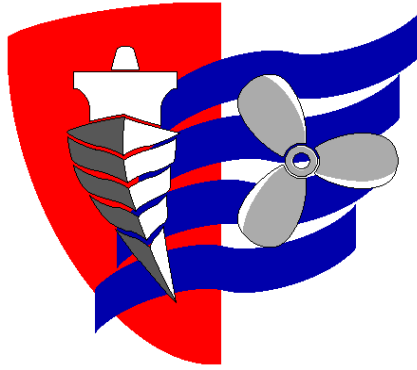


ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE NÁUTICA

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



Trabajo Fin de Grado

**ESTRELLAS SELECCIONADAS
PARA LA OBSERVACIÓN
ASTRONÓMICA**

**SELECTION OF STELLAR TARGETS FOR
ASTRONOMICAL OBSERVATIONS**

Para acceder al Título de Grado en
**INGENIERÍA NÁUTICA Y TRANSPORTE
MARÍTIMO**

Autor: RAQUEL DEL HIERRO MARTÍNEZ

Director: JOSE IVÁN MARTÍNEZ GARCÍA

Junio - 2025

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE NÁUTICA

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

Trabajo Fin de Grado

**ESTRELLAS SELECCIONADAS
PARA LA OBSERVACIÓN
ASTRONÓMICA**

**SELECTION OF STELLAR TARGETS FOR
ASTRONOMICAL OBSERVATIONS**

Para acceder al Título de Grado en
**INGENIERÍA NÁUTICA Y TRANSPORTE
MARÍTIMO**

Junio - 2025

RESUMEN

Este Trabajo de Fin de Grado presenta el desarrollo de una hoja de cálculo en Microsoft Excel diseñada para resolver el problema de la posición mediante navegación astronómica. La herramienta permite calcular con precisión la latitud y la longitud del observador a partir de observaciones de astros aplicando el método analítico de Alessio. Este procedimiento evita el uso de gráficos y se basa en la proyección de las diferencias de altura sobre los ejes cardinales, resolviendo el ajuste mediante sumatorios ponderados.

Para ello, se integran datos procedentes del Almanaque Náutico de 2025, como la declinación y el Ángulo Sidéreo de los astros, calculados en función de la fecha, hora y posición estimada. A partir de estos valores se obtienen las alturas estimadas y Azimutes y, mediante la introducción de alturas observadas, se calcula la posición verdadera.

Una de las principales funciones de la hoja es la selección automática de ternas de astros, teniendo en cuenta criterios como brillo, elevación y diferencia angular, lo que mejora la precisión de los resultados. También contempla escenarios con observaciones escalonadas, aplicando correcciones por rumbo y distancia navegada.

Este proyecto demuestra cómo una herramienta digital puede reproducir con fidelidad los principios tradicionales de la navegación astronómica, facilitando su aplicación práctica y su aprendizaje en entornos simulados, sin necesidad de realizar gráficos ni cálculos manuales complejos.

Palabras clave

Navegación astronómica, posición geográfica, método de Alessio, Excel, recta de altura y Almanaque Náutico.

ABSTRACT

This Final Degree Project presents the development of a spreadsheet in Microsoft Excel designed to solve the position-finding problem through celestial navigation. The tool accurately calculates the observer's latitude and longitude based on sightings of celestial bodies such as the Sun, planets, or stars, applying the analytical method developed by Alessio. This approach eliminates the need for graphical constructions and is based on projecting altitude differences onto the cardinal axes, resolving the position adjustment through weighted summations.

To achieve this, data from the 2025 Nautical Almanac are integrated, including the declination and sidereal hour angle of celestial bodies, calculated according to the estimated date, time, and position. From these values, estimated altitudes and azimuths are derived, and by introducing observed altitudes, the true position is obtained.

One of the key features of the spreadsheet is the automatic selection of optimal sets of three celestial bodies, considering factors such as brightness, elevation, and angular separation, thereby improving the accuracy of the results. The tool also handles staggered observations by applying corrections based on course and distance sailed.

This project demonstrates how a digital tool can faithfully reproduce the traditional principles of celestial navigation, offering a practical and educational solution in simulated environments, without relying on graphical plotting or complex manual calculations.

Keywords

Celestial navigation, Geographic position, Alessio Method, Altitude intercept, Excel, Nautical Almanac.

ÍNDICE

Resumen	5
Abstract.....	6
1 Introducción.....	1
1.1 Contextualización y relevancia del trabajo.....	1
2 Fundamentos de navegación astronómica.....	2
2.1 La esfera celeste	2
2.2 Líneas y puntos principales de la esfera celeste	3
2.3 Horizontes de la esfera celeste	5
2.4 Coordenadas de los astros.....	6
2.4.1 Coordenadas horizontales o azimutales	6
2.4.2 Coordenadas horarias.....	9
2.4.3 Coordenadas uranográficas ecuatoriales.....	11
2.4.4 Movimiento aparente del cielo	12
2.4.5 Relación entre las distintas coordenadas que se miden en el ecuador	17
3 Trigonometría esférica.....	18
3.1 Triángulo de posición.....	20
4 La medida del tiempo	23
5 Instrumentos de la navegación astronómica	27
5.1 Ballestilla	27
5.2 Astrolabio.....	28
5.3 Octante	29
5.4 El almanaque náutico	30
5.5 Sextante	34
5.5.1 Descripción del sextante	34
5.5.2 Punto inicial y punto de paralelismo.....	38
5.5.3 Observaciones con el sextante	39
5.5.4 Ajustes, correcciones a las medidas tomadas	41
6 Métodos para el reconocimiento de astros.....	42
6.1 Tablas náuticas	42
6.2 Enfilaciones de las constelaciones principales	43
6.2.1 Constelación de la Osa Mayor	44
6.2.2 Constelación de Orión.....	46



6.2.3	Constelaciones de pegaso y andrómeda	47
6.2.4	Constelación de Escorpio	48
6.2.5	Constelación Cruz del Sur	50
6.3	Programas informáticos.....	52
6.4	Starfinder	56
7	Descripción de la hoja de cálculo	60
8	Conclusiones.....	86
9	Bibliografía	88

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. La esfera celeste y sus elementos. Fuente: [2].....	3
Figura 2. Representación tridimensional de la esfera celeste. Fuente: [4].....	5
Figura 3. Horizontes de la esfera celeste. Fuente: [5].....	6
Figura 4. Almicantarát. Fuente: [9].....	7
Figura 5. Coordenadas horizontales. Fuente: [5].....	9
Figura 6. Coordenadas horarias. Fuente: [5].....	11
Figura 7. Coordenadas uranográficas ecuatoriales. Fuente: [5].....	12
Figura 8. La eclíptica. Fuente: [13].....	13
Figura 9. Movimiento aparente del sol sobre la esfera celeste. Fuente: [5].	15
Figura 10. Trayectoria aparente del sol sobre la esfera celeste para un observador situado en una latitud 40° n. Fuente: [14].....	16
Figura 11. Relación entre las coordenadas que se miden en el ecuador celeste. Fuente: [15].....	17
Figura 12. Triángulo esférico. Fuente: [17].....	20
Figura 13. Triángulo de posición. Fuente: [18].....	22
Figura 14. Planisferio con los husos horarios. Fuente: [20].....	24
Figura 15. Uso de la ballestilla. Fuente: [23].....	28
Figura 16. Astrolabio. Fuente: [26].....	29
Figura 17. Octante. Fuente: [28].....	30
Figura 18. Almanaque náutico 2025. Fuente: [30].....	31
Figura 19. Página diaria del Almanaque Náutico (24/07/2025). Fuente: [30]	32
Figura 20. Tabla de AS de diferentes estrellas. Fuente: [30].....	33
Figura 21. Partes del sextante. Fuente: [33].....	36
Figura 22. Reflexión de la luz en un espejo plano. Fuente: [35].....	36
Figura 23. Funcionamiento óptico del sextante. Fuente: [35].....	37
Figura 24. Representación de los crepúsculos. Fuente: [38].....	40
Figura 25. Enfilaciones de la Osa Mayor. Fuente: [5].....	45
Figura 26. Enfilaciones de la constelación de Orión. Fuente: [45].....	46
Figura 27. Enfilaciones de la constelación de Orión. Fuente: [5].....	47
Figura 28. Enfilaciones de la constelación de Pegaso. Fuente: [5].....	48
Figura 29. Enfilaciones de la constelación de Escorpio. Fuente: [5].....	50
Figura 30. Constelación Cruz del Sur. Fuente: [50].....	51
Figura 31. Enfilaciones de la constelación Cruz del Sur. Fuente: [5].....	52
Figura 32. Introducción de la posición en Stellarium. Fuente: Elaboración propia.....	54
Figura 33. Búsqueda del astro y sus características. Fuente: Elaboración propia.....	54
Figura 34. Características de la estrella Alioth. Fuente: Elaboración propia.	55
Figura 35. Características de la estrella Sabik. Fuente: Elaboración propia.	55
Figura 36. Características de la estrella Scheat. Fuente: Elaboración propia.....	56
Figura 37. Star Finder 2102-D. Fuente: [55].....	56

Figura 38. Hemisferio norte de la placa base del StarFinder 2012-D. Fuente: [56].	57
Figura 39. Datos Terna 1. Fuente: Elaboración propia.	62
Figura 40. Visibilidad de los astros. Fuente: Elaboración propia.	63
Figura 41. Triángulo con tres rectas de altura. Fuente: Elaboración propia.	69
Figura 42. Demostración del método de los mínimos cuadrados. Fuente: Elaboración propia.	70
Figura 43. Datos Terna 2. Fuente: Elaboración propia.	84

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Ángulo Sidéreo. Fuente: Elaboración propia.....	61
Tabla 2. Declinación. Fuente: Elaboración propia.....	61
Tabla 3. Interpolación con Macros. Fuente: Elaboración propia.	62
Tabla 4. Alturas. Fuente: Elaboración propia.	68
Tabla 5. Operaciones Azimut. Fuente: Elaboración propia.....	72
Tabla 6. Sumatorios. Fuente: Elaboración propia.	75
Tabla 7. Latitud y Longitud finales. Fuente: Elaboración propia	76
Tabla 8. Diferencia Azimutes. Fuente: Elaboración propia.	77
Tabla 9. Comprobación diferencia Azimutes. Fuente: Elaboración propia...	77
Tabla 10. Ternas 1. Fuente: Elaboración propia.	78
Tabla 11. Terna 1 Azimutes y Alturas. Fuente: Elaboración propia.	80
Tabla 12. Latitud y longitud Terna 1. Fuente: Elaboración propia.....	83
Tabla 13. Ternas 2. Fuente: Elaboración propia.	84
Tabla 14. Terna 2 Azimutes. Fuente: Elaboración propia.	85
Tabla 15. Terna 2 Alturas. Fuente: Elaboración propia.....	85
Tabla 16. Latitud y longitud Terna 2. Fuente: Elaboración propia.....	85

1 INTRODUCCIÓN

La navegación astronómica ha sido, durante siglos, una herramienta fundamental para la localización geográfica de embarcaciones en alta mar. Aunque en la actualidad los sistemas de posicionamiento global (GPS) han reemplazado en gran medida los métodos tradicionales, el conocimiento y dominio de estas técnicas sigue siendo de gran valor académico y práctico, especialmente en entornos educativos, simulaciones y situaciones donde los sistemas electrónicos pueden fallar. Este Trabajo de Fin de Grado tiene como objetivo principal el desarrollo de una herramienta digital en formato Excel que permita automatizar los cálculos necesarios para determinar la posición geográfica del observador a partir de observaciones de cuerpos celestes. La hoja de cálculo se basa en el método analítico de Alessio, el cual permite calcular la latitud y la longitud sin necesidad de representar gráficamente las líneas de posición, y se apoya en datos astronómicos procedentes del Almanaque Náutico de 2025.

1.1 CONTEXTUALIZACIÓN Y RELEVANCIA DEL TRABAJO

En el ámbito de la náutica y la formación marítima, la navegación astronómica continúa siendo un contenido esencial. Su estudio no sólo proporciona una comprensión profunda de los principios astronómicos y geográficos, sino que también entrena la capacidad de tomar decisiones precisas sin dependencia de medios electrónicos. Sin embargo, el aprendizaje de estas técnicas suele implicar procedimientos manuales complejos y el uso intensivo de gráficos. Este trabajo busca cubrir esa brecha, proporcionando una herramienta digital que automatiza el proceso, mantiene el rigor técnico y facilita la comprensión de los conceptos. La relevancia del proyecto radica en su capacidad para traducir un procedimiento tradicional en un entorno computacional accesible, contribuyendo así tanto a la enseñanza como a la simulación de situaciones reales de navegación. Además, la integración de funciones como la selección automática de astros y la consideración de observaciones escalonadas permite explorar escenarios más próximos a la práctica profesional.

2 FUNDAMENTOS DE NAVEGACIÓN ASTRONÓMICA

La navegación astronómica se basa en la observación y comprensión del cielo para determinar la posición del navegante en la superficie terrestre. Este apartado aborda los principios fundamentales que sustentan esta disciplina, comenzando por la descripción de la esfera celeste y sus elementos esenciales. Se analizan las principales líneas y puntos de referencia utilizados en la observación astronómica, así como los distintos horizontes celestes. Además, se presentan los sistemas de coordenadas celestes empleados para localizar astros con precisión y se estudia el movimiento aparente del firmamento, fenómeno clave para interpretar la posición y trayectoria de los cuerpos celestes a lo largo del tiempo. Estos conceptos constituyen la base teórica sobre la que se apoya la práctica de la navegación mediante observaciones astronómicas.

2.1 LA ESFERA CELESTE

En este apartado, voy a presentar el concepto clave para comprender este trabajo y cualquier cálculo astronómico que se vaya a realizar. Se conoce que los astros que observamos en el cielo están a distancias específicas de la Tierra, aunque desde nuestra perspectiva puede parecer que todos están a la misma distancia, como si estuvieran fijos en un techo estrellado, pertenecientes a un mismo plano. Esta es la idea fundamental en la que se basa la astronomía esférica o geometría celeste, que estudia el recorrido de los astros desde la perspectiva de un observador en la Tierra.

