



APORTACIÓN DE LAS CORRECCIONES ASTRONÓMICAS A LA PRECISIÓN DE LA SITUACIÓN

Juan J. Achútegui Rodríguez

Catedrático de Universidad.

Departamento de Ciencias y Técnicas de la Navegación y de la Construcción Naval.

Universidad de Cantabria

RESUMEN

Se analizan y proponen algunos cambios y mejoras que deberán introducirse en la navegación astronómica, si se desea que ésta mantenga algún interés hoy en día, cuando el cálculo de la situación de los buques ha pasado, casi exclusivamente, a los sistemas satelitarios. Aunque la Organización Marítima Internacional exige el mantenimiento en los planes de estudio para la formación de marinos y la práctica en la mar de la navegación astronómica, cuando se comparan los resultados de ésta con los del sistema de posicionamiento global GPS, surgen discrepancias que, en ocasiones, no contribuyen a que las técnicas tradicionales mantengan su bien ganado prestigio.

Introduciendo el cálculo informático de las coordenadas celestes y de la situación, y aplicando métodos bien conocidos en Geodesia y Topografía, es posible que la astronomía de posición siga jugando un papel en la mar, si no ya preponderante, sí como valioso auxiliar y contraste de los métodos más modernos de posicionamiento de los buques.

INTRODUCCIÓN

En un mundo en el que las radio ayudas a la navegación han relegado a una situación testimonial al grueso de los conocimientos que hasta hace un par de décadas permitían a los marinos determinar su situación en la mar, se alzan con cierta frecuencia voces en demanda de una mayor utilización de los métodos tradicionales para seguir disponiendo del necesario contraste entre las soluciones obtenidas por distintos procedimientos.

Parece claro que los EEUU, como la última versión de su Plan Federal de Radionavegación pone de manifiesto, han decidido que el GPS –con todas sus mejoras y ampliaciones que ya están en marcha– será a medio plazo el sistema primario de posicionamiento, cuando no el único. Ni el DECCA, ya desaparecido, ni el Loran-C, dada su cobertura limitada, han podido resistir el empuje del GPS y, al menos en los EEUU, este último sistema hiperbólico tan sólo tiene garantizada su supervivencia a corto plazo.

El GLONASS ruso, a pesar de los últimos esfuerzos de la Federación Rusa no está en



condiciones de competir y los esfuerzos europeos plasmados en el ambicioso Galileo, no pasan en la actualidad de ser un atractivo proyecto.

En este estado de cosas, no parece descabellado abogar por el mantenimiento de la navegación astronómica como único medio de respaldo y comprobación de las soluciones GPS disponible en la actualidad. Sin embargo, para que la comparación no sea impropia, es menester aplicar en el campo de la navegación marítima un nivel de rigor y precisión superiores a los tradicionales que pasa, entre otras posibilidades, por aplicar a la solución astronómica las correcciones habituales de las observaciones en tierra, muchas de las cuales se desprecian en la mar al quedar absorbidas por errores más groseros que hasta hace pocos años eran inevitables y pasaban desapercibidos.

En la limitada extensión de este trabajo se pretende efectuar un somero repaso a las correcciones astronómicas más significativas, sin pretender agotar el tema, ni entrar en los cambios de origen de los sistemas de coordenadas, ni en la consideración de la forma real de la Tierra y de la exactitud de su representación, aspectos todos ellos imprescindibles si se quiere conseguir una elevada precisión, y que pueden ser objeto de tratamiento en futuras extensiones de este trabajo. Sí que se puede ya anticipar que para que la solución sea atractiva y rápida, será conveniente disponer de un ordenador personal o de una calculadora programable de elevada capacidad, medios ambos ya habituales y abundantes en los buques de hoy en día. Comenzaremos por la precesión de los equinoccios.

PRECESIÓN

Si la Tierra tuviese la forma de una esfera homogénea o estuviese compuesta de capas esféricas de igual densidad, y fuese un cuerpo absolutamente sólido, la dirección de su eje de rotación y su período de revolución permanecerían constantes en el transcurso de cualquier intervalo de tiempo, de acuerdo con las leyes de la Mecánica.

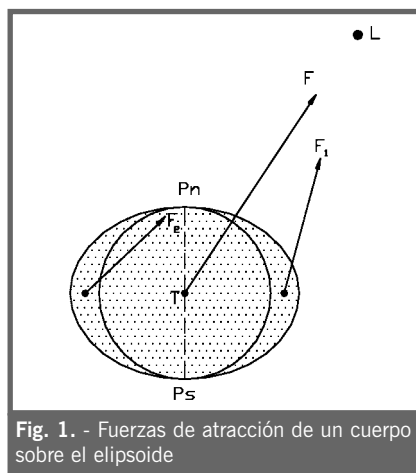


Fig. 1. - Fuerzas de atracción de un cuerpo sobre el elipsoide

Sin embargo, la Tierra no tiene una forma esférica exacta, sino que se aproxima a un elipsoide de revolución (figura 1). La atracción de un elipsoide por cualquier cuerpo material L se compone de la atracción F que actúa sobre la esfera inscrita en el interior del elipsoide (y cuyo centro de aplicación se encuentra en el centro del elipsoide), de la atracción F_1 que actúa sobre la protuberancia ecuatorial más cercana al cuerpo L y de la atracción F_2 que actúa sobre la protuberancia ecuatorial más lejana a L. La fuerza F_1 es mayor que la fuerza F_2 y, por esta razón, la atracción del cuerpo L tiende a hacer girar el eje PnPs de rotación del elipsoide, de tal mane-



ra que el plano del ecuador de éste coincida con la dirección TL. De la mecánica se sabe que el eje de rotación se desplazará, debido a la precesión giroscópica, en la dirección perpendicular al plano en el que yacen las fuerzas F_1 y F_2 .

Sobre las protuberancias ecuatoriales de la Tierra elipsoidal actúan las fuerzas de atracción de la Luna y el Sol. Como resultado, el eje de rotación de la Tierra efectúa en el espacio un movimiento muy complejo.

Ante todo, este eje terrestre describe lentamente alrededor del eje de la eclíptica un cono, permaneciendo siempre inclinado respecto al plano de movimiento de la Tierra un ángulo aproximado de $66^\circ 34'$. Este movimiento del eje terrestre se denomina movimiento de precesión y su período es de unos 26.000 años.

