evolución	43
---	----

3.2.1. Modelo dinámico de evolución	44
---	----

3.2.2. Modelo estático de equilibrio del perfil.....	46
--	----

3.2.3. El modelo de evolución en el medio plazo.....	50
--	----

3.2.4. Desarrollos posteriores del modelo	53
---	----

3.3. Hipótesis fundamentales del modelo de evolución	53
--	----

3.3.1. Ortogonalidad de los procesos.....	54
---	----

3.3.2. Forzamientos del modelo	54
--------------------------------------	----

3.3.3. Condición de estacionario del oleaje durante el estado de mar	54
--	----

3.3.4. Conservación de las características físicas de la playa.....	55
---	----

3.3.5. Unicidad del perfil de equilibrio.....	55
---	----

3.3.6. Forma del perfil durante su evolución hacia el equilibrio	55
--	----

3.4. Escalas espaciales y temporales de aplicación	56
--	----

3.5. Modelo estático de equilibrio del perfil.....	57
--	----

3.5.1. Características del perfil de equilibrio.....	57
--	----

3.5.2. Envolvente de perfiles de equilibrio.....	59
--	----

3.5.3. Curva de energía de equilibrio	66
---	----

3.5.4. Metodología para la determinación de los invariantes del perfil.....	69
---	----

3.6. Modelo dinámico de evolución de la línea de costa.....	72
3.6.1. Aproximación parabólica de la curva de energía de equilibrio	74
3.6.2. Aproximación lineal por tramos de la curva de energía de equilibrio.....	77
3.7. Modelos dinámicos alternativos	79
3.7.1. Eliminación del factor de ponderación energética en el modelo	79
3.7.2. Modelo de velocidad de relajación constante.....	82
3.8. Modelo de evolución de la línea de costa en el medio plazo	83
3.8.1. Forma integral del modelo de evolución.....	84
3.8.2. Implementación numérica de la forma integral del modelo de evolución.....	87
4. CALIBRACIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO EN LA PLAYA DE NOVA ICARIA.....	90
4.1. Posición de la línea de costa	91
4.1.1. Sistema ARGUS de video cámara.....	91
4.1.2. Selección de imágenes y digitalización de la línea de costa.....	92
4.1.3. Rectificación de las imágenes de video.....	94
4.1.4. Posicionamiento de la línea de costa	101
4.1.5. Corrección por variaciones del nivel del mar.....	104
4.1.6. Descomposición de movimientos de la línea de costa	105
4.2. Forzamientos del modelo	109
4.2.1. Propagación y energía del oleaje en rotura.....	110
4.3. Características físicas de la playa	112
4.3.1. Tamaño de grano del sedimento: D_{50}	115
4.3.2. Volumen de sedimentos: V_s	117
4.3.3. Profundidad del perfil activo: h_c	119
4.3.4. Longitud del perfil activo: x_c	122
4.3.5. Conclusiones del análisis de sensibilidad.....	126
4.4. Resultados de la modelización de la posición de la línea de costa.....	128
4.4.1. Método de calibración de los modelos de evolución.....	128
4.4.2. Comparación de modelos de evolución.....	129
4.4.3. Validación de la calibración	139
4.4.4. Influencia de la envolvente de perfiles en los resultados del modelo.....	142
5. DESARROLLOS POSTERIORES DEL MODELO	147
5.1. Tiempo de recuperación de la playa	148
5.1.1. El tiempo de recuperación en la playa de Nova Icaria	150
5.2. Memoria de la playa	154
5.2.1. La memoria de la playa de Nova Icaria.....	155
5.3. Función de memoria de la playa.....	156
5.3.1. Modelo de evolución independiente de la posición inicial de la línea de costa	158
5.4. Energía del oleaje precedente ponderado	161
5.4.1. Energía del oleaje precedente ponderada y energía de equilibrio	162
5.5. Transporte transversal de sedimentos en el modelo de evolución	164
6. DISCUSIÓN DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES	170
6.1. Desarrollo de un modelo de evolución para el corto plazo	170
6.2. Modelo de evolución en el medio plazo.....	173
6.3. Desarrollos posteriores del modelo	174
7. LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN.....	176

7.1. Modelo de evolución propuesto	176
7.2. Medición de la posición de la línea de costa	176
7.3. Forzamientos del modelo propuesto.....	177
7.4. Transporte de sedimentos asociado al modelo propuesto	177
7.5. Ampliación de la dimensionalidad del modelo propuesto	177
7.6. Estados morfodinámicos de la playa	177
7.7. Propuesta de tareas futuras	178
<u>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	180

ANEJO 1. Desarrollos posteriores del modelo general de evolución de la línea de costa.

ANEJO 2. Descripción de la base de datos de reanálisis del oleaje DOW.

ANEJO 3. Expresión analítica de la derivada de la curva de energía de equilibrio.

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Composición nocturna del planeta Tierra realizada por NASA /NOAA.	1
Figura 2. Galería principal de los baños de ola en la playa del Sardinero (Santander) a principios del siglo XX.	2
Figura 3. Ejemplo de ocupación masiva de las playas en la actualidad.....	2
Figura 4. Benidorm en el siglo XX (izquierda) y en el siglo XXI (derecha).	3
Figura 5. Barcelona en el año 1580.....	3
Figura 6. Puerto Olímpico de Barcelona y playa de Nova Icaria tras él.	4
Figura 7. Destrucción de viviendas en la costa de New Jersey (U.S.A) en 2012 tras el paso de la tormenta Sandy.....	5
Figura 8. Esquema del perfil de playa.....	9
Figura 9. Variación del parámetro de escala, A, en función del tamaño de grano, D, y la velocidad de caída de grano, w_f , tomada de Dean (1987).....	12
Figura 10. Esquema del perfil biparabólico, tomado de Bernabeu (1999).	13
Figura 11. Esquema del perfil de equilibrio hiperbólico, tomado de García (2000).	15
Figura 12. Esquema del perfil de tres tramos, tomado de Requejo (2005).	15
Figura 13. Esquema del efecto de la marea sobre el perfil de playa, tomada de Bernabeu (1999).	16
Figura 14. Zonificación del perfil de playa según la actividad sedimentaria del fondo, tomada de Hallermeier (1981).	17
Figura 15. Clasificación de modelos de evolución de playas en el medio-largo plazo, tomada de Hanson et al. (2003).....	19
Figura 16. Esquema de la Regla de Bruun, tomada de GIOC (2004).	21
Figura 17. Esquema de evolución del perfil invierno-verano, tomada de Bernabeu, 1999.	23
Figura 18. Velocidad de cambio de la posición de la línea de costa, $dS(t)/dt$, frente a la posición inicial de la línea de costa en abscisas y a la energía media del oleaje entre mediciones en ordenadas, tomada de Yates et al. (2009).....	26
Figura 19. Componentes longitudinal (q_x) y transversal (q_y) del transporte litoral. Tomada de Dean (1995).	29

Figura 20. Tipos de evolución del perfil, tomada de Sunamura y Horikawa (1974).	30
Figura 21. Clasificación de distribuciones de transporte, tomada de Kajima et al. (1982).	31
Figura 22. Clasificación de distribuciones de transporte, tomada de Larson (1988).	31
Figura 23. Esquema de los dos procesos fundamentales de evolución del perfil de playa a partir de una pendiente plana, tomada de Sunamura y Horikawa (1974).	32
Figura 24. Modelo de dos líneas para el perfil de playa, modificado de Swart (1974). .	34
Figura 25. Peralte del oleaje en aguas profundas frente a la velocidad adimensional de caída de grano. La recta A representa el ajuste realizado por Dean (1973), la B corresponde a Kriebel et al. (1986) y la C a Larson y Kraus (1989). Tomada de Dalrymple (1992).	36
Figura 26. Correlación entre el volumen de sedimento movilizado en el perfil y el parámetro J_b . tomada de Jiménez et al. (1993).	37
Figura 27. Esquema del volumen de erosión, V_{er} , o acreción, V_{ac} . Tomada de Jiménez et al. (1993).	37
Figura 28. Esquema del modelo dinámico de evolución propuesto.	45
Figura 29. Esquema del perfil de equilibrio considerado.	47
Figura 30. Esquema del modelo estático de evolución propuesto para un caso de acreción.	48
Figura 31. Esquema de la envolvente de perfiles de equilibrio.	49
Figura 32. Esquema de la curva de energía de equilibrio.	50
Figura 33. Esquema del modelo de evolución propuesto durante un estado de mar.	51
Figura 34. Esquema del modelo de evolución secuencial propuesto.	52
Figura 35. Escalas espaciales y temporales típicas de algunos cambios morfológicos de las playas, tomada de Medina y Requejo (2008).	56
Figura 36. Esquema del perfil de equilibrio del modelo transversal.	58
Figura 37. Volumen de sedimento en el perfil activo de playa y volumen complementario.	60
Figura 38. Esquema de la envolvente de perfiles.	62
Figura 39. Velocidad orbital en el fondo para olas monocromáticas ($T_n/2H$ versus T_n/T) y oleaje espectral (T_n/H_s versus T_n/T_z). Modificada de Soulsby y Smallman, 1986.	63

Figura 40. Esquema de la profundidad de rotura máxima teórica, $h_{b,max}$, y verdaderamente alcanzable, $h_{b'}_{max}$	65
Figura 41. Esquema de la curva de energía de equilibrio, $m_{0b}=F(x_{\infty})$	68
Figura 42. Esquema del estiramiento del tramo de rotura por efecto de la marea.	71
Figura 43. Esquema del modelo dinámico de evolución propuesto.....	72
Figura 44. Esquema de la aproximación lineal por tramos de la curva de energía de equilibrio.	77
Figura 45. Esquema del modelo de evolución secuencial en el medio plazo.	84
Figura 46. Localización de la Estación Litoral de Barcelona (ARGUS).	90
Figura 47. Ejemplo de imagen instantánea (izquierda), promediada (centro) y varianza (derecha).....	92
Figura 48. Video cámara del sistema ARGUS e imágenes instantáneas de su 5 video-cámaras.....	92
Figura 49. (a) fotografía instantánea, (b) zoom sobre la playa de Nova Icaria, (c) digitalización de la línea de costa (polígono rojo). Tomadas de Toulemonde (2011). ...	93
Figura 50. Esquema del proceso de rectificación de una fotografía. Tomada de Turki (2011).	94
Figura 51. Imagen original (arriba) y rectificada de la playa de Nova Icaria, con línea de costa digitalizada (azul).....	95
Figura 52. Factores que determinan la cota de inundación en una playa.....	95
Figura 53. Máximo set-up estático y set-down.	96
Figura 54. Características y ubicación de los mareógrafos de la red REDMAR.	97
Figura 55. Ubicación del mareógrafo de Barcelona (punto rojo) en relación a la playa de estudio.	98
Figura 56. Niveles característicos registrados por el mareógrafo del Puerto de Barcelona.....	98
Figura 57. Función de densidad (izquierda) y de distribución (derecha) de la marea astronómica en Barcelona (respecto al cero del Puerto de Barcelona).	99
Figura 58. Función de densidad (izquierda) y de distribución (derecha) de la marea meteorológica en Barcelona.	99
Figura 59. Año de vuelo de la última ortofoto validada. Fuente: www.ign.es/PNOA .	100
Figura 60. Ortofoto PNOA25 de la playa de Nova Icaria. Fuente: IBERPIX.	100

Figura 61. Ejemplo de validación de la rectificación de una imagen de video-cámara mediante la comparación con estructuras fijas obtenidas de la ortofoto PNOA25 (líneas rojas).....	101
Figura 62. Referencias para medición de la línea de costa sobre ortofoto PNOA25....	102
Figura 63. Esquema del sistema coordenado para la definición del polinomio de ajuste, P(s), a la línea de costa.	102
Figura 64. Ejemplo de ajuste de la costa digitalizada y rectificada (+) a un polinomio de grado 6 (__) definido respecto a la línea de referencia (__).....	103
Figura 65. Función de densidad de los errores cuadráticos medios del ajuste de la línea de costa digitalizada a un polinomio de grado 6 en la playa de Nova Icaria durante el periodo 2005-2006.	104
Figura 66. Esquema de la corrección de la medición de la posición de la costa por variaciones del nivel del mar.....	105
Figura 67. Descomposición de la línea de costa.	106
Figura 68. Perfiles de playa considerados en el análisis mediante EOFs, tomado de Turki (2011).	108
Figura 69. Primer modo del análisis mediante EOFs en Nova Icaria, tomado de Turki (2011).	108
Figura 70. Segundo modo del análisis mediante EOFs en Nova Icaria, tomado de Turki (2011).	108
Figura 71. Localización de los datos de oleaje, DOW, frente a la playa de Nova Icaria.	109
Figura 72. Evolución de la profundidad de cierre anual , h_c , (Hallermeier, 1981) en Nova Icaria.	113
Figura 73. Batimetría de la playa de Nova Icaria realizada por Iberport Consulting (marzo de 2008) sobre ortofoto PNOA25.....	113
Figura 74. Envolvente de perfiles de equilibrio en la playa de Nova Icaria, referida al NMM (situado a 47.4 cm sobre el cero del Puerto de Barcelona).	114
Figura 75. Curva de energía de equilibrio en la playa de Nova Icaria.	115
Figura 76. Influencia del D_{50} en la envolvente de perfiles.....	116
Figura 77. Influencia de Vs en la envolvente de perfiles.	117
Figura 78. Envolvente de perfiles en la playa de Nova Icaria con $V_s=1300 \text{ m}^3/\text{m}$	118
Figura 79. Curva de energía de equilibrio en la playa de Nova Icaria con $V_s=1300 \text{ m}^3/\text{m}$	119

Figura 80. Influencia de h_c en la envolvente de perfiles (con $x_{\infty, \max}$ constante).	120
Figura 81. Influencia de h_c en la envolvente de perfiles (con $x_{\infty, \min}$ constante, equivalente a V_c constante).....	121
Figura 82. Influencia de h_c en la envolvente de perfiles (con V_s constante).	122
Figura 83. Influencia de x_c en la envolvente de perfiles (con $x_{\infty, \max}$ constante).	122
Figura 84. Envolvente de perfiles en la playa de Nova Icaria con $x_c=168$ m y $V_s=947.97$ m ³ /m.	123
Figura 85. Curva de energía de equilibrio en la playa de Nova Icaria con $x_c=168$ m y $V_s=947.97$ m ³ /m.	123
Figura 86. Influencia de h_c en la envolvente de perfiles (con $x_{\infty, \min}'$ constante).	124
Figura 87. Envolvente de perfiles en la playa de Nova Icaria con $x_c=186.01$ m y $V_s=1096.22$ m ³ /m.	125
Figura 88. Curva de energía de equilibrio en la playa de Nova Icaria con $x_c=186.01$ m y $V_s=1096.22$ m ³ /m.	125
Figura 89. Influencia de x_c en la envolvente de perfiles (con V_s constante).	126
Figura 90. Error cuadrático medio, RMSE, del proceso de calibración de todos los modelos con $C^- \neq C^+$	130
Figura 91. Error cuadrático medio, RMSE, del proceso de calibración de todos los modelos con $C^- = C^+$	131
Figura 92. Resultados de los 3 modelos propuestos con aproximación parabólica de la curva de energía de equilibrio y constantes de calibración distintas ($C^- \neq C^+$) y evolución del nivel del mar, NM (incluyendo set-up, NM _{EM} , y sin set-up, MA+MM), la altura de ola en rotura, H_b , y la dirección del oleaje en rotura, θ_b , en la playa de Nova Icaria....	134
Figura 93. Resultados de los 3 modelos propuestos con aproximación lineal por tramos de la curva de energía de equilibrio y constantes de calibración distintas ($C^- \neq C^+$).	135
Figura 94. Resultados de los 3 modelos propuestos con aproximación parabólica de la curva de energía de equilibrio y constantes de calibración distintas ($C^- = C^+$).....	136
Figura 95. Evolución de la posición de la línea de costa, x_r en la playa de Nova Icaria (calibración manual para ajuste de los mayores temporales).....	138
Figura 96. Evolución de la posición de la línea de costa, x_r en la playa de Nova Icaria (calibración manual para ajuste de las pequeñas oscilaciones en calma).	139
Figura 97. Resultados del modelo de evolución para el periodo 2005-2006.	140
Figura 98. Resultados del modelo de evolución secuencial y cota superior e inferior de la forma integral para el periodo 2005-2006.....	141

Figura 99. Error cuadrático medio, RMSE, del proceso de calibración del modelo propuesto con mínima $x_{\infty}'_{\min}$	143
Figura 100. Resultados del modelo de evolución con mínima $x_{\infty}'_{\min}$	143
Figura 101. Error cuadrático medio, RMSE, del proceso de calibración del modelo propuesto con máxima $x_{\infty,\max}$	144
Figura 102. Resultados del modelo de evolución con máxima $x_{\infty,\max}$	144
Figura 103. Evolución de la posición de equilibrio con $x_{\infty}'_{\min} > x_{\infty,\max}^{\text{medida}}$	145
Figura 104. Esquema del concepto del tiempo de recuperación de de la playa TR.....	148
Figura 105. Evolución del tiempo de recuperación y de la posición de la línea de costa durante el periodo de estudio (años 2005 y 2006).	151
Figura 106. Ejemplo de decaimiento de la influencia de la posición inicial en el modelo a lo largo del tiempo en situación muy energética.	152
Figura 107. Ejemplo de decaimiento de la influencia de la posición inicial en el modelo a lo largo del tiempo en situación poco energética.	152
Figura 108. Correlación entre el tiempo de recuperación, TR, y la posición de la línea de costa tras un tiempo de recuperación, $x_r(\text{TR})$	153
Figura 109. Esquema de los conceptos simétricos de memoria de la playa, MP, y tiempo de recuperación de de la playa, TR.	155
Figura 110. Evolución de la memoria de la playa y de la posición de la línea de costa durante el periodo de estudio (años 2005 y 2006).	156
Figura 111. Resultados del modelo de evolución secuencial y cota superior e inferior de la forma integral independiente de la posición inicial de la línea de costa para el periodo 2005-2006. Criterio para la determinación de la memoria de la playa: $\Delta x_r = 1\%$ de Δx_{r0}	159
Figura 112. Resultados del modelo de evolución secuencial y cota superior e inferior de la forma integral independiente de la posición inicial de la línea de costa para el periodo 2005-2006. Criterio para la determinación de la memoria de la playa: $\Delta x_r = 0.1\%$ de Δx_{r0}	160
Figura 113. Resultados del modelo de evolución de la forma integral dependiente e independiente de la posición inicial de la línea de costa durante los primeros 45 días de simulación. Criterio para la determinación de la memoria de la playa: $\Delta x_r = 0.1\%$ de Δx_{r0}	161
Figura 114. Correlación entre de velocidad de cambio de la posición de la línea de costa en función de la energía del oleaje de equilibrio y de la energía de oleaje precedente ponderada.	163

Figura 115. Comparación entre las series temporales de velocidad de cambio de la posición de la línea de costa en función de la energía del oleaje de equilibrio y de la energía de oleaje precedente ponderada.....	164
Figura 116. Esquema del modelo estático de evolución propuesto (proceso de acreción).	165
Figura 117. Ábaco de volumen de sedimentos movilizado entre dos posiciones consecutivas de la línea de costa en la playa de Nova Icaria.	167
Figura 118. Ábaco de transporte transversal medio producido durante un estado de mar de 1 h de duración en la playa de Nova Icaria.	168
Figura 119. Forma general de la curva de energía de equilibrio asociada al modelo estático de equilibrio del perfil propuesto en la presente tesis.....	171
Figura 120. Esquema de los procesos de erosión y acreción en el modelo estático de perfil de equilibrio propuesto.	171
Figura 121. Velocidad de cambio de la línea de costa entre observaciones diarias frente a la posición inicial de la línea de costa y la energía media del oleaje en rotura entre observaciones (puntos de color) junto a la curva de energía de equilibrio y su aproximación parabólica desarrollada en esta tesis y particularizada en el caso de la playa de Nova Icaria.....	172

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Resumen de niveles de referencia.....	71
Tabla 2. Resumen de formulaciones de modelos de evolución de la línea de costa con factor de ponderación energética de Yates et al. (2009) y propuestos en la presente tesis.....	80
Tabla 3. Resumen de formulaciones de modelos de evolución de la línea de costa sin factor de ponderación energética de Kriebel et al. (1991) y propuestos en la presente tesis.....	80
Tabla 4. Parámetros libres del modelo (media y desviación típica), tomada de Yates et al. (2011). Pendiente de la curva de energía de equilibrio, a , y coeficientes de erosión y acreción, C^- y C^+ respectivamente.	86
Tabla 5. Ejemplo de variación de los extremos de la envolvente de perfiles en función del volumen de sedimento contenido en el perfil ativo de la playa.	118
Tabla 6. Características del modelo estático propuesto en la presente tesis.	128
Tabla 7. Resumen de resultados de la calibración de todas las variantes del modelo de evolución propuesto para el medio plazo.....	132
Tabla 8. Resultados de la calibración de los mejores modelos en la playa de Nova Icaria.	137
Tabla 9. Resultados de la calibración de los modelos propuestos.	139
Tabla 10. Resultados de la forma integral del modelo de evolución a partir de la calibración del modelo secuencial.	142
Tabla 11. Resumen de modelos estáticos considerados.....	145
Tabla 12. Características del modelo de evolución considerado en los desarrollos posteriores	148
Tabla 13. Error cuadrático medio entre la forma integral del modelo de evolución y su aproximación independiente de la posición inicial de la línea de costa.....	161
Tabla 14. Resumen de modelos mencionados en el presente capítulo.	174

LISTA DE SÍMBOLOS

LISTA DE SÍMBOLOS

a, b, c : parámetros del polinomio de 2º grado para aproximación de la curva de energía de equilibrio.

a_i, b_i : parámetros de las rectas para aproximación lineal por tramos de la curva de energía de equilibrio, también expresados como $a(t), b(t)$.

A : parámetro de escala en el perfil de equilibrio de Dean (1977).

A_a : parámetro de escala del perfil de equilibrio en el tramo de asomeramiento.

A_r : parámetro de escala del perfil de equilibrio en el tramo de rotura.

B : altura de la berma de la playa seca.

BMVM: nivel del mar en la bajamar viva media.

β : orientación media de la línea de costa.

C : celeridad de la onda.

$C^\pm$: coeficiente de calibración del modelo de evolución de la línea de costa.

C^+ : coeficiente de calibración del modelo de evolución de la línea de costa correspondiente a procesos de acreción.

C^- : coeficiente de calibración del modelo de evolución de la línea de costa correspondiente a procesos de erosión.

C_i : i -ésima amplitud temporal de la descomposición en funciones ortogonales de la forma en planta de la línea de costa.

CI: cota de inundación.

C_g : celeridad de grupo del oleaje.

CM: carrera de marea.

d_i : profundidad a partir de la que los oleajes medios anuales inician el movimiento de arena en el fondo

d_l : profundidad límite en el que se produce erosión costera debido a los oleajes extremos anuales.

D : disipación de energía por unidad de volumen.

D_b : Número de Dean.

D^* : disipación de energía por unidad de volumen en el perfil de equilibrio de playa.

D_{50} : tamaño de grano medio del sedimento de la playa.

$\delta\eta$: ascenso del nivel medio del mar.

Δt : duración de un estado de mar.

E : energía del oleaje.

E_i : i -ésimo modo espacial de la descomposición en funciones ortogonales de la forma en planta de la línea de costa.

E_∞ : energía del oleaje en el equilibrio.

FMP: función de memoria de la playa.

ϕ : ángulo de la pendiente del frente de playa respecto a la horizontal.

Φ : ángulo de rozamiento interno del sedimento de la playa.

g : aceleración de la gravedad.

γ : constante de proporcionalidad entre la altura de ola del oleaje y la profundidad local en rotura.

h : profundidad del agua.

h_b : profundidad del punto de rotura en el perfil de playa.

h_c : profundidad del punto de cierre del perfil activo.

h^* : profundidad de cierre del perfil activo.

$h_{b,max}$: máxima profundidad de rotura de la envolvente teórica de perfiles.

$h'_{b,max}$: máxima profundidad de rotura alcanzable.

H_b : altura de ola significativa en rotura.

H_e : altura de ola local del oleaje efectivo.

H_{m0} : altura de ola del momento espectral de orden 0.

H_0 : altura de ola en profundidades indefinidas.

H_{0s} : altura de ola significativa en profundidades indefinidas.

η : cota de la superficie libre del mar.

$\bar{\eta}$: set-up estático.

$\hat{\eta}$: set-up dinámico.

$\bar{\eta}_b$: set-down.

$\bar{\eta}_{\max}$: ascenso del nivel medio del mar a nivel de la línea de costa.

K_s : coeficiente de asomeramiento del oleaje.

K_r : coeficiente de refracción del oleaje.

$K^{\pm}$: coeficientes de calibración de la fórmula de transporte.

K^+ : coeficiente de calibración de la fórmula de transporte correspondiente a procesos de acreción.

K^- : coeficiente de calibración de la fórmula de transporte correspondiente a procesos de erosión.

L : longitud de onda.

L_0 : longitud de onda del oleaje en profundidades indefinidas.

m : pendiente del frente de playa, dado por la tangente del ángulo que forma con la horizontal.

m_{0b} : momento espectral de orden 0 del oleaje en rotura asociado al estado de mar del oleaje incidente.

$m_{0b,p}$: energía del oleaje precedente ponderada.

m_{0b}^{∞} : momento espectral de orden 0 del oleaje en rotura asociado al oleaje en equilibrio.

m_{0b}^{μ} : expresión general del factor de ponderación energética en el modelo.

MA: marea astronómica.

MM: marea meteorológica.

MP: memoria de la playa.

μ : coeficiente de calibración del factor de ponderación energética.

n : número de elementos de un conjunto.

NM_{EM} : nivel medio del mar asociado al estado de mar.

NM: nivel de marea.

NMM: nivel medio del mar local.

PMVM: nivel del mar en la pleamar viva media.

p_i : parámetros del polinomio de grado 6 de ajuste de la forma de la línea de costa en planta.

P: potencia del oleaje.

P(s): posición horizontal a lo largo del eje de ordenadas de un punto de la línea de costa medida a cota del NM_{EM} .

P'(s): posición horizontal a lo largo del eje de ordenadas de un punto de la línea de costa medida a cota del nivel de referencia.

$\bar{P}$: posición media de la línea de costa.

$\bar{q}$: vector de transporte de sedimentos.

q_x : componente longitudinal del transporte transversal de sedimentos.

q_y : componente transversal del transporte transversal de sedimentos.

q_y^+ : componente transversal del transporte transversal de sedimentos en procesos de acreción.

q_y^- : componente transversal del transporte transversal de sedimentos en procesos de erosión.

θ : ángulo de incidencia del oleaje.

R: respuesta de la línea de costa.

RU: run-up.

RU_{inc} : run-up de la ola incidente.

R_∞ : máxima respuesta de la línea de costa producida en el equilibrio.

Re: residuos de la posición de la línea de costa debidos a la curvatura de la misma.

$RE_{\delta h^*}$: retroceso de la línea de costa por aumento de la profundidad de cierre del perfil.

RE_∞ : retroceso de la línea de costa por ascenso del nivel del mar.

RMSE: raíz cuadrada del error cuadrático medio.

ρ : peso específico del agua.

ρ_w : densidad del agua.

ρ_s : densidad del sedimento.

s: posición horizontal a lo largo del eje de abscisas de un punto de la línea de costa.

S: posición de la línea de costa.

S_0 : posición inicial de la línea de costa.

t: instante de tiempo (en general inferior a la duración de un estado de mar).

t_0 : instante de tiempo inicial.

T: instante de tiempo (en general superior a la duración de un estado de mar).

T_e : periodo del oleaje efectivo.

T_n : parámetro de cálculo de la velocidad orbital en el fondo de Soulsby y Smallman (1986) igual a $\sqrt{h/g}$, donde h es la profundidad y g la aceleración de la gravedad.

T_p : periodo de pico del oleaje.

TR: tiempo de recuperación de la playa.

T_s : tiempo característico o tiempo de relajación del modelo.

T_z : periodo del oleaje de pasos ascendentes por 0.

u,v: coordenadas de la fotografía en píxeles.

$\hat{U}$: velocidad orbital en el fondo.

$\hat{U}_{cr}$: velocidad orbital crítica en el fondo de inicio de movimiento.

Va: volumen acumulado.

Ve: volumen erosionado.

Vs:volumen de sedimento contenido en la playa.

Vc:volumen complementario al volumen de sedimento contenido en la playa.

w_f : velocidad de caída de grano.

W^* : extensión horizontal del perfil activo de playa.

Ω : parámetro adimensional de velocidad de caída de grano.

Ω_∞ : parámetro adimensional de caída de grano en el equilibrio.

x,y,z: coordenadas UTM con su correspondiente referencia altimétrica.

x: distancia horizontal de un punto del perfil de playa a la línea de costa.

x_a : posición horizontal del origen de la curva de asomeramiento.

x_b : posición horizontal del punto de rotura del oleaje.

x_c : posición horizontal del punto de cierre del perfil.

x_I : posición horizontal del punto de intersección entre dos perfiles sucesivos.

x_r : posición de la línea de costa.

$x_{r,i}$: posición de la línea de costa en el instante “i”.

x_∞ : posición de la línea de costa en el equilibrio.

$x_{\infty,i}$: posición de la línea de costa en el equilibrio en el instante “i”.

$x_{\infty,max}$: posición de la línea de costa de máximo avance.

$x_{\infty,min}$: posición de la línea de costa de máximo retroceso teórica.

$x_{\infty}'_{min}$: posición de la línea de costa de máximo retroceso alcanzable.

Y : posición media mensual de la línea de costa medida a lo largo de perfiles concretos de playa respecto a una línea de referencia fija en las imágenes fotográficas.

Y_m : posición media mensual de la línea de costa medida a lo largo de perfiles concretos de playa respecto a una línea de referencia fija en las imágenes fotográficas promediada en el espacio y en el tiempo.

Y_{ARGUS} : posición de la línea de costa medida a lo largo de perfiles concretos de playa respecto a una línea de referencia fija en las imágenes fotográficas.

Y_{DGPS} : posición de la línea de costa medida a lo largo de perfiles concretos de playa respecto a una línea de referencia fija en la batimetría de detalle.

Ψ : Función auxiliar del modelo de evolución en el corto plazo.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1. INTRODUCCIÓN

Las costas han sido ocupadas y usadas por el hombre desde tiempos remotos. Sin embargo, los motivos principales y la forma de hacerlo han cambiado notablemente a lo largo del tiempo, especialmente en el último siglo.

Inicialmente las costas atraieron a la humanidad gracias a la productividad de los ecosistemas que albergan (Kay y Alder, 1999). Así se desarrollaron los primeros poblados costeros en forma de núcleos pesqueros.

Posteriormente, con la mejora de las técnicas de navegación, surgieron al abrigo de puertos naturales numerosos núcleos de población de gran importancia geo-política y económica, tanto por motivos militares como por el desarrollo del comercio naval.

Baste como ejemplo de la antigüedad e importancia de la ocupación humana del litoral el hecho de que 5 de las 7 maravillas del mundo antiguo se encontraran a menos de 10 km de la costa, siendo 2 de ellas construcciones eminentemente costeras (Pijoan, 1975):

- El Coloso de Rodas: Construido entre 294 a. C. y 282 a. C. y situado en el puerto de la ciudad de Rodas (Grecia).
- El Faro de Alejandría: Construido entre 285 a. C. y 247 a. C. en la isla de Pharos, en Alejandría (Egipto), cuyos restos fueron empleados en 1480, en la construcción de una fortaleza cercana.

En la actualidad, a pesar de que tan solo un 8% de la superficie terrestre corresponde a áreas costeras, dos tercios de las grandes ciudades se localizan en la costa (Crooks y Turner, 1999) albergando aproximadamente al 70% de la población mundial (Brown et al., 2001), como en cierto modo revela la siguiente figura.



Figura 1. Composición nocturna del planeta Tierra realizada por NASA /NOAA.

En lo que se refiere a las playas, solo en el último siglo han comenzado a ser objeto de explotación económica a nivel global, tanto desde un punto de vista urbanístico como

del de generación de recursos económicos, debido fundamentalmente al desarrollo de la industria turística.

Ya en 1847 (el 17 de julio) la Gaceta de Madrid publicaba el anuncio de la habilitación de los “baños de ola” en la playa del Sardinero (Santander) que incluía casetas para el cambio de ropa, caminos sobre la arena y hasta un servicio de carruajes (véase figura 2).



Figura 2. Galería principal de los baños de ola en la playa del Sardinero (Santander) a principios del siglo XX.

A principios del siglo XX la aristocracia europea, pionera de estos primeros “baños de ola”, inició una nueva manera de entender el ocio en torno a los recursos costeros y se desarrollaron las primeras ciudades balneario, asociadas al uso recreativo de las playas: Santander, Biarritz, Cannes o Niza.

Esta actividad turística se ha popularizado progresivamente hasta nuestros días, en los que, debido a una demanda creciente (véase figura 3), se ha generado una importante industria que, por ejemplo, en España supone aproximadamente el 8.9% del PIB, con más de 56 millones de visitantes en 2011 según fuentes del ministerio de Industria, Energía y Turismo.



Figura 3. Ejemplo de ocupación masiva de las playas en la actualidad.

Por otro lado, el desarrollo urbanístico derivado de los usos y preferencias de la sociedad moderna hacia las áreas costeras, refleja esta explotación creciente de las costas, y en particular de las playas.

Así, en el último siglo se han desarrollado múltiples ejemplos de una urbanización intensiva a pie de playa, como es el caso de Benidorm en la costa mediterránea española (véase figura 4).



Figura 4. Benidorm en el siglo XX (izquierda) y en el siglo XXI (derecha).

La historia de la ciudad de Barcelona es una clara muestra de la evolución paralela de la generalización del uso recreativo de las playas y el desarrollo urbanístico de las ciudades costeras

En la siguiente figura se observa cómo en la edad media la ciudad comenzó a desarrollarse al abrigo del puerto natural, principalmente hacia tierra adentro, dando la espalda a las playas de la Barceloneta y del Poblenou que quedaban extramuros.



Figura 5. Barcelona en el año 1580.

Principalmente con el desarrollo industrial, a finales del siglo XIX, el área del Poblenou comenzó a albergar una importante actividad económica preponderantemente textil, la cual, por su importante demanda de agua, requería proximidad de recursos hídricos. Sin embargo, con la llegada del ferrocarril, las vías férreas se construyeron paralelas a la costa constituyendo una barrera física que aislaba la ciudad de las playas.

No fue hasta la reforma llevada a cabo con motivo de los juegos olímpicos de 1992 que se replanteó la relación de la ciudad con el mar en términos favorables a la explotación recreativa de las playas del frente marítimo y en particular de la nueva Villa Olímpica del Poblenou, donde se ubica la playa de Nova Icaria, objeto específico de estudio de la presente tesis (véase figura 6).



Figura 6. Puerto Olímpico de Barcelona y playa de Nova Icaria tras él.

En definitiva, la fuerte presión urbanística ejercida sobre el litoral y la riqueza de recursos que genera, en particular asociada a las playas, pone en relieve la importancia de preservar las 3 funciones fundamentales de las mismas.

- Como **espacio recreativo** y elemento focalizador del **desarrollo urbano**, junto con otros usos residuales (pesquero, industrial,...). En definitiva, generadoras de una importante actividad humana y riqueza.
- Por otro lado como elemento de **protección del territorio** frente a las agresiones de las dinámicas marinas, las cuales constituyen un agente erosivo de gran intensidad.
- Como parte de **ecosistemas de gran valor ecológico** altamente amenazados por la presión que se ejerce sobre ellos.

Debido a la multiplicidad de intereses y a la complejidad de los sistemas involucrados surge el concepto de Gestión Integrada en Zonas Costeras (GIZC) durante la Cumbre de la Tierra de Río de Janeiro (1992), cuyas actas recogen las primeras políticas dirigidas a la GIZC, como el “proceso para la gestión de las costas mediante un enfoque integrado... en un intento de alcanzar la sostenibilidad”.

En el contexto de la GIZC es necesario el desarrollo de herramientas que permitan, en primer lugar la comprensión de los sistemas costeros, altamente dinámicos, primordial para, en último término, llevar a cabo una gestión de los mismos fundamentada en la evidencia científica.

En particular, las playas son susceptibles de sufrir de forma regular grandes variaciones morfológicas a una escala de tiempo mucho más corta que la mayoría de accidentes geográficos, presentando modificaciones apreciables a simple vista incluso en el transcurso de horas.

Es precisamente este carácter flexible el que las convierte en un objeto de estudio tan complicado como interesante.

La presente tesis pretende abordar el estudio de la evolución de la línea de costa en las playas, proponiendo un modelo de evolución de la misma para el medio plazo, que se ha calibrado a partir de mediciones realizadas mediante grabaciones de video-cámara en la playa de Nova Icaria (Barcelona).

1.1. Antecedentes y motivación del estudio

Anteriormente se han expuesto una serie de motivaciones para justificar el interés que suscita el estudio general de la dinámica de los sistemas costeros y en particular de las playas.

A continuación se incide en los antecedentes y motivaciones específicas que dieron lugar al tema concreto de estudio de la presente tesis, que se centra en los movimientos de la línea de costa debidos al transporte transversal de sedimentos a lo largo del perfil de playa.

La complejidad de los sistemas morfodinámicos en playas se debe en gran medida a la multiplicidad de escalas espaciales y temporales y a la tridimensionalidad de los procesos involucrados.

Es por tanto una práctica habitual en el ámbito de la ingeniería de costas, el estudio por separado de los procesos longitudinales y transversales (según el eje que define la línea de costa), asumiendo la hipótesis de ortogonalidad de los mismos.

De este modo en la presente tesis se dejan de lado los procesos longitudinales centrando el estudio en los procesos transversales.

Existen en la literatura numerosos estudios relativos al transporte transversal de sedimentos y a la evolución del perfil de playa y la línea de costa, sin embargo casi todos ellos se centran en procesos erosivos, debido por un lado a sus potenciales consecuencias devastadoras (véase figura 7) y, por otro, por la mayor simplicidad de los procesos involucrados (Dean, 1995).



Figura 7. Destrucción de viviendas en la costa de New Jersey (U.S.A) en 2012 tras el paso de la tormenta Sandy.

Es por esto que la mayoría de los modelos existentes de evolución tanto de la línea de costa como del perfil de playa han sido ampliamente validados para el caso de la erosión pero presentan deficiencias en el caso de la acreción y por tanto no son extrapolables al medio plazo, en el que estos dos procesos se alternan.

Desde que Kriebel y Dean (1986) presentaran su modelo basado en una ley cinética de primer orden, mostrado en la ecuación [1], se ha avanzado en la línea de este tipo de modelos con numerosas contribuciones entre las que destacan recientemente las de Yates et al. (2009) y Davidson et al. (2013).

$$\frac{dR(t)}{dt} = \frac{1}{T_s}(R_{\infty} - R(t)) \quad [1]$$

En la ecuación [1] $R(t)$ es la respuesta de la línea de costa en un instante “ t ”, R_{∞} es la máxima respuesta, producida en el equilibrio, y $1/T_s$ es la velocidad de relajación del modelo.

Este tipo de modelos requieren de forzamientos constantes para su integración por lo que su extensión al medio plazo presenta una primera complicación evidente debida a la escala de variación de los forzamientos en la naturaleza, del orden de horas.

Por ello, a pesar de que el comportamiento de la línea de costa según una ley cinética de primer orden ha sido corroborado en múltiples ensayos de laboratorio, ya apuntaban Sunamura y Maruyama (1987) recelos sobre la incertidumbre de la validez de este modelo en el caso de forzamientos variables en campo.

Además los propios Kriebel y Dean (1993) señalaban la necesidad de considerar distintos tiempos de relajación, T_s , antes y después de una tormenta para no sobreestimar la capacidad de recuperación de la playa.

Esta asimetría en los tiempos de relajación para los procesos de erosión y acreción añade una nueva complicación a la hora de desarrollar modelos teórico-analíticos a partir de la extensión de la ecuación [1] al medio plazo, en el que los procesos de erosión y acreción se intercalan alternativamente.

Yates et al. (2009) propusieron una extensión numérica al medio plazo de un modelo basado en una ley cinética de primer orden en términos energéticos que incluye velocidad de relajación variable, lo cual se consigue introduciendo un factor de ponderación de la mencionada velocidad de relajación en función de la magnitud de la energía del oleaje. El estudio con diversas formas del factor de ponderación arroja resultados similares y finalmente escogieron como óptimo la raíz cuadrada de la energía del oleaje, si bien esta elección parece un tanto arbitraria.

A pesar de esta velocidad de relajación variable, el modelo de Yates et al. (2009) requiere una constante de calibración diferente para el caso de la erosión que para el caso de la acreción, si bien estas dos constantes en todas las playas estudiadas resultan de un mismo orden de magnitud (Yate et al., 2009 y 2011) por lo que cabe la posibilidad de plantear si la hipótesis de la unicidad de esta constante sería aceptable sin pérdida de las capacidades del modelo.

Además, el modelo propuesto por Yates et al. (2009) incluye otros dos parámetros de ajuste adicionales para correlacionar la posición de la línea de costa de equilibrio con su correspondiente energía del oleaje, estableciéndose el valor de los 4 parámetros de ajuste en función de la calibración realizada a partir de posiciones medidas de la línea de costa, sin que el modelo dependa a priori de ninguna de las características físicas de la playa.

Partiendo de la hipótesis de que el estado actual de una playa depende de la energía de los oleajes precedentes y asumiendo que los estados de mar más antiguos han de tener menos peso que los recientes en el estado actual de la playa, Turki (2011) desarrolló un conjunto de nuevos conceptos asociados a un modelo analítico de rotación de la línea de costa en playas encajadas debida al transporte longitudinal de sedimentos.

Entre estos nuevos conceptos se incluyen la memoria de la playa, el tiempo de recuperación de la misma y la dirección del flujo medio de energía ponderado en el tiempo.

No existiendo el mismo desarrollo en el caso de los movimientos de la línea de costas debidos al transporte transversal de sedimentos, si bien Davidson et al. (2013), quienes proponen un ecuación cinética similar a la propuesta por Yates et al (2009), también en términos energéticos, establecen para su resolución una correlación entre la situación de equilibrio actual y la energía del oleaje precedente recibida por el sistema, en la línea del concepto de memoria de la playa y siguiendo a Wright et al (1985).

La descripción detallada de todos los modelos mencionados en el presente apartado se desarrolla en el capítulo 2 de la presente tesis, habiendo sido introducidos aquí únicamente a efectos de contextualizar el objetivo general de la presente tesis, que se expone en el siguiente apartado.

1.2. Objetivo general de la tesis

El objetivo general de la presente tesis es el de desarrollar un **modelo de evolución de la línea de costa debido al transporte transversal de sedimentos a lo largo del perfil, tendente al equilibrio y aplicable al medio plazo** que permita, por un lado, evaluar los movimientos de la línea de costa minimizando el número de parámetros libres del modelo y, por otro lado, que permita desarrollar los conceptos de memoria de la playa y de energía del oleaje precedente ponderada, asociados a procesos transversales de transporte de sedimentos a lo largo del perfil de playa.

Además se propone como objetivo específico la contextualización del modelo propuesto en un marco teórico conceptual que incluya una definición detallada de conceptos (viejos y nuevos) y variables involucradas, con desarrollos matemáticos rigurosos y una notación clara.

Una vez realizado el desarrollo teórico el modelo de evolución para el medio plazo, se plantea como objetivo general final la calibración y validación del mismo a partir de las mediciones de la línea de costa extraídas de las imágenes tomadas con video-cámara en la **playa de Nova Icaria** (Barcelona), así como la particularización de los desarrollos posteriores del modelo al caso de la mencionada playa.

A la vista del análisis del estado del arte relativo a los modelos de evolución de las mismas características del desarrollado en la presente tesis, se han establecido una serie de objetivos específicos adicionales a estos objetivos de carácter general.

La descripción detallada de estos objetivos específicos puede encontrarse en el apartado 2.6.1 del presente documento, tras el resumen de la mencionada revisión bibliográfica.

1.3. Organización del documento

El presente documento se organiza del siguiente modo:

Capítulo 1. Introducción, en el que se describen los antecedentes y motivación del trabajo realizado así como su objetivo general.

Capítulo 2. Resumen del estado del arte, en el que se describe el estado del arte relativo a los temas tratados en la presente tesis y los objetivos específicos fijados para la misma.

Capítulo 3. Desarrollo teórico del modelo de evolución de la línea de costa, en el que en primer lugar se enumeran las principales hipótesis consideradas y escalas de aplicación, se describe el modelo estático de perfil de equilibrio (que permite establecer correlaciones entre el modelo de evolución y las características físicas de la playa) y se desarrolla el modelo de evolución para el corto plazo (que presenta 3 variantes) así como su extensión al medio plazo mediante algoritmo secuencial (numérico) y en forma integral (analítico).

Capítulo 4. Calibración y validación del modelo en la playa de Nova Icaria, en el que en primer lugar se expone una metodología para la medición de la posición de la línea de costa a partir del registro de imágenes de video-cámara, se resumen las fuentes de datos disponibles tanto para establecer los forzamientos como las condiciones iniciales del modelo propuesto en la playa de Nova Icaria y finalmente se calibran y validan los modelos de evolución para el medio plazo desarrollados en el capítulo 3 en el caso de la mencionada playa.

Capítulo 5. Desarrollos posteriores del modelo, en el que se expone el desarrollo teórico de los conceptos de tiempo de recuperación, memoria de la playa y energía del oleaje precedente ponderada y se proponen dos variantes del modelo de evolución propuesto, independientes de la posición inicial de la línea de costa y basados en los conceptos de memoria de la playa y de energía del oleaje precedente ponderada. Aplicando finalmente todos estos desarrollos al caso particular de la playa de Nova Icaria. Así mismo se han desarrollado ábacos para la estimación del transporte transversal de sedimentos asociado a los movimientos de la línea de costa con base en el modelo estático de evolución del perfil propuesto en la presente tesis.

Capítulo 6. Discusión de resultados y conclusiones, donde se resumen los resultados obtenidos y se exponen las principales conclusiones alcanzadas.

Capítulo 7. Líneas futuras de investigación, donde se enumeran futuras líneas de investigación a desarrollar en mayor detalle a partir de aspectos introducidos por la tesis expuesta en el presente documento.

CAPÍTULO 2. RESUMEN DEL ESTADO DEL ARTE

2. RESUMEN DEL ESTADO DEL ARTE

2.1. Introducción

En el presente apartado se resume la revisión bibliográfica realizada como trabajo previo al desarrollo del modelo de evolución de la línea de costa propuesto en la presente tesis.

Esta revisión de la literatura permite por un lado contextualizar las nuevas aportaciones realizadas y por otro lado exponer las herramientas ya existentes empleadas en el desarrollo del mencionado modelo de evolución de la línea de costa.

Los temas que han sido objeto de revisión se enumeran a continuación:

- Perfil de equilibrio de la playa: Recopilación de algunas de las formulaciones existentes de perfil de equilibrio prestando especial atención a los perfiles biparábolicos y al concepto de profundidad de cierre del perfil activo de la playa.
- Evolución del perfil de playa: Revisión de los modelos de evolución de la línea de costa basados en el equilibrio y debidos al transporte transversal de sedimentos.
- Transporte de sedimentos: Compendio de las formulaciones existentes de transporte transversal de sedimentos basadas en el equilibrio y resumen de los mecanismos y distribuciones a lo largo del perfil del mismo existentes en la literatura.
- Memoria de la playa: Revisión de modelos y desarrollos teóricos relativos al concepto de memoria de la playa.

2.2. Perfil de equilibrio de la playa

De acuerdo a la Real Academia de la Lengua Española, una playa es la “*ribera del mar o de un río grande, formada de arenales en superficie casi plana*”. Lejos de esta definición, las playas difícilmente resultan “*planas*”, sino que más bien presentan un perfil de profundidad creciente a medida que nos dirigimos mar adentro con una forma marcadamente cóncava.

Se define como perfil de playa a la curva que relaciona la profundidad del agua, h , con la distancia a la línea de costa, x , trazada a lo largo de una sección perpendicular a la misma (véase figura 8).

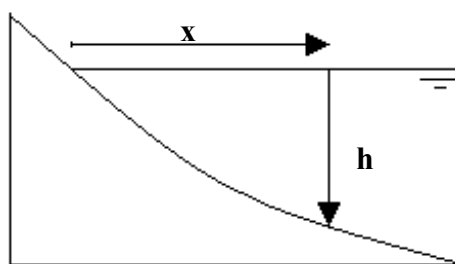


Figura 8. Esquema del perfil de playa

Bajo la acción de diversos forzamientos hidrodinámicos (oleaje, corriente, marea, viento), la geometría de este perfil cambia sensiblemente de acuerdo a procesos de distintas escalas espaciales y temporales, de ahí la dificultad de determinar un único perfil de playa representativo de la misma.

Por ello surge el concepto de perfil de equilibrio que, siendo una herramienta estrictamente teórica, resulta de gran utilidad en múltiples aplicaciones prácticas del ámbito de la ingeniería de costas.

Se entiende por perfil de equilibrio aquel al que tiende una determinada playa tras verse sometida a forzamientos constantes durante el tiempo suficiente, de tal modo que en el equilibrio no existe transporte neto de sedimentos a lo largo del perfil.

A la vista de la anterior definición es evidente la principal limitación de este concepto, ya que, en la naturaleza, las fuerzas constructivas y destructivas que dan forma al perfil de playa se encuentran en constante cambio, por lo que parece improbable que las condiciones externas permanezcan estacionarias el tiempo suficiente para que se desarrolle completamente el perfil de equilibrio.

Sin embargo, como indica González (1995) los distintos forzamientos en la playa están acotados, por lo que también está acotada la variabilidad del perfil, existiendo un perfil “promedio” que puede asimilarse al perfil de equilibrio, lo cual es una práctica muy extendida entre los ingenieros de costas, a falta de otra herramienta.

Dado el interés que despierta, existen en la literatura numerosos autores que han abordado el concepto de perfil de equilibrio tanto desde el punto de vista teórico conceptual (Pilkey et al., 1993; Dean, 1990,...) como desde el punto de vista cuantitativo.

A nivel cualitativo, existen varias características generales del perfil de equilibrio que resume Dean (1990) como sigue:

- Tienden a ser cóncavos.
- La pendiente es más suave cuanto más fino es el sedimento de la playa.
- El frente de playa es aproximadamente plano.
- Olas más peraltadas dan lugar a pendientes más suaves con tendencia a la formación de barras.

A nivel cuantitativo existen numerosas formulaciones, algunas de las cuales se enumeran a continuación, haciendo hincapié en los modelos que presentan dos tramos por ser de este tipo el perfil de equilibrio considerado en la presente tesis.

2.2.1. Formulaciones del perfil de equilibrio

A partir del análisis de perfiles de playa en el Mar del Norte (Dinamarca) y en Mission Bay (California), Bruun (1954) encontró la siguiente relación:

$$h(x) = Ax^{2/3}$$

[2]

Donde $h(x)$ es la profundidad a una distancia “x” de la línea de costa y A es un parámetro de escala que depende principalmente de las características del sedimento de la playa.

Posteriormente, Dean (1977) ajustó mediante mínimos cuadrados 504 perfiles medidos a lo largo de la costa atlántica de Estados Unidos a una expresión de la forma:

$$h(x) = Ax^n \quad [3]$$

Encontrando un valor central para $n=2/3$, igual al previamente propuesto por Bruun (1954).

Además, Dean (1977) encontró que $n=2/3$ es consistente con una disipación uniforme de energía por un unidad de volumen, D^* , considerando teoría lineal del oleaje y un modelo de rotura del oleaje donde la altura de ola, H, en la zona de rompientes es proporcional a la profundidad del perfil, h, según la constante de proporcionalidad γ .

De este modo el parámetro de escala, A, del perfil de equilibrio puede expresarse en términos de la disipación de energía D^* de la siguiente forma:

$$A = \left(\frac{24}{5} \frac{D^*}{\rho g^{3/2} \gamma^2} \right)^{2/3} \quad [4]$$

Donde ρ es el peso específico del agua, g es la aceleración de la gravedad y γ la constante de proporcionalidad entre la altura de ola y la profundidad local en rotura.

Por otro lado, Bowen (1980) estipuló que el perfil de equilibrio se produce cuando el transporte transversal de sedimentos en cada punto del perfil es nulo. Utilizando la fórmula de Bagnold (1966) y estableciendo un transporte neto de sedimentos suspendidos nulo, obtuvo un perfil de la forma $h(x)=Ax^{2/3}$, resultando el parámetro de escala, A, dependiente de la velocidad de caída de grano, w_f , según la siguiente expresión en la que g es la aceleración de la gravedad:

$$A = \left(\frac{(7.5w_f)^2}{g} \right)^{1/3} \quad [5]$$

Posteriormente Moore (1982) estableció una relación empírica entre el parámetro de escala, A, y el tamaño de grano del sedimento, D, a partir de la cual Dean (1987) desarrolló la siguiente expresión, materializada en el ábaco de la figura 9.

$$A = 0.067w_f^{0.44} \quad [6]$$

Donde w_f es la velocidad de caída de grano, función a su vez del tamaño de grano, D.

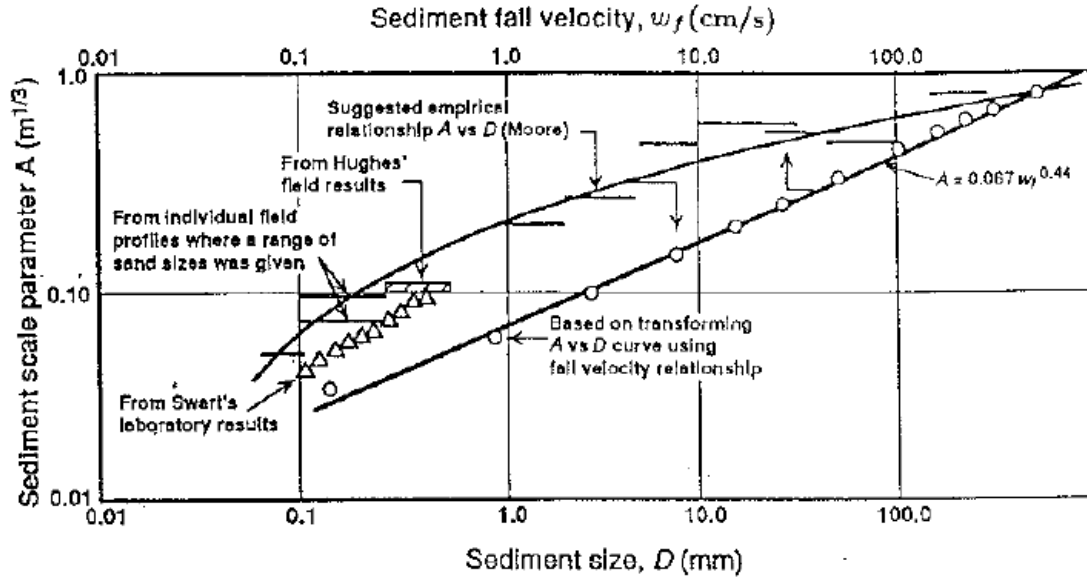


Figura 9. Variación del parámetro de escala, A , en función del tamaño de grano, D , y la velocidad de caída de grano, w_f , tomada de Dean (1987).

Larson y Kraus (1989) corrigieron la pendiente en el frente de playa, que según los modelos hasta ahora presentados resulta infinita, mediante un modelo de la siguiente forma, resultante de sustituir el modelo de rotura original por el de Dally et al. (1985):

$$x = \frac{h}{m} + \left(\frac{h}{A} \right)^{3/2} \quad [7]$$

Donde m es la pendiente en el frente de playa.

Vellinga (1983), a partir de ensayos de laboratorio y comparaciones con datos de campo, desarrolló una expresión para el perfil de equilibrio que, además de la velocidad de caída de grano, w_f , incluye el efecto de la altura de ola significativa en profundidades indefinidas, H_{0s} , como sigue:

$$\left(\frac{7.6}{H_{0s}} \right) h = 0.47 \left[\left(\frac{7.6}{H_{0s}} \right)^{1.28} \left(\frac{w_f}{0.0268} \right)^{0.56} x + 18 \right]^{0.5} - 2.0 \quad [8]$$

Bodge (1992) propuso el siguiente modelo de forma exponencial, utilizando los mismos datos de partida que Dean (1977), el cual mejoraba el ajuste:

$$h(x) = h_0 (1 - e^{-kx}) \quad [9]$$

Donde h_0 es una profundidad asintótica que alcanza el perfil a gran distancia de la costa y k es una constante de amortiguación del perfil hacia esta asintota.

Posteriormente Komar y McDougal (1994) trabajando con perfiles medidos a lo largo de la costa del Nilo, modificaron la anterior expresión de forma que el único parámetro libre fuera la constante de amortiguación, k :

$$h(x) = \frac{m}{k} (1 - e^{-kx}) \quad [10]$$

Donde m es la pendiente del frente de playa.

González et al. (1997) propusieron incluir la influencia de la refracción a través de una expresión parabólica similar a la propuesta por Dean (1977) pero con un parámetro de forma compuesto por dos factores, el primero función de la velocidad de caída de grano, w_f , y el segundo de la refracción, de forma que el parámetro de forma final es el producto de ambos factores.

Inman et al. (1993) propusieron un perfil de equilibrio de dos tramos, cada uno de los cuales sigue una ecuación de la forma propuesta por Bruun (1954). De este modo distinguen la zona más próxima a la costa, en la que predominan las dinámicas propias del oleaje roto, de la zona más alejada, en la que el oleaje aún no ha roto.

Bernabeu (1999) desarrolló el modelo propuesto por Inman et al. (1993) dividiendo el perfil en los dos siguientes tramos:

- Perfil de rotura: tramo desde la línea de costa hasta el punto de rotura.
- Perfil de asomeramiento: tramo desde el punto de rotura hacia aguas profundas.

La intersección de ambos tramos se produce en el punto de rotura, en el que se da un punto de inflexión en el perfil, véase figura 10.

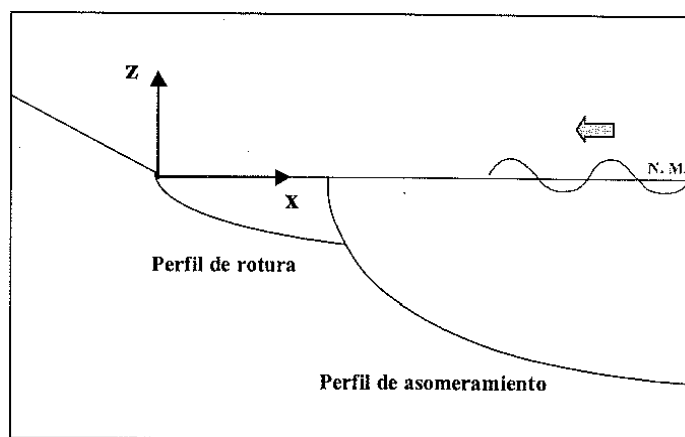


Figura 10. Esquema del perfil biparábólico, tomado de Bernabeu (1999).

En el modelo inicialmente propuesto por Bernabeu (1999), al igual que en el de Inman et al. (1993), tanto el tramo de rotura como el tramo de asomeramiento corresponden a una parábola con exponente igual a $2/3$ con distinto parámetro de escala y abscisa en el origen.

Bernabeu (1999) también introduce la influencia de la reflexión en el perfil biparabólico mediante dos términos adicionales en la expresión de cada rama del perfil de la siguiente forma:

$$x = \left(\frac{h}{A}\right)^{3/2} + \frac{B}{A^{3/2}} h^3 \text{ para el perfil de rotura} \quad [11]$$

$$x = x_0 + \left(\frac{h}{C}\right)^{3/2} + \frac{D}{C^{3/2}} h^3 \text{ para el perfil de asomeramiento} \quad [12]$$

Donde x es la distancia a lo largo del perfil medida desde la línea de costa y h su correspondiente profundidad medida desde el nivel medio. A , B , C y D son parámetros del modelo para los que se propone un ajuste empírico en función del parámetro adimensional de velocidad de caída de grano, Ω , introducido por Wright y Short (1984) y x_0 es la abscisa en el origen del tramo de asomeramiento.

El parámetro Ω es función tanto de las características del oleaje incidente, como de la velocidad de caída de grano del sedimento de la playa, w_f , y se expresa de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\Omega = \frac{H_b}{w_f T_p} \quad [13]$$

Donde H_b y T_p son la altura de ola en rotura y el periodo de pico del oleaje respectivamente.

Larson (1999) también propuso un modelo en dos tramos. En el tramo de rotura valida la expresión propuesta por Dean (1977) con exponente $n=2/3$.

Para el caso del tramo de asomeramiento (olas no rotas), Larson (1999) obtiene una expresión potencial con exponente $n=0.25$ aproximadamente, mediante 3 distintas aproximaciones teóricas basadas en los procesos de disipación de energía, el transporte de sedimentos a pequeña escala y el transporte de sedimentos medio respectivamente.

García (2000) propuso un perfil más complejo, denominado “perfil hiperbólico”. La ecuación del perfil resulta del producto de dos funciones, la primera $Y_1(x)$ representando las zonas de asomeramiento y rotura, y la segunda $Y_2(x)$ la barra:

$$\begin{aligned} Y(x) &= Y_1(x) \cdot Y_2(x); \\ Y_1(x) &= \frac{k \cdot d_b}{k-1} \cdot \left(1 - \frac{x_b}{k \cdot x + |x - x_b|} \right) \\ Y_2(x) &= 1 - \frac{h_b}{\left(\frac{x - x_b}{l_b \cdot x_b} \right)^2 + 1} \end{aligned} \quad [14]$$

Donde Y es la profundidad del perfil y x la distancia hasta la línea de costa (véase figura 11). Los parámetros x_b , d_b y k (longitud del perfil de rotura, profundidad de rotura y parámetro de concavidad respectivamente) definen el perfil base y los parámetros h_b y l_b (altura y longitud de la barra adimensional respectivamente) definen la barra y se relacionan con la altura de la barra real, E_b , y su longitud, L_b , según $E_b = h_b \cdot d_b$ y $L_b = l_b \cdot x_b$ respectivamente.

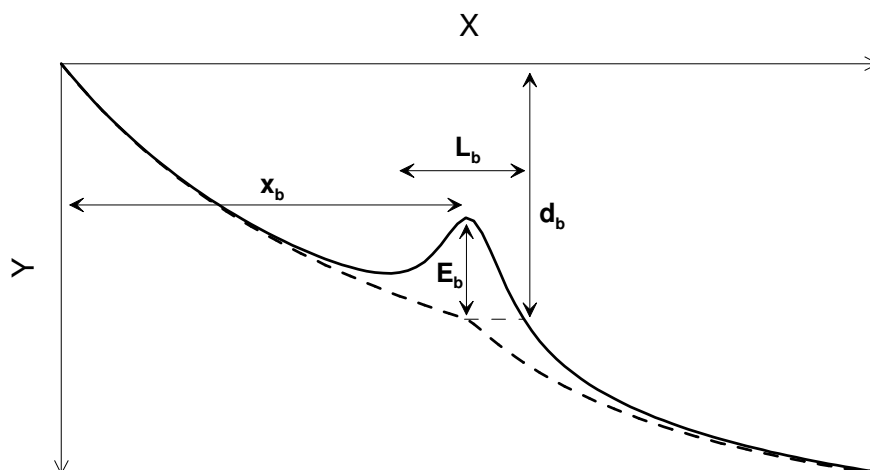


Figura 11. Esquema del perfil de equilibrio hiperbólico, tomado de García (2000).

En esta línea de perfiles de mayor complejidad, Requejo (2005) propone un perfil de tres tramos añadiendo a los tramos de rotura y asomeramiento el tramo exterior, en el que el perfil permanece inalterado entre dos instante de tiempo consecutivos.

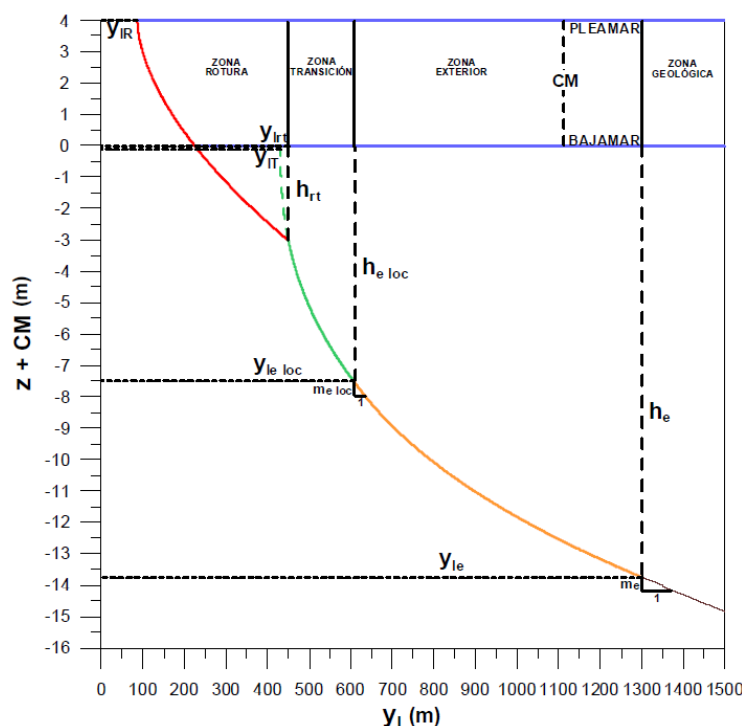


Figura 12. Esquema del perfil de tres tramos, tomado de Requejo (2005).

Además de éstos existen numerosos otros perfiles de equilibrio propuestos en la literatura, si bien los aquí presentados son los más relevantes de cara al trabajo desarrollado en la presente tesis.

2.2.2. Efectos de la marea sobre el perfil de equilibrio

Según Davies (1964) las playas pueden clasificarse en función de su carrera de marea como sigue:

- Micromareales: $CM < 2$ m
- Mesomareales: $2 < CM < 4$ m
- Macromareales: $CM > 4$ m

En primer lugar cabe señalar que Bernabeu (1999) demostró la aplicabilidad de su perfil bipolarabólico tanto en playas micromareales como en playas macro-mareales, siendo los parámetros de forma de las curvas del perfil independientes de la carrera de marea.

Sin embargo apuntó que el efecto principal de la marea sobre la forma del perfil se manifiesta en el estiramiento del tramo de rotura, como se muestra en la siguiente figura.

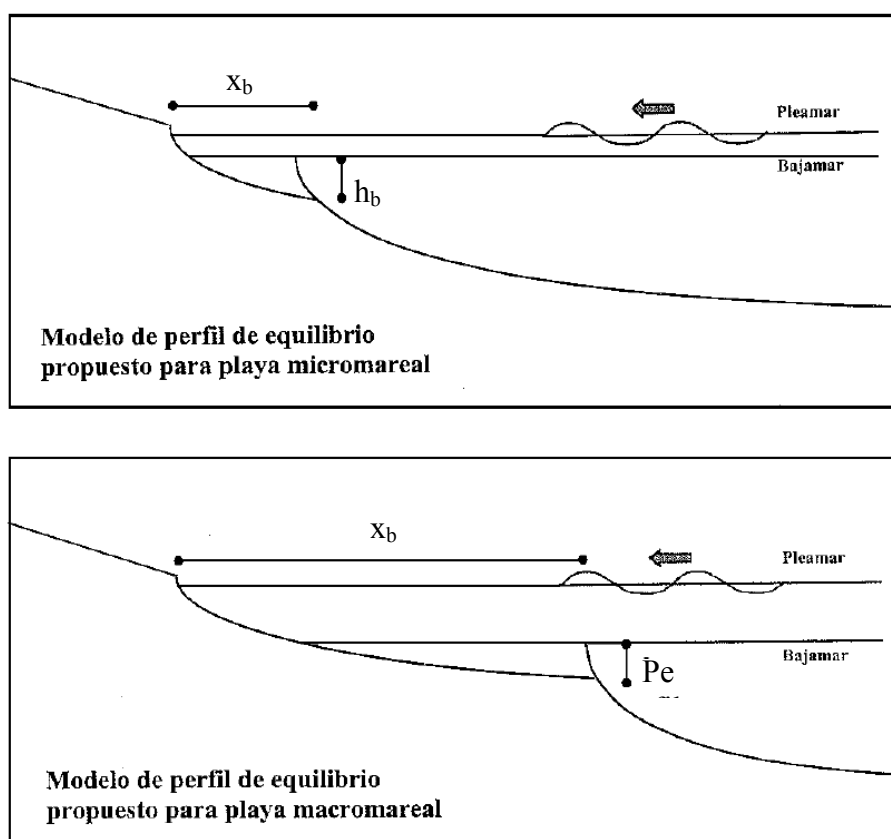


Figura 13. Esquema del efecto de la marea sobre el perfil de playa, tomada de Bernabeu (1999).

En playas micro-mareales la acción del oleaje tiene lugar aproximadamente en la misma franja litoral en todo momento mientras que en playas macro y meso-mareales la localización de los procesos de asomeramiento y rotura del oleaje afectan a distintas áreas del perfil de playa a medida que ésta se seca o se sumerge con las mareas.

Para extender la aplicabilidad del perfil de equilibrio de Bernabeu (1999) a playas meso y macro-mareales es necesario reformular la definición de los dos tramos del perfil mostrados en la figura 10, como sigue:

- Tramo de rotura: desde la posición de la línea de costa en pleamar hasta la profundidad de rotura en bajamar.
- Tramo de asomeramiento: desde la profundidad de rotura en bajamar hasta la profundidad de cierre del perfil.

2.2.3. Profundidad de cierre del perfil

En términos generales, se entiende por profundidad de cierre del perfil activo de la playa al límite a partir del cual las fluctuaciones estacionales del perfil son despreciables.

Hallermeier (1981), tanto con datos de campo como de laboratorio, delimitó tres zonas en el perfil en lo que se refiere a la actividad sedimentaria del fondo (véase figura 14) que dan lugar a dos profundidades límite, d_i y d_l :

- En la denominada “zona off-shore” el efecto de las olas es despreciable en el fondo y por tanto la profundidad d_i marca el límite a partir de la cual los oleajes medios anuales inician el movimiento de arena en el fondo.
- Por el contrario en la “zona litoral” se produce una intensa actividad del fondo por rotura del oleaje y corrientes debidas a la rotura, por lo que la profundidad d_l marca el límite en el que se produce erosión costera debido a los oleajes extremos anuales.
- La denominada “zona de asomeramiento” o “shoal zone” consiste en un área intermedia en el que se almacena sedimento, proveniente de la zona litoral durante los temporales. En esta zona la variación del nivel de arena cabe esperar que sea menor de 0.3 m en un año típico.

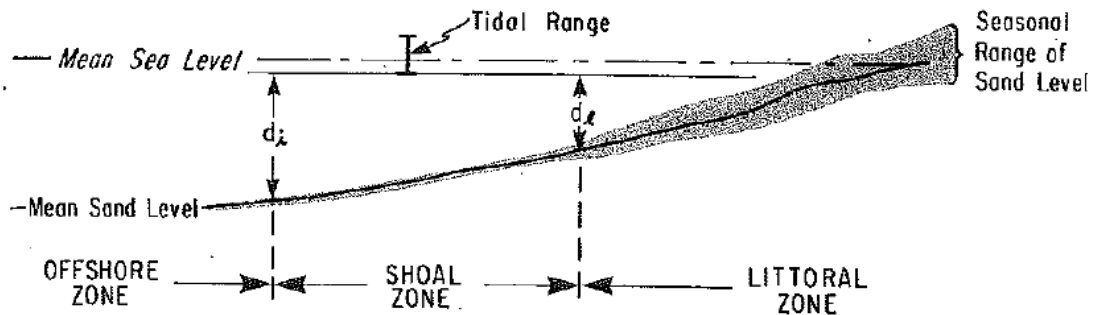


Figura 14. Zonificación del perfil de playa según la actividad sedimentaria del fondo, tomada de Hallermeier (1981).

En resumen d_i corresponde al límite hacia aguas profundas de los cambios estacionales en el perfil y, de acuerdo a Hallermeier (1981) se expresa de forma aproximada de la siguiente forma:

$$d_i = 2.28H_e - 68.5 \left(\frac{H_e^2}{gT_e^2} \right)$$

[15]

Donde H_e y T_e son las características del oleaje efectivo, respectivamente altura de ola local y su periodo asociado, y g es la aceleración de la gravedad.

El oleaje efectivo propuesto por Hallermeier (1981) corresponde a un oleaje excedido únicamente 12 horas al año o el 0.14% del tiempo.

Posteriormente Birkemeier (1985) utilizando nuevos datos de campo propuso una nueva definición de d_l como la profundidad mínima a la que dejan de producirse variaciones medibles del fondo antes y después de un temporal.

Fijando en 3 cm la variación máxima medible propuso la siguiente formulación:

$$d_l = 1.75H_e - 57.9 \left(\frac{H_e^2}{gT_e^2} \right) \quad [16]$$

Resultando aceptable la siguiente simplificación:

$$d_l = 1.57H_e \quad [17]$$

Es importante destacar que la altura de ola, H_e y periodo, T_e , empleados para el ajuste de la formulación de Birkemeier (1985) corresponden a la altura de ola media máxima de 12 horas a partir de registros realizados cada 6 horas en una boya situada a 18 m de profundidad durante la ocurrencia del temporal que da lugar a la erosión del perfil.

Por tanto ambas formulaciones formalmente muy similares esconden importantes diferencias conceptuales ya que Hallermeier (1981) tiene un carácter anual mientras que Birkemeier (1985) está basada en mediciones realizadas durante temporales concretos.

Stive et al. (1992) extendieron el valor anual de d_l propuesto por Hallermeier (1981) a una forma dependiente del tiempo en la que la profundidad de cierre tiene un carácter interanual del siguiente modo:

$$d_{l,t} = 2.28H_{e,t} - 68.5 \left(\frac{H_{e,t}^2}{gT_{e,t}^2} \right) \quad [18]$$

Donde $d_{l,t}$ representa la profundidad de cierre asociada a “t” años y por tanto $H_{e,t}$ es la altura de ola significativa excedida por solo 12 h en los “t” años y $T_{e,t}$ su periodo asociado.

Posteriormente Nicholls et al. (1998) revisaron las formulaciones de Hallermeier (1981) y su extensión interanual (Stive et al., 1992) con una base de datos mayor que la utilizada en Birkemeier (1985), concluyendo que la formulación original de Hallermeier (1981) proporciona un límite robusto para la profundidad de cierre medida desde el nivel medio de bajamar, considerando un criterio de variaciones máximas en el perfil de 6 cm.

Capobianco (1997) plasmó la relevancia del criterio considerado para la definición del límite del perfil activo de playa con la siguiente formulación para la profundidad de cierre:

$$d_l = KH_e^{0.67} \quad [19]$$

Donde $K=3.4$, 2.8 y 2.1 para una máxima variación en el perfil de 5 , 10 y 20 cm respectivamente y H_e corresponde a la H_{s12} media anual.

2.3. Evolución del perfil de playa

Existen infinidad de modelos de evolución de playas, de muy diversas características y alcance. Existen también diversos criterios para establecer una clasificación de los mencionados modelos atendiendo a las siguientes cuestiones:

- Escala de aplicación.
- Dimensionalidad.
- Mecanismos fundamentales de funcionamiento.
- Método matemático de resolución.

Dentro de la clasificación en función de la escala de aplicación se distinguen por un lado la escala temporal y por otro la escala espacial.

Una clasificación basada en la escala temporal comprende los siguientes tipos de modelos:

- Corto plazo: del orden de horas o días.
- Medio-largo plazo: del orden de días a meses. Pudiendo llegar a ser de años.
- Muy largo plazo: del orden de décadas.

Dentro de los modelos de corto plazo destacan los modelos que reproducen las erosiones del perfil de playa en caso de temporales.

Para los modelos de medio-largo plazo Hanson et al. (2003) realizaron una clasificación que se muestra en la figura 15.

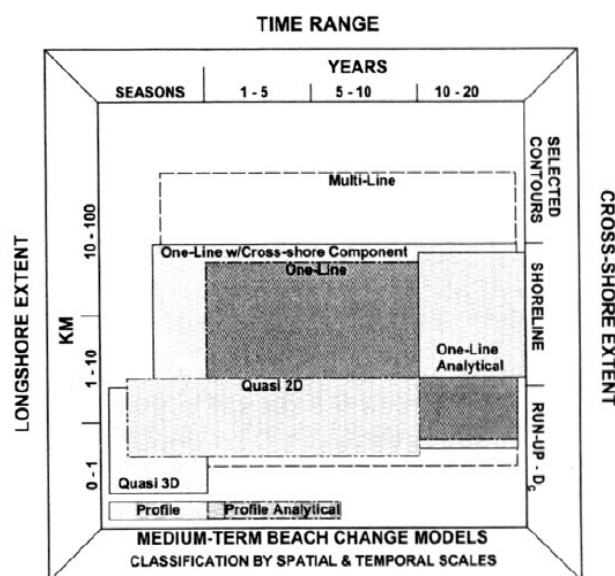


Figura 15. Clasificación de modelos de evolución de playas en el medio-largo plazo, tomada de Hanson et al. (2003).

Los modelos de muy largo plazo generalmente se asocian a fenómenos tales como el cambio climático.

En cuanto a la dimensionalidad de los modelos existen los siguientes tipos:

- Modelos 3-D o cuasi 3-D.
- Modelos 2D (de planta o perfil) o cuasi 2D.
- Modelos de una línea.

Existe una correlación general entre la dimensionalidad de los modelos y su escala espacial y temporal de aplicación, ya que una mayor dimensionalidad del modelo implica mayor complejidad y mayores requerimientos computacionales por lo que la escala espacial y temporal a la que es aplicable se ve limitada.

En cuanto a los mecanismos fundamentales que reproducen existen dos tipos de modelos:

- Modelos basados en procesos.
- Modelos que tienden al equilibrio.

Finalmente, atendiendo al método matemático de resolución existen modelos tanto analíticos como numéricos.

En el contexto de la presente tesis resultan de interés los **modelos de evolución del perfil de playa** y en particular aquellos modelos **basados en el equilibrio**. Por lo que a continuación la revisión bibliográfica realizada se centra en éstos.

Dean (1995) propone una clasificación de los modelos de evolución del perfil de playa basados en el equilibrio que comprende dos tipos fundamentales:

- Modelos estáticos: En los que dado un forzamiento constante el estado final de la playa alcanza el equilibrio.
- Modelos dinámicos: En los que el estado final de la playa no alcanza el equilibrio pero se dirige a él.

A continuación se resume una revisión bibliográfica de cada uno de los anteriores tipos (estáticos y dinámicos) de modelos de evolución del perfil basados en el equilibrio.

2.3.1. Modelos estáticos de equilibrio del perfil de playa

Los modelos estáticos son eminentemente geométricos y no requieren ninguna relación de transporte de sedimentos.

Partiendo de un perfil de equilibrio, el perfil de playa responde a forzamientos de largo plazo hasta alcanzar otra forma de equilibrio.

Para su resolución basta establecer ciertas limitaciones al movimiento del perfil y satisfacer la hipótesis de conservación del sedimento.

Uno de los más populares modelos estáticos de equilibrio del perfil es el propuesto por Bruun (1962), que establece que el ascenso del nivel medio del mar provoca el retroceso del perfil de playa.

Según Bruun (1962) el ascenso del nivel medio del mar, $\delta\eta$, genera un incremento de la profundidad de agua, en la misma medida, en cualquier punto del perfil de playa. En estas condiciones el perfil de playa deja de estar en equilibrio y experimenta un ascenso, igual a $\delta\eta$, para acomodarse al nuevo nivel del mar (véase figura 16).

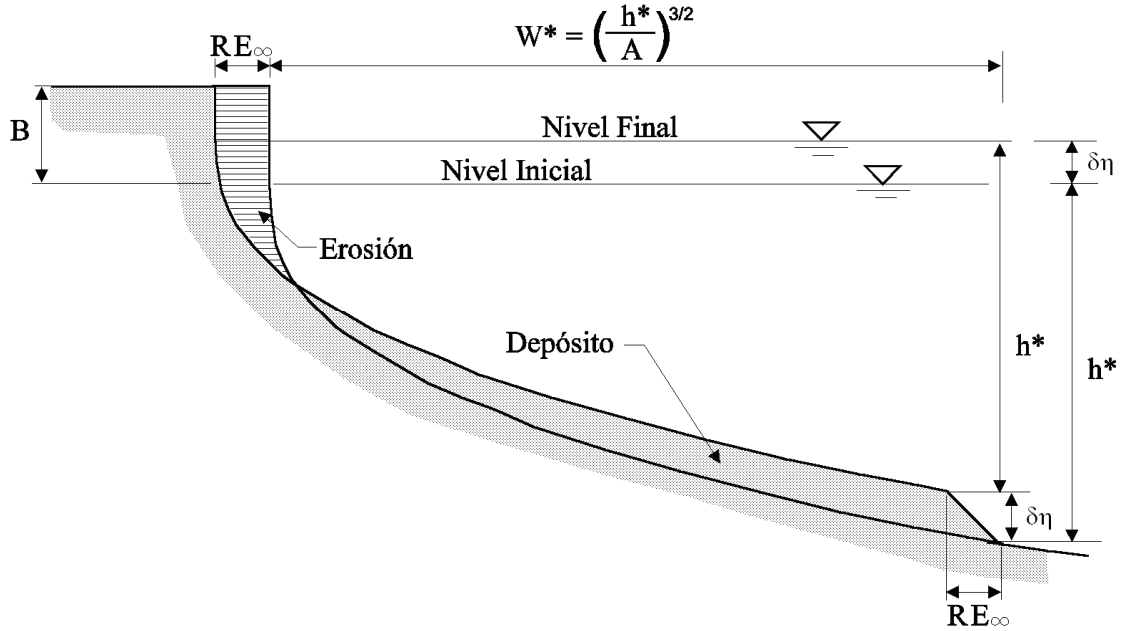


Figura 16. Esquema de la Regla de Bruun, tomada de GIOC (2004).

