

Implementación de algoritmos de reconstrucción de imagen para un sistema de tomografía protónica basado en tecnología LGAD

(Implementation of image reconstruction algorithms for a proton tomography system based on LGAD technology)

Trabajo de Fin de Máster

para acceder al

MÁSTER DE FÍSICA DE PARTÍCULAS Y COSMOLOGÍA

Autora: Leire Etcheverry Martínez

Director: Pablo Martínez Ruiz del Árbol

Septiembre de 2025

*Como despedida de mis años universitarios, me acuerdo de todas las personas que han sido parte
de este camino.*

De los amigos que me han acompañado.

De mis compañeros de UWC, que me recargan de energía y de ganas de cambiar el mundo.

Del FdE y su gente, en los que he encontrado compañía, apoyo y un motivo de lucha.

De los compañeros del máster, con los que he compartido tantas alegrías y sufrimientos.

De la Leire que entró a la UC con 18 años, y de la que sale con un máster a los 24.

De esas personas tan especiales que me han ayudado a seguir sin soltarme de la mano.

*De mi familia, que me ha apoyado durante todo este proceso, aguantando los momentos malos y
celebrando los buenos...*

*Aunque también me acuerdo de Palestina, de Sudán del Sur, de todas las personas que a diario
sufren injustamente. Ojalá, algún día, descubra mi manera de aportar a las personas a través de la
Física.*

A día de hoy puedo decir, sin lugar a duda, que me siento orgullosa del camino recorrido.

Eskerrik asko, eta ikusi arte.

Resumen

Este trabajo se ha desarrollado con el objetivo de implementar algoritmos de reconstrucción de imagen mediante el estudio de las trayectorias de protones en un sistema de tomografía protónica simulado, como técnica de planificación de tratamientos oncológicos de protonterapia. Para ello, se busca desarrollar, en última instancia, algoritmos que permitan la reconstrucción de imágenes tridimensionales de tejidos colocados en el centro del sistema de detección.

La peculiaridad de este sistema reside en el uso de detectores LGAD para la obtención de datos temporales precisos, de entorno a 30 ps, que resultan clave en este método. Para realizar el estudio, se ha empleado la herramienta Geant4 para crear un entorno de simulación que reproduzca las condiciones necesarias para el estudio, así como los fenómenos físicos que suceden en él.

El trabajo cuenta con tres pilares fundamentales en cuanto a desarrollo: 1^a, adaptación de la simulación ya existente a un sistema más fiel a la realidad y con las implementaciones necesarias para el posterior trabajo ; 2^a, desarrollo de algoritmos de reconstrucción de trazas para poder obtener información de las partículas emitidas; y 3^a, implementación de un algoritmo de imagen por mapeo basado en la voxelización y posterior estudio de propiedades del espacio de estudio del sistema.

Abstract

This work has been developed with the aim of implementing image reconstruction algorithms by studying proton trajectories in a simulated proton tomography system as a technique for planning proton therapy cancer treatments. To this end, the aim is to develop algorithms that enable the reconstruction of three-dimensional images of tissues placed in the center of the detection system.

The peculiarity of this system lies in the use of LGAD detectors to obtain accurate temporal data, around 30 ps, which are key to this method. To carry out the study, the Geant4 tool was used to create a simulation environment that reproduces the conditions necessary for the study, as well as the physical phenomena that occur in it.

The work has three fundamental pillars in terms of development: 1) adaptation of the existing simulation to a system that is more faithful to reality and with the necessary implementations for subsequent work; 2) development of trace reconstruction algorithms to obtain information on the emitted particles; and 3) implementation of an image mapping algorithm based on voxelization and subsequent study of the properties of the system's study space.

Índice

1 Introducción	1
2 Tomografía protónica	3
3 LGADs	11
4 Simulación	15
4.1 Simulación en Física Nuclear y de Partículas: Geant4	15
4.2 Trabajo previo y punto de partida	16
4.2.1 Geometría general del aparato de tomografía	16
4.3 Actualizaciones en la geometría	21
4.3.1 Estructura adicional de los LGADs	22
4.3.2 Haz de protones	22
4.4 Rotación del sistema de detectores	23
4.5 Distribuciones básicas	24
5 Reconstrucción de trazas	26
5.1 Reconstrucción de trazas en cada detector	27
5.2 Matching de una traza con otra	31

6 Algoritmo de imagen	33
6.1 Algoritmo de atenuación en dos dimensiones	33
6.2 Voxelización	35
6.3 Navegación entre vóxeles	36
7 Conclusiones	40
Referencias	43

1

Introducción

La radioterapia constituye a día de hoy una parte fundamental de muchos tratamientos contra el cáncer. Tradicionalmente, esta técnica se ha basado en el uso de fotones, ya sea en forma de rayos X o rayos gamma, que interactúan con el tejido siguiendo una ley de atenuación exponencial, lo que implica que la mayor parte de la radiación se deposita en las capas más superficiales, disminuyendo progresivamente a medida que se penetra más en el tejido. Si bien esta característica ha permitido el desarrollo de métodos terapéuticos ampliamente empleados y validados, también supone una limitación importante: la dosis absorbida en tejidos sanos circundantes puede resultar significativa, lo que conlleva efectos adversos y una menor selectividad en la administración del tratamiento.

En las últimas décadas, el avance de la física médica ha impulsado el desarrollo de nuevas modalidades de radioterapia basadas en partículas cargadas, entre ellas el uso de protones e iones pesados. Estas terapias presentan ventajas notables frente a los fotones debido a su manera de interactuar con la materia, que se describe mediante la ecuación de Bethe-Bloch. Este fenómeno da lugar al *pico de Bragg*, región localizada del tejido en la que se deposita la mayor cantidad de energía, lo que permite, mediante el cálculo de este pico, administrar dosis altamente concentradas en el tumor, minimizando a la vez la irradiación de tejidos sanos. Por las características de cada uno, los protones resultan ser las partículas más interesantes para desarrollar esta alternativa a la radioterapia convencional.

La posición exacta del pico de Bragg depende de las propiedades del material atravesado y, en particular, de un parámetro conocido como *stopping power* o poder de frenado, que cuantifica la capacidad de un material para frenar una partícula cargada. En la práctica clínica, a día de hoy, la estimación del *stopping power* de los tejidos se obtiene de manera indirecta a partir de imágenes médicas basadas en fotones, como la tomografía computarizada (CT). Sin embargo, esto es una aproximación que, al ser estimada con partículas diferentes a los protones que se van a

emplear, introduce incertidumbres relevantes que se traducen en errores de planificación y, en última instancia, en una menor precisión en la entrega de dosis. Una correcta caracterización del *stopping power* resulta, por tanto, esencial para optimizar el potencial terapéutico de la protonterapia.

El desafío actual consiste en encontrar metodologías que permitan determinar de forma más directa y fiable esta magnitud en los tejidos, idealmente empleando los mismos protones que serán utilizados en el tratamiento. En este contexto, la física de partículas vuelve a desempeñar un papel fundamental en la innovación médica, siendo ya numerosas las veces en las que dispositivos y técnicas desarrolladas para la investigación se adaptan para usos médicos. Un ejemplo contemporáneo lo constituyen los *Low Gain Avalanche Diodes* (LGADs), detectores de silicio con capacidad para medir tiempos de paso de partículas con resoluciones temporales del orden de decenas de picosegundos. Esta precisión abre la posibilidad de estimar con gran exactitud la velocidad y, por tanto, la energía de los protones mediante técnicas de tiempo de vuelo. De esta manera, los LGADs se perfilan como una herramienta prometedora para medir directamente el *stopping power* de los tejidos en un paciente, aportando una vía novedosa para mejorar la planificación y eficacia de la protonterapia.

Este trabajo toma como punto de partida mi Trabajo de Fin de Grado, ambos enmarcados dentro de un proyecto que trata de solucionar el problema del cálculo del *stopping power*, con el fin de obtener imágenes de tejidos a la vez que se estudia el comportamiento de un haz de protones en ese medio mediante el uso de detectores LGAD. Utilizando Geant4 como herramienta principal, se ha creado una configuración más realista del dispositivo primeramente creado en el trabajo anterior, incluyendo además del haz de protones y el sistema de detección formado por los LGADs, toda la electrónica y las placas de suspensión necesarias para mantener el sistema. Adicionalmente, se han desarrollado varios algoritmos de reconstrucción de trazas y de imagen, con el objetivo de obtener una imagen de los objetos o *phantoms* situados en medio del sistema, todo mediante el emparejamiento de trazas y la medida de su attenuación y el cálculo de densidades por pérdidas de energía.

2

Tomografía protónica

En el contexto de la oncología, la radioterapia es un procedimiento destinado a eliminar o reducir una masa de un tumor mediante su irradiación, ya sea con fines paliativos, neoadyuvantes o como tratamiento único. Se trata de una técnica no invasiva y de impacto local, pues se aplica a través de un haz focalizado, generalmente sin necesidad de intervención quirúrgica. El tratamiento se basa en depositar la mayor dosis posible de radiación sobre el tejido tumoral, con el objetivo de eliminarlo, procurando al mismo tiempo minimizar la exposición y los daños en los tejidos sanos circundantes.

Convencionalmente, este tratamiento se ha realizado con radiación electromagnética ionizante, como son los rayos X o rayos gamma. No obstante, existe una variedad de alternativas, como la radiación por iones pesados - núcleos de carbono o partículas alfa - o por protones. El escaso uso y desarrollo de estas alternativas no se debe más que a la dificultad tecnológica que suponen, pues en cuanto a beneficios, resultan mejores para el tratamiento de muchos tumores ya que presentan una gran ventaja en la reducción significativa del daño en tejidos sanos. Estas diferencias se deben principalmente a la manera en la que cada tipo de partícula interactúa con la materia y deposita su energía. Esto se muestra en la figura 2.1.

En el caso de los fotones, esta pérdida de energía se representa mediante la ley de atenuación exponencial o ley de Beer-Lambert, mostrada en la ecuación 2.1 y representada gráficamente en la figura anterior. Según esta ley, el punto de mayor deposición de energía del haz en un medio se encuentra en la primera zona que atraviesa.

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (2.1)$$

donde:

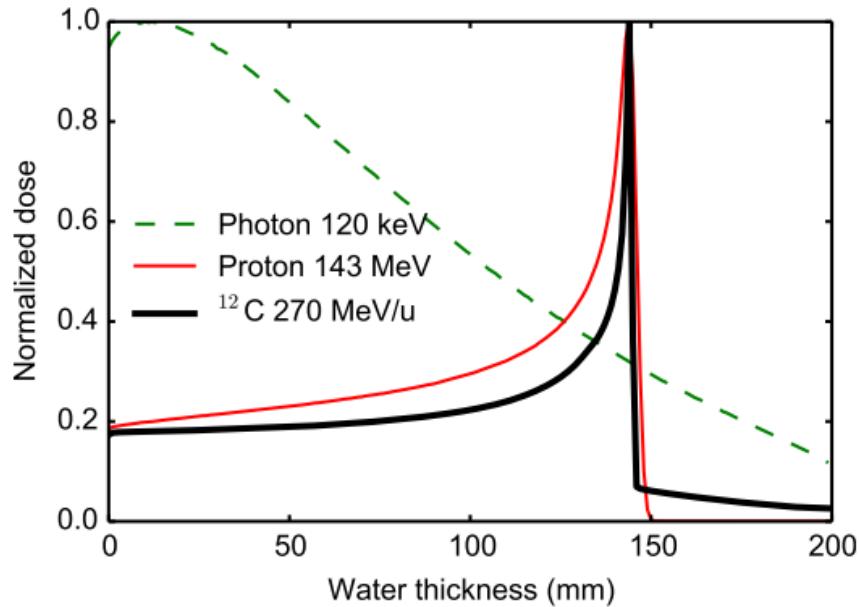


Figura 2.1: Deposición de energía de cada tipo de partícula (fotón, protón e ión de carbono) al atravesar 20 centímetros de agua. Figura tomada de Catherine T. Quiñones [1]

- $I(x)$ es la intensidad de la radiación a una profundidad x del medio.
- I_0 es la intensidad inicial de la radiación.
- μ es el coeficiente de atenuación lineal del medio.
- x es la profundidad recorrida en el medio.

En cambio, las partículas cargadas y masivas como los iones y los protones depositan su energía siguiendo la fórmula de Bethe-Bloch (ecuación 2.2). Esta ecuación describe una deposición inversamente proporcional al cuadrado de la velocidad de la partícula, lo que se traduce en que la mayor parte de la energía se deposita cuando la partícula está a punto de detenerse. En este punto, se genera un pico característico de energía llamado pico de Bragg.

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi}{m_e c^2} \cdot \frac{z^2}{\beta^2} \cdot \frac{e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 \right] \quad (2.2)$$

donde:

- $-\frac{dE}{dx}$ es la tasa de pérdida de energía de la partícula por unidad de distancia.
- m_e es la masa del electrón.
- c es la velocidad de la luz.
- z es la carga de la partícula incidente.

- β es la velocidad de la partícula dividida por la velocidad de la luz ($\beta = v/c$).
- e es la carga del electrón.
- ϵ_0 es la permitividad del vacío.
- γ es el factor de Lorentz ($\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$).
- T_{\max} es la energía cinética máxima transferible a un electrón en una colisión.
- I es el potencial medio de ionización del medio.

La posición del pico de Bragg, correspondiente al punto de máxima deposición de energía, se puede estimar mediante una aproximación empírica para los casos de protones atravesando una masa de agua o tejidos biológicos, por la similitud en la densidad:

$$R \approx 0.0022 \times E^{1.77}$$

donde:

- R es la distancia en centímetros.
- E es la energía inicial del protón en MeV.

Por lo tanto, la irradiación de fotones de un tumor localizado a unos centímetros de la superficie producirá daños inevitables en los tejidos que preceden al tumor, recibiendo estos una dosis mayor que el propio tumor. Esto puede causar una serie de síntomas como disfunción de los órganos irradiados, toxicidad en los tejidos o aumento de probabilidad de segundos cánceres, entre muchos otros [2]. En oposición, con una buena estimación del pico de Bragg, la terapia de protones minimiza los síntomas generados por irradiación del tejido sano, pues puede planificarse de manera que el pico de Bragg recaiga sobre el tumor, depositando ahí la mayor parte de la energía y dañando mínimamente los tejidos circundantes.

Pese a esta gran ventaja de la terapia de protones frente a la de fotones, a fecha de 2019 en países como Estados Unidos o Francia menos del 1 % de los pacientes de cáncer recibieron este tratamiento. Aunque esta cifra aumente lentamente, este procedimiento sigue suponiendo a día de hoy un reto tecnológico, pues a las fuentes de incertidumbre habituales de la radioterapia convencional, como la debida al posicionamiento del paciente o al movimiento de los órganos, se le suma la necesidad de un cálculo preciso del pico de Bragg, que incluye la necesidad de conocer con certeza la energía de las partículas y su comportamiento en el medio.

Los errores en la precisión de la terapia resultan determinantes en la planificación del tratamiento. Una infravaloración de las dosis podría impedir la eliminación completa del tumor, permitiendo que el cáncer continúe desarrollándose tras la finalización del tratamiento. En cambio, una sobreestimación produciría una irradiación innecesaria del tejido sano, con las posibles consecuencias adversas asociadas. De igual forma, una estimación incorrecta de la posición del pico de Bragg provocaría su desplazamiento, liberando la mayor parte de la energía de los protones en tejido sano en

lugar de en el tumor. Por ello, el desarrollo de tecnologías capaces de reducir estas incertidumbres es esencial para optimizar la eficacia y la seguridad de la terapia.