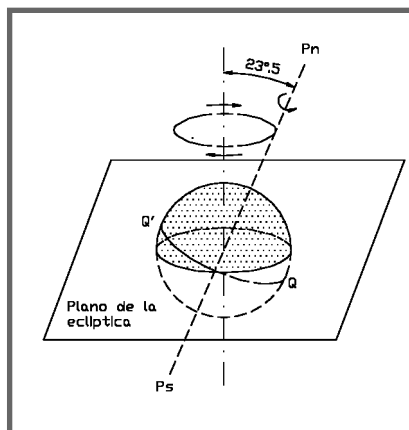


Fig. 2. -Precesión del eje terrestre.

Como resultado de la precesión del eje terrestre, en un mismo período, los polos celestes describen alrededor de los polos de la eclíptica círculos menores con radio de casi $23^\circ 26'$. Esta precesión, provocada por la acción del Sol y de la Luna, se denomina precesión lunisolar. El efecto de la atracción solar, unas 2,2 veces inferior, se suma o se resta al lunar, dependiendo de las posiciones relativas de ambos astros.

La atracción de los planetas es demasiado pequeña para provocar cambios en la posición del eje de rotación de la Tierra pero, sin embargo, influye sobre el movimiento de la Tierra alrededor del Sol, cambiando en el espacio la posición del plano de la órbita terrestre, es decir, del plano de la eclíptica. Estos cambios de posición del plano de la eclíptica se denominan precesión planetaria y originan el desplazamiento del punto del equinoccio de primavera hacia el este a razón de $0'' ,114$ al año.

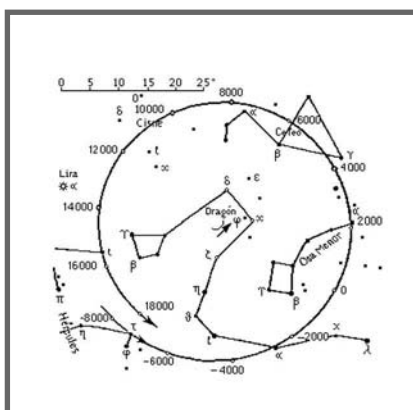


Fig. 3. -Precesión del polo norte celeste.

Como resultado del movimiento de precesión del eje terrestre, los polos celestes describen en la esfera celeste, y en unos 26.000 años, sendos círculos menores con un radio esférico aproximado de $23^\circ 5'$ alrededor de los polos de la eclíptica. Pero, puesto que los polos de la eclíptica también se desplazan por la esfera celeste (precesión planetaria), las curvas descritas por los polos celestes no se cierran, tal y como se aprecia en la figura 3.



En la actualidad, el polo celeste boreal se encuentra cerca de la estrella α de la Osa Menor, por lo que la estrella se llama Polar. Pero hace 4.000 años era la estrella α del Dragón la más cercana al polo celeste boreal, y dentro de 12.000 años lo será α de la Lira (Vega).

Conjuntamente con el cambio de dirección del eje celeste varía también la posición

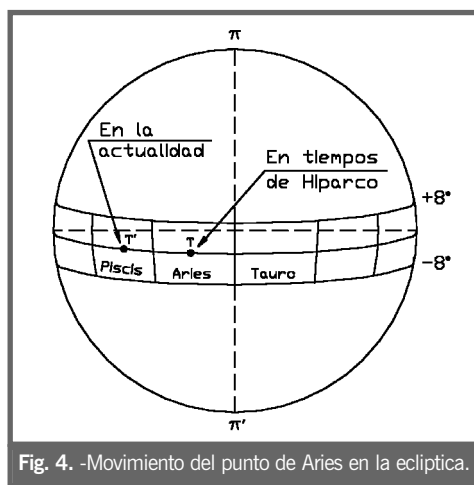


Fig. 4. -Movimiento del punto de Aries en la eclíptica.

del ecuador celeste, cuyo plano es perpendicular a este eje y paralelo al plano del ecuador terrestre. Como resultado de la precesión planetaria, el plano de la eclíptica también cambia ligeramente su posición en el espacio. Por esta razón, los puntos de intersección del ecuador celeste con la eclíptica (los puntos equinocciales) se desplazan lentamente entre las estrellas hacia occidente.

Este es el fenómeno conocido como precesión de los equinoccios y es debido a la atracción que el Sol en primer lugar, después la Luna y ligeramente los planetas, ejercen sobre el abultamiento ecuatorial de la Tierra. No se pudo explicar hasta

que Newton enunció su ley de la gravitación universal. Este fenómeno se ha comprobado y calculado modernamente disponiendo de métodos precisos, habiéndose obtenido un desplazamiento anual de $50'',37$.

Puesto que el movimiento de los puntos equinocciales está dirigido al encuentro del movimiento anual aparente del Sol por la eclíptica, el Sol llega a estos puntos cada vez algo antes que si dichos puntos fueran inmóviles. Por esta causa, el intervalo de tiempo entre dos pasos consecutivos del centro del Sol por el punto equinoccial de primavera (γ), denominado año trópico, es más corto que es período de revolución de la Tierra alrededor del Sol, denominado año sidéreo. La diferencia entre ambos años es de, aproximadamente, 20 minutos.

La precesión de los equinoccios también origina el cambio de los signos del Zodíaco. Siendo el Zodíaco la zona de la esfera celeste limitada por dos planos paralelos a la eclíptica, de latitudes respectivas $\pm 8^\circ$, encontramos en la misma las órbitas de los planetas más importantes. Ya en la época de Hiparco se dividió dicha zona en 12 partes, o signos en cada una de las cuales se encontraba el Sol, cada uno de los 12 meses del año, recibiendo cada una el nombre de constelación con la que coincidía. Pues bien, desde que Hiparco (141 a. de J.C.) elige estas constelaciones y las hace corresponder con cada uno de los meses del año, han transcurrido del orden de 2.140 años y, a razón de $50'',37$ por año, el punto Aries se ha desplazado aproximadamente 30° .



Por tanto, desde aquella época el punto Aries se ha desplazado prácticamente una constelación, y cuando el Sol se encuentra en el equinoccio de primavera, la constelación sobre la que el Sol se proyecta no es la de Aries, sino la de Piscis. Sin embargo, se sigue diciendo que el Sol está en Aries el 21 de marzo y, sucesivamente, las restantes constelaciones se corresponden con otros tantos meses.

CORRECCIONES DEBIDAS A LA PRECESIÓN

Suponiendo un valor aproximado de $50''$ para el movimiento anual de la precesión, vamos a calcular las correcciones debidas a este efecto en las coordenadas ascensión recta y declinación.