La Astronomía Náutica utiliza los principios de la astronomía general, en particular los de la astronomía de posición, para localizar una embarcación en un lugar específico sobre la superficie terrestre mediante observaciones precisas. A partir de esta información, se determina el rumbo a seguir para que la embarcación se desplace de un punto a otro. En la Astronomía Náutica, lo fundamental no es conocer la distancia precisa de los astros, sino comprender la dirección en la que los observamos, es por esto por lo que voy

a retomar la idea del “techo estrellado” para explicar el concepto de la Esfera Celeste (*Figura 1*). [1]

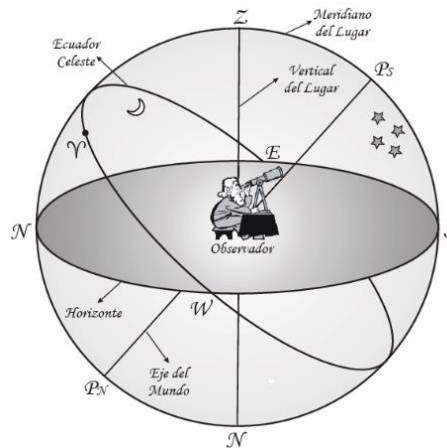


Figura 1. La esfera celeste y sus elementos. Fuente: [2]

La Esfera Celeste es un concepto imaginario que representa una superficie esférica de radio unitario, con el observador ubicado en su centro. En esta esfera se proyectan las ubicaciones aparentes de todos los astros, permitiendo su estudio y localización en el cielo. [2]

2.2 LÍNEAS Y PUNTOS PRINCIPALES DE LA ESFERA CELESTE

Se definen a continuación los principales elementos que van a apreciarse en cualquier esfera celeste: [3]

- **Eje del mundo:** eje que une los polos Sur y Norte celestes atravesando el centro de la esfera. Es el eje sobre el que se produce la rotación diaria de la esfera celeste, siendo esta un reflejo de la rotación terrestre, que sigue un movimiento uniforme de Oeste a Este, contrario a las agujas del reloj. Como consecuencia, la esfera celeste sufre un movimiento aparente por el que un observador aprecia cómo los astros salen por el Este y van hacia el Oeste.
- **Ecuador celeste:** círculo máximo perpendicular al eje del mundo que divide la esfera celeste en dos mitades simétricas, los hemisferios

Norte y Sur celestes. Sirve como punto de referencia para la medición de latitudes.

- **Paralelos celestes:** círculos menores de la esfera celeste paralelos al ecuador celeste sobre los que se desarrolla el movimiento aparente de los astros.
- **Zenit (Z):** punto de la esfera celeste situado directamente sobre la cabeza del observador siguiendo la vertical gravitatoria.
- **Nadir (N):** punto de la esfera celeste diametralmente opuesto del zenit, inaccesible para la vista del observador.
- **Vertical de un astro:** semicírculo máximo que saliendo del Zenit va hasta el Nadir pasando por el astro siendo perpendicular al horizonte.
- **Meridiano celeste:** círculo máximo de la esfera celeste que conecta el Polo Norte con el Polo Sur. Se divide en dos partes: el meridiano superior de lugar, que pasa por el Zenit y el inferior de lugar, que pasa por el Nadir.
- **Horizonte astronómico:** círculo máximo de la esfera celeste perpendicular a la vertical y que pasa por el centro de la Tierra. Los puntos de la intersección del horizonte con el meridiano celeste se denominan punto cardinal Norte (N) y Sur (S), mientras que los puntos de la intersección con el ecuador celeste son los puntos cardinales Este (E) y Oeste (O).
- **Vertical primario:** Semicírculo máximo de la esfera celeste que conecta el Zenit y el Nadir y que pasa por el punto cardinal E o por el W.

La *Figura 2* ofrece una representación completa de todos los elementos de la esfera celeste que acabo de explicar.

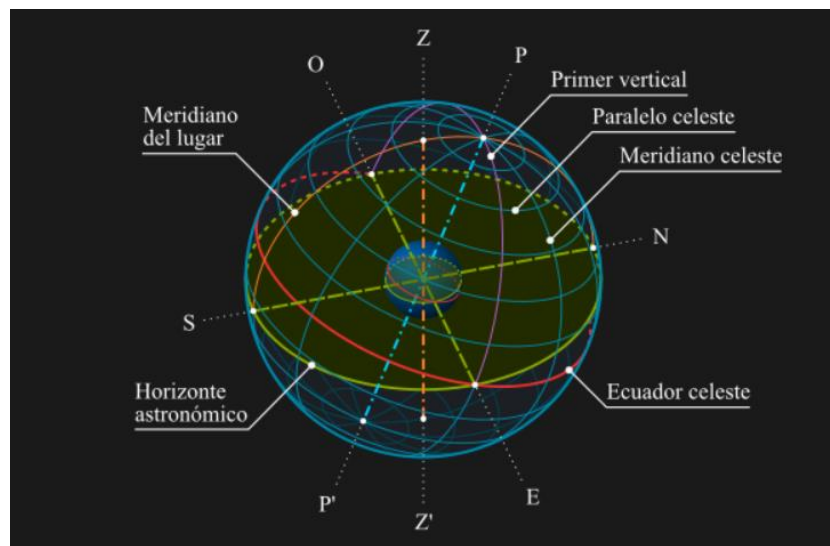


Figura 2. Representación tridimensional de la esfera celeste. Fuente: [4]

2.3 HORIZONTES DE LA ESFERA CELESTE

Estudiando la esfera celeste pueden distinguirse tres tipos de horizontes, siendo estos: [3]

- **Horizonte astronómico, verdadero o racional (HH')**: como acabo de mencionar, es un círculo máximo perpendicular a la vertical y que pasa por el centro de la esfera celeste. Divide la esfera celeste en dos hemisferios: superior o visible, en el que se encuentra el Zenit e inferior o invisible, en el que permanece el Nadir.
- **Horizonte aparente o sensible (hh')**: línea imaginaria que se forma a nivel de los ojos del observador y es paralelo al horizonte verdadero. Este último horizonte se basa en una referencia geodésica, mientras que el horizonte aparente depende de la posición del observador y de su vista. Este horizonte, cuando se proyecta sobre la esfera celeste, se cruza con ella formando un círculo menor que define lo que el observador puede ver en el cielo desde su posición particular, limitando su campo de visión.
- **Horizonte visible o de la mar (h₁h'₁)**: círculo menor generado por las tangentes a la superficie terrestre trazadas desde los ojos de un observador que se encuentra a una altura específica sobre el nivel del

suelo. Este círculo define el límite visual que el observador percibe, dependiendo de su posición elevada respecto a la Tierra.

La *Figura 3* permite identificar los tres horizontes de la esfera celeste que acabo de definir.

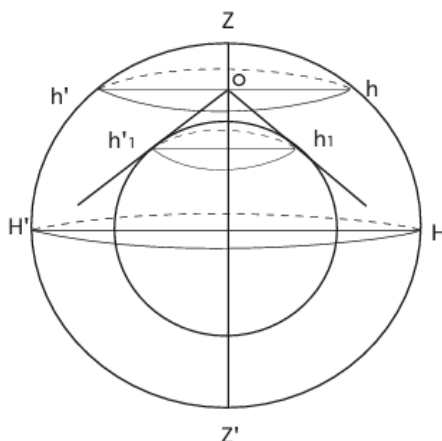


Figura 3. Horizontes de la esfera celeste. Fuente: [5]

2.4 COORDENADAS DE LOS ASTROS

La determinación precisa de la posición de los astros en la esfera celeste es fundamental para la astronomía náutica, ya que permite calcular rumbos, distancias y posiciones geográficas en alta mar. Para ello, se utilizan distintos sistemas de coordenadas astronómicas, como el sistema horizontal, el horario y el ecuatorial, entre otros. Cada uno de ellos responde a un marco de referencia distinto (local, terrestre o celeste) y permite describir el movimiento aparente de los astros desde la perspectiva del observador. En los apartados siguientes se analizan los principales sistemas de coordenadas empleados, sus elementos característicos y la relación entre ellos, con el objetivo de comprender su aplicación práctica en la navegación astronómica. [6] [7]

2.4.1 Coordenadas horizontales o azimutales

Las coordenadas horizontales o azimutales constituyen un sistema de referencia empleado para determinar la posición de objetos celestes desde un punto específico sobre la superficie terrestre. Antes de abordar el concepto de

coordenadas, es importante aclarar dos términos fundamentales. En primer lugar, el almicanarat de un astro (*Figura 4*), que corresponde a los círculos imaginarios trazados en la esfera celeste, paralelos al horizonte, y cuya función es determinar la altura o depresión de los astros. Cuando dos estrellas comparten el mismo almicanarat, significa que se encuentran a la misma altura respecto al horizonte. [8]

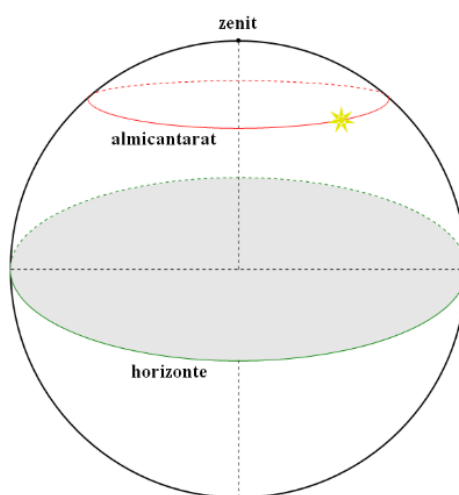


Figura 4. Almicanarat. Fuente: [9]

El segundo concepto es el pie del astro, que se define como el punto donde la línea vertical que pasa por un astro e interseca el horizonte astronómico. En otras palabras, es la proyección de la ubicación del astro sobre el horizonte.

Este sistema se fundamenta en dos parámetros principales: el Azimut y la altura del astro.

Azimut (Z): Es el ángulo medido en el plano horizontal desde el Norte hasta el pie del astro. Este ángulo se mide en grados ($^{\circ}$), y su valor puede oscilar entre 0° (Norte) y 360° . Se distinguen tres tipos de Azimutes en función de su origen:

- **Azimut náutico o circular:** se mide desde el punto cardinal Norte hacia el Este y su valor puede oscilar entre 0° y 360° . En la *Figura 5* se identifica como NEST.
- **Azimut cuadrantal:** se mide desde el Norte o el Sur hacia el Este o el Oeste, su valor va de 0° a 90° . Es el empleado para los cálculos, en la *Figura 5* se representa con las letras ST. La **amplitud** (Ap) es un arco de horizonte complementario al Azimut cuadrantal, se mide desde el Este o el Oeste hasta el pie del astro.
- **Ángulo cenital o Azimut astronómico:** se mide desde el punto cardinal elevado (correspondiente a la latitud del observador) o polo elevado, hacia el Este o el Oeste de 0° a 180° , nunca superando este valor. Es el segmento del horizonte comprendido entre la línea vertical del polo elevado y la línea vertical del astro, determinado a lo largo de la trayectoria más breve. En la siguiente imagen (*Figura 5*), se identifica con las letras NWT. Dado que dicha trayectoria puede variar, es fundamental especificar el punto de referencia y la dirección en la que se efectúa la medición.

Altura o elevación (a): representa el arco de vertical contado desde el horizonte del observador hasta el almicantrat del objeto celeste. Este ángulo se expresa también en grados, con un rango de 0° (cuando el objeto se encuentra en el horizonte) a $+90^\circ$ (cuando el objeto está directamente sobre la cabeza del observador, en el cenit). Cuando el astro se sitúa por debajo del horizonte, su valor es negativo y se denomina depresión.

La distancia cenital (ζ) (*Ecuación 1*) es el arco de vertical contado desde el zenit hasta el astro, es un ángulo complementario de la altura.

$$\zeta = 90^\circ - a \quad (1)$$

ZAZ' = vertical del astro.
 TA = altura del astro.
 ZA = z = distancia cenital = $90^\circ - a$
 ST = azimut cuadrantal.
 NWT = azimut astronómico o ángulo en el cenit.
 $NEST$ = azimut circular o náutico.

2.4.2 Coordenadas horarias

Declinación (d): ángulo medido a lo largo del arco de círculo horario del astro, desde el ecuador celeste hasta su centro o el paralelo de declinación correspondiente. Este valor varía entre 0° y 90° , dependiendo de si el astro se encuentra en el hemisferio Norte o Sur. La declinación equivale a la latitud celeste de un cuerpo estelar. La codeclinación, también conocida como distancia polar de un astro, se define como el arco del semicírculo horario que

se extiende desde el centro del astro hasta el polo elevado. Este ángulo es el complemento de la declinación. Una forma más sencilla de describir la codeclinación es como la distancia angular que separa al astro del polo celeste Norte, sin depender de la latitud del observador. Su valor únicamente varía según si el astro se encuentra en el hemisferio Norte o en el Sur.

Horario (del astro) en el lugar (h^*l): también llamado horario local o simplemente horario del astro es el ángulo que representa el tramo del ecuador celeste comprendido entre el meridiano superior del observador y el círculo horario del astro (también conocido como meridiano celeste), medido en dirección Oeste. Este valor puede oscilar entre 0° y 360° . Dependiendo de cómo se mida el arco del ecuador celeste, se pueden obtener distintas formas de expresar el horario del astro. El horario de un astro en un determinado lugar (hL^*) se obtiene a partir del horario del astro en Greenwich (hG^*) y la longitud (L) del observador. La relación matemática entre estos valores se expresa como (*Ecuación 2*):

$$hL^* = hG^* - L \quad (2)$$

Debe tenerse en cuenta que esta expresión tiene sentido siguiendo el método náutico, es decir, tomando el Oeste con signo positivo y el Este con negativo, es fundamental considerar esta relación, ya que los almanaques náuticos proporcionan el horario en Greenwich, pero para efectuar los cálculos astronómicos es necesario conocer el horario correspondiente al lugar de observación. Debe tenerse en cuenta que si se emplea el método de signos propuesto por la UAI¹ se toma el Este con signo positivo y el Oeste con negativo.

¹ UAI: Unión Astronómica Internacional.

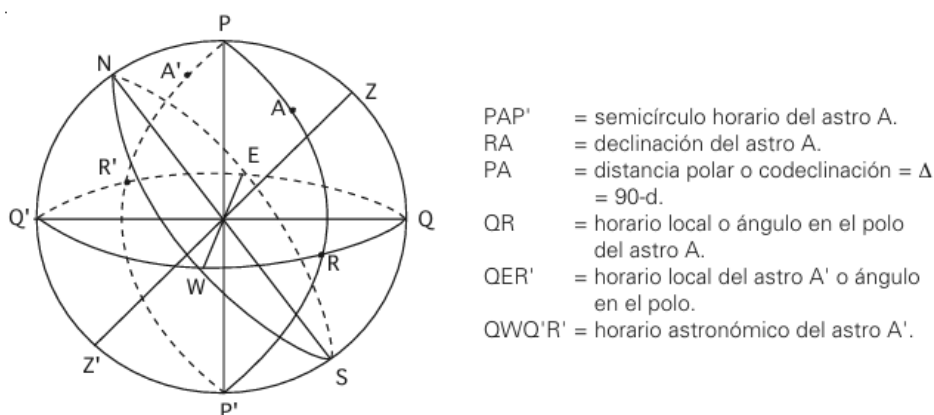


Figura 6. Coordenadas horarias. Fuente: [5]

2.4.3 Coordenadas uranográficas ecuatoriales

Las coordenadas uranográficas ecuatoriales son independientes de la ubicación del observador, lo que permite su uso universal y su inclusión en almanaques y catálogos astronómicos. Este sistema es similar al de las coordenadas horarias, pero con la diferencia de que su punto de referencia está fijado en el primer punto de Aries. Para establecer estas coordenadas, se emplea el mismo marco de referencia que en las coordenadas horarias, definido por el eje del mundo y el ecuador celeste, junto con los paralelos y meridianos celestes, los cuales en este sistema reciben el nombre de máximos de ascensión. Las coordenadas uranográficas ecuatoriales se componen de la declinación y el horario en Aries de la estrella. En astronomía, la expresión adecuada para referirse al horario en Aries de la estrella es el Ángulo Sidéreo. [11]

Declinación (d): ángulo que representa el arco del círculo horario de un astro, medido desde el ecuador celeste hasta el astro. Su valor oscila entre 0° y 90° y puede ser positivo o negativo dependiendo de si el astro se encuentra en el hemisferio Norte o Sur, respectivamente.