Como este ascenso debe producirse a costa de la arena existente en el perfil (hipótesis de playa bidimensional) se producirá un retroceso general del perfil, RE_{∞} , de forma que el retranqueo de la playa cubra el déficit de arena generado al pie.

Se establece de este modo la siguiente relación, conocida como la “regla de Bruun”:

$$RE_{\infty} = \delta\eta \frac{W^*}{h^* + B} \quad [20]$$

Como se muestra en la figura 16 este retroceso, RE_{∞} , además del ascenso del nivel del mar, $\delta\eta$, depende de la extensión y profundidad de cierre del perfil activo, W^* y h^* respectivamente, así como de la altura de la berma, B , y es independiente de la forma particular del perfil.

A partir de la “regla de Bruun”, Edelman (1972) desarrolló un modelo en el que el perfil está en equilibrio con el ascenso del nivel del mar en cada instante, por tanto más adecuado para grandes ascensos. Integrando la forma diferencial de la “regla de Bruun” obtuvo la siguiente expresión, dependiente del tiempo, t :

$$RE(t) = W^* \ln \left(\frac{h^* + B(t_0)}{h^* + B(t_0) - \delta\eta(t)} \right) \quad [21]$$

Basado en el método de las perturbaciones, en el Instituto de Hidráulica Ambiental de Cantabria (IH Cantabria) se ha desarrollado una metodología completa para valorar la afección del cambio climático en las playas (GIOC, 2004) en la que se establece un modelo estático para evaluar el retroceso de la línea de costa por aumento de la profundidad de cierre de la playa como sigue.

Considerando el perfil parabólico propuesto por Dean (1977), el retroceso $RE_{\delta h^*}$ vendrá dado por la diferencia entre la extensión horizontal del perfil activo futuro y la extensión del actual:

$$RE_{\delta h^*} = W^*_{futura} - W^*_{actual} = \frac{h^{*3/2}_{futura} - h^{*3/2}_{actual}}{A^{\frac{3}{2}}} \quad [22]$$

Donde W^* y h^* son la extensión y profundidad del perfil de playa respectivamente y A es el parámetro de forma del perfil de Dean (1977).

Considerando que la profundidad de cierre de las playas, h^* , viene determinada por la siguiente fórmula derivada de la de Birkemeier (1985):

$$h^* = 1.57 H_{s12} \quad [23]$$

Donde H_{s12} es la altura de ola que es superada solo 12 h al año. Se obtiene la siguiente formulación para cuantificar el retroceso $RE_{\delta h^*}$:

$$RE_{\delta h^*} = 2.95 \frac{\sqrt{H_{s12}} \delta H_{s12}}{(0.51 w_f^{0.44})^{3/2}} \quad [24]$$

Como muestra esta última fórmula, el retroceso provocado por el aumento de la profundidad de cierre de la playa, es proporcional a la variación de la altura de ola significativa. Siendo el coeficiente de proporcionalidad función de la altura de ola significativa actual, H_{s12} , y de la velocidad de caída de grano, w_f .

Bernabeu (1999) estableció un modelo estático de equilibrio estacional del perfil de playa, en el que conocida la forma del perfil de equilibrio de verano y de invierno, se obtiene el desplazamiento relativo entre perfiles a nivel de la línea de costa, X_A , y la profundidad de cierre del perfil, h_c , imponiendo la condición de conservación del sedimento en el perfil (véase figura 17).

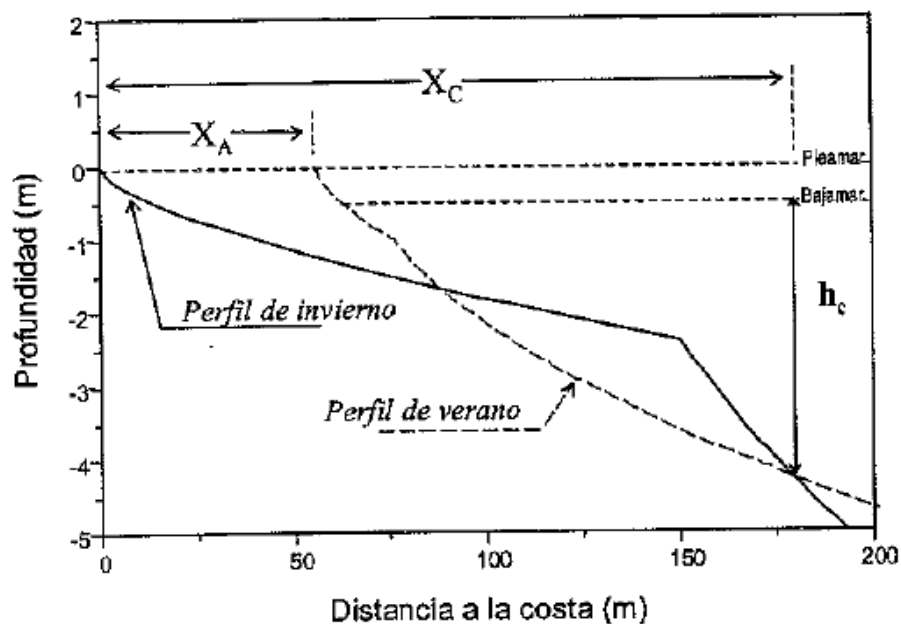


Figura 17. Esquema de evolución del perfil invierno-verano, tomada de Bernabeu, 1999.

Los parámetros que determinan la forma de los perfiles de verano y de invierno se determinan a priori en función del parámetro de velocidad de caída de grano adimensional, Ω (Wright y Short, 1984), propio de cada estación, a través de expresiones empíricas propuestas por Bernabeu (1999).

2.3.2. Modelos dinámicos de equilibrio para la evolución del perfil de playa

Si la variación de los forzamientos se produce a una escala temporal menor que la necesaria para la evolución del perfil hasta su forma de equilibrio, los modelos estáticos no son adecuados y es necesario recurrir a modelos dinámicos.

Cabe señalar que algunos de los modelos aquí mencionados no son modelos de evolución del perfil de playa en el sentido de proporcionar la evolución de la forma del perfil, sino más bien se trata de modelos de evolución de la línea de costa en los que los procesos considerados se producen a lo largo del perfil.

Es decir, son modelos en los que el movimiento de la costa se produce debido al transporte transversal de sedimentos, despreciando los efectos del transporte longitudinal, en virtud de la hipótesis de ortogonalidad de los procesos.

Los modelos dinámicos de evolución del perfil de playa basados en el equilibrio pueden ser de tipo analítico o numérico. Constan en general de una ecuación de conservación del sedimento y de una cierta relación de transporte que tiene que dar lugar a un transporte transversal nulo en el perfil al alcanzar el equilibrio.

Las formulaciones de transporte basadas en el equilibrio existentes en la bibliografía revisada (véase apartado 2.4) se derivan de la propuesta por Kriebel y Dean (1985), mostrada en la ecuación [40], la cual presenta una clara limitación que la invalida para ser aplicada en caso de acreción.

Esta limitación se debe a que la acreción se produce cuando la energía entrante en el sistema es inferior a la de equilibrio. Debido a que el transporte es directamente proporcional al desequilibrio energético, paradójicamente, se obtendría un transporte máximo cuando la energía entrante en el sistema fuera nula, lo cual es imposible puesto que sin energía no hay posibilidad de transporte alguno.

Por ello Larson (1988) y Larson y Kraus (1989), que emplearon en su modelo SBEACH una formulación análoga a la propuesta por Kriebel y Dean (1985) pero que incorpora los efectos de una pendiente finita en el frente de playa, solo la utilizan para determinar el volumen de transporte de acuerdo al siguiente esquema en el que el transporte es nulo cuando la disipación de energía es inferior a la de equilibrio:

$$q_x = \begin{cases} K(D - D^* + \frac{\varepsilon}{K} \frac{\partial h}{\partial x}); & D > D^* - \frac{\varepsilon}{K} \frac{\partial h}{\partial x} \\ 0; & D < D^* - \frac{\varepsilon}{K} \frac{\partial h}{\partial x} \end{cases} \quad [25]$$

Donde K y ε son parámetros de calibración.

De forma que, si bien el volumen transportado se cuantifica a partir de la anterior ecuación, la dirección del transporte (hacia el mar o la costa) se establece en función del signo de la siguiente expresión:

$$\frac{H_0}{L_0} - 0.0007(H_0 / w_f T_p)^3 \quad [26]$$

Donde, H_0 , L_0 y T_p son respectivamente la altura de ola, longitud de onda y periodo de pico del oleaje en profundidades indefinidas y w_f es la velocidad de caída de grano del sedimento de la playa. Cuando la anterior expresión resulta positiva, el transporte se produce en dirección a la costa (acreción del frente de playa) y si es negativa hacia aguas profundas (erosión).

Cabe señalar que el término $H_0/w_f T_p$ es el conocido como número de Dean, D_b .

Kobayashi (1987) derivó un modelo analítico para la erosión de la duna y la playa debida al ascenso del nivel del mar producido durante una tormenta. Para lo cual asumió que este ascenso es estacionario durante toda la tormenta.

Combinando la ecuación de conservación y la formulación de transporte propuesta por Kriebel y Dean (1985) a partir de una condición inicial particular Kobayashi (1987) resuelve analíticamente el problema, que se comporta como un problema clásico de difusión en el que la convergencia al estado de equilibrio ocurre de forma muy rápida al principio y de forma asintótica cerca del equilibrio.

Este tipo de comportamiento ha sido observado en múltiples ensayos de laboratorio: Swart (1974), Dette y Uliczka (1987), Sunamura y Maruyama (1987) y Larson y Kraus (1989). Así como existen numerosos autores que respaldan esta hipótesis.

Entre los primeros se encuentran Wright et al. (1985), quienes postularon que la línea de costa evoluciona hacia su posición de equilibrio a velocidad proporcional al desequilibrio energético en el que se encuentra, del siguiente modo.

$$\frac{dR(t)}{dt} = k \cdot \Omega^2 (\Omega - \Omega_{\infty}) \quad [27]$$

Donde $R(t)$ es la respuesta de la línea de costa en un instante “t”, k es una constante de proporcionalidad que representa la velocidad de relajación del sistema y Ω y Ω_{∞} son los parámetros adimensionales de caída de grano correspondientes al oleaje incidente y de equilibrio respectivamente, véase ecuación [13].

Kriebel et al. (1991), en la misma línea, plantearon que la velocidad de respuesta ha de ser proporcional al desequilibrio entre la situación actual y la de equilibrio a través de una ley cinética de primer orden.

$$\frac{dR(t)}{dt} = \frac{1}{T_s} (R_{\infty} - R(t)) \quad [28]$$

Donde $R(t)$ es la respuesta de la línea de costa en un instante “t”, R_{∞} es la máxima respuesta, producida en el equilibrio y T_s es el tiempo característico de respuesta, o tiempo de relajación del modelo.

Para resolver la ley cinética de primer orden dada por la ecuación [28], Kriebel et al. (1991) desarrollaron un método de convolución para evaluar la evolución del perfil de playa sujeta a un forzamiento constante, asumiendo que cada curva de nivel del perfil evoluciona asintóticamente hacia el equilibrio, obteniendo el siguiente resultado.

$$R(t) = R_{\infty} (1 - e^{-t/T_s}) \quad [29]$$

Posteriormente Kriebel y Dean (1993) propusieron una forma más general de la ecuación [28] que incluye una función del forzamiento, $f(t)$, de la siguiente forma:

$$\frac{dR(t)}{dt} = \frac{1}{T_s} (R_{\infty} f(t) - R(t)) \quad [30]$$

La resolución de la anterior ecuación diferencial se lleva a cabo mediante la convolución de la función forzamiento y la solución característica para forzamiento constante. Kriebel y Dean (1993) resolvieron analíticamente el modelo para un ascenso del nivel del mar idealizado en forma de curva sinusoidal.

Miller y Dean (2004) resolvieron numéricamente la forma integral del modelo de Kriebel y Dean (1993) para obtener la respuesta del perfil de playa frente a variaciones del nivel del mar debidas a la combinación de marea astronómica, marea meteorológica y set-up provocado por el oleaje.

Cabe señalar que Miller y Dean (2004) intentaron sin éxito establecer relaciones empíricas entre el parámetro de calibración del modelo, T_s , y los forzamientos considerados.

Siguiendo a Wright et al. (1985), Yates et al. (2009) desarrollaron un modelo de evolución de la posición de la línea de costa de la siguiente forma:

$$\frac{dS(t)}{dt} = C^{\pm} E^{1/2} (E - E_{\infty}) \quad [31]$$

En el que la velocidad de cambio de la posición de la línea de costa, S , es proporcional al desequilibrio energético existente entre la situación actual, E , y la posición de equilibrio, E_{∞} , ponderando este desequilibrio con la energía del sistema mediante $E^{1/2}$.

Cabe señalar que la elección del factor de ponderación energética de la forma particular $E^{1/2}$ parece no tener un respaldo teórico conceptual. Yates et al. (2009) proponen formulaciones alternativas para el modelo sustituyendo el factor de ponderación, $E^{1/2}$, por E^2 , E , la altura de ola, la componente S_{xx} del tensor de radiación o el parámetro Ω (Wright et al., 1985), obteniéndose resultados similares.

Debido a la asimetría entre los procesos de erosión y acreción la constante de proporcionalidad, $C^{\pm}$, que Yates et al. (2009) determinan empíricamente, adquiere un valor diferente en el caso de la erosión, C^- , que de la acreción, C^+ .

Para resolver el modelo establecen una relación empírica lineal entre la energía de equilibrio del sistema, E_{∞} y su correspondiente posición de la línea de costa, S , mediante el ajuste de una recta a los estados energéticos observados (en playas del Pacífico estadounidense) que no generaron ningún cambio en la posición de la línea de costa, como muestra la siguiente figura.

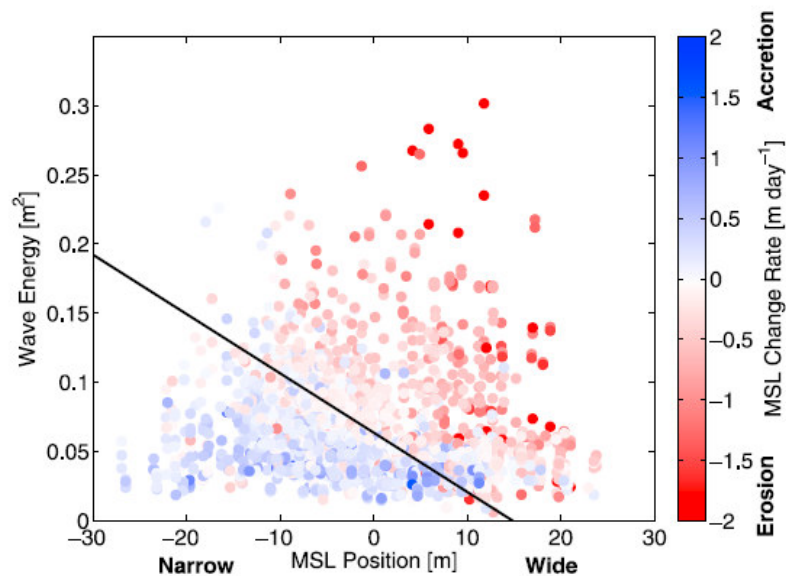


Figura 18. Velocidad de cambio de la posición de la línea de costa, $dS(t)/dt$, frente a la posición inicial de la línea de costa en abscisas y a la energía media del oleaje entre mediciones en ordenadas, tomada de Yates et al. (2009).

En la anterior figura se muestran las observaciones (puntos de color) junto a la recta de mejor ajuste (línea negra) a partir de la que se establece la siguiente relación entre la energía de equilibrio y su correspondiente posición de la línea de costa y viceversa:

$$E_{\infty}(S) = aS + b \quad [32]$$

$$E(S) = aS_{\infty} + b \quad [33]$$

Asumiendo que la energía es una función constante en un estado de mar e integrando la ecuación [31], Yates et al. (2009) obtuvieron el siguiente modelo, en el que la posición de la línea de costa se acerca exponencialmente al equilibrio, tal y como sugieren estudios previos (Swart, 1974, Larson y Kraus, 1989, y otros):

$$S(t) = (S_0 - S_{\infty})e^{-aC^{\pm}E^{1/2}t} + S_{\infty} \quad [34]$$

Donde S_0 es la posición de la línea de costa en el instante inicial y S_{∞} la posición en el equilibrio a la que tiende el sistema forzado con una energía del oleaje E .

Este modelo es en realidad una ley cinética de primer orden en el que la velocidad de relajación, $aC^{\pm}E^{1/2}$, es proporcional a la energía del oleaje incidente y resulta análogo al mostrado en la ecuación [29], si tenemos en cuenta que la variable S es la posición de la línea de costa mientras que R es la respuesta de la línea de costa y se relacionan de la siguiente forma:

$$R(t) = S(t) - S_0 \quad [35]$$

El modelo dado por la ecuación [34] es únicamente aplicable al corto plazo, ya que se obtuvo haciendo la hipótesis de oleaje estacionario. Para extender su aplicación al medio plazo, Yates et al. (2009) emplearon un algoritmo numérico recursivo en el que la posición inicial de cada estado de mar es la final del anterior con paso de tiempo de 1 hora (duración de un estado de mar).

Yates et al. (2009) apuntaron que no es adecuado introducir en el modelo un forzamiento basado en la energía del oleaje promediada (semanal o mensualmente), ya que los picos erosivos producidos en los temporales, que acontecen a una escala temporal del orden de horas, se suavizan excesivamente.

El modelo propuesto por Yates et al. (2009) ha sido aplicado con posterioridad a otras playas de similar tamaño de grano y energía del oleaje incidente (Yates et al., 2011), sin embargo aún no se han establecido relaciones entre los parámetros del modelo (a , b , C^+ y C^-) y las características físicas de la playa.

Cabe señalar que los numerosos pasos de tiempo del algoritmo recursivo (8760 pasos de tiempo/año) así como la alta dimensionalidad de los parámetros de ajuste complican notablemente la calibración del modelo.

Davidson et al. (2009 y 2010) desarrollaron un modelo basado en el concepto de desequilibrio de Wright et al. (1985) sin dependencia de las posiciones de equilibrio de estados previos.

$$\frac{dS(t)}{dt} = b + c\Omega^k (\Omega_{\infty} - \Omega) \quad [36]$$

Donde Ω es la velocidad de caída de grano adimensionalizada de Wright et al., (1985), Ω_{∞} es un valor constante de la misma en el equilibrio y b, c y k son los parámetros de ajuste del modelo.

Davidson et al. (2013) propusieron una serie de modificaciones sobre el anterior modelo, el cual toma la siguiente forma:

$$\frac{dS(t)}{dt} = b + c^{\pm} P^{1/2} (\Omega_{\infty}(t) - \Omega(t)) \quad [37]$$

Donde P es la potencia del oleaje y b y $c^{\pm}$ son parámetros libres del modelo.

En este caso el valor de Ω_{∞} es variable con el tiempo y depende de los valores instantáneos precedentes de la velocidad de caída de grano adimensionalizada, Ω_j , (“j” días anteriores al actual) siendo igual al valor medio ponderado propuesto por Wright et al. (1985) según la siguiente ecuación.

$$\Omega_{\infty} = \frac{\sum_{j=0}^{D/\Delta t} \Omega_j 10^{-j\Delta t/\Phi}}{\sum_{j=0}^{D/\Delta t} 10^{-j\Delta t/\Phi}} \quad [38]$$

Donde D y Φ , son dos nuevos parámetros del modelo, que se reducen a uno estableciendo empíricamente que $D=2\Phi$.

En resumen, existen una gran cantidad de modelos dinámicos basados en el equilibrio para evaluar la evolución del perfil y en particular la posición de la línea de costa. Sin embargo todos ellos dependen de un importante número de parámetros libres de calibración y la mayoría se centran en procesos erosivos.

También la mayoría considera que el principal forzamiento es la variación del nivel del mar y, como mucho, incluyen la contribución del oleaje en términos del set-up que provoca. De todos los modelos revisados en la literatura, sólo los propuestos por Yates et al. (2009) y Davidson et al (2010 y 2013) consideran que el forzamiento principal es el oleaje.

2.4. Transporte de sedimentos

El transporte litoral de sedimentos puede separarse en dos componentes, una paralela a la línea de costa (transporte longitudinal) y otra perpendicular a la misma (transporte transversal) como se muestra en la siguiente figura.

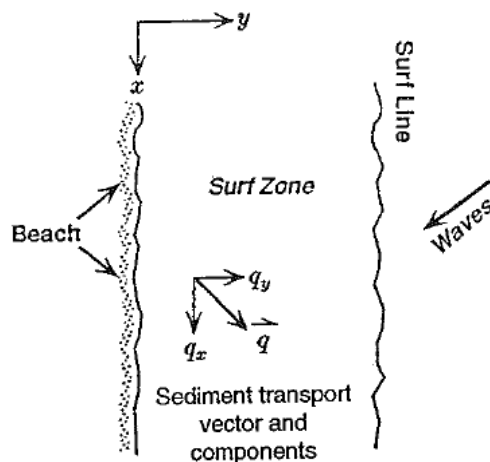


Figura 19. Componentes longitudinal (q_x) y transversal (q_y) del transporte litoral. Tomada de Dean (1995).

El transporte transversal de sedimentos da lugar a cambios en la forma del perfil de la playa que se manifiestan en la traslación de la línea de costa.

Estos movimientos son el objeto de estudio de la presente tesis dejando de lado los provocados por el transporte longitudinal (hipótesis de ortogonalidad de los procesos), por ello la revisión bibliográfica resumida en el presente apartado se centra únicamente en el transporte transversal de sedimentos.

A pesar de que el estado del conocimiento tanto a nivel cualitativo como cuantitativo del transporte transversal se encuentra mucho menos desarrollado que el del transporte longitudinal, existe un gran número de formulaciones de transporte transversal.

De todas ellas, debido a que el modelo de evolución desarrollado en la presente tesis se basa en el equilibrio, en la siguiente revisión bibliográfica, solo se tendrán en consideración formulaciones de transporte de equilibrio, consistentes con el mencionado modelo.

Cabe destacar que, por motivos evidentes, tradicionalmente ha resultado de mayor interés el estudio y cuantificación de la erosión costera que el estudio de los procesos de acreción, por ello no existen en la literatura revisada formulaciones de transporte transversal basados en el equilibrio que sean enteramente aceptadas para reproducir el fenómeno de la acreción en las playas.

Por otro lado las existentes formulaciones de transporte transversal basadas en el equilibrio (representativas únicamente de la erosión) dependen de parámetros de calibración a determinar en cada caso, por lo que para su utilización es imprescindible disponer de datos medidos de transporte.

2.4.1. Distribución del transporte transversal de sedimentos en el perfil

Existen en la literatura diversas clasificaciones que correlacionan la distribución del transporte transversal de sedimentos a lo largo del perfil con la formación de un perfil de equilibrio, bajo condiciones uniformes de oleaje, las cuales resultan de gran interés para la comprensión del proceso de evolución del perfil de playa.

Partiendo siempre de una batimetría plana y condiciones constantes de oleaje en ensayos de laboratorio, Sunamura y Horikawa (1974) propusieron 3 posibles distribuciones de transporte transversal de sedimentos como se muestra en la siguiente figura.

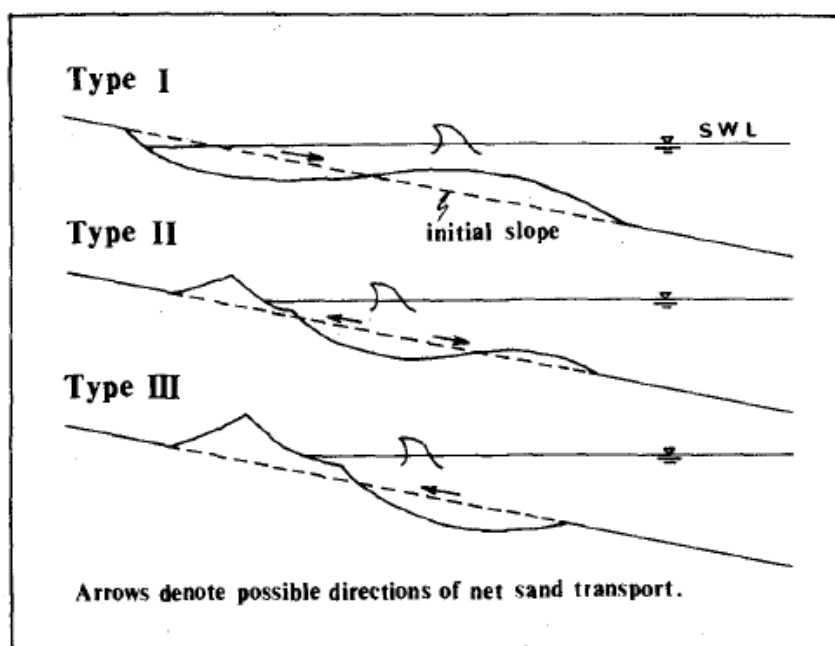


Figura 20. Tipos de evolución del perfil, tomada de Sunamura y Horikawa (1974).

Las distribuciones de transporte trasversal propuestas por Sunamura y Horikawa (1974) se pueden describir como sigue.

- tipo 1: con un transporte netamente hacia el mar da lugar a erosiones a nivel de la línea de costa y al depósito de sedimentos al pie del perfil.
- tipo 2: con transporte hacia la costa en la parte alta del perfil y hacia el mar en la parte baja del perfil genera acreción a nivel de la línea de costa, un seno en la parte central del perfil y depósito al pie.
- tipo 3: con un transporte transversal netamente hacia la costa genera un seno en la parte baja del perfil y acreciones a nivel de la línea de costa.

Posteriormente Kajima et al. (1982) ampliaron esta clasificación añadiendo dos tipos más de distribuciones de transporte como se muestra en la siguiente figura.

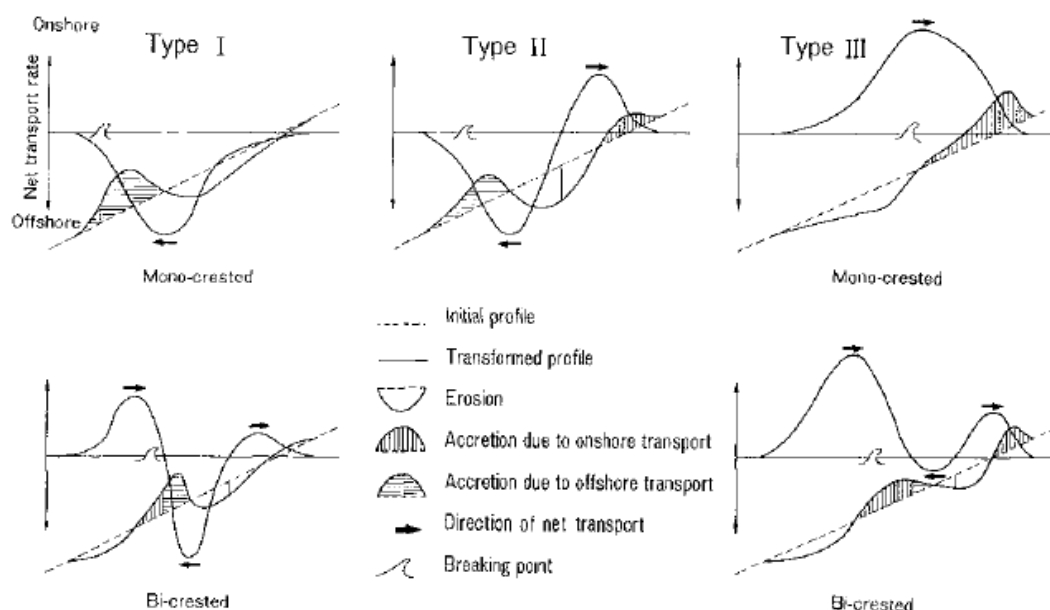


Figura 21. Clasificación de distribuciones de transporte, tomada de Kajima et al. (1982).

Los 3 tipos de distribución situados en la parte superior de la figura 21, coinciden con los descritos por Sunamura y Horikawa (1974), mientras que los otros dos presentan distribuciones más complejas con formación de barras.

También Larson (1988) con ensayos en laboratorio, propuso una clasificación similar a la de Sunamura y Horikawa (1974), como se muestra en la siguiente figura.

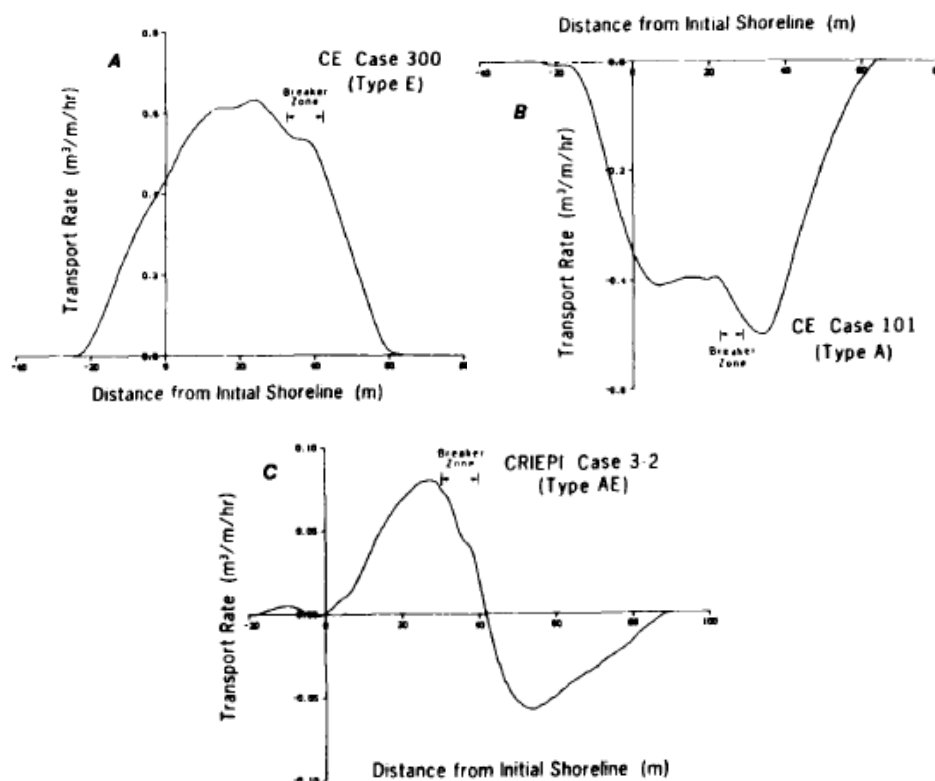


Figura 22. Clasificación de distribuciones de transporte, tomada de Larson (1988).

Los 3 tipos de distribuciones de la figura 22 corresponden a un caso de erosión (tipo E), de acreción (tipo A) y mixto (tipo AE) análogos a los considerados en la clasificación de Sunamura y Horikawa (1974), tipo 1, 3 y 2 respectivamente.

Con la salvedad de que las direcciones del transporte en el caso mixto de Larson (1988) son las opuestas a las que muestra el caso mixto de Sunamura y Horikawa (1974), por lo que si en este último se forma un seno en el perfil en el primero se forma una barra.

Unificando las 3 anteriores clasificaciones se concluye que existen dos casos fundamentales (véase figura 23) y múltiples casos mixtos:

- Caso acrecional: Transporte siempre hacia la costa a lo largo del perfil con acreción a nivel de la costa
- Caso erosivo: Transporte siempre hacia el mar a lo largo del perfil con erosión a nivel de la costa
- Casos mixtos: Transporte de signo variable a lo largo del perfil con formación de senos o barras y comportamiento incierto a nivel de la costa.

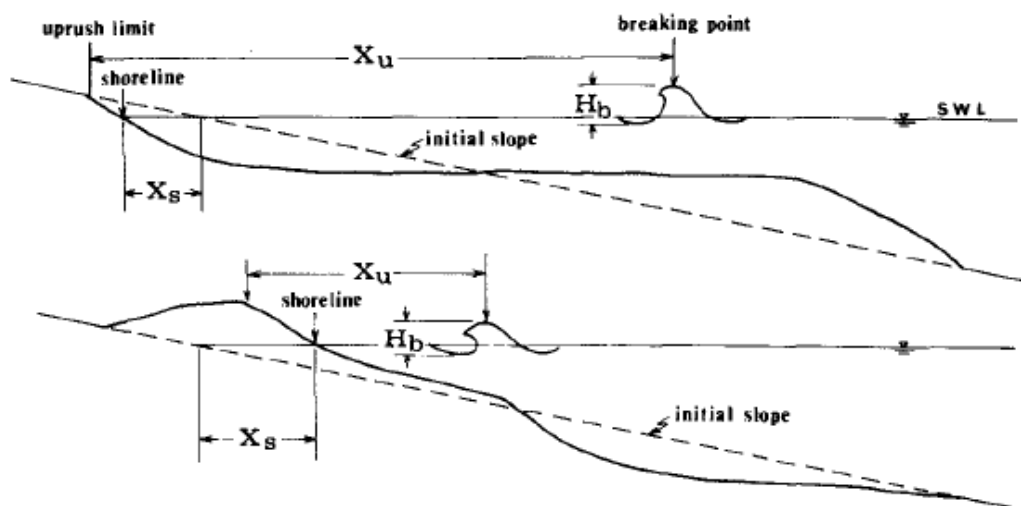


Figura 23. Esquema de los dos procesos fundamentales de evolución del perfil de playa a partir de una pendiente plana, tomada de Sunamura y Horikawa (1974).

2.4.2. Mecanismos de transporte transversal de sedimentos

Como se ha detallado en el apartado anterior, el transporte transversal de sedimentos puede producirse tanto en dirección a la costa como en dirección al mar, provocando la acreción o la erosión de la costa respectivamente.

Estos dos procesos son netamente asimétricos tanto en su origen como en la escala temporal a la que suceden.

El transporte transversal hacia el mar, asociado a procesos costeros erosivos, ocurre predominantemente durante los temporales a una escala de tiempo del orden de horas, mientras que el transporte hacia la costa, producido por los oleajes medios es un proceso notablemente más lento.

Como se ha mencionado anteriormente el proceso erosivo en el perfil de playa se encuentra mucho mejor documentado en la literatura científica, no solo porque despierta

más interés sino también porque es un proceso de menor complejidad que la acreción del perfil (Dean, 1995).

En el presente apartado se pretende hacer una revisión de los agentes forzadores y procesos involucrados en el transporte transversal de sedimentos a nivel cualitativo.

En primer lugar, la transferencia de momento asociado a la pérdida de energía debida a la fricción con la capa límite del fondo genera una corriente en la dirección de la propagación del oleaje, esto es hacia la costa.

De acuerdo a las teorías no lineales del oleaje, la ola en su propagación a la costa presenta una excentricidad creciente hasta la rotura de la misma, de tal modo que las crestas son más pronunciadas que los senos pero tienen una menor duración. De esta asimetría se deriva un esfuerzo promediado en el fondo con dirección a la costa.

Entre los agentes que generan un transporte transversal hacia el mar destacan las corrientes de retorno que genera el oleaje en la zona de rompientes y la fuerza de la gravedad, aunque esta última, en el caso de existir barras, puede jugar el papel contrario localmente.

En cuanto a la turbulencia creada por la rotura del oleaje, su principal contribución es la puesta en suspensión del sedimento, de tal forma que puede potenciar el transporte tanto hacia la costa como hacia el mar dependiendo de la dirección de la velocidad de las partículas de agua mientras están en suspensión.

También el viento puede generar importantes corrientes que dan lugar a un transporte transversal de sedimentos, que puede darse tanto en dirección hacia el mar como hacia la costa.

Es el balance de estos agentes constructivos o destructivos, según se dirijan hacia la costa o hacia el mar, el que da lugar a los procesos de acreción o erosión de la costa y a las modificaciones en la forma del perfil de playa.

En los casos de erosión predominan las corrientes de retorno y en muchos casos los vientos en dirección a la costa (que generan corrientes hacia el mar en el fondo marino), dando lugar a un transporte simultaneo en todo el perfil activo.

Mientras que en los casos que se produce acreción de la costa el proceso es más complejo y se produce a través de movimientos oscilatorios en los que fracciones del sedimento se mueven secuencialmente hacia la costa contribuyendo progresivamente al ensanchamiento de la playa seca.

2.4.3. Formulaciones de transporte transversal de sedimentos

Además de consideraciones cualitativas como las anteriores, existen en la literatura numerosas formulaciones de transporte transversal de sedimentos que lo cuantifican.

Al igual que los modelos dinámicos de evolución, se pueden clasificar en dos grupos fundamentales: tendentes al equilibrio y basadas en procesos.

Dado que el modelo a desarrollar en la presente tesis es un modelo de equilibrio, solo se tendrán en consideración formulaciones de transporte de equilibrio, consistentes con el mencionado modelo.

Swart (1974), esquematizó en el perfil de playa mediante un modelo de dos líneas (on-shore y off-shore). La diferencia entre la longitud de estas dos capas, L_2-L_1 en la figura 24, en el equilibrio tiende a una distancia W de forma que Swart (1974) propone la siguiente fórmula:

$$q_y = s_y (W - (L_2 - L_1)) \quad [39]$$

Donde q_y es el transporte de sedimentos producido entre las dos capas (véase figura 24) y s_y es una constante del modelo.

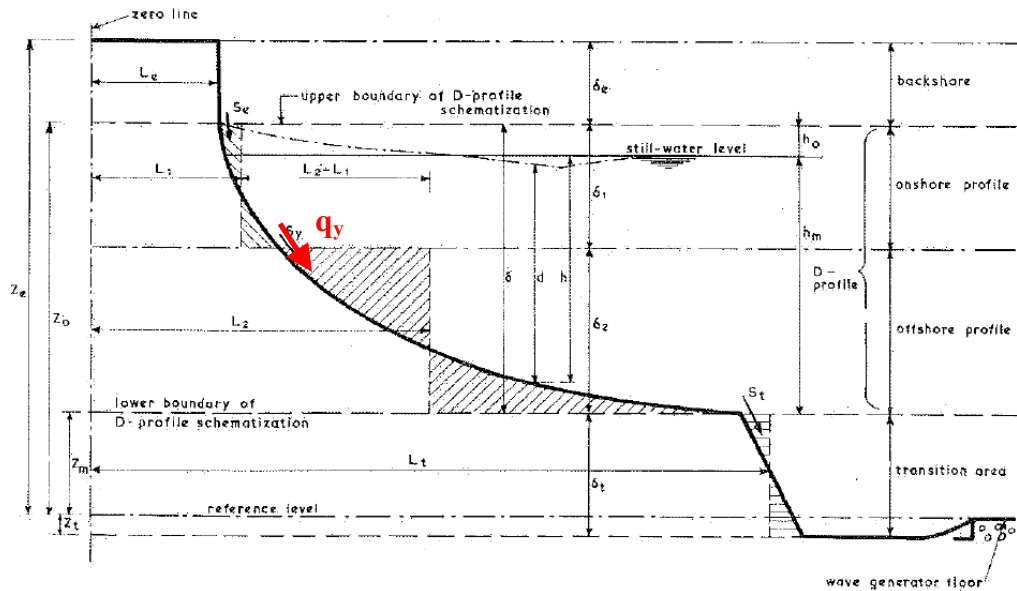


Figura 24. Modelo de dos líneas para el perfil de playa, modificado de Swart (1974).

Kriebel y Dean (1985) propusieron una formulación de equilibrio para el transporte transversal basada en el perfil de Dean (1977), que es consistente con una disipación de energía por unidad de volumen de agua uniforme, D^* , de la siguiente forma:

$$q_y = K' (D - D^*) \quad [40]$$

Donde q_y es el transporte transversal de sedimentos, D y D^* (véase ecuación [4]) son la disipación de energía por unidad de volumen existente y de equilibrio respectivamente y K' un parámetro de calibración de la fórmula.

En la ecuación [40], la disipación de energía por unidad de volumen, D , representa la fuerza destructiva actuante sobre el perfil de playa:

$$D = \frac{5}{24} \rho g^{3/2} \gamma^2 \frac{\partial h^{3/2}}{\partial x} \quad [41]$$

Siendo ρ el peso específico del agua, g la aceleración de la gravedad y γ la constante de proporcionalidad entre la altura de ola y la profundidad local en rotura.

Posteriormente Kriebel (1986) calibró la anterior formulación de transporte a partir de los ensayos en gran tanque de Saville (1957) y de medidas de campo tomadas por Chiu (1977) durante el huracán Eloise, obteniendo un valor de $K'=9.8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4/\text{N}$. Siendo este valor de K' por tanto representativo únicamente de procesos erosivos.

Kobayashi (1987) obtuvo un modelo analítico para la erosión de duna y playa, para lo cual asume una fórmula de transporte análoga a la propuesta por Kriebel y Dean (1985), resolviendo el transporte producido hacia el mar analíticamente para el caso teórico de un ascenso del nivel del mar que permanece estacionario durante la tormenta.

Dean y Zheng (1994) propusieron una versión no lineal de la ecuación [40], de la siguiente forma:

$$q_y = K'(D-D^*)|D-D^*|^{n-1} \quad [42]$$

Dean y Zheng (1994) compararon los resultados del modelo de Swart (1974), dado por la ecuación [39], con los del modelo dado por la ecuación [42] con $n=1$ (análogo a la ecuación [40]) y con $n=3$ (óptimo desde el punto de vista dimensional del problema). Encontraron que este último proporcionaba el mejor ajuste a los resultados de los ensayos de laboratorio en gran tanque de Saville (1957) y de Dette y Uliczka (1987).

Es más, Dean y Zheng (1994) observaron que la forma lineal de la ecuación [42] ($n=1$) da lugar a una velocidad de convergencia al equilibrio del sistema independiente de la posición inicial del mismo, mientras que el modelo no lineal da lugar a velocidades mayores partiendo de posiciones más alejadas del equilibrio.

La fórmula de transporte lineal, propuesta por Kriebel y Dean (1985) dada por la ecuación [40], parte del perfil de equilibrio propuesto por Dean (1977) que presenta una pendiente infinita a nivel de la línea de costa, por ello Dean (1995) propuso una fórmula de transporte derivada de la anterior que incluye los efectos de una pendiente finita en el frente de playa, dada por la siguiente ecuación:

$$q_y = K' \left[\left(\frac{D^*}{m} + \frac{5}{16} \rho g \gamma^2 \sqrt{gh} \right) \frac{\partial h}{\partial x} - D^* \right] \quad [43]$$

Donde el transporte transversal, q_y , es proporcional, según el parámetro K' , a una función que depende de la disipación de energía por unidad de volumen en el equilibrio, D^* , la pendiente de la playa, m , la relación entre la altura de ola y la profundidad del perfil en rotura, γ , la propia profundidad del perfil, h , y la variación de esta profundidad a lo largo del perfil, $\partial h / \partial x$, además de la densidad del agua, ρ , y la aceleración de la gravedad, g .

Larson (1988), a partir de la formulación de Kriebel y Dean (1985), desarrolló también para su modelo de evolución de perfil de playa SBEACH la siguiente ecuación de transporte que incorpora los efectos de la pendiente.

$$q_y = K(D - D^* + \frac{\varepsilon}{K} \frac{\partial h}{\partial x})$$

[44]

Donde K y ε son parámetros de calibración.

Cabe destacar, como ya se indicó anteriormente, que ninguna de las formulaciones aquí enumeradas es adecuada en el caso de la acreción del perfil.

Por lo que Larson (1988), para estimar la acreción en el modelo de evolución SBEACH, tuvo que recurrir a la estrategia descrita en el apartado 2.3.2, que establece si se produce erosión o acreción en el perfil en función del signo de la ecuación [26].

Larson y Kraus (1989) indicaron que esta relación discriminaba razonablemente bien no solo los fenómenos de erosión y acreción reproducidos en laboratorio sino también los resultados medidos en campo.

Sin embargo, Dalrymple (1992) analizando el significado de la ecuación [26], concluyó que puede llevar a error en su interpretación debido a que la altura de ola interviene en los dos sumandos y propuso que el siguiente criterio (Larson y Kraus, 1989) es más conveniente:

$$\frac{H_0}{L_0} - 115 \left(\frac{\pi w_f}{g T_p} \right)^{3/2}$$

[45]

Si el signo de la anterior expresión es positivo se producen erosiones mientras que si es negativo se produce la acreción del perfil.

También Dean (1973) y Kriebel et al. (1986) propusieron ajustes diferentes para la anterior expresión, como se muestra en la siguiente figura.

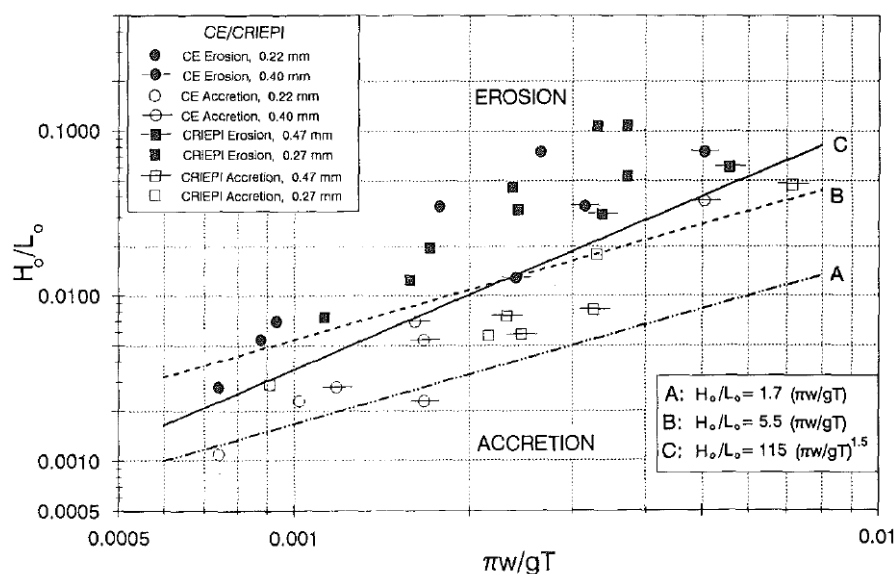


Figura 25. Peralte del oleaje en aguas profundas frente a la velocidad adimensional de caída de grano. La recta A representa el ajuste realizado por Dean (1973), la B corresponde a Kriebel et al. (1986) y la C a Larson y Kraus (1989). Tomada de Dalrymple (1992).

Dalrymple (1992), a partir de la expresión [45], desarrolló el denominado parámetro de perfil, que permitía discriminar entre los dos tipos de proceso (acreción o erosión) si bien no era capaz de predecir correctamente el comportamiento de todos los datos analizados a partir de ensayos de laboratorio y no ofrecía una correlación con el volumen de sedimento movilizado en el perfil.

Jiménez y Sánchez-Arcilla (1992), también a partir de ensayos de laboratorio, establecieron una correlación entre el volumen de sedimento movilizado en el perfil de playa (véase figura 26) y el siguiente parámetro, J_b :

$$J_b = |D_{b,eq} - D_b|^{0.5} m \quad [46]$$

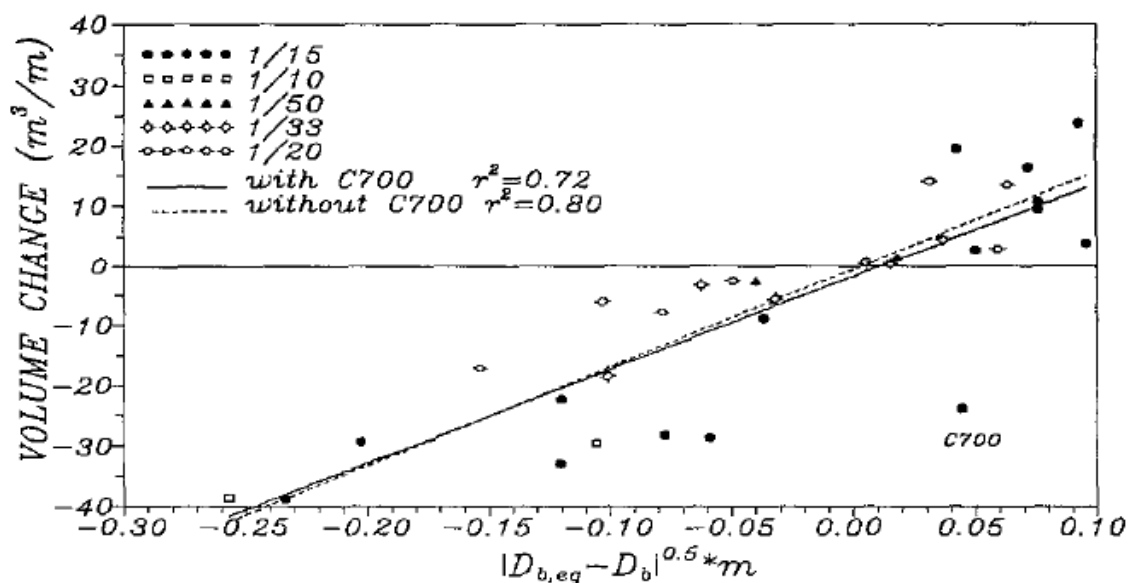


Figura 26. Correlación entre el volumen de sedimento movilizado en el perfil y el parámetro J_b , tomada de Jiménez et al. (1993).

Donde el volumen transportado produce erosión (V_{er}) o acreción (V_{ac}) en función del signo de $D_{b,eq} - D_b$ (véase figura 27), siendo D_b el número de Dean, $D_{b,eq}$ el número de Dean en el equilibrio y m la pendiente del frente de playa.

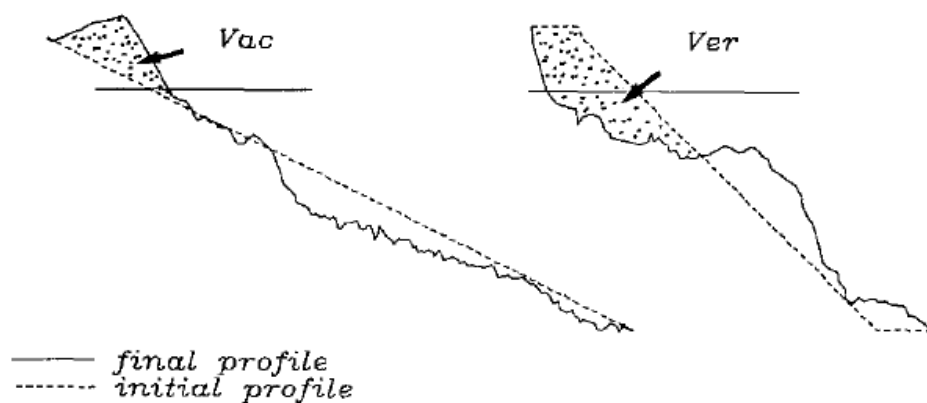


Figura 27. Esquema del volumen de erosión, V_{er} , o acreción, V_{ac} . Tomada de Jiménez et al. (1993).

Los resultados obtenidos por Jiménez y Sánchez-Arcilla (1992) muestran un buen ajuste, aunque con una cierta dispersión de los datos medidos en laboratorio, para el valor particular de $D_{b,eq}=4$, existiendo un único dato para el que no se predecía correctamente la tendencia.

2.5. Memoria de la playa

Las playas, como la mayoría de los sistemas naturales, presentan una cierta inercia frente a cambios producidos en los forzamientos que las solicitan.

Por lo tanto, la situación de la playa dependerá en cierta medida no solo de los forzamientos actuales sino también de los pasados (**memoria de la playa**) del mismo modo que, de cara al futuro, la mencionada inercia produce un retardo en la recuperación de la playa tras un fenómeno erosivo (**tiempo de recuperación**) o un desfase entre la ocurrencia del pico de oleaje durante un temporal y la máxima erosión producida por éste en la costa.

Wright et al. (1985) introducen el concepto de memoria de la playa a través del parámetro adimensional de velocidad de caída de grano medio ponderado en el tiempo, Ω_∞ , que se computa a partir de los valores instantáneos del mismo, Ω_j (véase ecuación [38]).

En la ecuación [38] $j=1$ representa el día previo al actual y $j=D$, D días anteriores. El factor de ponderación disminuye al 10% en los Φ días previos al actual y por tanto puede entenderse que Φ es una medida de la velocidad a la que la playa “olvida” (“memory decay”), mientras que D representa de algún modo la memoria total de la playa.

Wright et al. (1985) analizaron diversas combinaciones de los parámetros D y Φ para el cálculo de Ω_∞ , encontrando que los valores con los que Ω_∞ mejor representaba la situación actual de la playa eran $D=30$ días y $\Phi=5$ días, mejor que el valor instantáneo actual Ω_j .

Por supuesto, estos valores solo son aplicables a playas de similares características a las analizadas en el sureste australiano, como apuntaban los propios Wright et al. (1985).

Davidson et al. (2013) propusieron un modelo de evolución de la línea de costa (véase apartado 2.3.2) basado en el desequilibrio entre el valor instantáneo del parámetro adimensional de velocidad de caída de grano, Ω_j , y su valor medio ponderado en el tiempo, Ω_∞ , estableciendo $D=2\Phi$, tras el análisis de diversas relaciones de la forma, $D=n\Phi$, con $n=1, 2, 3$ y 4 , también en playas del este y sureste australiano.

Por otro lado, el parámetro T_s del modelo de Kriebel y Dean (1991), dado por la ecuación [29], proporciona una noción de la capacidad de recuperación de la playa.

De acuerdo a este modelo, la playa responde de acuerdo a una ley cinética de primer orden con tiempo característico de respuesta, T_s , frente a un forzamiento constante, de modo que la playa alcanzaría el 99% de su posición de equilibrio tras un tiempo igual a $5T_s$.

Kobayashi (1987) obtuvo una expresión explícita para el valor de T_s a partir de su modelo analítico de erosión de playa y duna por ascenso del nivel del mar estacionario durante una tormenta.

Posteriormente Kriebel y Dean (1993) obtuvieron una solución analítica para la evolución de la línea de costa frente a un ascenso teórico del nivel del mar modelizado como una curva sinusoidal, a partir de la cual obtienen empíricamente una forma explícita del parámetro T_s .

$$T_s = 320 \frac{H_b^{3/2}}{g^{1/2} A^3} \left(1 + \frac{h_b}{B} + \frac{m \cdot x_b}{h_b} \right)^{-1} \quad [47]$$

Donde H_b es la altura de ola en rotura, h_b su profundidad, x_b el ancho de la zona de rompientes, m la pendiente del frente de playa, B la altura de la berma, A el parámetro de forma del perfil de equilibrio (Dean, 1977) y g la aceleración de la gravedad.

Como resultado obtuvieron el desfase temporal entre la máxima sollicitación y la máxima respuesta de la costa y el tiempo de recuperación de la playa tras descender nuevamente el nivel del mar.

Sin embargo apuntaron que el modelo sobreestima la capacidad de recuperación de la playa tras un episodio erosivo al considerar una velocidad de relajación idéntica durante los distintos procesos de erosión y acreción.

Por último, cabe destacar que Turki (2011) empleó el concepto de memoria de la playa en el análisis de la evolución de la rotación en planta de playas encajadas debida al transporte longitudinal de sedimentos para obtener una dirección de flujo medio de energía ponderada en el tiempo a través de la llamada “beach memory function”, la cual decrece para tiempos pasados cada vez más lejanos.

2.6. Conclusiones

Tras una revisión detallada de la bibliografía disponible se han alcanzado las siguientes conclusiones sobre los modelos existentes de evolución de la línea de costa debida al transporte transversal de sedimentos y basados en el equilibrio (Kriebel y Dean, 1993; Miller y Dean, 2004; Yates et al., 2009; Davidson et al., 2013;...):

- Todos ellos se basan en una ecuación cinética proporcional al desequilibrio existente, bien sea en términos energéticos (Yates et al. 2009; Davidson et al., 2013;...) o en términos de posiciones de la línea de costa (Kriebel y Dean, 1993; Miller y Dean, 2004;...).
- Al menos requieren 4 parámetros libres de ajuste, para los que no se ha podido establecer ninguna correlación con las características físicas de la playa.
- Para modular la velocidad de relajación del sistema en función de la energía del oleaje incidente incluyen factores “externos” de ponderación energética que añaden, de forma encubierta, al menos un parámetro libre adicional.

- Para reproducir la asimetría observada en la naturaleza entre la velocidad de relajación de los procesos de erosión y acreción, requieren parámetros de ajuste distintos asociados a cada proceso, lo cual impide su extensión analítica al medio plazo, en el que los fenómenos erosivos y de acreción se intercalan alternativamente.

Para la resolución de estos modelos existen tres líneas de trabajo:

1. Establecer una correlación explícita entre la energía del oleaje y la posición de la línea de costa de equilibrio a la que conduce (e.g. Yates et al., 2009).
2. Establecer una correlación entre la situación actual y la energía precedente recibida por el sistema (e.g. Davidson et al., 2013).
3. Establecer una cierta relación de transporte de sedimentos que conduce a un transporte transversal nulo en el perfil al alcanzar el equilibrio (e.g. Larson, 1988).

Las dos primeras líneas de trabajo anteriormente mencionadas constituyen dos aproximaciones al mismo problema que hasta el momento no han podido demostrarse como equivalentes (Splinter et al., 2013).

A pesar de que existen en la literatura numerosas formulaciones de transporte transversal de sedimentos, de las basadas en el equilibrio ninguna reproduce correctamente el fenómeno de acreción. Lo cual complica notablemente desarrollos en la línea de esta última aproximación para la resolución de los modelos de evolución, arriba indicada.

En lo que se refiere a los modos de transporte transversal de sedimentos a nivel cualitativo, existen dos casos fundamentales (véase figura 23) y múltiples casos mixtos:

- Caso acrecional: Transporte siempre hacia la costa a lo largo del perfil con acreción a nivel de la costa
- Caso erosivo: Transporte siempre hacia el mar a lo largo del perfil con erosión a nivel de la costa
- Casos mixtos: Transporte de signo variable a lo largo del perfil con formación de senos o barras y comportamiento incierto a nivel de la costa.

En lo que se refiere al perfil de equilibrio, existen múltiples propuestas en la literatura tanto de perfiles simples (e.g. Dean, 1977) como de perfiles de varios tramos (e.g. perfil biparabólico propuesto por Bernabeu, 1999).

Sobre la profundidad de cierre del perfil activo de playa, destaca la revisión de las principales formulaciones existentes llevada a cabo por Nicholls et al. (1998), en la que se concluye que la formulación original de Hallermeier (1981) proporciona un límite robusto si se considera para su definición el criterio de variaciones máximas en el perfil inferiores a 6 cm.

Finalmente, existen en la literatura toda una batería de conceptos relacionados con la memoria de la playa (memoria, tiempo de recuperación, ponderación de la energía precedente,...) asociada a los procesos longitudinales de transporte de sedimentos

(Turki, 2011), sin que exista un desarrollo equivalente para los procesos asociados al perfil de la playa.

2.6.1. Objetivos específicos de la tesis

En el apartado 1.2 se definía el objetivo general de la presente tesis, que consiste en el desarrollo de un **modelo de evolución de la línea de costa** que reúna las siguientes características:

- Aplicable al **medio plazo**
- Tendente a una posición de **equilibrio**.
- Con capacidad para reproducir los movimientos de la línea de costa debidos a **procesos transversales** a lo largo del perfil de playa.

A la vista de las conclusiones alcanzadas tras la revisión de la bibliografía relativa a este tipo de modelos se han establecido una serie de objetivos específicos para la presente tesis que se agrupan en los siguientes 3 bloques y se desarrollan a continuación:

- Desarrollo de un modelo de evolución para el corto plazo.
- Extensión del modelo al medio plazo numérica y analíticamente.
- Desarrollos posteriores del modelo.

Modelo de evolución para el corto plazo

Las características del modelo de evolución para el corto plazo a desarrollar coinciden con las enumeradas para el modelo del medio plazo que a desarrollar a partir de éste (tendente al equilibrio y asociado a procesos transversales) junto a estas otras:

- Representativo tanto de **procesos erosivos** como **procesos de acreción**.
- Forzamientos del modelo: **oleaje** y **nivel del mar**.
- Basado en una **ecuación cinética proporcional al desequilibrio existente en términos energéticos** (Yates et al. 2009; Davidson et al., 2013;...). Comparando los resultados de esta aproximación con un modelo desarrollado a partir de la ecuación cinético proporcional al desequilibrio energético en términos de posiciones de la línea de costa (Kriebel y Dean, 1993; Miller y Dean, 2004;...).
- La resolución del modelo se plantea en primer lugar estableciendo una **correlación entre la energía del oleaje y la posición de la línea de costa de equilibrio** a la que conduce (e.g. Yates et al., 2009).

Se plantea como objetivo primordial el **establecimiento de correlaciones entre el modelo y las características físicas conocidas de la playa** para **minimizar el número de parámetros libres** del modelo.

Extensión del modelo al medio plazo

Se plantea una doble vertiente para la extensión al medio plazo de la escala temporal de aplicación del anterior modelo:

- Desarrollo de un **modelo de evolución numérico mediante algoritmo secuencial**, dependiente por tanto de las posiciones intermedias de la línea de costa.

- Desarrollo de un **modelo de evolución analítico mediante la integración del modelo de corto plazo** en un intervalo de tiempo varios órdenes de magnitud mayor que la escala temporal de variación de los forzamientos (que no dependa de las posiciones intermedias de la línea de costa).

Desarrollos posteriores del modelo

Paralelamente al desarrollo teórico llevado a cabo por Turki (2011) para la evolución de la rotación en planta de la línea de costa debida a procesos longitudinales, se pretende desarrollar los siguientes conceptos a partir del modelo de evolución analítico propuesto para la evolución de la línea de costa debida a procesos transversales a lo largo del perfil en el medio plazo:

- **Tiempo de recuperación de la playa:** responde a cuánto tiempo ha de pasar para que la playa “olvide”.
- **Memoria de la playa:** responde a cuánto tiempo ha transcurrido desde el último forzamiento que la playa “recuerda”.
- **Energía del oleaje precedente ponderada:** Promedio ponderado de la energía de los oleajes precedentes en función de su proximidad o lejanía al instante actual.

Por último, se pretende establecer una correlación entre la situación actual de la posición de la línea de costa dada por el modelo de evolución desarrollado y la energía precedente del oleaje recibida por el sistema, demostrando que los enfoques de Yates et al. (2009) y Davidson et al. (2013) son equivalentes.

También se evaluará el **transporte transversal de sedimentos** derivado del modelo de evolución de la línea de costa desarrollado, a efectos de arrojar luz sobre este fenómeno al menos a nivel cualitativo, si bien se adelanta aquí que la carencia de datos medidos de transporte no permiten la validación de las conclusiones extraídas a este respecto.

CAPÍTULO 3. DESARROLLO TEÓRICO DEL MODELO DE EVOLUCIÓN DE LA LÍNEA DE COSTA

3. DESARROLLO TEÓRICO DEL MODELO DE EVOLUCIÓN DE LA LÍNEA DE COSTA

3.1. Introducción

En el presente apartado se resume el desarrollo teórico del modelo de evolución de la línea de costa propuesto en la presente tesis.

En primer lugar se describe conceptualmente el modelo desarrollado y se resumen las principales hipótesis simplificadoras asumidas.

Posteriormente se detallan las características del mencionado modelo para el corto y medio plazo. Destacando el desarrollo de nuevos conceptos teórico-prácticos en el contexto del perfil de playa de equilibrio y de la evolución de la línea de costa como son los invariantes del perfil de playa, la envolvente de perfiles de la playa o la curva de energía de equilibrio.

3.2. Descripción conceptual del modelo de evolución

De acuerdo a Dean (1995) existen dos grupos fundamentales de modelos de evolución del perfil de playa basados en el equilibrio: estáticos y dinámicos, ampliamente revisados en el apartado 2.3.2.

Los modelos estáticos son eminentemente geométricos y no requieren ninguna relación de transporte de sedimentos. Partiendo de un perfil de equilibrio, el perfil de playa responde a forzamientos de largo plazo hasta otra forma de equilibrio.

Para su resolución basta establecer ciertas limitaciones al movimiento del perfil y satisfacer la conservación del sedimento.

Sin embargo, si la variación de los forzamientos se produce a una escala temporal menor que la necesaria para el desarrollo completo del perfil de equilibrio, los modelos estáticos no son adecuados y es necesario recurrir a modelos dinámicos.

Existen diversos tipos de modelos dinámicos entre los que destaca un importante desarrollo en los últimos años (Yates et al., 2011 y Davidson et al., 2013) de modelos basados en una ley de crecimiento de primer orden de la respuesta de la costa que evoluciona asintóticamente hacia el equilibrio (Kriebel et al., 1991, Kriebel y Dean, 1993,...), los cuales sin embargo dependen de un gran número de parámetros de calibración.

El modelo de evolución de la línea de costa propuesto en la presente tesis es el resultado de combinar un modelo dinámico de evolución de la posición de la línea de costa con un modelo estático de equilibrio del perfil de playa.

Por ello el modelo propuesto puede entenderse de dos modos bien distintos:

- Como un modelo dinámico de evolución de la línea de costa al que se añade un modelo estático de equilibrio del perfil para reducir el número de parámetros libres del mismo.

- Como un modelo estático de equilibrio del perfil al que se añade un modelo dinámico de evolución para estimar los estados anteriores al equilibrio final.

El **modelo estático** permite determinar la posición de equilibrio de la línea de costa a partir de la energía del oleaje incidente, asumiendo que el oleaje incidente es estacionario, es decir, que la duración del estado de mar es infinita.

Conocida la posición a la que la línea de costa tiende en el equilibrio, el **modelo dinámico** permite determinar la posición que verdaderamente se alcanza al finalizar el estado de mar considerado, de duración finita.

Por tanto, hasta este punto el modelo de evolución descrito es de aplicación únicamente en el contexto de un estado de mar.

En el medio plazo la hipótesis de oleaje estacionario deja de ser válida por lo que, para extender el intervalo temporal de aplicación del modelo propuesto, es necesario discretizar el periodo de estudio en estados de mar.

Así, bien mediante un cálculo numérico iterativo (**modelo de evolución secuencial**) o bien mediante cálculo analítico (**forma integral del modelo de evolución**) se ha desarrollado finalmente un modelo de evolución válido en el medio plazo.

3.2.1. Modelo dinámico de evolución

Siguiendo a Yates et al. (2009), el modelo dinámico propuesto se expresa mediante una ecuación cinética de la siguiente forma:

$$\frac{dx_r(t)}{dt} = C^\pm \cdot m_{0b}^\mu (m_{0b} - m_{0b}^\infty(x_r)) \quad [48]$$

Donde:

$x_r(t)$: posición de la línea de costa en el instante “t”, $t \in [0, \Delta t]$. Siendo Δt la duración del estado de mar.

m_{0b} : momento espectral de orden 0 del oleaje en rotura asociado al estado de mar del oleaje incidente.

$m_{0b}^\infty(x_r)$: m_{0b} de equilibrio para la posición x_r .

$C^\pm$: Coeficientes de calibración del modelo. C^+ corresponde a procesos de acreción y C^- a procesos de erosión.

μ : Coeficiente de calibración del factor de ponderación energética del modelo.

El término m_{0b}^μ en la ecuación [48], constante en la duración del estado de mar, representa un factor de ponderación energética de la velocidad de relajación del modelo. Yates et al. (2009) propusieron adoptar $\mu=1/2$, como se ha expuesto en el apartado 2.3.2.

Mientras que el término $m_{0b} - m_{0b}^\infty(x_r)$, representa el desequilibrio energético entre la posición de equilibrio de la línea de costa y la posición en la que se encuentra la misma en cada instante.

Este modelo implica que la velocidad de cambio del sistema es máxima en el instante inicial y tiende a 0 a medida que se aproxima a su posición de equilibrio.

Por lo tanto, sin cambios en los forzamientos externos, el sistema tiende a su posición de equilibrio, x_{∞} , en el infinito.

Este comportamiento de la línea de costa ha sido ampliamente documentado en la literatura y numerosos autores han desarrollado modelos dinámicos basados en él, resumidos en el apartado 2.3.2.

Sin embargo, en general, la duración del estado de mar considerado, Δt , no será suficiente para que el sistema evolucione hasta el equilibrio, y al finalizar el mismo la posición verdaderamente alcanzada será x_r , la cual depende tanto de la velocidad a la que acontece el proceso, dx_r/dt (dada por la ecuación [48]), como de la posición de partida del mismo, x_0 , como se muestra en la siguiente figura.

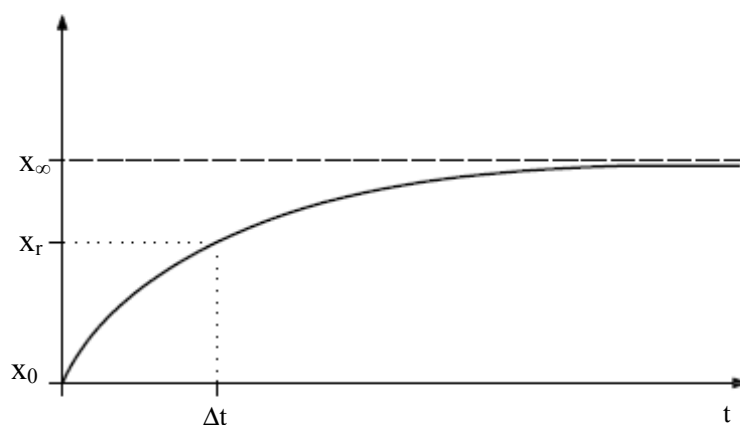


Figura 28. Esquema del modelo dinámico de evolución propuesto.

Para la resolución del modelo dinámico (integración de la ecuación [48]) es necesario establecer una correlación entre la energía del sistema, m_{0b} , y su correspondiente posición de equilibrio, x_{∞} , así como determinar el valor de los parámetros de ajuste $C^{\pm}$ y μ que escalan la velocidad de relajación del modelo.

Yates et al. (2009) propusieron una relación entre la energía y la posición de equilibrio lineal basada en el ajuste empírico de datos medidos en campo (véase figura 18), lo cual añade 2 parámetros de ajuste al modelo complicando notablemente el proceso de calibración del mismo.

Cabe señalar que estos parámetros hasta el momento solo han sido calibrados para ciertas playas en el Pacífico californiano (Yates et al., 2009 y 2011) y no se ha establecido ninguna relación de los mismos con las características de las playas consideradas.

Para reducir el número de parámetros de ajuste en el modelo de evolución desarrollado en la presente tesis se recurre a un modelo estático de equilibrio para el perfil de la playa, que permite establecer la relación entre m_{0b} y x_{∞} .

Además se han analizado otros dos modelos dinámicos que presentan tan solo 2 constantes de calibración, el primero de ellos, particularizando la ecuación [48] con $\mu=0$, del siguiente modo:

$$\frac{dx_r(t)}{dt} = C^{\pm} \cdot (m_{0b} - m_{0b}^{\infty}(x_r)) \quad [49]$$

El segundo, siguiendo a Kriebel (1986), o más recientemente a Miller y Dean (2004), eliminando toda influencia de la energía del oleaje en la velocidad de relajación del modelo mediante una ley cinética de primer orden de la siguiente forma:

$$\frac{dx_r(t)}{dt} = C^{\pm} \cdot (x_{\infty} - x_r) \quad [50]$$

Donde x_{∞} es la posición de equilibrio de la línea de costa correspondiente al oleaje incidente.

3.2.2. Modelo estático de equilibrio del perfil

De la definición de perfil de equilibrio de Larson (1991) “una playa con tamaño de grano concreto, expuesta a unas condiciones de oleaje constante, desarrollará un perfil que no evoluciona con el tiempo” se infiere que la forma del perfil de equilibrio depende tanto de las características físicas de la playa (tamaño de grano) como de la energía aportada al sistema a través del oleaje.

Por lo tanto, dada una playa, no existe un único perfil de equilibrio asociado a la misma, sino infinitos perfiles de equilibrio asociados a diferentes estados de mar.

De este modo surge el concepto de **envolvente de perfiles de equilibrio** asociada a la playa, como la curva que circunscribe al conjunto de los infinitos perfiles de equilibrio que puede presentar la misma y la **curva de energía de equilibrio** asociada a la anterior envolvente, que permite correlacionar la energía del sistema, m_{0b} , con la posición de la línea de costa en su correspondiente perfil de equilibrio, x_{∞} .

Estos dos últimos conceptos han sido elaborados *ad hoc* para el desarrollo del modelo de evolución de la línea de costa presentado en esta tesis y se explicarán detalladamente más adelante.

El modelo estático propuesto permite determinar tanto el perfil de equilibrio de la playa que corresponde a un oleaje incidente dado, asumiendo que éste es estacionario durante suficiente tiempo, como la envolvente completa de perfiles de equilibrio y la curva de energía de equilibrio.

Perfil de equilibrio del modelo estático

El perfil de equilibrio considerado consiste en un perfil biparábólico (Bernabeu, 1999) en el que se distinguen dos tramos:

- Tramo de rotura: desde la línea de costa hasta la profundidad de rotura.

- Tramo de asomeramiento: desde la profundidad de rotura hasta la profundidad de cierre del perfil.

Ambos tramos corresponden a una parábola de exponente 2/3 pero presentan distinto parámetro de escala y abscisa en el origen, como se muestra en la siguiente figura.

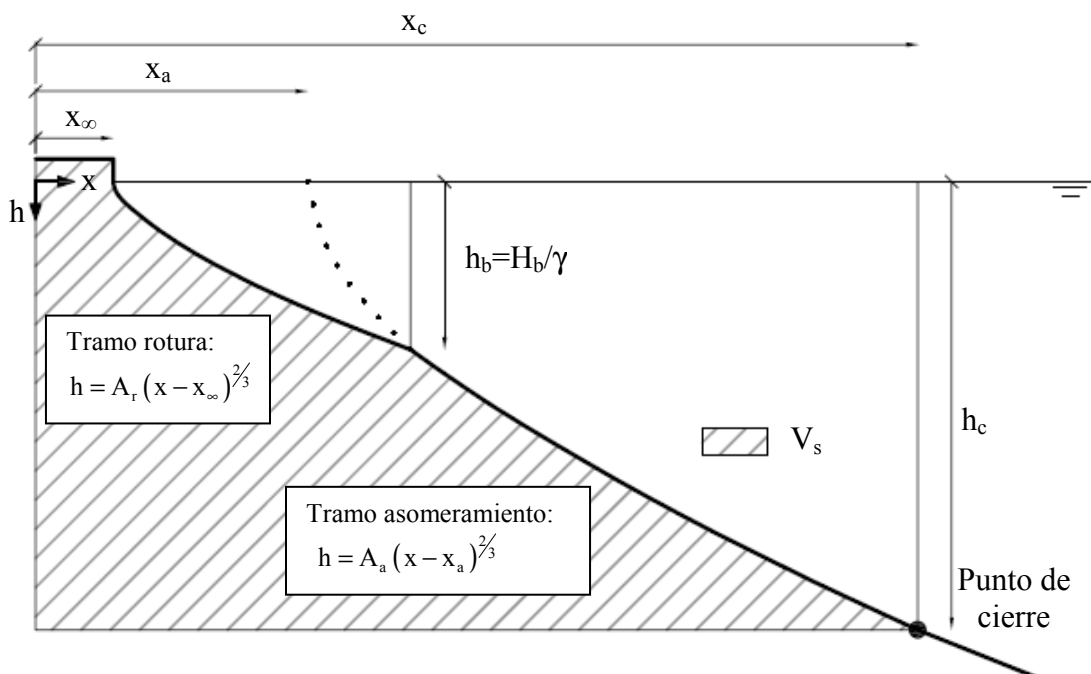


Figura 29. Esquema del perfil de equilibrio considerado.

La profundidad del perfil en el punto de rotura, h_b , viene dado por la altura significativa en rotura del oleaje incidente, H_b , en virtud del coeficiente de proporcionalidad γ (véase figura 29).

Por encima de la línea de costa se dispone una berma de playa idealizada de altura constante, mientras que bajo la profundidad de cierre el perfil de playa permanece constante en todo momento, por lo que su definición resulta irrelevante a los efectos que nos ocupan.

Las ecuaciones que rigen el perfil de equilibrio propuesto se detallan en el apartado 3.5.1.

Evolución hasta el equilibrio según el modelo estático

Partiendo de este perfil de equilibrio se establece un modelo estático de equilibrio del perfil análogo al modelo morfológico de evolución estacional propuesto por Bernabeu (1999), véase figura 17, en el que a partir de los perfiles de verano y de invierno, conocidos a priori, y de la condición de conservación del volumen de sedimentos se obtiene la profundidad de cierre y el desplazamiento relativo entre perfiles a nivel de la línea de costa.

El método propuesto por Bernabeu (1999), da lugar a geometrías sencillas en el caso de disponer únicamente de dos perfiles (invierno-verano), pero se complica notablemente si se pretende valorar una sucesión de gran número de perfiles debido a que cada par de

perfiles consecutivos presenta distinto punto de cierre y por lo tanto la forma de equilibrio de cada perfil dependería de los perfiles precedentes.

Por ello, el proceso de cálculo de cada perfil de equilibrio en el modelo estático propuesto ha de ser el contrario al descrito por Bernabeu (1999):

- En primer lugar se fija la profundidad de cierre (según la formulación empírica de Hallermeier, 1981), que permanecerá constante para todos los perfiles de equilibrio de la serie (x_c, h_c). Así como el parámetro de forma de la curva del tramo de rotura, A_r .
- Posteriormente se obtienen tanto la forma de la curva del tramo de asomeramiento (A_a, x_a) como la posición de la línea de costa (x_∞) a partir de la condición de conservación de volúmenes: el volumen acumulado en la parte alta del perfil tiene que ser igual al volumen erosionado en la parte baja o viceversa ($V_a = V_e$, véase figura 30), es decir el volumen de sedimentos de la playa se conserva ($V_s = \text{constante}$, véase figura 29).

Así partiendo de una posición inicial de la línea de costa, $x_{r,i}$, asociada a un perfil de forma conocida con profundidad de rotura $h_{b,i}$, el oleaje incidente con altura de ola significativa en rotura $H_{b,i}$, estacionario y de duración infinita, $\Delta t \rightarrow \infty$, provocará un desplazamiento de la línea de costa hasta su posición de equilibrio, $x_{\infty,i}$, asociada a un perfil de equilibrio con profundidad de rotura, h_b^∞ , como se muestra en la siguiente figura.

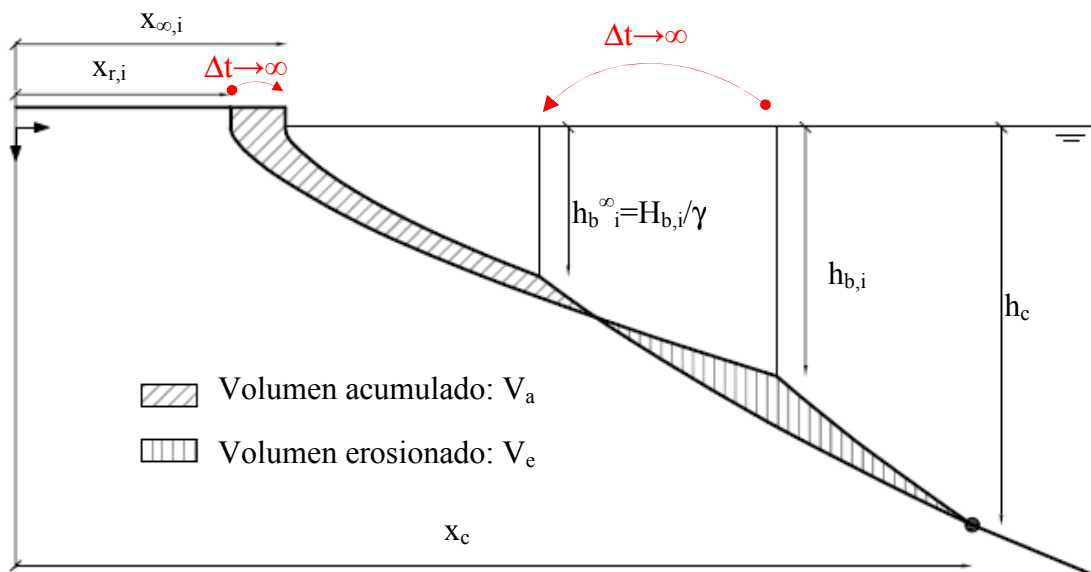


Figura 30. Esquema del modelo estático de evolución propuesto para un caso de acreción.