Sabiendo esto, este trabajo estudia el uso de la tomografía como método para reducir estas incertidumbres generadas por los procedimientos actuales de diagnóstico. A día de hoy son muy comunes las técnicas como la tomografía computarizada de rayos X (xCT), comúnmente conocida como rayos X, para generar imágenes y visualizar el interior del paciente. Sin embargo, este procedimiento no resulta óptimo en un contexto de protonterapia, pues debido a la diferencia de interacciones que sufre cada tipo de partícula aumenta significativamente la incertidumbre en la planificación del tratamiento. Lo ideal es estudiar los objetivos o *targets* a tratar, usualmente tumores, con las mismas partículas con las que se va a realizar el procedimiento, ya que así se conoce desde un principio el comportamiento de los tejidos frente a esta radiación. Esto supondría un gran avance en la reducción de la incertidumbre, pues en los procedimientos actuales la interacción del haz con el *target* se obtiene mediante estimaciones que relacionan la escala Hounsfield¹ con el *stopping power* de los protones. Para llegar a entender bien por qué supone esa mejora en el método de diagnóstico, es importante llegar a entender bien las interacciones que sufre cada partícula, como se muestra en la figura 2.2.

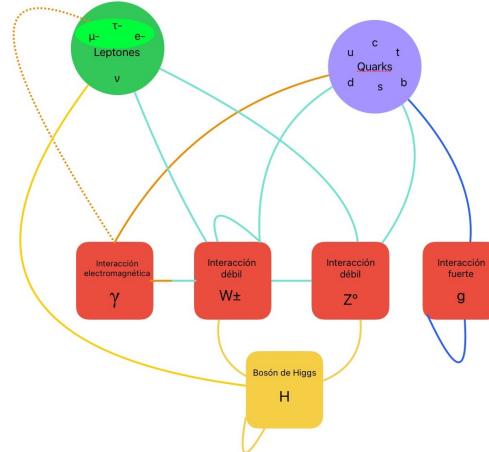
Por un lado, los fotones actúan como portadores de la fuerza electromagnética y, en consecuencia, sus interacciones más relevantes se producen con partículas con carga. Estas incluyen tanto los leptones cargados² —el electrón (e^-), el muón (μ^-) y el tauón (τ^-)— como los quarks que constituyen los hadrones — u, d, c, s, t, b —, junto con sus antipartículas correspondientes — e^+, μ^+, τ^+ y $\bar{u}, \bar{d}, \bar{c}, \bar{s}, \bar{t}, \bar{b}$ —.

La interacción se manifiesta principalmente mediante la absorción de fotones por las partículas del medio y su posterior reemisión. Este proceso provoca un cambio en la dirección de propagación del fotón, originando fenómenos de dispersión que, al ser detectados, permiten la reconstrucción de imágenes.

¹La escala de Hounsfield es una escala numérica utilizada en los estudios de tomografía computarizada para describir los niveles de radiodensidad de los tejidos humanos, creada a partir de los coeficientes de atenuación de los rayos X.

²No se tiene en cuenta la interacción electrodébil de los fotones con neutrinos, ya que, además de poseer una probabilidad de interacción extremadamente baja, los neutrinos no forman parte estable de la estructura atómica y únicamente aparecen como productos de desintegraciones β , escapando rápidamente del medio.

tres generaciones de materia (fermiones)			portadores de fuerza (bosones)	
I	II	III	g	H
masa carga espín	$\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$ $\frac{1}{2}$ up	$\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$ $\frac{1}{2}$ charm	$\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$ $\frac{1}{2}$ top	$\approx 124.97 \text{ GeV}/c^2$ 0 0 0 0 Higgs
QUARKS	d $\approx 4.7 \text{ MeV}/c^2$ $-\frac{1}{2}$ down	s $\approx 96 \text{ MeV}/c^2$ $-\frac{1}{2}$ strange	b $\approx 18 \text{ GeV}/c^2$ $-\frac{1}{2}$ bottom	γ fotón
LEPTONES	e $\approx 0.511 \text{ MeV}/c^2$ -1 $\frac{1}{2}$ electrón	μ $\approx 105.66 \text{ MeV}/c^2$ -1 $\frac{1}{2}$ muon	τ $\approx 1.7768 \text{ GeV}/c^2$ -1 $\frac{1}{2}$ tau	Z $\approx 91.19 \text{ GeV}/c^2$ 0 1 bosón Z
	v_e $<1.0 \text{ eV}/c^2$ 0 $\frac{1}{2}$ electrón neutrino	v_μ $<17 \text{ MeV}/c^2$ 0 $\frac{1}{2}$ muon neutrino	v_τ $<18.2 \text{ MeV}/c^2$ 0 $\frac{1}{2}$ tau neutrino	W $\approx 80.39 \text{ GeV}/c^2$ ± 1 1 bosón W
				BOSONES DE GAUGE BOSONES VECTORIALES



(a) Partículas del Modelo Estándar, con las características principales de cada una de ellas (masa, carga y espín). Para incluir las antipartículas en la tabla, se duplica el número de fermiones, generando una “copia” de cada uno con propiedades iguales, excepto la carga, que toma el signo opuesto en cada caso.

(b) Relaciones entre las interacciones del Modelo Estándar. Se muestra cada tipo de partícula, unida mediante líneas a cada uno de los bosones propagadores de cada interacción que sufren estas partículas.

Figura 2.2: Figuras de las partículas del Modelo Estándar y cómo interactúan entre ellas.

Por otro lado, los protones pueden experimentar las cuatro interacciones fundamentales, incluida la electromagnética, aunque con características diferentes a las del fotón. Debido a su carga positiva, el haz de protones interacciona tanto con los núcleos atómicos del *target*, produciendo procesos de dispersión, como con los electrones ligados a los átomos, generando fenómenos de ionización y excitación. En este último caso, los electrones alcanzan niveles energéticos excitados y, al regresar a su estado fundamental, emiten un fotón de acuerdo con la relación de Planck-Einstein:

$$E_\gamma = E_n - E_0 = h\nu \quad (2.3)$$

Otro fenómeno que sufren los protones, aunque en mucha menor medida debido a su elevada masa, es la radiación de frenado, también llamada *Bremsstrahlung*. Este se da cuando una partícula cargada sufre algún tipo de aceleración (incluida la desaceleración o el cambio de dirección), emitiendo como consecuencia radiación electromagnética.

Otra interacción frecuente para los protones es la interacción fuerte, tanto a nivel estructural entre sus quarks como con otras partículas. Esta es por ejemplo una interacción habitual entre nucleones, donde mediante emisión y absorción de piones, se dan decaimientos de estas partículas. Las interacciones con los quarks y gluones del protón, que alteran su estructura interna, conforman la interacción más fuerte de todas. Sin embargo, estos fenómenos no son de relevancia en este contexto, pues el rango de energía en el que trabaja el acelerador de protonterapia no alcanza los valores de energía necesarios para que se den interacciones a escalas intraparticulares, y la interacción entre nucleones se da a distancias comparables al tamaño del núcleo atómico. Por lo tanto, sabiendo esto, podríamos asumir que las interacciones más comunes y de mayor relevancia

serán las electromagnéticas, que desviarán nuestros protones e ionizarán los electrones del medio.

En física nuclear se emplea con frecuencia una magnitud denominada *stopping power*, que describe la pérdida media de energía que sufre una partícula al recorrer una cierta distancia dentro de un medio. Su valor depende tanto del tipo y la energía de la partícula como de las propiedades del material atravesado, teniendo en cuenta los distintos mecanismos de interacción que se producen para cada rango energético. Esta magnitud aumenta cuando el medio es más denso o posee un número atómico Z elevado, así como con la masa y la carga del proyectil. Sin embargo, la relación con la energía de la partícula es más compleja: a bajas energías el coeficiente decrece con el incremento de la energía, de forma proporcional a $1/\beta^2$, hasta alcanzar un valor mínimo. Las partículas que se encuentran en este punto reciben el nombre de *Partículas Mínimamente Ionizantes* (*MIP*, por sus siglas en inglés). A partir de ahí, el *stopping power* vuelve a aumentar de manera aproximadamente proporcional a $\ln \beta$. Esta relación se muestra en la figura 2.3.

Esta magnitud no es aplicable para los fotones, pues estos no pueden ser detenidos ni ralentizados. En su lugar, experimentan una atenuación del haz, la cual depende del medio que atraviesan. El correspondiente coeficiente de atenuación tiene en cuenta los procesos de absorción y dispersión que sufre el haz inicial, y aumenta a medida que crece la densidad del material. Asimismo, este coeficiente está fuertemente influenciado por la energía de los fotones, ya que el tipo de interacción predominante varía según el rango energético en el que se encuentren.

En este contexto se enmarca el presente Trabajo de Fin de Máster, cuyo objetivo es reducir las incertidumbres en el tratamiento de tumores mediante la implementación de un método de diagnóstico por imagen aplicado a este ámbito. Para ello se emplea la tomografía, una técnica que utiliza radiación para obtener imágenes del interior del paciente, pero empleando protones en lugar de la tradicional tomografía de rayos X.

La propuesta consiste en trasladar este procedimiento al uso de protones, con el fin de alcanzar una mayor precisión en la planificación del tratamiento de protonterapia. Esto se debe a que, debido a las diferencias ya explicadas entre las diferentes partículas, resulta conveniente realizar el procedimiento de obtención de imagen usando el mismo tipo de radiación.

Este trabajo se fundamenta en los avances desarrollados previamente en el Trabajo de Fin de Grado [3], titulado “Tomografía protónica de alta resolución basada en medidas del tiempo de vuelo”, en el que, junto con mi tutor, llevamos a cabo una primera simulación destinada a implementar una tecnología de tomografía protónica. Los detalles del trabajo anterior, y de dónde se ha comenzado este Trabajo de Fin de Máster se especifican en el capítulo 4.

La tomografía protónica computarizada fue planteada y validada como una alternativa viable y potencialmente más precisa que la xCT ya a finales de la década de 1960 por Cormack y Koehler, quienes posteriormente publicaron un estudio pionero sobre el tema [4]. Este trabajo abrió las puertas a otros investigadores para que exploraran el desarrollo de esta tecnología, llegando incluso a realizarse ensayos en pacientes durante la década de 1980.

De estas investigaciones surgieron dos enfoques principales para la tomografía protónica: el primero se basa en la atenuación y pérdida de energía de los protones, mientras que el segundo

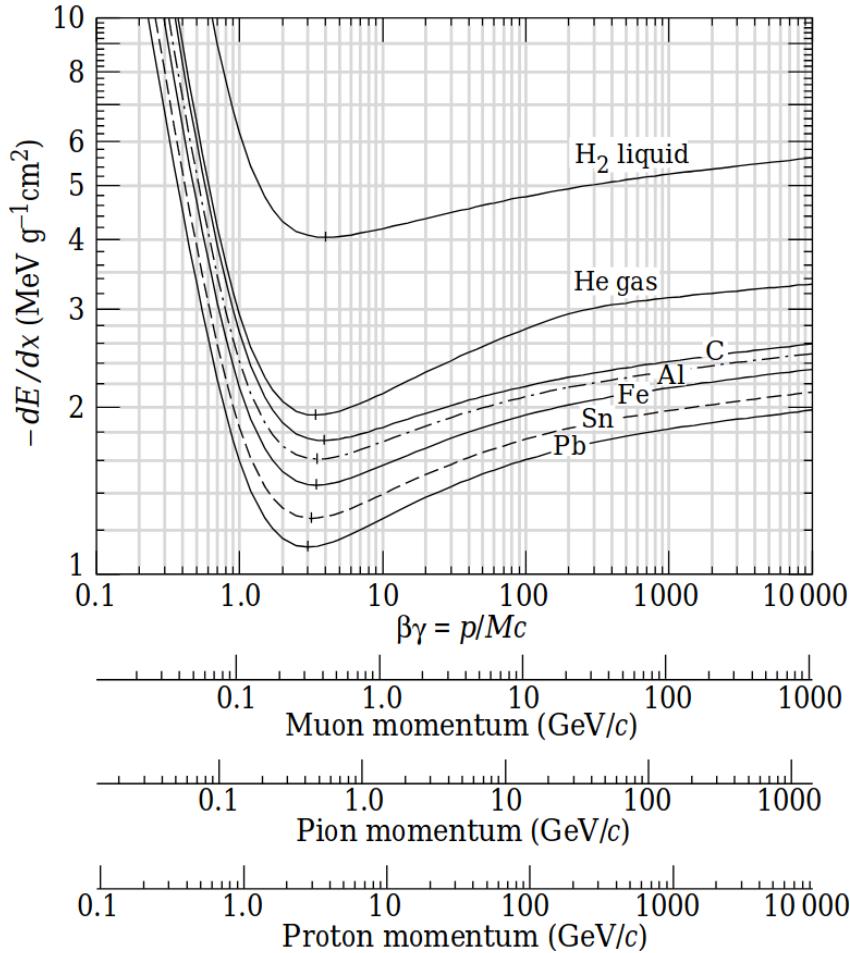


Figura 2.3: *Stopping power* de partículas atravesando diferentes medios.

aprovecha el *scattering* múltiple para obtener las imágenes.³ Sin embargo, décadas de investigación no han supuesto un avance sustancial en la calidad de los sistemas de reconstrucción de imagen. La obtención de imágenes mediante tomografía protónica representa un desafío tecnológico mayor que la tomografía de fotones, no solo por las diferencias de interacción ya descritas, sino también por otros factores adicionales:

En primer lugar, la utilización de protones implica necesariamente el empleo de un acelerador de partículas. Mientras que en la tomografía de rayos X los fotones se producen en tubos de vacío, donde los electrones emitidos por el cátodo impactan sobre el ánodo, los protones requieren energías del orden de varios cientos de MeV. Dichas energías solo pueden alcanzarse mediante aceleradores complejos, como ciclotrones o sincrotrones. Además, estos equipos deben diseñarse de manera compacta para instalarse en el entorno clínico en el que se realice el procedimiento. A esto se suma que la generación y el manejo de un haz protónico exige sistemas de guiado basados en elevados campos electromagnéticos de gran precisión, a diferencia de los haces de fotones, cuyo direccionamiento puede resolverse únicamente mediante colimadores.

³El presente trabajo, a diferencia del TFG mencionado, se centra principalmente en el enfoque basado en la pérdida de energía de las partículas.

Por otro lado, los procesos físicos que tienen lugar dentro del cuerpo son altamente complejos y generan un nivel significativo de ruido, lo que exige una gran precisión en la detección. En consecuencia, resulta indispensable el uso de detectores avanzados y de sistemas capaces de discriminar y filtrar los datos asociados al ruido producido durante el procedimiento.

En el caso de los fotones, las interacciones están bien caracterizadas: se conocen con precisión tanto las probabilidades de ocurrencia como los efectos asociados en el rango de energías empleado. En cambio, el comportamiento de los protones resulta más complejo, ya que presentan un abanico mayor de posibles interacciones y, además, van perdiendo energía progresivamente a medida que atraviesan el medio. Esto provoca que cambien de rango energético durante el recorrido, variando así las interacciones predominantes.

Pese a todas estas dificultades, en la actualidad la protonterapia ya se aplica en países como Francia o Estados Unidos, donde en 2021 fueron tratados 15.829 pacientes de cáncer mediante esta técnica (entorno al 1.6 % del total). En España se están construyendo actualmente 11 unidades de terapia de protones en hospitales públicos⁴, una de ellas en el Hospital Universitario Marqués de Valdecilla, en Santander, de la mano de la compañía Varian, y de donde surge este proyecto. Con estas cifras, y una vez finalizadas las obras de construcción, se prevé que el porcentaje de pacientes que se beneficien de esta tecnología alcance aproximadamente el 2 % de los pacientes con cáncer en el corto plazo y el 11 % en el medio plazo [5].