Ángulo sidéreo (AS): arco del ecuador celeste comprendido entre el punto Vernal y el máximo de ascensión del astro, de 0° a 360° , medido en dirección Oeste (*Ecuación 3*). El punto Vernal o punto de Aries (γ) es la intersección

entre la eclíptica y el ecuador celeste, coincidiendo con la posición del Sol en el cielo en el momento del equinoccio de primavera, que ocurre el 21 de marzo. El almanaque náutico proporciona el ángulo sidéreo para cada mes del año para cada estrella de las 99 que se emplean en la navegación astronómica.

Los astrónomos no utilizan este ángulo para sus mediciones, en su lugar, emplean la ascensión recta (AR) (*Ecuación 4*), que corresponde al arco del ecuador celeste medido desde el punto Vernal hacia el Este hasta el pie del máximo de ascensión del astro, la ascensión recta es el conjugado del ángulo sidéreo. A diferencia del ángulo sidéreo, la ascensión recta se expresa en horas.

$$AS = hG^* - hG\gamma \quad (3)$$

$$AR = 360^\circ - AS \quad (4)$$

En la *Figura 7* se ven representadas las coordenadas uranográficas ecuatoriales.

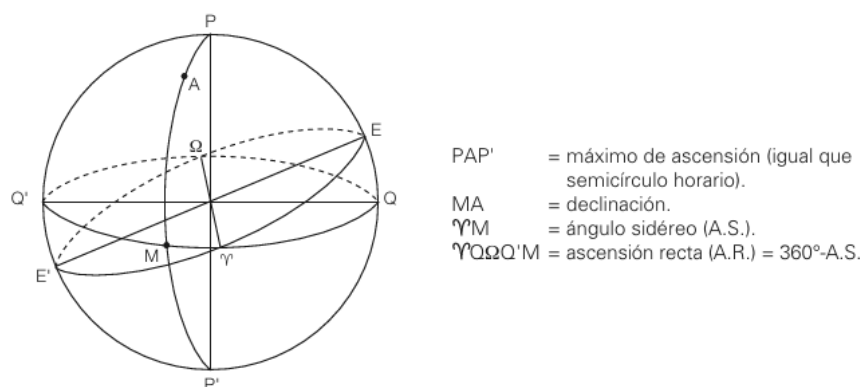


Figura 7. Coordenadas uranográficas ecuatoriales. Fuente: [5]

2.4.4 Movimiento aparente del cielo

En navegación astronómica y, por el uso de la esfera celeste, tendemos a considerar que el Sol, como todas las estrellas, están fijos en el firmamento. Es bien sabido que la Tierra y el resto de los planetas giran alrededor del Sol describiendo órbitas elípticas, el plano de órbita terrestre forma un ángulo de

$23^{\circ}27' \approx 23,5^{\circ}$ con el ecuador celeste denominado eclíptica. La eclíptica (*Figura 8*) puede definirse como el camino aparente seguido por el Sol sobre la esfera celeste a lo largo de un año, visto desde la Tierra, la trayectoria de la eclíptica sigue un círculo máximo sobre el firmamento. [12]



Figura 8. La eclíptica. Fuente: [13]

La Tierra también sufre un movimiento de rotación respecto a su eje. Para un observador en la Tierra, los movimientos de traslación y rotación no son perceptibles. Sin embargo, puede observar con claridad el movimiento aparente de la esfera celeste y de todos sus astros, la Tierra completa una vuelta en un día en sentido Oeste-Este, para un observador lo que ocurre es que la cúpula celeste se mueve en el sentido opuesto (Este-Oeste), lo que hace que entendamos que una estrella da una vuelta completa al día siguiendo su paralelo de declinación.

Un observador situado en la ciudad de Santander, con una latitud de $43^{\circ} 28'$ debe situarse mirando hacia el Norte y tendrá el polo Norte celeste a una altura de unos 43° sobre el horizonte. Apreciará que el polo Norte celeste permanece fijo durante el movimiento aparente diario mientras que las estrellas que están a su alrededor giran en sentido Este-Oeste. Las estrellas que se encuentran en la región más cercana al polo Norte celeste serán siempre visibles, se denominan estrellas circumpolares y la región donde se encuentran es el

casquete circumpolar. Alrededor del polo celeste depreso se encuentra el casquete anticircumpolar con las estrellas anticircumpolares que no son visibles para el observador porque nunca llegan a estar por encima del horizonte. La estrella Polar está aproximadamente a 1° del polo Norte celeste por lo que su paralelo de declinación es tan pequeño que parece no moverse, es por esto que se considera fija en el polo Norte celeste.

Los astros aparecen en el horizonte oriental en un fenómeno conocido como orto. Si observamos hacia el Sur, veremos cómo ascienden desde el este hacia el Oeste, elevándose progresivamente hasta alcanzar su altura máxima al cruzar el meridiano celeste superior del lugar, lo que se denomina culminación. Luego, descienden en dirección al Oeste hasta desaparecer en el horizonte, lo que corresponde al ocaso. El recorrido por el paralelo que un astro traza sobre el horizonte desde su orto hasta su ocaso se denomina arco diurno, representando la porción de su trayectoria en la que es visible. Por otro lado, la sección de su órbita que queda oculta bajo el horizonte se conoce como arco nocturno, en el cual el astro no puede ser observado desde la ubicación del espectador.

Antes de concluir este apartado, es importante retomar el concepto de la eclíptica. Los puntos donde la eclíptica cruza el ecuador celeste reciben el nombre de equinoccios. En particular, el equinoccio que ocurre entre el 20 y el 21 de marzo marca el momento en que el Sol atraviesa desde el hemisferio sur de la eclíptica hacia el hemisferio Norte, lo que implica que su declinación pasa de valores negativos a positivos. Este evento es conocido como equinoccio de primavera y también se denomina punto vernal o punto de Aries, que se observa en la *Figura 9*.

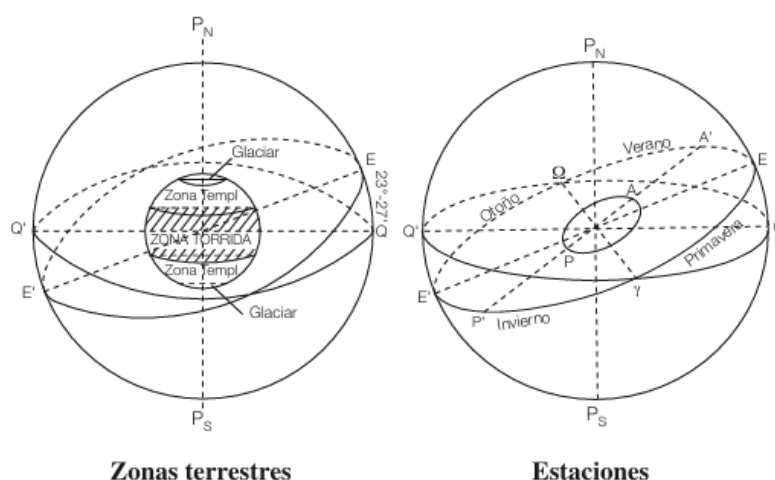


Figura 9. Movimiento aparente del sol sobre la esfera celeste. Fuente: [5]

El desplazamiento del Sol a lo largo de la eclíptica es el responsable del cambio de estaciones, ya que determina una variación progresiva en su distancia respecto al ecuador celeste. Esto influye en la posición que el Sol aparenta recorrer diariamente en su paralelo de declinación, modificando la altura que alcanza al mediodía y, en consecuencia, la cantidad de horas que permanece sobre el horizonte en cualquier punto de la Tierra.

Para ilustrar esta explicación, me apoyo en la Figura 10, que toma como referencia a un observador ubicado en Madrid, cuya latitud es de 40°N . El 21 de marzo, durante el equinoccio de primavera, el Sol se encuentra sobre el ecuador celeste. Debido al movimiento diario de la esfera celeste, el Sol aparece exactamente por el este y se oculta por el oeste después de 12 horas, tras haber recorrido la mitad del ecuador celeste. Al mediodía, alcanza su altura máxima en el cielo, situándose a 50° sobre el Sur, ya que la latitud del lugar es de 40°N .

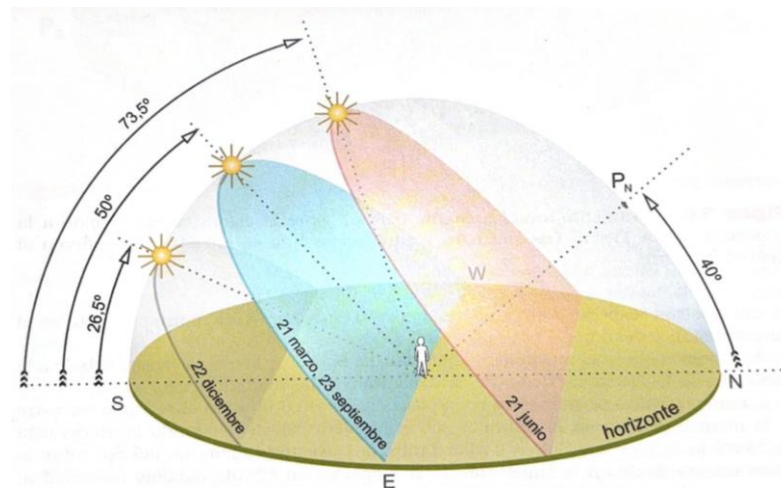


Figura 10. Trayectoria aparente del sol sobre la esfera celeste para un observador situado en una latitud 40° n. Fuente: [14]

Tres meses más tarde, el 21 de junio, el Sol ha avanzado un cuarto de su recorrido a lo largo de la eclíptica y se encuentra $23,5^{\circ}$ al Norte del ecuador celeste, marcando el solsticio de verano. En esta fecha, su trayectoria diaria es más amplia: amanece cerca del Noreste (NE) y se oculta cerca del Noroeste (NW), permaneciendo visible por más tiempo en el cielo. En su punto más alto al mediodía, alcanza una elevación de $73,5^{\circ}$ sobre el horizonte (resultado de sumar $50^{\circ} + 23,5^{\circ}$).

El 22 o 23 de septiembre, cuando el Sol vuelve a situarse sobre el ecuador celeste, se produce el equinoccio de otoño. Ese día, su recorrido diario es idéntico al del equinoccio de primavera seis meses antes.

Finalmente, el 21 de diciembre, el Sol alcanza su máxima declinación Sur, situándose $23,5^{\circ}$ por debajo del ecuador celeste, lo que marca el solsticio de invierno. En este momento, su orto ocurre hacia el Sureste (SE) y su ocaso hacia el Suroeste (SW). Al mediodía, su altura máxima en el cielo es de $26,5^{\circ}$ sobre el horizonte Sur ($50^{\circ} - 23,5^{\circ}$), lo que significa que permanece visible durante menos tiempo a lo largo del día. [14]

2.4.5 Relación entre las distintas coordenadas que se miden en el ecuador

Las coordenadas que se miden en el ecuador son la longitud geográfica (L), el horario (hL, hG) y el ángulo sidéreo (AS).

Empleando la siguiente imagen (*Figura 11*), que representa el ecuador celeste visto desde el polo Norte celeste, pueden deducirse nuevas expresiones que relacionan estas coordenadas. Se trata de una herramienta muy visual que permite recordar estas conexiones de los distintos arcos del ecuador sin necesidad de memorizar fórmulas. La longitud del observador (L) se considera positiva cuando es Este y negativa cuando es Oeste. [12]

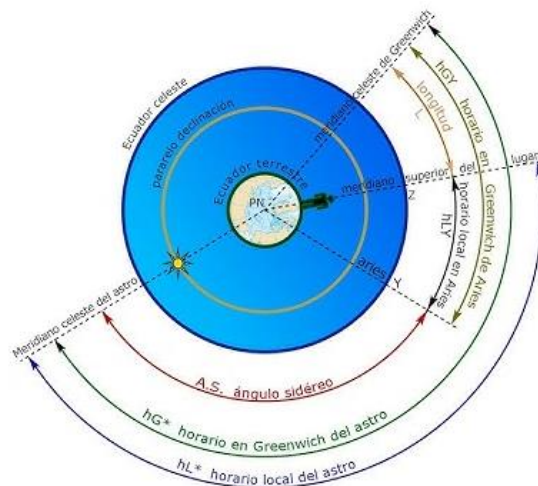


Figura 11. Relación entre las coordenadas que se miden en el ecuador celeste. Fuente: [15]

Tras establecer el meridiano de Greenwich, el meridiano superior del lugar, el primer meridiano de Aries y el círculo horario del astro, se trazan los arcos de ecuador que los relacionan y de los que obtenemos las Ecuaciones 2, 6 y 7:

$$hG * = hL * + L \quad (2)$$

$$hGY = hLY + L \quad (6)$$

$$hL * = AS + hLY \quad (7)$$

3 TRIGONOMETRÍA ESFÉRICA

La trigonometría esférica es una rama de las matemáticas que se ocupa de los ángulos y distancias en superficies esféricas. A diferencia de la trigonometría plana, que se aplica a figuras bidimensionales, la trigonometría esférica estudia las relaciones entre los ángulos y los lados de los triángulos sobre una esfera. Se utiliza para resolver problemas en los que los puntos no están en un plano, sino en una superficie curva, como la Tierra. [16]

En este contexto, la trigonometría esférica juega un papel fundamental en la navegación astronómica.

En la navegación astronómica, se forma un triángulo esférico (denominado triángulo de posición) que se utiliza para calcular la latitud y longitud del observador mediante las observaciones de los ángulos entre el astro observado y el horizonte, usando principios de trigonometría esférica. El triángulo esférico se representa en la *Figura 12*.

Existen numerosos teoremas en trigonometría esférica, pero sólo dos resultan esenciales para realizar todos los cálculos en la navegación astronómica. En realidad, para determinar la ubicación de un barco mediante la observación de cuerpos celestes, basta con aplicar uno de estos teoremas: el teorema de los cosenos. Además, el teorema de las cotangentes también puede ser útil en ciertos casos.

1. Teorema de los cosenos

Este teorema se utiliza para calcular la distancia entre dos puntos sobre una esfera, dados los ángulos que forman esos puntos con respecto al centro de la esfera.