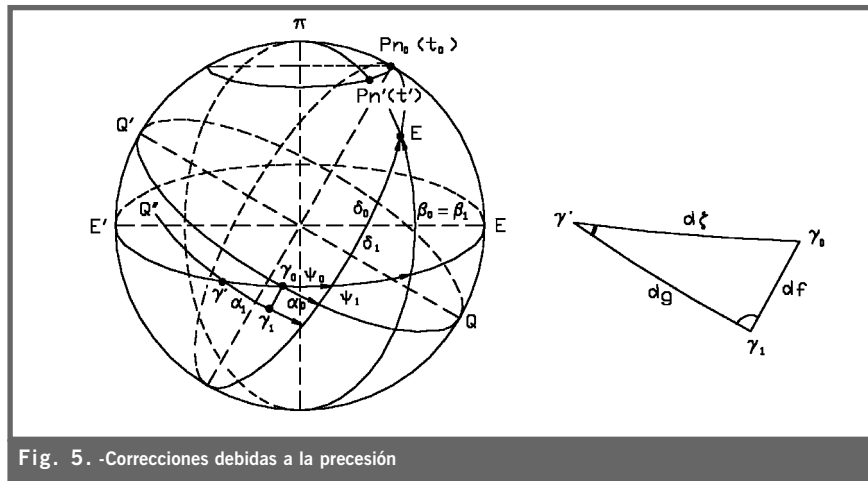


Fig. 5. -Correcciones debidas a la precesión

Vamos a suponer que sólo existe precesión originada por la Luna t_0 y el Sol. Por lo tanto, de acuerdo con la figura 5, consideremos un instante inicial t_0 . A él corresponde un γ_0 y un P_{n0} y, naturalmente, para una estrella E , unas coordenadas ecuatoriales absolutas α_0, δ_0 y unas coordenadas eclípticas Ψ_0, β_0 .

Al transcurrir un tiempo t' , tendremos un γ' y un $P_{n'}$ y unas coordenadas para la estrella E : α_1, δ_1 y Ψ_1, β_1 ($\beta_0 = \beta_1$).

El triángulo $\gamma_0 \gamma_1 \gamma'$ es rectángulo en γ_1 , siendo $\gamma_0 \gamma'$ la hipotenusa. Por tanto: $\gamma_0 \gamma_1 = df = P_{n0} P_{n'}$ será la precesión de γ en declinación.

Análogamente: $\gamma_1 \gamma' = dg$ sería la precesión de γ en ascensión recta.

Finalmente: $\gamma_0 \gamma' = d\xi$ es la variación del equinoccio sobre la eclíptica.



Veamos la relación existente entre $d\zeta$, df y dg . Para ello, en la figura 5 tomemos el triángulo $\gamma_0\gamma_1\gamma'$ que podemos considerar plano. En él:

$$df = \gamma_0\gamma_1 = \gamma_0\gamma' \cdot \text{sen } \epsilon = d\zeta \cdot \text{sen } \epsilon$$

$$dg = \gamma_1\gamma' = \gamma_0\gamma' \cdot \cos \epsilon = d\zeta \cdot \cos \epsilon$$

Sustituyendo y dividiendo por dt , tendremos:

$$n = \frac{df}{dt} = \frac{d\zeta}{dt} \text{sen } \epsilon ; m = \frac{dg}{dt} = \frac{d\zeta}{dt} \cos \epsilon \quad (1.1)$$

Fórmulas que representan el incremento anual de δ y de α , respectivamente.

Consideremos ahora el triángulo de posición de la estrella E y escribamos para él las fórmulas de Bessel:

$$\text{sen } \delta = \text{sen } \beta \cdot \cos \epsilon + \cos \beta \cdot \text{sen } \epsilon \cdot \text{sen } \psi$$

$$\cos \delta \cdot \cos \alpha = \cos \beta \cdot \cos \psi$$

$$- \cos \delta \cdot \text{sen } \alpha = \text{sen } \beta \cdot \text{sen } \epsilon - \cos \beta \cdot \cos \epsilon \cdot \text{sen } \psi$$

Debido a la precesión lunisolar sabemos que:

1. La declinación, δ , varía.
2. La longitud eclíptica, ψ , también varía.
3. La latitud eclíptica, β , no varía, porque en esta hipótesis (sólo actúan el Sol y la Luna) la eclíptica podemos considerarla fija.

Así pues, si diferenciamos las últimas fórmulas, teniendo en cuenta los valores que podemos considerar fijos: $d\epsilon = 0$; $dy = 0$; $d\psi = d\zeta$

De la primera ecuación, tendríamos: $\cos \delta \cdot d\delta = \text{sen } \epsilon \cdot \cos \beta \cdot \cos \psi \cdot d\zeta$

Dividiendo por dt y despejando:

$$\frac{d\zeta}{dt} = \frac{\text{sen } \epsilon \cdot \cos \beta \cdot \cos \psi}{\cos \delta} \frac{d\zeta}{dt}$$

Teniendo en cuenta la segunda fórmula de Bessel: $\cos \delta \cdot \cos \alpha = \cos \beta \cdot \cos \psi$ nos queda:

$$\frac{d\delta}{dt} = \text{sen } \epsilon \cdot \cos \alpha \frac{d\zeta}{dt}$$

$$\text{O sea, que: } \frac{d\delta}{dt} = n \cdot \cos \alpha ; d\delta = n \cdot \cos \alpha \cdot dt$$

(1.2)



Expresión que nos da la variación en la declinación por precesión lunisolar.

Los valores de m y n se determinan por observaciones del movimiento del punto Aries. La mecánica celeste nos da el valor de estas constantes, correspondientes al transcurso de un año:

$$m = 46'',1 \quad , \quad n = 20'',0 \quad (1.3)$$

Para el cálculo de $d\alpha$, diferenciamos la tercera ecuación, obteniendo:

$$\text{sen } \delta \cdot \text{sen } \alpha \cdot d\delta - \cos \delta \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha = -\cos \beta \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos \psi \cdot d\zeta$$

Dividiendo por dt y operando convenientemente:

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= \frac{\text{sen } \delta \cdot \text{sen } \alpha}{\cos \delta \cdot \cos \alpha} \frac{d\delta}{dt} + \frac{\cos \beta \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos \psi}{\cos \delta \cdot \cos \alpha} \frac{d\zeta}{dt} = \\ &= n \cdot \tan \delta \cdot \text{sen } \alpha + \cos \varepsilon \frac{d\delta}{dt} = n \cdot \tan \delta \cdot \text{sen } \alpha + m \end{aligned}$$

Quedando como fórmulas de corrección las siguientes:

$$\begin{aligned} d\delta &= n \cdot \cos \alpha \cdot dt \\ d\alpha &= (m + n \cdot \text{sen } \alpha \cdot \tan \delta) dt \end{aligned} \quad (1.4)$$

El problema se complica al considerar, junto a estos razonamientos, la existencia de la precesión planetaria. Al intervenir ésta, la Eclíptica no puede ya considerarse fija. Consideremos, por tanto, junto a la precesión lunisolar, la planetaria y vamos a representar (figura 6) en las inmediaciones del equinoccio las variaciones que corresponden a ambos fenómenos, y que moverán respectivamente el Ecuador y la Eclíptica. Naturalmente, a ésta mucho más débilmente que al anterior.