Por todo ello, este trabajo adquiere una mayor relevancia al centrarse en la mejora de estos procedimientos y, en particular, en la planificación previa, cuya importancia en la eficacia de los tratamientos contra el cáncer está ampliamente demostrada.

⁴A día de hoy existen dos instalaciones de protonterapia operativas en España, ambas en hospitales privados.

3 LGADs

Este trabajo se plantea a partir de la propuesta de utilizar detectores *Low Gain Avalanche Detectors* o LGADs en el sistema de detección de la tomografía, dado que sus propiedades podrían contribuir de manera significativa a la realización efectiva de la tomografía protónica. Estos dispositivos, desarrollados e implementados en los últimos años, son unos detectores de silicio con una estructura similar a los diodos PIN¹, con la singularidad de contar con un sistema de medición de tiempo de alta precisión. Con esto, es posible construir sistemas de detección de alta resolución, tanto espacial (por el tamaño superficial de los dispositivos) como temporalmente, llegando a alcanzar los 30 ps de resolución. Como indica su propio nombre, los *Low Gain Avalanche Detectors* son detectores de avalancha de baja ganancia, diseñados para alcanzar la precisión temporal requerida. En este tipo de dispositivos, la avalancha interna produce una multiplicación de la señal. Habitualmente, dicho proceso se logra mediante sensores relativamente gruesos que permiten el desarrollo de la avalancha; sin embargo, cuanto mayor es el espesor del sensor, menor resulta su capacitancia, lo que provoca que la señal generada presente un flanco de subida más lento. Los LGAD resuelven este problema al permitir mantener un proceso de avalancha —y, por tanto, una ganancia— suficientemente alto en sensores extremadamente delgados. Esta característica los convierte en dispositivos especialmente adecuados para la medida precisa del tiempo de llegada de las señales.

Estructura interna

La estructura general de los LGAD, representada en la figura 3.2, puede describirse como $(P^+/\pi/P/N^+)$, donde cada capa desempeña una función específica que posibilita la amplificación

¹Los diodos PIN están formados por la unión de un semiconductor de tipo P y otro de tipo N, con una capa de semiconductor intrínseco entre ambos.

y detección de la señal. Las regiones P^+ y N^+ corresponden a semiconductores altamente dopados con aceptores -iones positivos que pueden coger electrones- y donores -iones negativos que pueden ceder electrones-, respectivamente. Entre ambas se sitúa un bloque de material de alta resistividad, del orden de $10^4 \Omega \cdot \text{cm}$, que constituye la mayor parte del detector.

La unión de estas tres capas provoca la difusión de electrones desde la región N^+ y de huecos² desde la región P^+ , originando una zona denominada *depletion zone*. Esta región se caracteriza por ser eléctricamente neutra en cuanto a portadores libres, pero al mismo tiempo contiene un campo eléctrico dirigido desde la zona N hacia la P , como consecuencia de la descompensación de cargas en esas regiones. Hasta este punto, la estructura es análoga a la de un diodo PIN: cuando una partícula atraviesa la *depletion zone*, genera pares electrón-hueco en la región π , los cuales, al estar sometidos al campo eléctrico, se desplazan hacia su electrodo correspondiente —los electrones hacia la zona N y los huecos hacia la zona P —, tal como se ilustra en la figura 3.1.

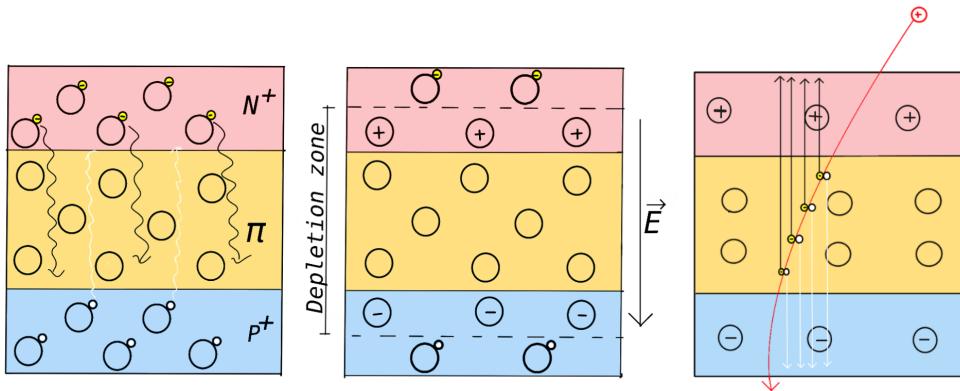


Figura 3.1: Esquema del funcionamiento de un diodo PIN.

La singularidad de los LGADs reside en la capa adicional de tipo P , situada debajo de la capa N^+ y que hace posible la alta resolución temporal. Esta capa está algo menos dotada que la otra capa de aceptores del semiconductor, incrementando así el campo eléctrico en esta región y acelerando los electrones justo antes de llegar al electrodo. Mediante esta aceleración, se consigue generar el efecto de avalancha deseado, donde la señal se multiplica unas 20 veces y llega amplificada al electrodo. La forma que toma el campo eléctrico en el interior del diodo se muestra en la figura 3.3, donde se puede observar cómo el campo eléctrico permanece más o menos constante hasta llegar a la zona cercana a la capa N^+ , en la que se observa un pico correspondiente a ese incremento del campo. [6][7]

²Los huecos son cuasipartículas que aparecen en un cristal semiconductor como consecuencia de la ausencia de un electrón en la banda de valencia. A nivel práctico, se comportan como portadores de carga positiva $+e$ y presentan una movilidad efectiva, lo que permite describir la conducción eléctrica en términos tanto de electrones como de huecos.

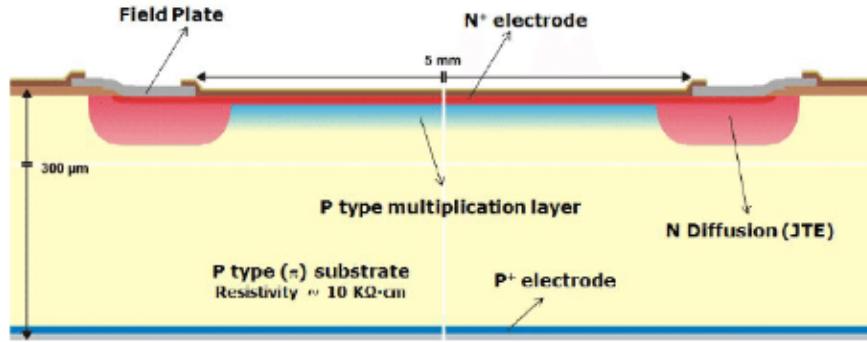


Figura 3.2: Estructura interna de un sensor LGAD mostrado mediante un plano transversal. [6]

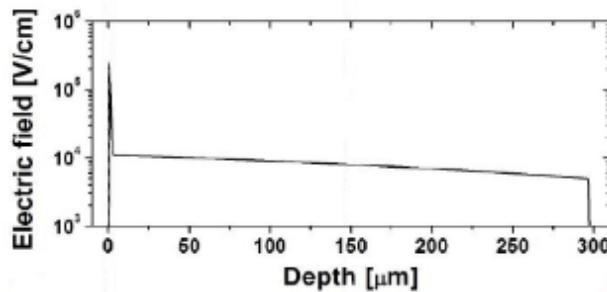


Figura 3.3: Diagrama del campo eléctrico del interior del diodo. Se puede observar cómo, en la región de multiplicación hay un pico, que conlleva la aceleración y posterior frenado en el electrodo.

La estructura real de estos detectores es algo más compleja, ya que contienen varios elementos adicionales para el correcto funcionamiento del sistema, aunque no son relevantes para entender su funcionamiento.

Debido a esta capa adicional añadida, se permite la generación de avalanchas controladas al final del semiconductor. La posición tan cercana al electrodo de esta capa permite que esta avalanza se dé en un espacio muy reducido, permitiendo una amplificación suficiente pero segura para el sistema, y acotándola en tiempos breves que permiten obtener una gran precisión temporal. Por lo tanto, las dimensiones de estos detectores son de unas pocas centenas de micrómetros de profundidad por unos pocos milímetros de área, para así permitir su unión en sistemas mayores como píxeles de detección.

Resolución temporal

Toda la estructura recién descrita es lo que permite que los LGADs midan el tiempo con tanta precisión. No obstante, esta precisión depende de varios factores importantes a tener en cuenta al trabajar con ellos, especialmente en la simulación. Los factores pueden definirse en cuatro:

- **El ruido electrónico o *Jitter*:** Se trata de la incertidumbre debida a la existencia de una

fluctuación temporal en cuanto al tiempo que tarda la señal en atravesar el umbral por el efecto del ruido en la propia señal.

- **La incertidumbre del reloj:** Este tipo de detectores mide el tiempo con relojes generados por señales de tipo almena, con lo que la precisión temporal nunca podrá ser menor que la anchura de la propia almena empleada.
- **La inhomogeneidad de la ionización:** Tiene en cuenta factores como las diferentes posiciones en las que se generan los electrones, los diferentes caminos que toman al electrodo...
- **El carácter estadístico de la ionización:** La ionización de los átomos del sensor resulta un suceso estadístico, con lo que se trata de otro factor de incertidumbre.

Los tres primeros efectos muestran un comportamiento que puede aproximarse a una función gaussiana, por lo que se han simulado de esta manera. Sin embargo, el factor relacionado con la ionización puede corregirse mediante el método *Time-walk correction*, con el que se consigue mejorar la resolución temporal. Este procedimiento se explica en el próximo capítulo.

En los últimos años, los LGADs se han convertido en elementos clave en la física de partículas experimental, llegando a proyectos como en el CMS [8] y ATLAS [9] del Centro Europeo de Investigación de Partículas (CERN). Esto se debe a su gran capacidad de medición temporal, sin comprometer la espacial, esencial para avanzar y mejorar en esta rama de la ciencia.

4

Simulación

En este capítulo se tratan todos los aspectos relacionados con la simulación del trabajo, incluyendo una introducción a Geant4, una breve explicación del trabajo hecho en el TFG previo para entender el punto de partida de este trabajo, así como la implementación y avances realizados. Finalmente, se mostrarán algunos resultados que permiten visualizar y validar dicha simulación.

4.1. Simulación en Física Nuclear y de Partículas: Geant4

Geant4 es una herramienta de software de simulación, desarrollada mediante la colaboración de decenas de institutos, laboratorios y universidades mediante la coordinación del CERN. A día de hoy es una plataforma ampliamente extendida en el mundo científico, pues su finalidad es simular de manera eficaz complejos sistemas físicos como los que se encuentran en física nuclear, física de partículas o medicina nuclear, entre otras. Para ello, Geant4 incluye numerosos fenómenos físicos —interacciones, procesos hadrónicos, fenómenos ópticos...—, elementos y materiales. A su vez, cubre un gran espectro de energías, permitiendo simular desde procesos de unos pocos electronvoltios ($\sim 10^2$ eV) hasta el orden de teraelectronvoltios ($\text{TeV} \sim 10^{12}$ eV). Con todo esto, el programa es capaz de simular procesos físicos de todo tipo de manera muy acertada, imitando no solo los eventos principales, sino las distintas interacciones o las partículas secundarias que se generan, con toda la información de la fenomenología correspondiente. Además, este software se encuentra en continuo desarrollo, implementando nuevos descubrimientos y mejoras, haciendo que se mantenga en la vanguardia y se anteponga a otros programas similares.

La existencia de herramientas tan efectivas permite emplear la simulación como una herramienta previa, o incluso alternativa, a la experimentación, que no siempre es de fácil acceso o presenta ciertas

complicaciones e incertidumbres de más. Además, de la simulación se puede obtener información que el experimento no ofrece, lo cual es muy útil a la hora de comprobar el correcto funcionamiento de un sistema, entre otros. Por ejemplo, una ventaja de haber empleado la simulación en este trabajo reside en el *tracking* de las partículas, pudiendo diferenciar entre partículas y sucesos que en la realidad serían completamente indiscernibles. Otro ejemplo es la capacidad de generación, visualización y almacenamiento de los datos para su análisis, proceso que resulta mucho más complicado en la experimentación.[10]

Para trabajar con Geant4, se han utilizado archivos de tipo ROOT, un tipo de archivos también desarrollados por el CERN con el fin de manejar y analizar grandes volúmenes de datos de manera más sencilla, como sucede en experimentos de altas energías. Estos archivos permiten almacenar de manera comprimida grandes cantidades de datos complejos, siguiendo una estructura compleja de “tipo árbol”, facilitando significativamente el trabajo, almacenaje y lectura de la información.

4.2. Trabajo previo y punto de partida

En este apartado se presenta la configuración de la simulación, se sintetiza el trabajo desarrollado en el proyecto previo y se establece el punto de partida del presente estudio. Cabe señalar que la mayor parte de la implementación fue realizada durante el curso anterior, mientras que en este trabajo únicamente se han introducido modificaciones puntuales, las cuales se detallarán en secciones posteriores.

4.2.1. Geometría general del aparato de tomografía

La geometría de la simulación se ha dividido en tres secciones diferentes: el espacio total de simulación, el sistema de detección y el disparador de haces, además de los *phantoms* y el algoritmo de *Time-walk correction*

Espacio de simulación

El espacio de simulación más amplio, en el que se definen el resto de los elementos y se da la totalidad de la simulación, se conoce como *mundo* o *world*. En este caso, este mundo se define como un paralelepípedo rectangular de $100\text{ cm} \times 100\text{ cm} \times 250\text{ cm}$, mostrado en la figura 4.1. Todo este espacio se ha llenado con aire. Dentro de él, se han definido los ejes x, y, z como se muestran en la figura, de manera que el punto $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ se encuentra en el centro del espacio. Durante este trabajo, se ha tomado el eje z como eje vertical por conveniencia.

Detectores

Toda la información geométrica de los detectores se muestra en las figuras 4.1 y 4.2.

Se han configurado los detectores que constituyen el sistema: **Det 0** y **Det 1**, cuyos centros se encuentran en las posiciones (0, 0, 70) cm y (0, 0, -70) cm, respectivamente. Las dimensiones de los mismos son de 25 cm × 25 cm × 110 cm, dejando en medio un hueco donde se colocan los objetos de estudio o *phantoms*. Estos detectores conservan la simetría espectral respecto al plano XY paralelo a los planos de los detectores.

Cada detector se compone de cuatro capas o *layers* con dimensiones de 24 cm × 24 cm × 1 cm. Estas capas, dispuestas en orden numérico descendente, están ubicadas a las siguientes alturas: $z_0 = 120$ cm (70 + 50), $z_1 = 95$ cm (70 + 25), $z_2 = 45$ cm (70 - 25) y $z_3 = 20$ cm (70 - 50) para el detector 0, y análogamente para el detector 1.