La *Ecuación 8*:

$$\cos a = \cos b \times \cos c + \sin b \times \sin c \times \cos A \quad (8)$$

Este teorema establece que, en un triángulo esférico con lados a , b , c y ángulos opuestos A , B , C , el coseno de un lado (a) es igual al producto de los otros dos lados (a y b) más el producto de los senos de esos dos lados por el coseno del ángulo opuesto al lado original (A). [16]

En navegación astronómica, este teorema se utiliza para calcular la distancia angular entre dos puntos en la esfera terrestre (como la distancia entre dos lugares en la superficie de la Tierra) a partir de los ángulos observados con respecto a puntos de referencia (como estrellas o el sol).

2. Teorema de las cotangentes

El teorema de las cotangentes es otro principio importante dentro de la trigonometría esférica. Este teorema se utiliza principalmente para resolver triángulos esféricos cuando se conocen ciertas distancias angulares y ángulos, y es especialmente útil en aplicaciones de navegación astronómica.

En un triángulo esférico, el teorema de las cotangentes establece que:

$$\cot a \times \sin b = \cos b \times \cos C + \sin C \times \cot A \quad (9)$$

La *Ecuación 9* indica que la cotangente de un lado (a) por el seno de otro (b) es igual al producto de este último lado por el coseno del ángulo comprendido (C) más el producto del seno de este último ángulo por la cotangente del ángulo opuesto al primer lado (A). [16]

El teorema de las cotangentes en trigonometría esférica es útil para resolver triángulos esféricos cuando se conocen los ángulos y lados de un triángulo. Este teorema proporciona una relación entre las cotangentes de los lados y los ángulos de un triángulo esférico y es muy útil en la navegación astronómica para calcular posiciones y distancias angulares en la esfera terrestre.

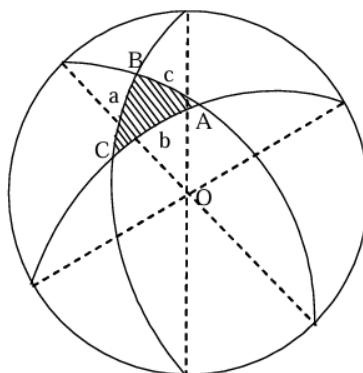


Figura 12. Triángulo esférico. Fuente: [17]

3.1 TRIÁNGULO DE POSICIÓN

El triángulo de posición (*Figura 13*) es un concepto fundamental en la astronomía náutica, siendo una herramienta clave para la determinación precisa de la posición (de un barco) en la superficie terrestre. Se trata de un triángulo esférico de la esfera celeste formado por la intersección de tres círculos máximos en la esfera celeste: el semicírculo horario del astro, el vertical del astro y el meridiano superior del lugar. [16]

En el triángulo de posición, al igual que en el resto de los triángulos podemos diferenciar tres elementos: lados, vértices y ángulos; vamos a estudiar cada uno de ellos:

- Vértices:
 - Polo elevado (P_N o P_S)
 - Astro
 - Cenit (Z)
- Lados: los lados del triángulo son la codeclinación, la distancia cenital y la colatitud:
 - Codeclinación o distancia polar (Δ), su valor se obtiene mediante la *Ecuación 10*:

$$\Delta = 90^\circ \pm d \quad (10)$$

pudiendo ser mayor de 90° , se resta cuando el signo de latitud y declinación es el mismo y se suma cuando es distinto.

- Distancia cenital (z), su valor se obtiene con la *Ecuación 11*:

$$z = 90^\circ - a \quad (11)$$

siendo siempre menor de 90° .

- Colatitud (c), su valor se conoce con la *Ecuación 12*:

$$c = 90^\circ - l \quad (12)$$

al estar contada del polo elevado hasta el cenit su valor será siempre menor de 90° .

- **Ángulos:**

- Ángulo en el polo (P): formado por el meridiano superior del lugar y el círculo horario del astro, su valor puede ser de 0° a 180° . Es el horario de lugar, pero medido por el camino más corto de forma que:
 - Si el astro está al Oeste, el horario en el lugar será menor de 180° por lo que el horario en el lugar será igual al ángulo en el polo.
 - Si el astro está al Este, el horario en el lugar será mayor de 180° . El ángulo en el polo se calcularía restando el horario en el lugar a 360° .
- Ángulo acimutal o cenital: formado por el meridiano superior de lugar y la vertical del astro, su valor va de 0 a 180° (no puede ser superior a 180°).
- Ángulo paraláctico: formado por la vertical del astro y su círculo horario, su valor va de 0 a 180° . Este ángulo se emplea poco en los cálculos de navegación astronómica, salvo en el caso del método de posicionamiento por ángulo paraláctico (método de Doves).

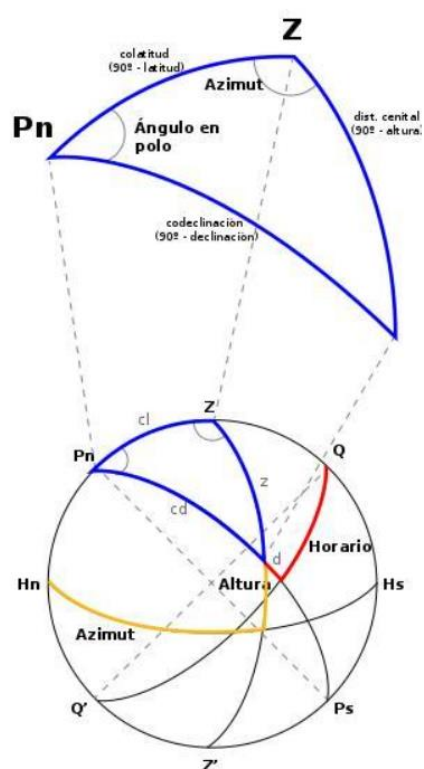


Figura 13. Triángulo de posición. Fuente: [18]

4 LA MEDIDA DEL TIEMPO

En la navegación astronómica, la medición precisa del tiempo es un elemento fundamental para determinar la posición geográfica y la orientación de una embarcación en el mar. A lo largo de la historia, los navegantes han dependido de diversas formas de medir el tiempo, adaptando conceptos astronómicos y horarios locales para facilitar sus cálculos. En las siguientes líneas voy a definir algunos conceptos imprescindibles sobre la medida del tiempo que se deben conocer: [19]

- **Día solar verdadero:** es el intervalo de tiempo que transcurre entre dos pasos consecutivos del Sol por el mismo meridiano, es decir, el tiempo real que tarda el Sol en regresar a la misma posición aparente en el cielo. Debido a la órbita elíptica de la Tierra y la inclinación de su eje, este tiempo varía ligeramente durante el año.
- **Día solar medio:** es la media aritmética de todos los días solares verdaderos a lo largo del año. Para simplificar, se define como un día de exactamente 24 horas, un promedio de la duración variable del día solar verdadero. Su propósito es proporcionar una medida constante y regular del tiempo, sin las fluctuaciones del día solar verdadero. El día solar medio se emplea tanto para medir el paso del tiempo como para crear el Almanaque Náutico.
- **Hora civil de lugar (H_{cl}):** es la hora local que se utiliza en un determinado lugar o región, ajustada al meridiano local. La hora civil de un lugar (*Ecuación 13*) se define como el tiempo transcurrido desde el paso del Sol medio por el meridiano inferior de un lugar. En el mismo instante, dos puntos de la Tierra situados en distinta longitud geográfica tienen distinta hora civil.

$$H_{cl} = UT \pm L \quad (13)$$

- **Husos horarios:** son divisiones del planeta en 24 zonas, cada una de las cuales tiene una hora estándar determinada, basándose en la longitud geográfica. El huso horario de referencia es el Meridiano de

Greenwich y cada huso horario se extiende 15 grados hacia el Este y el Oeste de este meridiano. Las zonas horarias se ajustan para coordinar las actividades diarias dentro de cada región. Los husos horarios pueden modificarse para ajustarse a las necesidades locales. El planisferio dibujado en la *Figura 14* nos muestra los husos horarios en que se separa el planeta.

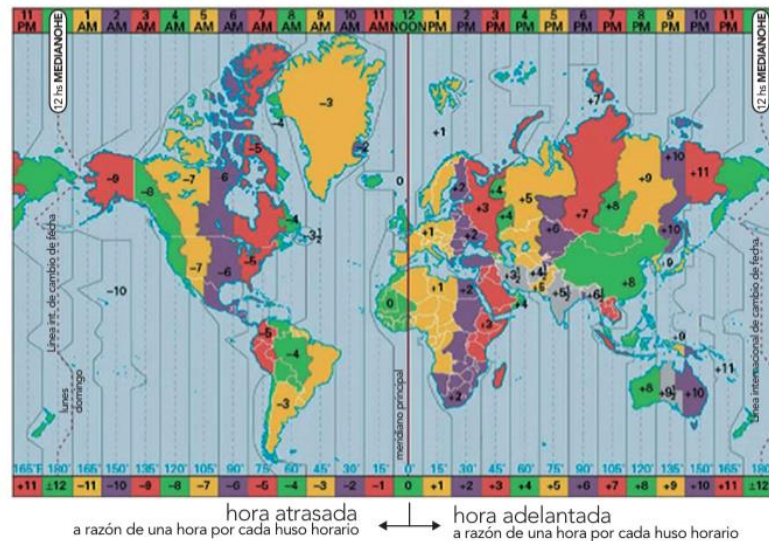


Figura 14. Planisferio con los husos horarios. Fuente: [20]

- **Hora legal (H_z):** es la hora civil que corresponde al meridiano central de cada huso. La hora legal asegura la coherencia en las actividades de la sociedad, como los horarios de trabajo, transporte y comunicaciones. La hora legal del huso horario $z = 0$ corresponde directamente al Tiempo Universal (UT). La conexión entre la hora legal de un lugar y el Tiempo Universal es sencilla de establecer (*Ecuación 14*), conociendo la longitud de un lugar se establece el huso horario que corresponde y se aplica el signo adecuado (es muy sencillo recordando que es más tarde cuanto más al Este nos encontremos):

$$H_z = UT \pm z \quad (14)$$

- **Hora oficial (H_0):** es la hora establecida por las autoridades gubernamentales de un país o región para ser utilizada en actividades oficiales, administrativas y en la vida diaria. Generalmente, se ajusta a

un huso horario determinado y puede modificarse adelantando o atrasando la hora por razones prácticas o económicas. Es el caso de nuestro país, aunque España se encuentra en el huso horario $z = 0$, lo que implica que la hora legal debería coincidir con el Tiempo Universal, se adoptó como hora oficial la correspondiente al huso $z = 1 E$, que es la utilizada por los países de Europa Central. Esto provoca que, durante los meses de otoño e invierno, nuestra hora oficial esté adelantada una hora respecto a la hora legal. Además, desde la primavera hasta el final del verano, se suma una hora adicional como medida de ahorro energético, lo que hace que, en este período, la hora oficial se sitúe en $UT + 2^h$.

- **Hora reloj de bitácora (HRB):** es la hora que marca el reloj de a bordo y que gobierna la vida en el barco.
- **Hora de cronómetro (H_{cr}):** es el tiempo medido por un cronómetro de alta precisión, utilizado principalmente en la navegación y en la observación astronómica. Este tipo de reloj es esencial para obtener medidas exactas del tiempo civil, lo que permite realizar cálculos precisos de la posición y determinar la longitud geográfica.
- **Año sidéreo:** es el tiempo que tarda la Tierra en completar una órbita alrededor del Sol, medido respecto a las estrellas fijas. Su duración es de aproximadamente 365,25636 días. Este tipo de año se utiliza principalmente en astronomía.
- **Año trópico:** es el tiempo que tarda la Tierra en completar una órbita alrededor del Sol, medido desde un equinoccio (cuando el Sol cruza el ecuador). Su duración es de aproximadamente 365,24219 días y se utiliza para definir el calendario gregoriano, ya que está relacionado con las estaciones del año.

En el estudio de la medida del tiempo, es fundamental entender dos conceptos clave: el *Tiempo Universal* (UT) y el *Tiempo Universal Coordinado* (UTC). Ambos sistemas se utilizan para establecer una referencia de tiempo global,

pero difieren en su precisión y en los métodos utilizados para mantener la sincronización.

1. Tiempo Universal (UT): es un sistema de tiempo basado en el movimiento de la Tierra y la rotación del planeta, se utiliza para medir el tiempo en función de la posición del Sol en el cielo, y tiene variaciones debido a irregularidades en la rotación terrestre. Se considera la hora civil en el meridiano de Greenwich.
2. Tiempo Universal Coordinado (UTC): es un sistema o escala de tiempo internacional estandarizado, está basada en el tiempo universal, pero utiliza como patrón el segundo atómico y el Tiempo Atómico Internacional (IAT). Para mantener la sincronización con la rotación terrestre, el UTC ajusta su tiempo mediante la adición de segundos intercalares cuando es necesario.

El Tiempo Universal Coordinado (UTC) y el Tiempo Universal (UT) son dos sistemas utilizados para medir el tiempo, pero presentan diferencias importantes. Una de las principales diferencias es que el UTC se ajusta mediante la adición de segundos intercalares para mantener su precisión, mientras que el UT depende directamente de la rotación de la Tierra, lo que puede generar pequeñas variaciones en su medición. Además, el UTC, al basarse en relojes atómicos, es considerablemente más preciso que el UT, que está vinculado a la rotación terrestre, un fenómeno que no es constante. En cuanto a su uso, el UTC se ha establecido como el estándar global de tiempo y es empleado en una amplia variedad de sistemas internacionales, como la sincronización de relojes, la navegación, las telecomunicaciones y otros campos donde se requiere precisión. Por otro lado, el UT sigue siendo más común en contextos astronómicos y geofísicos, donde las observaciones y cálculos están más relacionados con los movimientos celestes y la rotación de la Tierra.

5 INSTRUMENTOS DE LA NAVEGACIÓN ASTRONÓMICA

A lo largo de la historia, la navegación astronómica ha dependido de diversos instrumentos que permitieron a los navegantes orientarse en mar abierto mediante la observación de los astros. Desde la Edad Media hasta la era moderna, herramientas como la ballestilla, el astrolabio, el octante y el sextante han sido esenciales para determinar la latitud y, con el tiempo, mejorar la precisión en la localización geográfica. Cada uno de estos instrumentos representó un avance significativo en la medición de ángulos celestes, sentando las bases para la navegación moderna.