Newcomb, en el año 1.897, determinó los valores que aparecen en la figura. El arco $\gamma_1\gamma'$ es la precesión planetaria anual en ascensión recta, cuyo valor es de:

$$\alpha_1 = 0'',1247 - 0'',0188 \cdot t$$

En la misma figura, $\gamma_0\gamma'$ es la precesión lunisolar anual en longitud, cuyo valor es:

$$\gamma' = 50'',3708 + 0'',0050 \cdot t$$

La resultante de las dos se llama precesión general y tiene por valor:

$$P_r = 50'',2564 + 0'',000222 \cdot t \quad (1.5)$$

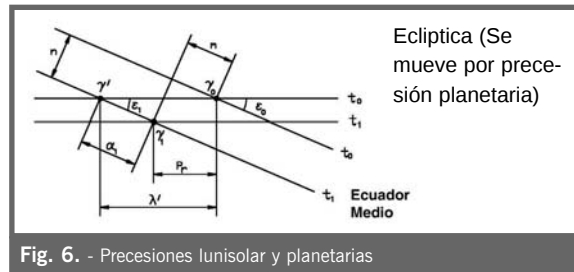


Fig. 6. - Precesiones lunisolar y planetarias

Los valores de m y n que en la hipótesis anterior habíamos considerado como constantes tampoco lo son, siendo sus expresiones:

$$m = 46'',08506 + 0'',27945 \frac{t}{1000}$$

$$n = 20'',0468 - 0'',085 \frac{t}{1000}$$

(1.6)

La oblicuidad también varía con el tiempo. Su valor, según Newcomb, es:

$$\varepsilon = 23^\circ 27' 08'',26 - 0'',4684 \cdot t - 0'',00001 \cdot t^2$$

Todos estos valores son, como vemos, dependientes de t , que es el número de años trópicos transcurridos desde 1.900.

De la figura obtenemos las siguientes relaciones:

$$P_r = \lambda' - \alpha_1 \cdot \cos \varepsilon_1$$

$$m = \lambda' \cdot \cos \varepsilon_1 - \alpha_1$$

$$n = \lambda' \cdot \sin \varepsilon_1$$

NUTACIÓN

Hay un segundo fenómeno que se superpone con la precesión, según el cual, lo que realmente describe el círculo menor citado en el apartado anterior en un período de 26.000 años no es el polo verdadero, sino el centro de una elipse recorrida por dicho polo verdadero. Este centro de la elipse que es a lo que se denomina polo medio, recorre dicho círculo menor en 26.000 años; el polo verdadero recorre, pues, esta elipse con un período de 18 años y 2/3. Este es el fenómeno de la nutación, descubierto por Bradley en 1.730. Las oscilaciones de nutación surgen porque las fuerzas de precesión del Sol y de la Luna, que actúan sobre la protuberancia ecuatorial de la Tierra, cambian constantemente de magnitud y dirección; estas fuerzas son iguales a cero cuando el Sol y la Luna se encuentran en el plano del Ecuador de la Tierra, y alcanzan el máximo cuando estos astros se hallan más alejados de dicho ecuador.

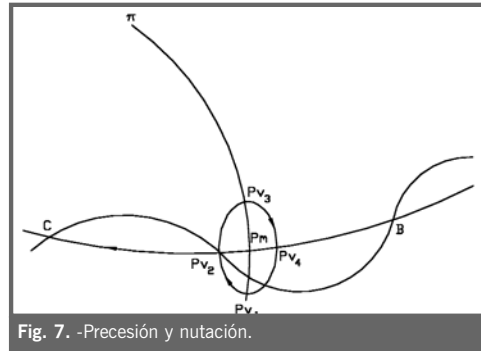


Fig. 7. -Precesión y nutación.

El polo verdadero, pues, recorre una elipse en sentido directo, estando su eje mayor en la dirección del polo π de la eclíptica y el eje menor paralelo a la misma.

Los ejes de esta elipse son:

$$P_{V1}P_{V3} = 18' ,4 ; P_{V2}P_{V4} = 13'' ,7$$

El período de la oscilación de nutación del eje terrestre es igual al período de revolución de los nodos de la órbita lunar (18,6 años).

Como resultado de la precesión y de la nutación del eje terrestre, los polos describen líneas onduladas complicadas.

La influencia que la nutación ejerce sobre las coordenadas ecuatoriales absolutas de las estrellas, se obtiene de una forma análoga a la de la precesión. Las correcciones vienen tabuladas en publicaciones astronómicas junto con las correspondientes a la precesión.

Si no realizamos las correcciones por nutación, hablaremos de coordenadas medias. Si se realizan dichas correcciones, hablaremos de coordenadas verdaderas.

Aplicando las leyes de la mecánica celeste, y considerando las diferentes alteraciones de corto y largo período que originan el movimiento de nutación, se llega, mediante desarrollos en serie, a las siguientes expresiones que nos dan la variación de las coordenadas ecuatoriales absolutas de un astro, debida al fenómeno de nutación:

$$\begin{aligned} d\alpha &= -17'' ,24 \cos \epsilon \cdot \text{sen} \Gamma - 17'' ,24 \cdot \text{sen} \epsilon \cdot \tan \delta \cdot \text{sen} \alpha \cdot \text{sen} \Gamma - 9'' ,21 \cos \Gamma \cdot \cos \alpha \cdot \tan \delta \\ d\delta &= -17'' ,24 \cdot \text{sen} \epsilon \cdot \cos \alpha \cdot \text{sen} \Gamma + 9'' ,21 \text{sen} \alpha \cdot \cos \Gamma \end{aligned}$$

(1.7)

Donde: Γ es la longitud del nodo ascendente de la órbita lunar.