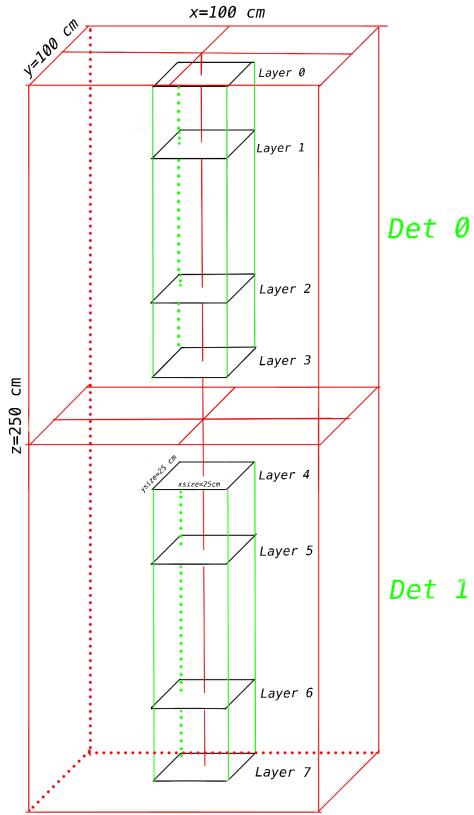


Figura 4.1: Representación esquemática de la configuración general de los detectores 0 y 1.

Cada una de las capas, de 19.2 cm × 19.2 cm como se puede observar en la figura 4.2, está compuesta por 64 sensores LGAD colocados en un panel de 8 × 8, cada uno de ellos de 2.2 cm de lado y 0.041 cm, o lo que es lo mismo, 410 μm de grosor, y con 0.4 cm de separación entre sí. Estos sensores se han numerado de manera que el LGAD 0 ocupa la esquina ($x = -8.9$, $y = -8.9$, $z = 120$),

es decir, un sensor en la esquina de la primera capa del primer detector del sistema, mientras que el LGAD 511 ocupa la posición ($x = 9.3, y = 9.3, z = -120$).

A su vez, cada uno de estos sensores está formado por un panel de 64 *pads* de $0,09 \text{ cm} \times 0,09 \text{ cm}$ y con una distancia *interpad* de 0.05 cm . Mediante toda esta geometría es posible obtener información espacial precisa de la detección de un suceso, en forma de coordenadas (x, y) por los *pads* y z por el *layer* del *hit*.

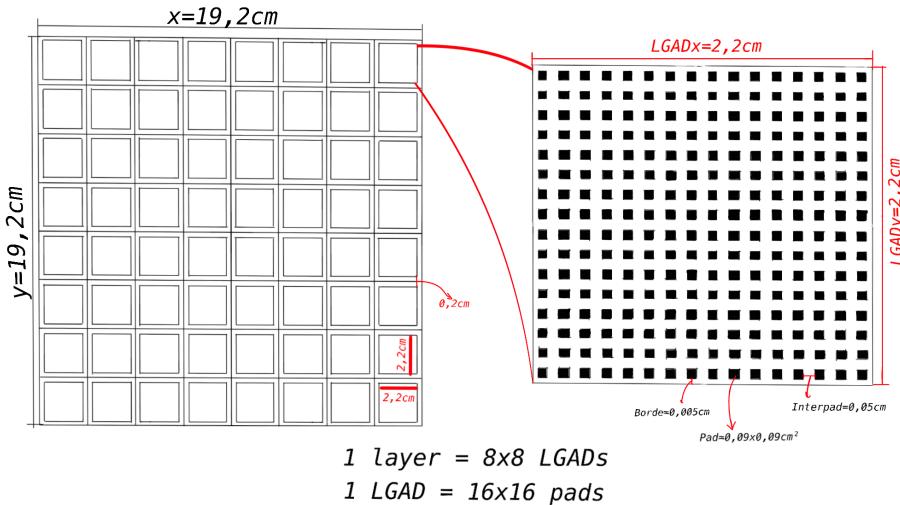


Figura 4.2: (Izq) Esquema de la configuración de los layers del detector. (Der) Disposición de pads en los LGADs.

La figura 4.3 es una imagen obtenida de la simulación de Geant4, donde se observa esta estructura mencionada con las cuatro capas simétricas a cada lado del plano XY, en el que se sitúan los *phantoms* que van a ser objeto de estudio. En este caso, las partículas viajarían del lado derecho de la imagen hasta el otro extremo, viajando de z positivo hacia valores negativos.

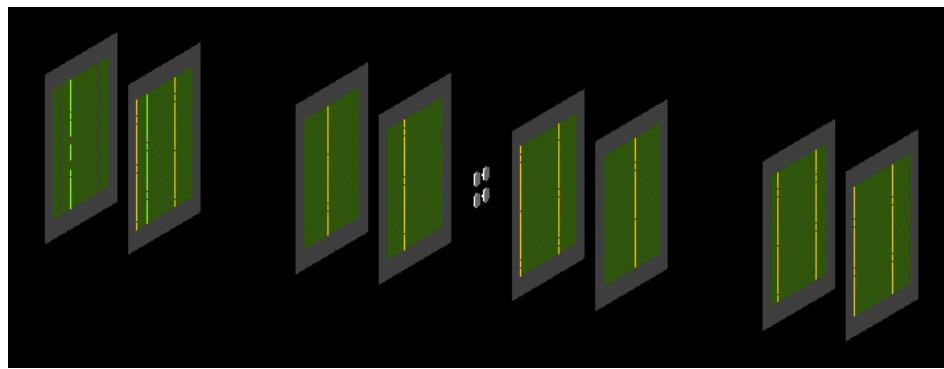


Figura 4.3: Imagen de la simulación del sistema de detección de Geant4.

Disparador del haz

El disparador de haces, también llamado *gantry*, está colocado en la coordenada (0, 0, 125), y cuenta con un ángulo variable que se utiliza para generar un barrido del espacio a estudiar. Este barrido está calculado para que el haz cubra todo el plano $z = 0$ entre detectores. Es decir, el haz recorre el espacio angular comprendido entre ($\theta_x = -0.02 \text{ rad}$, $\theta_y = -0.02 \text{ rad}$) y ($\theta_x = 0.02 \text{ rad}$, $\theta_y = 0.02 \text{ rad}$). El procedimiento se desarrolla de la siguiente manera:

- En primer lugar, el barrido comienza variando θ_x desde -0.02 rad hasta 0.02 rad , manteniendo fijo el valor de $\theta_y = -0.02 \text{ rad}$. Durante este recorrido se realizan 100 pasos, de modo que cada *step* corresponde a un incremento angular de $0,0004 \text{ rad}$.
- Al alcanzar $\theta_x = 0.02 \text{ rad}$, el haz se reinicia en el valor inicial de X y se incrementa el ángulo en Y a $\theta_y = -0.02 \text{ rad} + \text{step}$. A partir de ahí, se repite nuevamente el barrido en X para este nuevo valor de Y.
- El proceso se repite de forma iterativa hasta alcanzar el punto final ($\theta_x = 0.02 \text{ rad}$, $\theta_y = 0.02 \text{ rad}$). Tras completar este último barrido, el sistema regresa a la posición inicial para comenzar de nuevo el ciclo.

Además de esto, se ha dotado al haz de cierta distribución o incertidumbre en algunas magnitudes, con el fin de no generar haces perfectos y obtener resultados más verosímiles. Para empezar, están las distribuciones espaciales (en x e y) y temporal, que son gaussianas centradas en cero y con desviaciones típicas $\sigma_x = \sigma_y = 0.1 \text{ cm}$ y $\sigma_t = 1 \text{ s}$. Cabe destacar que la distribución temporal está directamente relacionada con una distribución en el eje z , que representaría la distancia al centro del haz. También se ha asignado una distribución gaussiana para el momento, siendo este $p_p = 200 \text{ MeV}$ y $\sigma_p = 1 \text{ MeV}$.

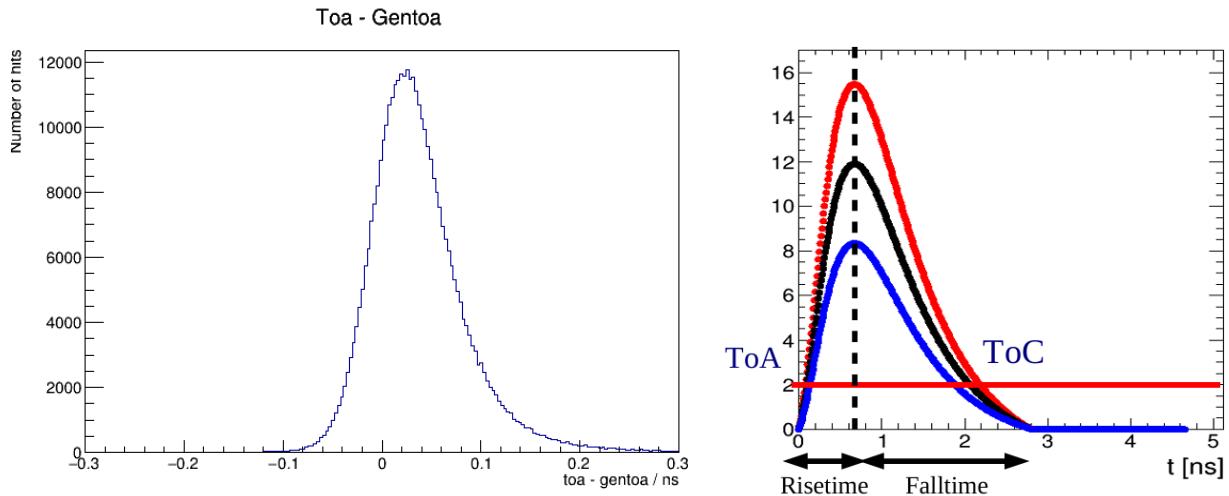
Phantoms

Como objeto de estudio para la simulación, y para verificar el funcionamiento de la técnica que se está desarrollando, se han simulado cuatro *phantoms* o muestras de diferentes tejidos del cuerpo humano, con las propiedades correspondientes. Cada uno de estos objetos es un disco de 2 cm de radio y 0.5 cm de espesor, y se encuentran en las posiciones $(\pm 3, \pm 3, 0)$, imitando al tejido pulmonar (+, +) de densidad $\rho = 1.04 \text{ g/cm}^3$, cerebral (+, -), $\rho = 1.04 \text{ g/cm}^3$, adiposo (-, +), $\rho = 0.95 \text{ g/cm}^3$ y óseo (-, -) $\rho = 1.85 \text{ g/cm}^3$. Al tratarse de objetos de diferentes propiedades, se espera que, a la hora de visualizarlos, se logre observar una diferencia entre cada uno de los tejidos en función de su densidad.

Time-walk correction

Como ya se ha mencionado previamente, los LGADs se caracterizan por tener una gran eficiencia temporal. Por ello, estos detectores tienen una variable llamada *Time of Arrival* (ToA), que mide

el tiempo transcurrido desde $t = 0$ —momento en el que se dispara el haz— hasta detectar la señal. Sin embargo, la señal no se detecta en el momento en el que el protón llega al sensor, sino que, para reducir la señal por ruido o sucesos externos, se determina un umbral mínimo a partir del cual se considera que la señal es un *hit*, teniéndose que superar este umbral para detectarlo, con el tiempo que ello supone. Además, debido a que el trabajo se desarrolla en un entorno simulado, se define también la variable *gentoa*, que indica el tiempo real en el que la partícula impacta en el detector. La diferencia entre ambas debería dar lugar a una distribución gaussiana centrada en cero, cuya anchura refleje la resolución temporal del sistema. Sin embargo, los resultados muestran un pico desplazado hacia 0.2 y una cola asimétrica hacia valores positivos, como se muestra en la figura 4.4a. Este comportamiento se explica por la propia implementación del umbral, que retrasa la detección respecto al impacto real, y por la dependencia con la altura del pulso. Como se observa en la figura 4.4b, es el pico más alto el que primero cruza el umbral, explicando la asimetría de la figura anterior.



(a) Resta entre el valor real y el detectado del tiempo de llegada, $ToA - genToA$, a los sensores.

(b) Esquema de diferentes curvas de carga en función del tiempo.

Figura 4.4

Para solucionar este problema, en el trabajo anterior se implementó la *Time-walk correction*, que permite corregir esta anomalía y obtener el tiempo de precisión de los LGADs, o en el caso simulado verificar que la configuración de los sensores y sus fuentes de incertidumbre estén bien definidas. El método se basa en realizar un ajuste de la función $(ToA - genToA)/ToT$, donde ToT (*Time over Threshold*) es el tiempo que pasa la señal por encima del umbral. El ajuste obtenido se muestra en la siguiente figura (figura 4.5) y ecuación (ecuación (4.1)):

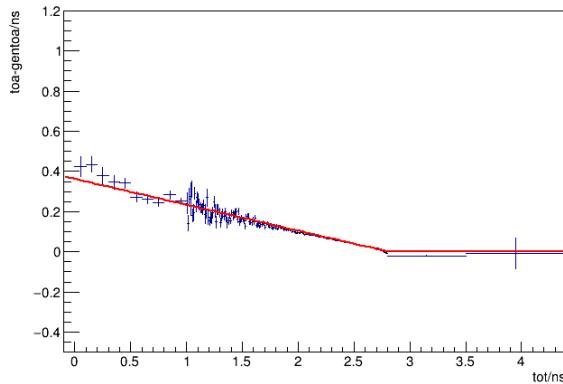


Figura 4.5: Gráfica de $(ToA - genToA)/ToT$, ajustada a una función de primer grado.

$$f = \begin{cases} (3,609 \pm 0,008) \cdot 10^{-1} - (1,288 \pm 0,003) \cdot 10^{-1} \cdot x & \text{si } x \leq 2,8 \\ (3,609 \pm 0,008) \cdot 10^{-1} - (1,288 \pm 0,003) \cdot 10^{-1} \cdot 2,8 & \text{si } x > 2,8 \end{cases} \quad (4.1)$$

A partir de este *fit*, se corrigen todos los valores $(ToA - genToA)$, de manera que, esta vez sí, se obtiene una gaussiana centrada en cero y con la amplitud correspondiente a la precisión temporal de un LGAD, entorno a los 30 ps, como se muestra en la figura 4.6.

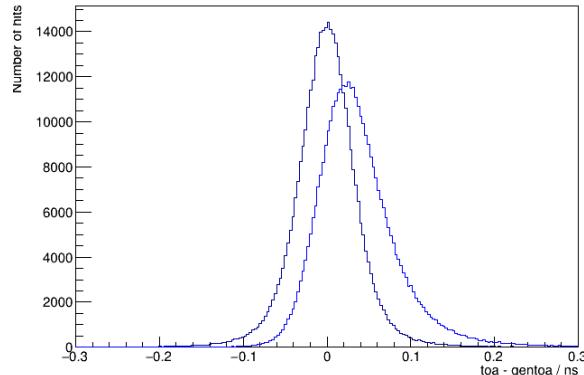


Figura 4.6: Comparación de los picos $ToA - genToA$ con y sin aplicar la corrección. El pico más alto, al que se le ha aplicado la corrección, está centrado en el 0 y con una anchura de alrededor de 30 ps.

4.3. Actualizaciones en la geometría

Además de lo mencionado previamente, se han realizado algunas actualizaciones, mejoras y adaptaciones al sistema simulado, con el fin de obtener unos resultados más verosímiles y seguir estudiando esta tecnología.

4.3.1. Estructura adicional de los LGADs

A diferencia del trabajo previo, donde los LGADs simplemente estaban conformados por el sensor —es decir, únicamente la estructura descrita en el capítulo anterior—, de $300\ \mu\text{m}$ de grosor y de color naranja en la figura, los detectores del sistema actual cuentan con algunos elementos adicionales, que se muestran en las figuras 4.3 y 4.7. Por un lado, se ha implementado la electrónica de lectura de los LGADs, una PCB con circuitería compleja necesaria para procesar las señales de los sensores y llamada ETROC2. Dicha capa, de color verde en la figura, está situada por encima del propio sensor y cuenta con un grosor de $100\ \mu\text{m}$. Por otro lado, debajo de las anteriores estructuras se han añadido placas de suspensión metálicas de $10\ \mu\text{m}$, que sostienen el sistema de detectores.