5.1 BALLESTILLA

La ballestilla (*Figura 15*), también denominada báculo de Jacob, fue un dispositivo fundamental en la navegación astronómica, empleado para calcular la latitud observando la altura de los astros en relación con el horizonte. Las primeras descripciones del instrumento se remontan al siglo XIV, y a lo largo de los siglos XV y XVI adquirió gran relevancia entre los marinos europeos. Este instrumento estaba compuesto por una vara graduada sobre la que se desplazaba perpendicularmente otra más pequeña, lo que permitía medir ángulos con exactitud aplicando el principio de semejanza de triángulos. Con la aparición de instrumentos más avanzados, como el octante y el sextante, su uso fue decayendo hasta quedar obsoleto en el siglo XVIII. [21] [22]



Figura 15. Uso de la ballestilla. Fuente: [23]

5.2 ASTROLABIO

El astrolabio (*Figura 16*), de origen griego, es un instrumento astronómico diseñado para medir la altura de los cuerpos celestes sobre el horizonte y determinar la latitud, siendo empleado en astronomía, navegación y topografía. Se considera que su invención data del siglo II a.C., atribuida a Hiparco de Nicea, aunque alcanzó un mayor desarrollo gracias a los astrónomos islámicos durante la Edad Media. Su estructura se basa en un disco graduado con placas móviles que representan la esfera celeste, lo que permitía resolver cálculos de trigonometría esférica y facilitar la orientación a partir de la posición de los astros. Su aplicación en la navegación está documentada desde el siglo XV, cuando los exploradores europeos lo utilizaron para determinar la latitud en alta mar. A pesar de haber sido sustituido progresivamente por instrumentos más avanzados, como el sextante, el astrolabio desempeñó un papel crucial en la exploración marítima. [22] [24] [25]



Figura 16. Astrolabio. Fuente: [26]

5.3 OCTANTE

El octante surgió en el siglo XVIII como un dispositivo fundamental para la navegación marítima y la astronomía, facilitando la medición de ángulos y la determinación de la latitud mediante la observación de cuerpos celestes como el Sol y las estrellas. Su denominación se debe al hecho de que su arco, de 45° , representa un octavo de un círculo. Este instrumento fue desarrollado de manera independiente por John Hadley en Inglaterra y Thomas Godfrey en América alrededor de 1730, y su precisión superior le permitió sustituir a herramientas anteriores como el astrolabio y el cuadrante. Con el avance de las técnicas de navegación, el octante dio paso al sextante a mediados del siglo XVIII. Este nuevo instrumento, con un arco de 60 grados (un sexto de un círculo), amplió el rango de medición de ángulos y ofreció una mayor exactitud. Su capacidad para calcular distancias lunares y mejorar la determinación de la longitud en el mar hizo que el sextante se convirtiera en el estándar en la navegación marítima. La *Figura 17* muestra la imagen de un octante. [24] [27]



Figura 17. Octante. Fuente: [28]

5.4 EL ALMANAQUE NÁUTICO

El Almanaque Náutico es una publicación imprescindible para la navegación astronómica. En España, el Real Instituto y Observatorio de la Armada de San Fernando, ubicado en Cádiz, ha publicado el almanaque náutico de forma ininterrumpida desde 1792. Por su parte, el gobierno británico lleva editando su propia versión sin interrupción desde 1767. Actualmente, el almanaque más utilizado a nivel mundial es el que publican conjuntamente los gobiernos de Reino Unido y Estados Unidos. Este Almanaque proporciona datos precisos sobre la ubicación de los astros en el cielo a lo largo de un año. Dado que estas posiciones cambian constantemente, cada edición es válida únicamente para el año específico al que corresponde. Por ello, los navegantes adquieren la versión correspondiente antes del inicio del nuevo año, asegurándose así de contar con la información necesaria para la navegación durante todo el período. [29]

La *Figura 18* muestra la portada del Almanaque Náutico del año 2025 publicado por el Real Instituto y Observatorio de la Armada.

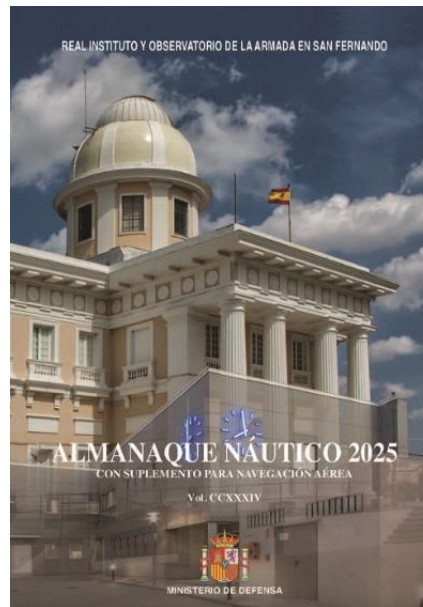


Figura 18. Almanaque náutico 2025. Fuente: [30]

En sus primeras secciones, proporciona información detallada sobre eventos astronómicos, el calendario, las fases de la Luna y los eclipses. La parte central del Almanaque (*Figura 19*) contiene datos diarios sobre el Sol, la Luna, el primer punto de Aries y los cuatro planetas más fácilmente observables desde el mar: Venus, Marte, Júpiter y Saturno.

UT	SOL				LUNA				Latitud	Principio del crepúsculo		Salida de Sol		Salida de Luna		Puesta de Luna				
	SD: 15 ^h 7 ^m PMG: 12 ^h 06.6 ^m				Edad: 28.6 ^d SD: 16 ^h 0 ^m PMG: 11 ^h 54 ^m															
	PHE 12 ^h : 58'6"				R ² : 54 ^m															
	hG	°	'	Dec	hG	°	'	Dec		Náutico	Civil	h	m	h	m	h	m	h	m	
0	178	21.9	+19	51.2	188	30.5	53	+26	05.9	72	N	2	15	3	23	1	44	10	22	
1	193	21.8		50.6	202	54.8	55	+25	58.7	60	N	3	39	3	37	2	10	101	21	
2	208	21.8		50.1	217	19.3	55		51.3	54	N	1	33	2	58	3	20	49	13	
3	223	21.8		49.6	231	43.9	56		43.7	76	N	5	24	3	14	4	01	2	48	
4	238	21.8		49.1	246	08.6	57		36.0	77	N	52	26	27	10	3	02	87	24	
5	253	21.8	+19	48.5	260	33.4	58	+25	28.1	79	N	50	2	44	3	38	4	15	24	
6	268	21.8	+19	48.0	274	58.3	59	+25	20.0	81	N	45	3	17	4	02	4	37	31	
7	283	21.8		47.5	289	23.4	61		11.8	82	N	40	3	42	20	4	51	4	02	
8	298	21.8		46.9	303	48.5	63	+25	03.5	83	N	35	4	01	35	5	04	19	70	
9	313	21.7		46.4	318	13.8	63	+24	55.0	84	N	30	16	4	48	14	34	67	19	
10	328	21.7		45.9	332	39.1	63		46.4	86	N	20	4	5	09	33	18	45	45	
11	343	21.7	+19	45.4	347	04.6	65	+24	37.6	88	N	10	5	00	5	26	5	20	59	
12	358	21.7	+19	44.8	1	30.2	66	+24	28.7	89	N	0	5	15	5	41	6	03	5	
13	13	21.7		44.3	15	56.0	68		19.6	91	N	10	5	30	5	55	18	6	00	
14	28	21.7		43.8	30	21.8	68		10.4	94	N	43	6	03	39	33	21	48	29	
15	43	21.7		43.2	44	47.8	70	+24	01.0	96	N	30	5	56	25	6	50	6	46	
16	58	21.7		42.7	59	13.8	72	+23	51.5	95	N	35	6	02	33	7	00	4	16	
17	73	21.7	+19	42.2	73	40.0	72	+23	41.9	97	N	40	6	10	6	43	7	17	17	
18	88	21.7	+19	41.6	88	06.3	75	+23	32.2	99	N	45	6	17	6	53	7	37	33	
19	103	21.6		41.1	102	32.8	75		22.3	100	N	50	26	7	06	42	8	01	28	
20	118	21.6		40.5	116	59.3	75		12.3	102	N	50	30	12	50	13	25	43	87	
21	133	21.6		40.0	131	26.0	77	+23	02.1	104	N	54	34	18	7	58	35	39	15	
22	148	21.6		39.5	145	52.8	78	+22	51.9	102	N	56	38	25	8	08	8	43	16	
23	163	21.6		38.9	160	19.7	79		41.5	104	N	58	43	32	19	9	01	11	57	
24	178	21.6	+19	38.4	174	46.8	81	+22	31.0	105	N	60	48	7	41	8	32	9	24	
UT	ARIES				VENUS				MARTE				JÚPITER				SATURNO			
	PMG: 3 ^h 51 ^m				Mag: -4.0 PMG: 9 ^h 17 ^m				Mag: +1.5 PMG: 15 ^h 21 ^m				Mag: -1.9 PMG: 10 ^h 34 ^m				Mag: +0.8 PMG: 4 ^h 02 ^m			
	hG	°	'	Dec	hG	°	'	Dec	hG	°	'	Dec	hG	°	'	Dec	hG	°	'	Dec
0	301	58.4		220	49.1	+21	17.3		129	34.9	+4	03.8		201	07.5	+22	58.2		299	21.5
1	317	00.8		235	48.5		17.6		144	36.0		03.2		216	09.4		58.1		314	24.0
2	332	03.3		250	47.9		17.9		159	37.1		02.5		231	11.3		58.1		329	26.5
3	347	05.8		265	47.3		18.2		174	38.1		01.9		246	13.1		58.1		344	29.0
4	2	08.2		280	46.7		18.5		189	39.2		01.3		261	15.0		58.0		359	31.5
5	17	10.7		295	46.1	+21	18.7		204	40.3	+4	00.6		276	16.9	+22	58.0		14	34.0
6	32	13.1		310	45.5	+21	19.0		219	41.4	+4	00.0		291	18.7	+22	58.0		29	36.5
7	47	15.6		325	44.9		19.3		234	42.5	+3	59.4		306	20.6		57.9		44	39.0
8	62	18.1		340	44.3		19.6		249	43.5		58.8		321	22.5		57.9		59	41.5
9	77	20.5		355	43.7		19.9		264	44.6		58.1		336	24.3		57.8		74	44.0
10	92	23.0		10	43.1		20.1		279	45.7		57.5		351	26.2		57.8		89	46.5
11	107	25.5		25	42.5	+21	20.4		294	46.8	+3	56.9		6	28.1	+22	57.8		104	49.0
12	122	27.9		40	41.9	+21	20.7		309	47.9	+3	56.3		21	30.0	+22	57.7		119	51.5
13	137	30.4		55	41.3		21.0		324	48.9		55.6		36	31.8		57.7		134	54.0
14	152	32.9		70	40.7		21.2		339	50.0		55.0		51	33.7		57.7		149	56.5
15	167	35.3		85	40.1		21.5		354	51.1		54.4		66	35.6		57.6		164	59.0
16	182	37.8		100	39.5		21.8		9	52.2		53.7		81	37.4		57.6		180	01.5
17	197	40.3		115	38.9	+21	22.1		24	53.2	+3	53.1		96	39.3	+22	57.5		195	04.0
18	212	42.7		130	38.3	+21	22.3		39	54.3	+3	52.5		111	41.2	+22	57.5		210	06.5
19	227	45.2		145	37.7		22.6		54	55.4		51.9		126	43.1		57.5		225	09.0
20	242	47.6		160	37.1		22.9		69	56.5		51.2		141	44.9		57.4		240	11.5
21	257	50.1		175	36.6		23.1		84	57.5		50.6		156	46.8		57.4		255	14.0
22	272	52.6		190	36.0		23.4		99	58.6		50.0		171	48.7		57.4		270	16.5
23	287	55.0		205	35.4		23.7		114	59.7		49.3		186	50.5		57.3		285	19.0
24	302	57.5		220	34.7	+21	23.9		130	00.8	+3	48.7		201	52.4	+22	57.3		300	21.5
Dif				-6		+3										+19				+75

Figura 19. Página diaria del Almanaque Náutico (24/07/2025). Fuente: [30]

Asimismo, incluye un catálogo de las 99 estrellas empleadas en navegación astronómica (Figura 20), en su mayoría de primera y segunda magnitud, donde se especifican sus magnitudes estelares, ángulos sidéreos y declinaciones. Los valores de ángulo sidéreo y declinación se presentan para el día 15 de cada mes, y debido a su mínima variación, pueden considerarse representativos para el resto del mes.