Por lo tanto, este modelo reproduce igualmente tanto procesos de erosión como de acreción y da lugar a los dos mecanismos fundamentales de evolución del perfil de playa descritos por Sunamura y Horikawa (1974), véase figura 23:

- Cuando la profundidad de rotura en el equilibrio es mayor que la profundidad de rotura en el perfil inicial, correspondiendo a un estado de mar con mayor altura de ola en rotura, se produce la erosión de la parte alta del perfil, con el

consecuente retroceso de la línea de costa y la acumulación del sedimento erosionado al pie de la playa.

- Por el contrario, cuando la profundidad de rotura en el equilibrio correspondiente al oleaje incidente es menor que la profundidad de rotura inicial, se da lugar a un proceso de acreción, en el que el sedimento repta desde la parte baja del perfil hacia la parte alta provocando el avance de la línea de costa, véase figura 30.

Envolvente de perfiles de equilibrio y curva de energía de equilibrio

En el modelo estático propuesto la posición de equilibrio, $x_{\infty,i}$, que alcanza el perfil es independiente de la posición inicial, $x_{r,i}$, y solo depende de la altura de ola en rotura del oleaje incidente, $H_{b,i}$. Por lo tanto puede determinarse a priori el conjunto de todos los perfiles de equilibrio asociados a una sucesión de N estados de mar ($x_{\infty,i}$, $i=1,\dots,N$), caracterizados por sus correspondientes alturas de ola en rotura $H_{b,i}$, $i=1,\dots,N$.

Como se ha mencionado anteriormente, la envolvente de perfiles de equilibrio debe su nombre a que constituye una envolvente superior del conjunto de los N perfiles de equilibrio asociados a los N estados de mar, como se muestra en la siguiente figura.

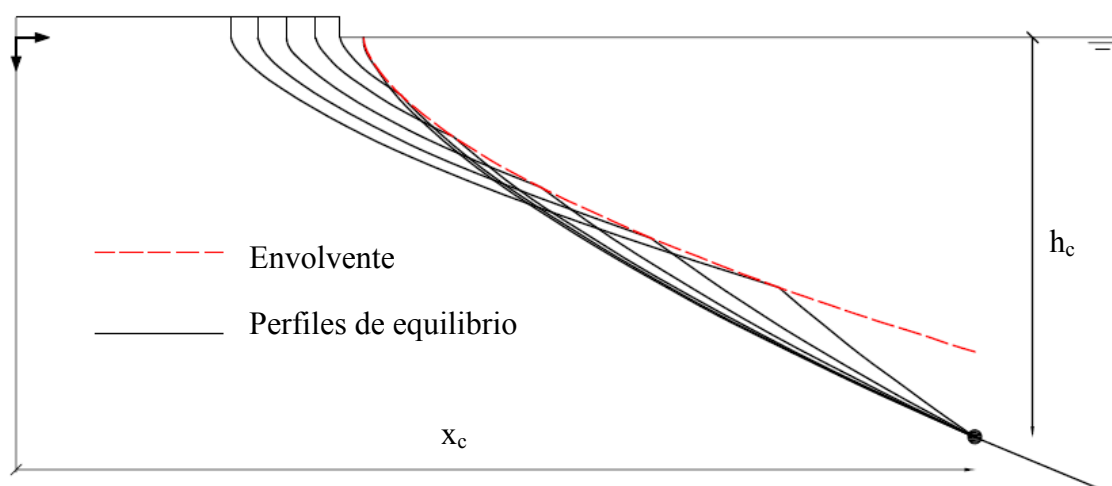


Figura 31. Esquema de la envolvente de perfiles de equilibrio.

A la vista de la misma, la **envolvente de perfiles de equilibrio** puede definirse como el lugar geométrico de los puntos de rotura de los diversos perfiles de equilibrio que puede presentar una misma playa.

Por lo tanto la envolvente de perfiles de equilibrio establece una correspondencia biunívoca entre la posición de la línea de costa del perfil en el equilibrio, x_{∞} , y la profundidad del punto de rotura, h_b .

Permitiendo finalmente correlacionar la energía del oleaje existente, m_{0b} (momento de orden 0 del oleaje en rotura), con su correspondiente posición de equilibrio de la línea de costa x_{∞} , teniendo en cuenta la siguiente ecuación.

$$m_{0b} = \left(\frac{H_b}{4.004} \right)^2 = \left(\frac{h_b \gamma}{4.004} \right)^2 \quad [51]$$

Donde, asumiendo la hipótesis simplificadora de que se trata de un proceso de banda estrecha, H_b puede asimilarse a la altura significativa de ola en rotura.

Se define como **curva de energía de equilibrio** a la curva que correlaciona la energía del oleaje existente, m_{0b} (momento de orden 0 del oleaje en rotura), con su correspondiente posición de equilibrio de la línea de costa x_∞ , la cual se muestra esquemáticamente en la siguiente figura.

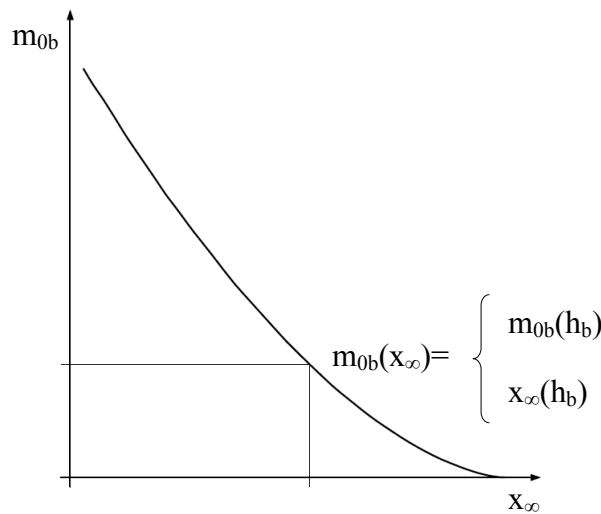


Figura 32. Esquema de la curva de energía de equilibrio.

Gracias a la obtención de esta curva de energía de equilibrio a partir del modelo estático del perfil, es posible llevar a cabo la integración del modelo dinámico descrito en el apartado anterior, como se detalla en el apartado 3.6.

Es necesario señalar, sin embargo, que la curva de energía de equilibrio obtenida a partir del modelo estático propuesto se define originalmente en modo paramétrico: $\{m_{0b}(h_b), x_\infty(h_b)\}$ (véase figura 32), de tal forma que es necesario desarrollar una forma explícita aproximada de la misma, $m_{0b}(x_\infty)$ para proceder a la integración del modelo dinámico. Por ello en la presente tesis se explora tanto una aproximación lineal por tramos como una aproximación parabólica para la misma.

Cabe destacar por último, que en el caso de la aproximación lineal por tramos, la ecuación [49] es equivalente a una ley cinética de primer orden (Kriebel, 1986, Miller y Dean, 2004), en virtud de la relación lineal y biunívoca que se establece entre m_{0b}^∞ y x_r , mientras que en el caso de la aproximación parabólica el modelo resultante corresponde a una ley cinética de segundo orden.

3.2.3. El modelo de evolución en el medio plazo

Hasta ahora, el modelo de evolución propuesto parte de la hipótesis de oleaje estacionario y por lo tanto solo es aplicable en el contexto de un estado de mar.

A través de la sucesión temporal de las diversas formas del perfil de playa (que no están necesariamente en equilibrio pero que presentan una forma de equilibrio), en último término se pretende obtener la serie de posiciones de la línea de costa $x_{r,i}$, correspondiente a una sucesión de N estados de mar, caracterizados por sus correspondientes alturas de ola en rotura $H_{b,i}$, $i=1,\dots,N$.

Para ello, partiendo de un perfil de forma conocida con posición inicial de la línea de costa en $x_{r,i}$, el oleaje incidente de altura de ola significativa en rotura, $H_{b,i}$, estacionario durante un tiempo Δt (duración del estado de mar), provocará un desequilibrio en el perfil que dará lugar al desplazamiento de la línea de costa hasta la posición $x_{r,i+1}$. Sin llegar a alcanzarse la posición de equilibrio, $x_{\infty,i}$, asociada al perfil de equilibrio correspondiente al oleaje incidente, con profundidad de rotura, $h_{b,i}^{\infty}=H_{b,i}/\gamma$ como se muestra en la figura 33.

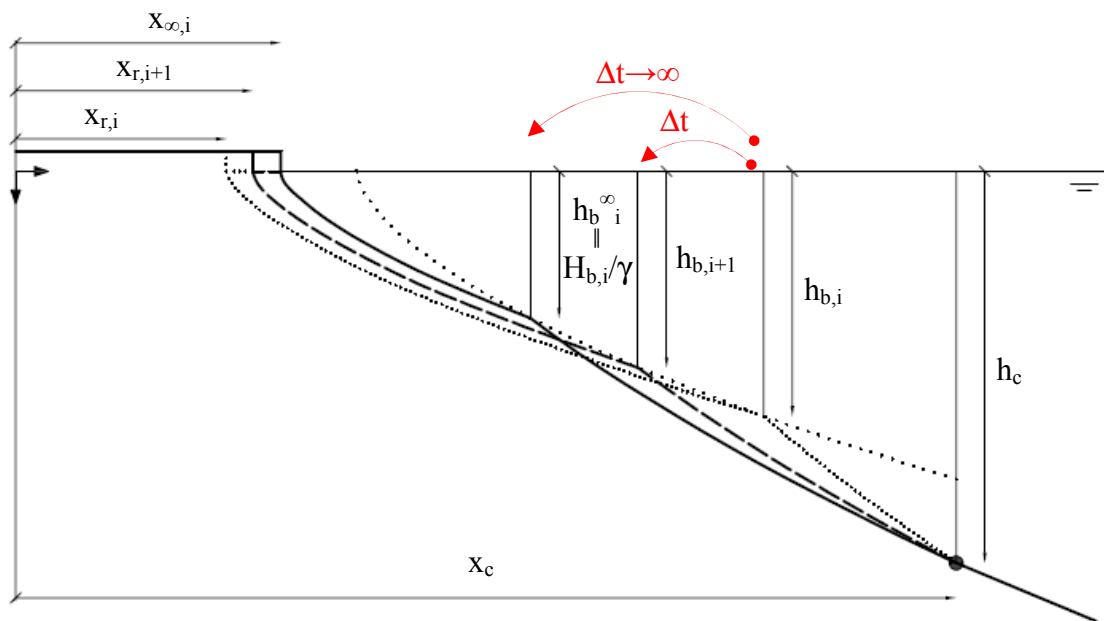


Figura 33. Esquema del modelo de evolución propuesto durante un estado de mar.

Se asume como hipótesis que la forma del perfil alcanzado al finalizar el estado de mar, si bien no está en equilibrio con el oleaje de altura de ola $H_{b,i}$, presenta la forma de un perfil de equilibrio (véase figura 33).

Por lo tanto, cabe destacar que en el modelo de evolución desarrollado en la presente tesis, el perfil de la playa tendrá en todo momento la forma de un perfil de equilibrio, incluso cuando no se encuentre en equilibrio.

O expresado de otro modo: un perfil de playa con profundidad en rotura, $h_{b,i}$, que no se encuentre en equilibrio, es igual a un perfil de equilibrio asociado a un oleaje incidente distinto del reinante (Wright et al., 1985), el de altura de ola significativa en rotura $H_{b,i}^{\infty}=\gamma h_{b,i}$.

Continuando con el procedimiento para ampliar la escala temporal de aplicación del modelo hasta el medio plazo, si en lugar de considerar un único estado de mar con oleaje estacionario, se considera una sucesión de N estados de mar caracterizados por sus correspondientes alturas de ola en rotura, $H_{b,i}$, $i=1,\dots,N$, asumiendo la hipótesis de oleaje estacionario durante la duración, Δt , de cada estado de mar de la serie, se puede

obtener su correspondiente serie de posiciones de la línea de costa, $x_{r,i}$, $i=1,\dots,N$, mediante un algoritmo recursivo como se esquematiza en la figura 34.

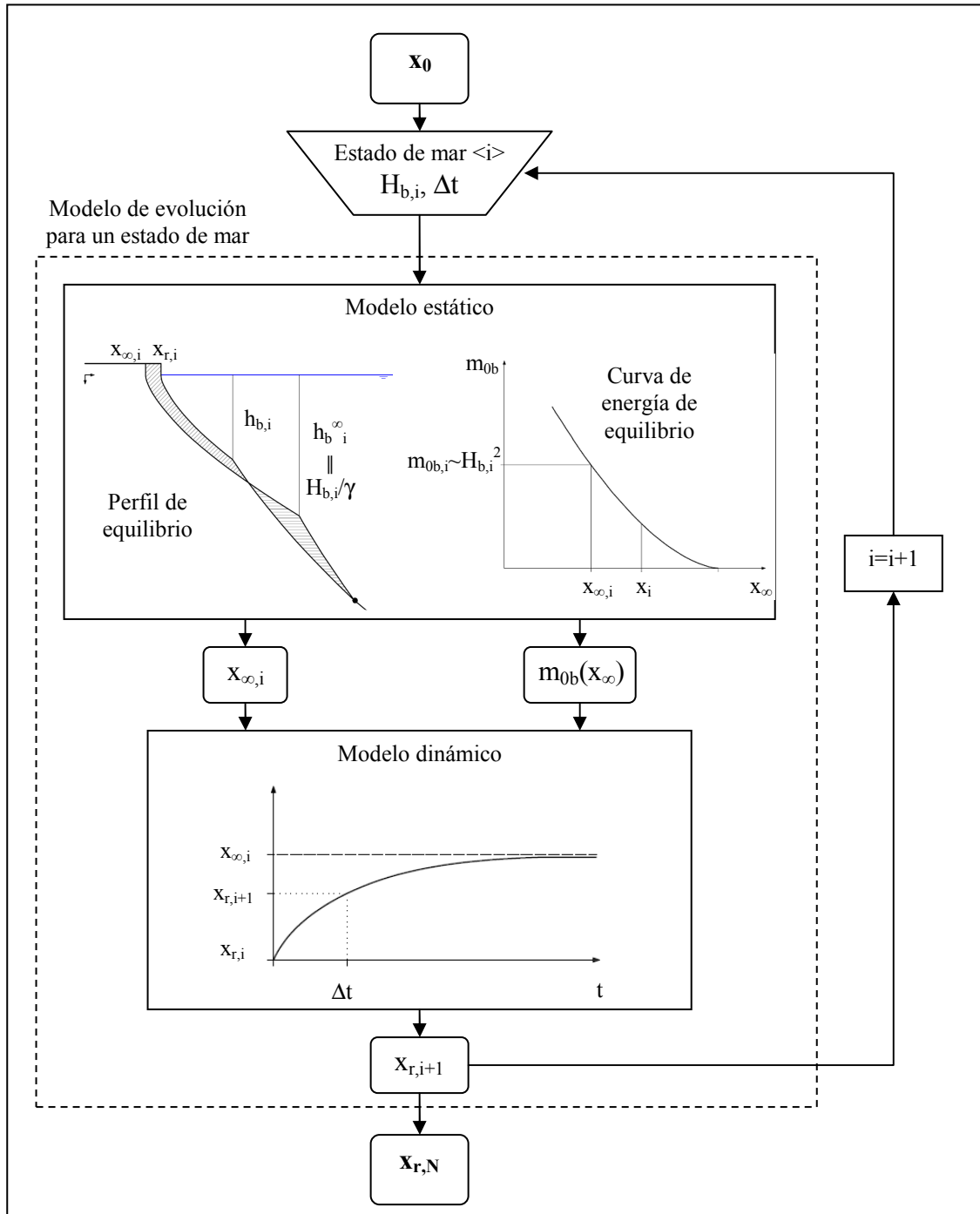


Figura 34. Esquema del modelo de evolución secuencial propuesto.

De este modo se resuelve la evolución de la línea de costa en el medio plazo a través de un esquema de cálculo iterativo, constituyendo éste el **modelo de evolución secuencial** para el medio plazo.

También es posible plantear la resolución analítica del modelo de evolución en el medio plazo a través de la integración del modelo dinámico propuesto en el intervalo $(t_0, T=t_N) \gg \Delta t$, obteniéndose así la **forma integral del modelo de evolución**.

Esta solución sin embargo conlleva importantes limitaciones debido a que solo es posible su cálculo para la aproximación lineal por tramos de la curva de energía de equilibrio y en el caso de que el coeficiente de calibración del modelo, $C^\pm$, sea constante durante el intervalo temporal considerado, como se expone en detalle en el apartado 3.8.1.

3.2.4. Desarrollos posteriores del modelo

A partir de la forma integral del modelo de evolución en el medio plazo se desarrollan los conceptos simétricos de tiempo de recuperación, TR, y memoria de la playa, MP (Turki, 2011).

El **tiempo de recuperación de la playa** es el tiempo que ha de pasar para que se disipe el 99% de una perturbación producida en la actualidad.

Por lo tanto, el tiempo de recuperación de la playa depende tanto de las características físicas de la playa como del oleaje futuro y permite cuantificar la resiliencia de la playa, proporcionando una valiosa información para prever el comportamiento de la playa en términos estadísticos.

Por el contrario, la **memoria de la playa** es el tiempo que ha pasado desde que tuvo lugar una perturbación de la que en la actualidad solo queda el 1% por disipar.

A partir de este concepto de memoria de la playa se ha obtenido la denominada como **función de memoria de la playa** que permite desarrollar una variante del modelo de evolución para el medio plazo en su forma integral (analítico), independiente de la posición inicial de la línea de costa.

Empleando como pesos de la ponderación los resultados de la función de memoria de la playa se ha calculado la **energía del oleaje precedente ponderada** y se demuestra que esta energía es equivalente a la energía de equilibrio de la playa empleada en el modelo de evolución propuesto.

Finalmente se presentan ábacos para estimar el **transporte transversal de sedimentos** consistentes con la geometría del modelo estático de equilibrio del perfil asociado al modelo de evolución propuesto en la presente tesis.

Todos los desarrollos aquí mencionados se detallan en el capítulo 5 de la presente tesis.

3.3. Hipótesis fundamentales del modelo de evolución

Debido a la gran complejidad de los sistemas morfodinámicos en playas, durante el desarrollo teórico del modelo de evolución propuesto en la presente tesis ha sido necesario asumir un importante número de hipótesis simplificadoras.

Estas hipótesis limitan la aplicabilidad del modelo propuesto por lo que es fundamental tenerlas presentes en todo momento, por ello se resume una recopilación de las mismas a continuación.

3.3.1. Ortogonalidad de los procesos

Aunque todos los procesos morfodinámicos de una playa son esencialmente tridimensionales, la complejidad de los mismos complica notablemente su estudio y comprensión como tales.

Por tanto es necesario asumir la hipótesis de ortogonalidad de los procesos longitudinales y transversales de la playa, de modo que cualquier movimiento de la playa puede ser analizado estudiando los movimientos longitudinales y transversales de la misma separadamente.

Es decir, en virtud de la hipótesis de ortogonalidad de los procesos, el movimiento de traslación de la línea de costa debido al transporte transversal de sedimentos a lo largo del perfil ha sido analizado separadamente de los movimientos asociados al transporte longitudinal de sedimentos.

Cabe señalar que la hipótesis de ortogonalidad es, en general, suficientemente aproximada a la realidad en el caso de playas abiertas con estados morfodinámicos extremos (disipativas o reflejantes). Sin embargo en playas con estados morfodinámicos intermedios o en playas encajadas, con una forma en planta de gran curvatura, en las que existe una notable interacción planta-perfil, el análisis por separado del perfil y la planta debe realizarse con cautela.

3.3.2. Forzamientos del modelo

En lo relativo a los forzamientos del modelo, en primer lugar cabe destacar que el oleaje es el único forzamiento considerado por el modelo de evolución de la línea de costa propuesto.

Por lo tanto se asume la hipótesis de que ningún otro agente hidrodinámico (variaciones del nivel de mar, corrientes, viento,...) tienen repercusión en la evolución de la línea de costa.

Además de la anterior hipótesis fundamental ha sido necesario asumir diversas hipótesis simplificadoras sobre el forzamiento considerado (oleaje) en distintos puntos del desarrollo del modelo de evolución propuesto, entre las que destacan las siguientes:

- Altura de ola significativa en rotura proporcional a la profundidad del perfil.
- Distribución Rayleigh para la altura de ola del espectro del oleaje en rotura.

Es de señalar que existen en la literatura múltiples criterios de rotura así como distribuciones más apropiadas para el oleaje en rotura, que sin embargo complicarían notablemente el desarrollo teórico del modelo de evolución sin que, en principio den lugar a mejoras sustanciales en el mismo.

3.3.3. Condición de estacionario del oleaje durante el estado de mar

Atendiendo por ejemplo al registro realizado por una boya que mida las fluctuaciones de la superficie libre del agua en el mar, es evidente que las características del oleaje se encuentran en permanente cambio, resultando que la escala temporal de variación de las mismas es del orden de segundos (periodo de una ola).

Para simplificar la caracterización del oleaje se recurre a la discretización temporal del registro continuo en intervalos de tiempo mayores, del orden de una hora. Las características promedio del oleaje durante este intervalo constituyen un “estado de mar”.

Se asume la hipótesis de que las características medias del oleaje permanecen estacionarias durante la duración de un estado de mar y por tanto todas las variables que caracterizan el oleaje pueden definirse mediante funciones constantes a saltos.

3.3.4. Conservación de las características físicas de la playa

En el marco del modelo de evolución desarrollado es necesario asumir que existen determinadas características físicas de la playa que permanecen constantes a lo largo del tiempo.

Estas características físicas se han denominado “invariantes del perfil de playa” y se enumeran someramente a continuación:

- El tamaño de grano del sedimento de la playa y su ángulo de rozamiento interno.
- La altura de la berma de la playa seca.
- La cota de la línea de costa.
- El punto de cierre del perfil activo.
- El volumen de sedimento contenido en el perfil activo.

3.3.5. Unicidad del perfil de equilibrio

Aún asumiendo la hipótesis de conservación de los invariantes del perfil de playa, una playa puede presentar infinitos perfiles de equilibrio cada uno de ellos asociado a un oleaje incidente, siempre y cuando este oleaje se mantenga estacionario durante el tiempo suficiente para que se desarrolle completamente el perfil de equilibrio.

La hipótesis de unicidad del perfil de equilibrio implica que existe una relación biunívoca entre la energía del oleaje incidente y la forma de su correspondiente perfil de equilibrio. De forma que el perfil de equilibrio alcanzado no depende de la forma inicial del perfil.

En principio la hipótesis de unicidad del perfil de equilibrio es aceptable en los casos de oleaje muy energético, mientras que en los casos de oleaje poco energético es posible que la parte más profunda del considerado a priori como perfil activo de la playa no pueda movilizarse (Kriebel y Dean, 1993) dando lugar a una forma del perfil de equilibrio dependiente del perfil inicial.

3.3.6. Forma del perfil durante su evolución hacia el equilibrio

Cuando el perfil de playa no se encuentra en su estado final de equilibrio, se asume la hipótesis de que su forma corresponde a la de un perfil de equilibrio asociado a un oleaje incidente distinto del reinante (Wright et al., 1985), lo cual constituye una hipótesis habitual en el ámbito de los modelos de evolución de una línea.

De este modo, en el modelo de evolución desarrollado en la presente tesis, el perfil de la playa tendrá en todo momento la forma de un perfil de equilibrio, incluso cuando no ha alcanzado la forma final de equilibrio asociada al oleaje incidente y por tanto la relación biunívoca existente entre la energía del oleaje incidente y la forma de su

correspondiente perfil de equilibrio derivada de la hipótesis de unicidad del perfil es recíproca.

Es decir que existe también una relación biunívoca entre una forma de perfil cualquiera y la energía del oleaje incidente para la cual este perfil de playa se encontraría en equilibrio. Para garantizar esto es necesario considerar la energía del oleaje en rotura y no, por ejemplo, en aguas profundas.

3.4. Escalas espaciales y temporales de aplicación

La complejidad de los sistemas costeros y en particular de las playas se debe en gran medida a la multiplicidad de escalas tanto espaciales como temporales de los procesos involucrados en su morfodinámica.

Estas escalas abarcan desde los centímetros (turbulencia), hasta las decenas de kilómetros (marea) y desde los segundos (olas) hasta las décadas (ascenso del nivel medio del mar). De forma que todas estas dinámicas provocan cambios en la playa dentro de las mismas diversas escalas, como se muestra en la figura 35.

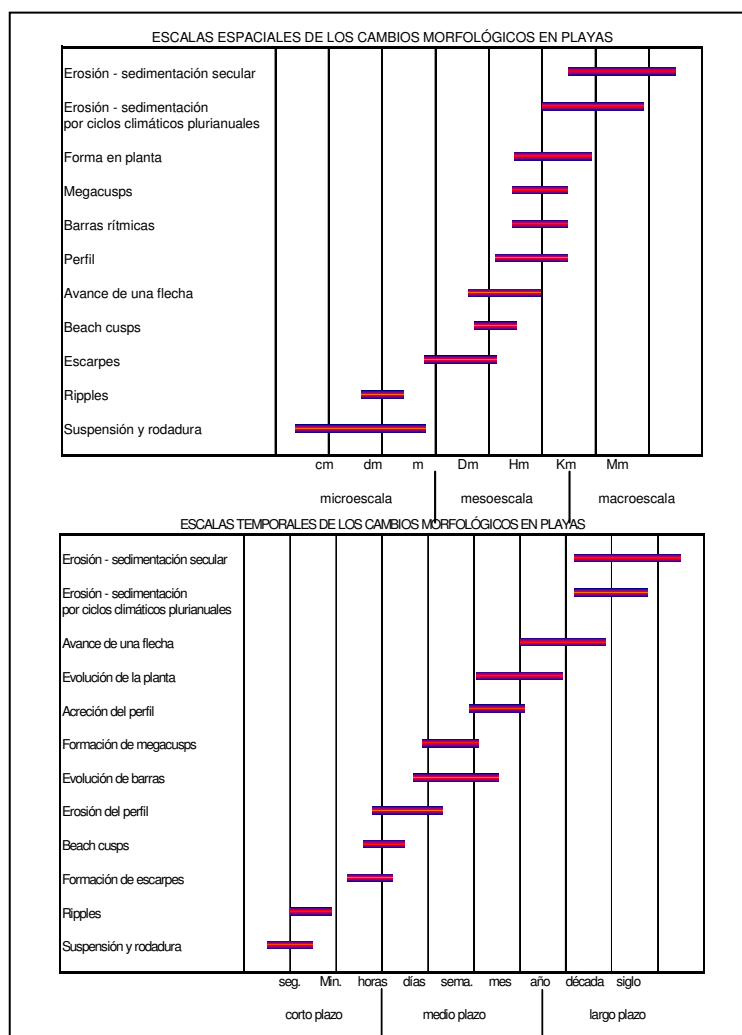


Figura 35. Escalas espaciales y temporales típicas de algunos cambios morfológicos de las playas, tomada de Medina y Requejo (2008).

En general las escalas de los procesos morfodinámicos acontecidos en las playas pueden clasificarse espacialmente en micro-escala, meso-escala y macro-escala y temporalmente en corto plazo, medio plazo y largo plazo.

Para caracterizar los procesos de erosión y sedimentación promedios de la playa, la escala espacial de interés corresponde a la meso y macro-escala (centenas de m a km).

En cuanto a la escala temporal resulta de interés tanto el corto plazo, a nivel de estado de mar para caracterizar la erosión producida por un temporal, como el medio plazo, del orden de meses a años para caracterizar la evolución estacional de la línea de costa.

3.5. Modelo estático de equilibrio del perfil

En primer lugar es necesario destacar que el perfil de equilibrio introducido en el modelo de evolución propuesto ha de entenderse como una estrategia geométrica que permite correlacionar los movimientos de la línea de costa con las características físicas de la playa por un lado y por otro con la energía entrante en el sistema en forma de oleaje.

Dicho de otro modo, la consideración de un perfil de equilibrio responde a la necesidad de reducir los grados de libertad del modelo de evolución de la línea de costa pero no pretende reproducir los movimientos reales del perfil de la playa sumergida.

Esto no significa que el perfil propuesto sea enteramente ficticio, ya que las características del perfil se establecen o bien a partir de mediciones sobre el perfil real o a través de conocidas fórmulas empíricas ampliamente validadas, como se expone a continuación.

3.5.1. Características del perfil de equilibrio

El perfil de playa se define en un sistema coordenado en el que las abscisas se miden desde una referencia arbitraria en el trasdós de la playa.

Sin embargo la localización del origen de ordenadas no puede ser tomada de forma arbitraria, ya que ha de coincidir con la cota de la línea de costa, cuya referencia altimétrica se define en el apartado 3.5.4.

El perfil de equilibrio considerado es similar al propuesto por Bernabeu (1999), despreciando los efectos de la reflexión. Éste es, de todos los perfiles existentes en la literatura, el más sencillo que satisface los requerimientos geométricos necesarios para ser de utilidad en el modelo de evolución desarrollado en la presente tesis.

Consiste en dos tramos parabólicos de exponente 2/3, similares al perfil de Dean (1977) (véase figura 36) del siguiente modo:

- Perfil de rotura: tramo desde la línea de costa hasta el punto de rotura.

$$h = A_r (x - x_\infty)^{2/3}; \quad x_\infty < x < x_b$$

[52]

- Perfil de asomeramiento: tramo desde el punto de rotura hacia aguas profundas.

$$h = A_a (x - x_a)^{2/3}; \quad x_b < x < x_c \quad [53]$$

Donde:

h : Profundidad de cada punto del perfil.

x : Posición horizontal de cada punto del perfil.

A_r : Parámetro de escala de la parábola de rotura.

x_∞ : Posición horizontal de la parábola de rotura en el origen ($h=0$) o posición de la línea de costa en el equilibrio.

B : Altura de la berma.

A_a : Parámetro de escala de la parábola de asomeramiento.

x_a : Posición horizontal de la parábola de asomeramiento en el origen ($h=0$).

h_b : Profundidad de rotura.

x_b : Posición horizontal del punto de rotura.

h_c : Profundidad de cierre.

x_c : Posición horizontal del punto de cierre.

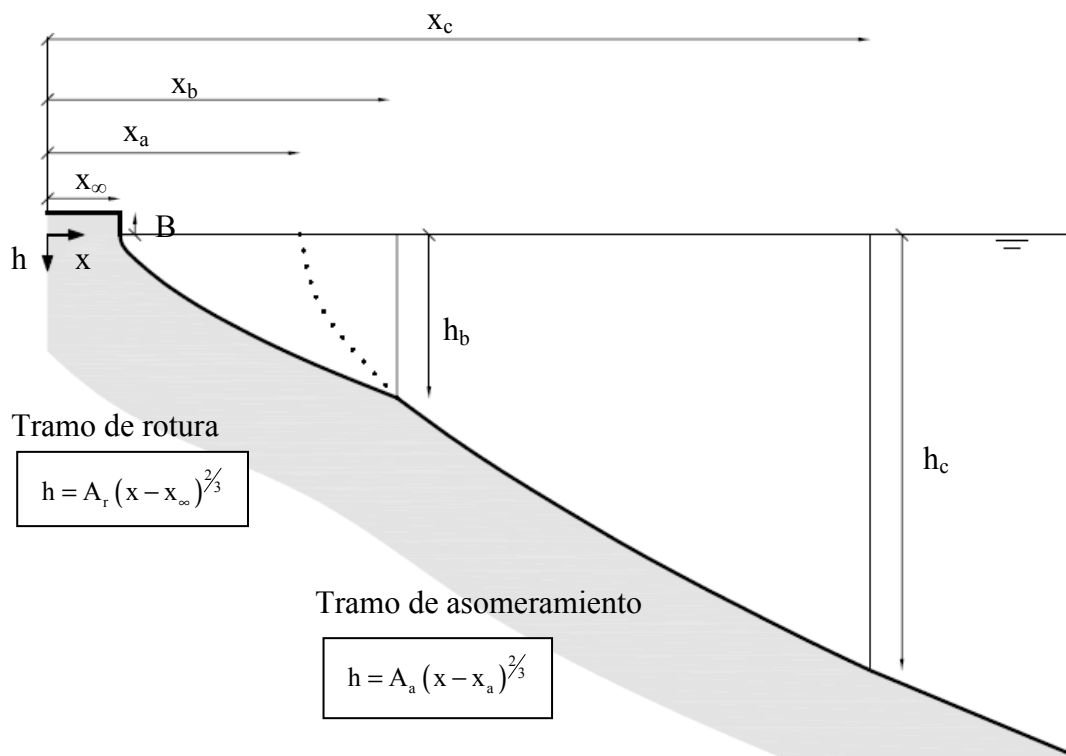


Figura 36. Esquema del perfil de equilibrio del modelo trasversal.

Por encima de la línea de costa se asume una altura de berma constante, B , mientras que por debajo de la profundidad de cierre el perfil permanece invariante por lo que no se requiere su determinación a los efectos que nos ocupan.

El modelo de perfil de equilibrio así propuesto consta de 4 grados de libertad, dados por las abscisas en el origen (x_∞ y x_a) y los parámetros de escala (A_r y A_a) de cada uno de los dos tramos del perfil (rotura y asomeramiento respectivamente).

3.5.2. Envolvente de perfiles de equilibrio

Como se ha expuesto con anterioridad una playa puede presentar infinitos perfiles de equilibrio cada uno de ellos asociado a un oleaje estacionario y de duración suficiente.

Sin embargo, dado que hay características físicas de la playa que permanecen constantes, existirán también características comunes a todos los perfiles de equilibrio que puede presentar una playa. Estos elementos fijos, en el marco del modelo de evolución desarrollado en la presente tesis, son los denominados como “invariantes del perfil”.

Los invariantes del perfil en el modelo propuesto son los siguientes:

- El tamaño medio de grano del sedimento de la playa (D_{50}) y su ángulo de rozamiento interno (Φ).
- La altura de la berma de la playa seca (B).
- La cota de la línea de costa (Nivel de referencia).
- El punto de cierre del perfil (x_c, h_c).
- El volumen de sedimento contenido en el perfil activo (V_s).

A partir del conocimiento de los anteriores invariantes pueden reducirse los 4 grados de libertad del modelo estático, dados por las abscisas en el origen (x_∞ y x_a) y los parámetros de escala (A_r y A_a), a tan solo uno.

Para ello, se asume que el tramo de rotura el perfil de playa se encuentra en equilibrio en todo momento y para su definición se ha utilizado la formulación propuesta por Dean (1977). Dado que el parámetro de forma de esta curva, A_r , depende únicamente del tamaño de grano del sedimento de la playa (Dean, 1987), D_{50} , que es un invariante, la forma del tramo de rotura también lo será.

Es decir que la forma del perfil en el tramo de rotura no varía en función del oleaje incidente. Sin embargo sí varía su abscisa en el origen, que coincide con la posición de equilibrio de la línea de costa, x_∞ , por lo que el tramo de rotura así definido presenta un grado de libertad.

El tramo de asomeramiento se define, al igual que el tramo de rotura, mediante una curva parabólica de exponente 2/3. Sin embargo ni su parámetro de forma, A_a , ni su abscisa en el origen, x_a , están determinados a priori y proporcionan 2 grados de libertad al modelo.

En definitiva, el modelo en este punto presenta 3 grados de libertad (x_∞ , A_a y x_a), por lo que es necesario imponer las siguientes 3 restricciones geométricas al perfil de equilibrio para su determinación, véase figura 36:

- Cierre del perfil activo. El perfil de equilibrio ha de pasar en todo momento por el punto de cierre (x_c, h_c), que es un invariante.
- Conservación del volumen de sedimento, V_s , en el perfil activo, que es un invariante. Lo cual implica que no hay transporte de sedimento transversal hacia mar desde el punto de cierre del perfil y que la playa está en equilibrio en lo que a transporte longitudinal se refiere.

- Condiciones de acuerdo entre los dos tramos en el punto de rotura, cuya profundidad, h_b , es conocida en función del oleaje incidente, H_b , según la constante de proporcionalidad γ ($h_b = H_b/\gamma$).

Por lo tanto, conocidos los invariantes del perfil de equilibrio, éste presenta un único grado de libertad, dependiente de la altura de ola en rotura del oleaje incidente, H_b , la cual determina el punto de intersección de los dos tramos del perfil de equilibrio correspondiente a la profundidad de rotura, h_b .

Existiendo infinitos perfiles de equilibrio cada uno de ellos correspondientes a un oleaje incidente distinto.

La curva circunscrita al conjunto de todos estos perfiles se ha denominado “envolvente de perfiles”.

Esta curva permite conocer una cota superior e inferior del movimiento de la línea de costa en el modelo de evolución, desarrollar diversas alternativas para el establecimiento de los invariantes del perfil y establecer limitaciones a los valores de los distintos invariantes, como se detalla más adelante, por lo que su análisis resulta de gran utilidad de cara a la comprensión del funcionamiento del modelo de evolución propuesto.

Para el cálculo de la envolvente de perfiles se parte de la hipótesis de conservación del sedimento en el perfil activo de la playa, V_s , que permite obtener una correlación entre la posición de la línea de costa, x_∞ , y la profundidad de rotura del correspondiente perfil de equilibrio, h_b .

Para ello se calcula el volumen de sedimento en el perfil activo en función de las curvas del perfil de equilibrio como sigue.

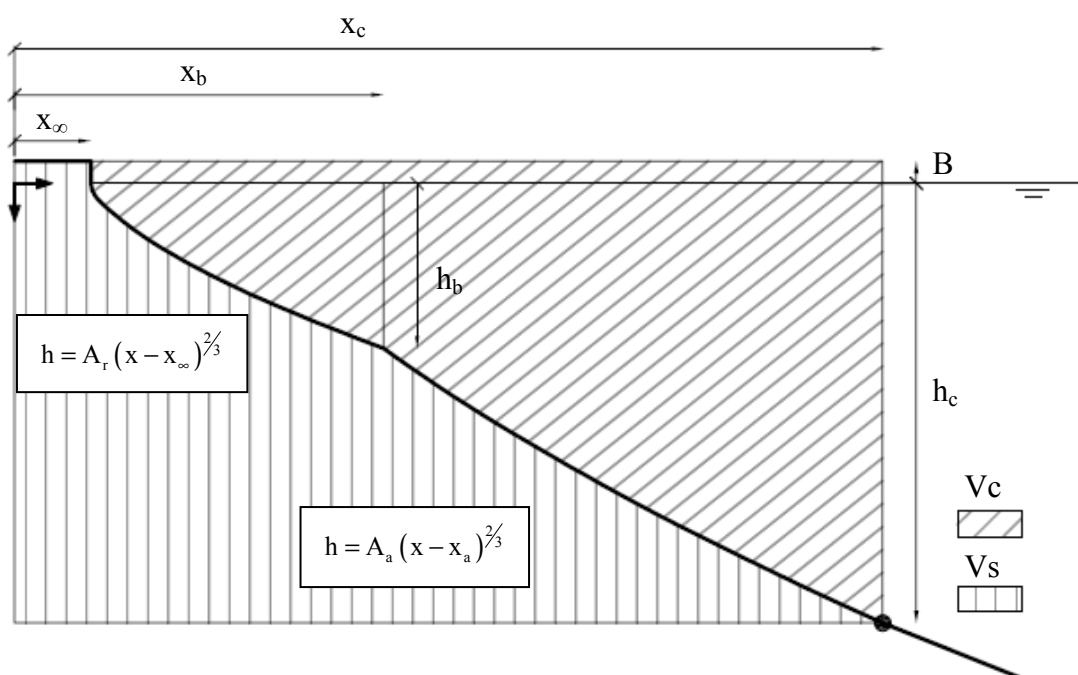


Figura 37. Volumen de sedimento en el perfil activo de playa y volumen complementario.

Debido al sistema coordenado elegido y a las expresiones para las curvas del perfil dadas, en lugar de computar el “volumen de sedimento”, V_s , resulta más sencillo determinar el “volumen de agua” contenido en el perfil activo, que constituye el volumen complementario del anterior, V_c , como se muestra en la anterior figura.

En cualquier caso el volumen de sedimento contenido en el perfil activo de la playa, V_s y su complementario, V_c , se relacionan de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$V_s = x_c (h_c + B) - V_c \quad [54]$$

Para llevar a cabo el cómputo del volumen complementario de sedimento, V_c , es necesario integrar la siguiente expresión, véase figura 37:

$$V_c = \int_{x_\infty}^{x_b} A_r (x - x_\infty)^{2/3} dx + \int_{x_b}^{x_c} A_a (x - x_a)^{2/3} dx + B(x_c - x_\infty) \quad [55]$$

A partir de la cual se llega a la siguiente ecuación explícita de la posición de la línea de costa en el equilibrio, x_∞ , en función de la profundidad de rotura, h_b , en el perfil y los invariantes V_c (o V_s), B , A_r (D50):

$$x_\infty = x_c - \left(\frac{h_b}{A_r} \right)^{3/2} - \frac{\left(V_c - \frac{3}{5} h_b^{5/2} + B h_b^{3/2} \right)}{\frac{3}{5} (h_c^{5/2} - h_b^{5/2}) + B} \quad [56]$$

Combinando la ecuación [56] con la ecuación de la curva del tramo de rotura, ecuación [52], particularizada en el punto de rotura, se obtiene la siguiente expresión:

$$x_b = x_c - \frac{\left(V_c - \frac{3}{5} h_b^{5/2} + B h_b^{3/2} \right)}{\frac{3}{5} (h_c^{5/2} - h_b^{5/2}) + B} \quad [57]$$

La ecuación anterior, $x_b=f(h_b)$, representa el lugar geométrico de todas las posibles posiciones del punto de rotura del modelo estático de perfil de equilibrio propuesto, como se muestra en la figura 38. Se ha denominado esta curva como “**envolvente de perfiles**”.

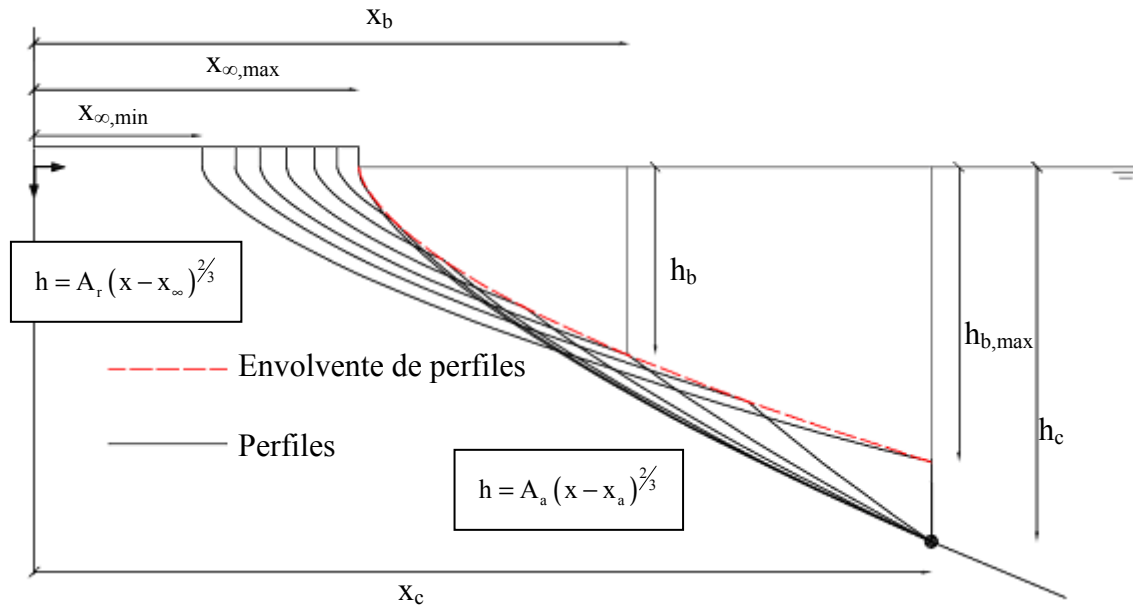


Figura 38. Esquema de la envolvente de perfiles.

Posición de máximo avance de la línea de costa

Para completar la definición de la envolvente de perfiles es necesario caracterizar el rango máximo de movimientos a nivel de la línea de costa, es decir, la posición de la línea de costa de máximo avance, $X_{\infty, max}$, y máximo retroceso, $X_{\infty, min}$, mostradas en la figura 38.

La posición de máximo avance, $X_{\infty, max}$, corresponde a la situación en la que no hay tramo de rotura en el perfil, es decir, la profundidad de rotura, h_b , es nula. Es decir que haciendo $h_b=0$ en la ecuación [56], se llega a la siguiente expresión:

$$X_{\infty, max} = X_c - \frac{V_c}{\frac{3}{5}h_c + B} \quad [58]$$

La asunción de $h_b=0$ implica que la energía del oleaje incidente es nula, sin embargo para que el sedimento de la playa inicie el movimiento es necesario que la fuerza que ejerce el fluido, en forma de oleaje o corrientes supere las fuerzas que se oponen al movimiento en forma de fricción con el fondo y fuerza de gravedad.

En el caso de oleaje sin corrientes, estas fuerzas dependen de la velocidad del fluido junto al lecho marino. Existe por tanto una velocidad crítica, umbral para el inicio de movimiento de las partículas de sedimento.

Para evaluar esta velocidad crítica existen en la literatura multitud de formulaciones, siendo una de las más populares la propuesta por Van Rijn (1993) siguiendo a Komar y Miller (1975):

$$\begin{aligned}\hat{U}_{cr} &= 0.24 T_p^{1/3} \left(\left(\frac{\rho_s}{\rho_w} - 1 \right) g \right)^{2/3} D_{50}^{1/3}; \quad \forall D_{50} < 0.5 \text{ mm} \\ \hat{U}_{cr} &= 1.05 T_p^{1/7} \left(\left(\frac{\rho_s}{\rho_w} - 1 \right) g \right)^{4/7} D_{50}^{3/7}; \quad \forall D_{50} > 0.5 \text{ mm}\end{aligned}\quad [59]$$

Donde $\hat{U}_{cr}$ es la velocidad orbital crítica en el fondo (asumiendo fondo plano), T_p es el periodo de pico del oleaje incidente, ρ_s y ρ_w son las densidades del sedimento y del agua respectivamente, g es la constante de la gravedad y D_{50} el tamaño medio de grano del sedimento de la playa.

En el caso de una onda de altura H , periodo T y longitud de onda L a la profundidad h (oleaje monocromático), la velocidad orbital en el fondo, $\hat{U}$, puede obtenerse directamente de la teoría lineal del oleaje de acuerdo a la siguiente ecuación.

$$\hat{U} = \frac{\pi H}{T \sinh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)} \quad [60]$$

En el caso del oleaje irregular, compuesto por un espectro de ondas individuales de diversas frecuencias, periodos y direcciones, la velocidad orbital del fondo presenta una distribución aleatoria tal que puede representarse por su media cuadrática, $\hat{U}_{rms}$.

Para obtener la relación entre $\hat{U}_{rms}$ y los parámetros de oleaje espectral, H_s y T_p Soulsby y Smallman (1986) aplicaron a cada frecuencia de un espectro tipo JONSWAP la ecuación [60] para posteriormente integrar el resultado (véase figura 39) y Soulsby (1987) realizó la misma operación para un espectro tipo Pearson-Moskovitz.

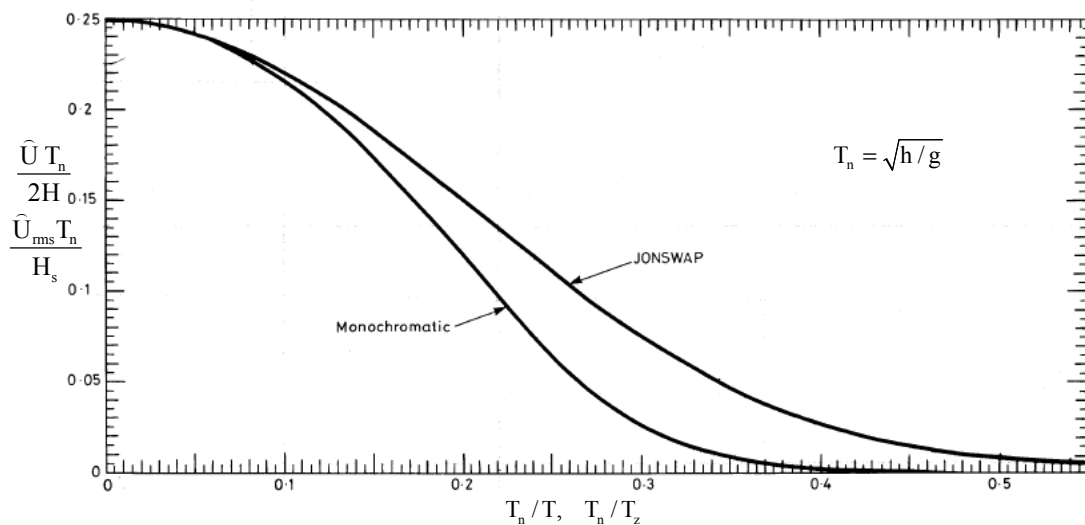


Figura 39. Velocidad orbital en el fondo para olas monocromáticas ($T_n/2H$ versus T_n/T) y oleaje espectral (T_n/H_s versus T_n/T_z). Modificada de Soulsby y Smallman, 1986.

En el caso del oleaje espectral tipo JONSWAP, la anterior figura se parametriza de acuerdo a la siguiente ecuación (Soulsby y Smallman, 1986).

$$\frac{\hat{U}_{rms} T_n}{H_s} = \frac{0.25}{\left(1 + \left[6500 + \left(0.56 + 15.54 \frac{T_n}{T_z} \right)^6 \right]^{1/6} \left(\frac{T_n}{T_z} \right)^2 \right)^3} \quad [61]$$

Donde $\hat{U}_{rms}$ es la media cuadrática de la velocidad orbital en el fondo producido por un oleaje con altura de ola significativa, H_s , periodo de pasos ascendentes por 0, T_z , el cual se correlaciona con el periodo de pico, T_p , de un espectro JONSWAP de acuerdo a la siguiente ecuación (Soulsby, 1997):

$$T_z = 0.781 T_p \quad [62]$$

El parámetro T_n , en la ecuación [61], es función de la profundidad, h , y la aceleración de la gravedad, g , como se muestra en la siguiente ecuación.

$$T_n = \sqrt{h/g} \quad [63]$$

La ecuación [60], y por extensión la ecuación [61], es en principio aplicable a olas poco peraltadas en las que se puede asumir que no hay a penas excentricidad en el movimiento orbital por lo que la velocidad en el lecho durante el paso del seno o de la cresta de la onda son iguales pero de dirección opuesta.

A medida que las olas se aproximan a la costa, el peralte aumenta, sin embargo cerca de la rotura la ecuación [60] sigue siendo una buena aproximación en el caso del paso por la cresta (Isobe y Horikawa, 1982).

De modo que, en rotura ($h=h_b$), se puede obtener la altura de ola significativa crítica, H_{cr} , umbral de inicio de movimiento, igualado la velocidad crítica, $\hat{U}_{cr}$, dada por la ecuación [59] a la velocidad orbital media cuadrática $\hat{U}_{rms}$, dada por la ecuación [61].

Por lo tanto, oleajes cuya altura de ola significativa en rotura, H_b , no supere su correspondiente altura crítica, H_{cr} , no serán capaces de movilizar el sedimento y no generarán cambio alguno en la posición de la línea de costa. Esto implica que la posición de máximo avance, $x_{\infty, max}$, definida por la ecuación [58] representa en realidad una cota superior de la posición de la línea de costa que no podrá ser alcanzada.

Posición de máximo retroceso de la línea de costa

El máximo retroceso, $x_{\infty, min}$, se producirá cuando la profundidad de rotura sea máxima. Para el cálculo de la misma se procede a evaluar el volumen complementario de sedimento, V_c , en tal situación.

$$Vc = \int_{x_{\infty, \min}}^{x_c} A_r (x_c - x_{\infty, \min})^{2/3} + B(x_c - x_{\infty, \min}) \quad [64]$$

Integrando la ecuación anterior, se obtiene la siguiente expresión implícita para $x_{\infty, \min}$.

$$\frac{3}{5} A_r (x_c - x_{\infty, \min})^{5/3} + B(x_c - x_{\infty, \min}) = Vc \quad [65]$$

De este modo se obtiene el valor máximo de h_b , entendido como la ordenada de la curva envolvente de perfiles en x_c .

$$h_{b, \max} = A_r (x_c - x_{\infty, \min})^{2/3} \quad [66]$$

Este valor máximo de h_b constituye una cota superior de la misma que en realidad no podrá ser alcanzada, dado que para ello el tramo de asomeramiento debería presentar una pendiente vertical, lo cual es imposible.

Por otro lado, de la ecuación [66] se obtiene una importante restricción del modelo estático propuesto, ya que para que el punto de rotura sea convexo debe cumplirse la siguiente desigualdad:

$$h_{b, \max} = A_r (x_c - x_{\infty, \min})^{2/3} < h_c \quad [67]$$

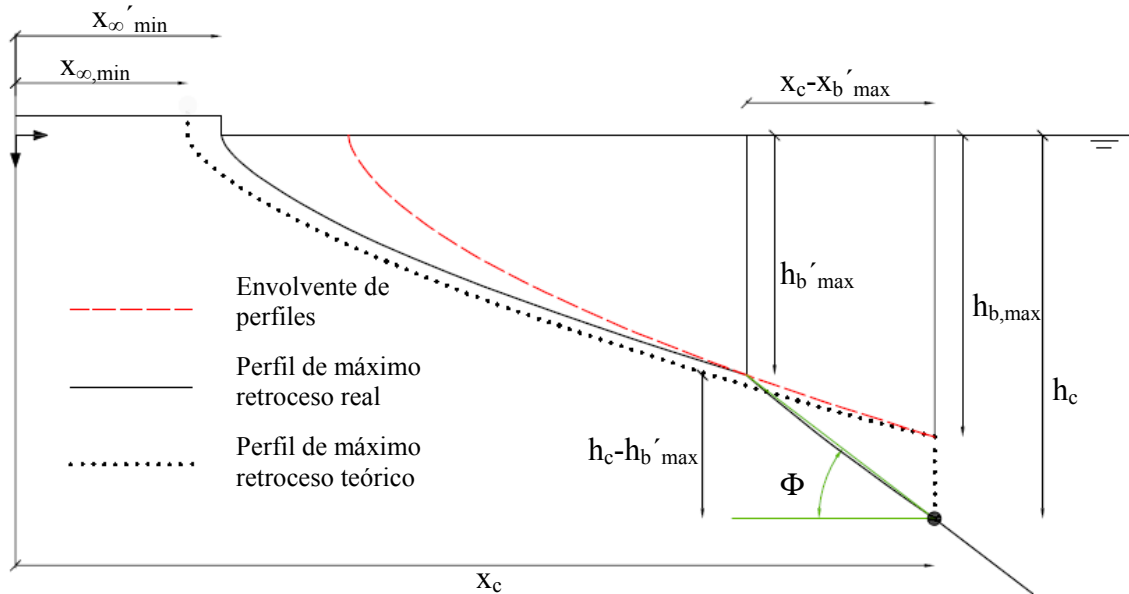


Figura 40. Esquema de la profundidad de rotura máxima teórica, $h_{b, \max}$, y verdaderamente alcanzable, $h'_{b, \max}$.

El valor máximo de h_b verdaderamente alcanzable, $h'_{b, \max}$, se obtiene estableciendo el criterio de avalancha para el tramo de asomeramiento, de tal modo que la pendiente

media del tramo de asomeramiento no supere el valor del ángulo de rozamiento interno del sedimento de la playa, Φ , como se muestra en la anterior figura.

Igualando la pendiente media del tramo de asomeramiento, $\frac{h_c - h_{b \max}'}{x_c - x_{b \max}'}$, al ángulo de rozamiento interno del sedimento de la playa, Φ , empleando la ecuación [57], se obtiene la máxima profundidad de rotura verdaderamente alcanzable, $h_{b \max}'$, mediante la siguiente expresión:

$$\frac{h_c - h_{b \max}'}{\tan \Phi} + \frac{(h_{b \max}'^{3/2} - h_c^{3/2}) \left(Vc - \frac{\frac{3}{5} h_{b \max}'^{5/2} + B h_{b \max}'^{3/2}}{A_r^{3/2}} \right)}{\frac{3}{5} (h_c^{5/2} - h_{b \max}'^{5/2}) + B (h_c^{3/2} - h_{b \max}'^{3/2})} = 0 \quad [68]$$

Conocida $h_{b \max}'$, resultado de resolver la anterior ecuación implícita, se puede obtener el máximo retroceso de la línea de costa verdaderamente alcanzable, $x_{\infty \min}'$, a partir de la ecuación [56].

3.5.3. Curva de energía de equilibrio

La ecuación [56] constituye una expresión explícita de la posición de la línea de costa en el equilibrio, x_{∞} , en función de invariantes de la playa y de la profundidad de rotura del perfil de equilibrio, h_b .

Por otro lado la profundidad de rotura en el perfil, h_b , se relaciona en el equilibrio con la altura de ola en rotura, H_b , a través del coeficiente, γ , según la ecuación [69] y esta última con la energía del oleaje en forma de momento espectral de orden 0, m_{0b} , que constituye el verdadero forzamiento del modelo, según la ecuación [70].

$$h_b = \frac{H_b}{\gamma} \quad [69]$$

$$m_{0b} = \left(\frac{H_b}{4.004} \right)^2 \quad [70]$$

Donde, asumiendo la hipótesis simplificadora de que se trata de un proceso de banda estrecha, H_b puede asimilarse a la altura significante de ola en rotura.

Tanto la elección del criterio de rotura como del momento de orden 0 responde a la necesidad de disponer de una relación biunívoca sencilla entre la geometría del perfil de equilibrio (profundidad de rotura h_b) y el forzamiento del modelo (m_{0b}).

De este modo es posible establecer también una relación biunívoca entre la posición de la línea de costa de equilibrio, x_∞ , y su correspondiente energía, m_{0b} , de acuerdo a la ecuación [71], explícita para x_∞ pero implícita para m_{0b} .

$$m_{0b}=F(x_\infty) \left\{ \begin{array}{l} m_{0b} = \left(\frac{\gamma}{4.004} \right)^2 h_b^2 \\ x_\infty = x_c - \left(\frac{h_b}{A_r} \right)^{3/2} - \frac{\left(Vc - \frac{3}{5} h_b^{5/2} + B h_b^{3/2} \right)}{\frac{3(h_c^{5/2} - h_b^{5/2})}{5(h_c^{3/2} - h_b^{3/2})} + B} \end{array} \right. \quad [71]$$

Del análisis de esta curva, denominada “**curva de energía de equilibrio**”, parametrizada a través de la profundidad de rotura, h_b , según la ecuación [71], y teniendo en cuenta las características de la envolvente de perfiles del modelo estático, se observaron las siguientes características.

En primer lugar cabe señalar que la energía del oleaje incidente es en todo caso positiva y proporcional al cuadrado de la profundidad de rotura y que el dominio en el que la curva de energía de equilibrio es de aplicación corresponde al rango máximo de posiciones de equilibrio de la línea de costa, dado por el intervalo $[x_{\infty, \min}, x_{\infty, \max}]$.

También se puede afirmar que en el dominio de interés la curva es en todo caso decreciente. Para demostrarlo basta con analizar la derivada de la misma, sabiendo que, por la propia definición del modelo estático propuesto, a mayor profundidad de rotura, h_b , menor valor de la posición de la línea de costa, x_∞ y por tanto ha de cumplirse la siguiente inecuación:

$$\frac{\partial h_b}{\partial x_\infty} < 0 \quad [72]$$

A partir de la ecuación [71] se obtiene la siguiente expresión para la derivada de la curva de energía de equilibrio.

$$\frac{\partial m_{0b}}{\partial x_\infty} = 2 \frac{\gamma^2}{4.004^2} h_b \frac{\partial h_b}{\partial x_\infty} \quad [73]$$

Teniendo en cuenta la inecuación [72] resulta evidente que la derivada de la curva de energía de equilibrio es siempre negativa y por tanto, la curva es en todo caso decreciente en su dominio de aplicación.

Particularizando el valor de la derivada de la curva, dada por la ecuación [73], en $h_b=0$, o lo que es lo mismo en $x_\infty=x_{\infty, \max}$, (véase la figura 38), se demuestra que la pendiente de la curva es horizontal en el caso de energía del oleaje incidente nula.

$$\left[\frac{\partial m_{0b}}{\partial x_{\infty}} \right]_{h_b=0} = \left[2 \frac{\gamma^2}{4.004^2} h_b \frac{\partial h_b}{\partial x_{\infty}} \right]_{h_b=0} = 0 \quad [74]$$

Por otro lado, dado que el máximo avance y retroceso es conocido en función de los invariantes de la playa, se pueden determinar dos puntos de paso de la curva de energía de equilibrio, que coinciden con los extremos de la misma:

- Energía máxima: $(x_{\infty}'_{\min}, \frac{\gamma^2}{4.004^2} h_{b'_{\max}}^2)$
- Energía mínima: $(x_{\infty,\max}, 0)$

Finalmente no ha sido posible valorar analíticamente la curvatura de la curva de energía de equilibrio en todo su dominio debido a la complejidad de la ecuación [71] y su derivada (véase anejo 3 al presente documento). Sin embargo particularizando los valores de los invariantes en todos los casos estudiados y siempre que se cumpla la condición dada por la ecuación [67], que garantiza la convexidad en el punto de rotura, la curva de energía de equilibrio resulta siempre cóncava en su dominio de aplicación.

Se resumen a continuación las características conocidas de la curva de energía de equilibrio, $m_{0b}=F(x_{\infty})$, que se muestra esquemáticamente en la figura 41:

- Positiva y definida en el dominio $[x_{\infty}'_{\min}, x_{\infty,\max}]$.
- Monótona decreciente y cóncava en el dominio de aplicación.
- Paso por los puntos $(x_{\infty}'_{\min}, \frac{\gamma^2}{4.004^2} h_{b'_{\max}}^2)$ y $(x_{\infty,\max}, 0)$.
- Pendiente horizontal en el punto $(x_{\infty,\max}, 0)$.

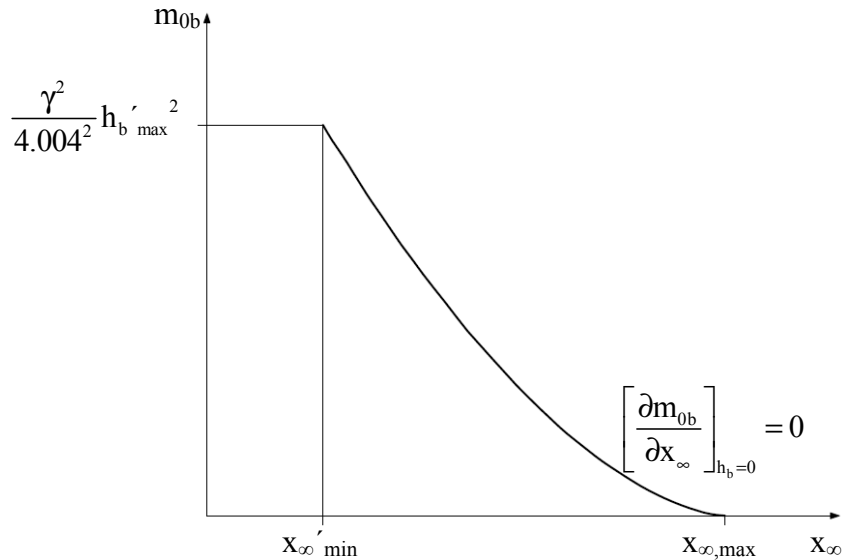


Figura 41. Esquema de la curva de energía de equilibrio, $m_{0b}=F(x_{\infty})$.

3.5.4. Metodología para la determinación de los invariantes del perfil

Los invariantes del perfil que es necesario determinar para que el modelo estático de perfil de equilibrio tenga un único grado de libertad, correspondiente a la profundidad del punto de rotura, h_b , son los siguientes:

- El tamaño medio de grano del sedimento de la playa (D_{50}) y su ángulo de rozamiento interno (Φ).
- La altura de la berma de la playa seca (B).
- La cota de la línea de costa (Nivel de referencia).
- El punto de cierre del perfil (x_c, h_c).
- El volumen de sedimento contenido en el perfil activo (V_s).

Tanto las características del sedimento, D_{50} y Φ , como la altura de la berma de la playa seca, B , se han de determinar a priori a partir de datos de campo.

En general el ángulo de rozamiento interno del sedimento, Φ , puede considerarse igual a 35° , como valor habitual para arenas (Puertos del Estado, 2005).

En el modelo de evolución propuesto se establecen dos metodologías diferentes para el establecimiento de las referencias altimétricas según que se trate de una playa micro-mareal en la que los efectos de la carrera de marea resultan despreciables, o de playas macro y meso-mareales, como se recoge al final del presente apartado.

Existen diversas formulaciones de uso muy extendido para el cálculo de la profundidad de cierre del perfil, h_c , por lo que se propone al final del presente apartado una metodología concreta para su cálculo.

Finalmente, tanto la posición horizontal del punto de cierre del perfil, x_c , como el volumen de sedimento contenido en el perfil activo, V_s , pueden medirse en campo, conocida una batimetría de detalle de la zona de estudio.

Sin embargo, dado que no siempre se puede disponer de una batimetría de detalle de la zona de estudio que permita llevar a cabo la medición de estos invariantes (x_c y V_s), se proponen a continuación metodologías alternativas para su obtención basadas en el concepto de envolvente de perfiles, detallado en el apartado 3.5.2.

En primer lugar cabe destacar que en dicho apartado se han establecido relaciones entre las posiciones de máximo avance y retroceso de la línea de costa y los invariantes anteriormente mencionados.

La ecuación [58] establece la relación entre la posición de máximo avance del perfil de playa $x_{\infty, \max}$, y los invariantes: x_c , h_c , B y V_c .

La ecuación [68] establece una relación entre la máxima profundidad de rotura alcanzable, $h_b'_{\max}$, y los invariantes: h_c , B , V_c , A_r (es decir, D_{50}) y Φ . Por otro lado esta máxima profundidad se correlaciona con la posición de máximo retroceso, $x_{\infty, \min}$, mediante la ecuación [56] a través de los anteriores invariantes y x_c .

Es decir que tanto la máxima posición de la línea de costa como la mínima son intercambiables con cualquiera de los anteriores invariantes de la playa, en particular x_c o V_s .

Por tanto, ante la incapacidad de determinar alguno de los invariantes x_c y/o V_s , se propone su sustitución por los extremos de la envolvente a nivel de la línea de costa, $x_{\infty, \max}$ y/o $x_{\infty, \min}$.

Como se adelantaba anteriormente a continuación se detalla la metodología escogida para el establecimiento del nivel de referencia de la línea de costa y para la profundidad de cierre del perfil activo de la playa, h_c .

Nivel de referencia

El modelo desarrollado en la presente tesis y descrito en apartados precedentes presenta un mismo nivel de referencia, NMM, tanto para la línea de costa como para la propagación del oleaje por lo que es aplicable únicamente en el caso de playas micro-mareales, ya que en este tipo de playas la diferencia entre los niveles de pleamar y bajamar es despreciable.

Para extender su aplicabilidad a playas meso y macro-mareales, siguiendo a Bernabeu (1999), en primer lugar es necesario reformular de la siguiente forma la definición de los dos tramos del perfil dados en el apartado 3.5.1:

- Tramo de rotura: desde la posición de la línea de costa en pleamar (PMVM) hasta la profundidad de rotura en bajamar (BMVM).
- Tramo de asomeramiento: desde la profundidad de rotura en bajamar (BMVM) hasta la profundidad de cierre del perfil.

De este modo, en el caso de playas meso y macro-mareales el nivel de referencia de la línea de costa ha de situarse a nivel de la pleamar viva media, PMVM, mientras que la propagación del oleaje se realiza sobre el nivel de bajamar, BMVM. Siendo la carrera de marea, CM, la diferencia entre ambas cotas.

La definición de los niveles considerados se detalla a continuación:

- Nivel medio del mar (NMM): nivel medio obtenido a partir de los todos los datos históricos disponibles hasta la fecha.
- Pleamar viva media observada (PMVM): media de todas las pleamares vivas (mareas de máxima amplitud coincidiendo con luna llena o luna nueva). Se obtiene a partir de los extremos diarios reales, es decir, contiene no sólo la componente de marea sino los demás forzamientos.
- Bajamar viva media observada (BMVM): media de todas las bajamares vivas.

La principal consecuencia asociada a la consideración de la marea en el modelo de evolución consiste en el alargamiento del tramo de rotura (Bernabeu, 1999) como se muestra en la figura 42.

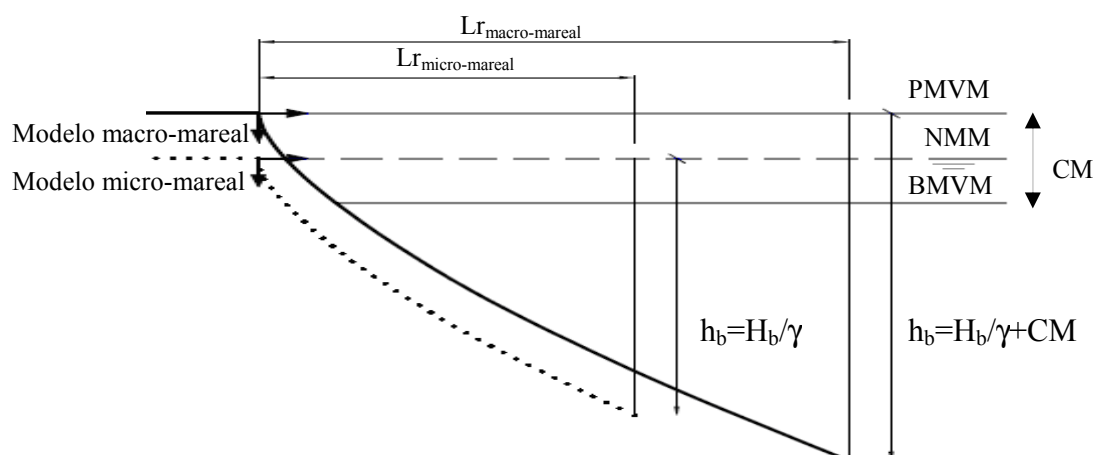


Figura 42. Esquema del estiramiento del tramo de rotura por efecto de la marea.

Esto se debe a que el nivel de referencia de la línea de costa cambia del nivel medio del mar local, NMM, al nivel de la pleamar viva media, PMVM, al tiempo que la propagación se realiza sobre el nivel de bajamar, BMVM, lo cual aumenta la profundidad de rotura en una distancia igual a la carrera de marea, CM.

También afecta al nivel del referencia para el cálculo de la profundidad de cierre, que en el caso de playas meso y macro-mareales se establece en la bajamar media (Hallermeier, 1985) mientras que en playas micro-mareales, al no ser posible el cálculo de este nivel por no existir un ciclo mareal evidente, se sugiere del lado de la seguridad la consideración del 0 del Puerto más próximo.

En la siguiente tabla se resumen los distintos niveles de referencia a considerar en función de la magnitud de la carrera de marea de la playa:

CM	Nivel de referencia		
	Línea de costa	Propagación del oleaje	Cálculo de h_c
Micro-mareales	NMM	NMM	0 del Puerto
Meso y macro-mareales	PMVM	BMVM	BMVM

Tabla 1. Resumen de niveles de referencia.

Profundidad de cierre del perfil

A partir de cierta profundidad, el perfil de equilibrio ya no responde activamente a las acciones del oleaje, definiéndose una profundidad a partir de la cual, el transporte de sedimentos transversal y longitudinal no tiene una magnitud apreciable y por tanto se puede asumir que el perfil permanece inalterado. Existen en la literatura diversas formulaciones para estimar esta profundidad destacando entre ellas las de Hallermeier (1981) y Birkemeier (1985), que se detallan en el apartado 2.2.3.

De acuerdo a lo señalado por Nicholls et al. (1998), de entre todas ellas se ha considerado como más adecuada la formulación de Hallermeier (1981), medida desde el nivel medio de bajamar.

La formulación de Hallermeier tiene una “representatividad” anual por lo que puede presentar importantes variaciones interanuales.

Por tanto, la principal complicación que entraña el cálculo de la profundidad de cierre es la de seleccionar el periodo de tiempo adecuado para su cómputo. A este respecto, Nicholls et al. (1998) analizaron la extensión interanual de la formulación de Hallermeier (1985) propuesta por Stive et al. (1992) y dada por la ecuación [18], concluyendo, como era de esperar, que la profundidad de cierre aumenta a medida que se aumenta el periodo considerado, pero señalando que es necesario ampliar el conocimiento a este respecto.

Para determinar una metodología de cálculo de la profundidad de cierre en el marco del modelo desarrollado en la presente tesis, es necesario tener presente la escala temporal de aplicación del mismo, que se encuadra en el medio plazo, del orden de meses a años, como se detalla en el apartado 3.4.

Por ello se propone utilizar la media de las profundidades de cierre anuales calculadas mediante la ecuación [15] (Hallermeier, 1985), durante el periodo de estudio.

Por otro lado, en playas micro-mareales, que no presentan un ciclo mareal semi-diurno, no es posible la determinación del nivel medio de bajamar, que constituye la referencia altimétrica habitual para el cálculo de la profundidad de cierre (Hallermeier, 1985). Por ello, en el caso de playas micro-mareales se propone, la consideración del mínimo nivel observado o cero del Puerto más próximo.

3.6. Modelo dinámico de evolución de la línea de costa

Cabe destacar que en el modelo estático descrito en el apartado anterior, la posición de la línea de costa alcanzada en el equilibrio, x_{∞} , es independiente de la posición inicial de partida, x_0 , y solo depende del oleaje incidente, asumiendo que éste es estacionario y de duración suficiente ($\Delta t \rightarrow \infty$).

Sin embargo, en general cabe esperar que las características del oleaje incidente cambien antes de que su correspondiente perfil de equilibrio se desarrolle completamente, de tal modo que la posición verdaderamente alcanzada por el perfil, x_r , al finalizar el estado de mar dependerá tanto de su duración como de la posición de partida del mismo, x_0 y de la velocidad del proceso, dx_r/dt , como se esquematiza en la siguiente figura.

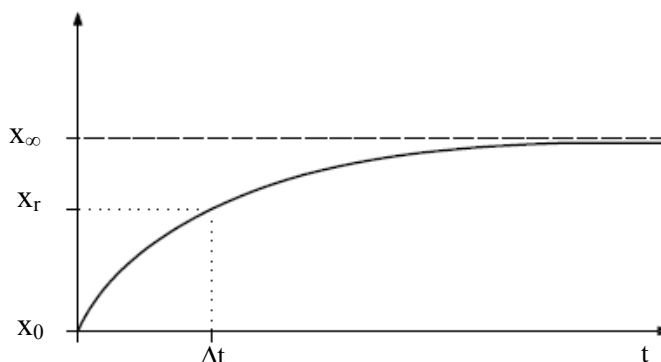


Figura 43. Esquema del modelo dinámico de evolución propuesto.

El modelo dinámico propuesto establece la velocidad a la que la línea de costa se aproxima a su posición de equilibrio, dx_r/dt , a partir de una ley cinética en la que la velocidad a la que cambia la costa es proporcional al desequilibrio energético en el que se encuentra la misma en cada instante, ponderada con la energía del oleaje incidente.

$$\frac{dx_r(t)}{dt} = C^{\pm} \cdot m_{0b}^{\mu} (m_{0b} - m_{0b}^{\infty}(x_r)) \quad [75]$$

Donde:

$x_r(t)$: posición de la línea de costa en el instante “t”, $t \in [0, \Delta t]$. Siendo Δt la duración del estado de mar.

m_{0b} : momento espectral de orden 0 del oleaje en rotura asociado al estado de mar del oleaje incidente.

$m_{0b}^{\infty}(x_r)$: m_{0b} de equilibrio para la posición x_r .

$C^{\pm}$: Coeficientes de calibración del modelo. C^+ corresponde a procesos de acreción y C^- a procesos de erosión.

μ : Coeficiente de calibración del factor de ponderación energética del modelo.

Como la posición de la línea de costa se mide desde el trasdós de la playa, los coeficientes de calibración $C^{\pm}$ han de ser negativos. Mientras que en principio el valor de μ puede ser tanto positivo como negativo.

Cabe destacar que se asume la hipótesis de que la forma del perfil es en todo caso, incluso cuando el perfil no se encuentra en equilibrio, de la forma descrita en el apartado 3.5.1. Es decir, cuando el perfil de playa no se encuentra en equilibrio, su forma es la de un perfil de equilibrio pero que corresponde a un oleaje incidente distinto del reinante (Wright et al., 1985).

Siguiendo a Yates et al. (2009), se incluye el término m_{0b}^{μ} en la ecuación [75], el cual representa un elemento de ponderación energética de la velocidad de relajación del modelo que permanece constante a lo largo de la duración del estado de mar, lo cual es imprescindible para llevar a cabo la integración de la ecuación [75].

Mientras que el término $m_{0b} - m_{0b}^{\infty}(x_r)$ representa el desequilibrio energético entre la posición de equilibrio de la línea de costa y la posición en la que se encuentra la misma en cada instante y es por tanto variable durante el estado de mar.

Para la resolución del modelo dinámico, es decir la integración de la ecuación [75] a lo largo de la duración del estado de mar, Δt , es necesario establecer una relación entre la energía del sistema, m_{0b} , y su correspondiente posición de equilibrio, x_{∞} . Se ha denominado curva de energía de equilibrio a la función que establece esta correlación, véase apartado 3.5.3.

$$m_{0b} = F(x_{\infty}) \quad [76]$$

Yates et al. (2009) propusieron para la curva de energía de equilibrio una relación lineal basada en el ajuste empírico de datos medidos en campo (véase figura 18), lo cual añade

2 parámetros de ajuste a su modelo de evolución. Estos parámetros, propios de cada playa, han sido ajustados empíricamente a varias playas de la costa pacífica californiana (Yates et al., 2009 y 2011), pero no se ha establecido ninguna correlación entre los mismos y las características físicas de la playa.

En el caso que nos ocupa, sin embargo, la consideración del modelo estático de equilibrio del perfil previamente descrito (véase apartado 3.5) permite la determinación de la curva de energía de equilibrio de forma analítica, a través del concepto de envolvente de perfiles de equilibrio, de forma que las características de esta curva tienen correlación directa con las características físicas de la playa a través de los denominados como “invariantes” de la misma a través de la ecuación [71].

Dado que no existe una expresión explícita de m_{0b} en función de x_{∞} , no es posible proceder a la integración del modelo directamente a partir de las ecuaciones [75] y [71].

Por ello, a continuación se proponen dos aproximaciones diferentes que permiten llevar a cabo esta integración.

3.6.1. Aproximación parabólica de la curva de energía de equilibrio

Como primera aproximación de la curva de energía de equilibrio, $m_{0b}=F(x_{\infty})$, se ha obtenido el polinomio de grado 2 que satisface todas las características conocidas de la curva, resumidas a continuación y demostradas en el apartado 3.5.3.

- Positiva y definida en el dominio $[x_{\infty}'_{\min}, x_{\infty,\max}]$.
- Monótona decreciente y cóncava en el dominio de aplicación.
- Paso por los puntos $(x_{\infty}'_{\min}, \frac{\gamma^2}{4.004^2} h_{b\max}^2)$ y $(x_{\infty,\max}, 0)$.
- Pendiente horizontal en el punto $(x_{\infty,\max}, 0)$.

De este modo se dispone de la siguiente relación parabólica entre la energía del oleaje incidente m_{0b} y su correspondiente posición en el equilibrio de la línea de costa, x_{∞} .

$$m_{0b} = ax_{\infty}^2 + bx_{\infty} + c \quad [77]$$

Donde a, b y c son coeficientes determinados a priori de acuerdo a las condiciones de paso por los extremos de máximo avance y retroceso de la posición de la línea de costa y de pendiente horizontal en el punto de energía nula.

Del mismo modo se puede correlacionar una posición cualquiera de la línea de costa, con la energía del oleaje para la cual estaría en equilibrio, a través de la misma curva.

$$m_{0b}^{\infty}(x_r) = ax_r^2 + bx_r + c \quad [78]$$

Sustituyendo en la ecuación [75] el término de desequilibrio energético por las ecuaciones [77] y [78], se obtiene la siguiente expresión que constituye una ecuación cinética de segundo orden asumiendo la hipótesis de oleaje estacionario durante el

estado de mar de duración Δt , lo cual implica que tanto m_{0b}^μ como x_∞ son constantes en el intervalo de aplicación $[t_0, t_0 + \Delta t]$.

$$\frac{dx_r(t)}{dt} = C^\pm \cdot m_{0b}^\mu (m_{0b} - m_{0b}^\infty(x_r)) = C^\pm \cdot m_{0b}^\mu \cdot a \left((x_\infty^2 - x_r^2) + \frac{b}{a}(x_\infty - x_r) \right) \quad [79]$$

Partiendo de la posición inicial x_0 que se produce en el instante t_0 , se integra la ecuación [79] obteniéndose la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t dt &= \frac{1}{C^\pm \cdot m_{0b}^\mu \cdot a} \int_{x_0}^{x_r} \frac{dx_r}{(x_\infty^2 - x_r^2) + \frac{b}{a}(x_\infty - x_r)} = \\ &= \frac{1}{C^\pm \cdot m_{0b}^\mu \cdot a} \left[\frac{\ln \left(x_\infty + x_r + \frac{b}{a} \right) - \ln (x_r - x_\infty)}{2x_\infty + \frac{b}{a}} \right]_{x_0}^{x_r} \end{aligned} \quad [80]$$

Desarrollando la anterior expresión se obtiene el valor de x_r en el instante “t”, en función del valor de la posición de la línea de costa en la posición inicial, x_0 , y en el equilibrio, x_∞ , correspondiente al oleaje incidente:

$$x_r(t) = \frac{x_\infty (\Psi(t) + 1) + \frac{b}{a}}{\Psi(t) - 1}; \quad \forall t \mid t_0 < t < t_0 + \Delta t \quad [81]$$

Donde:

$$\Psi(t) = \left(\frac{x_0 + x_\infty + \frac{b}{a}}{x_0 - x_\infty} \right) e^{C^\pm \cdot m_{0b}^\mu \cdot a \left(2x_\infty + \frac{b}{a} \right) (t - t_0)} \quad [82]$$

Las ecuaciones [81] y [82] constituyen un modelo de evolución derivado de la forma parabólica de la curva de energía de equilibrio, $m_{0b} = F(x_\infty)$ y aplicable únicamente en el contexto de un estado de mar, es decir, para el corto plazo.