Ambas implementaciones, como cualquier material que se ponga en la trayectoria de las partículas, aumentan la probabilidad de interacción de estas con el medio. Sin embargo, si estas interacciones se dan fuera de los sensores, no somos capaces de detectarlas y perdemos la información y las alteraciones que provocan en la energía, trayectoria, etc. de la partícula. Es por eso que se ha intentado reducir este material adicional al mínimo, especialmente para las placas de metal, pues debido a su alta densidad, obstaculiza notoriamente las trayectorias.

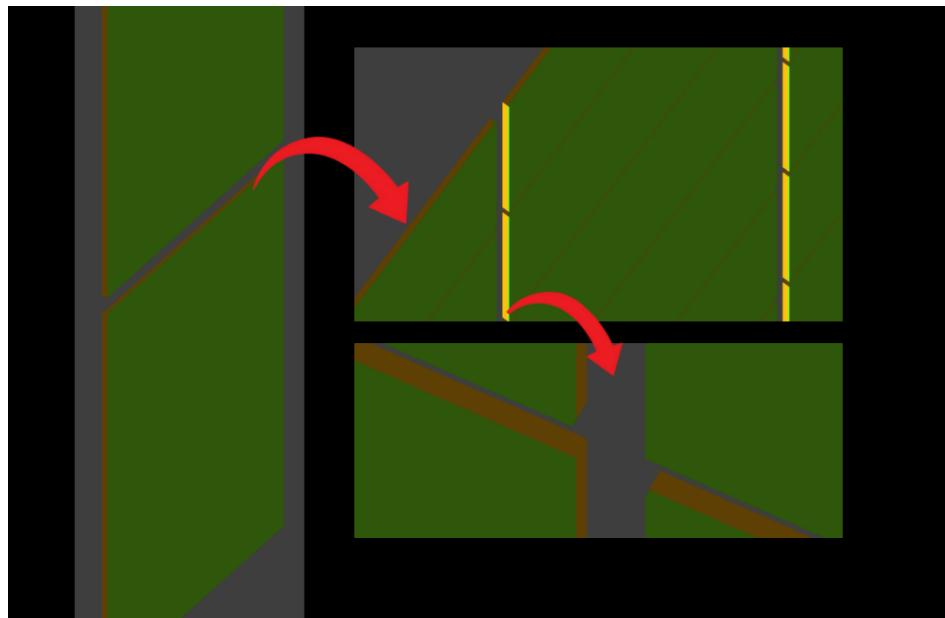


Figura 4.7: Imagen detallada de una capa de detector. Siguiendo las imágenes en el sentido de las flechas, se puede observar la estructura más de cerca.

4.3.2. Haz de protones

En un apartado previo de este mismo capítulo se ha dado una descripción general del *gantry* y de la distribución de los haces que este genera. Sin embargo, una gran diferencia con relación al trabajo previo reside en el número de protones disparados en el haz: mientras que en el TFG se disparaban protones de uno en uno, en este se ha trabajado con paquetes de protones variables de 1, 3, 5, 8 y 10 protones. Esto es debido a que, según la información obtenida de la empresa Varian,

se estima que la potencia mínima de trabajo de la instalación ronde los 8-10 protones por haz. Por lo tanto, resulta importante estudiar el impacto que el aumento de protones en el haz tiene en los resultados obtenidos.

Por otro lado, y como se discutirá en un capítulo posterior, el aumento del número de protones en el haz complica exponencialmente el problema debido al carácter combinatorio del mismo. Por lo tanto, los tiempos de simulación aumentan notoriamente, habiendo tenido que compensarlo mediante la reducción del barrido de 200 a 100 *steps*, duplicando así el cambio angular de cada paso y reduciendo a la mitad, de 40.000 a 20.000, los disparos necesarios para cubrir toda la superficie deseada.

4.4. Rotación del sistema de detectores

Otra implementación relevante, y fundamental para la obtención de los resultados deseados, es la rotación del sistema con respecto al objeto de estudio. El objetivo de esta técnica es analizar un mismo cuerpo desde distintos ángulos, lo que permite no solo obtener imágenes bidimensionales a modo de “sombras” de las trazas o de algunas de sus propiedades, como se logró anteriormente, sino generar imágenes tridimensionales con una precisión significativamente mayor.

Para realizar esto, resulta equivalente rotar el sistema de detección respecto al objeto o rotar el objeto respecto al sistema, y dado que en tecnologías similares es posible rotar el sistema de detección —como, por ejemplo, en los TACs—, se ha optado por esta opción. Por lo tanto, empleando Geant4 para ello, se ha configurado la rotación de los ejes *x* e *y*, manteniendo fijos los *phantoms* y los ejes del sistema, como se muestra en la figura 4.8.

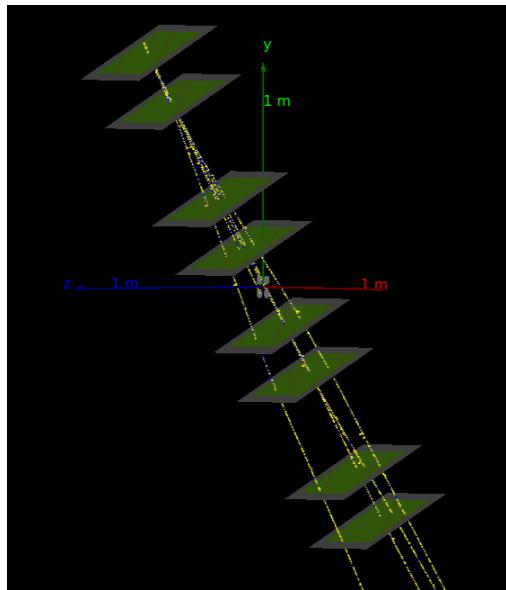


Figura 4.8: Imagen del sistema de detección con la implementación de una rotación de 60º en el eje *x*.

Junto con los detectores también rota el *gantry*, manteniéndose siempre perpendicular a las capas de los detectores. Por lo tanto, los haces disparados con el sistema rotado mantienen la perpendicularidad respecto a los detectores, pero su ángulo varía con respecto a los *phantoms*.

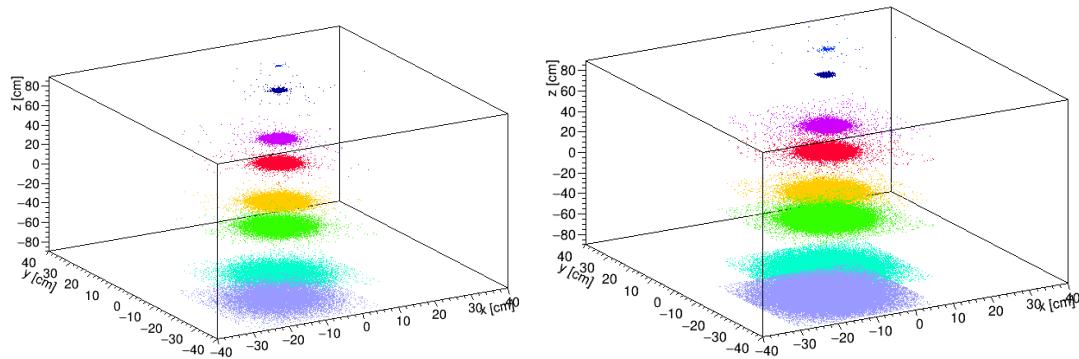
Esta rotación, aunque pueda parecer trivial, ha hecho que hayan tenido que replantearse muchos aspectos matemáticos que funcionaban previamente, pues, al mantener los ejes estáticos, toda la dependencia de las trayectorias respecto al eje z cambiaba, pasando de tener, por ejemplo, un plano central fácilmente definido en $z = 0$ a que este mismo plano, añadiendo cierta rotación, se defina ahora como una proyección de varios de los ejes del sistema. Es por eso que se ha optado por reescribir los algoritmos matemáticos en función del tiempo, como se explicará más adelante, ya que esta variable es igual independientemente de la orientación del sistema.

4.5. Distribuciones básicas

Finalmente, se presentan una serie de figuras para visualizar y validar lo mencionado en este capítulo.

Primeramente, se ha tratado de comprobar la estructura del sistema de detección, no solo mediante la representación de Geant4 mostrada en la figura 4.3, sino con la visualización de los hits detectados al correr el programa con una pequeña muestra, en este caso con 1000 sucesos de haces con paquetes 1 y 5 protones. El resultado obtenido se muestra en la figura 4.9, donde se confirma la estructura por capas de los detectores.

Además, en ambas imágenes se observan dos fenómenos importantes. Por un lado, es notorio que el haz cuenta con una estructura cónica, con una mayor densidad de protones en el centro que en los extremos de los planos —y que más adelante se tendrá que considerar para corrección—, y, por otro lado, el fenómeno de la dispersión del haz, en el que, a medida que los protones avanzan, se van separando y ocupando una mayor superficie debido a las interacciones que sufren los protones en el camino, las cuales suelen implicar procesos de dispersión o *scattering* muy frecuentemente.



(a) Imagen en 3D de los hits obtenidos mediante un haz de un protón por paquete con ángulo de incidencia 0° .

(b) Imagen en 3D de los hits obtenidos mediante un haz de cinco protones por paquete con ángulo de incidencia 0° .

Figura 4.9

También resulta interesante representar el número de *hits* que se dejan en cada capa después de correr una muestra, pues así se puede observar la incidencia de los protones en estas, y si existe algún fenómeno que genere un descenso significativo de los mismos. Esto se muestra en un histograma en la figura 4.10, generada con una muestra de 20.000 eventos, es decir, un barrido entero del sistema, con haces de un protón.

En esta, se puede observar cómo la primera capa de todas, el *layer 0*, es con diferencia el que menos *hits* recoge, registrando aproximadamente la mitad de sucesos que las demás capas. Esto se debe a que, por la proximidad de esta capa al propio *gantry*, muchos de los protones la atraviesan por los espacios existentes entre los *pads*, áreas sin sensor en las que no se registra ninguna señal. Tras superar este *layer*, el número de protones va en aumento hasta llegar al máximo en la capa 2, tras la cual el número de detecciones desciende lentamente.

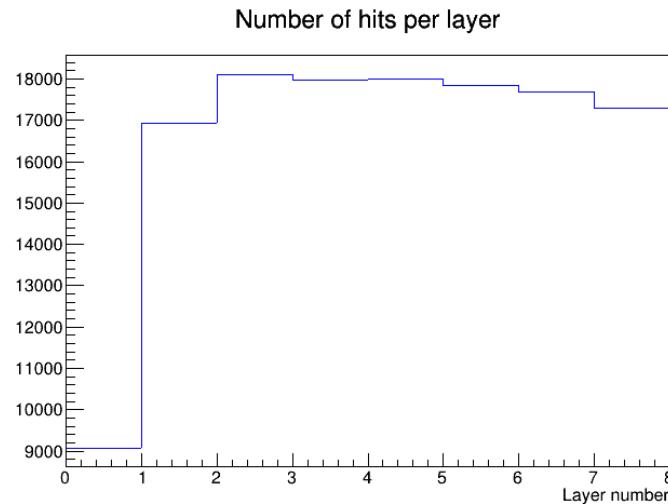


Figura 4.10: Histograma del número de detecciones en cada capa

5

Reconstrucción de trazas

Además de la simulación descrita en el apartado anterior, en este trabajo se han desarrollado varios algoritmos que resultan fundamentales para el avance del estudio de la tomografía protónica. Estos algoritmos permiten procesar la información registrada por los detectores y obtener a partir de ella trayectorias útiles para el estudio. En este capítulo se presentan dos de los más relevantes: en primer lugar, el algoritmo de reconstrucción de trazas, que se encarga de determinar el recorrido de los protones a partir de los *hits* recogidos en cada detector; y en segundo lugar, el algoritmo de emparejamiento, cuya función es asociar las trazas obtenidas en distintos detectores para tratar de describir de manera consistente las trayectorias de cada protón.

Durante este capítulo, así como en los posteriores, se mencionarán en repetidas ocasiones conceptos como “disparos del haz”, “eventos” o “*hits*”. Clarificar que, por un lado, un disparo o evento puede estar constituido por uno o más protones, que a su vez pueden contener uno o más *hits*. Además, a la hora de trabajar con los datos, los eventos de un disparo son independientes de los del resto de disparos. Es decir, que en la reconstrucción de trazas, por ejemplo, los errores de reconstrucción se hallarán, en tal caso, entre los *hits* de los protones de un mismo disparo. Los diferentes disparos se consideran sucesos independientes debido a la separación temporal entre ellos.

Como es habitual en física, las trayectorias empleadas en este trabajo son aproximaciones de las verdaderas trayectorias de los protones. Estas aproximaciones intentan buscar el equilibrio entre la simplicidad —un programa demasiado complejo tardaría demasiado en dar resultados y no sería práctico— y la veracidad —seguimos intentando representar un sistema real—. Esto puede derivar en ciertos errores donde, por ejemplo, la traza verdadera no resulta la más óptima en los términos definidos. Aun así, teniendo aproximaciones válidas, el estudio de la optimización de estas no es un objetivo que se haya buscado en la realización de este trabajo.

5.1. Reconstrucción de trazas en cada detector

Tras la ejecución del programa de simulación, se genera un fichero en formato `.root` que contiene toda la información relativa a los *hits* detectados, junto con las variables asociadas a cada uno de ellos. Estas variables pueden clasificarse en dos grupos: aquellas que corresponderían a un experimento real y aquellas que únicamente están disponibles gracias a trabajar en un entorno simulado.

En el primer grupo se incluyen magnitudes como *eventNumber*, *det*, *layer*, *lgad*, *xpad*, *ypad*, *toa* y *tot* que proporcionan la posición del *hit* y los tiempos de la señal.

El segundo grupo lo constituyen variables como *gentoa*, *gentot*, *genx*, *geny*, *genz*, *genEnergy*, *genID* y *genTrack*. Las primeras son las equivalentes simuladas de las magnitudes experimentales mencionadas anteriormente, mientras que las tres últimas representan información adicional accesible únicamente en la simulación. En particular, *genEnergy* recoge la energía de la partícula en el momento de la colisión, *genID* identifica el tipo de partícula que produce la interacción (2212 para un protón) y *genTrack* asigna un identificador a cada traza generada, lo que resulta esencial para evaluar posteriormente la eficiencia del sistema de reconstrucción.

Finalmente, los datos se procesan mediante un programa que reorganiza la estructura original, pasando de estar organizados por *hits* individuales a agruparse en eventos, cada uno de los cuales puede contener uno o más *hits*.

Una vez organizada la información por eventos, se procede a la reconstrucción de las trazas de los protones en cada detector de forma independiente. El correcto funcionamiento de esta etapa resulta fundamental, ya que una reconstrucción deficiente invalidaría toda la información obtenida en los pasos posteriores. En este sentido, se antepone la calidad de las trazas a la cantidad, aunque siempre es necesario mantener un equilibrio entre ambas. Con este criterio, se ha optado por reconstruir únicamente aquellas trazas de protones que registran *hits* en las cuatro capas del detector, descartando aquellas en las que falte información en alguna de ellas. Por lo tanto, la muestra de trazas potencialmente reconstruibles será aquella formada por todos los protones con 4 *hits* en alguno de los detectores, que posteriormente se empleará para comprobar la calidad de la reconstrucción realizada.