Nº	NOMBRE	Mag	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1 - α And	Alpheratz	2.1	357	34.9	35.0	35.0	34.9	34.7	34.5	34.2	34.0	33.8	33.8	33.9
2 - β Cas	Caph	2.3	357	22.5	22.7	22.8	22.7	22.4	22.0	21.6	21.3	21.1	21.1	21.2
3 - γ Peg	Algenib	2.8	356	22.2	22.3	22.3	22.2	22.1	21.8	21.6	21.4	21.2	21.2	21.3
4 - α Phe	Ankaa	2.4	353	7.2	7.3	7.4	7.3	7.2	6.9	6.6	6.3	6.2	6.1	6.2
5 - α Cas	Schedar	2.2	349	31.2	31.4	31.5	31.4	31.2	30.8	30.4	30.1	29.9	29.8	30.0
6 - β Cet	Diphda	2.0	348	47.3	47.4	47.5	47.4	47.3	47.0	46.8	46.6	46.4	46.3	46.4
7 - γ Cas	Navi	2.4	345	26.7	27.0	27.1	27.1	26.8	26.5	26.0	25.7	25.4	25.3	25.5
8 - β And	Mirach	2.1	342	13.0	13.1	13.2	13.1	13.0	12.7	12.5	12.2	12.0	11.9	11.9
9 - α Eri	Achernar	0.5	335	20.1	20.4	20.5	20.6	20.5	20.2	19.9	19.5	19.2	19.1	19.3
10 - γ And	Almak	2.1	328	38.3	38.5	38.6	38.6	38.5	38.2	38.0	37.7	37.4	37.2	37.2
12 - α Ari	Hamal	2.0	327	51.1	51.2	51.3	51.3	51.2	51.0	50.8	50.5	50.3	50.2	50.1
11 - α UMi	Polaris	2.0	313	49.0	63.7	76.1	84.1	83.5	75.0	61.5	44.9	28.7	16.8	11.1
13 - θ Eri	Acamar	2.9	315	11.6	11.7	11.9	12.0	12.0	11.8	11.6	11.3	11.1	10.9	10.8
14 - α Cet	Menkar	2.5	314	6.0	6.1	6.2	6.2	6.2	6.0	5.8	5.6	5.4	5.2	5.1
15 - β Per	Algol	2.1	312	32.8	32.9	33.0	33.1	33.1	32.9	32.6	32.3	32.0	31.8	31.6
16 - α Per	Mirfak	1.8	308	28.0	28.1	28.3	28.4	28.4	28.2	27.9	27.5	27.2	26.9	26.8
17 - η Tau	Alcyone	2.9	302	45.1	45.2	45.4	45.4	45.4	45.3	45.1	44.8	44.6	44.3	44.1
18 - γ Eri	Zaurak	2.9	300	11.8	11.9	12.0	12.1	12.1	12.0	11.8	11.6	11.3	11.2	11.0
19 - α Tau	Aldebaran	0.9	290	39.3	39.4	39.5	39.6	39.7	39.6	39.4	39.1	38.9	38.7	38.5
20 - β Ori	Rigel	0.1	281	3.6	3.6	3.7	3.9	3.9	3.9	3.7	3.5	3.3	3.1	2.9
21 - α Aur	Capella	0.1	280	21.4	21.5	21.7	21.9	21.9	21.9	21.7	21.4	21.0	20.7	20.4
22 - γ Ori	Bellatrix	1.6	278	22.6	22.6	22.7	22.9	22.9	22.8	22.7	22.5	22.3	22.0	21.8
23 - β Tau	Elnath	1.7	278	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.8	1.6	1.4	1.2	0.9	0.7
24 - δ Ori	Mintaka	2.4	276	40.4	40.4	40.6	40.7	40.7	40.7	40.6	40.4	40.1	39.9	39.7
25 - ϵ Ori	Alnilam	1.7	275	37.4	37.5	37.6	37.7	37.8	37.7	37.6	37.4	37.2	36.9	36.7
26 - ζ Ori	Alnitak	1.8	274	29.3	29.4	29.5	29.6	29.7	29.6	29.5	29.3	29.1	28.9	28.7
27 - κ Ori	Saiph	2.1	272	45.5	45.6	45.7	45.8	45.9	45.8	45.7	45.5	45.3	45.1	44.9
28 - α Ori	Betelgeuse	0.4	270	51.7	51.8	51.9	52.0	52.1	52.0	51.9	51.7	51.5	51.3	51.1
29 - β Aur	Menkalinan	1.9	269	39.0	39.1	39.2	39.4	39.5	39.5	39.3	39.1	38.7	38.4	38.1
30 - β CMa	Mirzam	2.0	264	2.6	2.6	2.8	2.9	3.0	3.0	2.9	2.8	2.5	2.3	2.1
31 - α Car	Canopus	-0.7	263	51.9	52.0	52.2	52.5	52.7	52.8	52.7	52.6	52.3	52.0	51.7
32 - γ Gem	Alhena	1.9	260	12.3	12.3	12.4	12.5	12.6	12.6	12.5	12.3	12.1	11.8	11.4
33 - α CMa	Sirius	-1.5	258	25.9	25.9	26.0	26.2	26.3	26.3	26.2	26.1	25.8	25.6	25.4
34 - ϵ CMa	Adhara	1.5	255	5.5	5.5	5.6	5.8	5.9	6.0	5.9	5.8	5.6	5.3	5.1
35 - δ CMa	Wezen	1.8	252	38.5	38.5	38.6	38.8	38.9	38.9	38.9	38.8	38.6	38.3	37.9
36 - η CMa	Aludra	2.5	248	43.3	43.4	43.5	43.6	43.8	43.8	43.8	43.7	43.5	43.2	43.0
37 - α Gem	Castor	1.6	245	56.7	56.6	56.7	56.9	57.0	57.0	56.9	56.8	56.6	56.3	56.0
38 - α CMi	Procyon	0.4	244	50.5	50.4	50.5	50.6	50.7	50.8	50.7	50.6	50.4	50.2	49.9
39 - β Gem	Pollux	1.1	243	16.9	16.9	16.9	17.1	17.2	17.2	17.2	17.0	16.8	16.6	16.3
40 - ζ Pup	Naos	2.3	238	52.6	52.6	52.7	52.9	53.1	53.2	53.2	53.1	53.0	52.7	52.4
41 - γ Vel	Regor	1.8	237	25.0	25.0	25.1	25.4	25.6	25.7	25.7	25.7	25.5	25.2	24.9
42 - ϵ Car	Avior	1.9	234	14.1	14.1	14.3	14.6	14.9	15.1	15.2	15.2	15.0	14.6	14.3
43 - δ Velorum		2.0	228	38.6	38.6	38.7	39.0	39.2	39.4	39.5	39.5	39.3	39.0	38.7
44 - ζ Hydrae		3.1	225	48.9	48.8	48.9	49.0	49.1	49.1	49.1	49.1	48.9	48.7	48.5
45 - λ Vel	Suhail	2.2	222	45.9	45.8	45.9	46.0	46.2	46.3	46.4	46.4	46.3	46.1	45.8
46 - β Car	Miaplacidus	1.7	221	37.4	37.4	37.6	38.0	38.4	38.8	39.1	39.2	39.0	38.6	38.1
47 - ι Car	Aspidiske	2.3	220	33.2	33.1	33.2	33.5	33.7	34.0	34.1	34.2	34.0	33.7	33.4
48 - α Lyn	Elvashak	3.1	219	20.9	20.8	20.8	20.9	21.1	21.1	21.2	21.1	21.0	20.7	20.5
49 - α Hyd	Alphard	2.0	217	47.4	47.3	47.3	47.4	47.5	47.6	47.6	47.6	47.5	47.3	47.1
50 - α Leo	Regulus	1.4	207	34.1	34.0	34.0	34.0	34.1	34.2	34.2	34.2	34.1	34.0	33.8

Figura 20. Tabla de AS de diferentes estrellas. Fuente: [30]

En las últimas páginas, el Almanaque ofrece diversas tablas y datos adicionales de interés para la navegación como son: correcciones necesarias para convertir la altura observada de los astros en su altura verdadera, diferencia entre la hora de tiempo universal y la hora oficial, información detallada sobre el uso del Almanaque acompañada de ejemplos ilustrativos y tablas de interpolación.

5.5 SEXTANTE

El sextante es una herramienta utilizada para calcular los ángulos entre dos elementos, como pueden ser dos puntos en la costa o, más comúnmente, un astro y el horizonte. Si se conoce la hora exacta y se mide la altura de un astro empleando el sextante, es posible determinar la latitud del lugar en que se encuentra la persona que hace la observación. [31] [32] [33] [34]

5.5.1 Descripción del sextante

Este instrumento se compone de diversas partes que trabajan en conjunto para obtener mediciones exactas. Su estructura principal es una armadura metálica en forma de sector circular, aproximadamente $1/6$ de un círculo, con un limbo graduado que facilita la lectura de los ángulos. El limbo tiene una abertura de 70° a 80° y está marcado entre -5° y $+125^\circ$, lo cual es crucial para determinar la altura angular de los astros, y se utiliza junto a un brazo móvil denominado alidada. [31]

La alidada se mueve a lo largo del limbo y cuenta con una línea de fe o índice grabado que facilita la lectura de las graduaciones. Además, está equipada con un tornillo micrométrico que se ajusta de manera tangencial a un arco dentado o cremallera que se encuentra en el borde o detrás del limbo. Este tornillo permanece acoplado a la cremallera mediante un resorte que mantiene la alidada fija al limbo. Para abrir la alidada ángulos grandes se emplea una pinza, mientras que para realizar ajustes finos lo que se utiliza es un tambor micrométrico que permite movimientos pequeños, garantizando así lecturas más exactas de los grados y sus fracciones. Algunos modelos disponen de un nonio o vernier en el tambor para mejorar aún más la precisión de las mediciones.

En la parte superior de la alidada, rotando junto con ella, se encuentra el espejo índice (también conocido como espejo grande), el cual refleja la luz de los astros y se encuentra en una posición perpendicular al limbo. Este espejo tiene un soporte con tornillos de ajuste para modificar su alineación, si es

necesario. En el lado izquierdo de la armadura está el espejo horizonte o espejo pequeño, que permite al observador ver simultáneamente el horizonte y el astro reflejado. Los sextantes modernos utilizan un espejo semitransparente, que cumple las dos funciones (reflejar y permitir ver a través de él), mientras que en los modelos más antiguos el espejo se divide en dos partes: una reflectante y una transparente, en estos espejos, la línea que separa las dos mitades ha de ser paralela al plano del limbo. [32]

Ambos espejos están equipados con filtros de color de distinta intensidad que protegen la vista regulando la cantidad de luz que entra al ojo del observador, lo que es esencial para proteger la retina especialmente durante la observación del Sol. Los filtros del espejo grande se destinan a la observación del Sol o la Luna, mientras que los del espejo pequeño se utilizan para suavizar el resplandor generado por la luz solar reflejada en el horizonte.

El sextante también incluye un telescopio o anteojo montado sobre el radio derecho de la armadura, como puede verse en la *Figura 21*. Este dispositivo facilita la alineación de las imágenes reflejadas en los espejos, además de amplificar la visión del astro. El telescopio está alineado con el limbo y ayuda a observar con mayor precisión el horizonte y el astro, permite ver tanto la imagen directa como la reflejada.

La armadura del sextante cuenta con un mango y pies que permiten apoyar el sextante sobre una superficie, facilitando así su manejo y asegurando estabilidad durante el uso. Los sextantes están diseñados para ser utilizados sujetándolos por el mango con la mano derecha.

En resumen, el sextante es un instrumento óptico robusto y preciso, diseñado para determinar la posición de un barco o de cualquier observador en el mar mediante la medición de ángulos entre un astro y el horizonte. Cada componente, desde la armadura hasta los espejos y el telescopio, es fundamental para garantizar mediciones exactas, lo que lo convierte en una herramienta esencial para la navegación astronómica. [33]

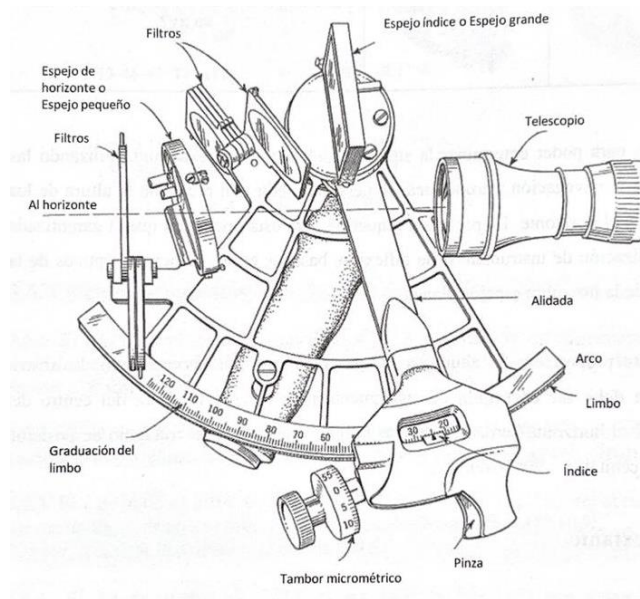


Figura 21. Partes del sextante. Fuente: [33]

El funcionamiento del sextante se basa en un principio óptico fundamentado en las leyes de la reflexión de la luz sobre espejos planos, esto queda explicado en la *Figura 22*. Estas leyes establecen que el rayo incidente, la normal al espejo en el punto de incidencia y el rayo reflejado deben encontrarse en el mismo plano, y que el ángulo de incidencia es siempre igual al ángulo de reflexión. El principal objetivo del sextante es medir la distancia angular entre dos objetos cualesquiera, aunque su aplicación más frecuente es para determinar la altura de los astros sobre el horizonte. [34]

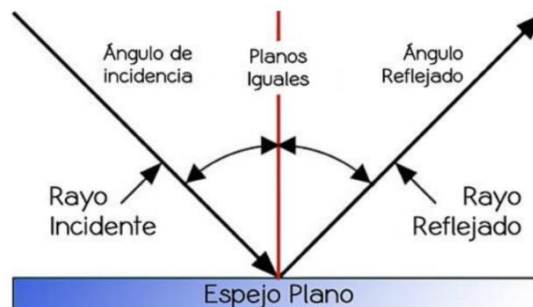


Figura 22. Reflexión de la luz en un espejo plano. Fuente: [35]

Para realizar esta medición, se observa a través del telescopio hacia el horizonte marítimo, justo donde se proyecta el pie del vertical del astro. Cuando el índice de la alidada se encuentra en el cero de la graduación del limbo, se obtiene la imagen directa del horizonte (que pasa por la parte transparente del espejo pequeño) y también una imagen reflejada dos veces, primero en el espejo grande y luego en el espejo pequeño. Posteriormente, se ajusta la alidada hasta que la imagen reflejada dos veces del astro coincida con la imagen directa del horizonte.

El funcionamiento óptico del sextante puede explicarse mediante un principio que establece que, si un rayo de luz se refleja dos veces dentro del mismo plano, el ángulo entre la primera y la última dirección del rayo será el doble del ángulo formado entre las superficies de los espejos. En otras palabras, el ángulo entre los dos espejos es la mitad del ángulo que se desea medir, que es el que forma el rayo luminoso procedente del astro con el rayo proveniente del horizonte (*Figura 23*). Debido a que estos ángulos son alternos, el ángulo entre los espejos será igual al ángulo en el que se ha girado el espejo grande.

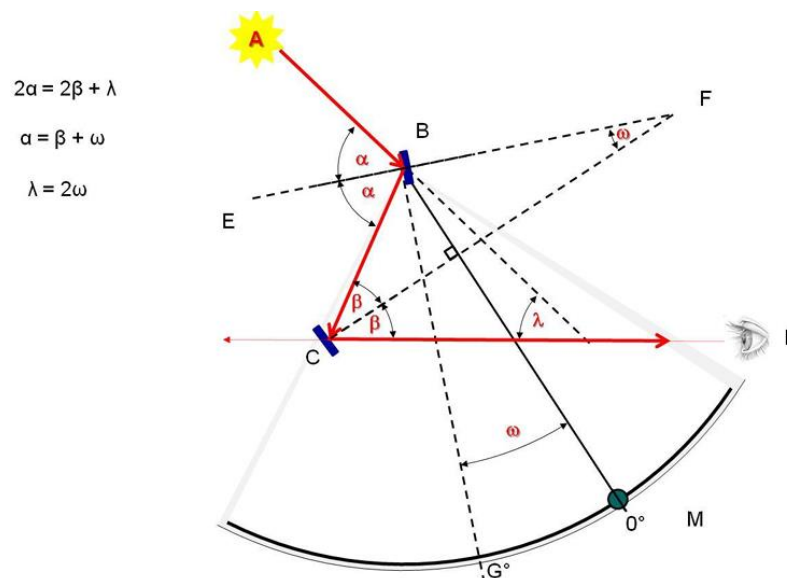


Figura 23. Funcionamiento óptico del sextante. Fuente: [35]

El plano de las dos reflexiones es paralelo al plano del limbo. Cuando el índice de la alidada marca el cero de la graduación del limbo, teóricamente los

espejos grande y pequeño deben estar paralelos. Para calcular la altura de un astro sobre el horizonte, se debe leer la graduación en el limbo y multiplicarla por dos. Sin embargo, para evitar este cálculo, el limbo se encuentra graduado en el doble del valor del arco, lo que permite obtener directamente la altura al leer en el limbo la graduación correspondiente a la posición del índice de la alidada. [34]

En teoría, el sextante podría medir ángulos hasta el momento en que los planos de los espejos de índice y de horizonte lleguen a ser perpendiculares entre sí. Sin embargo, cuando los espejos forman un ángulo superior a 60° (lo que correspondería a alturas superiores a 120°), las incidencias de luz se vuelven tan oblicuas que se pierde una cantidad significativa de luz. Por esta razón, el arco del sextante se limita a poco más de 60° .

5.5.2 Punto inicial y punto de paralelismo

El punto inicial de un objeto determinado corresponde a la posición en la que se detiene el índice de la alidada, cuando al mirar a través del telescopio del sextante, las imágenes directa y reflejada dos veces del objeto se alinean perfectamente.