Para valorar el comportamiento del modelo, en primer lugar se analiza el valor de x_r en el instante inicial, esto es cuando $t=t_0$, resultando igual a la posición inicial, x_0 , como se demuestra a continuación.

$$\Psi(t = t_0) = \frac{x_0 + x_\infty + \frac{b}{a}}{x_0 - x_\infty}; \quad x_r(t = t_0) = \frac{x_\infty (\Psi + 1) + \frac{b}{a}}{\Psi - 1} = x_0 \quad [83]$$

También se analiza el comportamiento del modelo cuando $t-t_0$ tiende a infinito ($\Delta t \rightarrow \infty$).

Para ello es necesario tener en cuenta que el modelo se erosiona con una energía entrante mayor que la del equilibrio y experimenta acreción con una energía menor, por lo que el valor de las constantes $C^\pm$ de la ecuación [75] ha de ser negativo.

Por otro lado, la expresión $2ax_\infty+b$, que representa la pendiente de la curva de energía de equilibrio, es en todo caso negativa puesto que la mencionada curva es monótona decreciente en el intervalo de aplicación.

$$\lim_{(t-t_0) \rightarrow \infty} \Psi(t) = \infty; \quad \lim_{(t-t_0) \rightarrow \infty} x_r(t) = \frac{x_\infty (\Psi + 1) + \frac{b}{a}}{\Psi - 1} = x_\infty; \quad [84]$$

A la vista de lo anterior se confirma que el modelo parte de x_0 en $t=t_0$ y tiende asintóticamente a x_∞ tras un tiempo infinito.

La solución de x_r dada por la ecuación [81] presenta una indeterminación cuando $x_\infty = x_{\infty, \max}$, o lo que es lo mismo $h_b=0$ o $m_{0b}=0$, puesto que la parábola de ajuste de la curva de energía de equilibrio presenta tangente horizontal en su corte con el eje de abscisas y por tanto, $2ax_{\infty, \max}+b=0$ y $\Psi(x_\infty = x_{\infty, \max})=1$.

Dado que, sin energía alguna en el sistema no es posible movilizar el sedimento de la playa para que reptase hacia la parte alta del perfil, como sucede durante el proceso de acreción, se determina que la posición de la línea de costa, $x_r(t)$, en $x_{\infty, \max}$ ($m_{0b}=0$) ha de ser x_0 .

Es decir la definición completa del modelo vendría dada por la ecuación [81] en el intervalo $[x_{\infty, \min}, x_{\infty, \max}]$ y por el valor constante x_0 en el punto $x_\infty = x_{\infty, \max}$.

Para valorar si el modelo es continuo en tal punto se ha calculado su límite, que se resuelve aplicando la regla de l'Hôpital, como se muestra a continuación.

$$\lim_{x_\infty \rightarrow x_{\infty, \max}} x_r(t) = \frac{x_\infty (\Psi + 1) + \frac{b}{a}}{\Psi - 1} = x_\infty + \frac{1}{C^\pm \cdot m_{0b}^{1/2} \cdot a (t - t_0) + \frac{1}{x_0 - x_\infty}} = x_0 \quad [85]$$

El anterior límite resulta igual a x_0 gracias a la inclusión del factor de ponderación energética, m_{0b}^μ , que se hace 0 en el límite, por lo que el modelo resulta continuo en todo el dominio de aplicación.

De todos modos, cabe señalar que este límite no será alcanzado en ningún caso en virtud del umbral de inicio de movimiento establecido, véase apartado 3.5.2.

El propuesto constituye por tanto un modelo tendente al equilibrio, adecuado para modelizar la evolución de la línea de costa únicamente durante un estado de mar en el que el oleaje se considera estacionario, es decir, para el corto plazo.

3.6.2. Aproximación lineal por tramos de la curva de energía de equilibrio

Debido a la incertidumbre que existe a priori sobre la bondad del ajuste de la parábola a la curva de energía de equilibrio original, $m_{0b}=F(x_\infty)$, resulta deseable el planteamiento de otro tipo de aproximación que, además, proporcione soluciones de más fácil interpretación y que permita llevar a cabo desarrollos posteriores del modelo.

Por ello se propone ajustar la curva de energía de equilibrio dada por la ecuación [71] mediante múltiples aproximaciones lineales por tramos, lo cual facilita enormemente la integración del modelo de evolución.

El modelo de evolución propuesto por Yates et al. (2009) resulta de considerar que la curva de energía de equilibrio es una recta única determinada empíricamente.

En el caso que nos ocupa se propone igualmente un ajuste lineal, sin embargo no se hace, al igual que Yates et al. (2009) mediante una recta única, sino que la pendiente de la recta de ajuste cambia en cada estado de mar, en función de la energía del oleaje incidente.

Para aproximar la curva de energía de equilibrio se propone en este caso una recta tangente a la curva de energía de equilibrio original, dada por la ecuación [71], en el punto correspondiente a la energía del oleaje incidente del estado de mar considerado $(x_\infty-m_{0b})$, como se muestra en la siguiente figura.

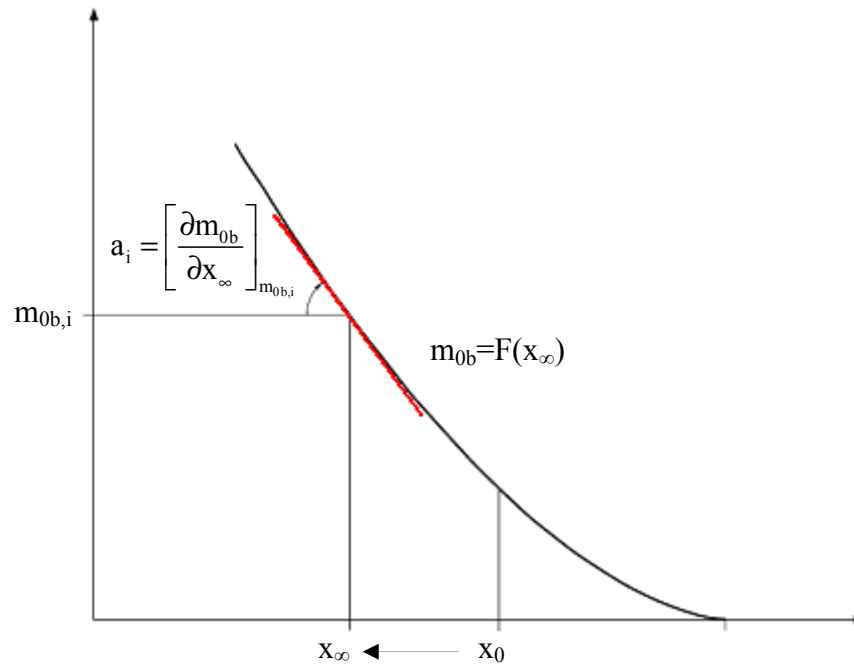


Figura 44. Esquema de la aproximación lineal por tramos de la curva de energía de equilibrio.

De este modo cada estado de mar considerado (caracterizado por el subíndice i) tendrá asociada una curva de energía de equilibrio propia, consistente en una recta de parámetros a_i y b_i , de la siguiente forma.

$$m_{0b} = a_i x_\infty + b_i$$

[86]

El cómputo de la pendiente en cada punto de la curva, a_i , se realiza mediante el cálculo de la derivada de la curva de energía de equilibrio original, en forma paramétrica a través de la profundidad del punto de rotura, h_b , (véase ecuación [71]) como se muestra a continuación.

$$\frac{dm_{0b}}{dx_{\infty}} = \frac{dm_{0b}}{dh_b} \frac{dh_b}{dx_{\infty}} = \frac{dm_{0b}}{dh_b} / \frac{dx_{\infty}}{dh_b} \quad [87]$$

Se ha obtenido así una expresión analítica explícita de $\frac{\partial m_{0b}}{\partial x_{\infty}}$ en función de h_b , que no se reproduce aquí por su complejidad (véase anejo 3 al presente documento) y que permite determinar los parámetros que definen la aproximación lineal de la curva de energía de equilibrio en cada estado de mar (a_i , b_i), en función de su energía, $m_{0b,i}$, como sigue:

$$a_i = \left[\frac{\partial m_{0b}}{\partial x_{\infty}} \right]_{m_{0b,i}} \quad [88]$$

$$b_i = m_{0b,i} - a_i \cdot x_{\infty} \quad [89]$$

Siguiendo la misma estrategia que en el apartado anterior se integra la ecuación [75] con ayuda de la curva de energía de equilibrio dada por la ecuación [86], obteniéndose el siguiente modelo de evolución, valido durante un estado de mar con oleaje incidente estacionario.

$$x_r(t) = (x_0 - x_{\infty}) e^{-C^{\pm} \cdot m_{0b}^{\mu} \cdot a_i (t-t_0)} + x_{\infty}; \quad \forall t | t_0 < t < t_0 + \Delta t \quad [90]$$

A la vista de la anterior ecuación se observa que el modelo resulta equivalente a una ley cinética de primer orden (Kriebel, 1986) donde la velocidad de relajación del modelo, dada por $C^{\pm} \cdot m_{0b}^{\mu} \cdot a_i$, varía en función de la pendiente de la curva de energía de equilibrio, a_i , y de la propia energía del oleaje incidente, m_{0b}^{μ} .

Dadas las características de la curva de energía de equilibrio original, decreciente, cóncava y con pendiente horizontal para energía nula, se puede afirmar que a mayor energía del oleaje incidente, m_{0b} , mayor pendiente en la curva, a_i , y por tanto mayor velocidad de relajación del modelo (Yates et al, 2009), prescindiendo incluso del factor de ponderación energética, m_{0b}^{μ} .

Cabe señalar que gracias la elección realizada para la recta de aproximación de la curva de energía de equilibrio, la velocidad de relajación del modelo depende únicamente de la energía del oleaje incidente y no de la posición inicial de la línea de costa, lo cual facilita desarrollos posteriores, véase capítulo 5.

3.7. Modelos dinámicos alternativos

El modelo inicialmente propuesto presenta 3 parámetros libres, lo cual complica el proceso de calibración, por lo que, adicionalmente se han analizado dos modelos dinámicos alternativos que solo presentan 2 parámetros a calibrar, el primero eliminando el factor de ponderación energética y el segundo análogo al propuesto por Kriebel (1991), a efectos de comparar los resultados del modelo dinámico propuesto mediante la ecuación [75] tanto a nivel cuantitativo como conceptualmente con un modelo basado en el desequilibrio entre posiciones de la línea de costa en lugar de en el desequilibrio energético.

La discusión sobre la adecuación de uno u otro modelo se lleva a cabo a la vista de los resultados de la calibración de los mismos en el apartado 4.4.

3.7.1. Eliminación del factor de ponderación energética en el modelo

Se ha propuesto un modelo dinámico análogo al propuesto en la ecuación [75] pero sin el factor de ponderación energética, del siguiente modo.

$$\frac{dx_r(t)}{dt} = C^{\pm} \cdot (m_{0b} - m_{0b}^{\infty}(x_r)) \quad [91]$$

Este modelo dinámico establece la velocidad a la que la línea de costa se aproxima a su posición de equilibrio, dx_r/dt , como una ley cinética, en la que la velocidad a la que cambia la costa es proporcional al desequilibrio energético en el que se encuentra la misma en cada instante.

Integrando la ecuación [91] del mismo modo que en los apartados 3.6.1 y 3.6.2, con ayuda de la aproximación parabólica o lineal por tramos de la curva de energía de equilibrio respectivamente, se obtienen los modelos de evolución dados por las expresiones [92] y [93], análogos a los desarrollados en los apartados previamente mencionados pero sin incluir el factor de ponderación energética.

$$x_r(t) = \frac{x_{\infty}(\Psi(t)+1) + \frac{b}{a}}{\Psi(t)-1}; \quad \Psi(t) = \left(\frac{x_0 + x_{\infty} + \frac{b}{a}}{x_0 - x_{\infty}} \right) e^{C^{\pm} \cdot a \left(2x_{\infty} + \frac{b}{a} \right) (t-t_0)}; \quad \forall t | t_0 < t < t_0 + \Delta t \quad [92]$$

$$x_r(t) = (x_0 - x_{\infty}) e^{-C^{\pm} \cdot a_i (t-t_0)} + x_{\infty}; \quad \forall t | t_0 < t < t_0 + \Delta t \quad [93]$$

Para valorar la adecuación de la eliminación de tal factor, es necesario establecer cuál es el papel que juega en los modelos propuestos, para lo cual se resumen todos los modelos considerados a tales efectos en las dos tablas siguientes.

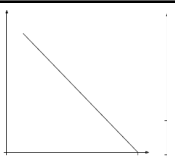
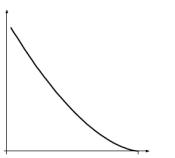
Modelos de evolución con factor de ponderación energética Formulación	Curva de energía de equilibrio
Yates et al. (2009), Ec.[34]. $S(t) = (S_0 - S_\infty) e^{-aC^\pm E^{1/2}t} + S_\infty$	 $E = aS_\infty + b$
Aproximación parabólica (presente tesis), Ec. [81] y [82]. $x_r(t) = \frac{x_\infty (\Psi + 1) + \frac{b}{a}}{\Psi - 1}; \quad \Psi = \left(\frac{x_0 + x_\infty + \frac{b}{a}}{x_0 - x_\infty} \right) e^{C^\pm \cdot m_{0b}^\mu \cdot a \left(2x_\infty + \frac{b}{a} \right) (t-t_0)}$	 $m_{0b} = ax_\infty^2 + bx_\infty + c$
Aproximación lineal por tramos (presente tesis), Ec. [90]. $x_r(t) = (x_0 - x_\infty) e^{-C^\pm \cdot m_{0b}^\mu \cdot a_i (t-t_0)} + x_\infty$	 $m_{0b} = a_i x_\infty + b_i$

Tabla 2. Resumen de formulaciones de modelos de evolución de la línea de costa con factor de ponderación energética de Yates et al. (2009) y propuestos en la presente tesis.

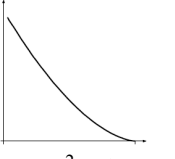
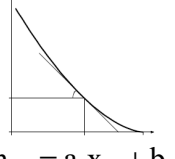
Modelos de evolución sin factor de ponderación energética Formulación	Curva de energía de equilibrio
Kriebel et al. (1991), Ec. [29]. $R(t) = R_\infty (1 - e^{-t/Ts})$	-
Aproximación parabólica (presente tesis), Ec. [92]. $x_r(t) = \frac{x_\infty (\Psi + 1) + \frac{b}{a}}{\Psi - 1}; \quad \Psi = \left(\frac{x_0 + x_\infty + \frac{b}{a}}{x_0 - x_\infty} \right) e^{C^\pm \cdot a \left(2x_\infty + \frac{b}{a} \right) (t-t_0)}$	 $m_{0b} = ax_\infty^2 + bx_\infty + c$
Aproximación lineal por tramos, (presente tesis), Ec. [93]. $x_r(t) = (x_0 - x_\infty) e^{-C^\pm \cdot a_i (t-t_0)} + x_\infty$	 $m_{0b} = a_i x_\infty + b_i$

Tabla 3. Resumen de formulaciones de modelos de evolución de la línea de costa sin factor de ponderación energética de Kriebel et al. (1991) y propuestos en la presente tesis.

A modo de recordatorio, en la tabla 2 se muestran tanto el modelo de Yates et al. (2009), que emplea una curva de energía de equilibrio de pendiente constante (una única recta) como los modelos obtenidos como resultado de integrar la ecuación [75] con ayuda de las dos aproximaciones propuestas para la curva de energía de equilibrio obtenida del modelo estático propuesto en la presente tesis.

En la tabla 3 se presentan las formulaciones de los 2 modelos propuestos a partir de la ecuación [91] junto a sus curvas de energía de equilibrio, así como el modelo propuesto por Kriebel et al. (1991), equivalente al propuesto por Yates et al. (2009) sin incluir el factor de ponderación energética.

Tanto el modelo de evolución desarrollado por Yates et al. (2009) y Kriebel et al. (1991), como los cuatro modelos desarrollados en la presente tesis, que se resumen en las dos tablas anteriores, presentan una estructura similar con un término exponencial y diversos términos dependientes de las posiciones iniciales y de equilibrio.

En el caso de los modelos que incluyen el factor de ponderación energética, el único lugar en el que interviene tal término es en la velocidad de relajación del modelo, esto es, en la función exponencial del modelo, véase tabla 2. Además esta velocidad de relajación tiene un mismo contenido en los tres modelos:

- La constante de calibración del modelo.
- El factor de ponderación energética.
- La pendiente de la curva de energía de equilibrio.

En el modelo desarrollado por Yates et al. (2009), debido a que emplean una curva de energía de equilibrio recta y constante en el tiempo, de no incluir el factor de ponderación energética la velocidad de relajación del modelo resultaría siempre la misma, al margen de la energía del oleaje incidente, véase apartado 2.3.2, como sucede en el modelo de Kriebel et al. (1991).

En cambio, **dadas las características de la curva de energía de equilibrio considerada en el modelo desarrollado en la presente tesis**, la cual presenta **pendiente creciente en valor absoluto con energía del oleaje incidente creciente**, se puede afirmar que a mayor energía del oleaje incidente, m_{0b} , mayor velocidad de relajación de la posición de la línea de costa, aunque se elimine el factor de ponderación energética.

En definitiva, en los modelos desarrollados en la presente tesis, **la inclusión del factor de ponderación tiene un efecto redundante en el modelo y por tanto, a priori, resulta prescindible**.

En el caso del modelo derivado de la aproximación parabólica de la curva de energía de equilibrio, cabe destacar sin embargo que la eliminación del factor de ponderación energética conlleva la aparición de una discontinuidad en el modelo cuando la energía del oleaje incidente se hace nula.

$$\lim_{x_{\infty} \rightarrow x_{\infty, \max}} x_r(t) = \frac{x_{\infty}(\Psi + 1) + \frac{b}{a}}{\Psi - 1} = x_{\infty} + \frac{1}{C^{\pm} \cdot a(t - t_0) + \frac{1}{x_0 - x_{\infty}}} \neq x_0 \quad \forall t \neq t_0$$

[94]

A la vista del resultado del anterior límite se observa que se produce una discontinuidad entre el valor en $x_{\infty, \max}$, igual en todo caso a x_0 , y el valor de su límite, dado por la expresión [94].

De todos modos se ha introducido en el modelo un umbral de inicio de movimiento, por lo que en todos los casos cuando la energía umbral no se supera la posición de la línea de costa no evoluciona y se asigna el valor de la posición inicial mientras no se produzca un aumento de la energía, véase apartado 3.5.2.

Por lo tanto, la discontinuidad en el límite cuando la energía tiende a 0, en la práctica no tendrá afección sobre el resultado del modelo de evolución.

En el modelo lineal por tramos, para energía del oleaje nula la pendiente de la recta de aproximación resulta también nula por lo que en tal caso la posición de la línea de costa no evolucionaría independientemente del factor de ponderación energética m_{0b}^{μ} introducido en el modelo.

Por lo tanto en ambos casos se puede prescindir del factor de ponderación energética sin afección a las capacidades del modelo.

3.7.2. Modelo de velocidad de relajación constante

De lo anteriormente expuesto se infiere que la consideración de la curva de energía de equilibrio desarrollada a partir del modelo estático de perfil de equilibrio propuesto incide en la velocidad de relajación del modelo dinámico obtenido, de tal forma que a mayor energía en el sistema, mayor velocidad de relajación del mismo, igual que sucede en el modelo propuesto por Yates et al. (2009), incluso sin incluir un factor de ponderación energética en el modelo.

Cabe plantear la posibilidad de eliminar completamente la dependencia de la energía del oleaje incidente en la velocidad de relajación del modelo, para lo cual se ha recurrido a la propuesta de Kriebel et al. (1991) o más recientemente de Miller y Dean (2004), según la cual la posición de la línea de costa sigue una ley cinética de primer orden, como se muestra a continuación.

$$\frac{dx_r(t)}{dt} = C^{\pm} (x_{\infty} - x_r)$$

[95]

En este caso, para integrar la anterior ecuación no es necesario recurrir a la curva de energía de equilibrio de la playa, y asumiendo oleaje estacionario durante el estado de mar, se obtiene la siguiente expresión:

$$x_r(t) = (x_0 - x_{\infty}) e^{-C^{\pm}(t-t_0)} + x_{\infty}; \quad \forall t | t_0 < t < t_0 + \Delta t$$

[96]

Por lo tanto el modelo estático de perfil de equilibrio solo interactúa con el modelo dinámico dado por la ecuación [95] para el establecimiento del valor de la posición de la línea de costa en el equilibrio, x_{∞} , dependiente del oleaje incidente.

En este caso la velocidad de relajación del modelo es constante independientemente de la energía del oleaje incidente, lo cual contradice las observaciones realizadas por Yates et al. (2009 y 2011) en playas del Pacífico californiano que sugieren que la velocidad de cambio de la posición de la línea de costa, $dx_r(t)/dt$, no solo depende del desequilibrio existente sino de la propia energía del oleaje incidente.

Los propios Kriebel y Dean (1993) desaconsejan el uso de este modelo con $C^{\pm}$ constante (e igual para los casos de acreción y erosión) ya que afirman que las olas pequeñas tras una tormenta imponen una velocidad de relajación nueva en el modelo, distinta de la que tiene lugar durante la tormenta, que ralentiza la recuperación de la playa más de lo que el modelo es capaz de predecir.

Por lo tanto, en este caso cabe esperar a priori que la hipótesis $C^+ = C^-$ no sea aceptable.

3.8. Modelo de evolución de la línea de costa en el medio plazo

Para la definición tanto de las condiciones de equilibrio (modelo estático de equilibrio del perfil), como de la velocidad de relajación del modelo (modelo dinámico de evolución de la línea de costa) descritos en apartados precedentes es necesario asumir la hipótesis de oleaje estacionario. Es decir que hasta este punto el modelo desarrollado es de aplicación únicamente en el corto plazo.

Para extender su uso al medio plazo es necesario discretizar el periodo de estudio en intervalos de tiempo en los que las características del oleaje puedan considerarse estacionarias: estados de mar.

Por ello el forzamiento del modelo se define como una sucesión de N estados de mar caracterizados por sus correspondientes alturas de ola en rotura $H_{b,i}$, $i=1, \dots, N$, asumiendo la hipótesis de oleaje estacionario durante la duración, Δt , de cada estado de mar de la serie.

Partiendo de una posición inicial, x_0 , en el instante $t=t_0$, se obtiene la posición de la línea de costa al comenzar el siguiente estado de mar, $x_{r,1}$, en el instante $t_1=t_0+\Delta t$, empleando el modelo de evolución para el corto plazo. Para determinar la evolución en el siguiente estado de mar la posición inicial a considerar será la final del anterior, y así sucesivamente (véase figura 45).

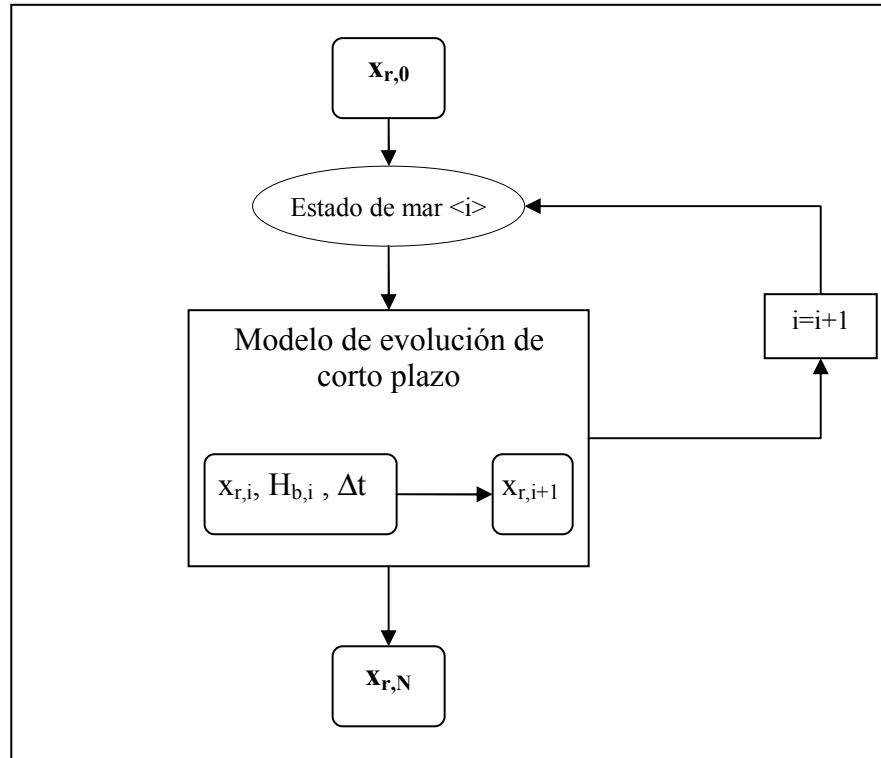


Figura 45. Esquema del modelo de evolución secuencial en el medio plazo.

De este modo se puede obtener la serie de posiciones de la línea de costa $x_{r,i}$, $i=1, \dots, N$, correspondiente a los N estados de mar considerados.

Así se resuelve la evolución de la línea de costa en el medio plazo a través de un esquema de cálculo iterativo, constituyendo éste el modelo de evolución secuencial para el medio plazo.

También es posible plantear la resolución analítica del modelo de evolución en el medio plazo, si bien presenta ciertas limitaciones, como se muestra en el siguiente apartado.

3.8.1. Forma integral del modelo de evolución

Para desarrollar una solución analítica del modelo de evolución en el medio plazo, $x_r(T)$, es necesario integrar el modelo de corto plazo en el intervalo (t_0, T) , siendo $T - t_0 \gg \Delta t$, que es la duración de un estado de mar.

Esta integral solo tiene solución en el caso de la aproximación lineal por tramos de la curva de energía de equilibrio, puesto que la forma parabólica de esta curva da lugar a una ecuación diferencial cuadrática para la que no existe solución conocida.

En el caso de la aproximación lineal por tramos, la curva de energía de equilibrio cambia en función de las características del estado de mar considerado y por tanto cambia a lo largo del tiempo, por lo que por cuestiones de notación se reformula la ecuación [86] del siguiente modo:

$$m_{0b} = a(t)x_{\infty} + b(t)$$

[97]

Para resolver la ecuación diferencial que constituye la ecuación [75] es necesario emplear el siguiente factor integrante, $\rho(T)$:

$$\rho(T) = e^{C^{\pm} \cdot \int_{t_0}^T m_{0b}^{\mu}(t) \cdot a(t) dt} \quad [98]$$

Desarrollando la derivada de $(\rho \cdot x_r)$ y sustituyendo en la anterior ecuación el valor de la derivada de $x_r(t)$ de la ecuación [75] y de la ecuación [97], se obtiene:

$$(\rho \cdot x_r)' = \rho' \cdot x_r + \rho \cdot x_r' = \rho \left(C^{\pm} \cdot m_{0b}^{\mu} \cdot a \cdot x_r + x_r' \right) = \rho \cdot C^{\pm} \cdot m_{0b}^{\mu} \cdot (m_{0b} - b) \quad [99]$$

Integrando la anterior expresión en el intervalo (t_0, T) , se obtiene:

$$\rho \cdot x_r = x_0 + \int_{t_0}^T \rho(t) \cdot C^{\pm} \cdot m_{0b}^{\mu} (m_{0b}(t) - b(t)) dt \quad [100]$$

Despejando la variable posición de la línea de costa, x_r , finalmente se obtiene la forma integral del modelo de evolución propuesto para el medio plazo:

$$x_r(T) = \frac{1}{e^{C^{\pm} \cdot \int_{t_0}^T m_{0b}^{\mu}(t) \cdot a(t) dt}} \left(x_0 + C^{\pm} \cdot \int_{t_0}^T (m_{0b}(t) - b(t)) e^{C^{\pm} \cdot \int_{t_0}^t m_{0b}^{\mu}(s) \cdot a(s) ds} dt \right) \quad [101]$$

Esta solución sin embargo conlleva ciertas limitaciones debido en primer lugar a que su cálculo solo ha sido posible para la aproximación lineal por tramos de la curva de energía de equilibrio.

También es necesario que el coeficiente de calibración del modelo, $C^{\pm}$, sea constante durante el intervalo temporal considerado.

Esta última condición implica que la forma integral del modelo de evolución para el medio plazo, solo es de aplicación cuando se produzca alguna de las siguientes circunstancias:

- Si solo se produce acreción durante el intervalo (t_0, T) y por tanto $C^{\pm} = C^{+}$.
- Si solo se produce erosión durante el intervalo (t_0, T) y por tanto $C^{\pm} = C^{-}$.
- Si se puede aceptar que $C^{+} \approx C^{-}$ en la playa de estudio.

A priori no es posible saber cuáles de los estados de mar acontecidos entre t_0 y T provocan erosión o acreción en la playa, ya que esta condición depende no solo del oleaje incidente sino también de la posición de la línea de costa cuando se produce dicho oleaje.

Por lo tanto, en general, para que en la práctica sea posible computar el valor de la forma integral del modelo de evolución en el medio plazo, es necesario que la hipótesis $C^+ = C^-$ sea aceptable.

Cabe señalar que Yates et al. (2009 y 2011) encontraron valores de C^+ y C^- para su modelo (véase ecuación [34]) de un mismo orden de magnitud en diversas playas de la costa pacífica norteamericana.

Survey Site	$a (\times 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ m}^{-1})$	$C^- (\text{m h}^{-1} \text{ m}^{-3})$	$C^+ (\text{m h}^{-1} \text{ m}^{-3})$
Ocean Beach	-3.6 ± 2.3	-0.54 ± 0.47	-0.83 ± 0.63
Camp Pendleton	-8.5 ± 1.7	-1.15 ± 0.20	-1.24 ± 0.22
Cardiff	-4.2 ± 1.0	-0.96 ± 0.29	-1.52 ± 1.25
Torrey Pines	-4.5 ± 2.0	-1.38 ± 0.88	-1.16 ± 0.88

Tabla 4. Parámetros libres del modelo (media y desviación típica), tomada de Yates et al. (2011). Pendiente de la curva de energía de equilibrio, a , y coeficientes de erosión y acreción, C^- y C^+ respectivamente.

Así mismo Davidson et al. (2013) encontraron para su modelo dado por la ecuación [37], una relación muy similar c^-/c^+ (entre 0.45 y 0.54) en todos los casos estudiados.

Es decir que aunque en la presente tesis no se ha podido demostrar la universalidad de la hipótesis de $C^+ = C^-$ nada se encuentra en la literatura que la contradiga, y en el caso particular de la playa de Nova Icaria se ha demostrado que esta hipótesis no es solo es aceptable sino que coincide con la solución óptima (véase capítulo 4).

Forma integral del modelo sin factor de ponderación energética

Partiendo del modelo dinámico que no incluye el factor de ponderación energética, $m_{0b}^{1/2}$ (ecuación [91]), asumiendo la aproximación lineal por tramos para la curva de energía de equilibrio (ecuación [97]) se procede del mismo modo que en el apartado anterior para obtener la forma integral del modelo que se expresa como sigue.

$$x_r(T) = \frac{1}{e^{C^\pm \cdot \int_{t_0}^T a(t) dt}} \left(x_0 + C^\pm \cdot \int_{t_0}^T (m_{0b}(t) - b(t)) e^{C^\pm \cdot \int_{t_0}^t a(s) ds} dt \right) \quad [102]$$

Cabe destacar que las limitaciones que presenta la forma integral de este modelo son las mismas que en el caso anterior.

Forma integral del modelo de velocidad de relajación constante

En este caso se ha partido del modelo dinámico propuesto por Kriebel (1986), dado por la ecuación diferencial que constituye la ecuación [95], para proceder a su integración se ha recurrido al siguiente factor integrante, $\rho(T)$:

$$\rho(T) = e^{C^\pm \cdot T} \quad [103]$$

Desarrollando la derivada de $(\rho \cdot x_r)$ y sustituyendo en la anterior ecuación el valor de la derivada de $x_r(t)$ de la ecuación [95] se obtiene:

$$(\rho \cdot x_r)' = \rho' \cdot x_r + \rho \cdot x_r' = \rho (C^\pm \cdot x_r + x_r') = \rho \cdot x_\infty = e^{C^\pm \cdot T} x_\infty \quad [104]$$

Integrando la anterior expresión en el intervalo (t_0, T) , se obtiene:

$$\rho \cdot x_r = e^{C^\pm \cdot t_0} x_0 + \int_{t_0}^T \rho(t) \cdot C^\pm \cdot x_\infty(t) dt \quad [105]$$

Despejando la variable de interés finalmente se determina la forma integral del modelo de evolución propuesto para el medio plazo:

$$x_r(T) = \frac{1}{e^{C^\pm \cdot (T-t_0)}} \left(x_0 + \int_{t_0}^T C^\pm \cdot x_\infty(t) e^{C^\pm \cdot t} dt \right) \quad [106]$$

Al igual que en los casos anteriores, para resolver la forma integral del modelo, la constante $C^\pm$ ha de tener valor constante en el intervalo $[t_0, T]$.

3.8.2. Implementación numérica de la forma integral del modelo de evolución

La forma integral del modelo de evolución depende de las variables, $a(t)$, $b(t)$, que son los parámetros que definen la recta con la que se aproxima la curva de energía de equilibrio y por tanto se pueden calcular a partir de la altura de ola en rotura del oleaje incidente, $H_b(t)$, del mismo modo que $m_{0b}(t)$, véase apartado 3.6.2.

En virtud de la condición de estacionario del oleaje durante el estado de mar, la función $H_b(t)$ se define como constante a saltos en el tiempo y por tanto $a(t)$, $b(t)$ y $m_{0b}(t)$ pueden definirse de la siguiente forma:

$$\left. \begin{aligned} a(t) &= a_i \\ b(t) &= b_i \\ m_{0b}(t) &= m_{0b,i} \end{aligned} \right\} \forall t \in [t_i, t_i + \Delta t) \quad [107]$$

Donde t_i es el instante en el que comienza cada estado de mar de igual duración Δt .

De este modo el denominador de la forma integral del modelo de evolución, dada por la ecuación [101], puede escribirse del siguiente modo:

$$e^{C^\pm \cdot \int_{t_0}^T a(t) \cdot m_{0b}^\mu(t) dt} = e^{C^\pm \cdot \int_{t_0}^{t_1} a(t) \cdot m_{0b}^\mu(t) dt + \int_{t_1}^{t_2} a(t) \cdot m_{0b}^\mu(t) dt + \dots + \int_{t_{n-1}}^{t_n} a(t) \cdot m_{0b}^\mu(t) dt} = e^{C^\pm \cdot \Delta t \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot m_{0b,i}^\mu} \quad [108]$$

Igualmente puede desarrollarse el término entre paréntesis de la ecuación [101] como sigue:

$$C^{\pm} \cdot \int_{t_0}^T f(t) e^{C^{\pm} \cdot \int_{t_0}^t a(s) \cdot m_{0b}^{\mu}(s) ds} dt = C^{\pm} \cdot \left[\int_{t_0}^{t_1} f(t) e^{C^{\pm} \cdot \int_{t_0}^t a(s) \cdot m_{0b}^{\mu}(s) ds} dt + \int_{t_1}^{t_2} f(t) e^{C^{\pm} \cdot \int_{t_0}^t a(s) \cdot m_{0b}^{\mu}(s) ds} dt + \dots \right. \\ \left. \dots + \int_{t_{n-1}}^{t_n} f(t) e^{C^{\pm} \cdot \int_{t_0}^t a(s) \cdot m_{0b}^{\mu}(s) ds} dt \right] \quad [109]$$

Donde, por comodidad en la notación, se ha sustituido $m_{0b}(t)-b(t)$ por $f(t)$.

Se hace notar que t_i^* en la expresión [109] es variable en el intervalo (t_{i-1}, t_i) por lo que, empleando un paso de tiempo igual a Δt (duración del estado de mar) en la computación, la integral no puede convertirse directamente en un sumatorio, aunque si puede obtenerse una cota superior e inferior de la misma, haciendo $t_i^* = t_i$ o $t_i^* = t_{i-1}$ respectivamente, del siguiente modo:

$$x_r(T = t_n) > \frac{1}{e^{C^{\pm} \cdot \Delta t \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot m_{0b,i}^{\mu}}} \left(x_0 + C^{\pm} \cdot \Delta t \left(f_0 + \sum_{j=1}^{n-1} f_j e^{C^{\pm} \cdot \Delta t \sum_{i=0}^{j-1} a_i \cdot m_{0b,i}^{\mu}} \right) \right); \quad f_j = m_{0b,j}^{\mu} (m_{0b,j} - b_j) \quad [110]$$

$$x_r(T = t_n) < \frac{1}{e^{C^{\pm} \cdot \Delta t \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot m_{0b,i}^{\mu}}} \left(x_0 + C^{\pm} \cdot \Delta t \left(\sum_{j=0}^{n-1} f_j e^{C^{\pm} \cdot \Delta t \sum_{i=0}^j a_i \cdot m_{0b,i}^{\mu}} \right) \right); \quad f_j = m_{0b,j}^{\mu} (m_{0b,j} - b_j) \quad [111]$$

La ecuación [110] constituye una cota inferior del modelo de evolución, mientras que la ecuación [111] constituye una cota superior.

Implementación numérica del modelo sin factor de ponderación energética

Al igual que en el caso anterior se puede determinar una cota superior e inferior del modelo sin factor de ponderación energética como sigue:

$$x_r(T = t_n) > \frac{1}{e^{C^{\pm} \cdot \Delta t \sum_{i=0}^{n-1} a_i}} \left(x_0 + C^{\pm} \cdot \Delta t \left(f_0 + \sum_{j=1}^{n-1} f_j e^{C^{\pm} \cdot \Delta t \sum_{i=0}^{j-1} a_i} \right) \right); \quad f_j = m_{0b,j} - b_j \quad [112]$$

$$x_r(T = t_n) = \frac{1}{e^{C^\pm \cdot \Delta t \sum_{i=0}^{n-1} a_i}} \left(x_0 + C^\pm \cdot \Delta t \left(\sum_{j=0}^{n-1} f_j e^{C^\pm \cdot \Delta t \sum_{i=0}^j a_i} \right) \right); \quad f_j = m_{0b,j} - b_j \quad [113]$$

Implementación numérica del modelo de velocidad de relajación constante

La forma integral del modelo de evolución únicamente depende de la variable, $x_\infty(t)$, que se puede obtener a partir de la altura de ola en rotura del oleaje incidente, $H_b(t)$ (véase ecuación [71]).

Como se ha mencionado anteriormente, la función $H_b(t)$ es constante a saltos en el tiempo y por tanto $x_\infty(t)$ también lo es y se puede definir de la siguiente forma:

$$x_\infty(t) = x_{\infty,i} \quad \forall \in [t_i, t_i + \Delta t) \quad [114]$$

Donde t_i es el instante en el que comienza cada estado de mar de igual duración Δt .

Por lo tanto la forma integral del modelo de evolución en este caso puede expresarse de la siguiente manera:

$$\int_{t_0}^T C^\pm \cdot x_\infty(t) e^{C^\pm \cdot t} dt = \sum_{i=0}^{n-1} \left(x_{\infty,i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} C^\pm \cdot e^{C^\pm \cdot t} dt \right) = \sum_{i=0}^{n-1} \left(x_{\infty,i} \cdot \left[e^{C^\pm \cdot t} \right]_{t_i}^{t_{i+1}} \right) = \sum_{i=0}^{n-1} \left(x_{\infty,i} \cdot (e^{C^\pm \cdot t_{i+1}} - e^{C^\pm \cdot t_i}) \right) \quad [115]$$

De modo que la implementación numérica del modelo en su forma integral resulta de la siguiente forma:

$$x_r(T = t_n) = \frac{1}{e^{C^\pm \cdot (T-t_0)}} \left(x_0 + (e^{C^\pm \cdot \Delta t} - 1) \sum_{i=0}^{n-1} x_{\infty,i} e^{C^\pm \cdot t_i} \right) \quad [116]$$

CAPÍTULO 4. CALIBRACIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO EN LA PLAYA DE NOVA ICARIA

4. CALIBRACIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO EN LA PLAYA DE NOVA ICARIA

La playa de Nova Icaria se encuentra situada a levante del Puerto Olímpico de Barcelona y presenta una longitud aproximada de 400 m. Se encuentra encajada entre el dique del Puerto Olímpico y un espigón doble a levante, que la separa de la playa de Bogatell, véase figura 46.



Figura 46. Localización de la Estación Litoral de Barcelona (ARGUS).

En el presente apartado se muestran los resultados obtenidos para la evolución de la línea de costa en la playa de Nova Icaria (Barcelona) durante los años 2005 y 2006 mediante los modelos de evolución descritos en el apartado anterior.

Los modelos propuestos requieren el ajuste de entre uno y tres parámetros libres (C^+ , C^- y μ) que inciden en su velocidad de relajación, para lo cual es imprescindible disponer de mediciones de la posición de la línea de costa, que en la playa de Nova Icaria se han obtenido a partir de imágenes de video-cámara.

Además de la calibración de estos parámetros de ajuste es necesario determinar correctamente las condiciones iniciales del modelo así como los forzamientos del mismo.

Entre las condiciones iniciales del modelo se distinguen dos tipos:

- Posición inicial de la línea de costa, se obtiene del registro de posiciones medidas mediante imágenes de video-cámara.
- Invariantes del perfil de playa, los cuales tienen una especial relevancia en los resultados arrojados por el modelo de evolución ya que inciden directamente en la relación entre la posición de equilibrio de la línea de costa y la energía del oleaje incidente.

En el presente apartado en primer lugar se describe una metodología para extraer la posición de la línea de costa a partir de las imágenes de video-cámara. Posteriormente se describen las fuentes de datos disponibles y el tratamiento de los mismos para obtener tanto los forzamientos del modelo como sus condiciones iniciales.

Finalmente se expone el procedimiento seguido para llevar a cabo la calibración de los parámetros libres del modelo y se muestran los resultados de la calibración de éste así como de su validación.

4.1. Posición de la línea de costa

En su forma más general, el modelo desarrollado en la presente tesis, que proporciona como resultado la posición de la línea de costa, x_r , presenta, tres coeficientes de calibración (C^+ , C^- y μ) y además es necesario introducir la posición de partida de la línea de costa como dato inicial del modelo, x_0 .

Por lo tanto, para llevar a cabo la calibración del modelo es necesario disponer de una serie temporal de posiciones de la línea de costa medidas.

Sin embargo, no resulta evidente cuál es la posición de la línea de costa de una playa, puesto que ésta suele presentar una forma compleja que varía tanto en el tiempo como en el espacio.

Por ello es de vital importancia definir claramente el concepto de posición de la línea de costa y determinar una metodología para llevar a cabo su medición a efectos de calibrar el modelo.

La determinación de la posición de la línea de costa se ha llevado a cabo mediante la monitorización de la misma con video-cámaras de acuerdo a la metodología explicada a continuación.

4.1.1. Sistema ARGUS de video cámara

Se han utilizado imágenes de video cámara de la playa de Nova Icaria obtenidas por el sistema de video ARGUS de la Estación Litoral del Barcelona, durante los años 2005 y 2006. Una descripción detallada del sistema ARGUS y su historia puede encontrarse en Holland y Stanley (2007).

El Sistema de Vídeo ARGUS pertenece al Centre Mediterrani d'Investigacions Marines i Ambientals (Consejo Superior de Investigaciones Científicas) y proporciona imágenes adquiridas por las 5 cámaras localizadas en lo alto de la Torre Mapfre, junto al Puerto Olímpico, véase figura 46.

Desde una altura de 142 m obtienen una visión panorámica de 180° del litoral Barcelonés, incluyendo el Puerto Olímpico y sus playas adyacentes.

Durante el día, las cámaras adquieren una foto por segundo durante diez minutos de cada hora. Con esta información se obtienen tres tipos de imágenes, véase figura 47:

- instantáneas ('snap') que equivalen a una fotografía
- promediadas ('timex') que corresponden a la imagen promediada durante los 10 minutos de observación
- varianzas ('var') obtenidas también de los 10 minutos de observación.



Figura 47. Ejemplo de imagen instantánea (izquierda), promediada (centro) y varianza (derecha).

Las cámaras C1 y C2 apuntan a las playas de Somorrostro y Barceloneta, las cámaras C3 y C4 al puerto Olímpico de Barcelona y la C5 proporciona imágenes oblicuas de la playa de Nova Icaria (véase figura 48), con una resolución de imagen de 1024 x 768 píxeles. Éstas últimas serán las utilizadas en el presente trabajo de tesis.



Figura 48. Video cámara del sistema ARGUS e imágenes instantáneas de su 5 video-cámaras.

4.1.2. Selección de imágenes y digitalización de la línea de costa

Se ha seleccionado una imagen diaria (aproximadamente a las 10:00 a.m. GMT) durante los años 2005 y 2006.

Debido a condiciones atmosféricas que reducen la visibilidad u ocasionalmente, a una alta ocupación de la costa en el periodo estival, se han eliminado de la base de datos un 3.3% de las imágenes consideradas, de forma que se han tratado un total de 718 imágenes.

La digitalización de la línea de costa se ha llevado a cabo de manera manual sobre las 718 imágenes instantáneas oblicuas seleccionadas.

El procedimiento consiste en trazar una línea poligonal sobre la línea de costa a partir de la ampliación del área de interés, es decir la playa de Nova Icaria, en la imagen original, véase figura 49.

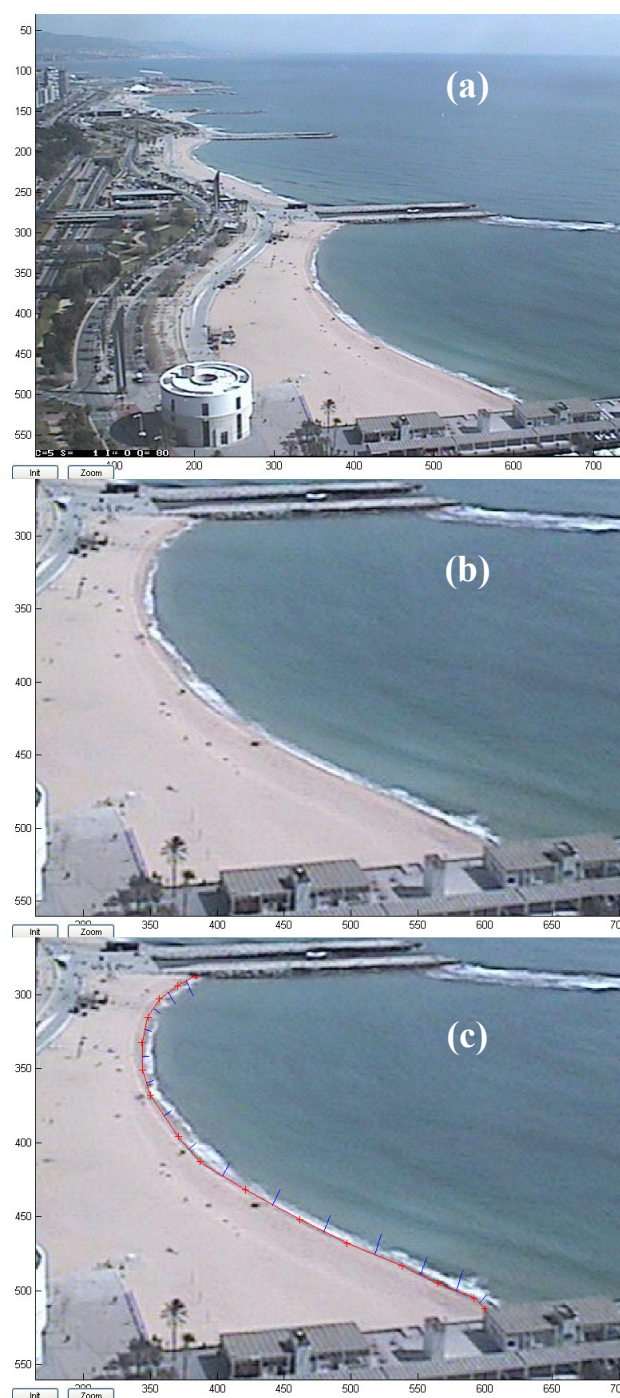


Figura 49. (a) fotografía instantánea, (b) zoom sobre la playa de Nova Icaria, (c) digitalización de la línea de costa (polígono rojo). Tomadas de Toulemonde (2011).

De este modo se obtiene una línea poligonal que representa la línea de costa en coordenadas (u,v) de la fotografía.

Este procedimiento manual, encarece notablemente el método de obtención de la posición de la línea de costa, además de que genera resultados que se ven inevitablemente alterados por la subjetividad del sujeto que traza la línea poligonal.

Cabe señalar sin embargo que la base de datos empleada en la calibración del modelo desarrollado en la presente tesis no ha sido digitalizada *ad hoc*, sino que fue resultado de

un trabajo previo (Toulemonde, 2011), lo cual garantiza en cierto modo la objetividad de las mediciones realizadas.

Empleando las mismas imágenes consideradas en la presente tesis (playa de Nova Icaria), en estudios precedentes (Turki, 2011) se intentó sin éxito la automatización de este proceso según la técnica descrita por Arninkhof et al. (2003), mediante el contraste de dos conjuntos de píxeles secos y mojados, a partir del establecimiento de una distinta intensidad característica obtenida de muestras de píxeles a lo largo de la playa seca y sumergida. Los problemas surgieron debido a la falta de contraste entre la arena y el agua en particular durante situaciones de oleaje poco energético (sin rotura) y a la ocultación de la línea de costa durante los periodos de mayor ocupación de la playa.

Cabe destacar que la automatización de la detección de la línea de costa resultaría de gran interés, sin embargo el desarrollo de tal proceso escapa al alcance de la presente tesis.

4.1.3. Rectificación de las imágenes de video

A efectos de realizar mediciones de la línea de costa sobre las imágenes es necesario llevar a cabo la rectificación de las mismas, de forma que se transformen las coordenadas (u,v) de la imagen a coordenadas normalizadas (x,y,z) .

Donde x e y son coordenadas UTM y z es la cota del nivel medio del mar propio del estado de mar (NM_{EM}) asociado a la línea de costa de la fotografía considerada, cuya cuantificación se detalla más adelante.

Para llevar a cabo esta rectificación, además de la cota del nivel medio del mar asociada a la imagen, NM_{EM} , es necesario considerar el ángulo de inclinación de la cámara respecto a un plano horizontal, así como los parámetros ópticos de la cámara y la correspondencia entre las coordenadas de la imagen y coordenadas normalizadas para puntos de control (GCPs), véase figura 50.

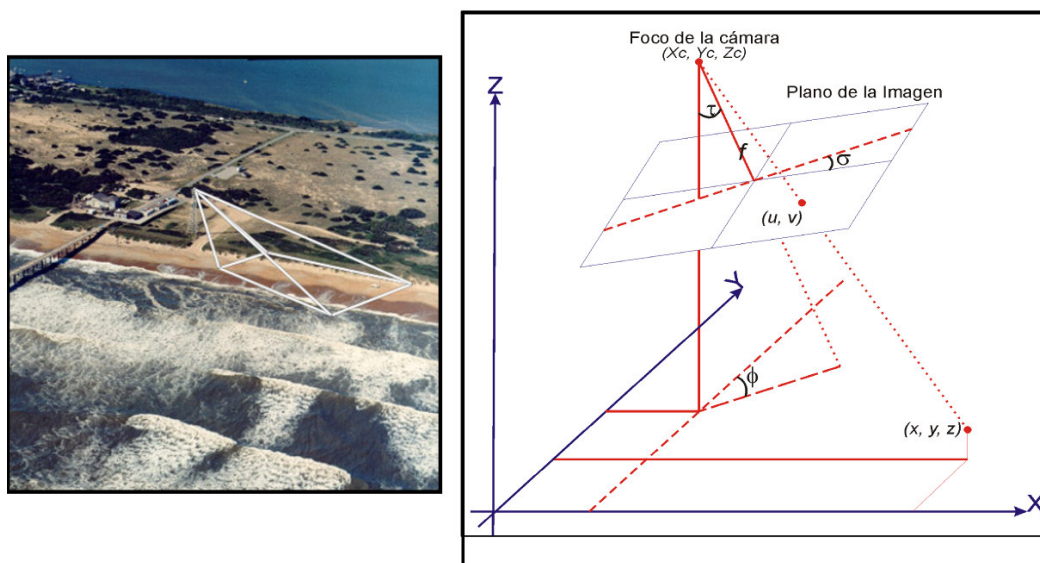


Figura 50. Esquema del proceso de rectificación de una fotografía. Tomada de Turki (2011).

El algoritmo empleado para la rectificación de las imágenes es la transformación lineal directa (DLT) (Abdel-Aziz y Karara, 1971).

Una descripción detallada del mismo puede consultarse en Turki (2011) y un ejemplo de la correspondiente rectificación para la playa de Nova Icaria se muestra en la figura 51.



Figura 51. Imagen original (arriba) y rectificada de la playa de Nova Icaria, con línea de costa digitalizada (azul).

En el siguiente apartado se detalla la metodología seguida para llevar a cabo la determinación de la cota del nivel medio del mar asociado a cada fotografía (NM_{EM}), cuyo establecimiento es necesario para la correcta rectificación de las imágenes.

Nivel medio del mar asociado a cada imagen

El régimen de inundación alcanzado en una playa por acción de la dinámica marina y meteorológica es un fenómeno especialmente complejo, tanto por el gran número de elementos que intervienen en el proceso de inundación, como por la interacción entre dichos elementos: oleaje - batimetría - nivel de marea – inundación, así como por las diferentes escalas en las que tienen lugar.

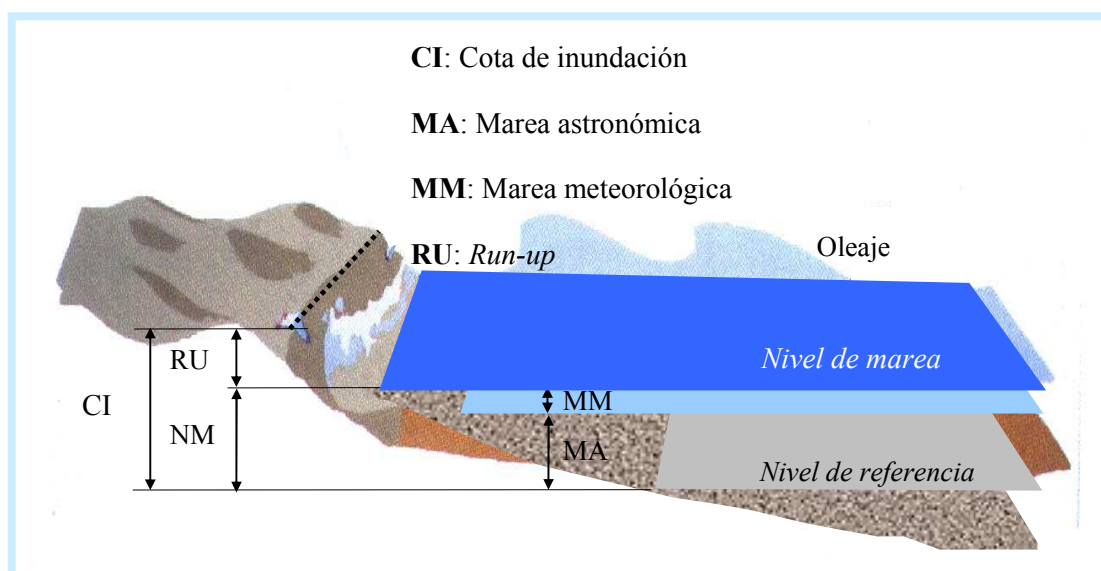


Figura 52. Factores que determinan la cota de inundación en una playa.

En un instante determinado, la cota de inundación de la playa queda determinada por un nivel de marea (NM) y un run-up (RU), véase figura 52.

$$CI = NM + RU \quad [117]$$

El primer término relativo a la marea (NM), se compone de la marea astronómica y la marea meteorológica (MA y MM respectivamente), medidos sobre un nivel de referencia en la batimetría.

Sobre dicho nivel de marea se propaga el oleaje hacia la costa, provocando un movimiento de ascenso de la masa de agua a lo largo del perfil de playa conocido como run-up, RU, que a su vez se descompone en los siguientes términos:

- Set-up estático ($\bar{\eta}$).
- Set-up dinámico ($\hat{\eta}$).
- Run-up de la ola incidente (RU_{inc}).

De forma que el run-up total, RU, es la suma de los 3 términos:

$$RU = \bar{\eta} + \hat{\eta} + RU_{inc} \quad [118]$$

El run-up de la ola incidente, RU_{inc} , se produce cuando, al alcanzar la costa, el oleaje genera una oscilación de ascenso y descenso del nivel del mar sobre el frente de playa asociado a las ondas individuales del estado de mar.

Por otro lado, el set-up dinámico, $\hat{\eta}$, se produce a escala de los grupos de ondas, que provocan pulsaciones del nivel medio de agua en la costa, también conocidas como surf-beat.

Finalmente, el set-up estático, $\bar{\eta}$, es consecuencia de la transferencia de momento del oleaje a la columna de agua en las proximidades de la costa. Debido a que existe una resultante hacia la costa del tensor de radiación del oleaje en propagación, la superficie del agua se inclina para equilibrar fuerzas, generando un descenso del nivel medio aguas adentro desde el punto de rotura, llamado set-down ($\bar{\eta}_b$) y un ascenso del nivel medio hacia tierra, que es máximo a nivel de la línea de costa ($\bar{\eta}_{max}$), véase figura 53.

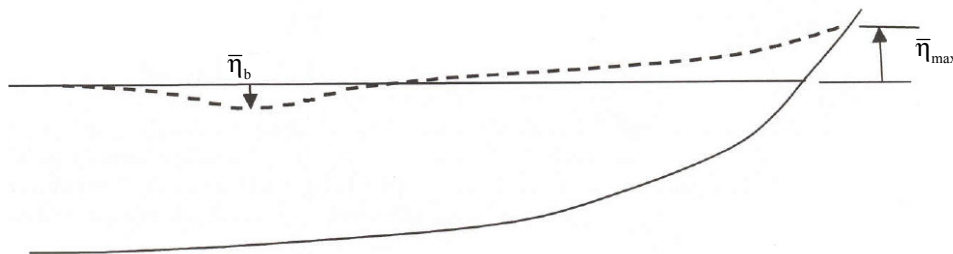


Figura 53. Máximo set-up estático y set-down.

La teoría lineal del oleaje (Dean y Walton, 2009) establece que este máximo set-up, $\bar{\eta}_{max}$, se puede expresar en función de la altura de ola en rotura, H_b , y la proporción entre ésta y la profundidad a la que se produce la rotura, γ , de la siguiente forma:

$$\bar{\eta}_{\max} = \frac{5\gamma}{16} H_b \quad [119]$$

Dada la escala temporal de interés, solo se tendrá en consideración el set-up estático y en particular el valor máximo del mismo, que se produce a nivel de la línea de costa.

Por lo tanto el nivel medio del mar, a nivel de la línea de costa, que se puede considerar constante durante un estado de mar (NM_{EM}), es el resultado de la suma lineal de los siguientes elementos anteriormente citados:

$$NM_{EM} = MA + MM + \bar{\eta}_{\max} \quad [120]$$

Los datos de marea astronómica (MA) y marea meteorológica (MM) se han obtenido a partir de los registros del mareógrafo del Puerto de Barcelona y el máximo set-up estático ($\bar{\eta}_{\max}$) se calcula de acuerdo a la ecuación [119] a partir de la altura de ola en rotura (H_b) que se obtiene de la propagación según teoría lineal del oleaje desde el punto DOW, hasta el punto de rotura (véase apartado 4.2).

El resto de componentes del nivel del mar (el set-up dinámico y el run-up de la ola incidente) presentan periodos de oscilación muy inferiores a la duración de un estado de mar por lo que se desprecia su contribución a efectos de establecer un nivel medio del mar (NM_{EM}) para cada una de las imágenes tratadas.

La información necesaria para la obtención del régimen del nivel de marea se ha obtenido del mareógrafo situado en el Puerto de Barcelona (código de la estación: 3754), perteneciente a la Red de Mareógrafos de Puertos del Estado (REDMAR), véase figura 54, conveniente tanto por su ubicación como por el periodo de datos disponibles que abarca desde 1992 hasta 2008, incluyendo el periodo objeto de estudio.



Figura 54. Características y ubicación de los mareógrafos de la red REDMAR.

La ubicación del mareógrafo del Puerto de Barcelona se muestra en la figura 55, en la que se aprecia la cercanía del mismo a la playa de Nova Icaria, objeto de estudio de la presente tesis.



Figura 55. Ubicación del mareógrafo de Barcelona (punto rojo) en relación a la playa de estudio.

La referencia altimétrica de los datos del mareógrafo corresponde al nivel medio del mar en Alicante, que se sitúa 21.4 cm sobre el cero del Puerto de Barcelona por lo que el nivel medio local se sitúa a 47.4 cm sobre el cero del Puerto de Barcelona (véase figura 56).

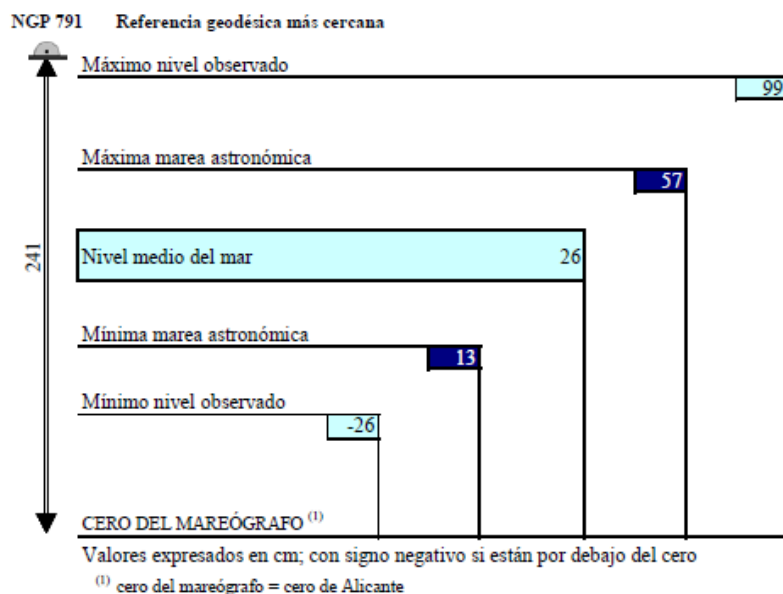


Figura 56. Niveles característicos registrados por el mareógrafo del Puerto de Barcelona.

Los niveles del mar horarios considerados fueron obtenidos tras aplicar un filtro digital centrado a los datos observados cada 5 minutos. La aplicación de dicho filtro elimina cualquier componente de energía con periodo inferior a 1 hora, descomponiéndose la medida del nivel del mar en los términos de marea astronómica y marea meteorológica.

A partir de los datos del mencionado mareógrafo se ha elaborado el régimen de nivel de marea astronómica mostrado a través de sus funciones de densidad y de distribución en la figura 57.

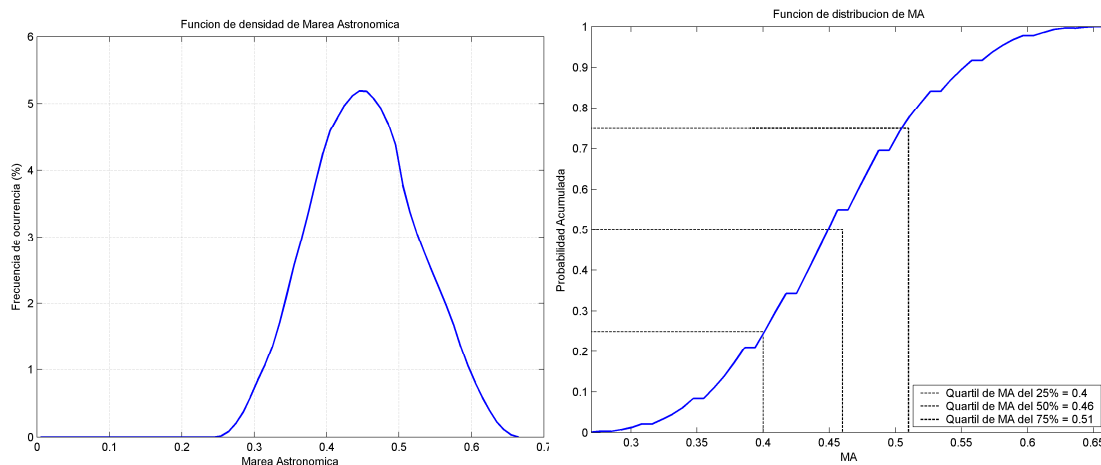


Figura 57. Función de densidad (izquierda) y de distribución (derecha) de la marea astronómica en Barcelona (respecto al cero del Puerto de Barcelona).

A partir de las anteriores figuras se observa que la costa Barcelonesa presenta un régimen de marea astronómica micro-mareal (Davies, 1964) con oscilaciones máximas debidas a la marea astronómica inferiores a 0.65 m.

En la figura 58 se muestran la función de densidad y la función de distribución de la marea meteorológica de la zona de estudio.

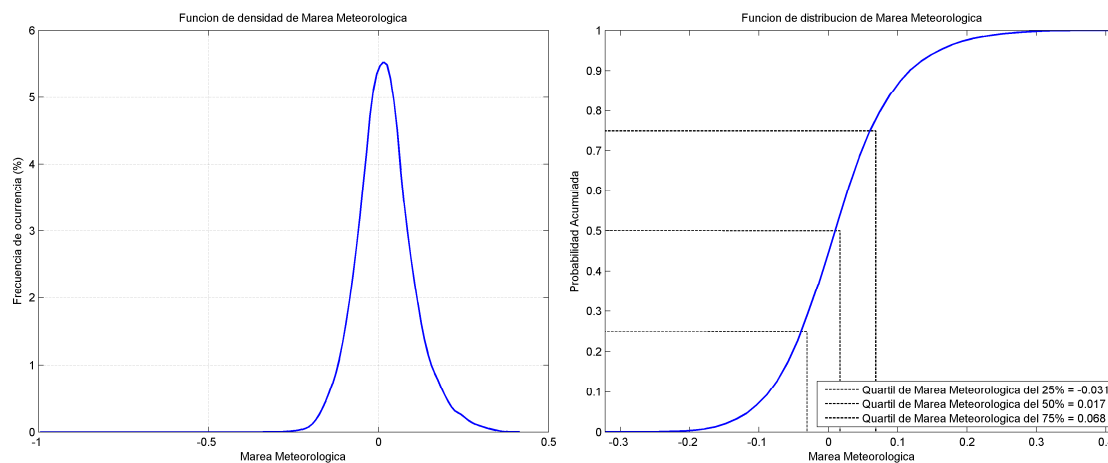


Figura 58. Función de densidad (izquierda) y de distribución (derecha) de la marea meteorológica en Barcelona.

Del régimen de marea meteorológica se deduce que los máximos ascensos del nivel medio del mar debidos a este concepto resultan del orden de 30 cm.

Validación de la rectificación de las imágenes

Para valorar la bondad de la rectificación de las imágenes, se han empleado los siguientes datos:

- Batimetría de detalle de la zona de estudio realizada por Iberport Consulting en marzo de 2008 mediante un dispositivo GPS diferencial (véase figura 73).

- Ortofoto del Plan Nacional de Ortofotografía Aérea (PNOA25), dirigido por el Ministerio de Fomento, a través de la Dirección General del Instituto Geográfico Nacional (IGN) y el Centro Nacional de Información Geográfica (CNIG).

Desde 2004 el programa PNOA25 obtiene ortofotos aéreas digitales con resolución de 25 cm/píxel con un período de actualización de 2 ó 3 años, empleando el sistema de referencia geodésico ETRS89 en la Península Ibérica y proyección UTM en el huso correspondiente, mediante vuelo fotogramétrico equivalente a una escala de vuelo 1:15.000, resultando en una precisión planimétrica de la ortofoto con error cuadrático medio menor de 0.5 m.

El estado de validación de las ortofotos resultantes para todo el territorio español se muestra en la siguiente figura. En ella se observa que para el litoral barcelonés se dispone de ortofotos realizadas en 2009 con resolución 25 cm/píxel.

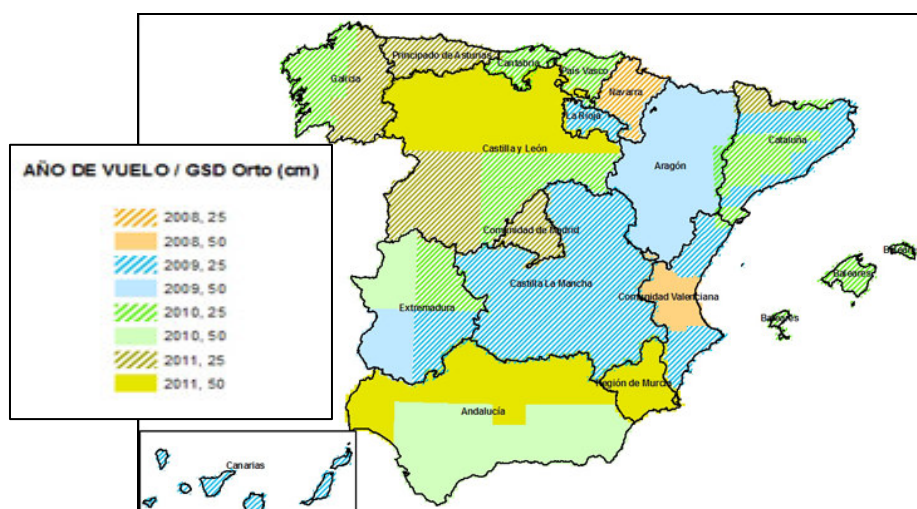


Figura 59. Año de vuelo de la última ortofoto validada. Fuente: www.ign.es/PNOA

Mediante el visor IBERPIX del IGN se ha obtenido la ortofoto PNOA25 georreferenciada correspondiente a la zona de estudio y fechada en mayo de 2009, que se muestra a continuación.

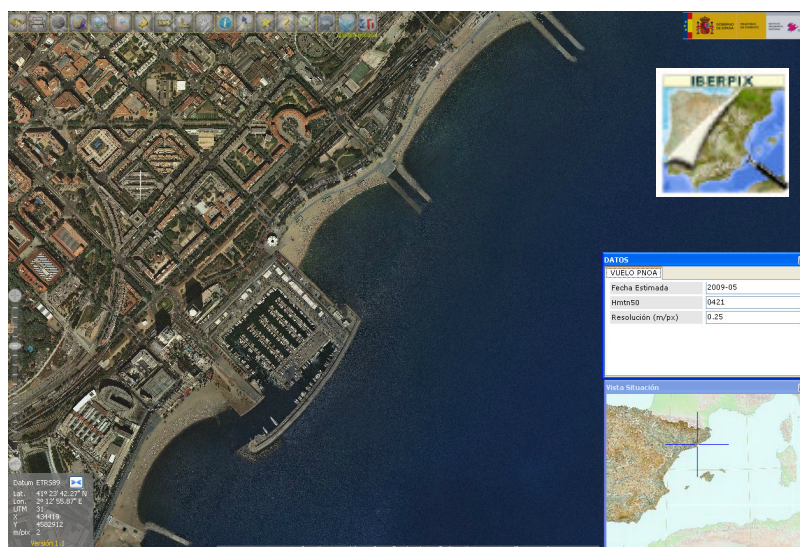


Figura 60. Ortofoto PNOA25 de la playa de Nova Icaria. Fuente: IBERPIX.

Sobre la ortofoto PNOA25, se ha trazado el contorno de diversas estructuras fijas (líneas rojas en la figura 61), las cuales se han superpuesto sobre cada una de las imágenes para validar a nivel cualitativo la rectificación de las mismas.

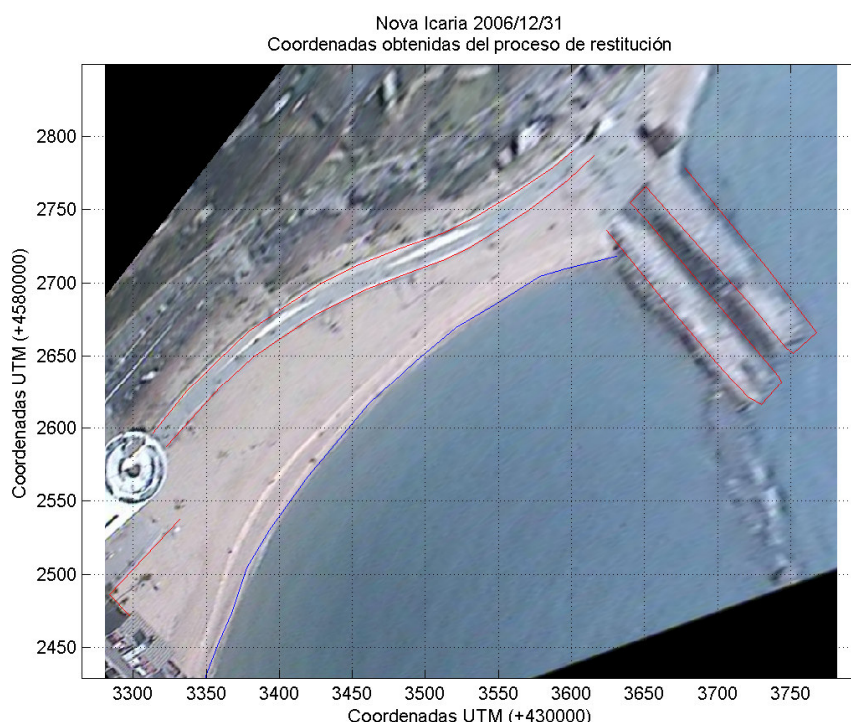


Figura 61. Ejemplo de validación de la rectificación de una imagen de video-cámara mediante la comparación con estructuras fijas obtenidas de la ortofoto PNOA25 (líneas rojas).

Por otro lado se ha considerado el error cuadrático medio entre los datos fotográficos y batimétricos (obtenidos por Iberport Consulting en 2008) para la playa de Nova Icaria, el cual fue obtenido por Turki (2011) mediante la siguiente fórmula:

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(Y_{ARGUS,i} - Y_{DGPS,i})^2}{n}}$$

[121]

Donde $Y_{ARGUS,i}$ y $Y_{DGPS,i}$ representan la posición de la línea de costa medida a lo largo de n perfiles de playa (véase figura 68) respecto a una línea de referencia fija en las imágenes fotográficas y en la batimetría de detalle respectivamente.

De este modo se obtiene un error variable con la distancia a la cámara, que resulta ser de 30 cm en el extremo sur de la playa de Nova Icaria y de 1 m en el extremo norte.

4.1.4. Posicionamiento de la línea de costa

Se ha trazado una línea de referencia fija (línea roja en la figura 62) situada en el trasdós de la playa, de 400 m de longitud y con orientación aproximadamente paralela a la playa, a partir de la cual llevar a cabo la medición de los movimientos de la línea de costa sobre las imágenes rectificadas con su correspondiente nivel medio del mar.

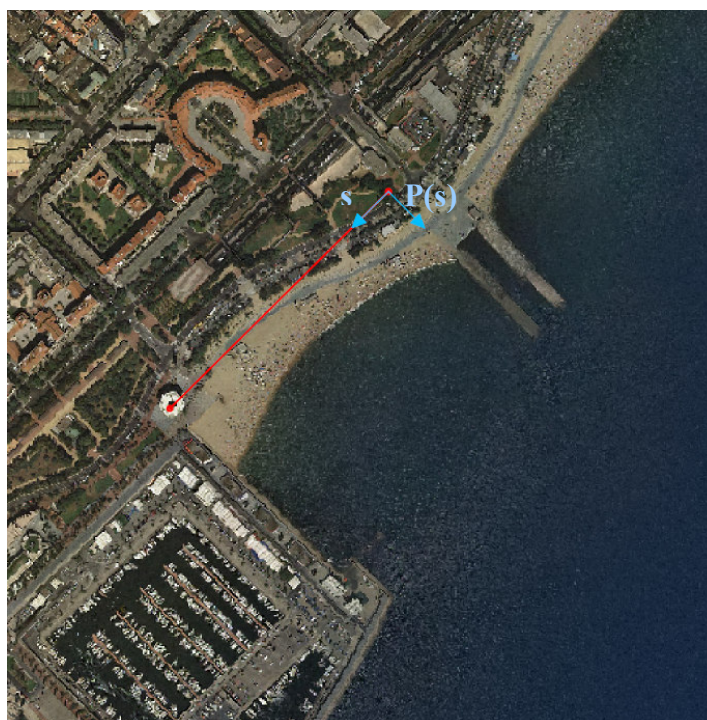


Figura 62. Referencias para medición de la línea de costa sobre ortofoto PNOA25.

La línea de costa, digitalizada y rectificada como una línea poligonal, se ha aproximado a un polinomio de grado 6 definido en un sistema de referencia con origen en el extremo norte de la línea de referencia.

El eje de abscisas (s) coincide con la propia línea de referencia, creciente hacia el sur, mientras que el eje de ordenadas, $P(s)$, es perpendicular al anterior en dirección hacia el mar (sistema coordenado azul en la figura 62).

Tanto la línea de referencia como el sistema coordenado considerado se muestran esquemáticamente en la siguiente figura.

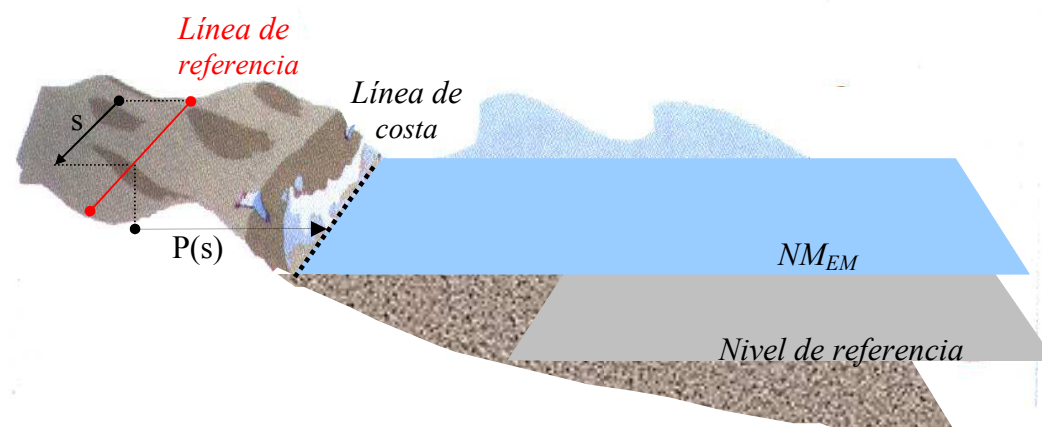


Figura 63. Esquema del sistema coordenado para la definición del polinomio de ajuste, $P(s)$, a la línea de costa.

Así, conocidos los extremos de la línea de referencia, cada línea de costa queda determinada por los 7 coeficientes de su polinomio de ajuste, que tiene la siguiente forma:

$$P(s) = \sum_{i=0}^6 p_i s^i$$

[122]

En la figura 64 se muestra un ejemplo del ajuste de la línea poligonal digitalizada a partir un polinomio de grado 6.