MOVIMIENTO DE LOS POLOS TERRESTRES

Mediante mediciones de latitudes geográficas en varios puntos de la Tierra en el transcurso de muchos años se advirtió que las latitudes de estos puntos no permanecen constantes, sino que varían periódicamente, desviándose de su valor medio hasta $0''{,}3$ y, además, cuando en un punto la latitud aumenta ligeramente, en otro punto situado en el meridiano geográfico opuesto, la latitud disminuye aproximadamente en la misma magnitud. Estas oscilaciones de las latitudes geográficas se explican por el hecho de que el cuerpo de la Tierra se desplaza respecto a su eje de rotación, y puesto que este desplazamiento no influye sobre dicho eje, la dirección del cual queda fijada en el espacio, diferentes puntos de la superficie terrestre coinciden en distintos momentos de tiempo con los polos de rotación. Como resultado, los polos de la Tierra “andan errando” por la superficie de ésta.

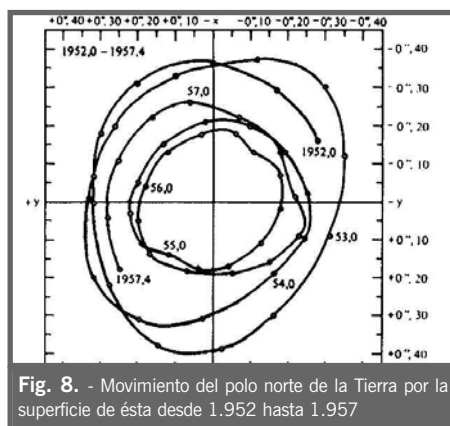


Fig. 8. - Movimiento del polo norte de la Tierra por la superficie de ésta desde 1.952 hasta 1.957

La curva que recorre el polo terrestre en su movimiento es una especie de espiral irregular a la que se conoce con el nombre de “polodia”. El polo norte, en su movimiento sobre la superficie terrestre no se sale de un cuadrado de unos 30 m de lado. Con esto, si se mira al polo norte desde el espacio, su movimiento tiene lugar en sentido antihorario.

El movimiento de los polos de la Tierra, al igual que las oscilaciones de las latitudes geográficas, tiene carácter periódico. Los períodos fundamentales son el de 14 meses de

Chandler y el de 12 meses o anual. Este último período está evidentemente vinculado con los cambios estacionales en la distribución de las masas de aire, con el transporte de masas de agua en estado de nieve desde un hemisferio de la Tierra al otro, etc.

El período de Chandler es el período natural de las oscilaciones de la Tierra, que teóricamente fue pronosticado por Euler ya en el siglo XVIII. Si la Tierra fuese un cuerpo absolutamente sólido, su período natural sería, aproximadamente, de 10 meses. Sin embargo, la Tierra es plástica, y se somete a deformaciones elásticas, como resultado de lo cual su período natural aumenta hasta 14 meses.

El movimiento de los polos de la Tierra por la superficie de ésta fue descubierto a finales del siglo XIX. En 1.898 se organizó el Servicio Internacional de Latitud (SIL), integrado por seis estaciones con una misma latitud. Hoy en día, el número de estaciones en el SIL es mucho mayor y están situadas en diferentes latitudes.

De las observaciones sistemáticas de todas las estaciones del SIL se deducen las posiciones del polo norte en la superficie de la Tierra para cada décima parte del año.



CORRECCIÓN POR MOVIMIENTO DEL POLO

Los valores " X_p " e " Y_p " que definen la posición del polo verdadero en la fecha de observación son facilitados por el Bureau International de l'Heure (BIH).

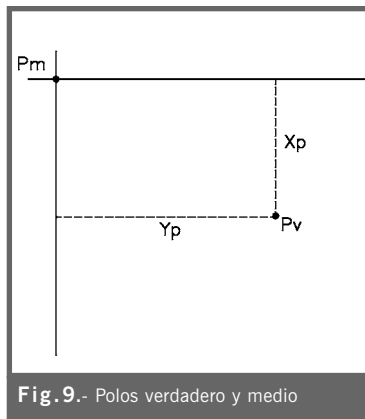


Fig.9.- Polos verdadero y medio

P_m es la posición del polo medio, ideal.
 P_v es la posición del polo verdadero en un momento dado.

Suponemos un sistema de coordenadas X, Y, Z asociado a P_v , y otro sistema de ejes coordenados U, V, W asociado a P_m .

Para pasar de un sistema de coordenadas a otro habrá que realizar dos giros, uno sobre el eje X y otro sobre el eje Y , de valores Y_p y X_p , respectivamente.

Por otra parte, como es lógico, tendremos una latitud y una longitud asociadas a cada uno de los dos polos:

$$P_v \rightarrow \varphi, \lambda \text{ (son las que medimos)}$$

$$P_m \rightarrow \tilde{O}, \tilde{E}$$

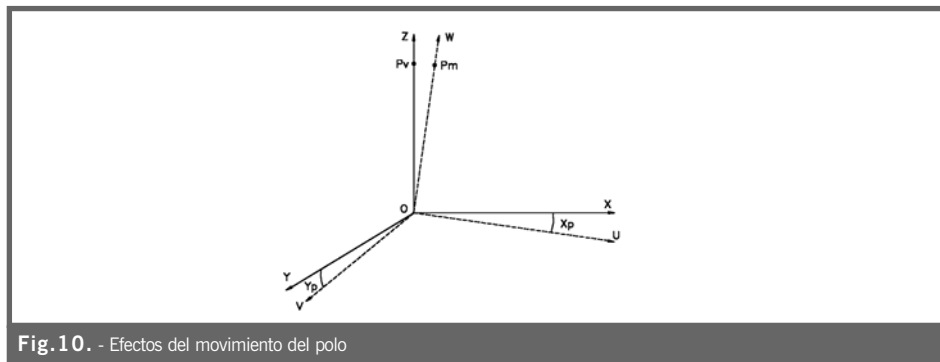


Fig.10. - Efectos del movimiento del polo

Las ecuaciones que relacionan ambos sistemas y que nos permiten obtener las coordenadas referidas al polo medio, que son las que hay que comparar con los datos de los almanaques, son:

$$\Phi - \varphi = -X_p \cos \lambda + Y_p \operatorname{sen} \lambda$$

$$\Lambda - \lambda = -\tan \varphi (X_p \operatorname{sen} \lambda + Y_p \cos \lambda)$$

(1.8)



En la determinación del acimut de una determinada dirección también es preciso tener en cuenta esta corrección. Veamos cómo se deduce fácilmente.