En cambio, el punto de paralelismo es aquel en el que se detiene el índice de la alidada cuando los espejos de índice y de horizonte están en paralelo. Si el sextante no presenta error de índice, este punto debe coincidir con el valor cero en la graduación del limbo.

El punto inicial de un objeto depende de su distancia respecto al observador, pero permanece constante cuando el objeto se encuentra a una distancia infinita. En esta situación, los espejos del sextante estarán paralelos, y el punto inicial coincidirá con el punto de paralelismo.

Desde una perspectiva teórica, los puntos, inicial y de paralelismo sólo se encontrarán en el mismo lugar cuando se observe un objeto a distancia infinita. Sin embargo, en la práctica, estos puntos pueden considerarse

coincidentes cuando la distancia supera los 4 cables, aunque esta distancia exacta puede variar según el modelo de sextante.

Así, si la distancia de un objeto es mayor a 0,4 millas (o a la distancia específica para el modelo de sextante en uso), el punto inicial se tomará como el punto de paralelismo, el cual coincidirá con el cero de la graduación del limbo, siempre que no haya error de índice en el instrumento.

Si, por el contrario, el objeto se encuentra a una distancia menor que la mencionada, será necesario determinar con precisión el punto inicial para asegurar que el ángulo se mida correctamente.

En la práctica cotidiana de la navegación, cuando se toman medidas angulares a bordo con el sextante, se puede asumir que el punto inicial y el de paralelismo siempre coinciden. [36]

5.5.3 Observaciones con el sextante

En navegación astronómica, la determinación de la altura de los astros sobre el horizonte es esencial para trazar líneas de posición. Para ello, se emplea el sextante.

La visibilidad del cielo y los astros varía significativamente a lo largo del día y depende tanto de las condiciones meteorológicas como de la posición del Sol respecto al horizonte. Durante el día, si el clima es favorable, el horizonte suele percibirse con claridad, aunque solo se pueden observar el Sol y, ocasionalmente, la Luna o Venus. En cambio, durante la noche, es posible identificar estrellas y planetas, aunque la línea del horizonte puede no estar bien definida. Entre estos dos extremos se encuentra el crepúsculo, un intervalo de transición en el que, pese a que el Sol ya ha descendido por debajo del horizonte y no es visible directamente, el cielo continúa parcialmente iluminado por la dispersión de la luz solar en la atmósfera. Este fenómeno se divide en tres fases (*Figura 24*): [37]

- El **crepúsculo náutico** es el mejor momento para las observaciones astronómicas, ya que permite ver el horizonte de la

mar y todas las estrellas que pueden observarse con el sextante (de 1ª, 2ª y 3ª magnitud), este período coincide con una depresión del Sol entre 6° y 12°. La duración del crepúsculo varía según la latitud y la declinación solar, siendo mayor en los solsticios y en zonas cercanas a los polos.

- El **crepúsculo civil** (vespertino) comienza inmediatamente después de la puesta del Sol y finaliza cuando su posición alcanza los -6° bajo el horizonte. De manera similar, al amanecer (crepúsculo civil matutino), inicia cuando el Sol está a -6° y finaliza con su salida. Durante este lapso, la luz natural es suficiente para realizar actividades sin necesidad de iluminación artificial.
- El **crepúsculo astronómico** es la fase final del crepúsculo, ocurre cuando el Sol está entre -12° y -18° por debajo del horizonte. En este período, la oscuridad es casi total, lo que facilita la observación de astros más tenues y otros cuerpos celestes.

Para facilitar los cálculos, el Almanaque Náutico proporciona la hora civil de inicio y fin de los crepúsculos civil y náutico, basándose en la latitud del observador. Aunque los datos se dan en hora civil de Greenwich (HcG), pueden usarse prácticamente como hora civil de lugar (Hcl).



Figura 24. Representación de los crepúsculos. Fuente: [38]

Para determinar el mejor momento para observar estrellas, es necesario calcular el intervalo óptimo dentro de los crepúsculos:

- En el crepúsculo matutino: Se obtiene restando la hora de inicio del crepúsculo náutico a la hora de inicio del crepúsculo civil.
- En el crepúsculo vespertino: Se determina restando la hora de finalización del crepúsculo civil a la hora de finalización del crepúsculo náutico.

Los resultados confirman que la duración de los crepúsculos varía en función de la latitud y la declinación solar, aumentando a medida que estos factores se incrementan.

5.5.4 Ajustes, correcciones a las medidas tomadas

Al realizar una observación con un sextante, el ángulo medido debe ajustarse mediante varias correcciones para obtener la altura verdadera. Las principales correcciones son:

1. Corrección por error de índice

El error de índice se produce cuando los espejos (índice y horizonte) no están paralelos con el brazo del índice en cero. Para medirlo, se alinean los horizontes directo y reflejado ajustando el tambor micrométrico hasta que se unan, y la lectura obtenida (positiva o negativa) es el error. Esta corrección es constante y se suma o resta según corresponda.

2. Corrección por depresión del horizonte

Esta corrección surge porque el observador está por encima del nivel del mar. A mayor altura ocular, más bajo aparece el horizonte. Se resta de la altura observada para obtener la altura aparente.

3. Corrección por refracción atmosférica

La refracción hace que los rayos de luz se doblen al atravesar capas de aire de distinta densidad. Esta corrección se resta de la altura aparente para obtener la altura verdadera.

4. Corrección por semidiámetro

Para cuerpos astronómicos con tamaño aparente, como el Sol o la Luna, se mide el borde y no el centro. Por lo tanto, se agrega el semidiámetro cuando se observa el borde inferior, o se resta si se observa el superior.

5. Corrección por paralaje

La paralaje horizontal es significativa en la Luna y menor en el Sol. Es necesaria porque se mide desde la superficie y no desde el centro de la Tierra. La corrección depende de la altura y del cuerpo observado, y se suma para la Luna.

[39] [40] [41]

6 MÉTODOS PARA EL RECONOCIMIENTO DE ASTROS

6.1 TABLAS NÁUTICAS

Previo al desarrollo y adopción de los sistemas electrónicos de posicionamiento global, la navegación marítima dependía de forma crítica de recursos analíticos denominados Tablas de Navegación, concebidas como compilaciones estructuradas de datos astronómicos y matemáticos destinados a determinar con precisión la posición del buque en alta mar. Estas tablas, elaboradas a partir de observaciones astronómicas rigurosas, proporcionaban efemérides diarias de cuerpos celestes relevantes, como el Sol, la Luna, planetas y estrellas seleccionadas, y contenían correcciones sistemáticas para fenómenos como la refracción atmosférica, la paralaje o la depresión del horizonte. Su aplicación práctica exigía el uso combinado de instrumentos de alta precisión, como el sextante y el cronómetro marino, permitiendo así resolver problemas de navegación de altura, estima y costera.

Un referente destacado en este ámbito fue José de Mendoza y Ríos, quien a comienzos del siglo XIX consolidó un sistema tabular que representó un avance significativo en la navegación astronómica, al integrar funciones logarítmicas y métodos optimizados para el cálculo manual. La vigencia de estas tablas se prolongó durante gran parte de los siglos XIX y XX, siendo desplazadas de forma progresiva por tecnologías de posicionamiento satelital, como el GPS², que automatizaron y simplificaron los procesos de localización geográfica. [42] [43]

6.2 ENFILACIONES DE LAS CONSTELACIONES PRINCIPALES

Como he mencionado al principio del trabajo, desde la perspectiva terrestre, las estrellas parecen situarse sobre una esfera imaginaria que rodea al planeta, conocida como esfera celeste. En ella, ciertos grupos de estrellas han sido observados durante siglos conservando configuraciones visuales relativamente constantes. Estos agrupamientos reciben el nombre de constelaciones, y sus figuras se asocian tradicionalmente a personajes mitológicos -como Orión, Perseo o Andrómeda- o a formas de animales y objetos -como el León, el Toro o el Carro-, en función de la imaginación de las civilizaciones antiguas que las identificaron.

Con el fin de establecer un sistema estandarizado, en 1930 la Unión Astronómica Internacional (IAU) definió oficialmente 88 constelaciones, delimitadas por líneas imaginarias basadas en paralelos de declinación y meridianos horarios, facilitando así su representación y estudio dentro de la cartografía celeste. Cabe señalar que las formas que apreciamos en las constelaciones son producto de una perspectiva terrestre específica, por lo

² Global Positioning System

que variar el punto de observación en el espacio modificaría completamente su apariencia.

Para permitir una identificación individual de las estrellas, muchas de ellas poseen nombres propios, en su mayoría de origen árabe, como Altair o Aldebarán, o latino, como Arcturus o Régulus. A partir del siglo XVII, se implementó un sistema que asigna a cada estrella una letra griega seguida del nombre latino de la constelación a la que pertenece.

El Almanaque Náutico, herramienta fundamental para la navegación astronómica, incluye un catálogo con 99 estrellas seleccionadas, entre las cuales se especifican tanto sus nombres tradicionales como su designación alfanumérica. Algunas constelaciones resultan especialmente útiles para el navegante por su localización y visibilidad en distintas latitudes; entre las más destacadas se encuentran la Osa Mayor, Orión, Pegaso, Escorpio y la Cruz del Sur, que sirven como referencia clave para la orientación celeste y la obtención de líneas de posición, vamos a profundizar un poco en ellas y en las enfilaciones que se desarrollan sobre su estructura.

6.2.1 Constelación de la Osa Mayor

La Osa Mayor (*Figura 25*) es una de las constelaciones más reconocibles del hemisferio Norte y sirve como referencia clave en la orientación nocturna. Conocida también como el Carro, está formada por siete estrellas principales, fácilmente visibles por su forma característica. Su posición circumpolar en latitudes medias permite verla durante todo el año. Una de sus principales funciones es ayudar a localizar la Estrella Polar, prolongando la línea que une Merak y Dubhe. Esta utilidad la convierte en una herramienta fundamental para la navegación astronómica. La Osa Mayor, por su forma reconocible y sus estrellas brillantes, es una excelente guía para identificar otras estrellas y constelaciones en el cielo del hemisferio Norte: [44]

- Estrella Polar (Polaris): como acabo de mencionar, para encontrarla, se prolonga unas cinco veces la línea recta que une Merak y Dubhe, las

dos estrellas que forman el lado frontal del "cucharón" del Carro. Esta proyección apunta directamente a Polaris, la estrella más cercana al polo Norte celeste.

- Arcturus: se trata de la estrella más brillante de la constelación del Boyero (Bootes) y se puede localizar siguiendo y prolongando la curva que forman las tres estrellas que componen el "asa" del Carro (Alioth, Mizar y Alkaid).
- Spica: es la estrella más brillante de la constelación de Virgo, se alcanza extendiendo la misma curva que lleva a Arcturus.
- Regulus: es la estrella principal de la constelación de Leo, si se traza una línea desde Phecda hacia Dubhe y se prolonga hacia el sureste, se llega cerca de Regulus.
- Capella: se trata de la estrella más brillante de la constelación de Auriga, se alcanza visualmente trazando una línea desde Dubhe hacia Alioth y extendiéndola.



Figura 25. Enfilaciones de la Osa Mayor. Fuente: [5]

6.2.2 Constelación de Orión

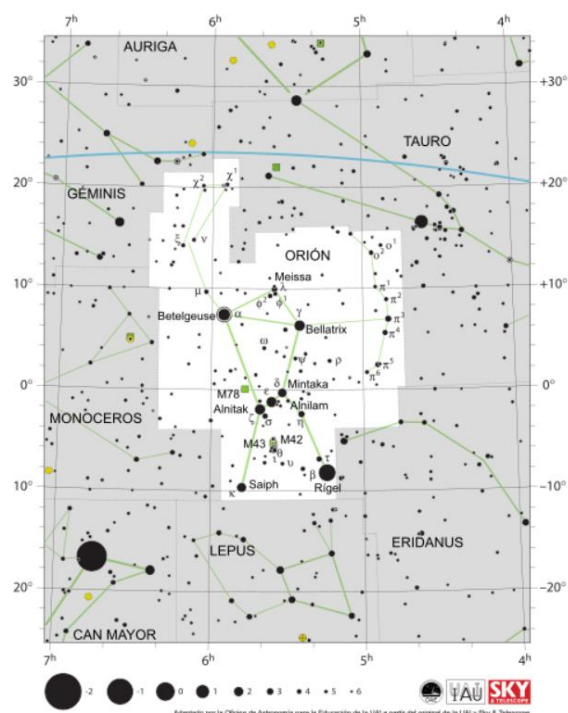


Figura 26. Enfilaciones de la constelación de Orión. Fuente: [45]

La constelación de Orión, que se observa en las Figuras 26 y 27, fácilmente reconocible por su alineación central de tres estrellas- Alnitak, Alnilam y Mintaka, conocidas comúnmente como el Cinturón de Orión, las Tres Marías o los Tres Reyes Magos-, permite establecer diversas enfilaciones útiles para identificar otras constelaciones relevantes para la navegación astronómica: [46]

- Aldebarán: pertenece a la constelación Tauro, se obtiene prolongando el eje del cinturón de Orión en dirección Noroeste (NW).
- Sirius: forma parte de la constelación del Can Mayor, se localiza prolongando la línea que forma el cinturón de Orión en sentido contrario al anterior, es decir, en sentido Sureste (SE).
- Procyon: perteneciente a la constelación del Can Menor, se sitúa con facilidad trazando una línea visual desde Bellatrix hasta Betelgeuse.

- Alhena y Castor: se llega a estas estrellas de referencia mediante una línea imaginaria que une Rigel y Betelgeuse.
- Capella: se trata de una de las estrellas más brillantes del hemisferio Norte, se obtiene prolongando una línea que parte de Sirius hacia Betelgeuse.

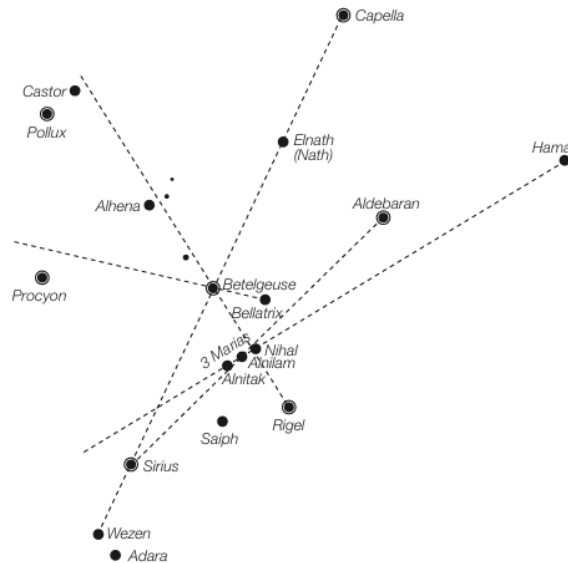


Figura 27. Enfilaciones de la constelación de Orión. Fuente:[5]

6.2.3 Constelaciones de pegaso y andrómeda

Las constelaciones de Pegaso y Andrómeda (*Figura 28*) son formaciones estelares prominentes del hemisferio Norte que están estrechamente vinculadas ya que comparten la estrella Alpheratz, lo que crea una conexión visual directa entre ambas. El Cuadrado de Pegaso, formado por cuatro estrellas brillantes, sirve como referencia para ubicar a Andrómeda, que se extiende desde uno de sus vértices. Esta cercanía y disposición hacen que juntas sean una excelente guía para localizar otras estrellas y constelaciones mediante enfilaciones imaginarias. [47]

- Fomalhaut: situada en la constelación del Pez Austral, se traza una línea que une Scheat y Markab (dos vértices del Cuadrado de Pegaso) y se prolonga.