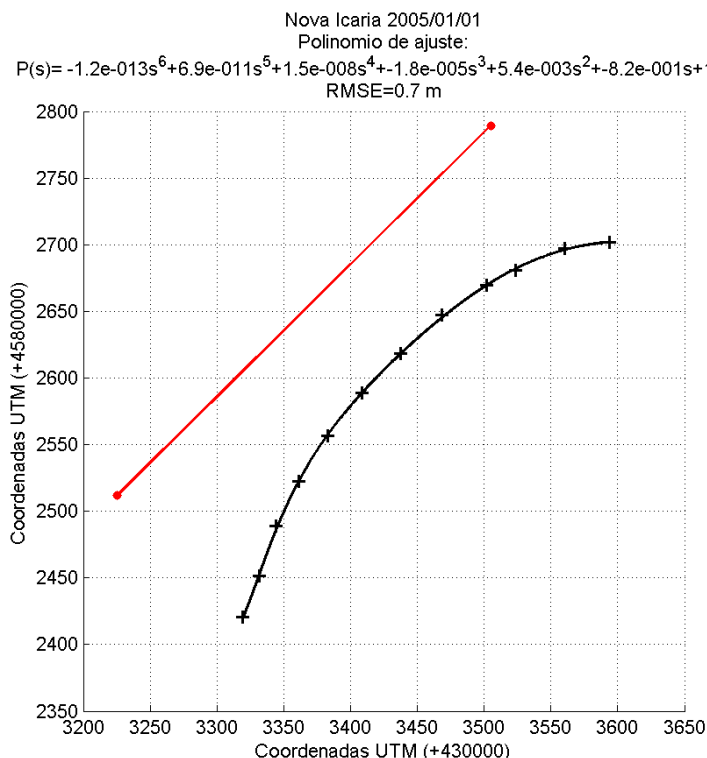


Figura 64. Ejemplo de ajuste de la costa digitalizada y rectificadas (+) a un polinomio de grado 6 (—) definido respecto a la línea de referencia (—).

Se ha considerado que este polinomio mejora la aproximación de forma de la línea de costa entre los vértices de la poligonal trazada debido a la forma marcadamente aconchada de la playa.

Además, de este modo, se dispone de funciones continuas y derivables que representan la línea de costa de cada imagen y que permiten medir la posición de la costa de forma inmediata en cualquier perfil de la playa así como llevar a cabo mediciones integradas, tales como el área de playa seca, véase apartado 4.1.6.

Esta metodología de interpolación para la gestión de la información de la línea de costa extraída de las imágenes de video cámara tiene la ventaja adicional de que reduce notablemente el volumen de datos a almacenar.

Para valorar la bondad de este ajuste se ha calculado el error cuadrático medio obtenido en el ajuste al polinomio de grado 6 para cada una de las líneas de costa digitalizadas, cuya función de densidad se muestra en la siguiente figura, para el caso de la playa de Nova Icaria considerando los datos disponibles pertenecientes al periodo 2005-2006.

El valor medio del error cuadrático medio obtenido ha resultado ser de 0.66 m, siendo el cuantil del 90% ligeramente inferior a 1 m, que coincide con el valor del error de la rectificación de las imágenes y por tanto es aceptable.

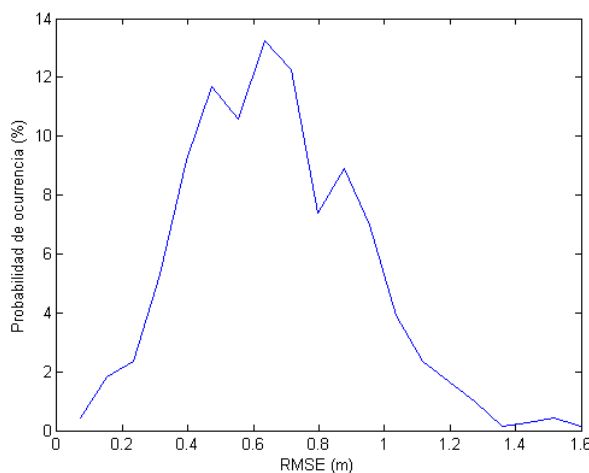


Figura 65. Función de densidad de los errores cuadráticos medios del ajuste de la línea de costa digitalizada a un polinomio de grado 6 en la playa de Nova Icaria durante el periodo 2005-2006.

4.1.5. Corrección por variaciones del nivel del mar

En primer lugar es necesario aclarar el concepto de línea de costa, que obtenida a partir de imágenes de video cámara puede entenderse de la siguiente manera: “intersección entre la batimetría de la playa y la superficie libre del agua”.

Dado que el nivel medio de la superficie libre es variable en función del estado de mar reinante, para llevar a cabo la correcta rectificación de las imágenes, y en particular de las líneas de costa digitalizadas, es necesario asignar a cada fotografía la cota del nivel medio del mar correspondiente al estado de mar, NM_{EM} , durante el que la imagen fue tomada, véase apartado 4.1.3.

Resultado de esta rectificación son, por tanto, líneas de costa tales que cada una de ellas tiene asociado un nivel altimétrico diferente. Por ello las mediciones realizadas sobre estas líneas de costa, $P(s)$, han de corregirse de forma que todas las mediciones tomadas estén referidas a una misma cota altimétrica.

De esta forma la línea de costa se ajusta más bien a la siguiente definición: “intersección entre la batimetría de la playa y un plano horizontal situado sobre una cota de referencia constante”.

Cabe señalar que el establecimiento del valor particular de la cota de referencia asociada a la línea de costa incide directamente en la longitud del perfil activo considerado en el modelo descrito en el capítulo 3, debido a que el punto de cierre del mismo es un punto fijo.

La cota escogida como nivel de referencia para la uniformización altimétrica de las líneas de costa es el nivel medio del mar, NMM, en playas micro-mareales y la pleamar viva equinoccial media, PMVM, en playas macro y meso-mareales.

La justificación de la elección de este nivel en función de las características de la marea en la playa considerada ha sido expuesta previamente en el apartado 3.5.4.

Para trasladar las mediciones de la posición de la línea de costa a partir del polinomio de ajuste, $P(s)$, al mencionado nivel de referencia, $P'(s)$, se ha considerado un frente de playa con pendiente constante, m , dada por la tangente del ángulo de inclinación del frente de playa respecto de la horizontal, ϕ , como se muestra en el siguiente esquema.

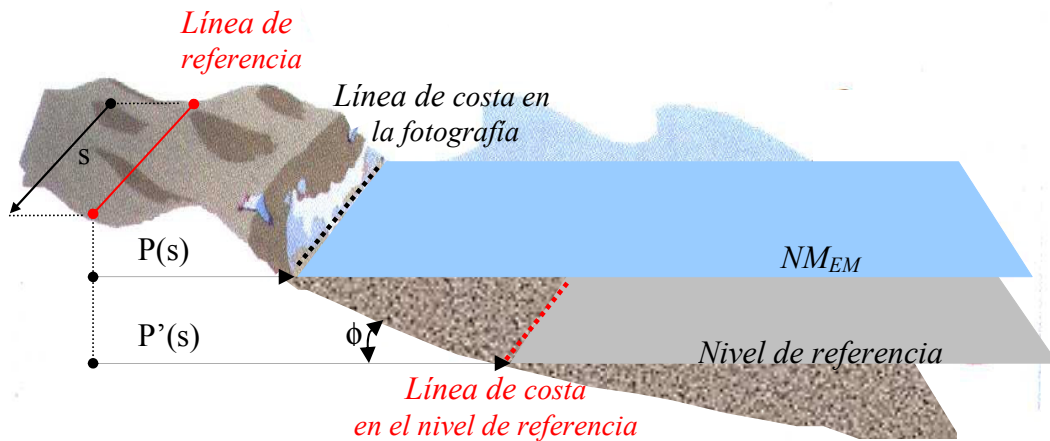


Figura 66. Esquema de la corrección de la medición de la posición de la costa por variaciones del nivel del mar.

Dado un perfil de playa localizado a una distancia “s” del origen de la línea de referencia, la posición de la costa corregida, $P'(s)$, y originalmente medida sobre la costa rectificadora, $P(s)$, en su correspondiente nivel altimétrico, NM_{EM} , se relacionan de la siguiente forma:

$$P'(s) = P(s) + \frac{NM_{EM}}{m} \quad [123]$$

La metodología para la determinación del nivel medio del mar (NM_{EM}) asociado a cada una de las imágenes tratadas se ha detallado en el apartado 4.1.3.

4.1.6. Descomposición de movimientos de la línea de costa

En playas encajadas, como la playa de Nova Icaria, la forma en planta de la línea de costa, $P'(s)$, presenta una forma compleja que puede descomponerse linealmente en los siguientes tres sumandos:

- Posición media, $\bar{P}$: Dada por la distancia media de la línea de costa a la línea de referencia.
- Orientación media, β : Dada por la rotación media de la línea de costa respecto de la línea de referencia.
- Residuos, $Re(s)$: Dados por la diferencia entre la línea de costa dada por $P'(s)$ y el resultado de componer la posición y la orientación media de la misma.

Recordando lo expuesto en el apartado anterior, se dispone de una expresión analítica de la forma en planta de la línea de costa, dada por un polinomio de grado 6, $P'(s)$, definido en toda la longitud de la línea de costa, L , y referido a un sistema coordenado con origen en el extremo norte de la playa y eje de abscisas la línea de referencia (véase figura 62).

Este polinomio, que representa la forma completa de la línea de costa puede expresarse del siguiente modo como suma lineal de 3 términos (véase figura 67).

$$P'(s) = \bar{P} + \beta \left(s - \frac{L}{2} \right) + Re(s) \quad [124]$$

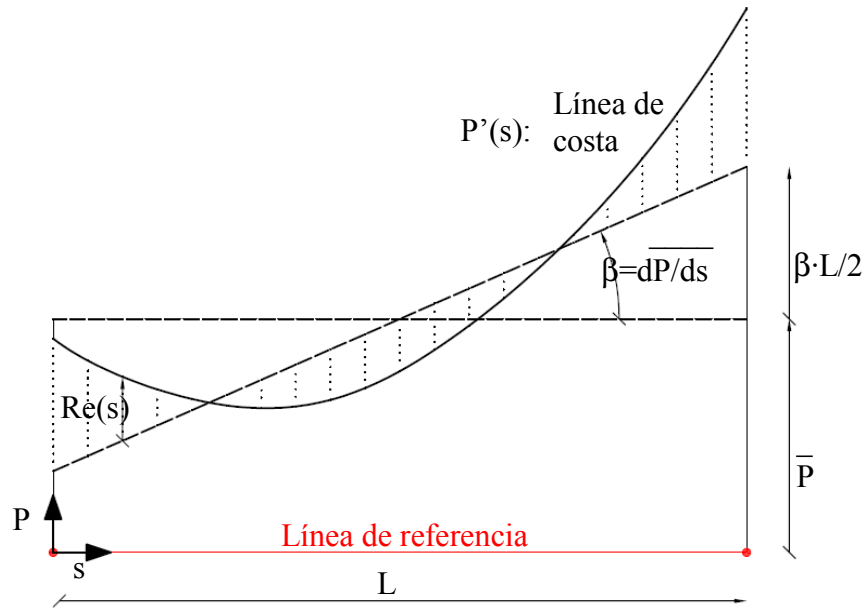


Figura 67. Descomposición de la línea de costa.

A partir de dicho polinomio pueden calcularse los 3 elementos en los que se descompone la línea de costa de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$\bar{P} = \frac{1}{L} \int_{s=0}^L P'(s) ds \quad [125]$$

$$\beta = \frac{1}{L} \int_{s=0}^L \frac{\partial P'(s)}{\partial s} ds = \frac{1}{L} (P'(L) - P'(0))$$

$$Re(s) = P'(s) - \bar{P} - \beta \left(s - \frac{L}{2} \right) \quad [126]$$

En virtud de la hipótesis de ortogonalidad de los procesos se puede asumir que, en playas encajadas, el transporte transversal de sedimentos resulta en una traslación de la línea de costa paralela a la línea de referencia, mientras que el transporte longitudinal de sedimentos da lugar a la rotación de la línea de costa respecto de su punto medio.

Cabe señalar que Turki (2011) modelizó con éxito los movimientos debidos a la rotación de la línea de costa, correlacionándolos con el transporte longitudinal de sedimentos en diversas playas entre las que se encuentra la playa de Noca Icaria.

El modelo de evolución desarrollado en la presente tesis pretende reproducir los movimientos de la línea de costa debidos al transporte transversal de sedimentos a lo largo del perfil.

Por lo tanto en playas encajadas la respuesta del modelo de evolución propuesto en la presente tesis (posición de la línea de costa, x_r) es equivalente a la posición media de la línea de costa, $\bar{P}$, medida según la metodología expuesta en el presente apartado.

Así se dispone de una base de datos medida de posiciones de la línea de costa durante los años 2005 y 2006 con periodicidad aproximadamente diaria adecuada para calibrar y validar el modelo propuesto en la presente tesis.

Análisis preliminar de los movimientos de la línea de costa

Para valorar la adecuación de la anterior descomposición de movimientos, se reproduce a continuación el análisis de los mismos, realizado por Turki (2011) en la playa de Nova Icaria, mediante la técnica de EOFs (funciones ortogonales principales), que permite descomponer los movimientos de la playa en funciones ortogonales de la siguiente forma:

$$Y(s, t) = Y_m(s, t) + \sum_{i=1}^k E_i(s) \cdot C_i(t) \quad [127]$$

Donde $Y(s, t)$ es la posición media mensual de la línea de costa, $Y_m(s, t)$ es la posición promediada tanto en el espacio, “s”, como en el tiempo, “t”, mientras que E_i es el i-ésimo modo espacial y C_i la i-ésima amplitud temporal, habiéndose empleado $k=300$ modos en el análisis.

Para estudiar la variabilidad espacio-temporal de la línea de costa, Turki (2011) analizó 10 perfiles en la playa de Nova Icaria cuya localización se muestra en la figura 68, a lo largo del periodo 2005-2007, que coincide aproximadamente con el periodo del que se disponen datos medidos de la línea de costa en el presente trabajo de tesis.

De forma que en la variable $Y(s, t)$, “s” puede tomar valores entre $Ts1$ a $Ts10$ (véase Figura 68) y “t” toma valores entre abril de 2005 y febrero de 2007, (véase figura 69 y figura 70).

Del estudio de $Y(s, t) - Y_m(s, t)$ se observa que el 98% de la variabilidad del sistema queda recogida tan solo por los 2 primeros modos, que se muestran en las siguientes figuras.

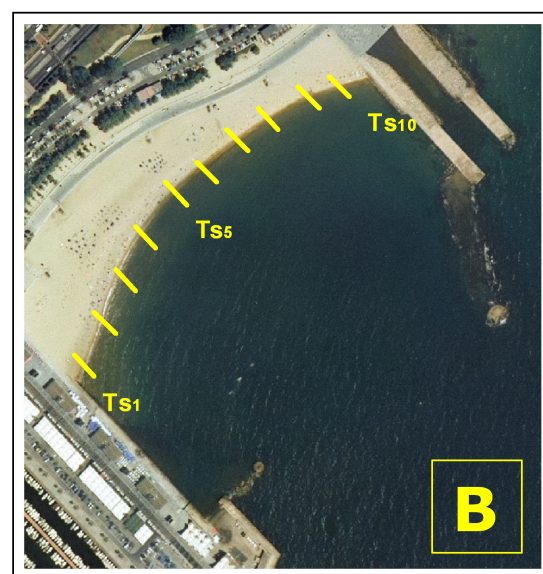


Figura 68. Perfiles de playa considerados en el análisis mediante EOFs, tomado de Turki (2011).

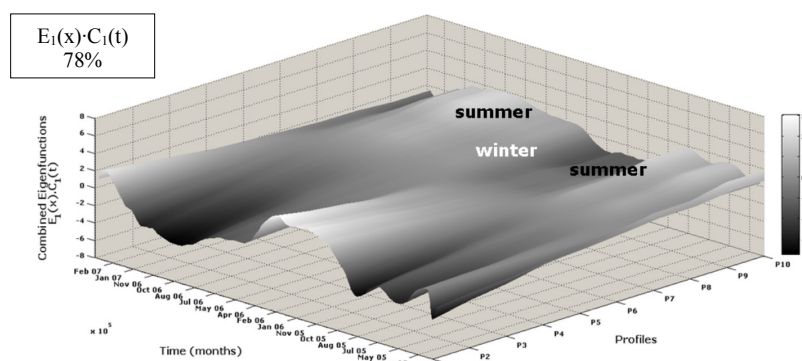


Figura 69. Primer modo del análisis mediante EOFs en Nova Icaria, tomado de Turki (2011).

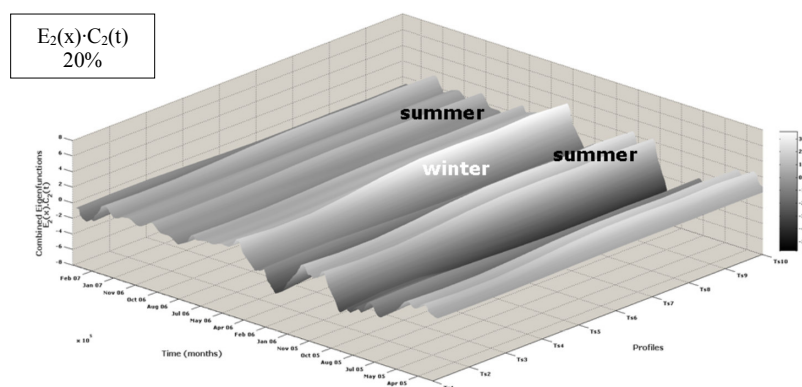


Figura 70. Segundo modo del análisis mediante EOFs en Nova Icaria, tomado de Turki (2011).

A la vista de las anteriores figuras, el primer modo del análisis de EOFs revela una cierta rotación de la playa, con carácter estacional, mientras que el segundo modo muestra un avance y retroceso de la playa aproximadamente paralelo.

Es decir, que del análisis mediante EOFs realizado por Turki (2011) y aquí resumido, se deduce que la práctica totalidad de los movimientos de la línea de costa en la playa de

Nova Icaria se explican a través de la rotación y la traslación de la playa confirmando la adecuación de la descomposición de movimientos propuesta.

4.2. Forzamientos del modelo

El modelo de evolución desarrollado responde al oleaje reinante como único forzamiento, y en particular a su energía en rotura, en forma de momento espectral de orden 0, m_{0b} .

Por ello es imprescindible disponer de una base de datos de oleaje en rotura que abarque el periodo de estudio a considerar.

Para la obtención del oleaje frente a la playa de Nova Icaria se han empleado los datos de altura de ola significativa, periodo de pico y dirección media de la base de datos DOW, “Downscaled Ocean Waves” (Camus et al., 2013), generada numéricamente por el IH Cantabria, en el punto disponible más próximo a la zona de estudio, cuya localización puede observarse en la figura 71.

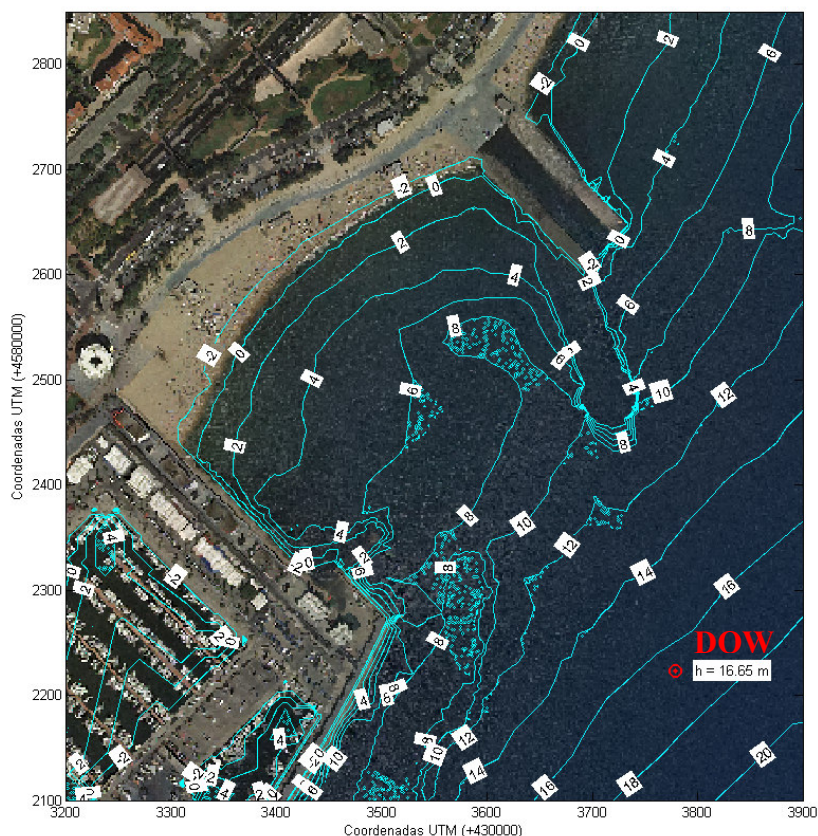


Figura 71. Localización de los datos de oleaje, DOW, frente a la playa de Nova Icaria.

Los datos de oleaje proporcionados por la base de datos DOW tienen una periodicidad horaria desde 1948 hasta 2008, abarcando sobradamente el periodo de estudio considerado.

Una descripción detallada de los mismos se encuentra en el anejo 2 al presente documento, en el que se resumen los pasos fundamentales de la metodología general seguida para la obtención de la base de datos DOW (Camus et al., 2013) así como los

resultados de la validación de la misma con la boya de la red costera del Organismo de Puertos del Estado (OPPE) en Barcelona.

Cabe señalar que, debido a discrepancias entre la batimetría de detalle disponible y la batimetría empleada en la generación de la base de datos DOW, al representar el punto DOW seleccionado sobre la batimetría de detalle (véase figura 71) se observa que se encuentra a una profundidad de 16.65 m, sin embargo la profundidad del mencionado punto de acuerdo a la base de datos DOW es tan solo de 13.31 m, siendo ésta la profundidad desde la que se ha propagado el oleaje hasta rotura mediante teoría lineal, como se expone en el siguiente apartado.

4.2.1. Propagación y energía del oleaje en rotura

Para que se verifique la hipótesis de unicidad del perfil de equilibrio en el modelo de evolución propuesto en la presente tesis, el forzamiento del mismo ha de corresponder al oleaje en rotura.

Por lo tanto es necesario completar la propagación del oleaje desde el punto DOW localizado a 13.31 m de profundidad frente a la playa de Nova Icaria hasta rotura, para lo cual se han aceptando las siguientes asunciones:

- Propagación según teoría lineal asumiendo batimetría recta y paralela.
- Propagación sobre nivel constante e igual al nivel medio del mar local.
- Altura de ola de rotura proporcional a la profundidad.
- Proceso de banda estrecha para cómputo del momento de orden 0 espectral en rotura.

Por otro lado, la propagación según teoría lineal requiere de las siguientes asunciones adicionales:

- Fluido homogéneo e incompresible, por tanto de densidad constante.
- Tensión superficial despreciable.
- Efecto de Coriolis debido a la rotación terrestre despreciable.
- Presión sobre la superficie libre uniforme y constante.
- Fluido ideal o no viscoso.
- Fluido irrotacional.
- Lecho fijo e impermeable y por tanto la velocidad vertical del fluido en el lecho nula.
- Ondas de crestas largas o bidimensionales.
- Amplitud de la onda pequeña y forma constante en tiempo y espacio.

De acuerdo a la teoría lineal y asumiendo que la batimetría es recta y paralela, la altura de ola, H , en una profundidad h puede estimarse a partir de la altura de ola, H_0 , en la profundidad h_0 de acuerdo a la siguiente expresión:

$$H = H_0 \cdot K_s \cdot K_r \quad [128]$$

Donde K_s y K_r son los coeficientes de asomeramiento y refracción respectivamente.

El coeficiente de asomeramiento refleja las modificaciones que sufre la altura de ola en su propagación debido a la constricción vertical del flujo de energía, que tiene que adaptarse a un fondo marino de profundidad decreciente.

Mientras que el coeficiente de refracción refleja el cambio de la altura de ola provocado por el giro de los frentes debido a la expansión o contracción horizontal de los frentes de onda cuando la incidencia del oleaje es oblicua.

El coeficiente de refracción del oleaje depende del ángulo de incidencia del mismo, θ_0 y θ , en h_0 y h respectivamente.

$$K_r = \sqrt{\frac{\cos \theta_0}{\cos \theta}} \quad [129]$$

Conocidas las características del oleaje en h_0 puede obtenerse el ángulo de incidencia del oleaje en h a partir de la conocida como ley de Snell.

$$\frac{\sin \theta}{C} = \frac{\sin \theta_0}{C_0} \quad [130]$$

Donde C es la celeridad de la onda dada por la longitud, L , y el periodo de la misma, T_p , del siguiente modo:

$$C = \frac{L}{T_p} \quad [131]$$

Se asume que el periodo del oleaje, T_p , se conserva durante la propagación, por tanto de la ecuación de dispersión de la onda es posible calcular la longitud de onda de la misma a una profundidad h :

$$L = \frac{gT_p^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right) \quad [132]$$

Finalmente el coeficiente de asomeramiento K_s puede obtenerse a partir de la siguiente expresión:

$$K_s = \sqrt{\frac{C_{g0}}{C_g}} \quad [133]$$

Donde C_g es la celeridad de grupo de la onda que es función de la celeridad de la onda, C , de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$C_g = \frac{C}{2} \left(1 + \frac{4\pi h / L}{\sinh(4\pi h / L)} \right) \quad [134]$$

Por otro lado se asume que la altura de ola en rotura es proporcional a la profundidad local, h , según una constante de proporcionalidad γ , que Thorton y Guza (1983) establece igual a 0.6 para oleaje irregular y altura de ola de momento de orden 0, H_{m0} .

$$H_{m0} = \gamma \cdot h \quad [135]$$

Si se acepta la hipótesis de que el proceso es de banda estrecha, la altura de ola del momento espectral de orden 0, H_{m0} puede asimilarse a la altura de ola significativa en rotura, H_b , y el momento de orden 0, m_{0b} , puede obtenerse en rotura de acuerdo a la siguiente expresión:

$$m_{0b} = \left(\frac{H_{m0}}{4.004} \right)^2 \approx \left(\frac{H_b}{4.004} \right)^2 \quad [136]$$

Existen en la literatura otros criterios de rotura de mayor complejidad y distribuciones estadísticas más adecuadas para el oleaje en rotura cuya consideración complicaría notablemente la metodología aquí descrita sin, en principio, aportar mejoras significativas a los resultados arrojados por el modelo de evolución propuesto en la presente tesis.

Sin embargo, de cara a líneas futuras de investigación, se señala el interés de realizar el estudio de las mismas.

4.3. Características físicas de la playa

Para el establecimiento de las condiciones iniciales del modelo de evolución de la línea de costa propuesto es necesario determinar ciertas características físicas de la playa que permanecen constantes a lo largo de la modelización, denominadas en el marco de la presente tesis como “invariantes del perfil”.

Los invariantes del perfil en el modelo propuesto son los siguientes:

- El tamaño de grano del sedimento de la playa (D_{50}) y su ángulo de rozamiento interno (Φ).
- La altura de la berma de la playa seca (B).
- La cota de la línea de costa (Nivel de referencia).
- El punto de cierre del perfil (x_c, h_c).
- El volumen de sedimento contenido en el perfil activo (V_s).

Siguiendo a Ojeda y Guillén (2008), el tamaño de grano del sedimento, D_{50} , en la playa de Nova Icaria se ha tomado igual a 0.75 mm.

Como ángulo de rozamiento interno del sedimento, Φ , se ha tomado 35° , valor habitual para arenas según las ROM 0.5-05 (Puertos del Estado, 2005).

El nivel de referencia para la línea de costa se ha tomado como el nivel medio del mar local, NMM, situado a 47.4 cm sobre el cero del Puerto de Barcelona en la playa de Nova Icaria (véase apartado 4.1.3).

La profundidad de cierre del perfil activo de la playa, h_c , calculada anualmente mediante la ecuación [15] (Hallermeier, 1985), presenta oscilaciones de hasta 4 m en la playa de Nova Icaria a lo largo de los 60 años de oleaje disponible (1948-2008), como se muestra en la siguiente figura.

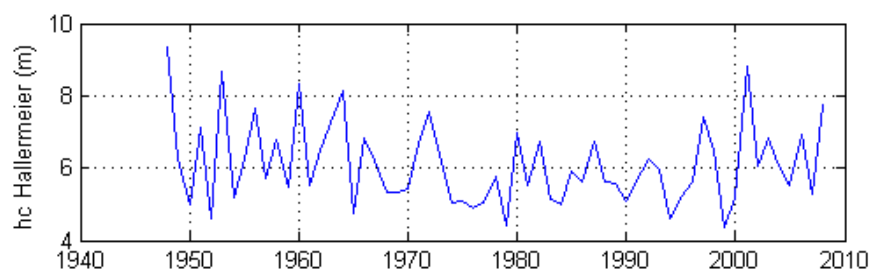


Figura 72. Evolución de la profundidad de cierre anual, h_c , (Hallermeier, 1981) en Nova Icaria.

La profundidad de cierre a considerar en el modelo de evolución se ha calculado como la media de las profundidades de cierre anuales en el periodo de interés (años 2005 y 2006), resultando ser de 6.11 m respecto al cero del Puerto de Barcelona, de acuerdo a la metodología expuesta en el apartado 3.5.4.

Casualmente la media de los 60 años disponibles resulta similar (6.20 m) por lo que en principio el valor adoptado es adecuado a lo largo de todo el periodo para el que se dispone de datos de oleaje.

Como se ha mencionado con anterioridad, se dispone de un levantamiento batimétrico de detalle de la zona de estudio realizado mediante GPS diferencial (DGPS) por Iberport Consulting en marzo de 2008, con referencia altimétrica correspondiente al cero del Puerto de Barcelona, mostrado en la figura 73.

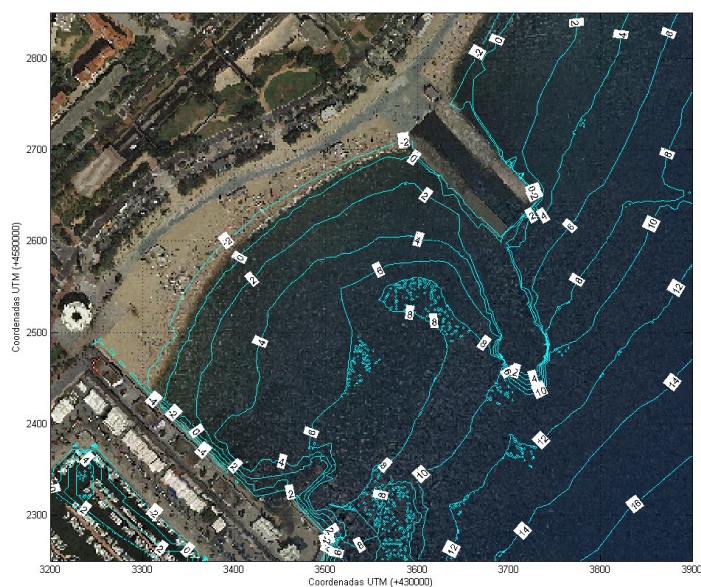


Figura 73. Batimetría de la playa de Nova Icaria realizada por Iberport Consulting (marzo de 2008) sobre ortofoto PNOA25.

De la anterior batimetría se han obtenido la altura de la berma de la playa, $B=2$ m sobre el cero del Puerto de Barcelona, la pendiente media del frente de playa, $m=0.095$ y la posición horizontal del cierre del perfil, $x_c=255$ m.

El establecimiento de la pendiente de la playa es necesario para la determinación de la corrección por nivel del mar en las mediciones de la posición de la línea de costa a partir de las imágenes de video-cámara, véase apartado 4.1.5.

Para la estimación de x_c se ha obtenido la posición media de la isolínea correspondiente a la profundidad de cierre, respecto de la línea de referencia, siguiendo la misma metodología de obtención de la posición media de la línea de costa, descrita en el apartado 4.1.6.

En cuanto al volumen de sedimento de la playa, debido a la presencia de los espigones sumergidos en los laterales de la playa, el resultado de su medición a partir de la batimetría ha resultado un tanto incierto.

Además pequeñas discrepancias en el volumen del sedimento considerado tienen una gran incidencia en los resultados arrojados por el modelo (véanse apartados 4.3.2 y 4.4.4).

Por ello, se ha sustituido la medición del volumen por la medición de la posición de máximo avance extraído de la serie medida de posiciones de la línea de costa, $x_{\infty, \max}=92.31$ m, como se sugiere en el apartado 3.5.4.

A partir de los anteriores invariantes se ha obtenido la siguiente envolvente de perfiles de equilibrio en la playa de Nova Icaria.

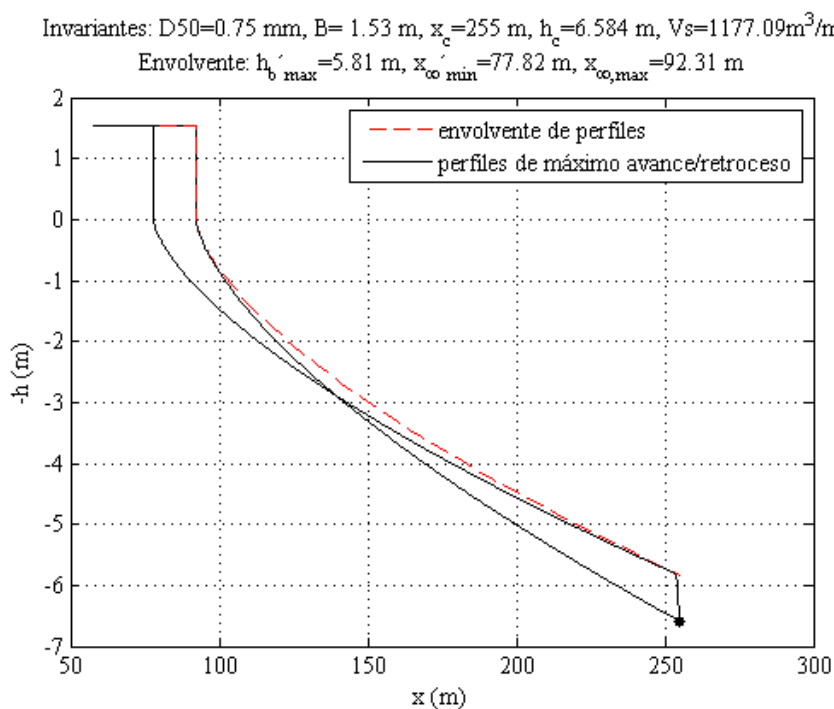


Figura 74. Envolvente de perfiles de equilibrio en la playa de Nova Icaria, referida al NMM (situado a 47.4 cm sobre el cero del Puerto de Barcelona).

Los valores extremos de la envolvente de perfiles así como los invariantes finalmente considerados se muestran en la anterior figura.

Los extremos teóricos de la envolvente de perfiles, no alcanzables en la práctica y que no se muestran en la anterior figura, son $h_{b,max}=5.83$ m y $x_{\infty,min}=77.77$ m.

También del conocimiento de los invariantes de la playa se ha obtenido la curva de energía de equilibrio en la playa de Nova Icaria, la cual se muestra a continuación junto a su ajuste mediante un polinomio de segundo grado.

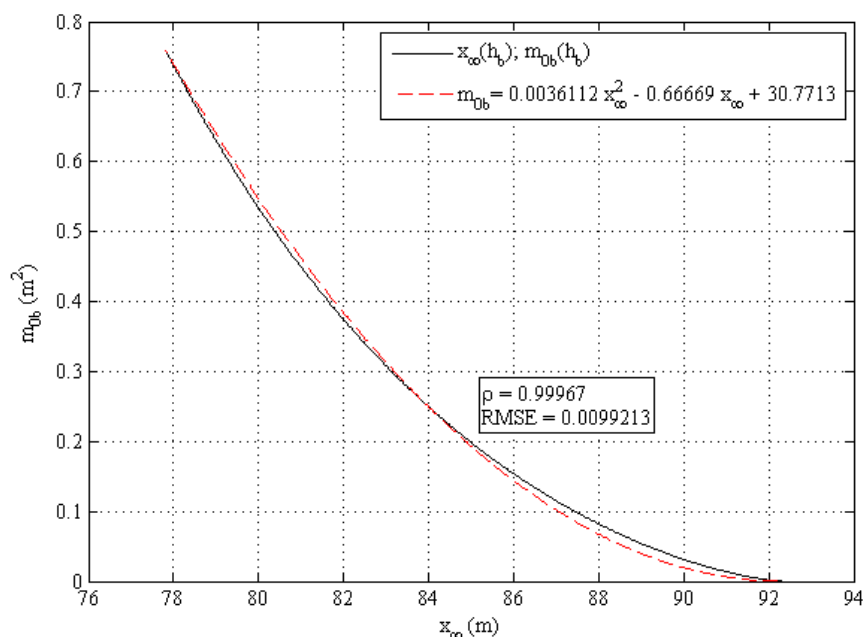


Figura 75. Curva de energía de equilibrio en la playa de Nova Icaria.

En la anterior figura se muestra tanto el coeficiente de correlación, ρ , entre la curva de energía de equilibrio expresada de acuerdo a la ecuación paramétrica [71] y el polinomio de ajuste propuesto, así como el error cuadrático medio, RMSE, entre ambos, observándose el buen ajuste entre ambas en el caso de la playa de Nova Icaria.

A continuación se realiza un análisis de sensibilidad de los invariantes del perfil de playa sobre la geometría de la envolvente de perfiles, que en gran medida determina la capacidad del modelo de evolución para reproducir los movimientos de la línea de costa.

En particular se estudia la relación entre los extremos de la envolvente a nivel de la línea de costa, es decir, el máximo retranqueo y máximo avance posible, $x_{\infty,min}$, y $x_{\infty,max}$ respectivamente y los diferentes invariantes.

4.3.1. Tamaño de grano del sedimento: D_{50}

En primer lugar se han considerado constantes todos los invariantes, e iguales a los propios de la playa de Nova Icaria, véase figura 74, excepto el tamaño del sedimento de grano, D_{50} .

En virtud de la ecuación [58], la posición de máximo avance de la línea de costa, $x_{\infty, \max}$, se relaciona con los invariantes B , V_c , x_c y h_c . Por lo tanto, dado que todos ellos permanecen constantes, también $x_{\infty, \max}$ resulta constante aunque se modifique el tamaño de grano.

No así la posición de máximo retroceso posible, $x_{\infty, \min}$, que depende de Ar (según las ecuaciones [68] y [56]) y que resulta creciente con D_{50} creciente, como se muestra en la siguiente figura, al igual que $h_{b, \max}$.

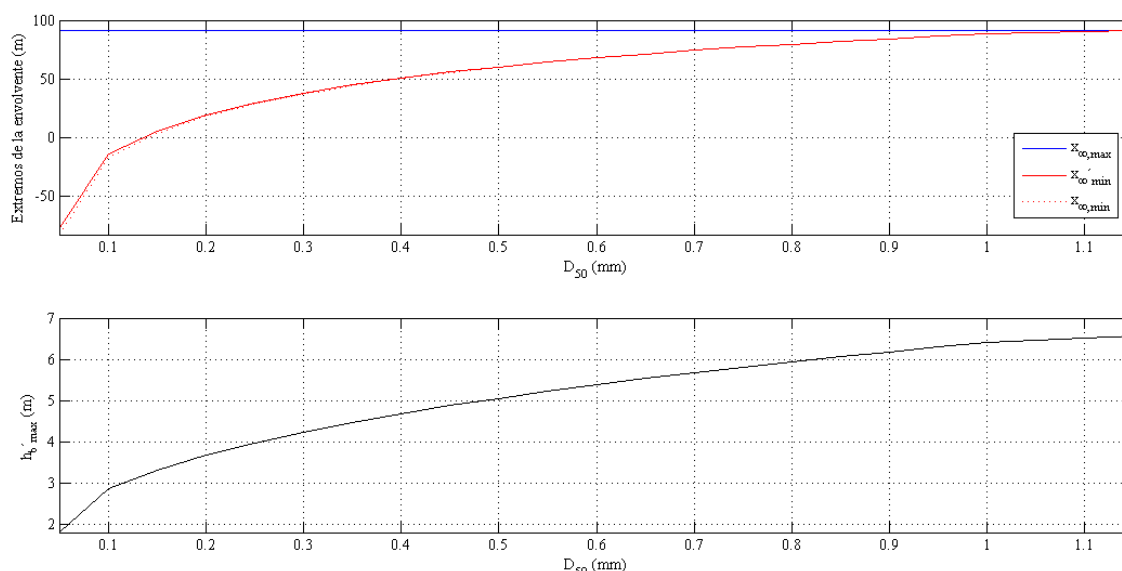


Figura 76. Influencia del D_{50} en la envolvente de perfiles.

Se observa que a mayor D_{50} , $x_{\infty, \min}$ aumenta, reduciendo el rango de posibles movimientos de la línea de costa, del mismo modo que la profundidad máxima a la que se produce la rotura que también aumenta con D_{50} creciente debido a una mayor pendiente media en el tramo de rotura del perfil de playa.

A la vista de la figura 76 se observa que para valores de D_{50} crecientes el rango posible de movimientos de la línea de costa se reduce notablemente, convergiendo a 0 para un D_{50} de aproximadamente 1.15 mm. Para valores de D_{50} mayores que este valor sucede que deja de cumplirse la condición $h_{b, \max} < h_c$ por lo que el perfil de playa en el punto de rotura pasa de ser convexo a cóncavo y el modelo no es viable, véase ecuación [67].

Esto implica que en igualdad de condiciones las playas con mayor tamaño de grano resultan más rígidas, en el sentido de que presentan una menor variabilidad en los movimientos de la línea de costa, mientras que las playas con un sedimento más fino presentan un rango de movimientos posibles de la línea de costa mayor a la vista de la envolvente de perfiles.

Cabe señalar que, aunque esto suceda así a nivel de la envolvente de perfiles, los movimientos de la línea de costa que arroja el modelo dependen también de la velocidad de relajación del mismo (a calibrar) y de la energía del oleaje incidente. Por lo tanto, en la práctica, puede suceder que playas con menor tamaño de grano presenten menor variabilidad a nivel de la línea de costa que playas de iguales características y mayor tamaño de grano.

Finalmente el límite inferior del valor de D_{50} compatible con el modelo propuesto se ha establecido en 0.08 mm, ya que según las ROM 0.5-05 (Puertos del Estado, 2005) para valores inferiores de este valor el sedimento dejaría de considerarse arena para tratarse de limos.

4.3.2. Volumen de sedimentos: V_s

A continuación se realiza el mismo ejercicio que en el apartado anterior pero haciendo variar el volumen de sedimentos en la playa, V_s .

En este caso se observa que tanto la posición de máximo avance de la línea de costa, $x_{\infty, \max}$, como el máximo retroceso posible, $x_{\infty, \min}$, aumentan con un volumen de sedimentos, V_s , creciente, véase figura 77.

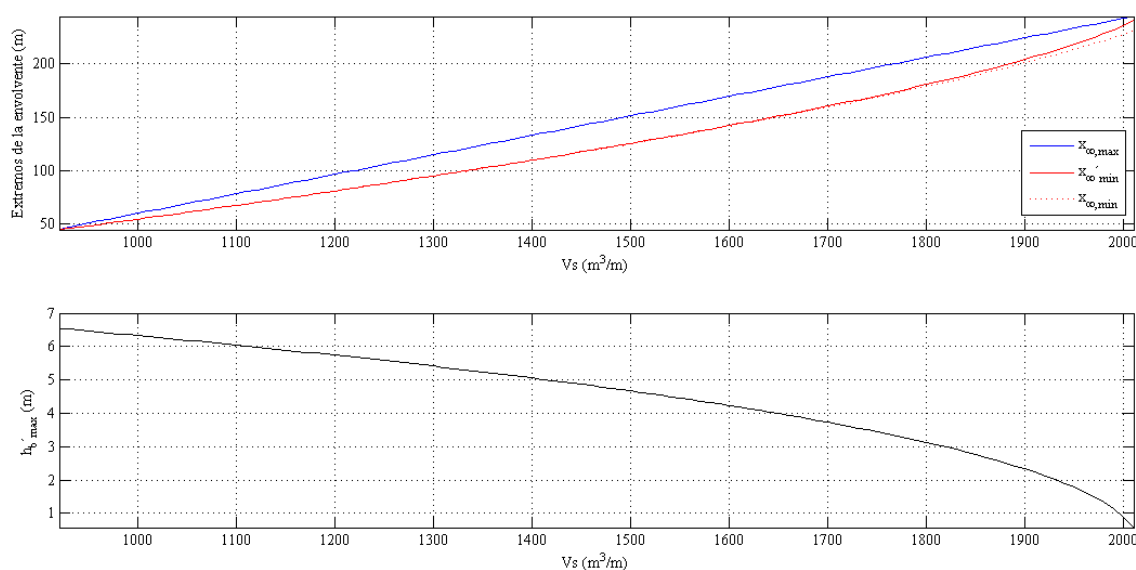


Figura 77. Influencia de V_s en la envolvente de perfiles.

Para valores de V_s muy pequeños ($\approx 920 \text{ m}^3/\text{m}$) la máxima profundidad de rotura posible, $h'_{b, \max}$, aumenta, dando lugar al límite inferior de V_s a partir del punto en el que el modelo deja de ser viable por dejar de cumplirse la condición $h_{b, \max} < h_c$.

Mientras que para V_s muy grandes ($\approx 2000 \text{ m}^3/\text{m}$), la playa queda saturada de arena (pendiente media de la playa aproximadamente igual al ángulo de rozamiento interno del sedimento, Φ) haciendo que la máxima profundidad de rotura posible, $h'_{b, \max}$, tienda a 0, así como el rango de variabilidad de movimientos de la envolvente ($x_{\infty, \max} - x_{\infty, \min}$).

Resulta muy llamativo que pequeñas variaciones de V_s provocan cambios drásticos en la envolvente de perfiles. Por ejemplo para una variación de aproximadamente el 10% del volumen de sedimento en la playa de Nova Icaria, pasando del volumen existente de $1177 \text{ m}^3/\text{m}$ a $1300 \text{ m}^3/\text{m}$ el rango de posibles movimientos de la línea de costa cambia drásticamente obteniéndose un nuevo $x_{\infty, \min}$ mayor que el antiguo $x_{\infty, \max}$, como se observa en la siguiente tabla.

V_s (m^3/m)	$x_{\infty, \min}$	$x_{\infty, \max}$
1177	77.82	92.31
1300	95.04	114.75

Tabla 5. Ejemplo de variación de los extremos de la envolvente de perfiles en función del volumen de sedimento contenido en el perfil activo de la playa.

A continuación se muestra la envolvente y la curva de energía de equilibrio correspondiente al volumen de $1300 \text{ m}^3/\text{m}$ a efectos de compararla con la envolvente de perfiles de la playa de Nova Icaria mostrada en la figura 74.

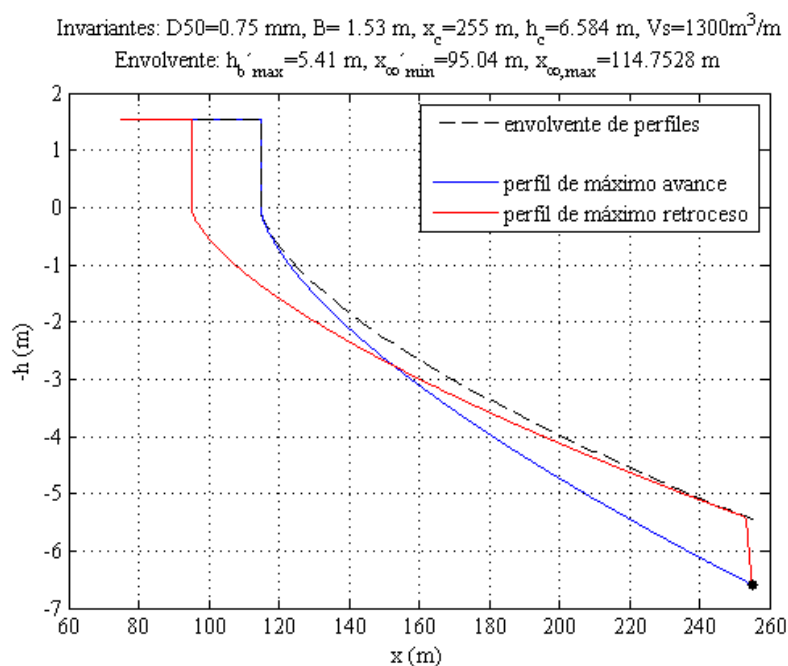


Figura 78. Envolvente de perfiles en la playa de Nova Icaria con $V_s=1300 \text{ m}^3/\text{m}$.

Comparando la figura 74 y la figura 78 se observa que el aumento de volumen de sedimento, V_s , se localiza fundamentalmente en la parte alta del perfil, dando lugar a un drástico adelantamiento tanto de la posición de máximo avance de la línea de costa, $x_{\infty, \max}$, como de la de máximo retroceso, $x_{\infty, \min}$ (22.4 m y 17.22 m respectivamente), mientras que en el pie de la playa la máxima profundidad de rotura, $h_{b, \max}'$, a penas disminuye 40 cm.

La disminución de la máxima profundidad de rotura tiene sin embargo un importante efecto en la curva de energía de equilibrio, ya que reduce la máxima energía del sistema compatible con el modelo, como se muestra en la siguiente figura.

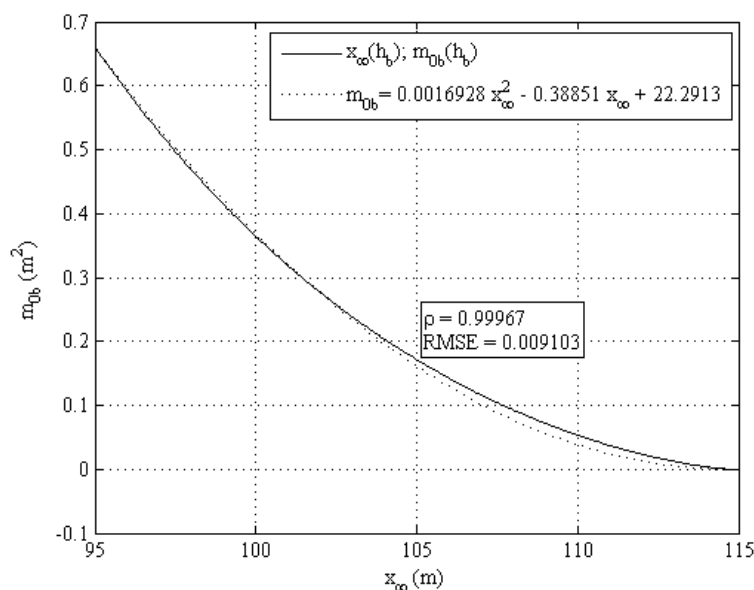


Figura 79. Curva de energía de equilibrio en la playa de Nova Icaria con $V_s=1300 \text{ m}^3/\text{m}$.

Debido a esta especial influencia del volumen de sedimento y a la dificultad que entraña su medición a partir de los datos de la batimetría, para determinar los invariantes de la playa de Nova Icaria se ha optado por fijar el máximo avance observado a partir de las mediciones realizadas a partir de imágenes de video cámara, $x_{\infty, \max}$, y obtener el volumen de sedimento, V_s , en segundo término a partir de él y del resto de invariantes.

4.3.3. Profundidad del perfil activo: h_c

En vista de la metodología escogida para el establecimiento de los invariantes de la playa, para valorar la sensibilidad de la envolvente de perfiles respecto de la profundidad de cierre del perfil activo, h_c , se han considerado constantes los invariantes de la playa, incluida la posición de máximo avance, $x_{\infty, \max}$, permitiendo la libre variación del volumen de sedimento, V_s .

En la siguiente figura se observa esta variación y se observa que $x_{\infty, \min}'$ varía rápidamente con h_c en sentido decreciente, mientras que tanto $h_{b, \max}'$ como V_s lo hacen en sentido creciente.

El rango de variación de la posición de la línea de costa, $x_{\infty, \max} - x_{\infty, \min}'$, disminuye para valores decreciente de h_c , hasta el límite en el que se alcanza $h_c = h_{b, \max}$ para $h_c \approx 5.5 \text{ m}$.

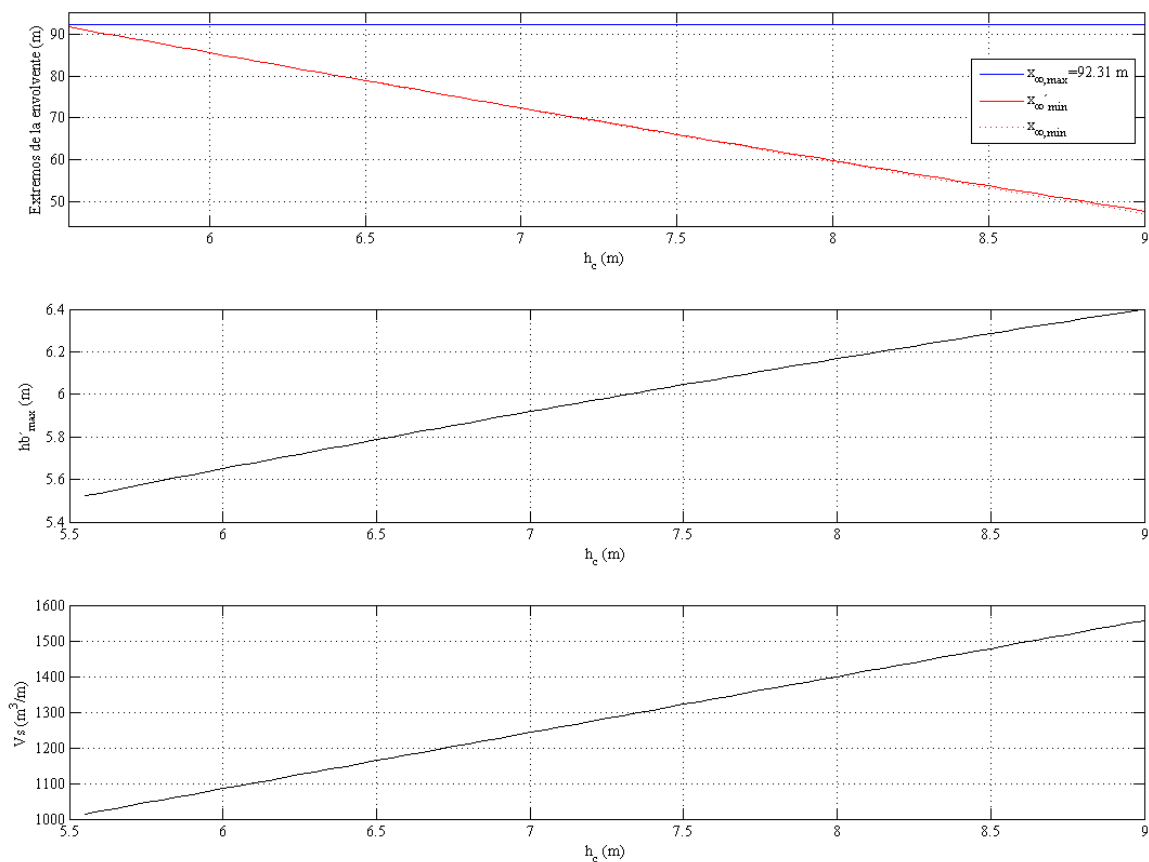


Figura 80. Influencia de h_c en la envolvente de perfiles (con $x_{\infty,max}$ constante).

Si en lugar de fijar constante el máximo avance, $x_{\infty,max}$, se fija constante el valor del máximo retroceso teórico de la línea de costa, $x_{\infty,min}$, el valor del volumen completario de sedimento, V_c también permanece constante en virtud de la ecuación [65].

El valor verdaderamente alcanzable por la envolvente de perfiles, $x_{\infty',min}$, sí depende del valor de h_c , sin embargo, como resulta por definición cercano a $x_{\infty,min}$ la variación es prácticamente inapreciable, al igual que la variación de h_b',max .

Para tener un orden de magnitud de la influencia de h_c sobre h_b',max , basta decir que variaciones de la primera del orden de 2 m generan variaciones en h_b',max de tan solo unos 10 cm, véase figura 81.

Sin embargo $x_{\infty,max}$ sí que varía fuertemente en sentido creciente con h_c decreciente, como se muestra en la figura 81, haciendo disminuir el rango de variación de la línea de costa, $x_{\infty,max} - x_{\infty',min}$, hasta 0 para un valor de $h_c = 5.8$ m.

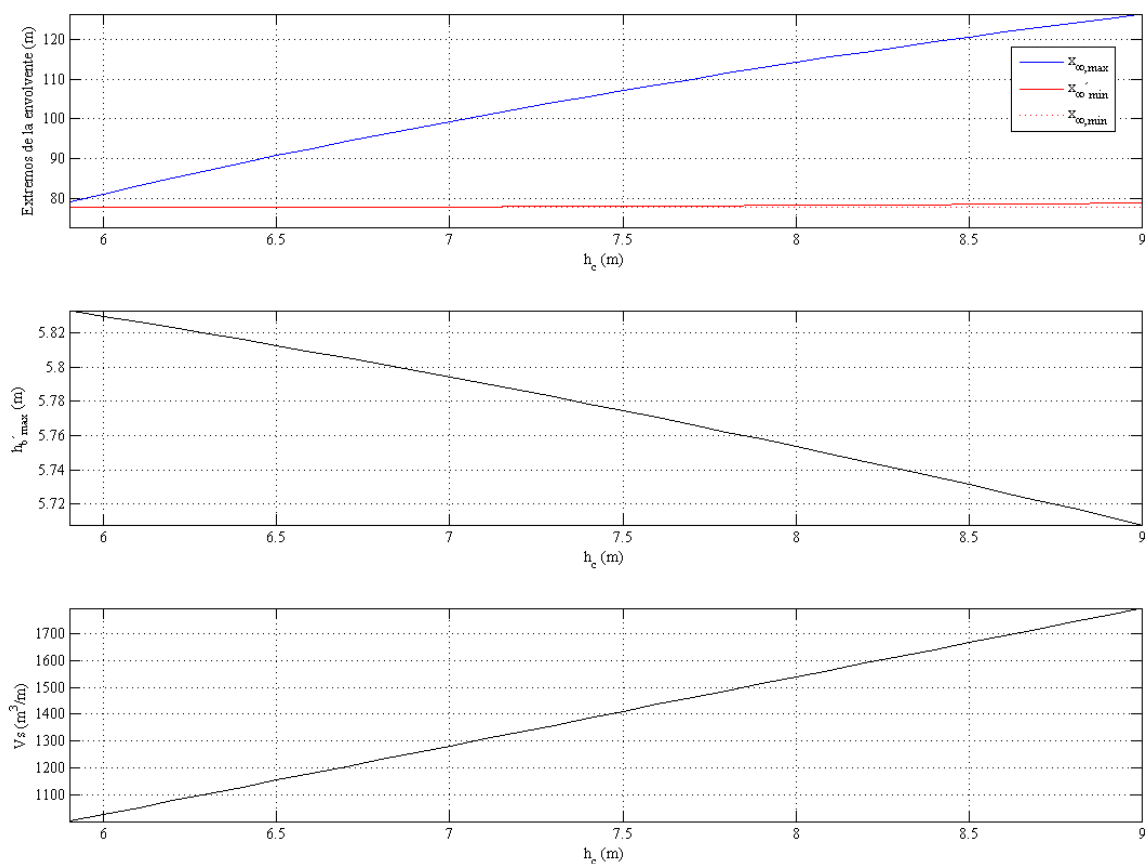


Figura 81. Influencia de h_c en la envolvente de perfiles (con $x_{\infty, min}$ constante, equivalente a V_c constante).

Cabe destacar que en el anterior análisis que aunque se mantenga invariante el volumen de sedimento completario, V_c , el volumen de sedimentos, V_s , varía con h_c en virtud de la ecuación [54].

En los dos casos analizados (figuras 80 y 81) la cota superior de h_c compatible con el modelo se alcanza cuando la pendiente del perfil de playa supera el ángulo de rozamiento interno del sedimento, lo cual sucede para valores de h_c al menos un orden de magnitud superior del valor máximo de h_c mostrado en la figura 72.

Para concluir se analiza la evolución de la envolvente de perfiles en función de h_c cuando el volumen de sedimentos, V_s , se mantiene constante, observándose que tanto la posición de máximo avance, $x_{\infty, max}'$, como de máximo retroceso posible, $x_{\infty, min}'$, retroceden con h_c creciente en el rango de valores razonablemente posibles de h_c .

A la vista de la figura 82 se observa que para un valor de aproximadamente 3.1 m la playa queda saturada de sedimento, lo cual implica que la pendiente media de la playa resulta similar al ángulo de rozamiento interno de la arena, Φ , y la máxima profundida de rotura, $h_b'_{max}$, tiende a 0.

En lo que se refiere a la cota superior de h_c , no se alcanza en el rango de valores posibles de esta variable.

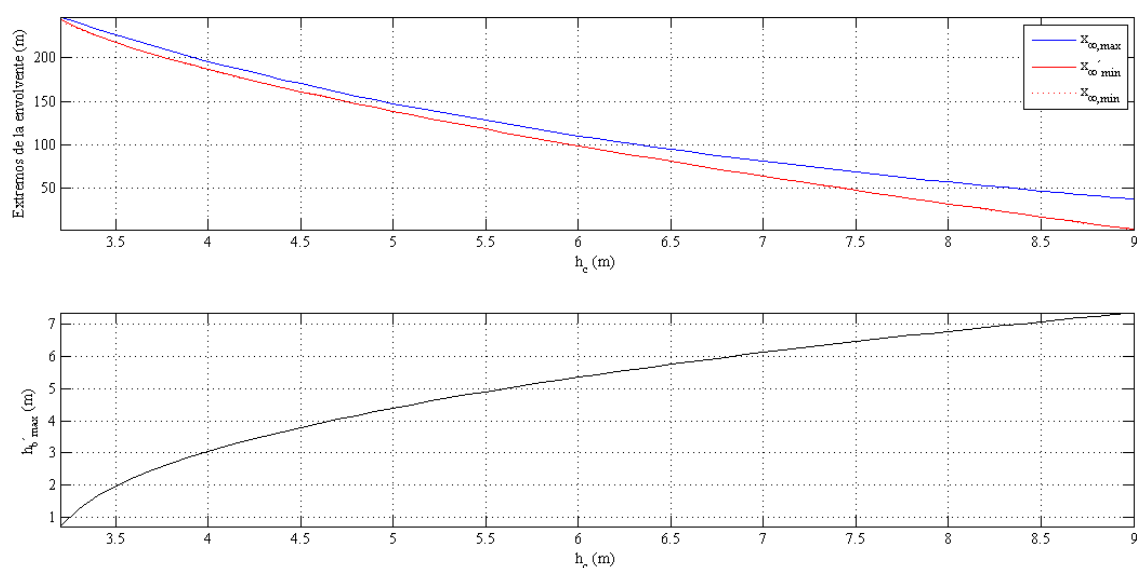


Figura 82. Influencia de h_c en la envolvente de perfiles (con V_s constante).

4.3.4. Longitud del perfil activo: x_c

En el caso de la longitud del perfil activo, x_c , se ha realizado el mismo análisis que para la profundidad del perfil activo, h_c , estudiando en primer lugar la influencia de este parámetro asumiendo $x_{\infty, \max}$ constante y permitiendo la variación de V_s , observándose que tanto V_s como $h_{b, \max}$ crecen con x_c (véase la siguiente figura).

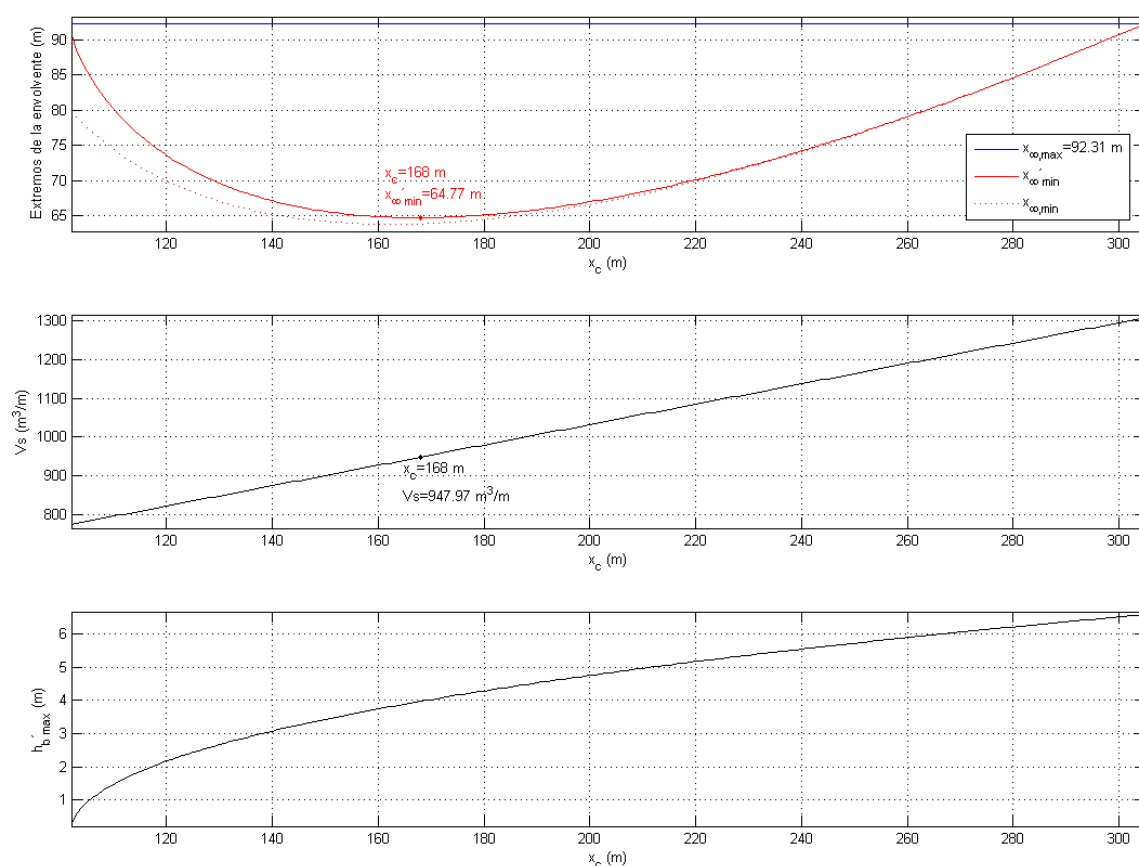


Figura 83. Influencia de x_c en la envolvente de perfiles (con $x_{\infty, \max}$ constante).

Sin embargo, debido a que la variación de $h_b'_{\max}$ para los valores menores de x_c es muy rápida, para estos valores $x_{\infty}'_{\min}$ resulta decreciente mientras que para los valores mayores de x_c , resulta creciente, encontrando un mínimo cuando $x_c=168$ m.

La envolvente resultante para el caso en el que se obtiene el mínimo valor de $x_{\infty}'_{\min}$ para un $x_{\infty,\max}=92.31$ m (el máximo valor observado de los datos medidos mediante video-cámaras) así como la curva de energía de equilibrio asociada se muestran en las figuras siguientes.

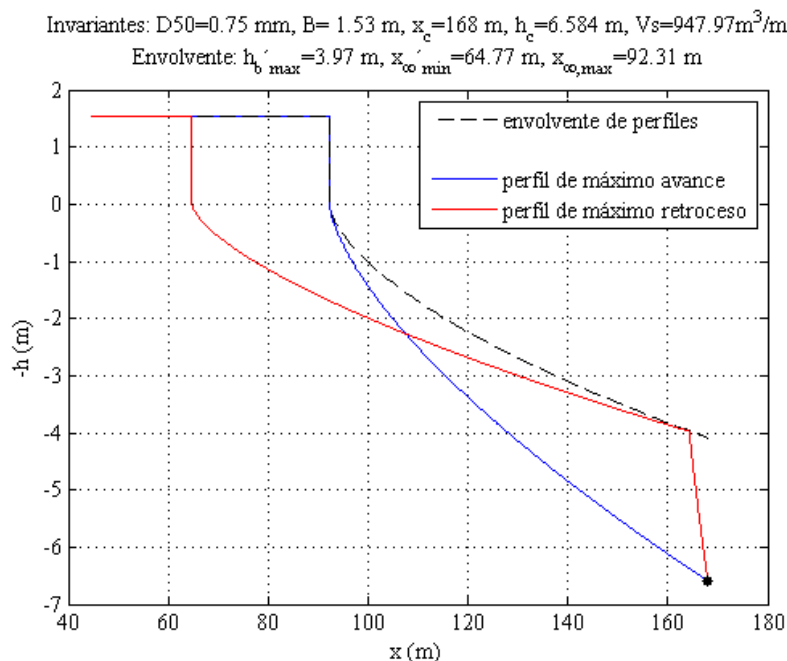


Figura 84. Envolvente de perfiles en la playa de Nova Icaria con $x_c=168$ m y $V_s=947.97$ m³/m.

Comparando esta envolvente de perfiles con la obtenida para la playa de Nova Icaria (obtenida a partir del valor de x_c medido de la batimetría, véase figura 74) el efecto más notable de la reducción del valor de x_c se manifiesta en la elevación de la envolvente de perfiles que pasa de tener un valor máximo, $h_b'_{\max}$, de 5.81 m a tan solo 3.97 m, lo cual incide en los valores máximos alcanzados por la curva de energía de equilibrio que se reducen casi a la mitad, como se muestra en la siguiente figura.

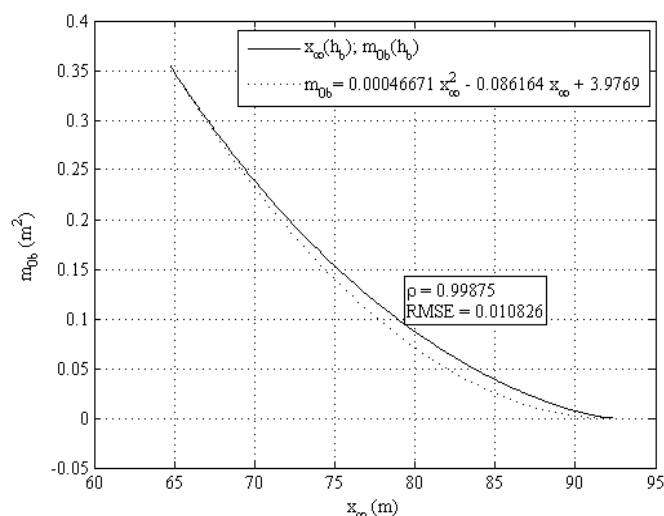


Figura 85. Curva de energía de equilibrio en la playa de Nova Icaria con $x_c=168$ m y $V_s=947.97$ m³/m.

Se plantea ahora la posibilidad de mantener constante $x_{\infty}'_{\min}$ mientras que se permite la variación tanto de $x_{\infty,\max}$ como de V_s .

Para lo cual se ha establecido un $x_{\infty}'_{\min}$ igual al observado en las mediciones realizadas a partir de las imágenes de video-cámara rectificadas, que resulta ser de 83.17 m.

De este modo se observa un comportamiento simétrico, a nivel cualitativo, respecto del anterior, es decir se produce un máximo para $x_{\infty,\max}$ cuando $x_c=186.01$ m.

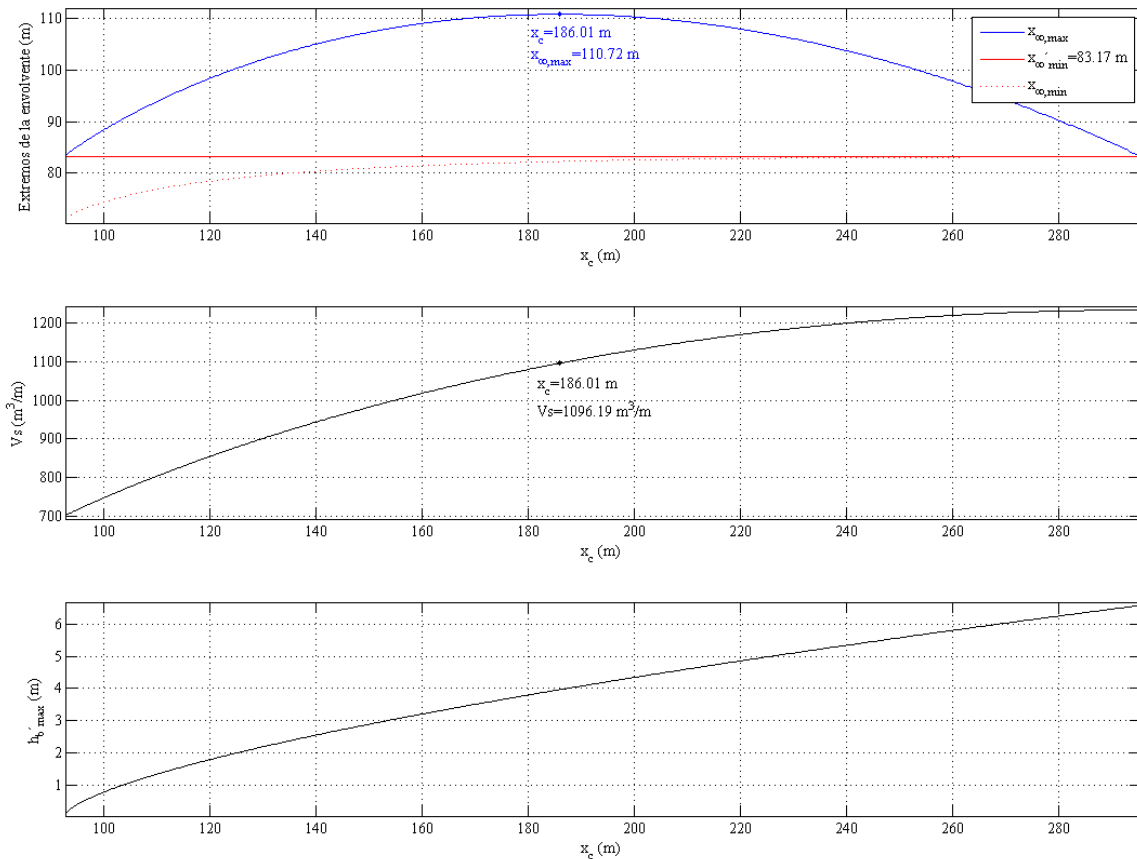


Figura 86. Influencia de h_c en la envolvente de perfiles (con $x_{\infty}'_{\min}$ constante).

La envolvente resultante para el caso en el que se obtiene el máximo valor de $x_{\infty,\max}$ para un $x_{\infty}'_{\min}=83.17$ constante, así como la curva de energía de equilibrio asociada se muestran en las siguientes figuras.

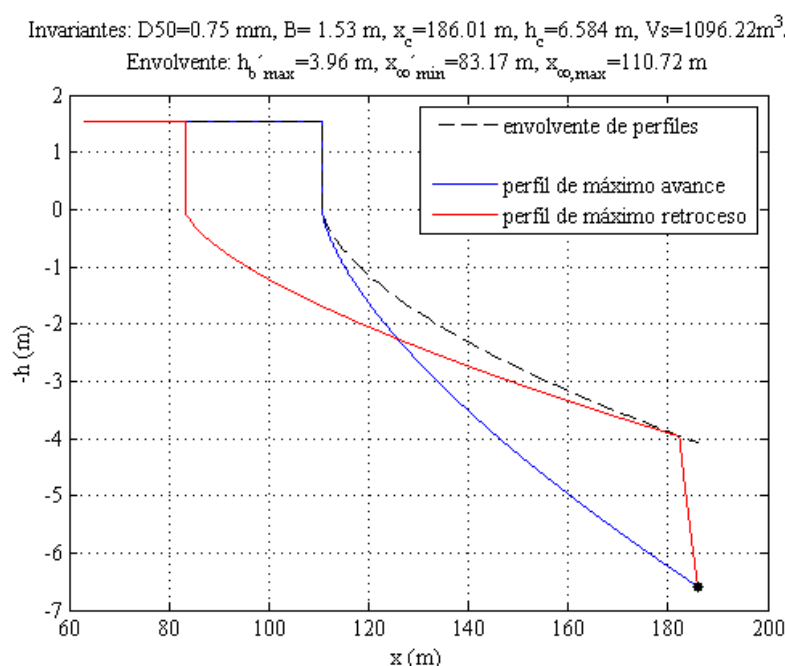


Figura 87. Envolvente de perfiles en la playa de Nova Icaria con $x_c=186.01$ m y $V_s=1096.22$ m³/m.

Comparando la envolvente de la figura anterior con la envolvente de la figura 84 se observa que si bien la forma de la misma es muy parecida, ésta ha sufrido una traslación hacia la derecha en virtud del aumento del valor de x_c así como de la posición de la línea de costa en el perfil de máximo avance, $x_{co\max}$.

De este modo resulta que las curvas de energía de equilibrio mostradas en la figura siguiente y en la figura 85 resultan muy parecidas en términos relativos pero muestran un importante desplazamiento horizontal la una respecto de la otra.

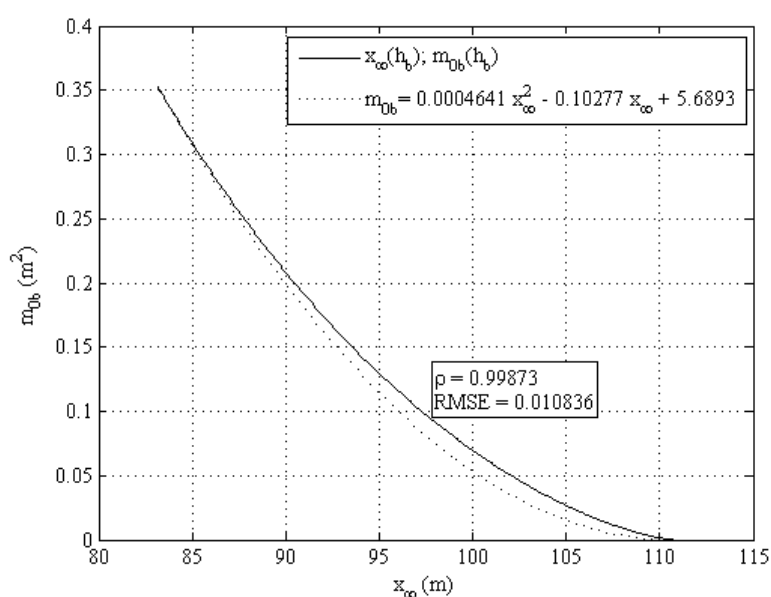


Figura 88. Curva de energía de equilibrio en la playa de Nova Icaria con $x_c=186.01$ m y $V_s=1096.22$ m³/m.

Para concluir, se analiza el caso en el que V_s permanece constante, para el que se comprueba que tanto la posición de máximo avance, $x_{\infty, \max}$, como la posición de máximo retranqueo, $x_{\infty, \min}$, disminuyen con el aumento de x_c , mientras que $h_{b, \max}'$ aumenta hasta alcanzar el límite en el que se hace igual a h_c y por tanto el modelo deja de ser aplicable, lo que sucede para un x_c de unos 285 m.

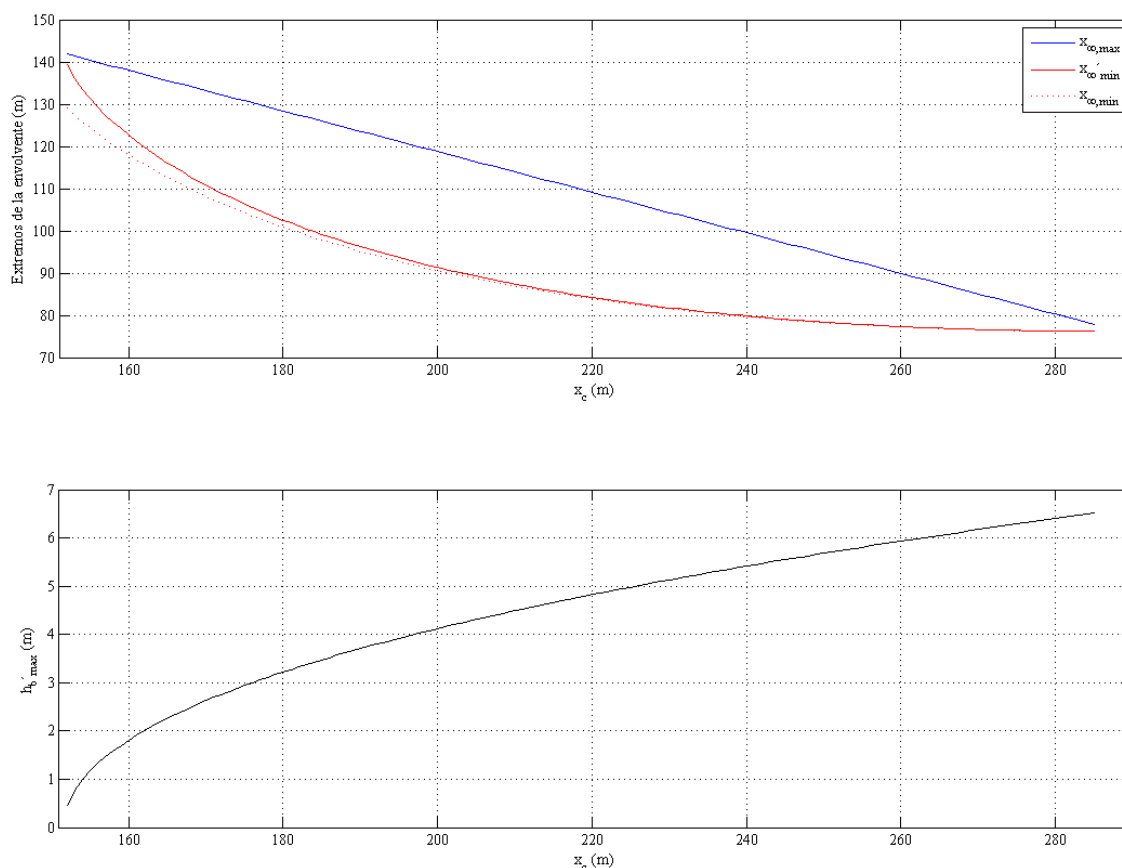


Figura 89. Influencia de x_c en la envolvente de perfiles (con V_s constante).