Tras esto, se toman todas las señales registradas tras un disparo, pues en un experimento real no somos capaces de discernir a simple vista qué señales son producidas por cada protón, y se generan todas las combinaciones posibles de 4 *hits*. Es decir, sabiendo que reconstruimos trazas con una señal en cada uno de los *layers*, se crean todas las combinaciones posibles que contengan una señal de cada capa. Se muestra un ejemplo sencillo de esta combinación en la figura 5.1.

Para todas estas combinaciones obtenidas, se calcula el error cuadrático medio (*RMSS*), que es una medida de la validez de una cierta combinación mediante el cálculo del error cuadrático medio entre una traza y sus *hits*, es decir, la raíz cuadrada de la diferencia espacial entre la traza y los *hits*. Esta magnitud sirve para, ordenadas las trazas de menor a mayor *RMSS*, seleccionar las mejores trazas, siempre y cuando los *hits* de una mejor traza no se repitan en las siguientes.

Layers	Trazas	Combinaciones (n^a)
Layer 0	1 2	1 2 1 2 1 2 1 2 1 2
Layer 1	1 2	1 2 1 2 1 2 2 1 2 1
Layer 2	1 2	1 2 1 2 2 1 2 1 2 1
Layer 3	1 2	1 2 2 1 2 1 2 1 1 2
...		

Figura 5.1: Ejemplo de combinación de trazas, con 2 protones de 4 *hits* cada uno. El número total de combinaciones obtenidas es n^a donde n es el número de protones, y a el número de *hits* considerados para cada traza. Si se consideran *hits* de protones que no tienen cuatro señales, el cálculo total de la combinatoria resulta algo más complejo que la expresión anterior.

Adicionalmente, se ha establecido un cierto límite de *RMSS*, por encima del cual se considera que todas las trazas son incorrectas, con el fin de seleccionar no solo las trazas que no repitan *hits*, sino que sean suficientemente buenas aproximaciones. Este límite se ha establecido mediante el cálculo de la distribución del error cuadrático medio para trazas con 1 solo protón, que se muestra en la figura 5.2, tomando la medida del intervalo de confianza del 95 %. Se ha realizado de esta manera, ya que, en las muestras de un solo protón, la reconstrucción de trazas es correcta casi al 100 %, y por lo tanto podemos tomar de ello el valor de referencia para el resto de las muestras. Los valores que toma esta magnitud en cada caso son 0.69 para el detector 0 y 1.21 para el detector 1.

Estos valores resultan diferentes para cada detector, debido a que cada una de las distribuciones varía tanto en anchura como en centro, ya que en el detector 0 los *hits* se encuentran menos dispersos, y por lo tanto el cálculo de trayectorias se aleja en general menos que en el detector 1.

Finalmente, se busca obtener la diferencia de energía entre ambos detectores mediante un método que se basa en calcular el momento de cada partícula a partir de las trazas previamente reconstruidas, siguiendo un procedimiento matemático. En primer lugar, se determina la pendiente de la recta que relaciona una variable con el tiempo, por ejemplo:

$$\alpha_x = \frac{\langle xt \rangle - \langle x \rangle \langle t \rangle}{\Delta t} \quad (5.1)$$

donde $\Delta t = \langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2$.

Con esto, se calcula la velocidad relativa en ese eje de la siguiente manera:

$$b_x = \frac{\alpha_x / \Delta t}{c} \quad (5.2)$$

Después, se define β como la raíz de la suma cuadrática de las velocidades relativas, y se obtiene el

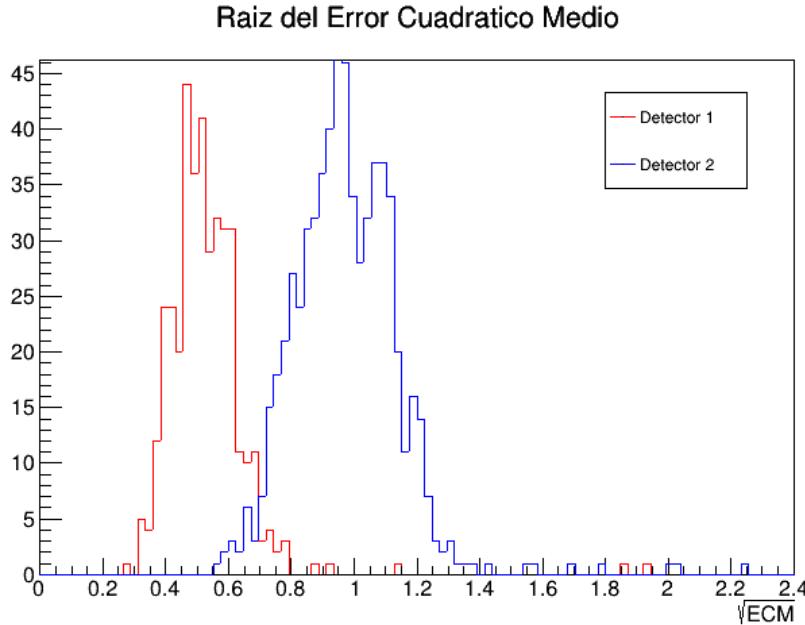


Figura 5.2: Representación de la distribución del error cuadrático medio de trazas de un protón para cada uno de los detectores (rojo para el det 1 y azul para el 2).

momento p :

$$p_t = \beta\gamma m_p = \frac{\sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2} \cdot m_p}{\sqrt{1 - (b_x^2 + b_y^2 + b_z^2)}} \quad (5.3)$$

El resultado de este cálculo se observa en la figura 5.4, de donde obtenemos que el momento medio de las partículas en el detector 0 se sitúa en torno a 235 MeV, mientras que para el detector 1 esta magnitud desciende hasta los 188 MeV, aproximadamente, y por lo tanto la diferencia de momento es de 47 MeV.

Una vez realizado este proceso, se busca obtener la diferencia de energía entre las partículas del detector 0 y las del 1, pues es esta diferencia de energía la que va a permitir más adelante generar imágenes. Esto se obtiene mediante la relación energía-momento en unidades naturales ($c = 1$), que resulta $E = \sqrt{p^2 + m^2}$, se obtiene que $\Delta E = \sqrt{235^2 + 938^2} - \sqrt{188^2 + 938^2} \approx 10.34$ MeV, resultado que se muestra en la figura 5.3.

Este descenso de la energía entre detectores se explica por el aumento de las interacciones que han sufrido las partículas cuando se encuentran en el detector 0 o en el 1, pues para cuando llegan a este segundo han sufrido numerosas interacciones que generan cierto frenado, especialmente si los protones atraviesan medios más densos.

Para evaluar el desempeño de este algoritmo, se han calculado su eficiencia y pureza, dos magnitudes que permiten medir qué tan bien está funcionando. Se define cada uno de ellos como:

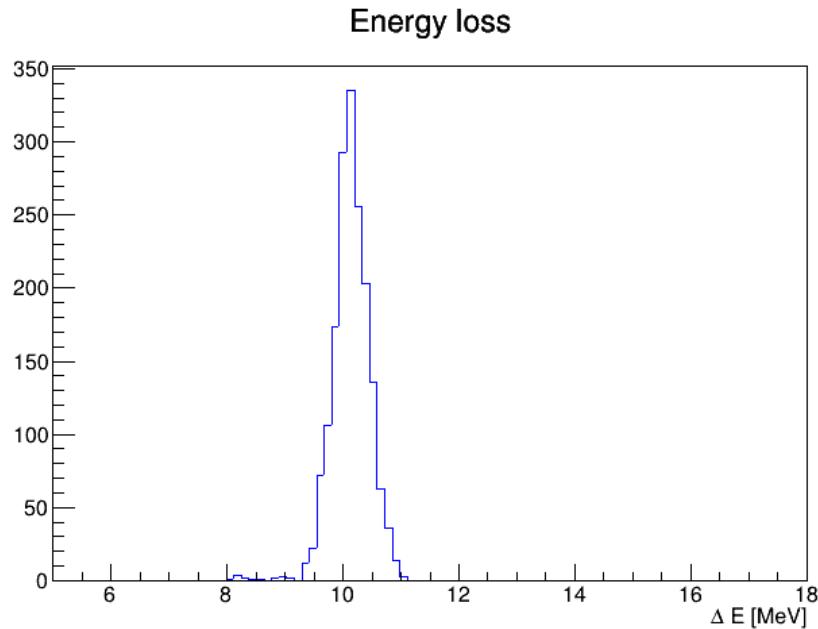


Figura 5.3: Representación de la diferencia de energía de las partículas entre el detector 0 y el 1. El pico se encuentra centrado en 10.1 MeV con una anchura de 0.5 MeV.

- Eficiencia:
$$\frac{\text{Número de trazas bien reconstruidas}}{\text{Número de trazas con 4 hits}}$$
- Pureza:
$$\frac{\text{Número de trazas bien reconstruidas}}{\text{Número de trazas reconstruidas}}$$

Para estos cálculos, se definen las trazas bien reconstruidas como aquellas en las que los cuatro *hits* que forman la traza pertenecen a un mismo protón. Esto se verifica en la simulación mediante la variable *genTrack* definida previamente.

Como se aprecia en la figura 5.5, donde los puntos rojos pertenecen a las medidas del detector 0 y los azules a las del detector 1, en ambos casos el segundo detector ofrece mejores resultados que el primero, al mismo tiempo que los valores descienden cuanto mayor es el tamaño del *beam*. Esto se debe, por un lado, a que, como ya se ha mencionado previamente, los *hits* del segundo detector se encuentran más espaciados, y por lo tanto la probabilidad de hacer un correcto emparejamiento es mayor, y por otro lado, a que esta probabilidad desciende cuantos más protones se disparan a la vez —ya que la reconstrucción tendrá más combinaciones que analizar—.

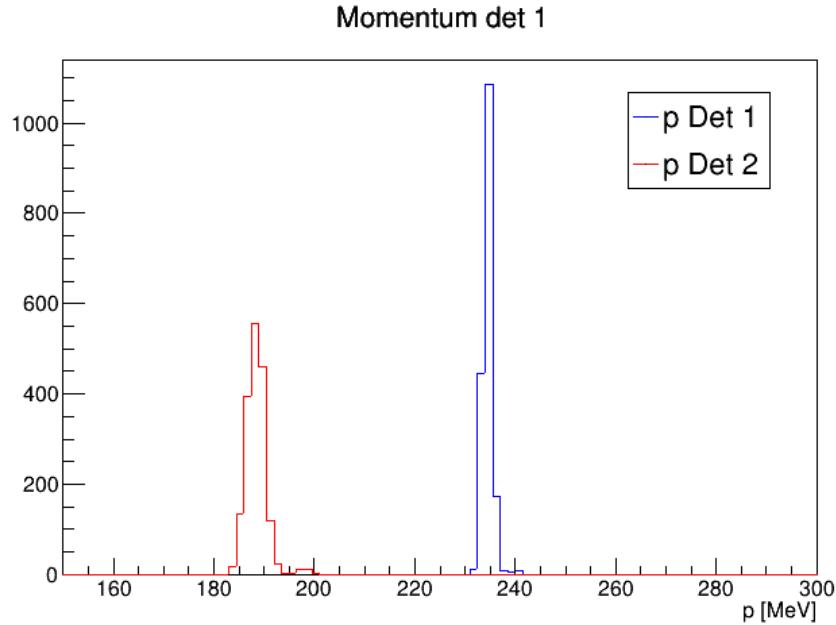
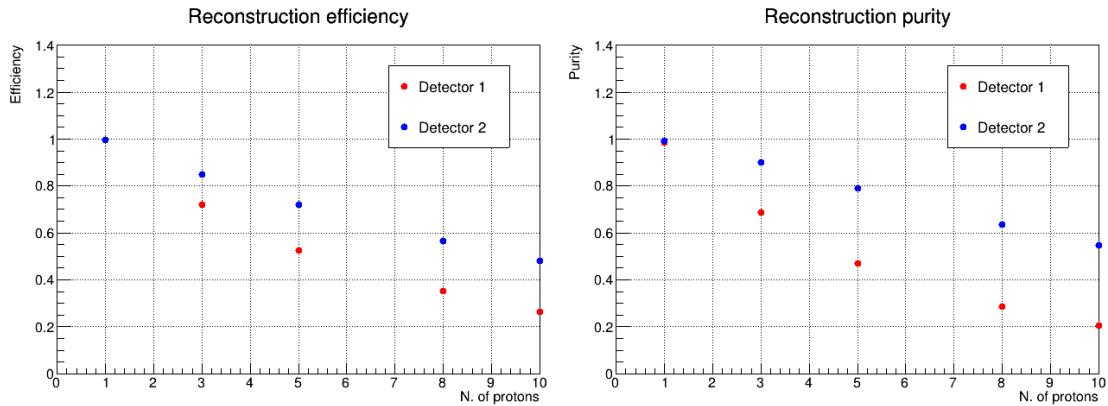


Figura 5.4: Representación del momento de las partículas en cada uno de los detectores.



(a) Eficiencia del algoritmo de reconstrucción de trazas en función del número de protones disparados.

(b) Pureza del algoritmo de reconstrucción de trazas en función del número de protones disparado.

Figura 5.5

5.2. Matching de una traza con otra

Tras la reconstrucción de las trazas de un *set* de datos, se emplea esta información para ejecutar el emparejamiento o *matching* de trazas, en el que las trazas del detector 0 y 1 son emparejadas, tratando de reconstruir la trayectoria completa de los protones.

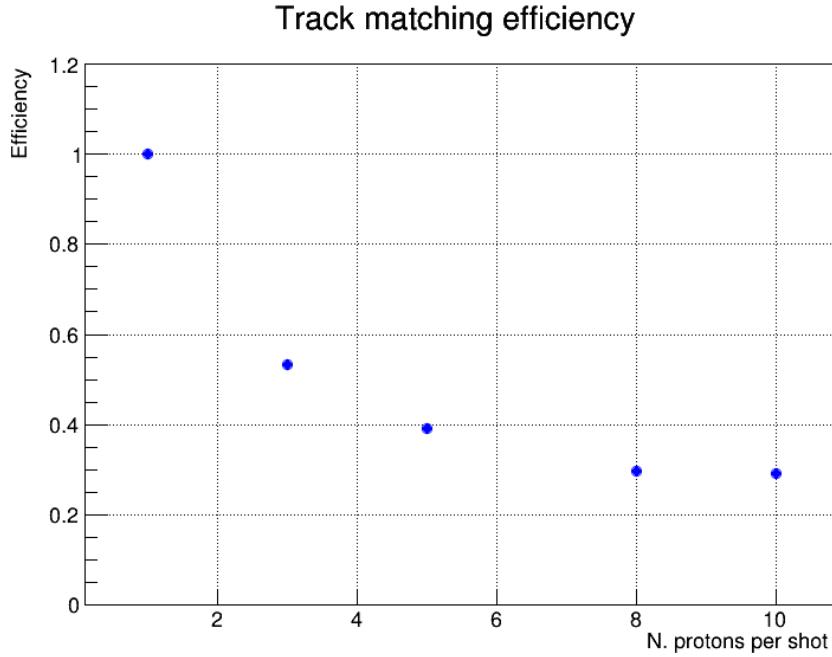


Figura 5.6: Eficiencia del algoritmo de emparejamiento de trazas en función del número de partículas disparadas en cada paquete.

Para este emparejamiento, se ha seguido un procedimiento bastante similar al empleado en la reconstrucción de trazas, tomando las trazas reconstruidas de ambos detectores para cada disparo de haces, generando todas las combinaciones de parejas posibles y seleccionando las mejores parejas.