Recordemos que la posición de P_V con respecto a P_m es conocida, o sea, que conocemos X_p e Y_p , o lo que es lo mismo, conocemos b^* y β^* , ya que:

$$X_p = b^* \cos \beta^*$$

$$Y_p = b^* \operatorname{sen} \beta^*$$

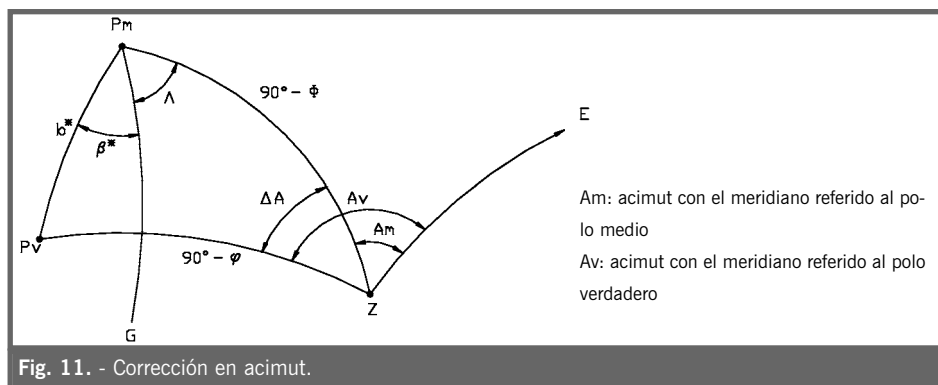


Fig. 11. - Corrección en acimut.

En la figura 11 vemos que:

$$\frac{\operatorname{sen} \Delta A}{\operatorname{sen} b^*} = \frac{\operatorname{sen} (\Lambda + \beta^*)}{\operatorname{sen} (90^\circ - \varphi)} = \frac{\operatorname{sen} (\Lambda + \beta^*)}{\cos \varphi}$$

Por tanto:

$$\operatorname{sen} \Delta A = \frac{\operatorname{sen} (\Lambda + \beta^*)}{\cos \varphi} \operatorname{sen} b^*$$

Como b^* e ΔA son pequeños:

$$\Delta A = \frac{\operatorname{sen} (\Lambda + \beta^*)}{\cos \varphi} b^* = b^* \sec \varphi (\operatorname{sen} \Lambda \cos \beta^* + \cos \Lambda \operatorname{sen} \beta^*)$$

$$\Delta A = \sec \varphi (b^* \operatorname{sen} \Lambda \cos \beta^* + b^* \cos \Lambda \operatorname{sen} \beta^*)$$

Luego:

$$\Delta A = (X_p \operatorname{sen} \Lambda + Y_p \cos \Lambda) \sec \varphi \quad (1.9)$$

Las fórmulas (1.8) y (1.9) expresan las correcciones que compensan los efectos del movimiento del polo terrestre. Estas correcciones son siempre muy pequeñas.



REFRACCIÓN

La posición aparente de un astro sobre el horizonte difiere de la que realmente ocupa de acuerdo con las fórmulas teóricas. Este hecho se debe a que los rayos de luz procedentes del cuerpo celeste, antes de caer en el ojo del observador, atraviesan la atmósfera terrestre, que es un medio refringente y, por tanto, se refractan en ella y, puesto que la densidad de la atmósfera aumenta al acercarse a la superficie de la Tierra, el rayo de luz se desvía más y más hacia un mismo lado por una línea curva, siendo así que la dirección OE_1 , en que el observador O ve el astro, resulta estar desviada hacia el cenit, y no coincide con la dirección OE_2 , en la que dicho observador vería el astro de no existir atmósfera.

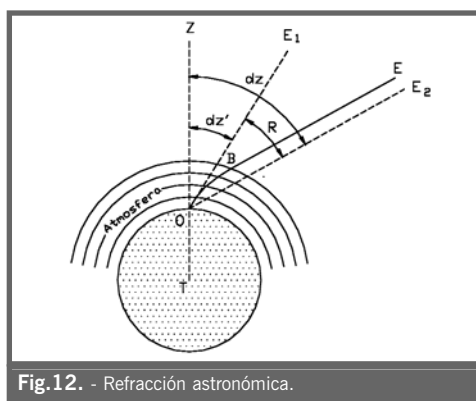


Fig.12. - Refracción astronómica.

El fenómeno de refracción de los rayos luminosos al atravesar éstos la atmósfera terrestre se denomina *refracción astronómica*.

El ángulo E_1OE_2 se denomina ángulo de refracción o, simplemente, refracción " R ". El ángulo ZOE_1 , se denomina distancia cenital aparente dz' del astro, y el ángulo ZOE_2 es la distancia cenital verdadera dz .

De la figura se deduce directamente que:

$$dz - dz' = R \quad \text{o} \quad dz = dz' + R \quad (1.10)$$

Y podemos observar que la distancia cenital verdadera de un astro es mayor que la aparente en la magnitud de la refracción R , por lo que la refracción aparenta elevar el astro sobre el horizonte.

Las leyes de la refracción de la luz establecen que el rayo incidente y el rayo refractado yacen en un mismo plano. Por consiguiente, la trayectoria del rayo EBO y las direcciones OE_2 y OE_1 se encuentran en un mismo plano vertical. Por esta razón, la refracción no altera el acimut del astro y, además, es nula si el astro se encuentra en el cenit.

Si el astro se halla en su culminación, la refracción modifica solamente su declinación; además, en la misma medida en que cambia la distancia cenital, ya que en este caso coinciden los planos de los círculos horario y vertical del astro. En los demás casos, cuando estos planos se cortan formando un cierto ángulo, la refracción altera tanto la ascensión recta como la declinación del astro.



A causa de la refracción se observa el cambio de la forma de los discos del Sol y de la Luna durante su salida y puesta. La refracción de los bordes inferiores de los discos de estos astros en el horizonte es casi en 6' mayor que la refracción de los bordes superiores y, puesto que los diámetros horizontales no varían a causa de la refracción, los discos aparentes del Sol y de la Luna toman una forma ovalada.

CÁLCULO DE LA REFRACCIÓN

El cálculo de la refracción atmosférica constituye, probablemente, uno de los fenómenos más estudiados por los hombres de ciencia. A pesar de los enormes avances conseguidos, sigue constituyendo un elemento de incertidumbre e incluso en el GPS puede constituir una de las fuentes de error más complicadas de eliminar, al menos en receptores de una sola frecuencia. Hay diversas fórmulas de distintos autores para expresar el valor de la refracción atmosférica. Todas ellas se han obtenido mediante un razonamiento matemático unido a una determinación empírica, impuesta por la observación del fenómeno en supuestos diferentes y en condiciones atmosféricas y topográficas tan dispares como permite el modelo de Tierra y atmósfera elegido.