4.3.5. Conclusiones del análisis de sensibilidad

Se ha analizado la influencia sobre la envolvente de perfiles de cada uno de los principales invariantes de la playa, para lo cual se ha asumido que el resto de invariantes se mantienen constantes e iguales a los propios de la playa de Nova Icaria, alcanzando las siguientes conclusiones principales:

- El tamaño de grano, D_{50} , no influye en la posición de máximo avance de la playa, $x_{\infty, \max}$, sin embargo a menor tamaño de grano se ha observado que la posición de máximo retranqueo potencial en la playa, $x_{\infty, \min}'$, retrocede. De modo que para un tamaño de grano, D_{50} , creciente el rango de movimientos posibles de la playa, $x_{\infty, \max} - x_{\infty, \min}'$, disminuye, tendiendo a 0 para $D_{50} \approx 1.15$ mm, valor a partir del cual el modelo deja de ser aplicable por no cumplirse la condición $h_{b, \max} < h_c$.
- Para un volumen de sedimento contenido en la playa, V_s , creciente tanto la posición de máximo avance de la playa, $x_{\infty, \max}$, como la de máximo retroceso, $x_{\infty, \min}'$, avanzan. Para $V_s < 920 \text{ m}^3/\text{m}$ el modelo deja de ser aplicable por no

cumplirse la condición $h_{b,max} < h_c$ mientras que para $V_s > 2000 \text{ m}^3/\text{m}$ lo es por superar la pendiente media de la playa el ángulo de rozamiento interno del sedimento, Φ . Tanto para los mayores valores de V_s como para los menores el rango de movimientos posibles de la playa, $x_{\infty,max} - x_{\infty,min}$ tiende a 0.

- Por otro lado, pequeñas variaciones de V_s provocan cambios drásticos en la envolvente de perfiles, e.g. pasando de un volumen de $1177 \text{ m}^3/\text{m}$ a $1300 \text{ m}^3/\text{m}$ (10% de variación) se obtiene un nuevo $x_{\infty,min}$ mayor que el $x_{\infty,max}$ original, lo cual implica que la envolvente de perfiles se sale completamente del rango de los movimientos medidos.
- A profundidad creciente de cierre del perfil, h_c , y fijando constante el valor del máximo avance de la playa, $x_{\infty,max}$, de forma que el volumen de sedimento, V_s , varía libremente, se obtiene un mayor retroceso máximo potencial en la playa, $x_{\infty,min}$. El valor mínimo de h_c viene dado por la restricción $h_{b,max} < h_c$ y se encuentra en torno a los 5.5 m..
- A mayor profundidad de cierre del perfil, h_c , y considerando constante la posición de máximo retranqueo, $x_{\infty,min}$, el volumen complementario de sedimento contenido en el perfil activo, V_c , se mantiene también constante y se obtiene un avance máximo, $x_{\infty,max}$, creciente mientras que el mínimo, $x_{\infty,min}$, permanece prácticamente constante. En este caso el valor mínimo de h_c , dado por la restricción $h_{b,max} < h_c$, se encuentra en torno a los 5.8 m.
- A profundidad de cierre del perfil, h_c , creciente y considerando constante el volumen de sedimento contenido en el perfil activo, V_s , la posición de máximo avance, $x_{\infty,max}$, y retranqueo, $x_{\infty,min}$, retroceden mientras que la diferencia entre ambas aumenta. En este caso el valor mínimo de h_c , se produce cuando la playa queda saturada de sedimento en torno a los 3.1 m.
- En todos los casos analizados el valor máximo de h_c compatible con el modelo supera en al menos un orden de magnitud el valor máximo posible a la vista de la serie de oleaje considerada.
- Se ha analizado la variación de la longitud del perfil activo de playa, x_c , fijando constante el valor del máximo avance de la playa, $x_{\infty,max}$, y permitiendo libremente la variación del volumen de sedimento contenido en la misma, V_s , resultando que se obtiene un mínimo $x_{\infty,min}$ para $x_c=168 \text{ m}$. En este caso el valor de x_c compatible con el modelo se encuentra acotado entre los 100 m ($h_{b,max}=0$) y los 310 m ($h_{b,max}=h_c$) aproximadamente.
- Se ha analizado también la variación de la longitud del perfil activo de playa, x_c , fijando constante el valor del mínimo retroceso de la playa, $x_{\infty,min}$, y permitiendo libremente la variación del volumen de sedimento contenido en la misma, V_s , resultando que se obtiene un máximo $x_{\infty,max}$ para $x_c=186 \text{ m}$. En este caso el valor de x_c compatible con el modelo se encuentra acotado entre los 90 m ($h_{b,max}=0$) y los 300 m ($h_{b,max}=h_c$) aproximadamente.
- Para una longitud del perfil activo de playa, x_c , decreciente, en el caso de mantener el volumen de sedimento, V_s , constante, tanto la posición de máximo avance de la playa, $x_{\infty,max}$, como la de máximo retroceso, $x_{\infty,min}$, aumentan. El

valor de x_c compatible con el modelo se encuentra acotado entre 150 m ($h_{b,max}'=0$) y los 285 m ($h_{b,max}=h_c$) aproximadamente.

De todas las conclusiones aquí resumidas cabe destacar que pequeñas fluctuaciones en el valor del volumen de sedimento contenido en la playa, V_s , pueden dar lugar a envolventes de perfiles de equilibrio poco realistas (véase apartado 4.4.4).

Por ello, en lugar de calcular el valor de este invariante en base a mediciones sobre la batimetría de la playa, se recomienda su cálculo a partir de la estimación de la posición de máximo avance posible de la playa, $x_{\infty,max}$, siguiendo el metodología descrita en el apartado 3.5.4 para la determinación de los invariantes del perfil de playa.

4.4. Resultados de la modelización de la posición de la línea de costa

Una vez establecidos los invariantes de la playa de Nova Icaria, que determinan tanto la envolvente de perfiles y la curva de energía de equilibrio del modelo estático, así como los forzamientos del modelo, se ha procedido al cálculo de la evolución de la posición de la línea de costa mediante el modelo de evolución para el medio plazo propuesto en la presente tesis.

La calibración del modelo y la generación de resultados, se ha llevado a cabo sobre la extensión al medio plazo del modelo propuesto para el corto plazo mediante su forma secuencial, empleándose la forma integral únicamente en el marco de los desarrollos posteriores del modelo descritos en el capítulo 5 de la presente tesis.

Por otro lado, en general y salvo indicación expresa, las características del modelo estático considerado a lo largo del presente apartado, 4.4, son en todo momento las mostradas en la siguiente tabla, establecidas en función de las características físicas de la playa de acuerdo a lo expuesto en el apartado anterior.

D_{50} (mm)	Φ (°)	B (m)	x_c (m)	h_c (m)	V_s (m ³ /m)	$h_{b,max}'$ (m)	$x_{\infty,min}'$ (m)	$x_{\infty,max}$ (m)
0.75	35	1.53	255	5.81	1177.09	5.81	77.82	92.31

Tabla 6. Características del modelo estático propuesto en la presente tesis.

4.4.1. Método de calibración de los modelos de evolución

Las variantes del modelo propuesto incluyen al menos 1 y como máximo 3 parámetros a calibrar (C^+ , C^- , μ). Para determinar su valor óptimo se ha buscado minimizar el error cuadrático medio, RMSE dado por la siguiente ecuación.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{P}(t_i) - x_r(t_i))^2}{n}} \quad [137]$$

Donde x_r son las posiciones de la línea de costa generadas mediante el modelo de evolución propuesto y $\bar{P}$ las obtenidas de las mediciones realizadas en la playa de Nova Icaria a partir de imágenes de video-cámara, véase apartado 4.1.6.

Los datos medidos empleados en la calibración realizada corresponden a los 6 primeros meses del año 2005.

A efectos de comparar los resultados de los modelos alternativos es necesario emplear un método sistemático que permita llevar a cabo una calibración que quede al margen de subjetividades.

Por ello, para la calibración de todas las variantes del modelo desarrollado se ha aplicado el método que minimiza el error cuadrático medio anteriormente descrito (véase ecuación [137]).

Así, calibrados bajo un mismo criterio, los resultados arrojados por cada una de las variantes propuestas en la presente tesis para el modelo de evolución de la línea de costa, resultan comparables.

4.4.2. Comparación de modelos de evolución

A modo de resumen se enumeran a continuación las características de las diversas variantes del modelo de evolución propuesto, las cuales se basan principalmente en modificaciones sobre la ecuación cinética que rige la velocidad de cambio de la posición de la línea de costa, la cual puede tomar las siguientes formas:

- 1^{er} modelo: $dx_r/dt = C^\pm m_{0b}^\mu (\Delta m_{0b})$
- 2^o modelo: $dx_r/dt = C^\pm (\Delta m_{0b})$
- 3^{er} modelo: $dx_r/dt = C^\pm (\Delta x_r)$

De los anteriores, el tercer modelo presenta una velocidad de relajación constante e independiente del oleaje incidente mientras que los dos primeros modelos presentan una velocidad de relajación variable, creciente con la energía del oleaje reinante, y pueden presentar dos sub-variantes en función de la forma de la aproximación de la curva de energía de equilibrio, como sigue:

- Parabólica: $m_{0b} = ax_\infty^2 + ax_\infty + c$
- Lineal por tramos: $m_{0b} = a_i x_\infty + b_i$

En las siguientes figuras se muestra la optimización de las constantes de calibración de todos los modelos anteriormente enumerados, en primer lugar, permitiendo que las constantes de calibración sean distintas, $C^- \neq C^+$ (véase figura 90). Y, en segundo lugar, forzando a que sean iguales, $C^- = C^+$, de forma que se elimina un grado de libertad en el modelo pero se simplifica notablemente el proceso de calibración (véase figura 91).

En cualquier caso, cabe recordar que la forma integral del modelo de evolución, para ser computable, requiere que $C^- = C^+$ por lo que el análisis de tal simplificación resulta de gran interés.

En lo que se refiere al mínimo error cuadrático medio, RMSE, obtenido, tanto con constantes de calibración distintas (véase figura 90) como iguales (véase figura 91) el proceso de optimización de los modelos arroja resultados muy similar en el caso de los 4 modelos que presentan velocidad de relajación variable, mientras que, en el caso del último de los modelos, con velocidad de relajación constante, los resultados empeoran ligeramente respecto de los anteriores.

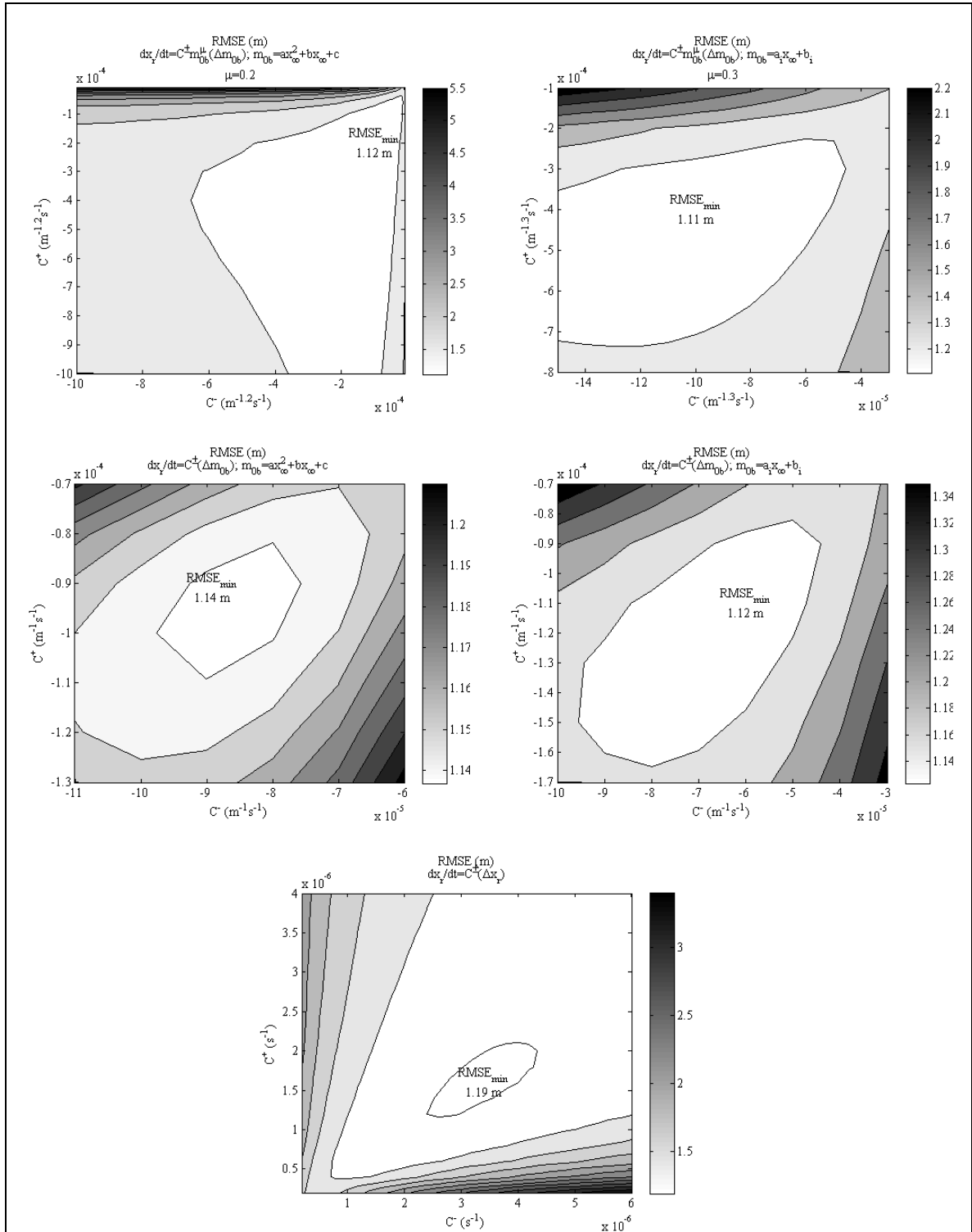


Figura 90. Error cuadrático medio, RMSE, del proceso de calibración de todos los modelos con $C \neq C^+$.

Es necesario indicar que en el proceso de calibración se ha explorado el rango de valores $[-1,1]$, incluyendo el 0, para el parámetro μ , sin embargo la representación de todos los valores resulta muy complicada por dar lugar a una representación 4-dimensional. Por lo tanto en las anteriores figuras se ha mostrado únicamente el resultado del proceso de calibración para el valor de μ que da lugar al mínimo RMSE.

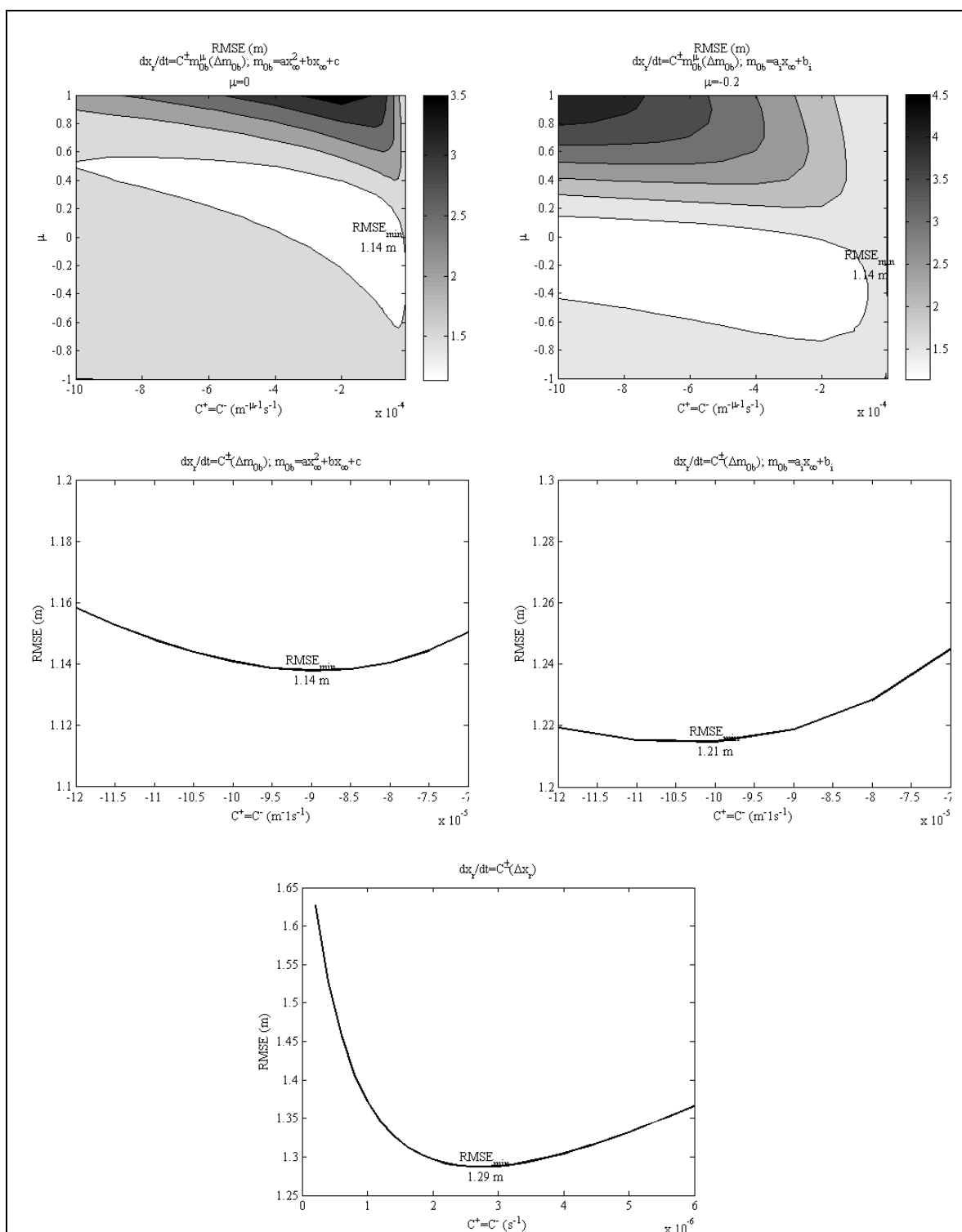


Figura 91. Error cuadrático medio, RMSE, del proceso de calibración de todos los modelos con $C^- = C^+$.

En la siguiente tabla junto a las características de cada modelo estudiado se resumen los resultados de la calibración realizada en términos de error cuadrático medio mínimo, RMSE, y constantes de calibración óptimas.

Extensión al medio plazo	$m_{0b}=F(x_{\infty})$	dx_r/dt	μ	$C^- \neq C^+$	RMSE (m)
Secuencial	Parabólica	$C^{\pm} m_{0b}^{\mu} (\Delta m_{0b})$	0.2	$C^- = -1.0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1.4} \text{ s}^{-1}$ $C^+ = -2.0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$	1.12
		$C^{\pm} (\Delta m_{0b})$	-	$C^- = -0.9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ $C^+ = -0.9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$	1.14
	Lineal por tramos	$C^{\pm} m_{0b}^{\mu} (\Delta m_{0b})$	0.3	$C^- = -1.0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1.6} \text{ s}^{-1}$ $C^+ = -4.0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1.6} \text{ s}^{-1}$	1.11
		$C^{\pm} (\Delta m_{0b})$	-	$C^- = -0.6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ $C^+ = -1.1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$	1.12
	-	$C^{\pm} (\Delta x_r)$	-	$C^- = 3.4 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ $C^+ = 1.6 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$	1.19
Extensión al medio plazo	$m_{0b}=F(x_{\infty})$	dx_r/dt	μ	$C^- = C^+$	RMSE (m)
Secuencial	Parabólica	$C^{\pm} m_{0b}^{\mu} (\Delta m_{0b})$	0	$C^{\pm} = -0.9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$	1.14
		$C^{\pm} (\Delta m_{0b})$	-	$C^{\pm} = -0.9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$	1.14
	Lineal por tramos	$C^{\pm} m_{0b}^{\mu} (\Delta m_{0b})$	-0.2	$C^{\pm} = -1.0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-0.6} \text{ s}^{-1}$	1.14
		$C^{\pm} (\Delta m_{0b})$	-	$C^{\pm} = -1.0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$	1.21
	-	$C^{\pm} (\Delta x_r)$	-	$C^{\pm} = 2.8 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$	1.29

Tabla 7. Resumen de resultados de la calibración de todas las variantes del modelo de evolución propuesto para el medio plazo.

En primer lugar, a la vista de la anterior tabla cabe destacar que todos los valores obtenidos para el RMSE resultan muy similares al error estimado para la rectificación de las imágenes de video-cámara (del orden de 1 m) a partir de las que se ha realizado la medición de la posición de la línea de costa, véase apartado 4.1.3.

Es decir, a nivel cuantitativo todos los modelos proporcionan resultados razonablemente aceptables para modelizar la evolución de la línea de costa en la playa de Nova Icaria durante el periodo de calibración considerado.

Evidentemente el modelo que incluye 3 parámetros de calibración, esto es el 1^{er} modelo permitiendo que $C^- \neq C^+$, proporciona valores ligeramente menores del RMSE, sin embargo el hecho de incluir 3 grados de libertad complica notablemente el proceso de calibración así como la interpretación de los resultados. Por otro lado, cabe señalar que el 3^{er} modelo da lugar en todos los casos a resultados ligeramente mayores del RMSE.

Debido a esta semejanza en los resultados cuantitativos de la calibración, a efectos de comparar los distintos modelos y de evaluar las capacidades de los mismos es necesario llevar a cabo una comparación cualitativa de las series sintéticas generadas por cada uno de los modelos, entre sí y respecto de la evolución medida de la línea de costa.

Continuando con el análisis de los resultados mostrados en la tabla 6, cabe destacar que para los dos primeros modelos cuando las constantes óptimas son distintas, resultan mayores en valor absoluto para la acreción, C^+ , que para la erosión, C^- .

Esto se debe a que el modelo, de por sí, exagera la influencia del oleaje en la modulación de la velocidad de relajación de los procesos y para corregir este defecto del modelo, el proceso de calibración arroja valores “antinaturales” de las constantes $C^\pm$.

“Antinaturales” porque en la naturaleza la velocidad a la que acontecen los procesos de acreción es menor que en los procesos de erosión y por tanto lo esperable sería valores de C^+ menores en valor absoluto que los valores de C^- .

No hay que olvidar que la velocidad de relajación de los dos primeros modelos viene dada por el producto entre las constantes $C^\pm$ (que son negativas) y la pendiente de la curva de la energía de equilibrio (que es siempre negativa por ser la curva decreciente), por lo tanto valores absolutos mayores en las constantes $C^\pm$ dan lugar a mayores velocidades de relajación del modelo.

También a la vista de la tabla 6, resulta particularmente llamativo que, para la aproximación parabólica de la curva de energía de equilibrio, en el caso del 2º modelo, las constantes de calibración óptimas resulten iguales entre sí: $C^+=C^-=0.9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$.

Por otro lado, también para la aproximación parabólica, en el caso de forzar la igualdad de C^+ y C^- en el 1º modelo, el resultado del proceso de optimización da lugar a un valor de $\mu=0$ (equivalente al 2º modelo), repitiéndose la solución óptima anterior.

Lo cual indica que considerando la aproximación parabólica de la curva de energía de equilibrio, y siempre haciendo referencia al caso particular de la playa de Nova Icaria, basta con una sola constante de calibración para ajustar correctamente el modelo.

Para llevar a cabo la comparación cualitativa de los resultados obtenidos por los 3 modelos, en primer lugar se analiza la evolución de la línea de costa para la aproximación parabólica de la curva de energía de equilibrio, permitiendo que las constantes C^+ y C^- adquieran valores diferentes, $C^+ \neq C^-$ (véase figura 92).

En el panel superior de la figura 92, junto al resultado de la evolución de la línea de costa dada por los 3 modelos, x_r , se muestra la posición a la que tiende en el equilibrio en cada momento, x_∞ , y las posiciones medidas a partir de imágenes de video-cámara, mientras que en los paneles inferiores se muestra la evolución del nivel del mar, la altura de ola y dirección del oleaje en rotura durante el periodo de calibración, a efectos de comparar los resultados del modelo con los forzamientos del mismo.

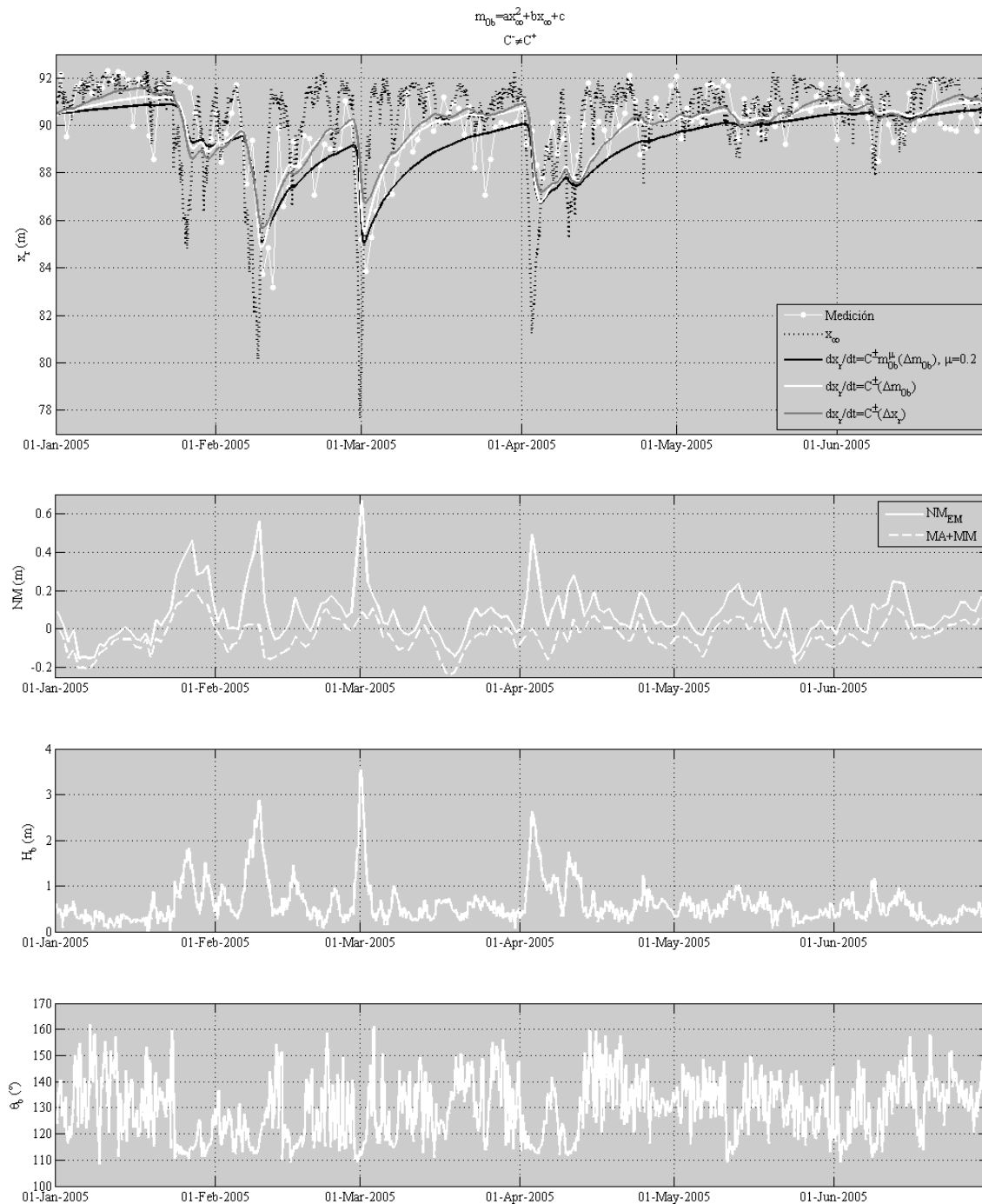


Figura 92. Resultados de los 3 modelos propuestos con aproximación parabólica de la curva de energía de equilibrio y constantes de calibración distintas ($C \neq C^+$) y evolución del nivel del mar, NM (incluyendo set-up, NM_{EM} , y sin set-up, $MA+MM$), la altura de ola en rotura, H_b , y la dirección del oleaje en rotura, θ_b , en la playa de Nova Icaria.

En la anterior figura se observa que todos los modelos subestiman los efectos erosivos de los dos mayores temporales y no son capaces de reproducir la variabilidad de pequeña escala observada en las mediciones durante los periodos de calma.

Cabe señalar que estas oscilaciones de pequeña escala tienen un valor aproximado similar al error estimado para la rectificación de las imágenes de video-cámara (del orden de 1 m), por lo que no está clara su legitimidad a pesar de que, a la vista de la

figura 92, se observan correlaciones cualitativas entre algunas de estas oscilaciones y la evolución de la posición de la línea de costa en el equilibrio, x_{∞} .

En este sentido cabe señalar que el 2º y 3º modelo muestran un ligero mejor ajuste a estas oscilaciones de pequeña escala que el 1º modelo.

Por otro lado, aunque los dos principales temporales se subestiman, los dos picos del tercer mayor temporal en magnitud de la serie, producido a principios de abril de 2005, y el cuarto temporal, a finales de enero de 2005, se reproducen con gran exactitud.

En las mediciones realizadas, existe un fenómeno erosivo en la segunda mitad de marzo de 2005 que ninguno de los 3 modelos ha sido capaz de reproducir y que no tiene reflejo en los forzamientos del modelo.

En cuanto a la velocidad de recuperación de la línea de costa tras los temporales y la posición media de la línea de costa durante los periodos de calma, el 1º modelo las subestima mientras que el 2º y 3º modelo parecen ajustarse mejor a las tendencias que muestran las mediciones.

Cabe señalar, que a pesar de que los resultados de la calibración arrojen un valor idéntico para las constantes de calibración de erosión, C^- , y de acreción, C^+ , en el caso del 2º modelo, a la vista de los resultados de la evolución de la línea de costa, destaca la capacidad del mismo, para, con tan solo un parámetro de calibración, reproducir una mayor rapidez en los procesos de erosión que en los procesos de acreción, como muestran las distintas pendientes en los tramos crecientes y decrecientes de la correspondiente curva de x_r en la figura 92.

Los resultados arrojados por los 3 modelos considerando la aproximación lineal de la curva de energía de equilibrio se muestran en la siguiente figura.

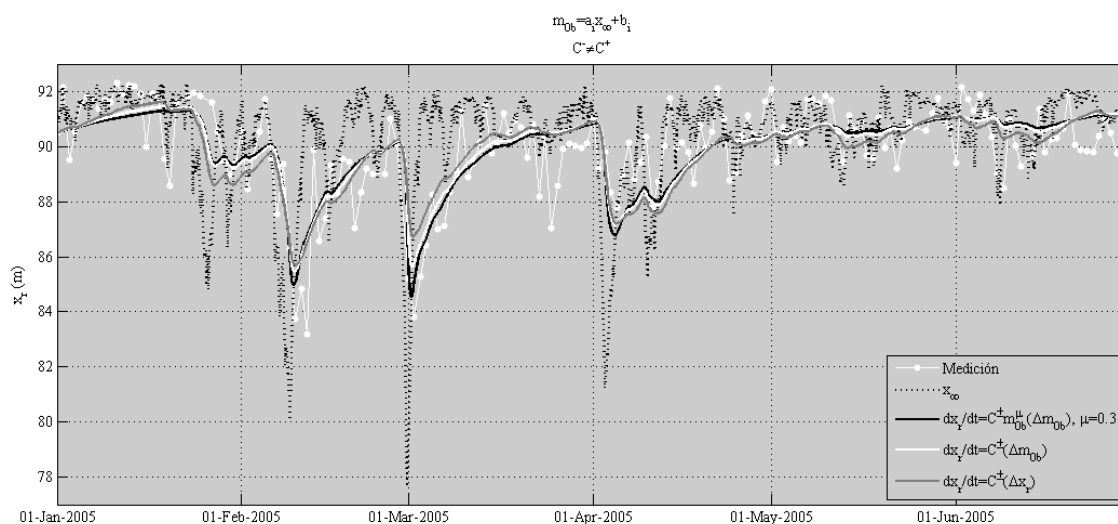


Figura 93. Resultados de los 3 modelos propuestos con aproximación lineal por tramos de la curva de energía de equilibrio y constantes de calibración distintas ($C^- \neq C^+$).

A la vista de la anterior figura se pueden realizar aproximadamente las mismas observaciones que se hicieron para los resultados arrojados de considerar la aproximación parabólica de la curva de energía de equilibrio (véase figura 92), con algunos incisos.

En el caso de la aproximación lineal los 3 modelos muestran mayor coincidencia en los resultados, mejorando en particular el ajuste del 1^{er} modelo a las mediciones en los tramos ascendentes de la curva, mostrando una capacidad similar a los otros modelos para reproducir adecuadamente el ritmo de recuperación de la playa tras los mayores temporales.

Cabe destacar que empleando la aproximación lineal por tramos de la curva de energía en el 2º modelo las constantes óptimas obtenidas del proceso de calibración son distintas entre sí, menor en valor absoluto para los procesos de erosión ($C^- = -0.6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$) que para los procesos de acreción ($C^+ = -1.1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$) y respecto de la calibración realizada para el modelo con aproximación parabólica ($C^+ = C^- = -0.9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$).

Esto es debido a que en la aproximación lineal, la pendiente de la curva de energía de equilibrio, que modula la velocidad de relajación del modelo, se considera constante e igual a la correspondiente al oleaje incidente en el equilibrio mientras que en la aproximación parabólica esta pendiente evoluciona entre la situación actual y la final (sin llegar en principio al equilibrio).

Por lo tanto en principio cabe esperar que el modelo con aproximación lineal por tramos sobrevalore los efectos de los oleajes más energéticos, que producen erosión, e infravalore los efectos de los oleaje medios, que producen acreción.

Para corregir este defecto del modelo, la constante de calibración óptima tiende a ser menor en valor absoluto en el caso de la erosión y mayor en valor absoluto en el caso de la acreción.

Cabe por último señalar que la forma del 3^{er} modelo de la figura 93 es idéntica a la de la figura 92 puesto que la forma de la aproximación de la curva de energía de equilibrio no tiene influencia en los resultados de este modelo.

Finalmente, en la siguiente figura se muestran los resultados arrojados por los 3 modelos en el caso de asumir la aproximación lineal por tramos de la curva de energía de equilibrio y forzando a que las constantes de calibración C^+ y C^- sean iguales.

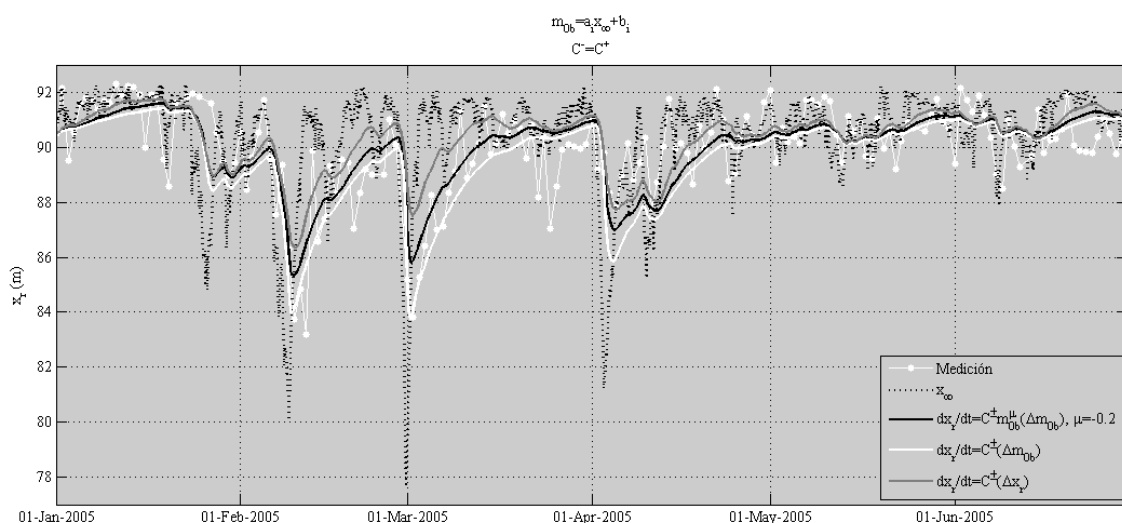


Figura 94. Resultados de los 3 modelos propuestos con aproximación parabólica de la curva de energía de equilibrio y constantes de calibración distintas ($C^- = C^+$).

En la anterior figura se observa como el 1^{er} y 3^{er} modelo subestiman ligeramente los mayores fenómenos erosivos, mientras que el 2^o modelo proporciona un muy buen ajuste para estos casos.

Tanto el 1^{er} como el 2^o modelo sobrevaloran el primer pico erosivo del temporal acontecido en abril de 2005 (el 2^o en mayor medida) pero ajustan correctamente tanto las velocidades de recuperación tras los temporales como los valores medios en periodos de calma.

El 3^{er} modelo subestima en general la erosión y sobrestima la capacidad de recuperación en periodos de calma, proporcionando valores similares al resto de modelos únicamente durante periodos prolongados de calma, esto es debido a que al emplear una única constante de calibración la velocidad de relajación del modelo es siempre idéntica independientemente del oleaje incidente por lo que los picos erosivos en temporales resultan simétricos y no se reproduce adecuadamente la asimetría entre los procesos de erosión y acreción.

Se puede afirmar que en el caso del 2^o modelo, para la aproximación lineal por tramos de la curva de energía de equilibrio, la hipótesis $C^- = C^+$ no solo es aceptable en el caso de la aproximación lineal por tramos sino que, a pesar del ligero aumento del error cuadrático medio, el ajuste mejora cualitativamente durante el periodo de calibración.

Por lo tanto, a efectos de modelizar la evolución de la línea de costa cualquiera de los 3 modelos, en particular las aproximaciones parabólicas de los dos primeros proporcionan resultados satisfactorios, en general empleando parámetros de calibración distintos para erosión y acreción.

Sin embargo, se puede afirmar que en conjunto, valorando la adecuación a las mediciones y la simplicidad del modelo (única constante de calibración), el 2^o modelo resulta el más adecuado tanto para modelizar la evolución de la línea de costa como para el planteamiento de desarrollos posteriores, a partir de la forma integral del modelo de evolución en el corto plazo. Destacando la capacidad del mismo para modelar adecuadamente las distintas velocidades de erosión y acreción con una única constante de calibración ($C^- = C^+$).

En la siguiente tabla se muestran las características de los modelos calibrados que se han considerado como más adecuados para reproducir la evolución de la línea de costa en la playa de Nova Icaria, siendo el primero de ellos idóneo para analizar la evolución de la línea de costa y el segundo el más adecuado para llevar a cabo los desarrollos posteriores basados en su forma integral.

Extensión al medio plazo	dx_r/dt	$m_{0b}=F(x_\infty)$	$C^\pm$ ($m^{-1}s^{-1}$)	RMSE 6 meses (m)
Secuencial	$C^\pm(\Delta m_{0b})$	Parabólica	$C^- = C^+ = -0.9 \cdot 10^{-4}$	1.14
Secuencial	$C^\pm(\Delta m_{0b})$	Lineal por tramos	$C^- = C^+ = -10^{-4}$	1.21

Tabla 8. Resultados de la calibración de los mejores modelos en la playa de Nova Icaria.

Intento de mejora manual de la calibración

Los resultados mostrados anteriormente, a efectos de comparación de modelos, han sido obtenidos empleando un mismo criterio (mínimo RMSE) a la hora de llevar a cabo la optimización de las constantes de calibración. Sin embargo, a la vista de los resultados observados de la evolución de la línea de costa, cabe preguntarse si es posible encontrar una calibración mejor a nivel cualitativo que la ya mostrada.

Para ello se ha comparado el resultado obtenido para el 2º modelo con aproximación parabólica, con $C^+=C^-=-0.9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$ con los resultados obtenidos de calibraciones más subjetivas sin obtener en ningún caso una mejora cualitativa general, sin embargo debido a que las siguientes figuras resultan muy ilustrativas para facilitar la comprensión del funcionamiento del modelo, se ha optado por mostrar sus resultados a pesar de no haber conseguido los objetivos propuestos de mejora de la calibración.

Acelerando la velocidad a la que se producen los fenómenos erosivos (pasando de $C^-=-0.9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$ a $-1.8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$) se consigue reproducir con mayor exactitud la erosión de los dos principales temporales, sin embargo los temporales de enero y abril de 2005 se sobrevaloran en la misma medida que antes se infravaloraban los dos mayores temporales, de forma que el error cuadrático medio empeora ligeramente (pasando de 1.14 a 1.26 m) sin una mejora cualitativa del conjunto de los temporales, como se observa en la siguiente figura.

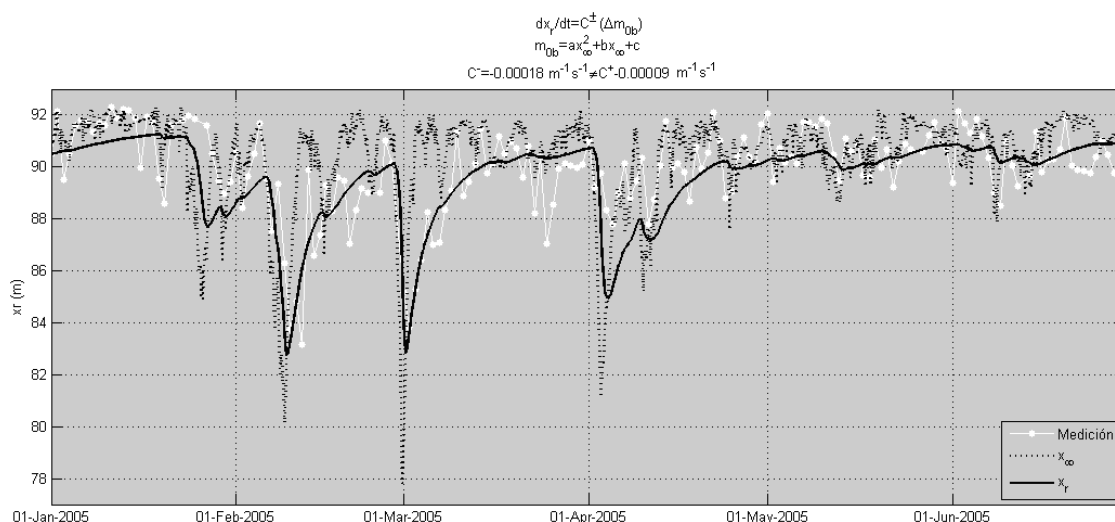


Figura 95. Evolución de la posición de la línea de costa, x_r , en la playa de Nova Icaria (calibración manual para ajuste de los mayores temporales).

Por otro lado si se aceleran los procesos de acreción aumentando el valor absoluto de $C^+=-0.9 \cdot 10^{-4}$ a $-0.001 \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$, durante los periodos de calma se observa un mejor ajuste a las pequeñas oscilaciones medidas, sin embargo se sobrevalora notablemente la capacidad de recuperación del sistema tras los mayores temporales. Además el error cuadrático medio en este caso aumenta notablemente hasta los 1.60 m.

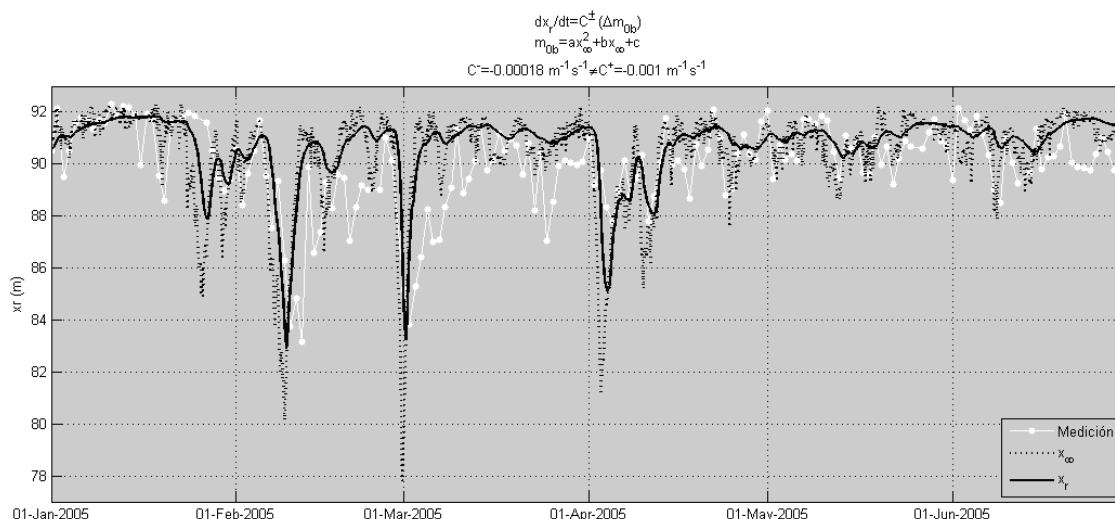


Figura 96. Evolución de la posición de la línea de costa, x_r en la playa de Nova Icaria (calibración manual para ajuste de las pequeñas oscilaciones en calma).

Como muestra el anterior ejemplo, no ha sido posible alcanzar una calibración de los parámetros $C^\pm$ que mejore los resultados del modelo a todos los niveles respecto de la calibración que minimiza el error cuadrático medio.

4.4.3. Validación de la calibración

Como se ha señalado con anterioridad el periodo de calibración del modelo corresponde únicamente a los 6 primeros meses del año 2005. Sin embargo se dispone de dos años completos (2005 y 2006) de posiciones diarias medidas de la línea de costa, que han sido empleadas para validar la anterior calibración.

En la siguiente tabla se resumen las características de los modelos calibrados y validados en la presente tesis, a la vista de la cual se observa un error cuadrático medio muy similar para el periodo de validación entre los dos modelos, a pesar de que en el periodo de calibración el modelo con aproximación parabólica presentara un error cuadrático medio hasta un 6% menor.

Extensión al medio plazo	$\frac{dx_r}{dt}$	$m_{0b} = F(x_\infty)$	$C^- = C^+$ ($\text{m}^{-1} \text{s}^{-1}$)	RMSE 6 meses (m)	RMSE 2 años (m)
Secuencial	$C^\pm(\Delta m_{0b})$	Parabólica	$-0.9 \cdot 10^{-4}$	1.14	1.86
Secuencial	$C^\pm(\Delta m_{0b})$	Lineal por tramos	$-1.0 \cdot 10^{-4}$	1.21	1.87

Tabla 9. Resultados de la calibración de los modelos propuestos.

En la siguiente figura se muestra la evolución de la posición de la línea de costa para todo el periodo de validación.

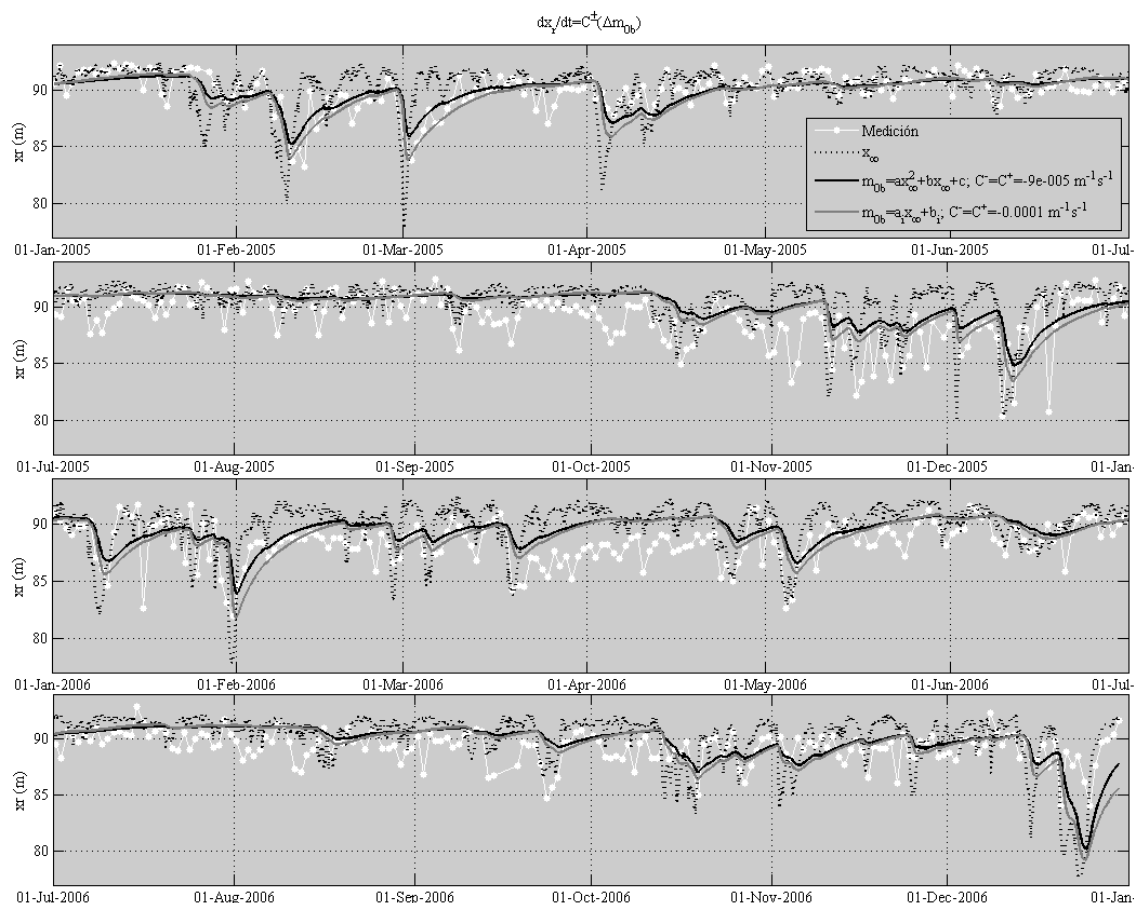


Figura 97. Resultados del modelo de evolución para el periodo 2005-2006.

En la anterior figura se observa que las capacidades y deficiencias mostradas por los modelos en los 6 primeros meses del año 2005 (correspondientes al periodo de calibración) se reproducen en el resto del periodo considerado.

Destaca un periodo de particular mal ajuste, correspondiente a los meses de marzo y abril de 2006, en el que ambos modelos sobrevaloran la capacidad del sistema para recuperarse tras un pequeño temporal acontecido a mediados de marzo de 2006. Así mismo el modelo sobrestima la capacidad erosiva del último temporal del periodo considerado en diciembre de 2006.

Este periodo se corresponde sensiblemente con la posición de máximo avance en el extremo sur y máximo retroceso en el extremo norte de la planta de la playa (véase figura 69; Turki, 2011), por lo que cabe suponer que el relativo mal ajuste del modelo se debe a la influencia de procesos longitudinales relacionados con este importante giro de la planta de la playa.

También destacan las fuertes fluctuaciones en la posición de la línea de costa medida en el mes de noviembre de 2005 que el modelo no es capaz de reproducir y que superan ampliamente el valor medio del error producto del proceso de rectificación de las imágenes de video cámara.

Dado que se observan claramente periodos de mejor y peor ajuste del modelo, se propone, de cara a futuras líneas de investigación, la búsqueda de una correlación entre la bondad del ajuste del modelo y, por ejemplo, índices climáticos relevantes en la zona

de estudio o fluctuaciones del nivel del mar, lo cual escapa al alcance de la presente tesis.

Forma integral del modelo de evolución

De cara al desarrollo de conceptos tales como el tiempo de recuperación, la memoria de la playa y transporte transversal de sedimentos a partir del modelo de evolución propuesto en la presente tesis, es necesario desarrollar una forma integral del mismo, lo cual solo es factible en el caso de emplear la aproximación lineal de la curva de energía de equilibrio y una única constante de calibración para ambos procesos de erosión y acreción, esto es $C^- = C^+$. A tales efectos, como se ha justificado en apartados anteriores, el más conveniente de los modelos propuestos es el 2º.

Por ello, en la siguiente figura se muestra la comparación del modelo descrito en el anterior párrafo en su forma secuencial frente a la cota superior e inferior de la forma integral del mismo, mostrándose que ambas cotas constituyen una aproximación aceptable del modelo secuencial.

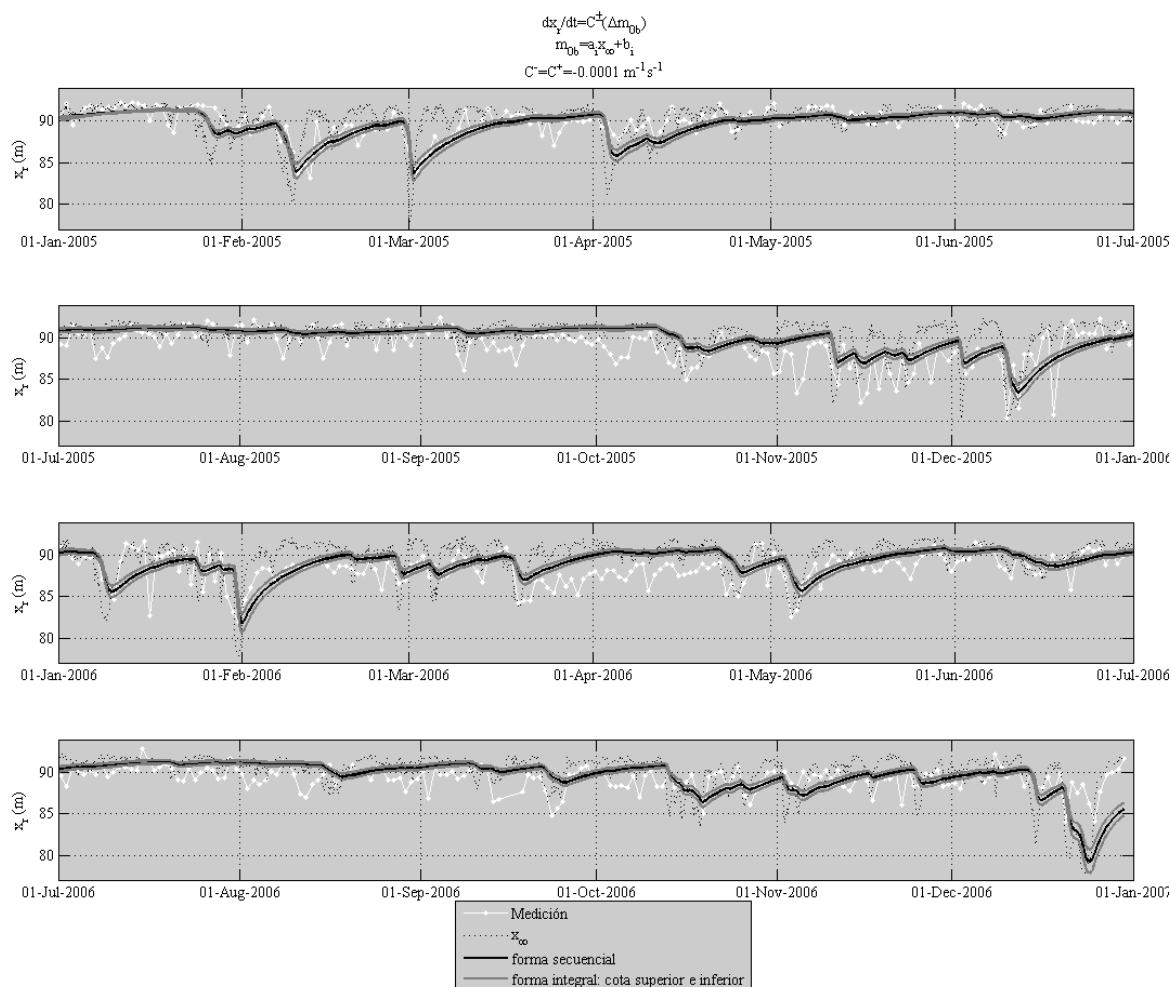


Figura 98. Resultados del modelo de evolución secuencial y cota superior e inferior de la forma integral para el periodo 2005-2006.

En la siguiente tabla se resumen los resultados de la bondad del ajuste del modelo de evolución con extensión al medio plazo mediante algoritmo secuencial y mediante su forma integral. En todos los casos se ha obtenido la evolución de la línea de costa a

partir de la constante de ajuste $C^\pm = -10^{-4} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$, obtenida de la calibración realizada sobre el primer modelo.

Extensión al medio plazo	dx_r/dt	$m_{0b}=F(x_\infty)$	$C^-=C^+$ ($\text{m}^{-1}\text{s}^{-1}$)	RMSE (m) 6 meses	RMSE (m) 2 años
Secuencial	$C^\pm(\Delta m_{0b})$	Lineal por tramos	$-1.0 \cdot 10^{-4}$	1.21	1.87
Integral: cota superior	$C^\pm(\Delta m_{0b})$	Lineal por tramos	$-1.0 \cdot 10^{-4}$	1.14	1.92
Integral: cota inferior	$C^\pm(\Delta m_{0b})$	Lineal por tramos	$-1.0 \cdot 10^{-4}$	1.39	1.89

Tabla 10. Resultados de la forma integral del modelo de evolución a partir de la calibración del modelo secuencial.

Cabe destacar que para la cota superior de la forma integral el error cuadrático medio disminuye respecto de la forma secuencial equivalente durante el periodo de calibración (6 primeros meses de 2005).

4.4.4. Influencia de la envolvente de perfiles en los resultados del modelo

Hasta el momento todos los resultados mostrados corresponden a diversos modelos dinámicos pero un único modelo estático, con envolvente de perfiles de equilibrio y curva de energía de equilibrio obtenida a partir de las características físicas de la playa de Nova Icaria de acuerdo a lo expuesto en el apartado 4.3, véanse figura 74 y figura 75.

A continuación se muestra brevemente la influencia del modelo estático, a través de la envolvente de perfiles y su correspondiente curva de energía de equilibrio, sobre la calibración del modelo dinámico extendido al medio plazo y los resultados que este arroja para la evolución de la posición de la línea de costa.

Para no complicar demasiado el análisis se mantienen constantes todos los invariantes de la playa salvo la extensión del perfil activo de playa, x_c , y el volumen de sedimento contenido en la playa, V_s , correlacionados con la posición de máximo avance de la línea de costa, $x_{\infty, \max}$.

El modelo estático inicialmente considerado corresponde al obtenido a partir de los valores medidos en campo para x_c y $x_{\infty, \max}$ (255 m y 92.31 m respectivamente), que da lugar a una envolvente de perfiles con un retroceso máximo, $x_{\infty, \min}$, de 77.82 m.

Si se mantiene el valor observado en el registro de posiciones medidas de la línea de costa de $x_{\infty, \max} = 92.31$ m y se minimiza el valor de $x_{\infty, \min}$, obteniéndose un valor de 64.77 m para $x_c = 168$ m (véase figura 83), la calibración del modelo de evolución da lugar a constantes de calibración $C^- = -5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$ y $C^+ = -3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$, con un error cuadrático medio, RMSE, mínimo de 1.31 m, como muestra la siguiente figura.

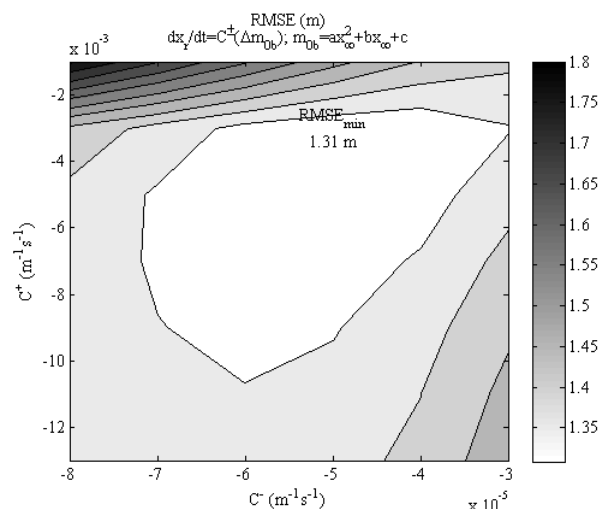


Figura 99. Error cuadrático medio, RMSE, del proceso de calibración del modelo propuesto con mínima $x_{\infty}'_{\min}$.

La evolución de la línea de costa resultante de tal calibración se asemeja notablemente a los resultados obtenidos a partir el modelo estático original, como se muestra en la siguiente figura.

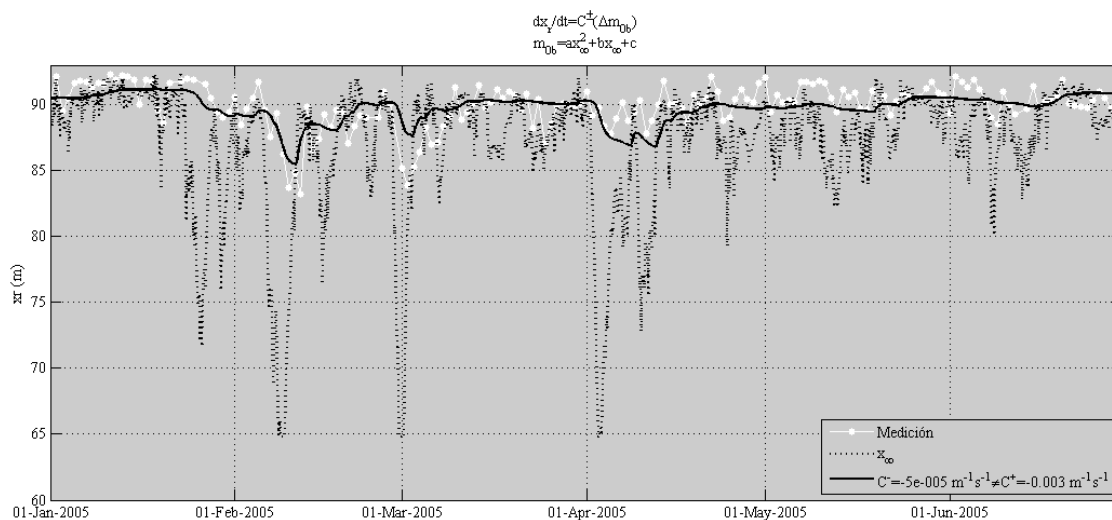


Figura 100. Resultados del modelo de evolución con mínima $x_{\infty}'_{\min}$.

Si por el contrario se mantiene el valor de $x_{\infty}'_{\min}$ observado en el registro de posiciones de la línea de costa medidas (83.17 m) y se maximiza el valor de $x_{\infty,\max}$ (véase figura 86) obteniéndose un valor de 92.31 m, del proceso de calibración del modelo de evolución se obtiene un error cuadrático medio, RMSE, mínimo de 1.57 m asociado a las constantes de calibración $C^- = -10^{-4} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$ y $C^+ = -2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$, como muestra la siguiente figura.

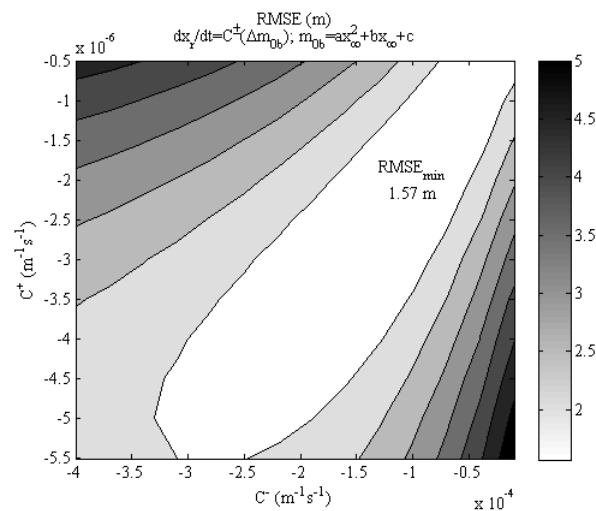


Figura 101. Error cuadrático medio, RMSE, del proceso de calibración del modelo propuesto con máxima $x_{\infty, \max}$.

Aunque el error cuadrático medio obtenido no es muy elevado, del análisis de la evolución de la línea de costa se observa un mal ajuste de la predicción del modelo a las mediciones de la línea de costa.

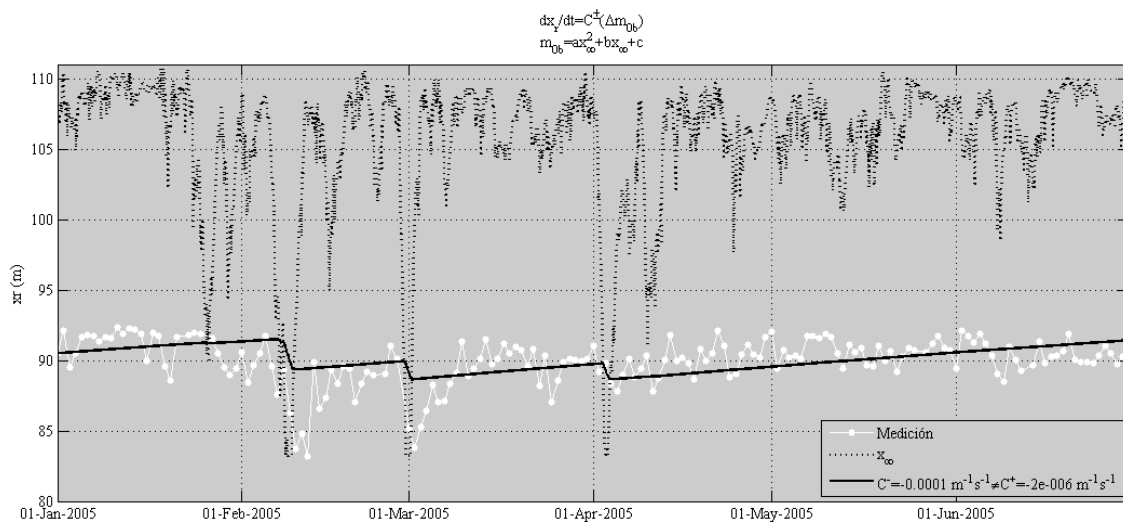


Figura 102. Resultados del modelo de evolución con máxima $x_{\infty, \max}$.

Finalmente si se emplea un valor del volumen de sedimento de $x_{\infty, \min}$ superior al máximo avance observado en el registro de posiciones de la línea de costa medidas, la envolvente de perfiles sale del rango de valores observados (véase figura 103) y no es posible calibrar el modelo de evolución.

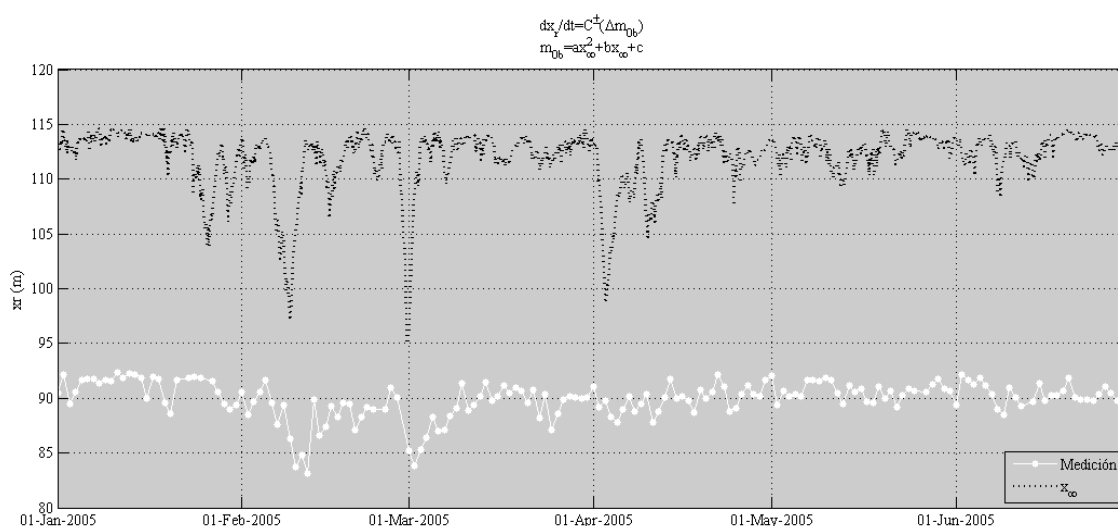


Figura 103. Evolución de la posición de equilibrio con $x_{\infty}'_{\min} > x_{\infty, \max}$ medida.

En la siguiente tabla se resumen los resultados del análisis realizado.

x_c (m)	V_s (m ³ /m)	$x_{\infty}'_{\min}$ (m)	$x_{\infty, \max}$ (m)	$x_{\infty, \max} - x_{\infty}'_{\min}$ (m)	RMSE (m)
255 (medido)	1177.09	77.82	92.31 (medido)	14.49	1.14
168.00	947.97	64.77 (mínimo)	92.31 (medido)	24.54	1.31
186.01	186.01	83.17 (medido)	110.72 (máximo)	27.55	1.57
255 (medido)	1300.00 (≈medido+10%)	95.04 ($>x_{\infty, \max}$ medido)	114.75	19.71	-

Tabla 11. Resumen de modelos estáticos considerados.

A la vista tanto de los resultados de la calibración en términos de mínimo valor obtenido del error cuadrático medio como de la observación de la evolución de la línea de costa generada por el modelo de evolución en cada caso, se concluye que para una exitosa calibración del modelo de evolución es necesario que el modelo estático del que se deriva se ajuste a las características reales de la playa considerada.

Evidentemente, resulta crucial que la envolvente de perfiles contenga al rango de valores medidos en la serie de posiciones de la línea de costa a emplear en la calibración del modelo, para lo cual conviene fijar al menos uno de los extremos de la envolvente a partir de observaciones medidas de la posición de la línea de costa.

En particular, se confirma que ha de ser el valor de $x_{\infty, \max}$ el que ha de fijarse a partir del valor máximo del registro de posiciones medidas, obteniendo el volumen de sedimento contenido en la playa, V_s , a partir del primero, como se indica en el apartado 4.3.5.

En primer lugar porque es improbable que el retroceso en la línea de costa alcance su máximo valor posible, $x_{\infty}'_{\min}$, durante el periodo de calibración. Por el contrario la posición de máximo avance $x_{\infty, \max}$ se alcanza en general con periodicidad al menos

estacional y por tanto, siempre y cuando en el periodo medido se registren periodos de calma duraderos que permitan que la línea de costa avance lo suficiente, el registro de datos medidos contendrá información sobre este máximo avance. Posteriormente se discutirá esta cuestión en el contexto de los desarrollos posteriores del modelo, véase capítulo 5.

En segundo lugar por la gran sensibilidad del modelo frente a variaciones en el volumen de sedimento contenido en la playa. Manteniendo un $x_{\infty, \max}$ realista modificaciones en el volumen de sedimento, V_s , de aproximadamente el 20% dan lugar a resultados aceptables en la calibración del modelo de evolución (véanse filas 1 y 2 de la tabla 11). Mientras que un aumento de tan solo el 10% en el volumen de sedimento, V_s , si no se mantiene un valor de $x_{\infty, \max}$ realista, da lugar a calibraciones que no reproducen adecuadamente los movimientos de la línea de costa medida (véanse filas 1 y 4 de la tabla 11).

CAPÍTULO 5. DESARROLLOS POSTERIORES DEL MODELO

5. DESARROLLOS POSTERIORES DEL MODELO

Las playas no responden inmediatamente a los forzamientos que las solicitan. Este desfase entre solicitud y respuesta, interpretado hacia atrás en el tiempo, implica que las playas tienen una cierta memoria sobre los fenómenos acontecidos en el pasado.

O expresado de otra manera, la forma que la playa tiene hoy depende en cierto modo de los oleajes precedentes, del mismo modo que el oleaje incidente en la actualidad tiene consecuencias sobre la forma de la playa en el futuro.

Este razonamiento da origen a dos conceptos simétricos (Turki, 2011):

- Tiempo de recuperación de la playa, TR.
- Memoria de la playa, MP.

A nivel conceptual, mirando hacia delante en el tiempo, se entiende por **tiempo de recuperación de la playa, TR**, el tiempo que ha de transcurrir a partir del instante actual para que los forzamientos actuales no tengan ninguna consecuencia apreciable en la playa.

Por el contrario, mirando hacia atrás en el tiempo, se entiende por **memoria de la playa, MP**, el tiempo transcurrido desde que aconteció el más lejano forzamiento en el tiempo que genera consecuencias apreciables en la playa en el instante actual.

En el presente capítulo se desarrollan ambos conceptos asociados a fenómenos de perfil a partir del modelo de evolución propuesto en la presente tesis (véase tabla 12) y se muestran los resultados en el caso particular de la playa de Nova Icaria.

A partir del concepto de memoria de la playa se ha obtenido la denominada como **función de memoria de la playa, FMP**, que permite desarrollar una variante del modelo de evolución para el medio plazo independiente de la posición inicial de la línea de costa.

También el concepto de memoria de la playa permite calcular la **energía del oleaje precedente ponderada, $m_{0b,p}$** , como el promedio de los momentos espectrales de orden 0 del oleaje en rotura, m_{0b} , en el que cada uno de los oleajes precedentes se pondera empleando como peso el resultado de la función de memoria de la playa, la cual decrece para los instantes más alejados en el tiempo.

En el presente capítulo se demuestra que para el caso de la playa de Nova Icaria la energía precedente ponderada calculada de este modo hasta un tiempo igual a la memoria de la playa, $m_{0b,p}$, es equivalente a la energía de equilibrio de la playa, m_{0b}^{∞} , empleada en el modelo de evolución propuesto.

Finalmente se presentan ábacos para estimar el **transporte transversal de sedimentos** consistentes con la geometría del modelo estático de equilibrio del perfil asociado al modelo de evolución propuesto en la presente tesis.

Los anteriores conceptos se han desarrollado a partir de la forma integral del modelo de evolución propuesto para el medio plazo que responde a la aproximación lineal por

tramos de la curva de energía de equilibrio, ya que de otro modo el modelo no resulta integrable en el medio plazo.

Además es necesario que la hipótesis de unicidad de las constantes de calibración, $C=C^+$, sea aceptable, puesto que a priori, en la forma integral no es posible conocer los estados de mar que generan erosión y los que generan acreción.

Por ello, el más adecuado de los modelos analizados en el capítulo anterior para materializar todos los desarrollos descritos en el presente capítulo en la playa de Nova Icaria, ha resultado ser el siguiente.

Extensión al medio plazo	dx_r/dt	$M_{0b}=F(x_{\infty})$	$C^{\pm}$ ($m^{-1}s^{-1}$)	RMSE (m)
Integral	$C^{\pm}(\Delta m_{0b})$	Lineal por tramos	$C^-=C^+=-10^{-4}$	1.14 (cota superior)

Tabla 12. Características del modelo de evolución considerado en los desarrollos posteriores

El mencionado modelo constituye el caso particular $\mu=0$ (sin incluir el factor de ponderación energética) del modelo general descrito en el capítulo 3.

Para no complicar la redacción del presente capítulo se exponen en él únicamente los desarrollos posteriores teóricos derivados del modelo cuyas características se muestran en la tabla 12, mientras que los desarrollos equivalentes para el modelo general descrito en el capítulo 3 se recogen en el anejo 1 al presente documento.

Las características del modelo estático asociado al anterior modelo de evolución son las establecidas en función de las características físicas de la playa de Nova Icaria de acuerdo a lo expuesto en el apartado 4.3 y que se resumen en la tabla 6.

5.1. Tiempo de recuperación de la playa

En la introducción del presente capítulo se ha definido a nivel conceptual el tiempo de recuperación de la playa. Sin embargo, dado que el resultado arrojado por el modelo de evolución depende tanto de la posición inicial de la línea de costa como de los forzamientos exteriores, se define más concretamente como **tiempo de recuperación de la playa, TR**, al tiempo que ha de transcurrir para que se disipe el 99% de una perturbación en la posición inicial de la costa (Turki, 2011), véase figura 104.

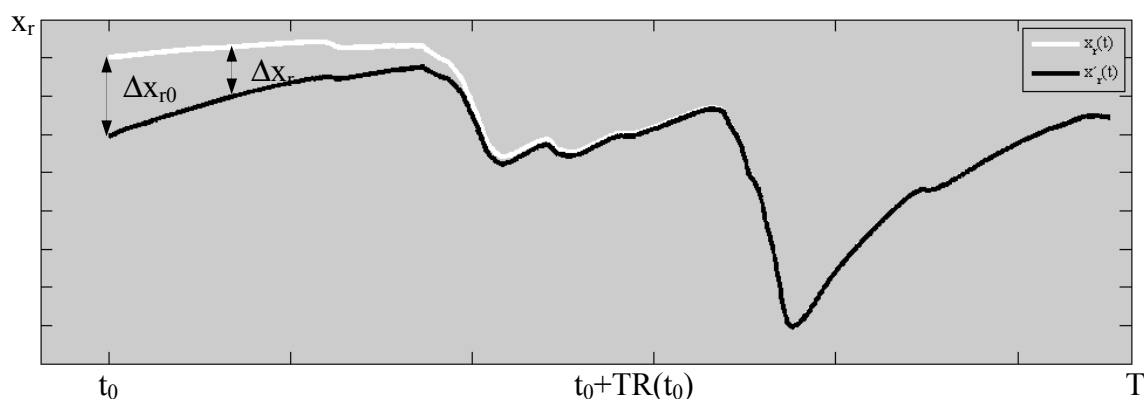


Figura 104. Esquema del concepto del tiempo de recuperación de la playa TR.

Como el modelo de evolución propuesto tiende al equilibrio, la evolución de la línea de costa partiendo de dos posiciones iniciales diferentes tiende a converger.

Así, considerando dos posiciones iniciales diferentes x_{r0} y x_{r0}' , tales que $x_{r0}' = x_{r0} + \Delta x_{r0}$, y un mismo oleaje incidente, el modelo de evolución propuesto arroja como resultado dos curvas diferentes: $x_r(T)$ y $x_r'(T)$ respectivamente.

Empleando la forma integral del modelo analítico dado por la ecuación [102] la diferencia entre ambas soluciones, $\Delta x_r(T)$, resulta la siguiente.

$$\Delta x_r(T) = \frac{1}{e^{C^\pm \cdot \int_{t_0}^T a(t) dt}} \Delta x_{r0} \quad [138]$$

De acuerdo a la anterior definición, transcurrido un tiempo, T , igual al tiempo de recuperación correspondiente al instante t_0 , $TR(t_0)$, la diferencia entre las dos curvas, $\Delta x_r(TR(t_0)+t_0)$ será igual al 1% de la perturbación inicial, Δx_{r0} .

$$\frac{\Delta x_r(t_0 + TR(t_0))}{\Delta x_{r0}} = 0.01 = e^{-C^\pm \cdot \int_{t_0}^{t_0 + TR(t_0)} a(t) dt} \quad [139]$$

Por lo tanto $TR(t_0)$ puede calcularse a partir de la siguiente ecuación.

$$\frac{\ln 0.01}{C^\pm} = - \int_{t_0}^{t_0 + TR(t_0)} a(t) dt \quad [140]$$

Como $TR(t_0)$ depende de las condiciones de oleaje posteriores al instante considerado, t_0 , TR resulta variable a lo largo del tiempo, $TR(T)$.

Como se ha expresado con anterioridad la función $a(t)$ se trata de una función constante a saltos, a_i , que cambia cada estado de mar (véase ecuación [107]), cada uno de ellos de duración Δt , por lo tanto puede calcularse una cota superior e inferior de TR (véase apartado 3.8.2), de tal forma que ambas cotas difieren tan solo en un Δt .

Habitualmente se asume que la duración de cada estado de mar, Δt , es de tan solo 1 hora, que previsiblemente resulta ser de varios órdenes de magnitud inferiores al valor de TR , por lo que se propone la siguiente expresión para el cálculo del tiempo de recuperación TR .

$$TR(t_0) = (n-1) \cdot \Delta t \mid - \sum_{i=0}^{n-1} a_i < \frac{\ln 0.01}{C^\pm \cdot \Delta t} < - \sum_{i=0}^n a_i \quad [141]$$

Además la función a_i corresponde a la pendiente de la curva de energía de equilibrio, que ésta está acotada, y por lo tanto TR está igualmente acotado.

Aunque resulte obvio, cabe señalar que el valor máximo del tiempo de recuperación es infinito puesto que el modelo no evoluciona cuando la altura de ola es inferior a la altura de ola crítica de inicio de movimiento y en general cuando $a_i=0$, o lo que es lo mismo, cuando la energía del oleaje sea nula.