En este caso, el criterio de bondad del emparejamiento, similar al error cuadrático medio empleado en el anterior procedimiento, se calcula tomando el tiempo medio de los cuatro *hits* de cada uno de los detectores y calculando el tiempo medio entre ambos, que equivaldría al tiempo en el que esta traza corta el plano central. Una vez se tiene este valor, se calcula la distancia cuadrática de cada una de las trazas a este plano, pues a menor distancia, más acertada será la aproximación realizada y, por lo tanto, mejor será el emparejamiento.

Al igual que en el proceso anterior, se ordenan las parejas de trazas de menor a mayor *RMSS*, y se seleccionan las mejores parejas que no comparten una de las dos trazas con ninguna pareja anterior. En este caso, el límite superior se ha situado en 5, para, otra vez, obtener resultados en el intervalo de confianza del 95 %. La eficiencia de este método se ha dibujado en la figura 5.6 para observar su relación con el número de partículas por *beam*.

Como cabe esperar, la eficiencia del emparejamiento, al igual que en la reconstrucción de trazas, depende fuertemente del número de protones que se disparan cada vez, pues cuantos más protones se disparen, entre más trazas reconstruidas tiene que seleccionar el sistema de emparejamiento, aumentando la probabilidad de error.

6

Algoritmo de imagen

Finalmente, se ha conseguido desarrollar un algoritmo de generación de imágenes, con el cual se pretende visualizar y estudiar el objeto de estudio, en este caso los *phantoms*. Para dicha visualización, y a diferencia del trabajo anterior en el que se empleaba el método POCA [11] para obtenerlo, se ha optado por generar imágenes por pérdida de energía de las partículas, pues, como se ha detallado al principio de este trabajo, la densidad de un medio está directamente relacionada con la energía que pierden las partículas que lo atraviesan. Esto resulta especialmente interesante en el caso de la tomografía protónica en el ámbito sanitario, pues es sabido que los tumores presentan una densidad mucho más elevada que la del tejido del que están formados, debido a la naturaleza del cáncer y la incapacidad de las células para dejar de reproducirse.

En este capítulo se muestran algunas imágenes que se han logrado reconstruir mediante este algoritmo, así como el procedimiento seguido para ello.

6.1. Algoritmo de atenuación en dos dimensiones

Como primer paso en la representación, se ha generado una imagen bidimensional con rotación 0^0 , que permite visualizar los cuatro *phantoms* situados en el centro del sistema. Para ello, se ha realizado una proyección en $z = 0$ de las trazas que atraviesan el segundo detector.

No obstante, debido a la inhomogeneidad del barrido —provocada por la geometría del sistema, que hace que las zonas centrales reciban un mayor número de partículas—, se ha realizado una normalización de la proyección. Para ello, se han dividido los datos de la proyección anteriormente

descrita entre los de los sucesos correspondientes a una misma configuración sin *phantoms*. Así, en este segundo *set* de datos, se obtiene una representación clara del degradado debido a la geometría, que al realizar la división se omite, permitiendo la visualización de los efectos de los *phantoms* de manera más clara.

El resultado obtenido se encuentra en la figura 6.1, donde podemos observar la sombra de los *phantoms*. Esto se debe a que, debido a su mayor densidad, los protones que atraviesan estos materiales sufren más fenómenos de absorción o de dispersión de grandes ángulos.

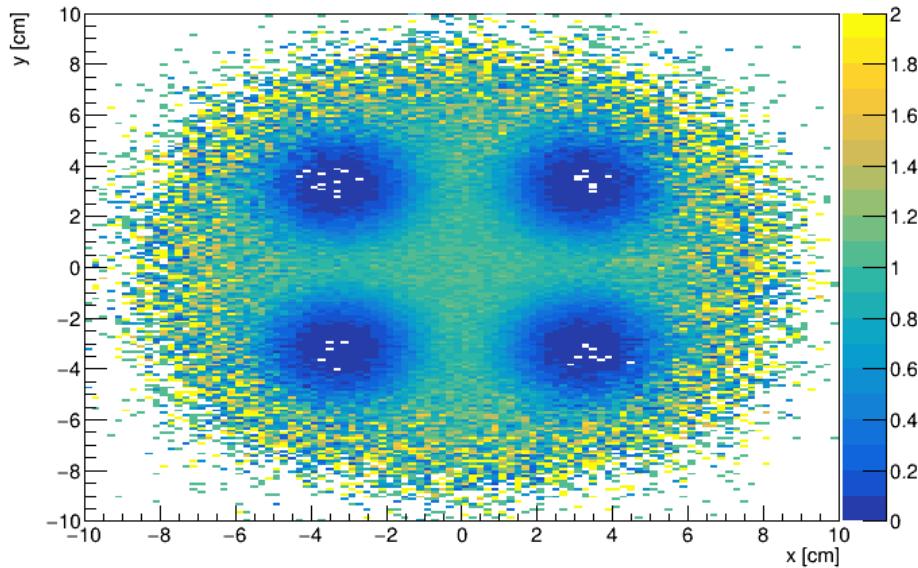
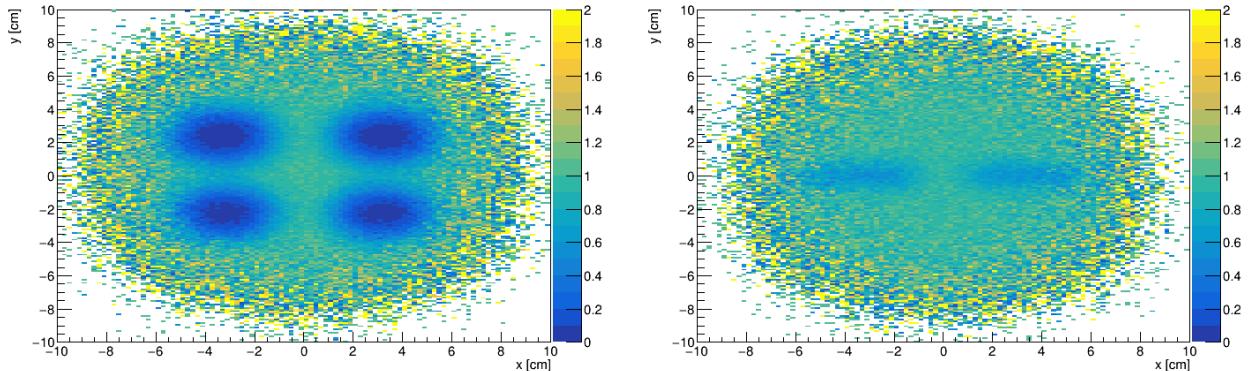


Figura 6.1: Proyección bidimensional de las trazas atravesando el detector 1, generada con un barrido completo de haces de 1 protón. Se distinguen claramente los cuatro objetos situados en el centro del entorno simulado.

Además de esta primera figura, se ha querido estudiar el impacto que tiene la rotación en estos resultados. Para ello, se ha realizado este mismo procedimiento dos veces más, añadiendo ahora una rotación de 45° y 90° en el eje x , obteniendo las figuras 6.2a y 6.2b respectivamente, en las que se aprecia claramente la rotación de los *phantoms* con respecto al sistema de detección. Se puede observar cómo en el primer caso los objetos toman una forma elíptica, mientras que en el segundo se observan dos rectángulos, pues dos de los *phantoms* se ocultan tras los otros.



(a) Proyección bidimensional de las trazas del detector 1 para un sistema rotado 45° .
(b) Proyección bidimensional de las trazas del detector 1 para un sistema rotado 90°

Figura 6.2

6.2. Voxelización

Para la obtención de imágenes tridimensionales, a diferencia de lo anterior, el procedimiento necesario resulta mucho más complejo. Por un lado, esto implica la necesidad de la activación de la rotación del sistema, y, por otro, la necesidad de fraccionar el espacio central entre los detectores.

A esto último se le llama *voxelización*, una técnica en la que se toma un *volumen activo* que quiere visualizarse y en el que se hallan los objetos de estudio, y se divide en pequeñas partes con las que trabajar. Cada una de estas partes se denomina *vóxel*, una abreviación de *volumetric pixel* en inglés, y como su propio nombre indica, se trata de una especie de análogo tridimensional del píxel que, en lugar de dividir un plano —como una pantalla— en pequeñas unidades bidimensionales, lo hace en las 3 dimensiones del espacio. Así, estudiando las propiedades de cada uno de los véxeles por separado, puede obtenerse información general del volumen activo.

Para poder llevar a cabo esta voxelización, se han creado dos clases de *Python*: la primera, el volumen activo, en el que se define este espacio como un todo con una cierta posición, tamaño y una malla de n véxeles; y la segunda, el véxel individual, en el que cada uno de ellos cuenta con unos índices (i, j, k) además de su posición y tamaño. Estos véxeles cuentan a su vez con una cierta densidad que deberemos obtener para poder así generar la imagen tridimensional deseada. Ambas clases cuentan además con algunas funciones de utilidad que se explicarán a continuación.

La generación de todos estos véxeles parte, por lo tanto, de la definición de un volumen activo en la simulación. Se ha tomado como tal todo el área que ocupan los detectores en el plano XY, tomando este mismo valor para el eje z para tener así un volumen cúbico con un mismo número de véxeles en todos los ejes. Sus dimensiones son, por lo tanto, de $19.2 \text{ cm} \times 19.2 \text{ cm} \times 19.2 \text{ cm}$, centrado en el $(0, 0, 0)$ y con 50 véxeles en cada uno de los ejes.

Una vez hecho esto, se genera una red de véxeles, cada uno identificado con unos índices $(i, j,$

k) —comenzando desde los valores más negativos de los ejes hacia los positivos—.

De este modo, la voxelización permite disponer de una representación discreta del volumen activo, en la que cada voxel actúa como una unidad independiente a la que se le pueden asociar magnitudes de interés para la reconstrucción de imagen.

6.3. Navegación entre véxeles

La malla de véxeles no solo permite dividir el espacio en pequeñas unidades manejables, sino que también facilita el estudio detallado de cada región de este volumen y de sus magnitudes. De esta manera, se pasa de analizar un volumen con diferentes objetos a tener pequeñas celdas en las que se asume que las propiedades son homogéneas. Así, se puede construir un mapa de propiedades con la precisión deseada, aumentando o disminuyendo el tamaño de los mismos. En particular, cada voxel puede interpretarse como un pequeño volumen de material cuya interacción con los protones contribuye a la pérdida de energía observada. De esta manera, la voxelización sienta las bases para aplicar algoritmos de atenuación, en los que se estudia cómo las partículas pierden su energía al atravesar objetos y cómo esta información puede aprovecharse para la posterior reconstrucción de imagen.

Este método de reconstrucción se basa en el estudio de la densidad de cada uno de los véxeles del volumen mediante la pérdida de energía de las partículas que los atraviesan. Para ello, se rastrean todas las celdas por las que pasa una partícula y, suponiendo homogeneidad en todas las partes de la trayectoria, se les atribuye la parte correspondiente a la pérdida de energía. Repitiendo esto para, al menos, un barrido completo, se obtiene un mapa donde los véxeles del espacio de los *phantoms*, así como los anteriores y posteriores en la trayectoria de la partícula, registran una mayor pérdida de energía —lo cual se interpreta como una mayor densidad—.

Sin embargo, tan solo con lo anterior no se logra identificar y acotar los véxeles correspondientes a los *phantoms*, ya que, por la repartición homogénea de la pérdida de energía, a todas las celdas que atraviesa una partícula que pasa por uno de los objetos se les atribuirá la misma densidad y, por lo tanto, serán indiscernibles. Es aquí donde se hace uso del sistema de rotación descrito en capítulos anteriores.

El procedimiento anterior se repite para diferentes ángulos de rotación del sistema, obteniendo cada vez diferentes mapas de densidad. Es así como, realizando una suma de todos estos valores para cada voxel y dividiendo estos resultados por el número total de partículas emitidas, se obtiene un único mapa donde cada una de las celdas cuenta con un valor más o menos proporcional a su densidad. Ahora, existirá una coincidencia entre las partículas que pierden más energía atravesando los *phantoms*, y por lo tanto, estos véxeles acumularán un valor mayor a los del resto, incluyendo las celdas circundantes que, gracias a la rotación, irán compensando su valor, obteniendo valores algo menores —aunque con cierto aumento respecto a los más lejanos debido a los ángulos en los que se ven afectados por los *phantoms*— en comparación con cuando no se aplicaba la rotación. Por lo tanto, se espera obtener valores más altos en las zonas donde se encuentran los *phantoms* y un gradiente en los véxeles que reduzca el valor hasta el entorno exterior en el que la pérdida de

energía sea mínima.

Para lograr dicha reconstrucción de imágenes se emplean dos algoritmos principales, aunque similares entre sí.

El primero de ellos toma una traza del detector 0 y realiza una propagación de esta hasta pasar el volumen activo. Entonces se emplea una función llamada `intersect_plane`, que determina los cortes que tiene una cierta trayectoria con los planos exteriores de un volumen. Por lo tanto, si la propagación de la traza atraviesa el volumen activo, las dos soluciones de parámetro t^1 positivo más pequeño nos darán la entrada y la salida de esta trayectoria en el volumen, mientras que si no la atraviesa, nos lo indicará. Esta función se emplea para saber si una trayectoria atraviesa o no el volumen activo, y como validación del segundo método, que se explica a continuación.

Este segundo algoritmo trata de hacer una navegación de la traza por el interior del volumen activo, identificando cada uno de los véxeles que atraviesa en su paso por el mismo. Para ello, partiendo de la premisa de que una traza atraviesa el volumen, se toma como referencia el primer punto de corte, por el que la traza entra en el mismo. El método consiste en un bucle que realiza lo siguiente:

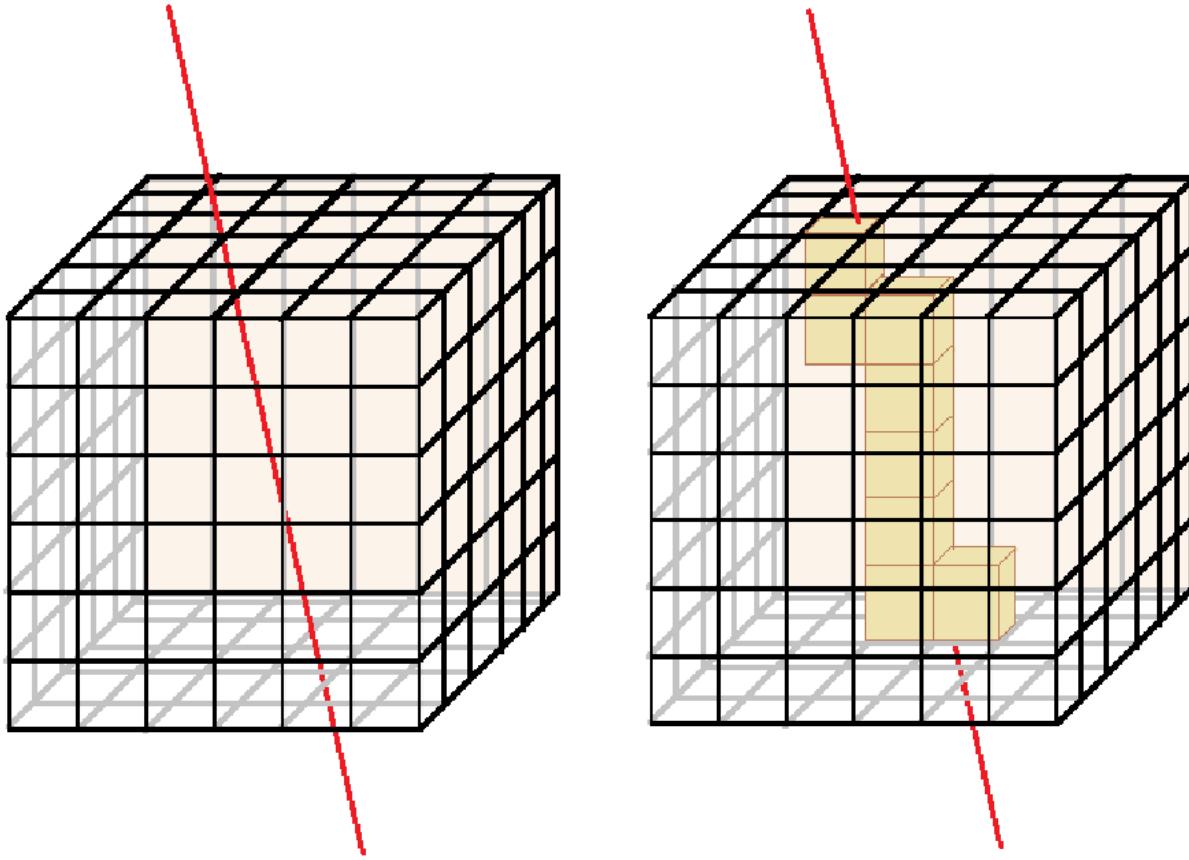
1. Tomar un punto mínimamente mayor/menor (dependiendo del caso) al punto de referencia e identificar el véxel al que pertenece.
2. Ejecutar la función `navigation`, la cual ejecuta a su vez `intersect_plane` para encontrar el siguiente punto de corte de la trayectoria, tomando ahora como volumen el véxel en el que se encuentra el punto.
3. Cambiar los índices del véxel al siguiente mediante la función `find_voxel`. Esta función toma los índices del véxel anterior y, dependiendo de si el corte se da en un plano máximo (x, y o z máximos dentro del véxel, índice planar par) o mínimo (x, y o z mínimos dentro del véxel, índice planar impar), suma o resta 1 al índice relacionado al plano que corta, cambiando así al siguiente véxel al que pasa la trayectoria. También se cambia el punto de corte de referencia a este último, comenzando el bucle de nuevo con este.
4. En cada iteración, se revisa si el punto nuevo sigue dentro del volumen activo o si, en cambio, ya ha salido de este. En tal caso, el bucle se detiene.