La exactitud en la determinación de la refracción atmosférica depende esencialmente de las siguientes fuentes de error:

1. De considerar las capas que rodean la Tierra de forma plana, esférica o elipsoidal.
2. Del espesor que consideremos para dichas capas.
3. De la diferencia entre la verdadera atmósfera y el modelo elegido.
4. De la discrepancia entre la longitud de onda de la luz de la estrella observada y la longitud media elegida para confeccionar la tabla de refracción.
5. De los errores cometidos en la determinación del índice de refracción en la estación de observación.
6. De los movimientos del aire (suaves o turbulentos).

EFFECTOS DE LA REFRACCIÓN

Los efectos más importantes de la refracción son:

1. Las alturas observadas son mayores que las verdaderas.
2. Adelanta la hora de salida de los astros (orto) y atrasa la puesta (ocaso).
Como consecuencia, una estrella la vemos sobre el horizonte más tiempo de lo que realmente está.
3. Cuando vemos el Sol tangente al horizonte y sobre él, realmente está debajo y precisamente tangente a dicho plano, pues el valor de la refracción en el horizonte es sensiblemente igual al diámetro del disco solar, aunque esto varía con la elevación del observador.
4. El Sol y la Luna aparecen achatados al salir o al ponerse (contracción del semidiámetro).



CORRECCIONES DEBIDAS A LA REFRACCIÓN

El modelo de atmósfera que tradicionalmente se ha utilizado en la navegación marítima es el de Tierra plana, con capas atmosféricas planas y horizontales.

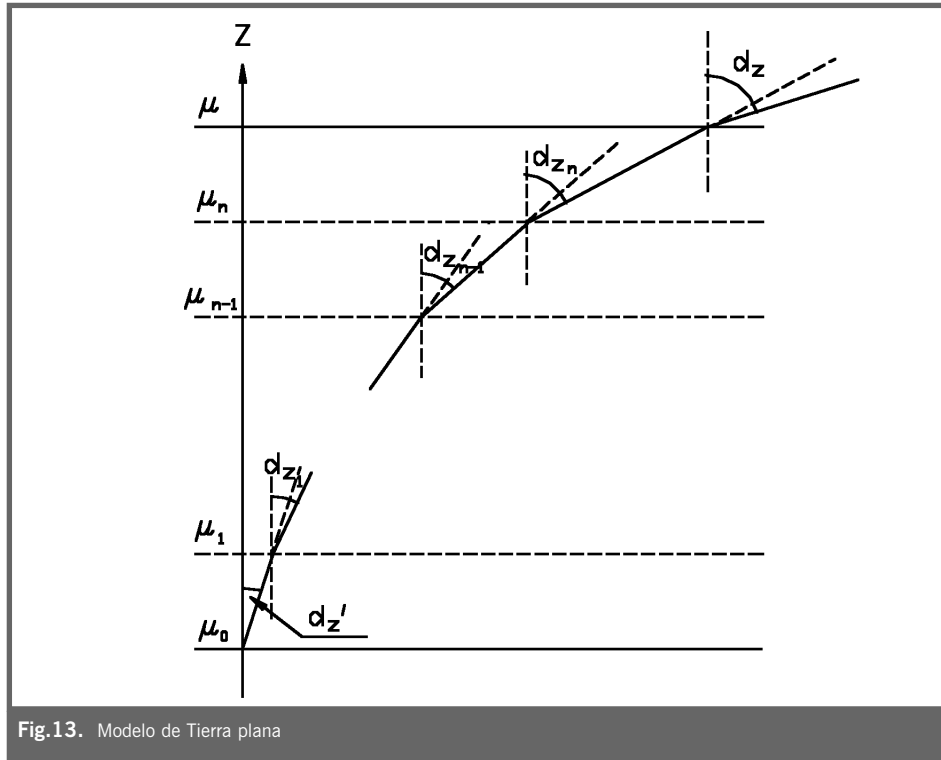


Fig.13. Modelo de Tierra plana

Este modelo da resultados aceptables para observaciones próximas al cenit, que no son precisamente las más habituales en la mar. La corrección adopta la forma siguiente:

$$R = (\mu_0 - 1) \tan dz' \quad (1.11)$$

Donde μ_0 es el índice de refracción de la capa más baja. Para condiciones normales de presión 760mm, temperatura 0° y longitud de onda de la luz blanca 0,574 μm , la expresión $(\mu_0 - 1)$ alcanza un valor de 60",37 y se denomina constante principal de refracción.

Para condiciones atmosféricas diferentes, empleando la ley de Gladstone se llega a:

$$R = 60'' , 37 \frac{P}{760} \frac{273,16}{273,16 + t} \tan dz' \quad (1.12)$$



Como no es muy riguroso despreciar la curvatura de la Tierra, y la de las capas atmosféricas de igual densidad que la circundan, para observaciones de precisión se emplea un modelo de Tierra esférica.

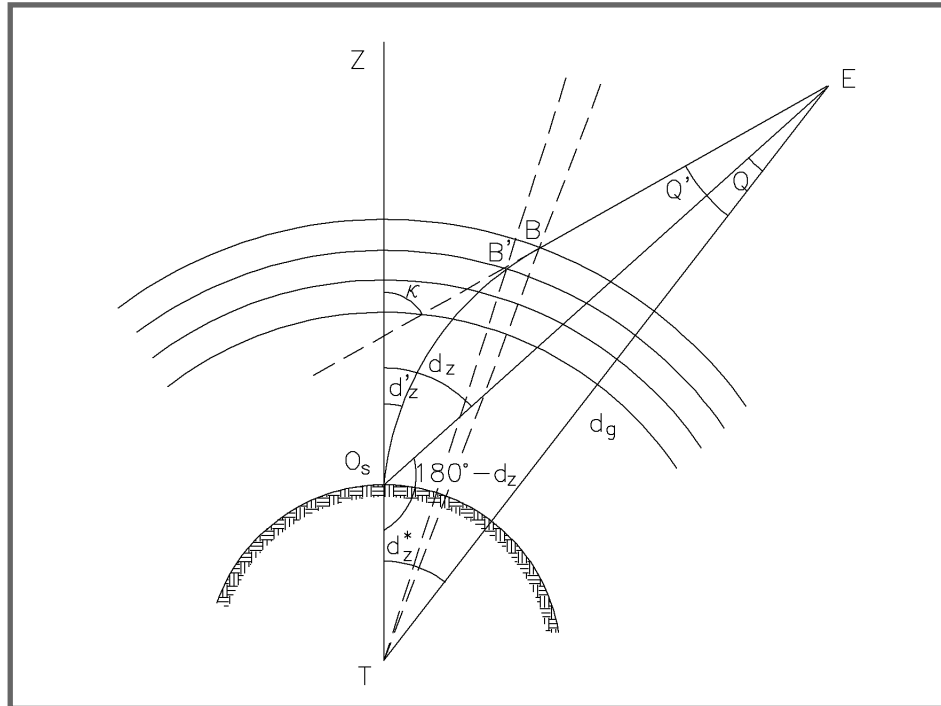


Fig.13. Modelo de Tierra esférica

La expresión de la refracción atmosférica con este modelo es:

$$R = r_0 \mu_0 \operatorname{sen} dz' \int_1^{\mu_0} \left(r^2 \mu^2 - r_0^2 \mu_0^2 \operatorname{sen}^2 dz' \right)^{-\frac{1}{2}} \frac{d\mu}{\mu} - (Q' - Q) \quad (1.13)$$

El primer término se denomina *refracción pura* y el segundo *corrección paraláctica*, que tiene como expresión:

$$Q' - Q = \frac{r_0}{dg} \operatorname{sen} dz' \left[(\mu_0 - 1) - r \cot dz' + \frac{R_2}{2} \right] \quad (1.14)$$



Al comparar ambas expresiones se pone de manifiesto que para conocer el valor de la co-rrección total por refracción es preciso conocer el de la paraláctica y viceversa, por lo que es preciso proceder por aproximaciones sucesivas. De todas maneras, el valor de la corrección paraláctica es máxima para la Luna, superando apenas el valor de 1" en el peor de los casos, unas 400 veces inferior para el Sol y totalmente despreciable para las estrellas.

La fórmula clásica de evaluación de la integral de la refracción pura es la de Laplace:

$$R_p = 60'' \cdot 29 \tan dz' - 0'' \cdot 0669 \tan^3 dz' \quad (1.15)$$

En la fórmula anterior no se ha efectuado hipótesis alguna sobre distribución de densidades atmosféricas. Estableciendo una ley de este tipo se puede ampliar la fórmula de Laplace obteniendo un desarrollo en las potencias impares de dz' :

$$R_p = 60'' \cdot 29 \tan dz' - 0'' \cdot 0669 \tan^3 dz' + 0'' \cdot 00022 \tan^5 dz' - 0'' \cdot 0000012 \tan^7 dz' \quad (1.16)$$

Esta expresión da excelentes resultados para alturas superiores a los 20°, salvo para observaciones de alta precisión. Para este tipo de observaciones, la evaluación de la refracción en la actualidad se realiza por medio de modelos matemáticos del comportamiento atmosférico de gran complejidad y que sobrepasan con mucho las posibilidades de este trabajo. Basta decir que se calculan por separado las componentes estratosférica y troposférica y se introducen en los mismos los efectos de las capas atmosféricas inclinadas y los debidos a la refracción anómala.

CONCLUSIONES

Al presentar las principales correcciones que se aplican a las observaciones de precisión efectuadas en tierra, se ha intentado poner de manifiesto lo inapropiado de la comparación directa de las situaciones GPS con las obtenidas por medio de las observaciones astronómicas tradicionales en la mar, ya que ninguna de las aquí presentadas se tienen en cuenta, salvo la correspondiente a la refracción atmosférica del modelo de Tierra plana.

Para poder llevar a cabo una comparación más aceptable, no sólo han de tenerse en cuenta estas correcciones, sino también los cambios de origen de los sistemas de coordenadas debidos tanto a los distintos tipos de aberración como de paralaje, así como la forma real de la Tierra, cambiando el modelo de Tierra esférica a elipsoidal, y los problemas que presenta la adaptación de la cartografía tradicional a los sistemas geodésicos globales.

Como ya se ha apuntado en la introducción, la complejidad de los cálculos necesarios requieren para su resolución un ordenador o una calculadora de alta capacidad. Con cualquiera de estos medios se pueden también calcular las coordenadas astronómicas de los as-



tros observables referidas al primer meridiano, prescindiendo del Almanaque Náutico por primera vez en varios siglos.

Si además se dispusiera de un instrumento de observación con lectura digital y transmisión de la misma a distancia, se podría conectar al ordenador que ya dispondría de la hora exacta obtenida, por ejemplo, por medio del GPS. De esta manera, el cálculo de la situación se obtendría analíticamente de manera prácticamente instantánea al finalizar las observaciones y sin apenas intervención del observador. La situación se obtendría con una precisión muy superior a las obtenidas hasta ahora y resultaría un respaldo eficaz para complementar los resultados obtenidos con otros medios.

Los interesados en profundizar en estos temas pueden dirigirse a las referencias que se incluyen a continuación.

REFERENCIAS

Aller, J. M.: Introducción a la Astronomía. Universidad de Santiago. Servicio de Publicaciones. Santiago de Compostela, 1.985.

Bakulin, P. I., Kononovich, E. V. y Moroz, V. I.: Curso de Astronomía General. Editorial Mir. Moscú, 1.987.

Baldi, P.: La Refrazione in Geodesia. Progettazione e Ohimizza-zione del Rilievo Topografico e Fotogrammetrico di Controllo. International Center for Mechanical Sciences. Milan, 1.991.

Barrell, H. y Sears, J. E.: "The Refraction and Dispersion of Air for Visible Spectrum". Phil. Trans. Royal Society. Vol 238. Series A, 1.939. Pp 6-62.

Bowditch, N.: American Practical Navigator. An Epitome of Navigation. Defense Mapping Agency Hydrographic/Topographic Centre. Washington, 1.975.

Danjon, A.: Astronomie Générale: Astronomie Sphérique el Éléments de Mécanique Céleste. Librairie Scientifique et Techni-que. París, 1.986.

Edlen, B.: "The Refractive Index of Air". Metrologia, Vol. 2. N_ 2, 1.965. Pp. 71-80.

Ferrer Torio, R. y Piña Paton, B.: Astronomía de Posición. Universidad de Cantabria. Santander, 1.987.

Martín Asín, F.: Astronomía. Paraninfo, S.A. Madrid, 1.982.

Vaniceck, P y Krarkiwsky, E.J.: Geodesy: The concepts. Elsevier. Amsterdam, 1996.

Williams, R.: Geometry of Navigation. Horwood Publishing. Chichester, UK, 1998.