En cuanto al valor mínimo del tiempo de recuperación corresponde al caso en el que $-a_i$ sea constante y alcance su valor máximo, lo cual sucede para alturas de ola superiores a $\gamma h_b'_{\max}$.

$$TR_{\min} = \frac{\ln 0.01}{-C^{\pm} \cdot a_{i,\max}} \quad [142]$$

Cabe por último señalar que el término “tiempo de recuperación de la playa” puede llevar a engaño, ya que podría entenderse como el tiempo que la playa necesita para recuperar una posición avanzada tras la erosión sufrida por un temporal.

Nada más lejos de la realidad, el tiempo de recuperación mide la velocidad con la que la playa “olvida” su posición inicial tanto durante procesos de erosión como de acreción.

De hecho, a priori cabe esperar tiempos de recuperación más cortos asociados a procesos erosivos y tiempos de recuperación más largos asociados a fenómenos de acreción, ya que el tiempo de recuperación se acorta con energía del oleaje creciente.

Debido a la propia definición del tiempo de recuperación, la posición de la línea de costa una vez transcurrido éste, no depende de la posición inicial de partida y solo es función del oleaje reinante.

Por todo ello resulta interesante el análisis conjunto del tiempo de recuperación, $TR(t_i)$, y la posición de la línea de costa una vez transcurrido éste, $x_r(t_i+TR)$, así como el incremento en la posición de la línea de costa que tiene lugar, $x_r(t_i+TR)-x_r(t_i)$. Análisis que ha de llevarse a cabo sobre los resultados del modelo de evolución una vez calibrado este, los cuales se muestran en el siguiente apartado.

5.1.1. El tiempo de recuperación en la playa de Nova Icaria

De acuerdo a la ecuación [142] el mínimo tiempo de recuperación, $TR_{\min}$, obtenido corresponde a 4.5 días.

Para que este tiempo de recuperación tenga lugar ha de mantenerse durante esos 4.5 días, un oleaje al menos tan energético como aquel que presenta una pendiente máxima $-a_{i,\max}=0.1169 \text{ m}^2/\text{m}$ en la curva de energía de equilibrio del modelo, que corresponde a un momento de orden 0, $m_{0b,\max}=0.76 \text{ m}^2$, asociado a una altura de ola en rotura, H_b , de 3.49 m.

Parece sin embargo poco probable que un oleaje de características tan extremas perdure durante tanto tiempo, por lo que el tiempo de recuperación mínimo obtenido resulta una cota inferior del mismo, difícilmente alcanzable.

Empleando la ecuación [141] y a partir de los datos de oleaje en rotura disponibles, se ha obtenido el tiempo de recuperación asociado a cada instante del periodo de estudio

considerado (años 2005 y 2006), cuyos resultados se muestran en la siguiente figura junto a los resultados del modelo de evolución.

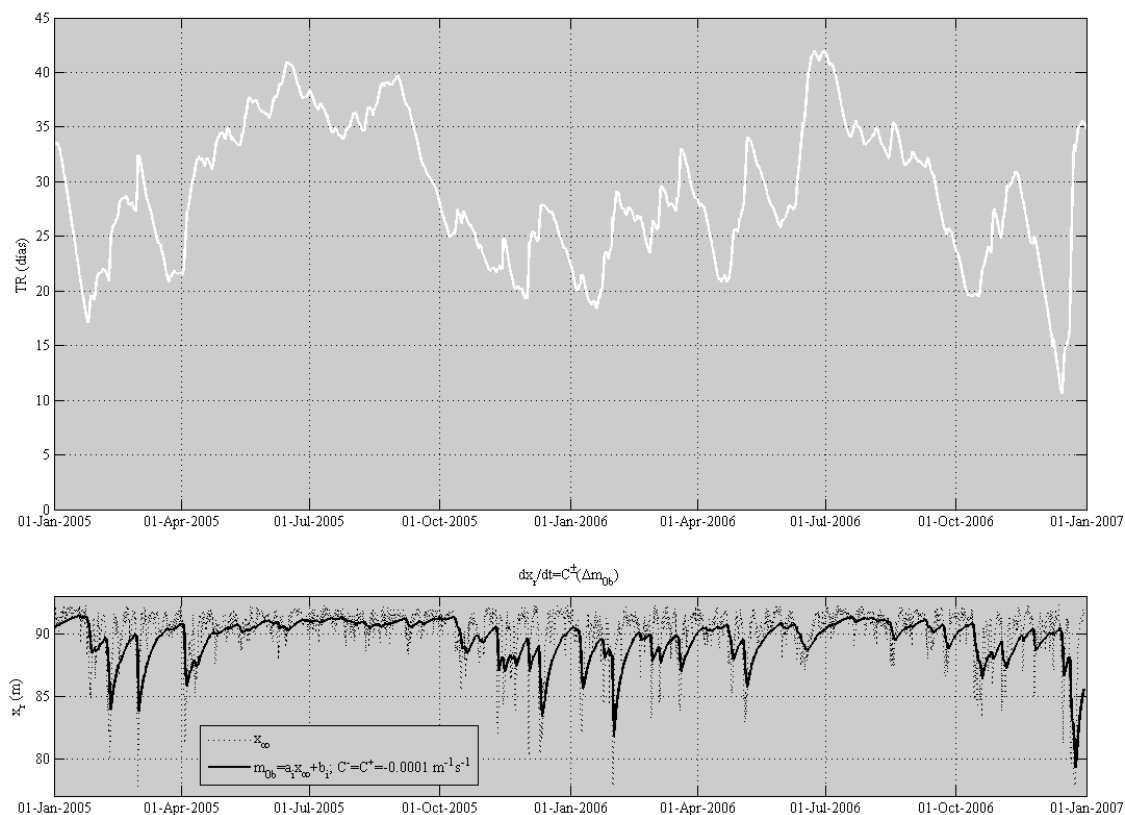


Figura 105. Evolución del tiempo de recuperación y de la posición de la línea de costa durante el periodo de estudio (años 2005 y 2006).

A la vista de la anterior figura se observa una clara correlación entre los menores tiempos de recuperación y los mayores eventos erosivos en la línea de costa, del mismo modo que los mayores tiempos de recuperación se asocian a los periodos de mayor acreción de la línea de costa.

De hecho los menores tiempos de recuperación se producen anticipando ligeramente los principales retrocesos de la línea de costa, esto es debido a que el tiempo de recuperación depende del oleaje futuro, por lo tanto, si en un futuro cercano se producen oleajes muy energéticos el tiempo de recuperación se acorta.

Para ilustrar este fenómeno, en la siguiente figura se muestra como se produce el decaimiento de la influencia de la posición de partida sobre la posición de la línea de costa durante los periodos en los que se producen oleajes energéticos.

En el panel superior de la figura siguiente se muestra la relación entre una hipotética alteración de la posición inicial de la línea de costa Δx_0 y la evolución de dicha alteración a lo largo del tiempo, $\Delta x_t(t)$, mientras que en el panel inferior se muestra la evolución de la altura de ola en rotura, H_b , durante el mismo periodo.

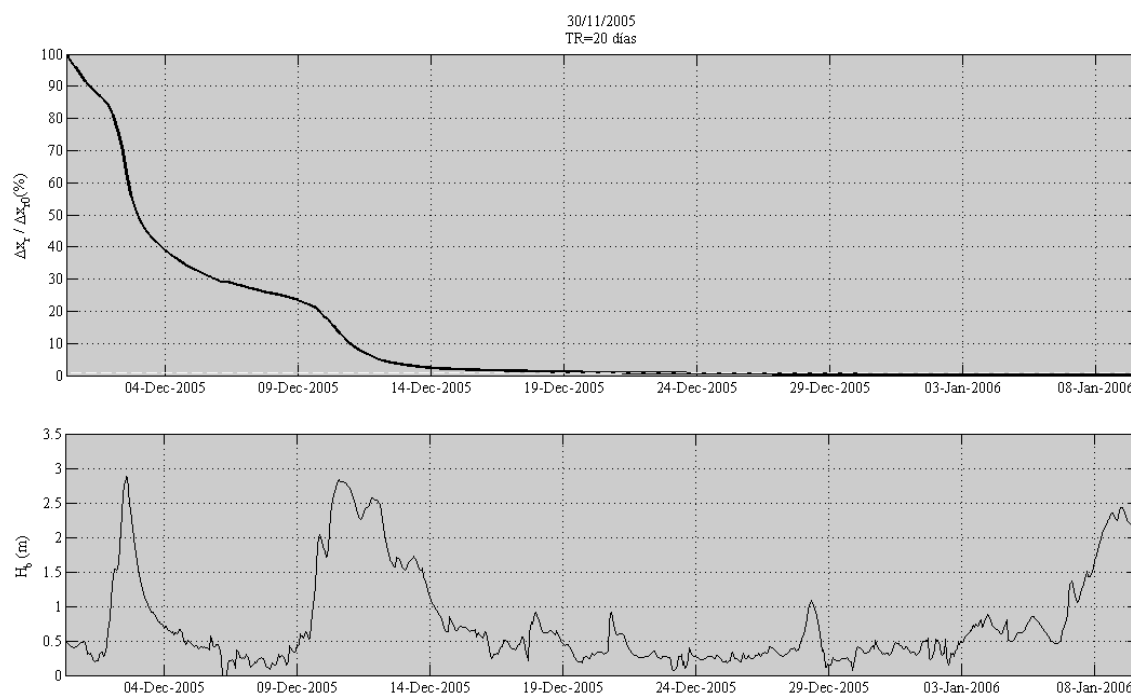


Figura 106. Ejemplo de decaimiento de la influencia de la posición inicial en el modelo a lo largo del tiempo en situación muy energética.

En la anterior figura se observa cómo al producirse cada temporal la alteración inicial sufre una brusca disipación, hasta alcanzar el 1% de la disipación inicial, transcurrido un tiempo igual al tiempo de recuperación, TR, que resulta de 20 días.

La siguiente figura es análoga a la anterior, pero para el caso de un oleaje poco energético, observándose en ella cómo el decaimiento de la alteración inicial es más lento y se produce de una forma más sostenida, alcanzando el 1% de la alteración inicial tras 40 días.

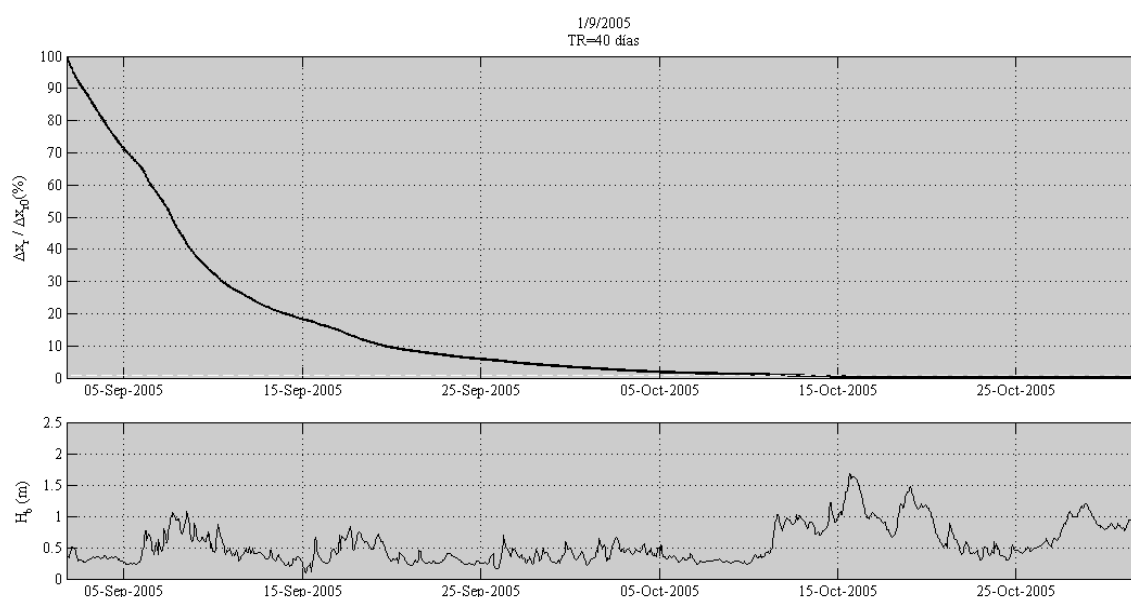


Figura 107. Ejemplo de decaimiento de la influencia de la posición inicial en el modelo a lo largo del tiempo en situación poco energética.

Por lo tanto la variable tiempo de recuperación en sí solo aporta información sobre como de energético es el oleaje futuro, sin embargo en virtud de la correlación existente entre el tiempo de recuperación, TR , y la posición alcanzada por la costa tras un tiempo de recuperación, $x_r(TR)$, pueden extraerse interesantes conclusiones, de utilidad de cara a la gestión de la costa.

Para evaluar esta correlación, en primer lugar se ha obtenido la evolución de la línea de costa, $x_r(t_i)$ a partir del modelo de evolución, cuyas características se resumen en la tabla 12, forzado con la serie completa de oleaje disponible de 60 años de duración, véase apartado 4.2.

Posteriormente se ha obtenido el tiempo de recuperación correspondiente a cada dato de la serie con periodicidad horaria, $TR(t_i)$, al que se asocia la posición de la línea de costa tras este tiempo de recuperación, $x_r(t_i+TR(t_i))$.

Por la propia definición del tiempo de recuperación esta posición ha de depender primordialmente de las condiciones de oleaje reinantes y no de la posición inicial de partida. Por otro lado se evalúa si la variación neta entre las posiciones iniciales $x_r(t_i)$ y finales $x_r(t_i+TR(t_i))$ resulta positiva o negativa correspondiendo a un proceso de acreción o erosión respectivamente.

Toda esta información se materializa en la siguiente figura en la que se muestran los pares de datos TR - $x_r(TR)$ así obtenidos y su carácter de proceso erosivo o de acreción.

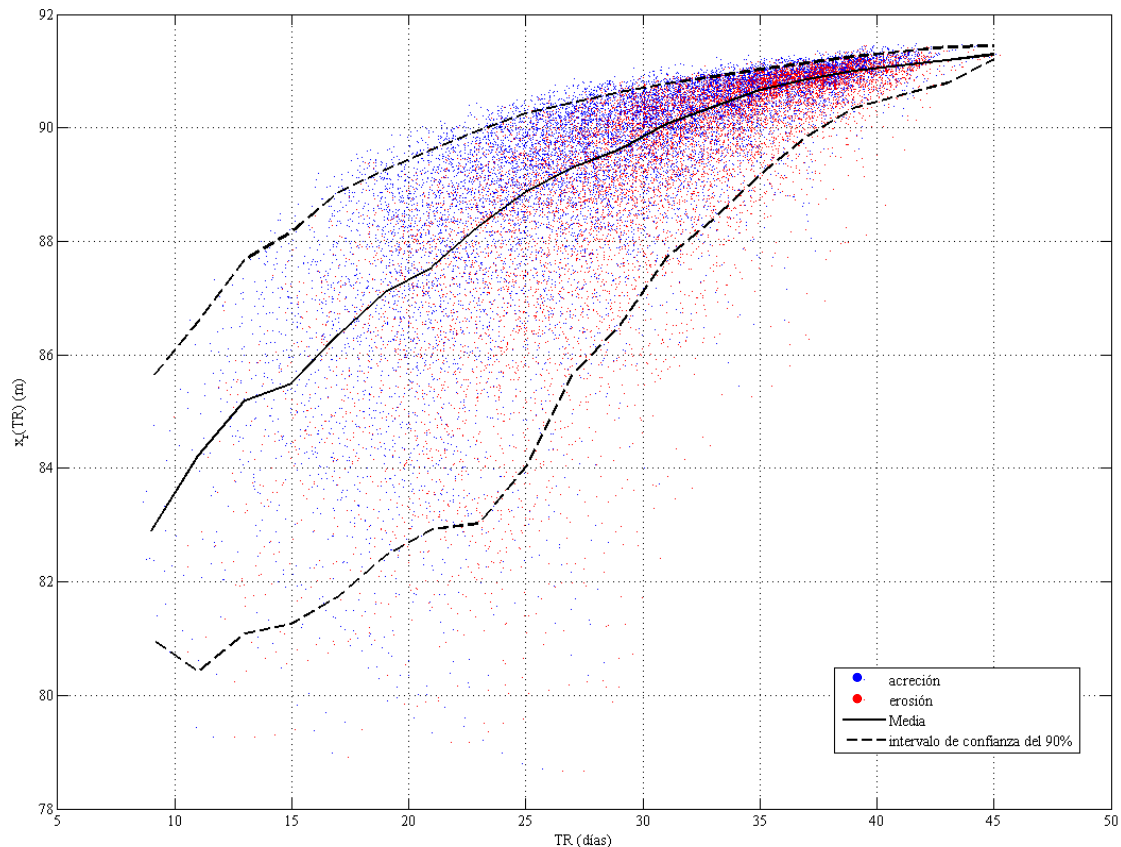


Figura 108. Correlación entre el tiempo de recuperación, TR , y la posición de la línea de costa tras un tiempo de recuperación, $x_r(TR)$.

En la anterior figura se observa una ligera predominancia de las situaciones de acreción en la parte alta de la nube de puntos, así como de situaciones de erosión en el contorno inferior de la nube de puntos, indicando que las acreciones predominan entre las posiciones de la línea de costa más avanzadas mientras que las erosiones predominan entre las más retranqueadas. Sin embargo esta predominancia es poco marcada.

Lo que sí resulta evidente a la vista de la figura 108 es que tiempos de recuperación mayores implican una posición más avanzada de la línea de costa mientras que tiempos de recuperación menores se correlacionan con posiciones de la línea de costa más retranqueadas.

En la figura 108 se han trazado las líneas de los percentiles del 5%, 50% y 95% de la posición de la línea de costa para cada posible duración del tiempo de recuperación

De esta forma, por ejemplo, de la curva del percentil del 95% puede extraerse la información de cuanto tiempo es necesario como mínimo que perduren condiciones de oleaje en calma para que la posición de la línea de costa avance hasta un punto dado tras haber sufrido un fenómeno de fuerte erosión.

Es decir si tras un fuerte temporal la playa se erosiona hasta una posición muy retranqueada, de acuerdo a la anterior figura, al menos han de transcurrir 15 días de calma para que la playa avance hasta la posición $x_r=88$ m, y 35 días para avanzar por encima de los 91 m, siendo el tiempo medio esperable para alcanzar esta posición de unos 40 días.

5.2. Memoria de la playa

Del mismo modo que el tiempo de recuperación, la memoria de la playa, ha de ser también una función del tiempo, $MP(T)$.

Para completar la definición de la **memoria de playa**, **MP**, se recurre a la simetría entre los conceptos de ésta y del tiempo de recuperación de la playa (véase figura 109).

Así, la memoria de la playa en un instante dado (t_n) ha de ser igual al tiempo de recuperación correspondiente a un tiempo anterior al instante actual igual a la memoria de la playa.

$$MP(t_n) = TR(t_n - MP(t_n)) \quad [143]$$

O lo que es lo mismo, el tiempo de recuperación de un instante dado (t_0) ha de ser igual a la memoria de la playa correspondiente a un tiempo de recuperación después del instante actual.

$$TR(t_0) = MP(t_0 + TR(t_0)) \quad [144]$$

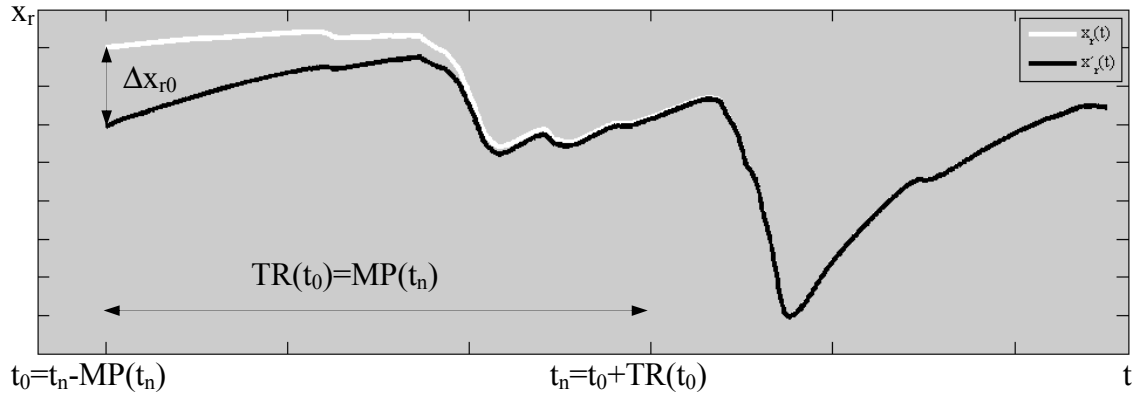


Figura 109. Esquema de los conceptos simétricos de memoria de la playa, MP, y tiempo de recuperación de de la playa, TR.

A la vista de la anterior figura, la ecuación [140] puede reescribirse en términos de la memoria de playa, MP, del siguiente modo.

$$\frac{\ln 0.01}{C^{\pm}} = - \int_{t_0}^{t_n=t_0+TR(t_0)} a(t)dt = - \int_{t_0=t_n-MP(t_n)}^{t_n} a(t)dt \quad [145]$$

De esta forma, así como el tiempo de recuperación depende de las condiciones del oleaje futuras, la memoria de la playa depende de las condiciones de oleaje precedentes.

$$MP(t_n) = (j-1) \cdot \Delta t \mid - \sum_{i=1}^{j-1} a_{n-i} < \frac{\ln 0.01}{C^{\pm} \cdot \Delta t} < - \sum_{i=1}^j a_{n-i} \quad [146]$$

5.2.1. La memoria de la playa de Nova Icaria

Del mismo modo que el tiempo de recuperación, se ha llevado a cabo el cómputo de la memoria de la playa, MP, a partir de la ecuación [146]. Su evolución a lo largo del tiempo se muestra en la siguiente figura.

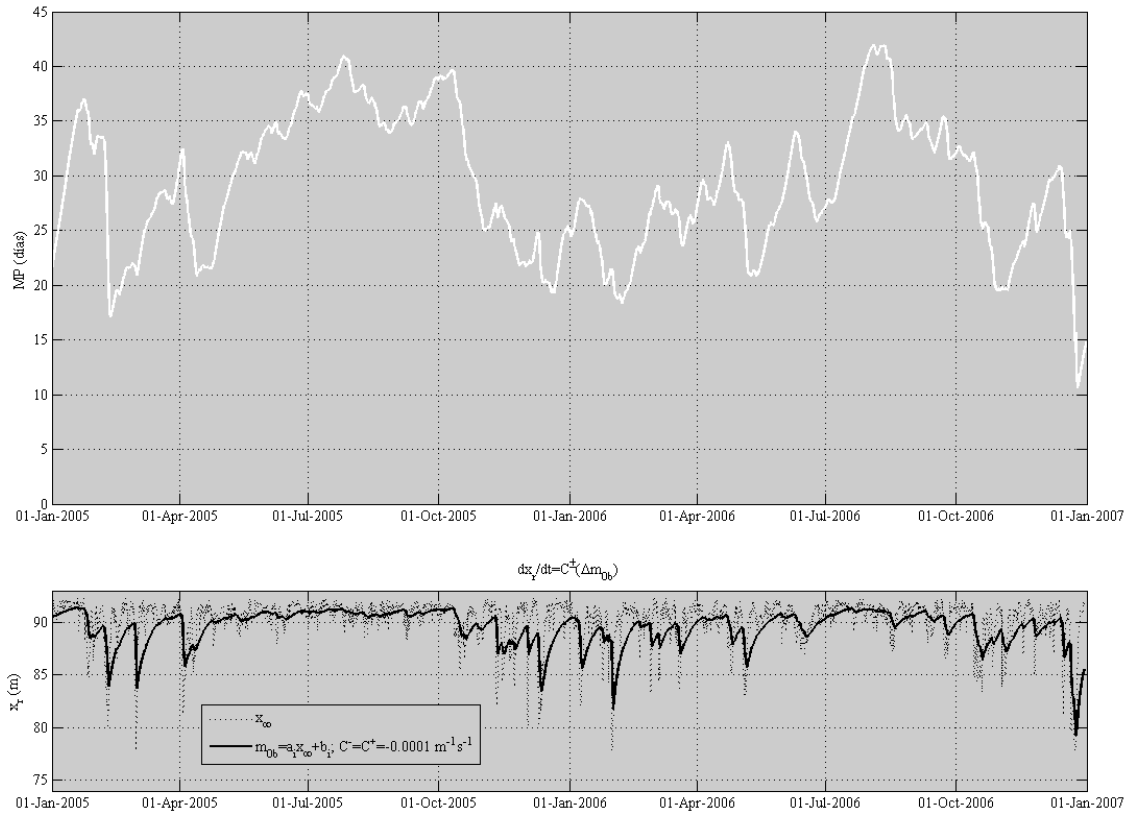


Figura 110. Evolución de la memoria de la playa y de la posición de la línea de costa durante el periodo de estudio (años 2005 y 2006).

De la comparación de la figura 110 y la figura 105 se observa la simetría de los conceptos de memoria de la playa y tiempo de recuperación, dependiendo el primero de las condiciones del oleaje precedente y el segundo de las condiciones del oleaje futuro.

La principal aplicación de la memoria de la playa se muestra en el siguiente apartado, en el que se explora la influencia de las condiciones del oleaje precedente en la posición de la línea de costa.

5.3. Función de memoria de la playa

El modelo de evolución propuesto depende de la posición inicial de la línea de costa, x_0 , sin embargo a partir del concepto de memoria de la playa, MP, puede desarrollarse una aproximación del mencionado modelo de evolución que no dependa de esta posición, para lo cual en primer lugar ha de reformularse en los términos adecuados este concepto y analizar su influencia en la forma integral del modelo de evolución desarrollado.

Reescribiendo la forma integral del modelo de evolución dada por la ecuación [102] como sigue, se observa que de los dos sumandos que presenta, el primero depende de la posición inicial de la línea de costa mientras que el segundo solo depende las condiciones del oleaje precedente.

$$x_r(T) = \frac{x_0}{e^{C^* \cdot \int_{t_0}^T a(t) dt}} + C^* \cdot \int_{t_0}^T \left(\frac{m_{0b}(t) - b(t)}{e^{C^* \cdot \int_t^T a(s) ds}} \right) dt$$

[147]

Dado que por definición la memoria de la playa es tal que remontándose un tiempo atrás igual a la memoria de la playa el denominador del primer sumando es inferior al 1 % de x_0 y, en principio, se puede afirmar que la contribución de la posición inicial en la forma de la playa es despreciable.

Por lo tanto si se retrocede lo suficiente en el tiempo para llevar a cabo el cómputo de la posición de la línea de costa actual, resulta que ésta depende únicamente del oleaje precedente.

Dicho oleaje, representado por su momento espectral de orden 0 en rotura, m_{0b} , solo interviene en el segundo sumando de la forma integral del modelo de evolución.

Analizando este término, se observa que tiene la forma de una integral de la energía del oleaje precedente a lo largo del tiempo, en el que el oleaje de cada instante aparece multiplicado por la siguiente función, denominada **función de memoria de la playa**, FMP (Turki, 2011).

$$FMP(t, T) = e^{-C^{\pm} \cdot \int_t^T a(s) ds} \quad [148]$$

La función de memoria de la playa decrece a medida que nos alejamos hacia atrás en el tiempo y pondera a los oleajes precedentes de tal modo que los oleajes pasados más antiguos tienen menor peso en el cómputo de la posición actual de la línea de costa que los oleajes más recientes. De forma que la función de memoria correspondiente a un tiempo $t=T-MP(T)$ se hace, igual a 0.01, por definición del propio concepto de memoria de la playa, MP.

Cabe destacar que tanto el tiempo de recuperación, TR , como la memoria de la playa, MP , pueden también reescribirse en términos de la función de memoria de la playa como sigue:

$$FMP(t_0, t_0 + TR(t_0)) = 0.01 \quad [149]$$

$$FMP(T - MP(T), T) = 0.01 \quad [150]$$

Del mismo modo que se llevó a cabo la implementación numérica de la forma integral del modelo de evolución, partiendo de que las funciones $m_{0b}(t)$, $a(t)$ y $b(t)$ se definen como constantes a saltos (ecuación [107]), se puede implementar el cómputo de la función de memoria.

Debido a que la función de memoria se integra en un intervalo variable dentro de la integral del oleaje precedente, pueden obtenerse directamente dos cotas, superior e inferior, de la función de memoria, pero no su valor exacto, al igual que sucedía en el desarrollo numérico del modelo de evolución en su forma integral (véanse ecuaciones [112] y [113]).

$$FMP(t = t_i, T = t_n) > e^{-C^{\pm} \cdot \Delta t \cdot \sum_{i=1}^{n-1} a_i} \quad [151]$$

$$FMP(t = t_i, T = t_n) < e^{-C^{\pm} \cdot \Delta t \cdot \sum_{i=1}^{n-1} a_i} \quad [152]$$

5.3.1. Modelo de evolución independiente de la posición inicial de la línea de costa

La ecuación [147] puede escribirse en términos de la función de la memoria de la playa del siguiente modo:

$$x_r(T) = x_0 \cdot FMP(t_0, T) + C^{\pm} \cdot \int_{t_0}^T (m_{ob}(t) - b(t)) \cdot FMP(t, T) dt \quad [153]$$

Donde asumiendo ahora que $t_0 = T - MP(T)$, podemos afirmar que la contribución de la posición de la línea de costa es despreciable, obteniéndose finalmente la siguiente expresión del modelo de evolución en su forma integral, independiente de la posición inicial de la línea de costa:

$$x_r(T) \approx C^{\pm} \cdot \int_{T-MP(T)}^T (m_{ob}(t) - b(t)) \cdot FMP(t, T) dt \quad [154]$$

No es posible saber a priori cuales de los estados de mar precedentes conllevan erosión o acreción, por lo tanto, para que en la práctica sea posible computar el valor de la función de memoria, es necesario que $C^- = C^+$. Del mismo modo que ocurría a la hora de computar numéricamente la forma integral del modelo de evolución (véase apartado 3.8.2).

De este modo puede obtenerse la posición de la línea de costa, $x_r(T)$ únicamente en función del oleaje incidente como sigue:

$$x_r(T = t_n) \approx C^{\pm} \cdot \Delta t \left(\sum_{j=0}^{n-1} f_j \cdot FMP(t_j, t_n) \right); \quad f_j = m_{ob,j} - b_j \quad [155]$$

Donde el tiempo T tiene que coincidir con la memoria de la playa en el mismo instante $T, T = MP(T = t_n)$.

Dado que tanto el tiempo de memoria de la playa, MP , como la función de memoria de la playa, FMP , se estiman a través de sus cotas superior e inferior, también en el caso de la aproximación del modelo dada por la ecuación [155] se obtendrá una cota superior e inferior de la misma, que se muestran en la siguiente figura.

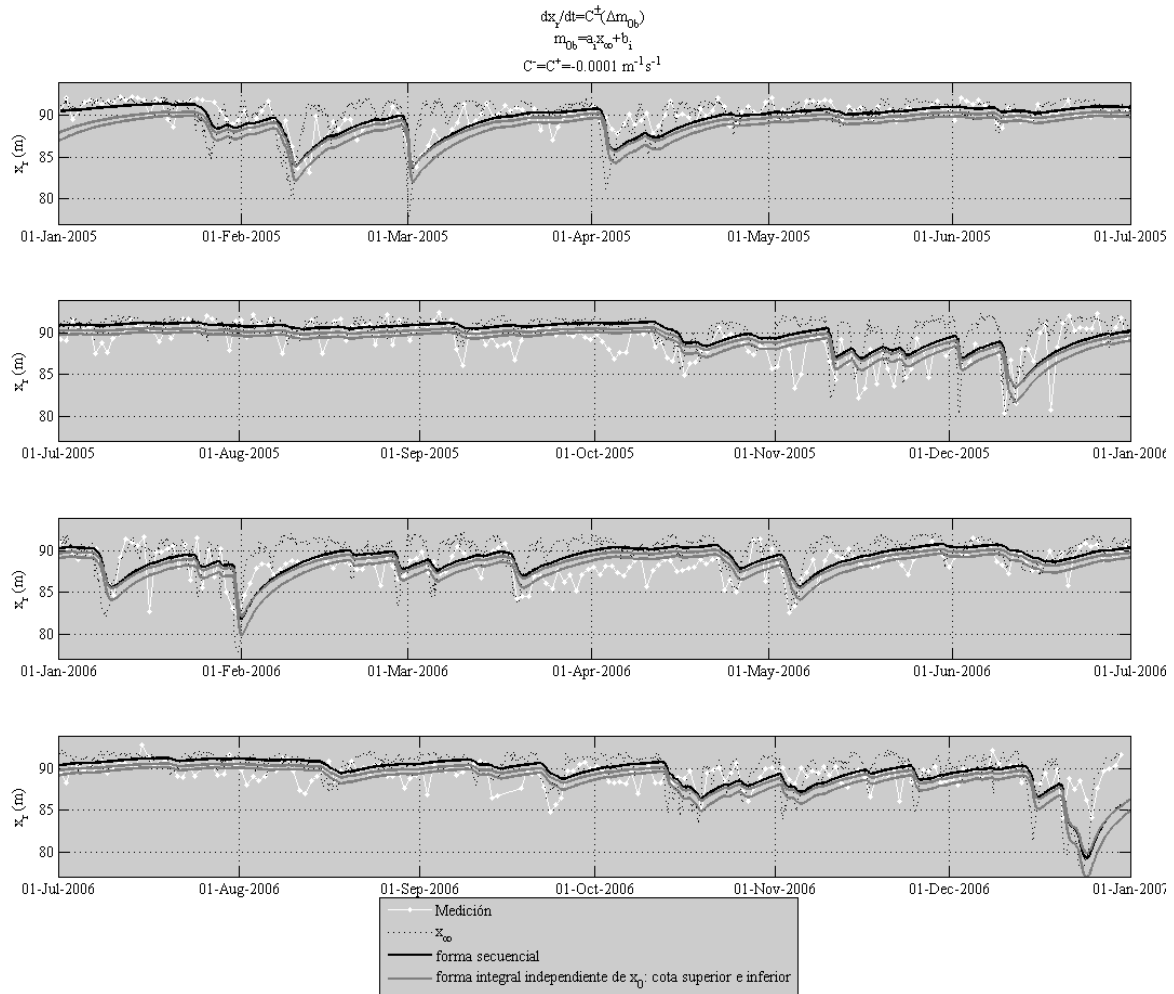


Figura 111. Resultados del modelo de evolución secuencial y cota superior e inferior de la forma integral independiente de la posición inicial de la línea de costa para el periodo 2005-2006.

Criterio para la determinación de la memoria de la playa: $\Delta x_r = 1\%$ de Δx_{r0} .

De la anterior figura se observa que las cotas superior e inferior de la aproximación independiente de la posición inicial del modelo en su forma integral no constituyen una cota superior e inferior del modelo en su forma secuencial.

Esto se debe a que el criterio considerado para establecer la memoria de la playa (véase ecuación [145]) induce en la aproximación un error del orden del 1% de la posición inicial de la línea de costa, x_0 , que en el caso de Nova Icaria es del orden de 1 m, y por tanto depende de la localización de la línea de referencia empleada en la medición de las posiciones de la línea de costa, lo cual no resulta deseable.

Para reducir un orden de magnitud el error inducido en la aproximación del modelo independiente de la posición inicial de la línea de costa del 1% al 0.1% de x_0 es necesario redefinir los conceptos de tiempo de recuperación y memoria de la playa reformulando la ecuación [145] como sigue:

$$\frac{\ln 0.001}{C^{\pm}} = - \int_{t_0}^{t_n = t_0 + TR(t_0)} a(t) dt = - \int_{t_0 = t_n - MP(t_n)}^{t_n} a(t) dt \quad [156]$$

Lo cual implica que transcurrido un tiempo, T , igual al tiempo de recuperación en el instante t_0 , $TR(t_0)$, la diferencia entre las dos curvas, $\Delta x_r(TR(t_0)+t_0)$, de la figura 109 será igual al 0.1% de la perturbación inicial, Δx_{r0} y no al 1% como era originalmente.

Con este nuevo criterio la cota superior e inferior de la aproximación independiente de la posición inicial de la línea de costa obtenida del modelo en su forma integral da lugar a una verdadera cota superior e inferior del modelo en su forma secuencial como se muestra en la siguiente figura.

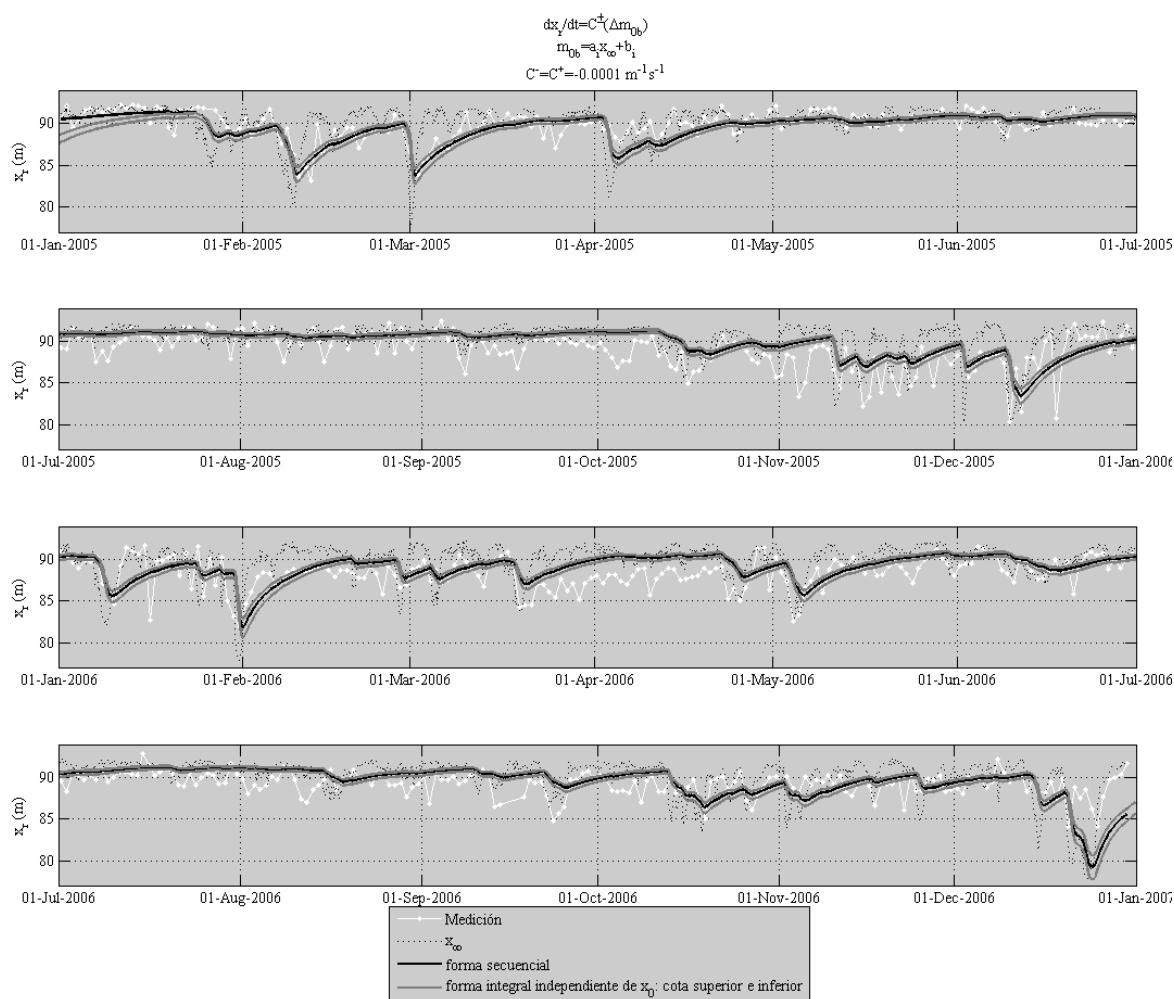


Figura 112. Resultados del modelo de evolución secuencial y cota superior e inferior de la forma integral independiente de la posición inicial de la línea de costa para el periodo 2005-2006.
Criterio para la determinación de la memoria de la playa: $\Delta x_r = 0.1\%$ de Δx_{r0} .

Los resultados arrojados por el modelo en su forma integral a partir de la aproximación independiente de la posición inicial de la línea de costa mostrados en la anterior figura coinciden casi por completo con los resultados de la forma integral del modelo dependiente de la posición inicial (véase figura 98).

Únicamente se observan diferencias apreciables en los resultados durante el primer mes de la simulación, como muestra la siguiente figura.

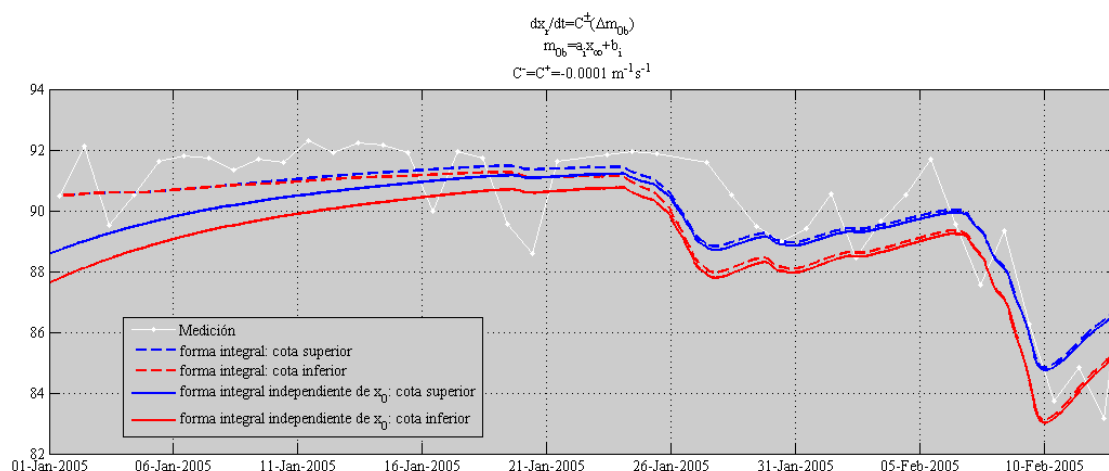


Figura 113. Resultados del modelo de evolución de la forma integral dependiente e independiente de la posición inicial de la línea de costa durante los primeros 45 días de simulación.

Criterio para la determinación de la memoria de la playa: $\Delta x_r = 0.1\%$ de Δx_{r0} .

Esto es debido a que la influencia de la posición inicial es relevante solo durante algo menos de 35 días, que es el tiempo de recuperación de la playa (véase figura 105) correspondiente al instante inicial de la simulación (1 de enero de 2005).

En la siguiente tabla se resumen los errores observado (RMSE) entre la forma integral original del modelo y su aproximación independiente de la posición inicial de la línea de costa, en función del criterio establecido para la definición del concepto de memoria de la playa.

RMSE (m)	Criterio definición MP: Δx_r			
	1% de Δx_{r0}	0.1% de Δx_{r0}	1% de Δx_{r0}	0.1% de Δx_{r0}
	Hasta el 15 de febrero de 2005		A partir del 15 de febrero de 2005	
Cota superior	1.14	0.46	0.88	0.09
Costa inferior	1.52	0.90	0.88	0.09

Tabla 13. Error cuadrático medio entre la forma integral del modelo de evolución y su aproximación independiente de la posición inicial de la línea de costa.

En la anterior tabla se muestran los resultados del error para el periodo total de estudio completo (años 2005 y 2006) dividido en dos periodos, el primero comprende los 45 primeros días y el segundo comprende el resto del periodo, para separar el error inducido por la consideración o no de la posición inicial de la línea de costa del error sistemático debido al criterio de definición de la memoria de la playa.

Se observa que este último error en el caso del criterio más restrictivo resulta de 9 cm, mientras que con el criterio original era de 88 cm.

5.4. Energía del oleaje precedente ponderado

A partir de la función de memoria de la playa, FMP (véase apartado 0), se introduce el concepto de energía del oleaje precedente ponderada, $m_{0b,p}$, que se expresa como sigue.

$$m_{0b,p}(T) = \frac{\int_{T-MP(T)}^T m_{0b}(t) \cdot FMP(t, T) dt}{\int_{T-MP(T)}^T FMP(t, T) dt} \quad [157]$$

Para la ponderación de los oleajes precedentes en la ecuación [157] se ha empleado la función de memoria de playa, FMP, la cual decrece retrocediendo a tiempos pasados cada vez más lejanos.

La energía precedente así definida incluye información de oleajes que se remontan hasta un tiempo igual a la memoria de la playa, momento en el que la contribución de la posición de partida de la línea de costa deja de tener influencia sobre la posición actual.

Por lo tanto, se puede asumir que la posición actual depende únicamente de esta energía precedente y cualquier energía del oleaje incidente distinta de la anterior provocará un desequilibrio en el sistema, que dará lugar al desplazamiento de la línea de costa y su consecuente transporte transversal de sedimentos.

Empleando cada una de las cotas superior e inferior de la función de memoria, dadas por las ecuaciones [151] y [152], se obtienen a su vez las cotas inferiores y superiores del oleaje precedente.

$$m_{0b,p}(T = t_n) > \frac{\sum_{i=n-1-j}^{n-1} m_{0b,i} e^{-C^{\pm} \cdot \int_{k=i}^{n-1} a_k}}{\sum_{i=n-1-j}^{n-1} e^{-C^{\pm} \cdot \int_{k=i}^{n-1} a_k}}; \quad j | -\sum_{i=1}^{j-1} a_{n-i} < \frac{\ln 0.01}{C^{\pm} \cdot \Delta t} < -\sum_{i=1}^j a_{n-i} \quad [158]$$

$$m_{0b,p}(T = t_n) < \frac{\sum_{i=n-1-j}^{n-1} m_{0b,i} e^{-C^{\pm} \cdot \int_{k=i+1}^{n-1} a_k}}{\sum_{i=n-1-j}^{n-1} e^{-C^{\pm} \cdot \int_{k=i+1}^{n-1} a_k}}; \quad j | -\sum_{i=1}^{j-1} a_{n-i} < \frac{\ln 0.01}{C^{\pm} \cdot \Delta t} < -\sum_{i=1}^j a_{n-i} \quad [159]$$

5.4.1. Energía del oleaje precedente ponderada y energía de equilibrio

Como se ha mencionado anteriormente se puede asumir que la posición actual de la línea de costa depende únicamente de esta energía precedente y no de la posición inicial de la misma.

Es decir que la posición de la línea de costa en cada instante debería estar en equilibrio con la energía precedente del oleaje ponderada mediante la función de memoria y cualquier energía del oleaje incidente distinta de la anterior provocará un desequilibrio en el sistema, que dará lugar al desplazamiento de la línea de costa y a su consecuente transporte transversal de sedimentos.

Siguiendo a Davidson et al. (2013), se ha establecido la hipótesis de que la energía de equilibrio del modelo es igual a la energía precedente ponderada, de forma que la ecuación diferencial que rige el modelo de evolución en el corto plazo (véase ecuación [91]) se reformula del siguiente modo:

$$\frac{dx_r(t)}{dt} = C^{\pm} \cdot (m_{0b} - m_{0b,p}(x_r)) \quad [160]$$

Donde $m_{0b,p}$ es el momento espectral de orden 0 en rotura de los oleajes precedentes calculado a partir de la ecuación [157], asumiendo $C^+ = C^-$.

El modelo de evolución calibrado propuesto para el medio plazo en su forma secuencial permite obtener la serie de posiciones de la línea de costa $x_{r,i}$, correspondiente a N estados de mar sucesivos, cada uno de ellos de duración Δt , véase apartado 3.8.

De esta serie sintética de posiciones de la línea de costa (véase apartado 4.4) se ha obtenido la variación de la posición de la línea de costa media entre dos estados de mar dx_r/dt como $\Delta x_r/\Delta t$, cuyos resultados se muestran en el eje de ordenadas de la figura 114.

Por otro lado se ha computado el valor de dx_r/dt a partir de la fórmula [160] calculando el valor de $m_{0b,p}$ según lo expuesto en el apartado 5.4, empleando la fórmula [158] con $C^{\pm} = -10^{-4} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$, cuyos resultados se recogen en el eje de abscisas de la figura 114, constatándose una cierta correlación lineal entre los dos modelos comparados en la misma.

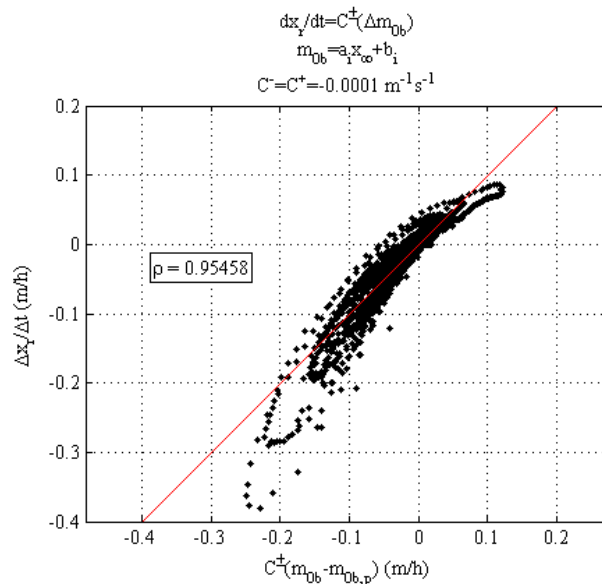


Figura 114. Correlación entre de velocidad de cambio de la posición de la línea de costa en función de la energía del oleaje de equilibrio y de la energía de oleaje precedente ponderada.

Cabe señalar que el resultado de la comparación de los dos anteriores modelos resulta prácticamente igual en el caso de emplear la cota superior o inferior de la función de memoria (ecuación [158] o [159] respectivamente) en la ponderación de los oleajes precedentes.

En la siguiente figura se muestra la correlación entre ambos modelos en términos de series temporales constatando la equivalencia entre ambas aproximaciones.

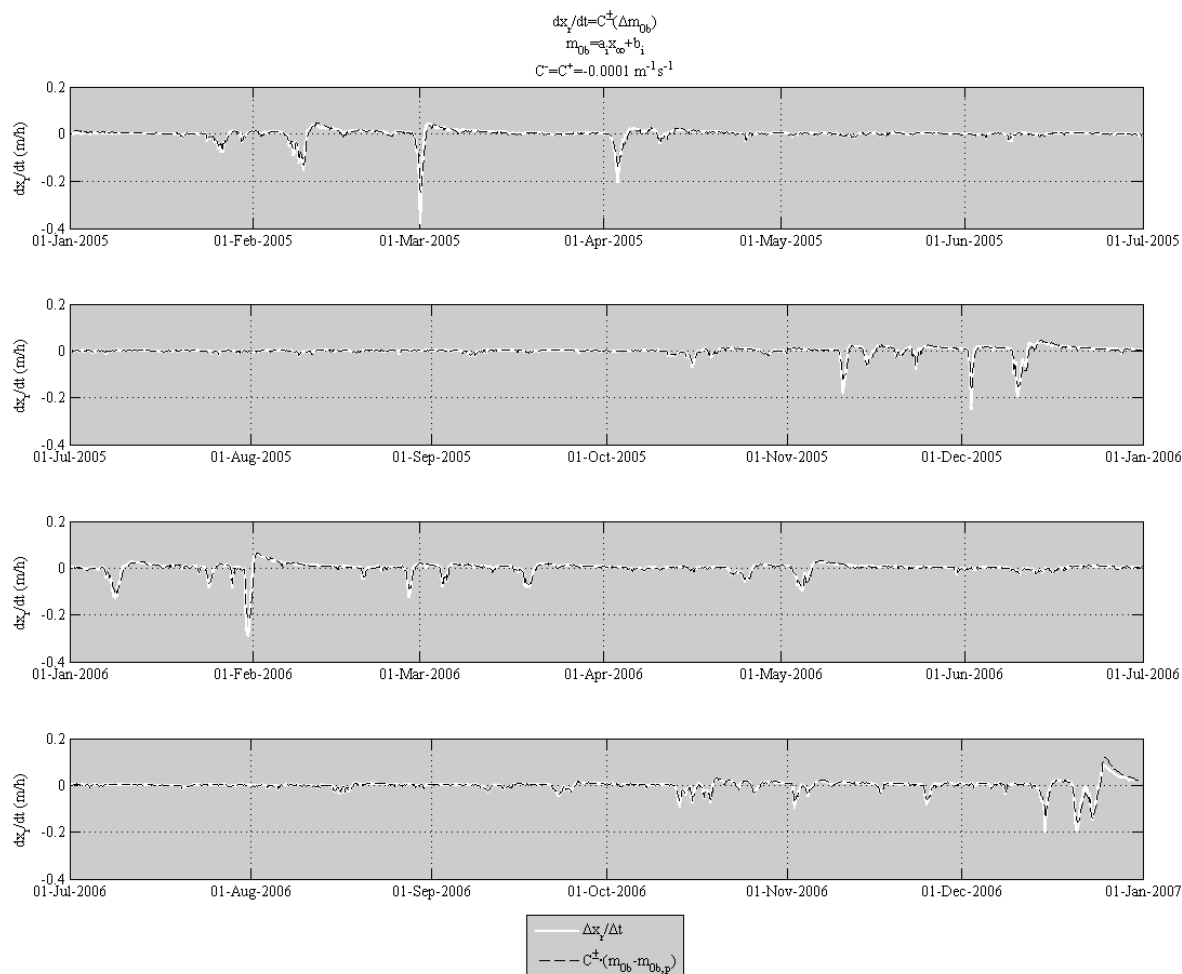


Figura 115. Comparación entre las series temporales de velocidad de cambio de la posición de la línea de costa en función de la energía del oleaje de equilibrio y de la energía de oleaje precedente ponderada.

5.5. Transporte transversal de sedimentos en el modelo de evolución

Los movimientos de la línea de costa implican que se produce un cierto transporte transversal de sedimentos a lo largo del perfil.

A continuación se propone un método para calcular dicho transporte en el contexto del modelo de evolución desarrollado, calculando el volumen de sedimentos movilizado para que la línea de costa evolucione entre dos posiciones consecutivas, de acuerdo a la geometría del modelo estático de perfil de equilibrio considerado.

Para lo cual es necesario conocer a priori la serie temporal de posiciones de la línea de costa o bien medida o bien generada sintéticamente a partir del modelo de evolución propuesto y calibrado.

De este modo es posible generar ábacos para el cálculo del transporte conocidas la posición inicial de la línea de costa, la duración del estado de mar y la altura de ola en rotura del oleaje incidente.

Cabe destacar que el transporte transversal de sedimentos así calculado corresponde al transporte bruto, esto es, el volumen de sedimento movilizado en todo el perfil activo de playa.

Teniendo en cuenta la geometría del modelo estático de perfil de equilibrio propuesto, es posible calcular el volumen de sedimento que ha de desplazarse desde la parte alta del perfil a la baja, o viceversa, para que la posición de la línea de costa pase de $x_{r,i}$ a $x_{r,i+1}$.

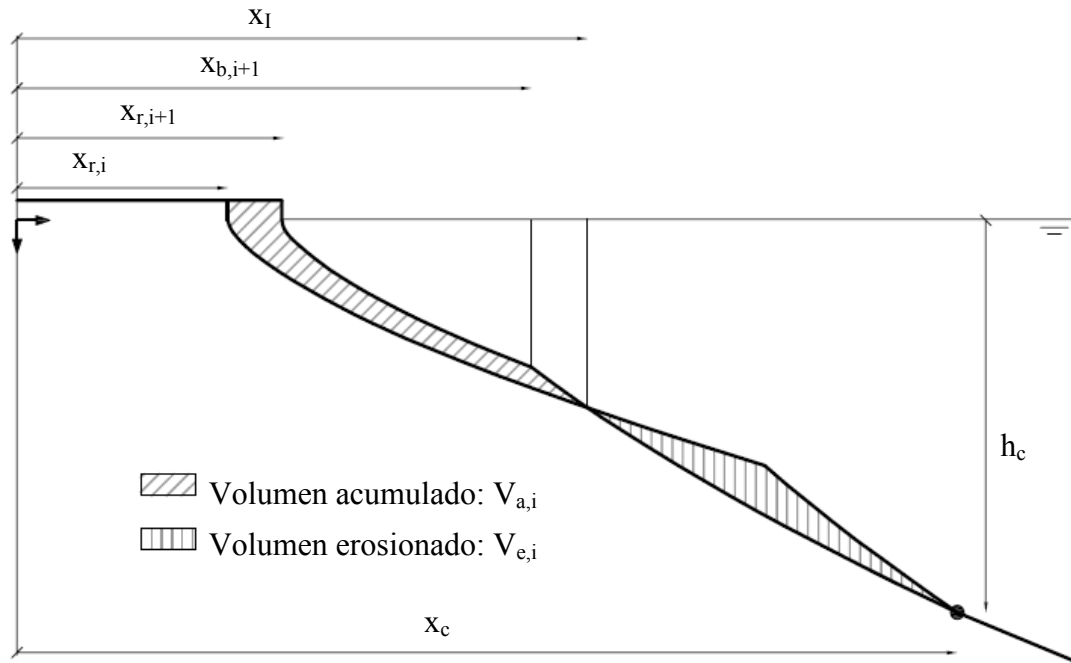


Figura 116. Esquema del modelo estático de evolución propuesto (proceso de acreción).

Si, como en la figura 116, la posición de la línea de costa avanza ($x_{r,i+1} > x_{r,i}$), se produce una acumulación de sedimento en la parte alta del perfil, $V_{a,i}$, mientras que se erosiona el pie, $V_{e,i}$.

A continuación se detallan las ecuaciones a emplear para el cálculo de este volumen acumulado, $V_{a,i}$, para lo cual previamente es necesario calcular el punto de intersección entre los dos perfiles, cuya posición horizontal, x_l , puede calcularse según la siguiente ecuación (véase figura 116).

$$x_l = \frac{x_{r,i} - x_{a,i+1} \left(\frac{A_{a,i+1}}{A_r} \right)^{3/2}}{1 - \left(\frac{A_{a,i+1}}{A_r} \right)^{3/2}} \quad [161]$$

Finalmente el volumen acumulado en la parte alta del perfil se puede calcular como la siguiente integral:

$$V_{a,i} = B(x_{r,i+1} - x_{r,i}) + \int_{x_{r,i}}^{x_i} A_r (x - x_{r,i})^{2/3} dx - \int_{x_{r,i+1}}^{x_{b,i+1}} A_r (x - x_{r,i} + 1)^{2/3} dx - \int_{x_{b,i+1}}^{x_i} A_{a,i+1} (x - x_{a,i+1})^{2/3} dx \quad [162]$$

Desarrollando la cual se obtiene la siguiente expresión:

$$V_{a,i} = B(x_{r,i+1} - x_{r,i}) + \frac{3}{5}(x_{r,i} - x_{a,i+1})^{5/3} \left[\frac{A_r}{\left(\left(\frac{A_r}{A_{a,i+1}} \right)^{3/2} - 1 \right)^{5/3}} - \frac{A_{a,i+1}}{\left(1 - \left(\frac{A_{a,i+1}}{A_r} \right)^{3/2} \right)^{5/3}} \right] - \dots$$

$$\dots - \frac{3}{5} A_r (x_{b,i+1} - x_{r,i+1})^{5/3} + \frac{3}{5} A_{a,i+1} (x_{b,i+1} - x_{a,i+1})^{5/3} \quad [163]$$

Si por el contrario, se produjera la erosión de la parte alta del perfil ($x_{r,i+1} < x_{r,i}$), intercambiando los subíndices “i” e “i+1” en la ecuación [162] se obtendría el volumen correspondiente a dicha erosión, $V_{e,i}$.

$$V_{e,i} = B(x_{r,i} - x_{r,i+1}) + \frac{3}{5}(x_{r,i+1} - x_{a,i})^{5/3} \left[\frac{A_r}{\left(\left(\frac{A_r}{A_{a,i}} \right)^{3/2} - 1 \right)^{5/3}} - \frac{A_{a,i}}{\left(1 - \left(\frac{A_{a,i}}{A_r} \right)^{3/2} \right)^{5/3}} \right] - \dots$$

$$\dots - \frac{3}{5} A_r (x_{b,i} - x_{r,i})^{5/3} + \frac{3}{5} A_{a,i} (x_{b,i} - x_{a,i})^{5/3} \quad [164]$$

De este modo se ha calculado el siguiente ábaco, donde los extremos tanto del eje de abscisas como del de ordenadas corresponden a los valores de máximo avance y retroceso de la línea de costa dados por la envolvente de perfiles de equilibrio del modelo, $x_{r,max}$ y $x_{r,min}$ respectivamente.

Éste proporciona el volumen de sedimentos movilizado entre dos posiciones de la línea de costa consecutivas, $x_{r,i}$ y $x_{r,i+1}$, $V_{e,i}$ o $V_{a,i}$ para erosión o acreción respectivamente, obtenido del modelo estático de perfil de equilibrio establecido para la playa de Nova Icaria cuyas características se recogen en la tabla 6.

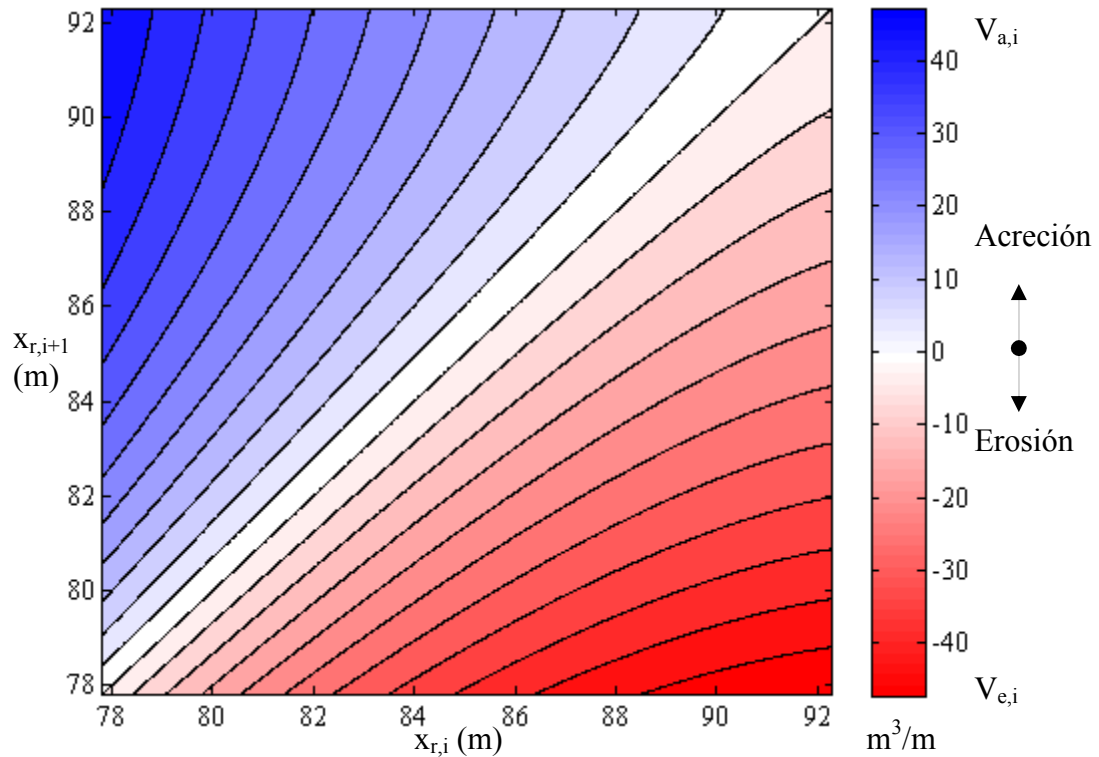


Figura 117. Ábaco de volumen de sedimentos movilizado entre dos posiciones consecutivas de la línea de costa en la playa de Nova Icaria.

De la anterior figura se observa que existe una perfecta simetría en el ábaco generado puesto que el volumen movilizado entre dos posiciones consecutivas es exactamente el mismo en valor absoluto pero de signo contrario si se intercambian estas posiciones, pues se pasaría de acreción a erosión o viceversa.

A partir de la posición inicial y final de cada estado de mar de la serie, es posible calcular numéricamente el transporte transversal medio acontecido, q_i , en cada estado de mar, conocida la duración del mismo, Δt , siendo positivo en acreción (transporte hacia la costa) y negativo en erosión (transporte hacia el mar).

$$\begin{aligned} q_i &= V_{a,i} / \Delta t; \text{ si } x_{r,i+1} > x_{r,i} \\ q_i &= V_{e,i} / \Delta t; \text{ si } x_{r,i+1} < x_{r,i} \end{aligned}$$

[165]

El transporte de sedimentos que tiene lugar durante un estado de mar de duración finita depende en realidad de la posición inicial de la línea de costa, x_{i-1} , de la altura de ola en rotura del oleaje incidente, $H_{b,i}$, y de la duración del estado de mar considerado, Δt .

Debido a la complejidad de las ecuaciones que rigen las relaciones entre las anteriores variables en el contexto del modelo de evolución desarrollado, no ha sido posible establecer una formulación sencilla para el transporte transversal de sedimentos.

Sin embargo se ha generado un ábaco que permite obtener el transporte producido (en términos volumétricos) durante un estado de mar de 1 hora de duración en la playa de Nova Icaria, q_y , dada la posición inicial de la línea de costa, $x_0 \in [x_{\infty, \min} \text{ y } x_{\infty, \max}]$, y la altura de ola en rotura del oleaje incidente, $H_b \in [0, \gamma \cdot h'_{b, \max}]$, como se muestra en la siguiente figura.

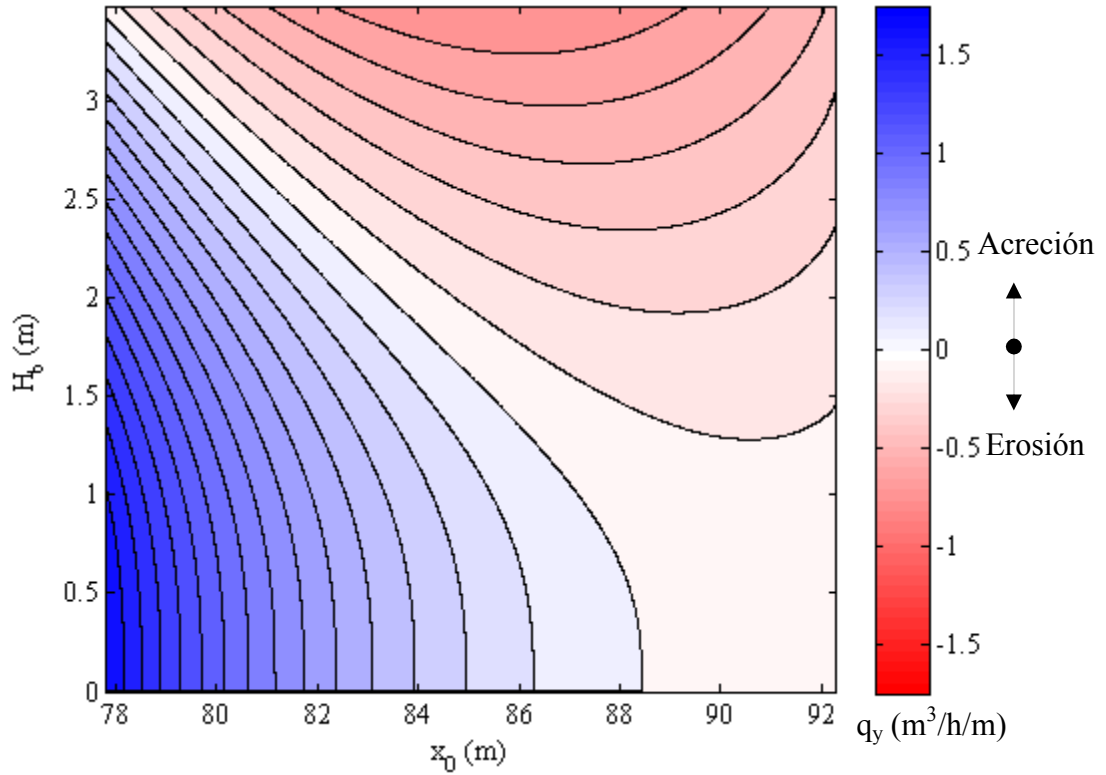


Figura 118. Ábaco de transporte transversal medio producido durante un estado de mar de 1 h de duración en la playa de Nova Icaria.

Para ello se ha sustituido en la fórmula [165] el valor de $x_{r,i+1}$ resultado del modelo, por la siguiente fórmula

$$x_{r,i+1}(t) = \frac{x_{\infty,i}(\Psi + 1) + \frac{b}{a}}{\Psi - 1} \quad [166]$$

$$\text{Donde } \Psi = \left(\frac{x_{r,i} + x_{\infty,i} + \frac{b}{a}}{x_{r,i} - x_{\infty,i}} \right) e^{C^{\pm} \cdot a \left(2x_{\infty,i} + \frac{b}{a} \right) (\Delta t)} \quad \text{y} \quad x_{\infty,i} \mid \left(\frac{H_{b,i}}{4.004} \right)^2 = ax_{\infty,i}^2 + bx_{\infty,i} + c \quad [167]$$

En este caso se observa que el ábaco resultante no es simétrico para los procesos de erosión y acreción. Lo cual podría deberse a diferencias entre las constantes C^+ y C^- que implican distintas velocidades de relajación del modelo y por tanto distinto resultado en el cálculo del transporte si se intercambian las posiciones de la línea de costa inicial y final en el estado de mar.

Sin embargo, aún en el caso de $C^+ = C^-$, es necesario tener en cuenta que existe otra fuente de discrepancia entre estos resultados y es que el modelo en el corto plazo “recorre” la curva de energía de equilibrio en una dirección o en otra en función de que se produzca erosión o sedimentación, dado que esta curva de energía de equilibrio no es simétrica se produce una discrepancia en los resultados al intercambiar las posiciones inicial y final del estado de mar.

Cabe destacar que los dos ábacos anteriores se han obtenido para todo el rango de valores posibles dados por la envolvente de perfiles y no para los verdaderos valores registrados según las posiciones medidas de la línea de costa.

CAPÍTULO 6. DISCUSIÓN DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

6. DISCUSIÓN DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En este apartado se incluye una discusión sobre los resultados obtenidos en la presente tesis, especificando las contribuciones originales de la misma al estado del arte actual.

Paralelamente se realiza también una revisión del cumplimiento de los objetivos fijados para la presente tesis y se establecen finalmente las principales conclusiones derivadas de la misma.

6.1. Desarrollo de un modelo de evolución para el corto plazo

Se ha desarrollado un marco general teórico en el que se propone un modelo de evolución de la línea de costa generalista que incluye 3 parámetros de calibración, μ , C^- y C^+ para el corto plazo, siguiendo a Yates et al. (2009), en forma de ecuación diferencial $xr' = C^\pm \cdot m_{0b}^\mu (\Delta m_{0b})$, donde xr' es la derivada de la posición de la línea de costa respecto del tiempo y m_{0b} es el momento de orden 0 del espectro energético del oleaje en rotura, de forma que el oleaje es el único forzamiento del modelo de evolución, no habiendo sido posible la inclusión del nivel del mar como forzamiento del mismo.

Para la integración de la anterior ecuación diferencial, Yates et al. (2009) propusieron el establecimiento de una correlación empírica lineal entre la energía del oleaje y la posición de la línea de costa en equilibrio a la que conduce, añadiendo dos parámetros libres al modelo.

En la presente tesis se ha obtenido esta correlación analíticamente, $m_{0b} = F(x_\infty)$, mediante la denominada **curva de energía de equilibrio de la playa**, cuya forma se ha determinado mediante relaciones analíticas de la misma con las características físicas de la playa que permanecen constantes aún bajo oleaje cambiante (**invariantes del perfil de playa**), a través de un modelo estático de perfil de equilibrio basado en el perfil biparábólico de Bernabeu (1999).

Este modelo estático de equilibrio del perfil reproduce por igual los mecanismos principales de erosión y acreción (Sunamura y Horikawa, 1974):

- Procesos de erosión: con oleajes de mayor intensidad energética que la de equilibrio se produce la erosión del frente de playa y depósito del sedimento erosionado al pie de la playa.
- Procesos de acreción: con oleajes de menor intensidad energética que la de equilibrio se produce la acumulación de sedimentos en el frente de playa procedentes del pie de la playa.

Se ha demostrado que las características de la curva de energía de equilibrio asociadas al modelo estático de perfil de equilibrio propuesto son las siguientes:

- Positiva y definida en el dominio $[x_{\infty, \min}, x_{\infty, \max}]$.
- Monótona decreciente y cóncava en el dominio de aplicación.
- Paso por los puntos extremos $(x_{\infty, \min}, \frac{\gamma^2}{4.004^2} h_{b, \max}^2)$ y $(x_{\infty, \max}, 0)$.

- Pendiente horizontal en el punto $(x_{\infty, \max}, 0)$.

Haciendo el inciso de que la concavidad de la misma no ha podido ser demostrada de forma analítica pero sí a través de experimentación numérica.

Resultando finalmente que la forma de la curva de energía de equilibrio obtenida es netamente diferente de la recta propuesta por Yates et al. (2009), como se muestra en la siguiente figura.

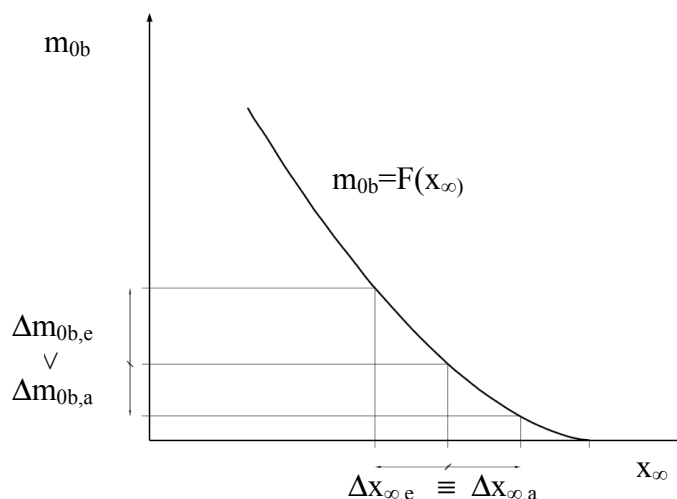


Figura 119. Forma general de la curva de energía de equilibrio asociada al modelo estático de equilibrio del perfil propuesto en la presente tesis.

Las características de la forma de la curva de energía de equilibrio responden a que, dado el modelo estático de perfil de equilibrio establecido, a igual movimiento de la línea de costa, los procesos erosivos movilizan mayor cantidad de sedimento en la playa que los procesos de acreción y por tanto requieren de un mayor desequilibrio energético, como se observa en la anterior y en la siguiente figura, así como en los ábacos de transporte mostrados en la figura 117 y figura 118.

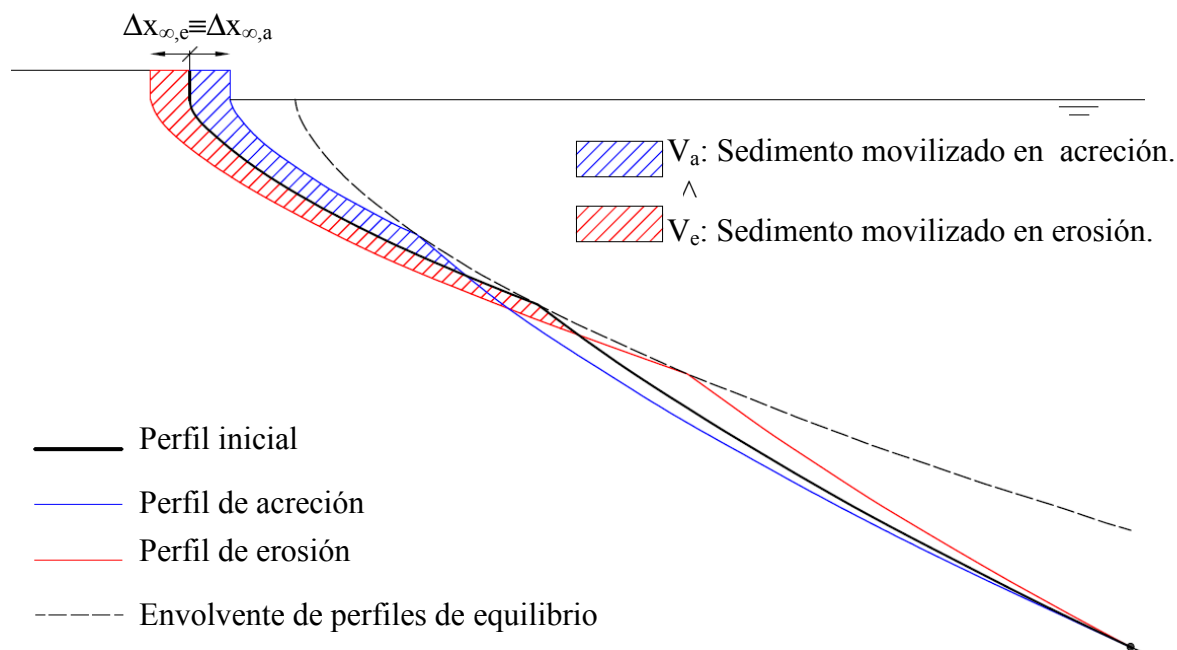


Figura 120. Esquema de los procesos de erosión y acreción en el modelo estático de perfil de equilibrio propuesto.

En el modelo de evolución de Yates et al. (2009), con curva de energía de equilibrio de pendiente constante, el factor de ponderación energética en la ecuación diferencial de partida m_{0b}^{μ} resulta imprescindible para modular la velocidad de relajación del modelo en función de la energía del oleaje.

En el modelo desarrollado en la presente tesis la contribución de tal factor resulta redundante dada la forma de la curva de energía de equilibrio obtenida, con una mayor pendiente (en términos absolutos) para energía del oleaje creciente.

Por lo tanto se concluye que la forma simplificada del modelo $xr' = C^{\pm} \cdot (\Delta m_{0b})$, eliminando el factor de ponderación energética ($\mu=0$), presenta las mismas capacidades que la forma general siempre que la integración de esta ecuación diferencial se lleve a cabo mediante la consideración de una curva de energía de equilibrio de la forma propuesta en la presente tesis.

Además, en el caso de las playas poco energéticas, como la de Nova Icaria, se dispone de poca información para ajustar la parte alta de la curva, como se muestra en la figura 121, por lo que la metodología descrita por Yates et al. (2009) para establecer empíricamente la curva de energía de equilibrio presenta una importante limitación.

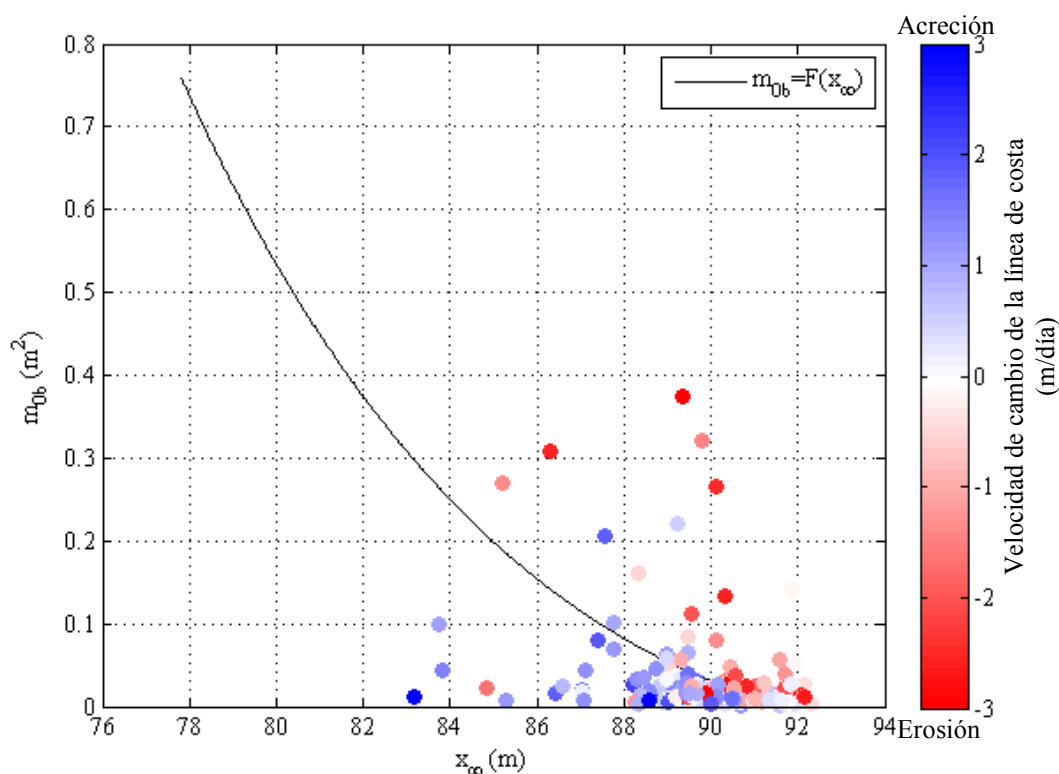


Figura 121. Velocidad de cambio de la línea de costa entre observaciones diarias frente a la posición inicial de la línea de costa y la energía media del oleaje en rotura entre observaciones (puntos de color) junto a la curva de energía de equilibrio y su aproximación parabólica desarrollada en esta tesis y particularizada en el caso de la playa de Nova Icaria.