Gracias al primer método explicado, es posible verificar el correcto funcionamiento de esta función simplemente comprobando si el punto de salida de la traza y el de la navegación coinciden, pues ninguna de las dos afecta a la trayectoria estudiada.

La idea de la voxelización y la navegación de trazas se muestra esquemáticamente en las figuras 6.3a y 6.3b. En la primera se representa cómo el volumen activo del espacio entre detectores se

¹Las trayectorias se definen mediante un punto y un vector, con lo que el parámetro t indica la cercanía del punto de corte al punto de origen.

discretiza en véxeles. La segunda figura muestra cómo, al propagarse una traza a través del volumen, el sistema de navegación selecciona los véxeles atravesados, identificando las regiones activadas por la partícula.



(a) Representación esquemática de la voxelización del volumen activo, con la traza de una partícula atravesando el mismo.

(b) Representación esquemática de la selección de véxeles que ha atravesado la traza mediante el método de navegación.

Figura 6.3

Tras ejecutar este método, y aún con la misma traza, se divide la pérdida de energía entre el número de véxeles atravesados por la partícula, y se suma este valor a cada uno de estos. Esto se hace para cada par de trazas emparejadas, sumando cada vez a los valores anteriores de cada véxel. Al realizar esto para todos los pares de trazas, se divide entre este número, obteniendo finalmente el mapa de pérdida de energía.

En el caso de este trabajo, se ha realizado la labor de implementación de todo el procedimiento, aunque no se ha realizado la ejecución del mismo. Esta tarea se propone para un futuro trabajo de investigación, en el que generar imágenes mediante la técnica *Back Filtered Projection*.

Aun así, se ha verificado el correcto funcionamiento del mapeado del volumen activo, aunque este trabajo se ha realizado por lectura de datos y no por representación gráfica. A continuación, en

las figuras 6.4, 6.5 y 6.6 se muestra un ejemplo de una traza con la que se realiza esta navegación, mostrando el mapeo y el reparto de la pérdida de energía.

```
track n:38
Initial point [-4.06593752 -4.86031246 19.98999977], vector [-0.01059338 -0.0113877 -0.24180278]
origin: [-4.06593752 -4.86031246 19.98999977]
sorted: [(42.96890203161349, 5, array([-4.52112342, -5.34962951, 9.6]), (122.37245710197061, 4, array([-5.36227544, -6.25385353, -9.6]))]
Enter point: [-4.52112342 -5.34962951 9.6], exit point: [-5.36227544 -6.25385353 -9.6]
enterx: 13, entry: 11, enterz: 49
Entry voxel 13 11 49
Entry point: [-4.52112342 -5.34962951 9.6]
```

Figura 6.4: Ejemplo de una traza y su paso por el volumen activo. Se muestra el punto (-4.07, -4.86, 20.0) y el vector (-0.01, -0.01, -0.24) tomados para la trayectoria, y los puntos de entrada (-4.52, -5.34, 9.6) y salida (-5.36, -6.25, -9.6) del volumen activo, siguiendo el primer algoritmo explicado en este apartado.

```
Iteration: 55
Starting point: [-5.3454524 -6.23576905 -9.216]
sorted: [(1.5880611014071437, 4, array([-5.36227544, -6.25385353, -9.6]))]
Intersections (t, layer, cutting point): (1.5880611014071437, 4, array([-5.36227544, -6.25385353, -9.6])), None
Cut plane: 4
Next voxel is: [11, 8, -1]
Crossed voxels: [[13, 11, 49], [13, 11, 48], [13, 10, 48], [13, 10, 47], [13, 10, 46], [13, 10, 45], [13, 10, 44], [12, 10, 44], [12, 10, 43], [12, 10, 42], [12, 10, 41], [12, 10, 40], [12, 10, 39], [12, 10, 38], [12, 10, 37], [12, 10, 36], [12, 10, 35], [12, 10, 34], [12, 10, 33], [12, 10, 32], [12, 10, 31], [12, 10, 30], [12, 10, 29], [12, 10, 28], [12, 10, 27], [12, 9, 27], [12, 9, 26], [12, 9, 25], [12, 9, 24], [12, 9, 23], [12, 9, 22], [11, 9, 22], [11, 9, 21], [11, 9, 20], [11, 9, 19], [11, 9, 18], [11, 9, 17], [11, 9, 16], [11, 9, 15], [11, 9, 14], [11, 9, 13], [11, 9, 12], [11, 9, 11], [11, 9, 10], [11, 9, 9], [11, 9, 8], [11, 9, 7], [11, 9, 6], [11, 8, 6], [11, 8, 5], [11, 8, 4], [11, 8, 3], [11, 8, 2], [11, 8, 1], [11, 8, 0]]
exit point though navigation: [-5.36227544 -6.25385353 -9.6], exit_point: [-5.36227544 -6.25385353 -9.6]
Both second intersection and navigation exit are the same! :D
All ok
Track's energy difference: 5.98454475402832
```

Figura 6.5: Ejemplo de la misma traza que en la figura anterior, al finalizar su navegación por el volumen activo. Se muestra el punto de referencia (-5.34, -6.24, -9.22), las intersecciones con los planos de los véxeles (-5.36, -6.25, -9.6), la lista de véxeles atravesados por esta partícula. Finalmente, se comparan los valores de salida obtenidos por ambos métodos, y se da el valor de la diferencia de energía entre la traza del detector 0 y la del 1.

```
Voxel[11,7,16], E_avg = 0.10963139967484907, Tracks = 1
Voxel[11,7,17], E_avg = 0.10963139967484907, Tracks = 1
Voxel[11,7,18], E_avg = 0.10963139967484907, Tracks = 1
Voxel[11,7,19], E_avg = 0.10963139967484907, Tracks = 1
Voxel[11,7,20], E_avg = 0.10963139967484907, Tracks = 1
Voxel[11,8,0], E_avg = 0.10880990461869673, Tracks = 1
Voxel[11,8,1], E_avg = 0.10880990461869673, Tracks = 1
Voxel[11,8,2], E_avg = 0.10880990461869673, Tracks = 1
Voxel[11,8,3], E_avg = 0.10880990461869673, Tracks = 1
Voxel[11,8,4], E_avg = 0.10880990461869673, Tracks = 1
Voxel[11,8,5], E_avg = 0.10880990461869673, Tracks = 1
```

Figura 6.6: Muestra del valor de la pérdida de energía atribuida a algunos de los véxeles de la navegación. Se observa cómo los véxeles pertenecientes a la traza 38 obtienen el mismo valor entre sí, pero diferente a otras celdas atravesadas por otras partículas. Se muestra el índice del véxel, la pérdida de energía en él y el número de trazas que lo han atravesado.

7

Conclusiones

Este trabajo cuenta con el objetivo de continuar el estudio, comenzado en un Trabajo de Fin de Grado previo, de un sistema de tomografía protónica para generación de imágenes en el ámbito oncológico. En este sentido, se han obtenido numerosos avances, así como resultados de interés en el estudio de la viabilidad del mismo.

La idea de este trabajo surge de la aplicación de la tomografía muónica para entornos tecnológicos y, por lo tanto, se ha tenido esta referencia a lo largo del mismo. No obstante, a lo largo del trabajo se han encontrado dificultades y diferencias de desarrollo que se han tenido que solventar, como las interacciones de cada tipo de partícula o el elevado número de protones por *beam*.

En primer lugar, se ha realizado trabajo de mejora de la simulación del sistema, tratando de asemejarlo más a un sistema real. Por un lado, se han completado los detectores añadiendo la electrónica y los soportes necesarios, con el aumento de material y, por lo tanto, de interacciones que ello supone.

También se adaptó el haz de protones para que pueda ajustarse el número de partículas emitidas, pues, según los fabricantes de la máquina que se construirá en el Hospital Marqués de Valdecilla, no se prevé que esta tecnología sea capaz de disparar, a mínima potencia, menos de unos 8 protones cada vez, lo cual afecta directamente a los resultados que se obtengan. Para esto, se ha realizado un estudio del efecto del número de protones emitidos en cada paquete en diversas magnitudes, midiendo su efecto directo en la calidad de los resultados.

En cuanto a mejoras del sistema, tuvo que implementarse un mecanismo de rotación del sistema de detección y *gantry* para la posterior implementación de algoritmos más complejos que los del otro trabajo, en los que se requiere un estudio del objeto desde diferentes ángulos.

Por otro lado, también se han desarrollado exitosamente algoritmos de reconstrucción y emparejamiento de trazas, indispensables para la posterior obtención de imágenes. Dichos algoritmos funcionan correctamente para los casos de un solo protón, obteniendo en todos los casos eficiencias de 1.0 ± 0.0 , y una pureza, en el caso de la reconstrucción, muy cercana también a este valor. Sin embargo, a medida que aumenta el número de protones por disparo, estos valores descienden drásticamente hasta alcanzar, en el caso de la reconstrucción del primer detector —que obtiene los peores resultados—, valores de $\varepsilon_1 \approx 0.25$, $P_1 \approx 0.2$ y $\varepsilon_{reco} \approx 0.3$. Esto se debe al aumento del números de *hits* que, por un lado, genera una mayor dificultad para la correcta reconstrucción de las trazas, y por otro, eleva el número de trazas reconstruidas, haciendo que el emparejamiento de las mismas resulte un proceso mucho menos certero.

Estos resultados ponen de manifiesto una limitación clave del sistema: la viabilidad de este proyecto tiene una fuerte dependencia con el número mínimo de protones que se consigan disparar con esta tecnología, pues estos números obtenidos para 10 protones hacen inviable un estudio de estas características. Sin embargo, esto no se traduce en el descarte de esta investigación, pues las aplicaciones de este trabajo resultan de gran valor en este área de estudio, además de dejar la puerta abierta a una mejora de la tecnología suficiente como para poder aplicar estas técnicas en experimentos reales.

Finalmente, también se ha implementado un algoritmo de imagen basado en el mapeado de las trayectorias de las partículas. Aunque dicho algoritmo no ha sido empleado aún para la obtención de imágenes tridimensionales, siendo esta la idea detrás de este desarrollo, sí se logró verificar el correcto funcionamiento del mismo, confirmando la utilidad y correcto funcionamiento de la navegación y mapeado por pérdidas de energía de una malla de véxoles en el centro del sistema.

Los resultados visuales obtenidos, proyecciones de las trazas del segundo detector en el plano $z = 0$, resultan suficientemente precisos como para poder observar la ubicación de los *phantoms* en el plano y su efecto en las trazas que los atraviesan, aunque en estas imágenes no puede llegar a diferenciarse en base a su densidad. Se espera que este objetivo de discernir los objetos pueda comenzar a lograrse con la representación 3D de los datos obtenidos en dicho algoritmo.

De este modo, este trabajo ha supuesto un avance en el estudio de la viabilidad y desarrollo de algoritmos, ofreciendo resultados que muestran las fortalezas y debilidades de esta técnica, y dejando para un posible futuro trabajo la ejecución y desarrollo de un sistema de visionado de imágenes 3D con los datos y algoritmos obtenidos aquí.

Referencias

- [1] Catherine Thérèse Quiñones. *Proton Computed Tomography*. PhD thesis, Université de Lyon, 2016. PhD thesis; disponible en HAL: tel-01694032v1.
- [2] A. Montero, A. Hervás, R. Morera, S. Sancho, S. Córdoba, J. A. Corona, I. Rodríguez, E. Chajón, and A. (n.d.) Ramos. Control de síntomas crónicos: Efectos secundarios del tratamiento con radioterapia y quimioterapia. *Oncología (Barc.)* vol.28 no.3, mar. 2005. .
- [3] Leire Etcheverry Martínez. Tomografía protónica de alta resolución basada en medidas de tiempo de vuelo. Master's thesis, Universidad de Cantabria, 2024.
- [4] Alfred R. Smith. Proton therapy. *Medical Physics*, 36 (2), 2009.
- [5] Sociedad Española de Física Médica and Grupo ProSAS-CNA. Recomendaciones de protonterapia. https://sefm.es/wp-content/uploads/2019/05/Recomendaciones_Protonterapia_Completo_DIGITAL_ISBN.pdf, 2019. Accedido: 2025-08-25.
- [6] P. Fernández-Martínez, D. Flores, V. Greco, S. Hidalgo, G. Pellegrini, D. Quirion, M. Fernández-García, I. Vila, and G. Kramberger. Low gain avalanche detectors for high energy physics. *IEEE conference publication*, 2015.
- [7] G. Giacomini. Lgad-based silicon sensors for 4d detectors. *Sensors* 2023, 23, 2132, 2023.
- [8] S Chatrchyan, G Hmayakyan, V Khachatryan, AM Sirunyan, W Adam, T Bauer, T Bergauer, H Bergauer, M Dragicevic, J Eroe, et al. The CMS experiment at the CERN LHC. *Journal of instrumentation*, 3, 2008.
- [9] G. Aad et al. The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider. *JINST*, 3:S08003, 2008.

- [10] Sea Agostinelli, John Allison, K al Amako, John Apostolakis, H Araujo, Pedro Arce, Makoto Asai, D Axen, Swagato Banerjee, GJNI Barrand, et al. Geant4—a simulation toolkit. *Nuclear instruments and methods in physics research section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 506(3):250–303, 2003.
- [11] International Atomic Energy Agency. *Muon Imaging: Present Status and Emerging Applications*. IAEA, 2022.