Por ello, en particular en este tipo de playas de baja energía, la determinación analítica de la curva de energía de equilibrio de acuerdo al modelo estático de evolución del perfil desarrollado en la presente tesis, resulta especialmente conveniente.

Dado que no ha sido posible la obtención de una forma explícita de la curva de energía de equilibrio (originalmente expresada en forma paramétrica) se han desarrollado dos aproximaciones de la misma para la integración del modelo de evolución en el corto plazo, esto es durante la duración de un estado de mar: parabólica y lineal por tramos.

Parejamente a la curva de energía de equilibrio se ha determinado analíticamente la **envolvente de perfiles** (envolvente superior del conjunto de posibles perfiles que puede presentar una playa en función de los distintos oleajes incidentes) expresada como una función de los invariantes del perfil de playa, proporcionando información de interés a nivel de la costa, correlacionando los invariantes de la playa con los máximos avances y retrocesos de la línea de costa compatibles con el modelo propuesto.

Estas correlaciones han permitido establecer metodologías alternativas de determinación de los invariantes de la playa sustituyendo los más sensibles (a la vista del análisis de sensibilidad realizado) por otros datos medidos en campo más robustos, e.g. en la playa de Nova Icaria, se recomienda emplear como invariante el máximo avance medido de la línea de costa en lugar del volumen de sedimento contenido en la playa.

6.2. Modelo de evolución en el medio plazo

A partir del modelo de evolución en el corto plazo, se ha desarrollado la extensión del modelo de evolución al medio plazo mediante un algoritmo recursivo (**forma secuencial del modelo de evolución**) que permite, en virtud de la hipótesis de oleaje estacionario durante un estado de mar, calcular la posición de la línea de costa al finalizar el estado de mar en función de la posición que tenía al comienzo del mismo y en función de la energía del oleaje incidente.

También, en el caso de asumir que las constantes de calibración C^+ y C^- son iguales y únicamente para la aproximación lineal por tramos de la curva de energía de equilibrio se ha desarrollado una **forma integral del modelo de evolución en el medio plazo** (modelo analítico) que no depende de las posiciones intermedias de la línea de costa y que permite llevar a cabo diversos desarrollos posteriores.

La calibración de ambos modelos se ha llevado a cabo a partir de mediciones de la posición de la línea de costa en la playa de Nova Icaria realizadas sobre imágenes de video cámara.

Es necesario tener en cuenta que la metodología descrita para llevar a cabo esta medición conlleva diversas fuentes de error que se resumen a continuación:

- Errores derivados de la detección manual de la línea de costa.
- Errores derivados de la rectificación de las imágenes.
- Errores derivados del cálculo del nivel medio del mar asociado a la línea de costa fotografiada.
- Errores derivados de la consideración de la posición media de la línea de costa asociada a la descomposición de movimientos de la playa.
- Errores derivados de la consideración de un frente de playa plano y de pendiente constante a lo largo del tiempo en la corrección por variaciones del nivel del mar.

Mientras que el modelo de Yates et al. (2009), requiere un valor de $\mu > 0$ (siendo $\mu = 1/2$ el valor que proponen) para obtener velocidades de relajación crecientes con energía del oleaje incidente creciente. Gracias a la forma de la curva de energía de equilibrio derivada del modelo estático, aún haciendo $\mu = 0$, la velocidad de relajación del modelo resulta creciente con energía del oleaje creciente y de hecho, para el caso de $\mu > 0$ en el caso de la playa de Nova Icaria el modelo sobrevalora esta influencia y da lugar a constantes de calibración con valores anómalos tales que $|C^+| > |C^-|$.

Así, en el caso particular de la playa de Nova Icaria se corrobora que para reproducir adecuadamente los movimientos de la línea de costa debidos a transporte transversal de sedimentos, incluyendo velocidades de acreción y erosión dispares, basta el modo más simple del modelo general desarrollado, con $\mu = 0$.

De hecho, en el caso de la playa de Nova Icaria, el modelo reproduce correctamente los movimientos de la línea de costa empleando una única constante de calibración ($C^+ = C^-$).

Cabe señalar, sin embargo que para generalizar la validez de la hipótesis de unicidad de la constante del modelo ($C^+ = C^-$) es necesario el estudio del comportamiento del modelo en playas de distintas características (energía del oleaje, D_{50} , h_c , ...) a las que presenta la playa de Nova Icaria.

Se han comparado los resultados del modelo propuesto con un modelo de evolución para el medio plazo derivado de la ecuación cinética de primer orden, propuesta por Kriebel y Dean (1986), que da lugar a velocidades de relajación constantes e independientes de la energía del oleaje incidente, de forma que, en el caso particular de la playa Nova Icaria, no se ajusta tan bien a los movimientos de la línea de costa como los otros modelos propuestos y en el caso de presentar únicamente una constante de calibración $C^+ = C^-$ no es capaz de reproducir la asimetría observada en los procesos de acreción y erosión.

Modelo	Ecuación diferencial	Estrategia de resolución	Parámetros libres
Kriebel y Dean (1993)	$x_r' = C^\pm \cdot (x_\infty f(t) - x_r)$	$f(t) = \sin^2(\sigma t)$	C^+ , C^- , x_∞ , σ
Yates et al. (2009)	$x_r' = C^\pm \cdot E^\mu(x_\infty - x_r)$	$E = ax_\infty + b$	C^+ , C^- , a , b , μ ($\mu = 0.5$)
Davidson et al. (2013)	$x_r' = b + C^\pm \cdot P^\mu(\Omega_\infty - \Omega)$	$\Omega_\infty = F(\Omega_i, \Phi, D)$	C^+ , C^- , b , Φ , D ($D = 2 \Phi$), μ ($\mu = 0.5$)
Presente tesis	$x_r' = C^\pm \cdot (m_{0b} - m_{0b}^\infty)$	$m_{0b} = F(x_\infty)$	C^+ , C^- ($C^+ = C^-$)

Tabla 14. Resumen de modelos mencionados en el presente capítulo.

6.3. Desarrollos posteriores del modelo

Análogamente al desarrollo llevado a cabo por Turki (2011) para el giro de la playa debido a procesos de planta, se han desarrollado los conceptos de **memoria de la playa**, **tiempo de recuperación** de la misma, **función de memoria de la playa** y **energía del oleaje precedente ponderada** correspondientes a procesos de perfil y se han establecido formulaciones analíticas para calcular los mismos derivadas del modelo de evolución para el medio plazo en su forma integral.

En el caso de la playa de Nova Icaria se ha encontrado una correlación entre los valores del tiempo de recuperación y las posiciones de la línea de costa alcanzadas tras un tiempo de recuperación.

Los modelos basados en el equilibrio existentes en la literatura para modelar la evolución de la línea de costa debido a procesos de perfil pueden clasificarse en 3 tipos según el método del que parten para su resolución (véase capítulo 1):

1. Aquellos que parte de una correlación explícita entre la energía del oleaje y la posición de la línea de costa de equilibrio a la que corresponde tal energía (e.g. Yates et al., 2009 y presente tesis).
2. Aquellos que parten de una correlación entre la situación actual y la energía precedente recibida por el sistema (e.g. Davidson et al., 2013).
3. Aquellos que parte de una cierta relación de transporte de sedimentos, que conduce a un transporte transversal nulo al alcanzar el equilibrio (e.g. Larson , 1988).

En la presente tesis se ha desarrollado un modelo analítico del primer tipo, a partir del cual y con base en los anteriores conceptos de función de memoria de la playa y memoria de la playa, se ha desarrollado una aproximación analítica del modelo de evolución en el medio plazo que no depende de la posición inicial de la línea de costa sino únicamente del oleaje precedente.

Demostrando así que el modelo desarrollado en la presente tesis equivale también a un modelo del segundo tipo en el que la posición de la línea de costa en cada instante es función de la energía incidente en el sistema y de la energía precedente, reconciliando las diferentes aproximaciones al problema propuestas por Yates et al. (2009) y Davidson et al. (2013).

Mientras que Davidson et al. (2013) emplean una formulación empírica (Wright y Short, 1982) para establecer los pesos asignados a los oleajes precedentes en el cálculo de la energía de equilibrio del sistema, en la presente tesis se ha obtenido una formulación analítica derivada del modelo de evolución para el cálculo de estos pesos, a partir de los cuales se obtiene una energía del oleaje precedente ponderada que se demuestra equivalente a la energía de equilibrio de la playa de Nova Icaria en el instante actual dada por la curva de energía de equilibrio.

Las fórmulas existentes en la literatura para transporte transversal tendentes al equilibrio no reproducen adecuadamente el fenómeno de acreción. A partir del modelo de evolución propuesto se han elaborado ábacos para el cálculo del volumen de transporte de sedimentos acontecido en el perfil de playa reproduciendo tanto los procesos de erosión como de acreción *per se*.

Sin embargo cabe señalar que debido a la carencia de datos medidos en campo de transporte de sedimentos estos resultados derivados del modelo de evolución propuesto no han podido ser validados.

CAPÍTULO 7. LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

7. LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

En el presente capítulo se enumeran las líneas futuras de investigación de cara a la mejora y generalización del modelo de evolución desarrollado.

7.1. Modelo de evolución propuesto

En primer lugar cabe destacar que la universalidad de las conclusiones alcanzadas en la presente tesis se ve claramente limitada por el hecho de que el modelo ha sido calibrado y validado únicamente en la playa de Nova Icaria durante los años 2005 y 2006.

Así la principal línea futura de investigación que surge de la presente tesis consiste en el **estudio del comportamiento del modelo en playas de características diferentes** a las que presenta la playa de Nova Icaria, así como, la ampliación del periodo de estudio de la propia playa de Nova Icaria, que permitiría fundamentalmente la **búsqueda de correlaciones entre los parámetros libres del modelo y las características físicas de la playa y/o clima marítimo**.

Existen ciertos periodos en los que se ha observado que el ajuste del modelo es peor, no habiéndose determinado la causa. Para arrojar luz sobre este asunto se propone buscar **correlaciones entre la bondad del ajuste y los índices climáticos relevantes en la zona o con las variaciones del nivel del mar**.

Por último resultaría de gran interés la **generalización de la aceptación de la hipótesis de igualdad de los parámetros libres de calibración asociados a los distintos procesos de erosión y acreción** ($C^+ = C^-$), requisito imprescindible para que el modelo analítico desarrollado para el medio plazo sea aplicable.

7.2. Medición de la posición de la línea de costa

La metodología descrita para la medición de la línea de costa empleada en la calibración incluye la detección manual de la misma sobre las imágenes de video cámara, lo cual encarece notablemente el procesamiento de los datos. Por lo tanto resultaría de especial relevancia optimizar la metodología descrita atacando dos vertientes diferenciadas:

- La **automatización del proceso**: desarrollando un algoritmo *ad hoc* de detección de la línea de costa o validando en el contexto del presente modelo alguno de los numerosos algoritmos ya existentes (Arninkhof, 2003; Osorio, 2005).
- La **minimización de los datos necesarios**: mediante el análisis de sensibilidad de las características del muestreo (duración de la campaña, espaciamiento entre mediciones) en la bondad de la calibración del modelo resultante.

En particular cabe señalar el interés de estudiar la posibilidad de desarrollar una **metodología de muestreo con espaciamiento temporal variable entre mediciones**, como función de la energía del oleaje incidente, de tal modo que a mayor energía menor espaciamiento entre mediciones. Todo ello con el fin de conseguir caracterizar adecuadamente los rápidos fenómenos erosivos sin tener que procesar más datos de los necesarios durante los periodos de calma asociados a posiciones avanzadas de la playa.

7.3. Forzamientos del modelo propuesto

Inclusión de la **influencia de la dirección del oleaje y su periodo**, e.g. sustituyendo el momento de orden cero por el flujo de energía.

Inclusión del nivel del mar como forzamiento bien sea modificando el modelo propuesto o bien mediante un modelo paralelo de forma que los efectos de los forzamientos se adicionen para obtener la evolución de la línea de costa conjunta.

7.4. Transporte de sedimentos asociado al modelo propuesto

El cálculo del transporte de sedimentos derivado del modelo de evolución propuesto en la presente tesis no ha podido ser calibrada a partir de datos medidos de transporte por carecer de ellos en la playa de Nova Icaria.

Por lo tanto se propone **confirmar la validez de los cálculos de transporte transversal de sedimentos mediante la comparación de los resultados arrojados por el modelo con datos de transporte medidos en campo y proponer una formulación para el mismo independiente de las posiciones de la línea de costa, como función de la energía del oleaje precedente ponderada.**

Por otro lado, de disponer de datos medidos de transporte transversal de sedimentos o de una fórmula de transporte que no requiera ser calibrada, se podría **desarrollar una metodología de calibración del modelo de evolución de la línea de costa propuesto a partir de los resultados del transporte, prescindiendo de las mediciones de las posiciones de la línea de costa.**

7.5. Ampliación de la dimensionalidad del modelo propuesto

El modelo propuesto reproduce únicamente los movimientos de la línea de costa debidos al transporte transversal de sedimentos, es decir asociados a fenómenos de perfil.

En **playas encajadas** se propone **acoplar el modelo propuesto con el modelo de rotación** desarrollado por Turki (2011) para obtener el movimiento total de la playa, asumiendo que esta es recta. De este modo podrían también estudiarse los movimientos residuales debidos a la curvatura de la playa. En principio y en virtud de la hipótesis de ortogonalidad de los procesos cada uno de los modelos podría calibrarse por separado y obtenerse el modelo de evolución planta+perfil a partir de la adición lineal de sus resultados.

En **playas abiertas** se propone **acoplar el modelo propuesto a modelos tipo one-line de transporte longitudinal**, discretizando para ello la playa longitudinalmente. Por tanto la calibración del modelo planta+perfil en este caso tendría que realizarse conjuntamente, ya que ambos procesos, planta y perfil se manifiestan en una traslación de la playa en cada tramo considerado.

7.6. Estados morfodinámicos de la playa

A la vista de la función de memoria de la playa desarrollada en la presente tesis a efectos de los procesos transversales y desarrollada por Turki (2011) a efectos de procesos longitudinales, se propone llevar a cabo el **desarrollo de un modelo de evolución de los estados morfodinámicos de la playa de carácter analítico** siguiendo

a Wright y Short (1985), quienes desarrollaron un modelo empírico en el que la velocidad de caída de grano adimensionalizada de los instantes precedentes, Ω_j , se pondera mediante una función (véase ecuación [38]) que presenta importantes semejanzas con la mencionada función de memoria de la playa (véase ecuación [148]).

7.7. Propuesta de tareas futuras

Se resume a continuación una serie de desarrollos adicionales, que sin llegar a ser líneas de investigación por su menor entidad, constituyen tareas futuras a realizar para complementar o mejorar el trabajo realizado en la presente tesis.

A partir del **estudio del comportamiento del modelo en playas de características diferentes** mencionado en el apartado 7.1 cabría desarrollar los siguientes estudios:

- En particular, dado que el comportamiento relativo del modelo en su forma general ($\mu \neq 0$) en relación a la forma particular del mismo haciendo $\mu=0$, cambia para valores de m_{0b} menores o mayores de 1, cabe señalar el interés que tiene el **estudio del comportamiento del modelo desarrollado en playas altamente energéticas**.
- También cabría estudiar la **validez de la extensión de la curva de energía de equilibrio para valores de la posición de la línea de costa inferiores al mínimo retranqueo compatible con el criterio de avalancha del tramo de asomeramiento**. Lo cual podría suceder en playas altamente energéticas o empleando métodos diferentes al propuesto para la determinación de la profundidad de cierre del modelo.
- Así como estudiar la generalización de la validez de la metodología para la determinación de la profundidad de cierre, h_c , descrita en el contexto del modelo de evolución propuesto.

No ha sido posible la **extensión analítica del modelo de corto plazo mediante la integración al medio plazo a partir de la ecuación original paramétrica de la curva de energía de equilibrio**. Tampoco ha sido posible integrar el modelo en el medio plazo a partir de la aproximación parabólica de la curva de energía de equilibrio. Por lo tanto cualquier avance en el campo del análisis integral que permitiera llevar a cabo estas integraciones resultaría de gran interés para desarrollar nuevas soluciones analíticas para el modelo de evolución.

La implementación numérica de la forma integral del modelo de evolución se ha llevado a cabo con un paso de tiempo de 1 hora, igual a la duración de un estado de mar. Cabría la posibilidad de refinar esta implementación numérica mediante **pasos de tiempo menores**.

La calibración de los modelos analizados se ha llevado a cabo mediante un método simple de minimización del error cuadrático medio de la serie sintética respecto de la serie medida, para lo cual se ha empleado la serie medida en bruto, se propone en primer lugar la comparación de los resultados en el caso de **emplear una serie suavizada de posiciones medidas de la línea de costa** (media móvil, media móvil ponderada,...).

Igualmente cabría la posibilidad de **considerar como forzamiento del modelo una serie de datos de oleaje suavizada**.

Por otro lado se propone también explorar **otras alternativas en el proceso de calibración de los parámetros libres del modelo**, considerando otros parámetros para cuantificar la bondad del ajuste de las series (Van Rijn, 2003):

- Error absoluto medio relativo (RMAE).
- Indicador de aptitud de Brier (BSS).

Se propone la consideración de las siguientes **mejoras en la propagación del oleaje hasta rotura**:

- Análisis de sensibilidad de la consideración o no de los distintos procesos acontecidos durante la propagación (refracción, asomeramiento, difracción, reflexión,...).
- Análisis de sensibilidad del parámetro γ .
- Propagación mediante modelo 2D ref-dif hasta rotura.
- Comparación de los resultados con diversos criterios de rotura del oleaje.
- Consideración de una distribución propia de profundidades indefinidas para la determinación del momento espectral de orden 0 (Glukhovski, 1966; Méndez et al., 2004 ...).

En el marco de los desarrollos posteriores del modelo se propone la realización de un **análisis de sensibilidad de la localización de la línea de referencia empleada en la medición de la posición de la línea de costa y del criterio para la definición del concepto de memoria de la playa** (en la presente tesis fijado como $\Delta x_f/\Delta x_0=0.01$) sobre la bondad de la aproximación analítica independiente de la posición inicial de la línea de costa propuesta para el modelo desarrollado en la presente tesis.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aarninkhof, S. G. J.; Turner, I. L.; Dronkers, T. D. T.; Caljouw, M. y Nipius, L. (2003). "*A video-based technique for mapping intertidal beach bathymetry*". Coastal Engineering, 49, pp. 275-289.
- Abdel-Aziz, Y. I. y Karara, H. M. (1971). "*Direct linear transformation from comparator coordinates into object-space coordinates in close-range photogrammetry*". Proc. ASP/UI Symposium on Close-Range Photogrammetry. Ed. A. S. of Photogrammetry, Falls Church, VA, pp. 1-18.
- Bagnold, R. A. (1966). "*An approach to the sediment transport problem from general physics*". Geological Survey, Professional Paper 422-I, Washington.
- Bernabeu, A. M. (1999). "*Desarrollo, validación y aplicaciones de un modelo general de perfil de equilibrio en playas*". Tesis Doctoral, Dpto. Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente, Universidad de Cantabria.
- Birkemeier, W. A. (1985). "*Field data on seaward limit of profile change*". Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE 111 (3), pp. 598-602
- Bodge, K. (1992). "*Representing equilibrium beach profiles with an exponential expression*". Journal of Coastal research, 8-1, pp. 47-55
- Booij, N.; Ris, R. C. y Holthuijsen, L. H. (1999). "*A third-generation wave model for coastal regions. Part I: model description and validation*". Journal of Geophysical Research, 104 (C4), pp. 7649-7666.
- Bowen, A. J. (1980). "*Simple models of nearshore sedimentation, beach profiles and longshore bars in the coastline of Canada*". Geological Survey of Canada. Ed. McCann, S.B., pp. 80-100.
- Brown, K.; Tompkins, E. L. y ADGER, N. (2002). "*Making waves: Integrating coastal conservation and development*". Earthscan Publications Limited, London.
- Bruun, P. (1954). "*Coast erosion and the development of beach profiles*". Beach Erosion Board, Technical Memo. N° 44.
- Capobianco, M.; Larson, M.; Nicholls, R.J. y Kraus, N.C. (1997). "*Depth of closure: A contribution to the reconciliation of theory, practise and evidence*". Proc. Coastal Dynamics'97, ASCE, pp. 506-515.
- Camus, P. (2009). "*Metodologías para la definición del clima marítimo en aguas profundas y someras: Aplicaciones en el corto, medio y largo plazo*". Tesis Doctoral, Dpto. Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente, Universidad de Cantabria.
- Camus, P.; Méndez, F.J.; Medina, R. y Cofiño, A.S. (2011). "*Analysis of clustering and selection algorithms for the study of multivariate wave climate*". Coastal Engineering, 58(6), pp. 453-462.

- Camus, P.; Méndez, F.J.; Medina, R.; Tomas, A. y Izaguirre, C. (2013). "*High resolution downscaled ocean waves (DOW) reanalysis in coastal areas*". Coastal Engineering, 72(2013), pp. 56-68.
- CERC (1984). "*Shore Protection Manual*". Vol. I y II. Vicksburg: Coastal Engineering Research Center, USACE.
- Chiu, T. Y. (1977). "*Beach and dune response to Hurricane Eloise of September 1975*". Proc. Coastal Sediments'77, ASCE, pp. 116-134.
- Crooks, S y Turner, R. K. (1999). "*Integrated coastal management: sustaining estuarine natural resources*". Advances in Ecological Research, 29, pp. 241-289.
- Dally, W. R.; Dean, R. G. y Dalrymple, R. A. (1985). "*Wave height variations across beaches of arbitrary profile*". Journal of Geophysical Research, 90 (C6), pp. 11917-11927.
- Dalrymple, R. A. (1992). "*Prediction of storm/normal beach profile*". Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, 118 (2), pp. 193-200.
- Davidson, M.A. y Turner, I.L. (2009). "*A behavioral template beach profile model for predicting seasonal to interannual shoreline evolution*". Journal of Geophysical Research, 114 (F01020).
- Davidson, M.A.; Lewis, R.P. y Turner, I.L. (2010). "*Forecasting seasonal to multi-year shoreline change*". Coastal Engineering, 57, pp. 620-629.
- Davidson, M.A. ; Splinter, K.D. y Turner, I.L.(2013). "*A simple equilibrium model for predicting shoreline change*". Coastal Engineering, 73 (2013), pp. 191-202.
- Davies, J.L. (1964). "*A morphogenetic approach to world shorelines*". Zeitscheift für Geomorphologie, 8, pp. 127-142.
- Dean, R. G. (1973). "*Heuristic models of sand transport in the surf zone*". Proc. Conference on Engineering Dynamics in the Surf Zone, Institution of Engineers, pp. 208-214.
- Dean, R. G. (1977). "*Equilibrium beach profiles: U.S. Atlantic and gulf coasts*". Ocean Engineering, Technical Report N° 12, University of Delaware.
- Dean, R. G. (1987). "*Coastal sediment processes: toward engineering solutions*". Proc. Coastal Sediments'87, 1, Specialty Conference Advances in Understanding of Coastal Sediment Processes, ASCE, New Orleans, Louisiana, pp. 1-24.
- Dean, R. G. (1990). "*Equilibrium beach profiles: Characteristics and applications*". Journal of Coastal Research, 7-1, pp. 53-84.
- Dean, R. G. (1995). "*Cross-shore sediment transport processes*". Advances in Coastal and Ocean Engineering. Ed. Philip L.F. Liu, World Scientific.
- Dean, R. G. y Dalrymple, R. A. (2002). "*Coastal processes with engineering applications*". Cambridge University Press.

Dean, R. G. y Walton T. L. (2009). "*Cross-shore sediment transport processes*". Handbook of Coastal and Ocean Engineering. Ed. Y.C. Kim, World Scientific.

Detle, H. y Uliczka, K. (1987). "*Prototype investigation on time-dependent dune recession and beach erosion*". Proc. Coastal Sediments'87, ASCE, New York, N.Y., pp. 1430-1444.

Frank, R. (1982). "*Scattered data interpolation: test of some methods*". Mathematical comparative 38, pp. 181-200.

García, E. (2000). "*Modelos morfodinámicos de evolución de playas: planta y perfil*". Tesis Doctoral, Dpto. Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente, Universidad de Cantabria.

GIOC (2004). "*Efectos teóricos del cambio climático en el litoral*". Impactos en la costa española por efecto del cambio climático. Fase II-A.

Glukhovskiy, B. Kh. (1966). "*Investigación sobre olas de viento*" (en ruso). Hidrometeo-izdat, Leningrado, p. 283.

González, E. M. (1995). "*Morfología de playas en equilibrio. Planta y perfil*". Tesis Doctoral, Dpto. Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente, Universidad de Cantabria.

González, E. M., Medina, R. y Losada, M. (1997). "*Equilibrium beach profiles: Effect of refraction*". Proc. Coastal Dynamics'97, ASCE, pp. 933-942.

Guillén, J., Chic, O., Ojeda, E., Palanques, A. y Aarnikhoff, S (2003). "*Monitorización de las playas de la ciudad de Barcelona utilizando imágenes de video: evolución de la línea de costa en respuesta a temporales y regeneración artificial (2001-2002)*". VII Jornadas Españolas de Ingeniería de Costas y Puertos, Libro de Resúmenes (Ed. M. Losada y M. Castillo), pp. 254-256.

Hallermeier, R. J. (1981). "*A profile zonation for seasonal sand beaches from wave climate*". Coastal Engineering, 4, pp. 253-277.

Hanson, H., Aarninkhof, S., Capobianco, M., Jiménez, J.A., Larson, M., Nicholls, R.J., Plant, N.G., Southgate, H.N., Steetzel, H.J., Stive, M.J.F. y De Vriend, H.J. (2003). "*Modelling of coastal evolution on yearly to decadal time scales*". Journal of Coastal Research, 19(4), pp. 790-811.

Hayes, M. O. (1979). "Barrier island morphology as a function of tidal and wave regime". Barrier islands. Ed. Leatherman, S.P., New York: Academic Press, pp. 1-27.

Holland, R. y Stanley, J. (2007). "*The history and technical capabilities of ARGUS*". Coastal Engineering, 54, pp. 477-491.

Holthuijsen, L.H., Herman, A. and Booij, N. (2003). "*Phase-decoupled refraction-diffraction for spectral wave models*". Coastal Engineering, 49, pp. 291-305.

Inman, D.L., Elwany, M. H. y Jenkins, S. A. (1993). "*Shorerise and bar-berm profiles on ocean beaches*". Journal of Geophysical Research, 98(c10), pp. 18181-18199.

- Isobe, M. y Horikawa, K. (1982). "*Study on water particle velocities of shoaling and breaking waves*". Coastal Engineering Japan (25), pp. 63-70.
- Jiménez, J. A., Sánchez-Arcilla, A. (1992). "*Simulación de cambios a corto plazo en la línea de costa*". Revista de obras públicas, 3315, pp. 41-51.
- Jiménez, J. A., Sánchez-Arcilla, A. y Stive, M. J. F. (1993). "*Discussion on prediction of storm/normal beach profile*". Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, 119, pp. 466-468.
- Kajima, R., Shimizu, T., Maruyama, K. y Saito, S. (1982). "*Experiments on beach profile change with a large wave flume*". Proc. 18th Coastal Engineering Conference, ASCE, pp. 1385-1404.
- Kalnay, E.; Kanamitsu, M.; Kistler, R.; Collins, W.; Deaven, D.; Gandin, L.; Iredell, M.; Saha, S.; White, G.; Woollen, J.; Zhu, Y.; Leetmaa, A.; Reynolds, R.; Chelliah, M.; Ebisuzaki, W.; Higgins, W.; Janowiak, J.; Mo, K. C.; Ropelewski, C.; Wang, J.; Jenne, R. y Joseph, D. (1996). "*The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project*". Bull. Amer. Meteor. Soc. 77, pp. 437-470.
- Kamphuis, J. W. (1991). "*Alongshore Sediment Transport Rate*". Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, 117, N°6 pp. 624.
- Kay, R. & Alder, J. (1999). "*Coastal planning and management*". London, E & FN Spon.
- Kennard, R.W. y Stone, L.A. (1969). "*Computer aided design experiments*". Technometrics, 11, pp. 137-148.
- Kobayashi, N. (1987). "*Analytical solutions for dune erosion by storms*". Journal of Waterways, Port, Coasts and Ocean Engineering, 113 (4), pp. 401-418.
- Komar, P. D. y McDougal, W. G. (1994). "*The analysis of exponential Beach profiles*". Journal of Coastal Research, 10-1, pp. 59-69.
- Kriebel, D. L. (1982). "*Beach and dune response to hurricanes*". M.Sc. Thesis, Civil Engineering Department, University of Delaware.
- Kriebel, D. L. (1986). "*Verification study of a dune erosion model*". Shore and beach. 54 (3), pp. 13-20.
- Kriebel, D. L., Dally, W. R. y Dean, R. G. (1986). "*Undistorted Froude scale model for surf zone sediment transport*". Proc. 20th Coastal Engineering Conference, ASCE, New York, pp. 1296-1310.
- Kriebel, D. L. y Dean, R. G. (1985). "*Numerical simulation of time-dependent Beach and dune erosion*". Coastal Engineering, 9, pp. 221-245.
- Kriebel, D. L. y Dean, R. G. (1993). "*Convolution method for time-dependent beach-profile response*". Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, 119 (2), pp. 204-227.

- Kriebel, D. L., Kraus, N.C. y Larson, M. (1991). "*Engineering methods for predicting beach profile response*". Proc. Coastal Sediments'91, ASCE, pp. 557-571.
- Larson, M. (1988). "*Quantification of beach profile change*". Report N°, 1008, Department of Water Resources and Engineering, University of Lund.
- Larson, M. y Kraus N.C. (1989). "*SBEACH: Numerical model for simulating storm-induced Beach change, Report 1: Empirical foundation and model development*". U.S. Army Coastal Engineering Research Center, Technical Report CERC-89-9.
- Larson, M. (1991). "*Equilibrium profile of a beach with varying grain size*". Proc. Coastal sediments'91, ASCE, pp. 905-919.
- Medina, R. y Requejo, M.S. (2008). "*Determinación de los volúmenes de vertido en las playas de la Barceloneta*". Informe del Instituto de hidráulica ambiental de Cantabria, IH Cantabria, para Iberport Consulting.
- Mendez, F. J.; Losada, I. J. y Medina, R. (2004). "*Transformation model of wave Leigh distribution on planar beaches*". Coastal Engineering, 50, pp. 97-115.
- Menéndez, M.; Tomás, A.; Camús, P.; García-Diez, M.; Fita, L.; Fernandez, J.; Méndez, F.J. y Losada, I.J (2011). "*A methodology to evaluate regional-scale offshore wind energy resources*". Proc. Oceans'11, IEEE, Spain.
- Miller, J. K. y Dean, R. G. (2004). "*A simple new shoreline change model*". Coastal Engineering, 51, pp. 531-556.
- Mínguez, R.; Espejo, A.; Tomás, A.; Méndez, F.J. y Losada, I.J. (2011). "*Directional Calibration of Wave Reanalysis Databases using Instrumental Data*". Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 28, pp. 1466-1485.
- Ojeda, E.; Guillén, J. y Ruiz, A. (2004). "*Monitoring Barcelona Beaches Using Video (ARGUS) and Laser (LIDAR) Methods*". Proc. 37th CIESM Congress.
- Ojeda, E. y Guillén, J. (2008). "*Shoreline dynamics of embayed beaches*". Marinegeology, 253, pp. 51-62.
- Osorio, A. F. (2005). "*Desarrollo de técnicas y metodologías basadas en sistemas de vídeo para la gestión de la costa*". Tesis Doctoral, Dpto. Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente, Universidad de Cantabria.
- Pijoan, J. (1975). "*El arte egipcio hasta la conquista de Roma*". Historia general del arte, 3, Summa Artis.
- Pilkey, O. H; Young, R. S; Riggs, S. R.; Smith, S. A. W.; Wu, H. y Pilkey, W. D. (1993). "*The concept of shoreface profile of equilibrium: a critical review*". Journal of Coastal Research, 9-1, pp. 255-278.
- Polinsky, A.; Feinstein, R.D.; Shi, S. y Kuki, A. (1996). "*Software for automated design of exploratory and targeted combinatorial libraries*". Molecular Diversity and Combinatorial Chemistry: Libraries and Drug Discovery (Eds. I.M. Chaiken and K.D.Janda). American Chemical Society, Washington, D.C., pp. 219-232.

- Puertos del Estado (2005). *“Recomendaciones geotécnicas para obras marítimas y portarias”*. R.O.M 0.5-05. Ministerio de Fomento, Gobierno de España.
- Reguero, B.G.; Menéndez, M.; Méndez, F. J.; Mínguez, R. y Losada, I.J. (2012). *“A Global Ocean Wave (GOW) calibrated reanálisis from 1948 onwards”*. Coastal Engineering, 65(2012), pp. 38-55.
- Requejo, M. S. (2005). *“Análisis y mejoras en la evaluación de diversos términos de los modelos de evolución de playas en escalas de medio plazo”*. Tesis Doctoral, Dpto. Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente, Universidad de Cantabria.
- Saville, T. (1957). *“Scale effects in two-dimensional beach studies”*. Trans, 7th General Meeting, Int. Association of Hydraulic Research, 1 (A3), pp. 1- 10.
- Skamarock, W.C.; Klemp, J.B.; Dudhia, J.; Gill D.O.; Barker D.M.; Duda, M.G.; Huang, X.-Y.; Wang, W. y Powers, J.G. (2008). *“A description of the advanced research WRF Version 3”*. NCAR Technical note.
- Soulsby, R. L. (1987). *“Calculating bottom orbital velocity beneath waves”*. Coastal Engineering, 11(4), pp. 371-380.
- Soulsby, R. L. (1997). *“Dynamics of marine sands. A manual for practical applications”*. Thomas Telford Publications, London, England.
- Soulsby, R. L. y Smallman, J. V. (1986). *“A direct method of calculating bottom orbital velocities under waves”*. HR Wallingford, Rep. SR76.
- Splinter, K. D.; Turner, I. L y Davidson, M. A. (2013). *“How much data is enough? The importance of morphological sampling interval and duration for calibration of empirical shoreline models”*. Coastal Engineering, 77, pp. 14-27.
- Stive, M. J. F.; DeVriend, H. J.; Nicholls, R. J. y Capobianco, M. (1992). *“Shore nourishment and the active zone; a time scale dependent view”*. Proc. 23rd Coastal Engineering Conference, ASCE, New York, pp. 2464-2473.
- Sunamura, T. y K. Horikawa. (1974). *“Two-dimensional beach transformation due to waves”*. Proc. 14th Coastal Engineering Conference, Copenhagen, pp. 920–938.
- Sunamura, T. y Maruyama, K. (1987). *“Wave-induced geomorphic response of eroding beaches. With special reference to seaward migrating bars”*. Proc. Coastal Sediments '87, New Orleans, 788-801.
- Swart, D. H. (1974). *“Offshore sediment transport and equilibrium beach profiles”*. Pub N° 131, Delft Hydraulics Lab., Delft, The Netherlands.
- Thornton, E. B. y Guza, R. T. (1983). *“Transformation of wave height distribution”*. Journal of Geophysical Research, 88 (C10), pp. 5925-5938.
- Tolman, H.L. (2002). *“User manual and system documentation of WAVEWATCH-III version 2.22”*. NOAA / NWS / NCEP / MMAB Technical Note, pp. 222-139.

- Toulemonde, B. (2011). "*Rapport des images vidéo pour l'étude de la variabilité des processus côtiers: Cas des plages méditerranéennes (Barcelona)*". Memoire de stage Master 1 Ingénierie et Géosciences du Littoral. Université de Caen Basse-Normandie-Universidad de Cantabria.
- Turki, I. (2011). "*Variabilidad estacional e interanual de la forma en planta de equilibrio de playas encajadas*". Tesis Doctoral, Dpto. Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente, Universidad de Cantabria.
- U.N. (1992). "*Protection of the oceans, all kinds of seas, including enclosed and semi-enclosed seas, and coastal areas and the protection, rational use and development of their living resources*". Report of the United Nations conference on environment and development, Rio de Janeiro, vol. 2, ch. 17.
- U.S. Army Corps of Engineers (2002). "*Coastal Engineering Manual*". Engineer Manual 1110-2-1100, U.S. Army Corps of Engineers, Washington, D.C. (in 6 volumes).
- Van Rijn, L.C. (1993). "*Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas*". Aqua Publications, Amsterdam, The Netherlands.
- Van Rijn, L.C. (2007a). "*Unified view of sediment transport by currents and waves. I: Initiation of motion, bed roughness, and bed-load transport*", Journal of Hydraulic Engineering, 133(6), pp. 649-667.
- Van Rijn, L.C. (2007b). "*Unified view of sediment transport by currents and waves. II: Suspended transport*", Journal of Hydraulic Engineering, 133(6), pp. 668-689.
- Vellinga, P. (1983). "*Predictive computational model for beach and dune erosion during storm surges*". Proc. Coastal Structures'83, Specialty Conference, ASCE, pp. 806-819.
- Whitman, G.B. (1974). "*Linear and nonlinear waves*". Ed. Wiley, New York.
- Willet, P. (1996). "*Molecular diversity techniques for chemical databases*". Information Research, 2, No. 3.
- Wright, L. D. y Short, A. D. (1984). "*Morphodynamic variability of surf zone and beaches: a synthesis*". Marine Geology, 56, pp. 93-118.
- Wright, L. D.; Short, A. D. y Green, M. O. (1985). "*Short term changes in the morphodynamic states of beaches and surf zones: An empirical predictive model*". Marine Geology, 62, pp. 339-364.
- Yates, M.L.; Guza, R. T. y O'Reilly, W. C. (2009). "*Equilibrium shoreline response: Observation and modelling*". Journal of geophysical research, 114, C09014.
- Yates, M.L.; Guza, R. T.; O'Reilly, W. C.; Hanson, J. E. y Barnard, P. L. (2011). "*Equilibrium shoreline response of a high wave energy beach*". Journal of geophysical research, 116, C04014.

ANEJO 1. DESARROLLOS POSTERIORES DEL MODELO GENERAL DE EVOLUCIÓN DE LA LÍNEA DE COSTA

ÍNDICE

ANEJO 1. DESARROLLOS POSTERIORES DEL MODELO GENERAL DE EVOLUCIÓN DE LA LÍNEA DE COSTA	A.1.1
A.1.1. Tiempo de recuperación de la playa	A.1.1
A.1.2. Memoria de la playa	A.1.2
A.1.3. Función de memoria de la playa.....	A.1.3
A.1.4. Energía del oleaje precedente ponderada	A.1.4

ANEJO 1. DESARROLLOS POSTERIORES DEL MODELO GENERAL DE EVOLUCIÓN DE LA LÍNEA DE COSTA

En el capítulo 5 de la presente tesis se han desarrollado diversos conceptos y formulaciones a partir de la forma integral del modelo de evolución en su variante particular sin factor de ponderación energética ($\mu=0$). En el presente anejo se desarrollan paralelamente estos mismos conceptos a partir de la forma más general del modelo de evolución cuyas características se muestran en la siguiente tabla.

Extensión al medio plazo	dx_r/dt	$m_{0b}=F(x_\infty)$	$C^\pm$ ($m^{-1}s^{-1}$)
Integral	$C^\pm \cdot m_{0b}^\mu (\Delta m_{0b})$	Lineal por tramos	$C^- = C^+$

Tabla A.1.1. Características del modelo de evolución considerado en los desarrollos posteriores recogidos en el presente anejo.

En el presente anejo se resumen las formulaciones relacionadas con los conceptos de tiempo de recuperación, TR, y memoria de la playa, MP, función de memoria de la playa, FMP, y energía del oleaje ponderada, $m_{0b,p}$, para el anterior modelo.

Todo el contexto teórico en el que se enmarcan los anteriores conceptos es análogo al descrito en el capítulo 5 de la presente tesis, por lo que se prescinde de su repetición.

A.1.1. Tiempo de recuperación de la playa

Considerando dos posiciones iniciales diferentes x_{r0} y x'_{r0} , tales que $x'_{r0} = x_{r0} + \Delta x_{r0}$, y considerando un mismo oleaje, el modelo de evolución propuesto arroja como resultado dos curvas diferentes $x_r(T)$ y $x'_r(T)$ respectivamente, empleando la forma integral del modelo analítico, de forma que la diferencia entre ambas soluciones resulta la siguiente.

$$\Delta x_r(T) = \frac{1}{e^{C^\pm \cdot \int_{t_0}^T a(t) \cdot m_{0b}^\mu(t) dt}} \Delta x_0 \quad [A.1.1]$$

De acuerdo a la anterior definición, transcurrido un tiempo, T, igual al tiempo de recuperación en el instante t_0 , $TR(t_0)$, la diferencia entre las dos curvas, $\Delta x_r(TR(t_0)+t_0)$ será igual al 1% de la perturbación inicial, Δx_{r0} .

$$\frac{\Delta x_r(t_0 + TR(t_0))}{\Delta x_0} = 0.01 = e^{-C^\pm \cdot \int_{t_0}^{t_0+TR(t_0)} a(t) \cdot m_{0b}^\mu(t) dt} \quad [A.1.2]$$

Por lo tanto $TR(t_0)$ puede calcularse a partir de la siguiente ecuación.

$$\frac{\ln 0.01}{C^{\pm}} = - \int_{t_0}^{t_0 + TR(t_0)} a(t) \cdot m_{0b}^{\mu}(t) dt \quad [A.1.3]$$

Cabe destacar que $TR(t_0)$ depende de las condiciones de oleaje posteriores al instante considerado, t_0 . Por lo tanto TR resulta variable a lo largo del tiempo, $TR(T)$.

Como se ha expresado con anterioridad la función $a(t)$ se trata de una función constante a saltos que cambia cada estado de mar, cada uno de ellos de duración Δt , por lo tanto puede calcularse una cota superior e inferior de TR correspondiente al instante t_0 , de tal forma que ambas cotas difieren tan solo en un Δt .

Habitualmente se asume que cada estado de mar tiene tan solo 1 hora de duración, que previsiblemente resulta ser de varios órdenes de magnitud inferiores al valor de TR , por lo que se propone la siguiente expresión para el cálculo del tiempo de recuperación TR .

$$TR(t_0) = (n-1) \cdot \Delta t \mid - \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot m_{0b,i}^{\mu} < \frac{\ln 0.01}{C^{\pm} \cdot \Delta t} < - \sum_{i=0}^n a_i \cdot m_{0b,i}^{\mu} \quad [A.1.4]$$

Además la función a_i corresponde a la pendiente de la curva de energía de equilibrio, que ésta está acotada, y por lo tanto TR está igualmente acotado.

Aunque resulte obvio, cabe señalar que el valor máximo del tiempo de recuperación es infinito puesto que el modelo no evoluciona cuando $a_i=0$, o lo que es lo mismo, cuando la energía del oleaje sea nula, y en general cuando la altura de ola es inferior a la altura de ola crítica de inicio de movimiento.

En cuanto al valor mínimo del tiempo de recuperación corresponde al caso en el que $-a_i$ sea constante y alcance su valor máximo, lo cual sucede para alturas de ola superiores a $\gamma \cdot h_{b'}^{\max}$.

$$TR_{\min} = \frac{\ln 0.01}{-C^{\pm} \cdot a_{i,\max} \cdot \left(\frac{\gamma h_{b'}^{\max}}{4.004} \right)^{2\mu}} \quad [A.1.5]$$

A.1.2. Memoria de la playa

En virtud de la simetría entre los conceptos de tiempo de recuperación, TR , y memoria de la playa, MP , ésta puede calcularse del siguiente modo:

$$\frac{\ln 0.01}{C^{\pm}} = - \int_{t_0}^{t_n = t_0 + TR(t_0)} a(t) \cdot m_{0b}^{\mu}(t) dt = - \int_{t_0 = t_n - MP(t_n)}^{t_n} a(t) \cdot m_{0b}^{\mu}(t) dt \quad [A.1.6]$$

De esta forma, así como el tiempo de recuperación depende de las condiciones del oleaje futuras, la memoria de la playa depende de las condiciones de oleaje precedentes.

$$MP(t_n) = (j-1) \cdot \Delta t \mid - \sum_{i=1}^{j-1} a_{n-i} \cdot m_{0b,n-i}^{\mu} < \frac{\ln 0.01}{C^{\pm} \cdot \Delta t} < - \sum_{i=1}^j a_{n-i} \cdot m_{0b,n-i}^{\mu} \quad [A.1.7]$$

A.1.3. Función de memoria de la playa

Reescribiendo la forma integral del modelo de evolución como sigue, se observa que de los dos sumandos que presenta, el primero depende de la posición inicial de la línea de costa mientras que el segundo solo depende las condiciones del oleaje precedente.

$$x_r(T) = \frac{x_0}{e^{C^{\pm} \cdot \int_{t_0}^T a(t) \cdot m_{0b}^{\mu}(t) dt}} + C^{\pm} \cdot \int_{t_0}^T \left(\frac{m_{0b}^{\mu}(t) (m_{0b}(t) - b(t))}{e^{C^{\pm} \cdot \int_t^T a(s) \cdot m_{0b}^{\mu}(s) ds}} \right) dt \quad [A.1.8]$$

El denominador de la integral del segundo término constituye la denominada **función de memoria de la playa**, FMP.

$$FMP(t, T) = e^{-C^{\pm} \cdot \int_t^T a(s) \cdot m_{0b}^{\mu}(s) ds} \quad [A.1.9]$$

El modelo de evolución para el medio plazo puede finalmente escribirse en términos de la función de la memoria de la playa del siguiente modo:

$$x_r(T) = x_0 \cdot FMP(t_0, T) + C^{\pm} \cdot \int_{t_0}^T m_{0b}^{\mu}(t) \cdot (m_{0b}(t) - b(t)) \cdot FMP(t, T) dt \quad [A.1.10]$$

Donde sumiendo ahora que $t_0 = T - MP(T)$, podemos afirmar que la contribución de la posición de la línea de costa es despreciable, obteniéndose finalmente la siguiente expresión del modelo de evolución en su forma integral, independiente de la posición inicial de la línea de costa:

$$x_r(T) \approx C^{\pm} \cdot \int_{T-MP(T)}^T m_{0b}^{\mu}(t) \cdot (m_{0b}(t) - b(t)) \cdot FMP(t, T) dt \quad [A.1.11]$$

No es posible saber a priori cuales de los estados de mar precedentes conllevan erosión o acreción, por lo tanto, para que en la práctica sea posible computar el valor de la función de memoria, es necesario que $C^+ = C^-$. Del mismo modo que ocurría a la hora de computar numéricamente la forma integral del modelo de evolución.

Tanto el tiempo de recuperación, TR , como la memoria de la playa, MP , pueden también reescribirse en términos de la función de memoria de la playa como sigue:

$$\text{FMP}(t_0, t_0 + \text{TR}(t_0)) = 0.01 \quad [\text{A.1.12}]$$

$$\text{FMP}(T - \text{MP}(T), T) = 0.01 \quad [\text{A.1.13}]$$

Del mismo modo que se llevó a cabo la implementación numérica de la forma integral del modelo de evolución, partiendo de que las funciones $m_{0b}(t)$, $a(t)$ y $b(t)$ se definen como constantes a saltos, se implementa el cómputo de la función de memoria y la energía del oleaje precedente.

Debido a que la función de memoria se integra en un intervalo variable dentro de la integral del oleaje precedente, empleando un paso de tiempo igual a la duración de un estado de mar, Δt , pueden obtenerse dos cotas, superior e inferior, de la función de memoria, pero no su valor exacto, al igual que sucedía en el desarrollo numérico del modelo de evolución en su forma integral.

$$\text{FMP}(t = t_i, T = t_n) > e^{-C^\pm \cdot \Delta t \cdot \sum_{i=1}^{n-1} a_i \cdot m_{0b,i}^\mu} \quad [\text{A.1.14}]$$

$$\text{FMP}(t = t_i, T = t_n) < e^{-C^\pm \cdot \Delta t \cdot \sum_{i=1}^{n-1} a_i \cdot m_{0b,i}^\mu} \quad [\text{A.1.15}]$$

De este modo puede obtenerse la posición de la línea de costa, $x_r(T)$ únicamente en función del oleaje incidente como sigue:

$$x_r(T = t_n) \approx C^\pm \cdot \Delta t \left(\sum_{j=0}^{n-1} f_j \cdot \text{FMP}(t_j, t_n) \right); \quad f_j = m_{0b,i}^\mu \cdot (m_{0b,j} - b_j) \quad [\text{A.1.16}]$$

Cabe señalar que la principal aplicación del concepto de memoria de la playa se describe en el siguiente apartado, en el que a partir del mismo se desarrolla el concepto de energía del oleaje precedente ponderada.

A.1.4. Energía del oleaje precedente ponderada

En base a la función de memoria de la playa, FMP, se introduce el concepto de energía del oleaje precedente ponderada, $m_{0b,p}$, que se expresa como sigue.

$$m_{0b,p}(T) = \frac{\int_{T-MP(T)}^T m_{0b}(t) \cdot FMP(t, T) dt}{\int_{T-MP(T)}^T FMP(t, T) dt} \quad [A.1.17]$$

La energía precedente así definida incluye información de oleajes que se remontan hasta un tiempo igual a la memoria de la playa, momento en el que la contribución de la posición inicial de la línea de costa deja de tener influencia sobre la posición actual.

Por lo tanto, se puede asumir que la posición actual depende únicamente de esta energía precedente y cualquier energía del oleaje incidente distinta de la anterior provocará un desequilibrio en el sistema, que dará lugar al desplazamiento de la línea de costa y su consecuente transporte transversal de sedimentos.

Empleando cada una de las cotas superior e inferior de la función de memoria, se obtienen a su vez las siguientes cotas inferiores y superiores del oleaje precedente.

$$m_{0b,p}(T = t_n) > \frac{\sum_{i=n-1-j}^{n-1} m_{0b,i} e^{-C^{\pm} \cdot \int_{k=i}^{n-1} \sum a_k \cdot m_{0b,k}^{\mu}}}{\sum_{i=n-1-j}^{n-1} e^{-C^{\pm} \cdot \int_{k=i}^{n-1} \sum a_k \cdot m_{0b,k}^{\mu}}}; \quad j | - \sum_{i=1}^{j-1} a_{n-i} \cdot m_{0b,n-i}^{\mu} < \frac{\ln 0.01}{C^{\pm} \cdot \Delta t} < - \sum_{i=1}^j a_{n-i} \cdot m_{0b,n-i}^{\mu} \quad [A.1.18]$$

$$m_{0b,p}(T = t_n) < \frac{\sum_{i=n-1-j}^{n-1} m_{0b,i} e^{-C^{\pm} \cdot \int_{k=i+1}^{n-1} \sum a_k \cdot m_{0b,k}^{\mu}}}{\sum_{i=n-1-j}^{n-1} e^{-C^{\pm} \cdot \int_{k=i+1}^{n-1} \sum a_k \cdot m_{0b,k}^{\mu}}}; \quad j | - \sum_{i=1}^{j-1} a_{n-i} \cdot m_{0b,n-i}^{\mu} < \frac{\ln 0.01}{C^{\pm} \cdot \Delta t} < - \sum_{i=1}^j a_{n-i} \cdot m_{0b,n-i}^{\mu} \quad [A.1.19]$$

ANEJO 2. DESCRIPCIÓN DE LA BASE DE DATOS DE REANÁLISIS DEL OLEAJE DOW

ÍNDICE

ANEJO 2. DESCRIPCIÓN DE LA BASE DE DATOS DE REANÁLISIS DEL OLEAJE DOW

A.2.1. Introducción.....	A.2.1
A.2.2. Base de datos de reanálisis en aguas profundas	A.2.1
A.2.3. Propagación del oleaje hacia aguas someras	A.2.2
A.2.4. Validación con información instrumental de boyas	A.2.6

ANEJO 2. DESCRIPCIÓN DE LA BASE DE DATOS DE REANÁLISIS DEL OLEAJE DOW

A.2.1. Introducción

La base de datos DOW supone un aumento de resolución (“downscaling”) respecto de la base de reanálisis GOW, la cual presenta las siguientes limitaciones:

- Discrepancias cuantitativas respecto de mediciones disponibles del oleaje (satélites).
- Pobre definición del oleaje en aguas someras debido a una escasa resolución espacial y a que no se reproducen las transformaciones que sufre el oleaje debidas a su interacción con la batimetría.

Para solventar la primera limitación de la base de reanálisis GOW se ha llevado a cabo la calibración direccional de la misma en base a datos de satélite, como parte de la metodología de construcción de la base de datos DOW.

Posteriormente se ha propagado el oleaje de la base de datos GOW, en aguas profundas, hasta aguas someras para la construcción de la base de datos DOW, que finalmente es validada mediante información instrumental de las boyas.

A continuación se resumen los pasos fundamentales de la metodología general seguida para la obtención de la base de datos DOW (Camus et al., 2013) y su validación con la boya de la red costera del Organismo de Puertos del Estado (OPPE) en Barcelona.

A.2.2. Base de datos de reanálisis en aguas profundas

IH Cantabria ha generado numéricamente una base de datos horaria de oleaje de 61 años de duración (1948-2008) que cubre homogéneamente las costas de todo el territorio Español, con una resolución espacial de $1/16^\circ \times 1/16^\circ$. Dicho reanálisis, denominado GOW, “Global Ocean Waves”, (Reguero et al., 2012) se ha ejecutado con el modelo WaveWach III (Tolman, 2002) utilizando como forzamiento los vientos del SeaWind-NCEP/NCAR (Menéndez et al., 2011). El reanálisis de vientos SeaWind-NCEP/NCAR es un downscaling dinámico horario de ~30 Km de resolución de viento y presión que IH Cantabria ha ejecutado con el modelo WRF-ARW 3.1.1 (Skamarock et al., 2008) con los forzamientos de NCEP/NCAR (Kalnay et al., 1996).

El modelo WaveWach III resuelve la ecuación de balance de densidad espectral. La hipótesis fundamental asumida por este modelo en la resolución numérica es que las propiedades del medio (corrientes, batimetría) así como las del campo de oleaje varían en el espacio y tiempo en escalas que son mucho mayores que una longitud de onda. Por lo tanto una limitación del modelo es que no es capaz de simular los efectos de propagación del oleaje en profundidades reducidas.

Calibración de la base de datos en aguas profundas

Se ha calibrado la base de datos GOW con información instrumental de satélites, que incluyen las siguientes 6 misiones que abarcan desde 1992 hasta 2008:

- ERS-2 (1995-2003)

- Envisat (2002-2008)
- GFO (2000-2008)
- Jason-1 (2002-2008)
- Jason-2 (2008)
- T/P (1992-2005)

Para ello se ha utilizado una técnica de calibración no lineal basado en la agregación direccional de cuantiles (Mínguez et al., 2011).

A.2.3. Propagación del oleaje hacia aguas someras

La base de datos DOW supone un aumento de la resolución espacial y simulación de los procesos de transformación del oleaje en su propagación hasta costa de los datos de la base GOW calibrados en profundidades indefinidas. Para lo cual, se ha aplicado una metodología híbrida (Camus et al. 2013) que combina modelos numéricos de propagación (downscaling dinámico) y métodos matemáticos de clasificación y reconstrucción (downscaling estadístico).

Para reducir el esfuerzo computacional que supondría la propagación de todos los estados de mar existentes en la base de datos de partida (aproximadamente 534000), en primer lugar se selecciona un número asequible de estados de mar, que se propagan para finalmente reconstruir la serie completa mediante técnicas avanzadas de interpolación en los puntos objetivo.

Selección de estados de mar

Para seleccionar tan solo 500 estados de mar en profundidades indefinidas representativos del total de los 61 años (más de 500.000 estados de mar) de que consta la base de reanálisis GOW calibrada, se ha clasificado el clima marítimo de cada zona a partir de los campos espacio-temporales de oleaje y viento de cada zona (Camus et al. 2011), mediante el algoritmo de máxima disimilitud (MDA).

Los algoritmos de máxima disimilitud consisten en la selección de un subconjunto de datos representativo de la muestra de datos de partida. Por tanto, si se dispone de una muestra de datos $X_i = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ compuesta por N ($N \approx 534.000$ estados de mar) vectores n -dimensionales, el objetivo de este algoritmo consiste en obtener un número M ($M=500$ estados de mar a seleccionar) de vectores $D_j = \{D_1, \dots, D_M\}$ de los datos de partida que representen la diversidad del conjunto total de datos.

El algoritmo comienza con la inicialización del subconjunto $\{D_1\}$ mediante la transferencia de un dato de la base de partida. La selección del resto de elementos se realiza iterativamente, y en cada ciclo se transfiere al subconjunto aquel dato perteneciente a la base de datos de partida con la mayor disimilitud respecto al subconjunto seleccionado.

Este algoritmo fue descrito por Kennard y Stone (1969) y admite distintas versiones dependiendo del criterio considerado en la inicialización del subconjunto y en el criterio de selección del resto de datos del subconjunto.

En primer lugar, si en el subconjunto ya existen R ($R \leq M$) datos seleccionados, primero se calcula la disimilitud entre el dato i de la muestra de datos $N-R$ y los j elementos pertenecientes al subconjunto R :

$$d_{ij} = \|x_i - x_j\|; i = 1, \dots, N-R; j = 1, \dots, R \quad [A.2.1]$$

Posteriormente se calcula la disimilitud $d_{i, \text{subconjunto}}$ entre el dato i y el subconjunto R , esta definición admite varios criterios (Willet et al., 1996).

$$d_{i, \text{subconjunto}} = \begin{cases} \min \\ \max \\ \text{mean} \\ \text{sum} \end{cases} \left\{ \|x_i - x_j\|; i = 1, \dots, N-R; j = 1, \dots, R \right\} \quad [A.2.2]$$

De los anteriores criterios para el cálculo de la disimilitud se ha utilizado el que emplea el mínimo ($d_{i, \text{subconjunto}}^{\min}$) en su versión simplificada.

En dicha versión simplificada, el cálculo de la distancia $d_{i, \text{subconjunto}}$, definida como el mínimo de las distancias entre el elemento i y los R elementos ya incluidos en el subconjunto, no supone determinar cada una de las distancias entre los diferentes elementos, d_{ij} . Esto es, en la selección del elemento $k(R+1)$, la definición de la distancia $d_{i, \text{subconjunto}}$ se define como el mínimo de la distancia entre el dato i de los $N-R$ datos restantes en la muestra de partida y el último dato añadido al subconjunto $k(R)$, y la distancia mínima entre el dato i y los datos del subconjunto $R-1$ calculada en el paso anterior.

$$d_{i, \text{subconjunto}}^{\min} = \min \left[d_{i, k(R)}, d_{i, \text{subconjunto}(R-1)}^{\min} \right] \quad [A.2.3]$$

En segundo lugar, una vez calculadas las $N-R$ disimilitudes ($d_{i, \text{subconjunto}}^{\min}; i = 1, \dots, N-R$), el dato seleccionado para ser añadido al subconjunto es aquel con la mayor disimilitud:

$$\max \left[d_{i, \text{subconjunto}}^{\min} \right] \quad [A.2.4]$$

Esta versión simplificada del algoritmo de máxima disimilitud, conocida como MaxMin (Polinsky et al, 1996), permite su aplicación a extensas bases de datos sin la necesidad de excesivos recursos computacionales.

Por otro lado, el subconjunto seleccionado por la versión MaxMin del algoritmo MDA representa la diversidad de los datos de partida con una óptima definición de los contornos del dominio de definición de los datos, sin necesidad de imponer umbrales de disimilitud (Camus, 2011).

Propagación hacia aguas someras

Mediante sucesivas mallas anidadas se propagan espectralmente los 500 estados de mar seleccionados del GOW ya calibrados, llegando hasta resoluciones espaciales de entre 350 y 70m. El modelo de propagación utilizado es el SWAN (*Simulating WAves Nearshore*) desarrollado por Delf University of Technology, que está basado en la ecuación de acción de onda que promedia la fase (Booij, 1999), lo que permite simular adecuadamente diversos procesos de transformación del oleaje en su propagación.

De estos procesos, el modelo SWAN comprende la generación local de oleaje por viento, refracción, reflexión, asomeramiento, disipación de energía por fondo, disipación por white-capping, interacciones no lineales entre componentes y rotura. Sin embargo no reproduce la difracción en un sentido estricto, sino mediante la incorporación del término de tasa de giro direccional (Holthuijsen et al., 2003).

EL modelo SWAN parte de la ecuación de conservación de la acción de onda, que representa la variación de altura de ola debida al asomeramiento y la refracción.

$$\nabla \left(\frac{E}{\omega} c_g \cdot \bar{n} \right) = 0 \quad [A.2.5]$$

Donde E es la energía del oleaje, ω es la frecuencia angular, c_g es la celeridad de grupo de la onda y $\bar{n}$ es la dirección de propagación.

Se considera la densidad de acción de onda, $N(\sigma, \theta)$, en lugar de la densidad de energía espectral, $E(\sigma, \theta)$, ya que es la densidad de acción de onda la variable que se conserva en presencia de corrientes (Whitman, 1974).

$$N(\sigma, \theta) = \frac{E(\sigma, \theta)}{\sigma} \quad [A.2.6]$$

La ecuación se define en un espacio de cuatro dimensiones, dos correspondientes al espacio geográfico 2D, x e y, y las otras al espacio espectral, σ y θ , que son la frecuencia relativa en caso de corrientes y la dirección de incidencia del oleaje respectivamente.

En concreto, la ecuación que resuelve el modelo de propagación SWAN es la siguiente forma de la ecuación de transporte a la que se le ha añadido la entrada y salida de energía del sistema:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial C_x N}{\partial x} + \frac{\partial C_y N}{\partial y} + \frac{\partial C_\sigma N}{\partial \sigma} + \frac{\partial C_\theta N}{\partial \theta} = \frac{S}{\sigma} \quad [A.2.7]$$

Se trata de una ecuación de transporte de energía, en la que las variaciones locales de la energía espectral en el tiempo y las variaciones del flujo de energía en el espacio (primer miembro de la ecuación [A.2.7]) se compensan con las salidas y entradas de energía al sistema (segundo miembro de la ecuación [A.2.7]).

Para propagar se han utilizado dos bases de datos de batimetría; por un lado la batimetría global GEBCO (British Oceanographic Data Centre) y por otro lado las cartas náuticas disponibles en el SMC (Sistema de Modelado Costero, IH Cantabria).

Reconstrucción de series temporales completas de oleaje

Una vez propagados los casos seleccionados se reconstruyen las series temporales horarias de 61 años de los distintos parámetros de estado de mar mediante técnicas de interpolación basadas en funciones de base radial (RBF, Franke, 1982), obteniendo finalmente la base de datos DOW (Downscaled Ocean Waves).

La técnica de interpolación basada en las funciones de base radial (radial basis function, RBF) utiliza como función interpolante una combinación lineal de funciones radiales simétricas básicas localizadas en los puntos dados (véase figura a.2.1).

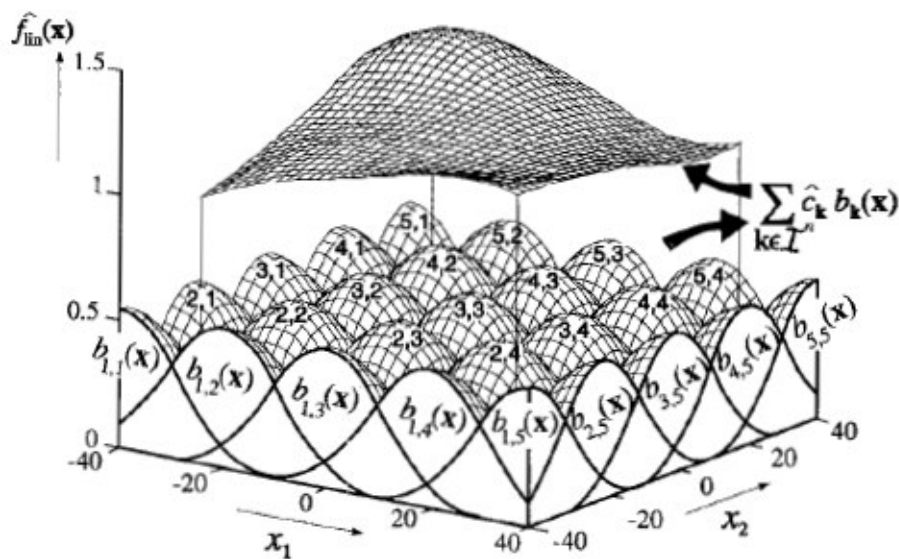


Figura A.2.1. Interpolación RBF definida como una combinación de funciones radiales, tomada de Heiss and Kampl (1996).

Se dispone de un conjunto de M ($M=500$) puntos n -dimensionales, $D_j; j=1, \dots, M \in \mathbb{R}^n$ que se corresponden con los estados de mar en profundidades indefinidas seleccionados mediante el método de máxima disimilitud y que quedan caracterizados por las n variables definidas en el.

En dichos puntos el valor exacto de la función asociada Ψ es conocido y resulta igual a los parámetros espectrales obtenidos como resultado de la propagación realizada desde profundidades indefinidas hasta los distintos puntos objetivo:

$$D_{p,j} = \Psi(D_j) \in \mathbb{R}; \quad j=1, \dots, M \quad [\text{A.2.8}]$$

Donde $D_{p,j}; j=1, \dots, M$ son los parámetros espectrales propagados.

El objetivo de la técnica de interpolación es obtener una función continua interpolante, RBF, de la función $\Psi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, de la siguiente forma:

$$\text{RBF}(X) = p(X) + \sum_{j=1}^M a_j \Phi(\|X - D_j\|); \quad j = 1, \dots, M \quad [\text{A.2.9}]$$

Donde:

RBF es la función interpolante.

$p(X)$ es un polinomio lineal en todas las variables involucradas en el problema.

a_j son los coeficientes de ajuste RBF.

Φ es la función radial básica, donde $\| \cdot \|$ es la norma euclidiana.

D_j son los centros de la interpolación RBF.

La función interpolante RBF ha de ser tal que:

$$\text{RBF}(X) = \psi(D_j) = D_{p,j}; \quad j = 1, \dots, M \quad [\text{A.2.10}]$$

Es decir, en los centros de la aproximación RBF, el valor de la función interpolante es igual al de la función interpolada.

Una vez definida la función interpolante, el objetivo es recomponer la serie temporal de indefinidas en los puntos objetivo en profundidades reducidas mediante la obtención de los parámetros espectrales propagados en dichos puntos.

Para lo cual se han aplicado los datos de entrada normalizados, expresados como X_i^{norm} ; $i = 1, \dots, N$, a las funciones interpolantes previamente calculadas:

$$X_{p,i} = \text{RBF}(\{D_j^{\text{norm}}, D_{p,j}(j = 1, \dots, M)\}, X_i^{\text{norm}}); \quad i = 1, \dots, N \quad [\text{A.2.11}]$$

El resultado final es la serie de reanálisis transferida a aguas someras en cada punto objetivo $X_{p,i}; i = 1, \dots, N$.

A.2.4. Validación con información instrumental de boyas

A partir de las series de oleaje reconstruidas en las posiciones de las boyas se validan los resultados de la base de datos DOW. A continuación se presentan figuras de validación con la boya de la red costera de OPPE en Barcelona durante el periodo de estudio considerado correspondiente a los años 2005 y 2006 (véanse de la figura a.2.2 a la figura a.2.5).

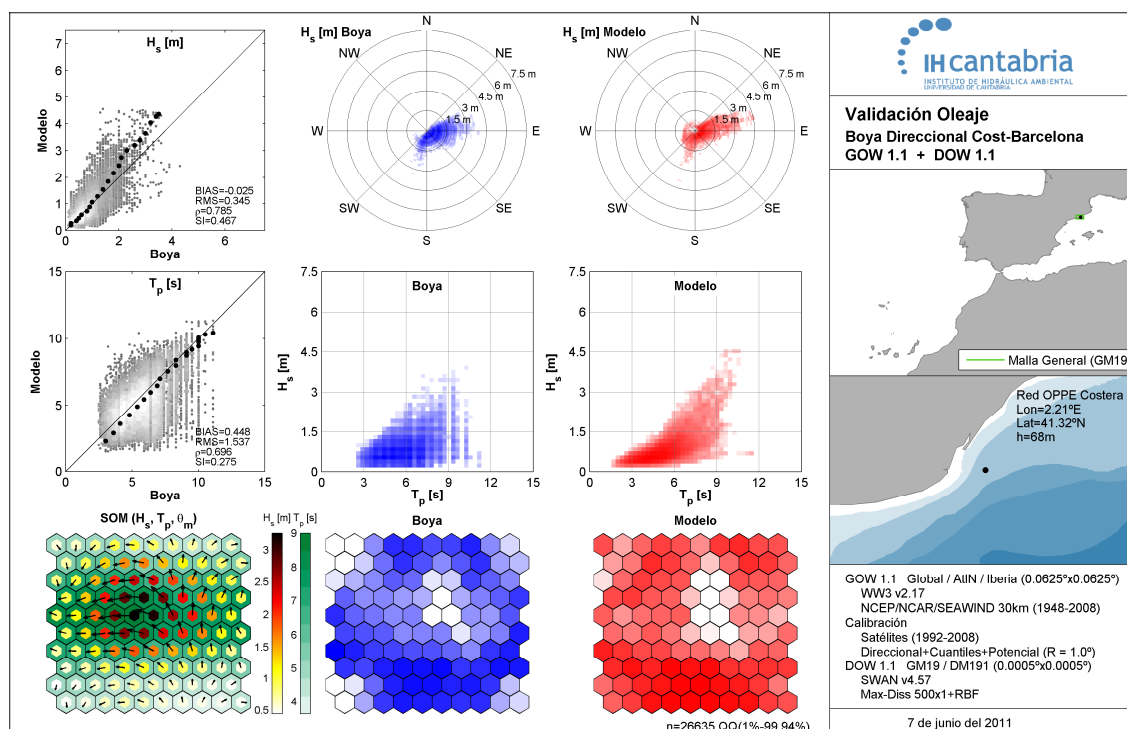


Figura A.2.2. Validación del DOW 1.1 con la boya de Barcelona de la red Costera del OPPE.

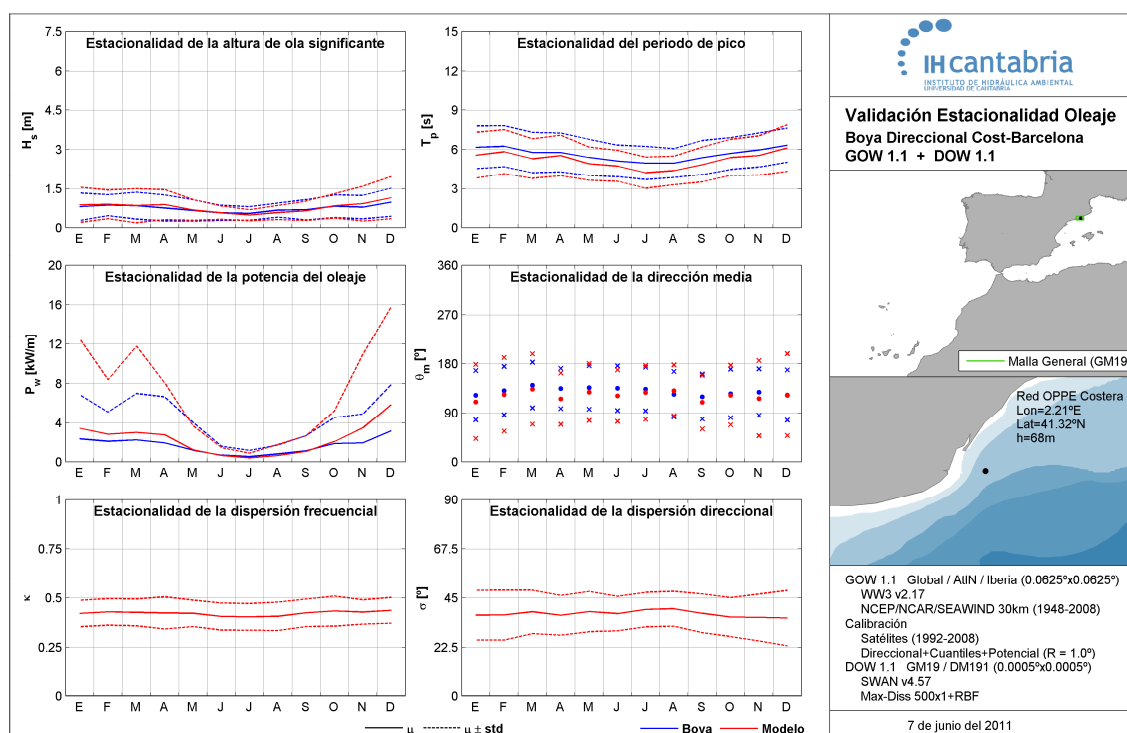


Figura A.2.3. Validación del DOW 1.1 con la boya de Barcelona de la red Costera del OPPE.

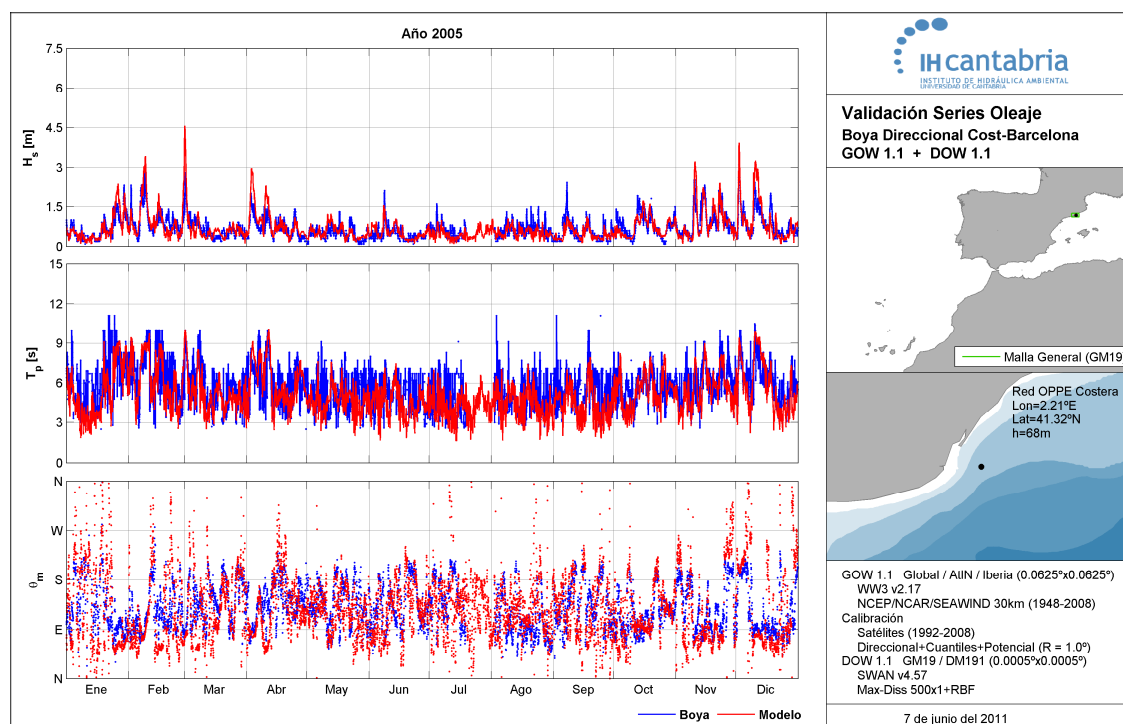


Figura A.2.4. Validación del DOW 1.1 con la boya de Barcelona de la red Costera del OPPE (año 2005).

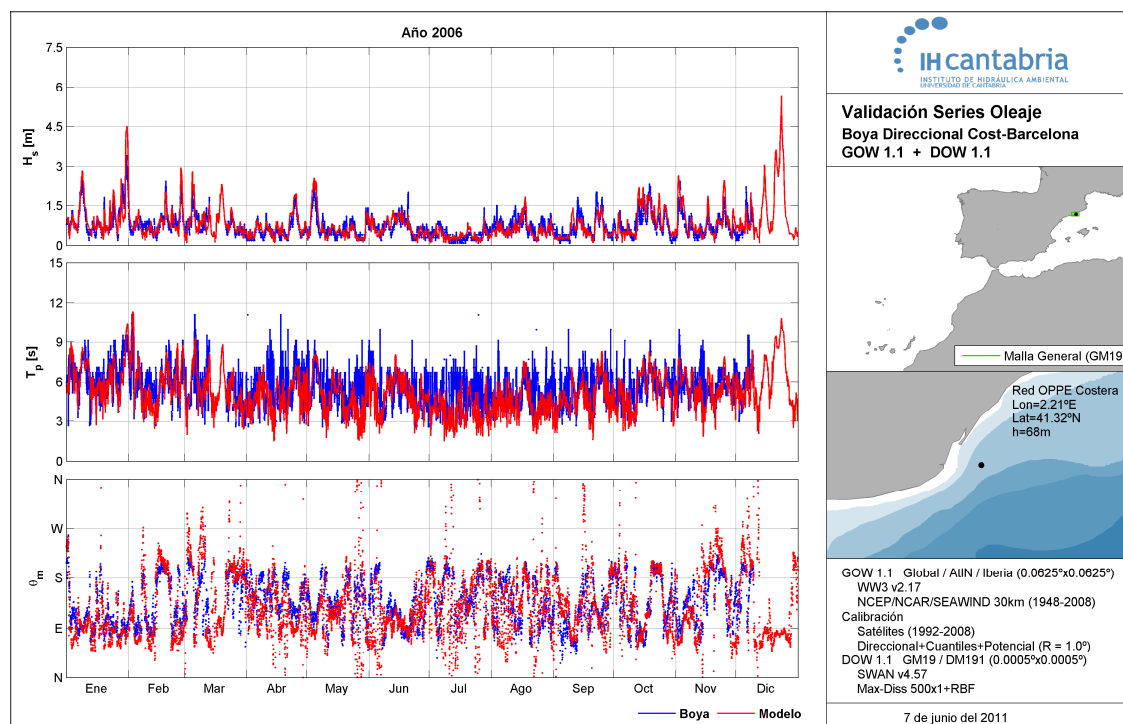


Figura A.2.5. Validación del DOW 1.1 con la boya de Barcelona de la red Costera del OPPE (año 2006).

ANEJO 3. EXPRESIÓN ANALÍTICA DE LA DERIVADA DE LA CURVA DE ENERGÍA DE EQUILIBRIO

ANEJO 3. EXPRESIÓN ANALÍTICA DE LA DERIVADA DE LA CURVA DE ENERGÍA DE EQUILIBRIO

A continuación se muestra la solución analítica de la derivada de la curva de energía de equilibrio, obtenida mediante el programa informático Matlab.

$$\frac{dm_{0b}}{dx_{\infty}} = - \left(2 * (\gamma / 4.004)^2 * h_b \right) / \left((3 * (h_b / A_r)^{1/2}) / (2 * A_r) + (3 * h_b^{1/2} * (V_c - (B * h_b^{3/2} + (3 * h_b^{5/2}) / 5) / A_r^{3/2})) / (2 * ((3 * h_b^{5/2}) / 5 - (3 * h_c^{5/2}) / 5 + B * (h_b^{3/2} - h_c^{3/2}))) - ((h_b^{3/2} - h_c^{3/2}) * ((3 * B * h_b^{1/2}) / 2 + (3 * h_b^{3/2}) / 2)) / (A_r^{3/2} * ((3 * h_b^{5/2}) / 5 - (3 * h_c^{5/2}) / 5 + B * (h_b^{3/2} - h_c^{3/2}))) - ((h_b^{3/2} - h_c^{3/2}) * (V_c - (B * h_b^{3/2} + (3 * h_b^{5/2}) / 5) / A_r^{3/2})) * ((3 * B * h_b^{1/2}) / 2 + (3 * h_b^{3/2}) / 2)) / ((3 * h_b^{5/2}) / 5 - (3 * h_c^{5/2}) / 5 + B * (h_b^{3/2} - h_c^{3/2}))^2 \right)$$

FÉ DE ERRATAS

Página 2: Figura 2. Galería principal de los baños de ola en la playa del Sardinero (Santander) a principios del siglo XX. Fuente: El Diario Montañés.

Página 2: Figura 3. Ejemplo de ocupación masiva de las playas en la actualidad. Fuente: The Brazilian Post.

Página 3: Figura 4. Benidorm en el siglo XX (izquierda) y en el siglo XXI (derecha). Fuente: www.paisesmadrilenos.com/t5475-ciudades-antes-y-despues-de-existir

Página 3: Figura 5. Barcelona en el año 1580. Tomada de Civitatis Orbis Terrarum de Braun and Hogenberg.

Página 4: Figura 6. Puerto Olímpico de Barcelona y playa de Nova Icaria tras él. Fuente: www.eltiempo.es.

Página 5: Figura 7. Destrucción de viviendas en la costa de New Jersey (U.S.A) en 2012 tras el paso de la tormenta Sandy. Fuente: Yahoo News (Adrees Latif/Reuters).

Página 163: Ecuación [160] $\frac{dx_r(t)}{dt} = C^{\pm} \cdot (m_{0b} - m_{0b,p}(t))$