- Altair: situada en la constelación del Águila, se localiza extendiendo la línea que conecta Alpheratz (en Andrómeda) con Scheat (en Pegaso).
- Hamal: se obtiene prolongando la línea anterior (Alpheratz–Scheat) pero en dirección opuesta, es la estrella principal de la constelación de Aries.
- Deneb y Vega: dos estrellas de gran relevancia, se las identifica siguiendo una diagonal que conecte Algenib y Scheat. Esta alineación pasa cerca de Deneb, en la constelación del Cisne, y también se aproxima a Vega, en la constelación de la Lira.
- Diphda: pertenece a la constelación de la Ballena (Cetus), basta con proyectar una línea entre Alpheratz y Algenib. La prolongación de esa dirección nos lleva visualmente cerca de Diphda.
- Enif: forma parte de Pegaso, se puede localizar siguiendo la dirección que marca la línea entre Algenib y Markab.

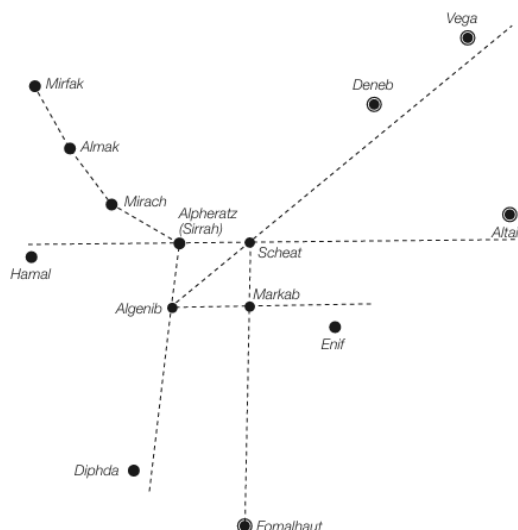


Figura 28. Enfilaciones de la constelación de Pegaso. Fuente: [5]

6.2.4 Constelación de Escorpio

La constelación de Escorpio, que se observa en la *Figura 29*, es fácilmente identificable por su forma curvada, que se asemeja a la cola de un escorpión.

Está ubicada en el hemisferio Sur celeste, cerca del centro de la Vía Láctea. Es visible durante los meses de verano en el hemisferio norte. Su estrella principal, Antares, destaca por su brillo y color rojizo, lo que facilita su localización en el cielo. [48]

- Altair: pertenece a la constelación del Águila, se encuentra prolongando una línea desde Antares hacia Sargas (θ Scorpii) hacia el Norte celeste.
- Vega: es la estrella más brillante de la constelación de Lira, se obtiene al prolongar una línea imaginaria desde Shaula (λ Scorpii) hacia el Noreste.
- Spica: se trata de la estrella más brillante de Virgo, se llega a ella partiendo de Antares y proyectando una línea hacia el Este-Noreste en dirección opuesta al centro galáctico.
- Fomalhaut: perteneciente a la constelación del Pez Austral, se encuentra siguiendo una línea desde Antares hacia el Sureste y pasando por la constelación del Sagitario.
- Arcturus: es una estrella de la constelación del Boyero (Bootes) que puede localizarse prolongando una línea imaginaria desde Antares pasando por Dschubba (δ Scorpii) hacia el Norte.

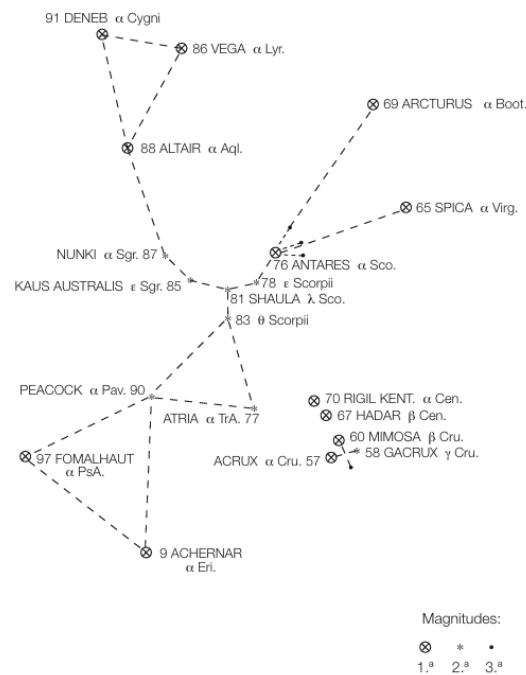


Figura 29. Enfilaciones de la constelación de Escorpio. Fuente:[5]

6.2.5 Constelación Cruz del Sur

La Cruz del Sur (*Figura 30*) es una constelación de pequeñas dimensiones ubicada en el hemisferio Sur celeste, próxima al polo Sur. A pesar de su tamaño reducido, es una de las constelaciones más reconocibles del cielo austral y se utiliza como referencia en navegación astronómica debido a su orientación. Está compuesta por cuatro estrellas principales dispuestas en forma de cruz, entre las cuales Acrux es la más brillante. Su visibilidad es óptima durante el otoño y el invierno en el hemisferio Sur. [49]

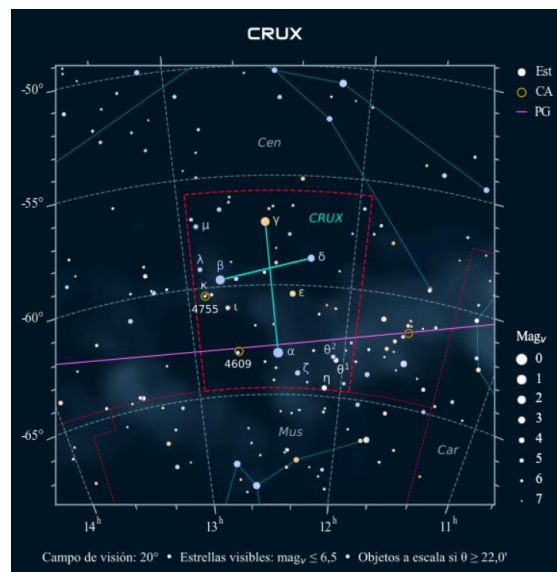


Figura 30. Constelación Cruz del Sur. Fuente: [50]

La constelación Cruz del Sur o Crux, por su forma claramente definida y su orientación hacia el polo Sur celeste, es una excelente herramienta para localizar otras estrellas o puntos de interés en el cielo austral (Figura 31):

- Hadar: esta brillante estrella forma parte del Centauro, se localiza trazando una línea imaginaria desde Gacrux hacia Acrux (α Crucis) y prolongándola en esa misma dirección.
- Rigel Kentaurus: se encuentra partiendo también desde Gacrux hacia Acrux, pero desviándose ligeramente hacia el Este respecto a la prolongación directa.
- Canopus: se trata de la segunda estrella más brillante del cielo nocturno y pertenece a la constelación de Carina, se localiza trazando una línea desde Acrux hacia Gacrux.
- Polo Sur celeste (punto cardinal): prolongando la línea principal que une Gacrux y Acrux unas 4,5 veces la distancia entre ambas, se alcanza una zona del cielo muy próxima al polo Sur celeste, útil como referencia para la orientación nocturna en navegación.

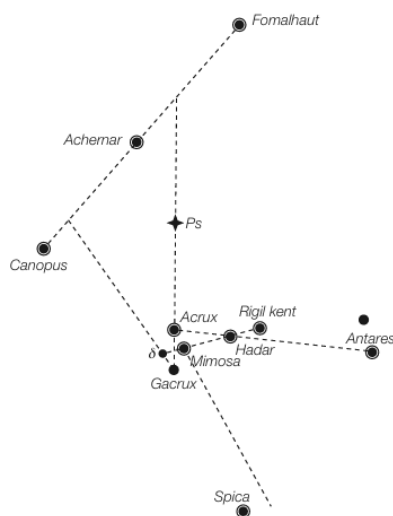


Figura 31. Enfilaciones de la constelación Cruz del Sur. Fuente: [5]

6.3 PROGRAMAS INFORMÁTICOS

Existen aplicaciones informáticas de libre acceso que permiten la simulación tridimensional del cielo nocturno, representando con precisión la ubicación y el desplazamiento de los cuerpos celestes tal como serían observados desde cualquier punto geográfico y en cualquier instante. Estas herramientas, comúnmente conocidas como planetarios virtuales, ofrecen entornos interactivos que posibilitan la modificación de parámetros como la fecha, la hora y las coordenadas geográficas del observador, lo que permite la recreación de fenómenos astronómicos con alta fidelidad. Además, incorporan bases de datos astronómicas que proporcionan información detallada sobre estrellas, planetas, nebulosas y otros objetos del cielo profundo. Entre las herramientas informáticas más representativas en el ámbito de la simulación astronómica se encuentran diversos programas que combinan accesibilidad, precisión científica y capacidad interactiva. Entre ellos destacan *Stellarium*, *Celestia* y *Cartes du Ciel (Sky Chart)*, que, a pesar de compartir el objetivo común de representar el cielo o el espacio, responden a diferentes enfoques funcionales.

Stellarium es una herramienta digital de libre acceso que ofrece una representación visual realista del cielo nocturno, permitiendo observar en tiempo real la posición y el movimiento de diversos cuerpos celestes, como estrellas, planetas o satélites, desde cualquier ubicación geográfica. Esta aplicación reproduce el aspecto del firmamento con gran detalle, incorporando elementos como constelaciones, fenómenos atmosféricos o referencias astronómicas que enriquecen la experiencia del usuario. Voy a utilizar *Stellarium*, aunque podría emplear cualquiera de los otros dos softwares para situar los tres astros pertenecientes a la terna que voy a estudiar un poco más adelante en la hoja de Excel.

Al introducir en el programa los parámetros correspondientes a la observación simulada en la hoja de cálculo, incluyendo la fecha, la hora y las coordenadas geográficas del lugar desde el que se realizaría (*Figura 32*), el software genera una representación del cielo en ese instante concreto. Esta funcionalidad permite localizar fácilmente cualquier estrella visible desde ese punto, ya sea mediante búsqueda por nombre (*Figura 33*) o explorando visualmente la esfera celeste. Una vez seleccionado el objeto celeste de interés, el programa proporciona un conjunto de datos asociados al mismo. En este caso, me resulta especialmente útil consultar los valores de altura y Azimut para así contrastarlos con los que he obtenido mediante los cálculos en la hoja de Excel. [51] [52] [53]

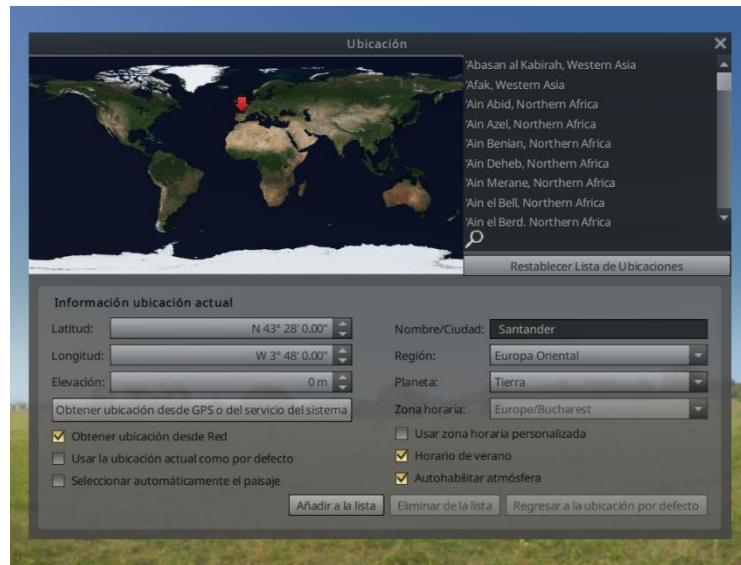


Figura 32. Introducción de la posición en Stellarium. Fuente: Elaboración propia.

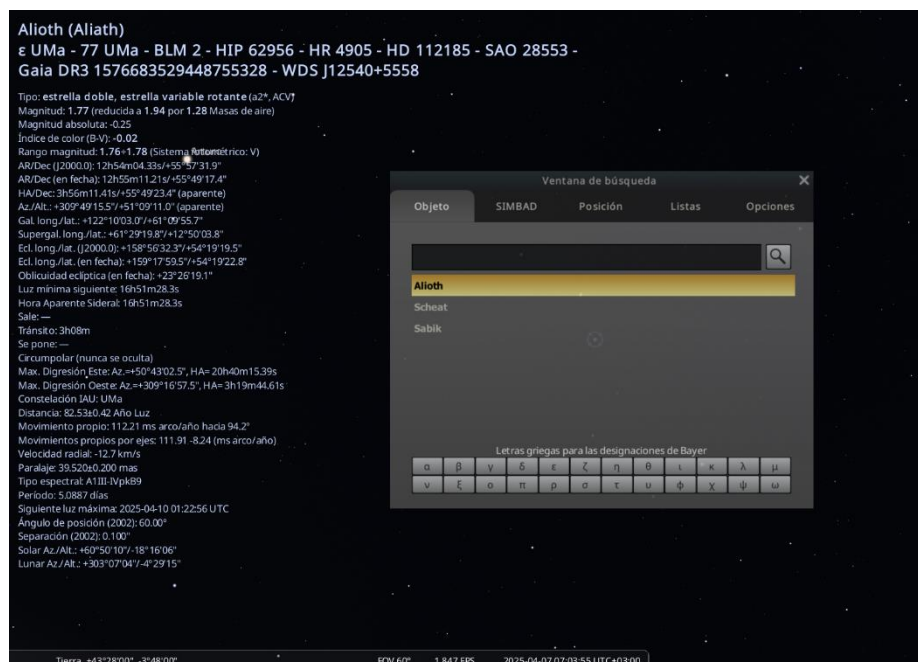


Figura 33. Búsqueda del astro y sus características. Fuente: Elaboración propia.

Como acabo de mencionar, ajusto la fecha y hora correspondiente a cada observación de los astros sobre los que trabajo en la hoja de cálculo y empleo el buscador para localizarlos. Las siguientes imágenes muestran la localización y los datos que ofrece el programa para cada uno de los astros de mi terna: Alioth (Figura 34), Sabik (Figura 35) y Scheat (Figura 36).



Figura 34. Características de la estrella Alioth. Fuente: Elaboración propia.

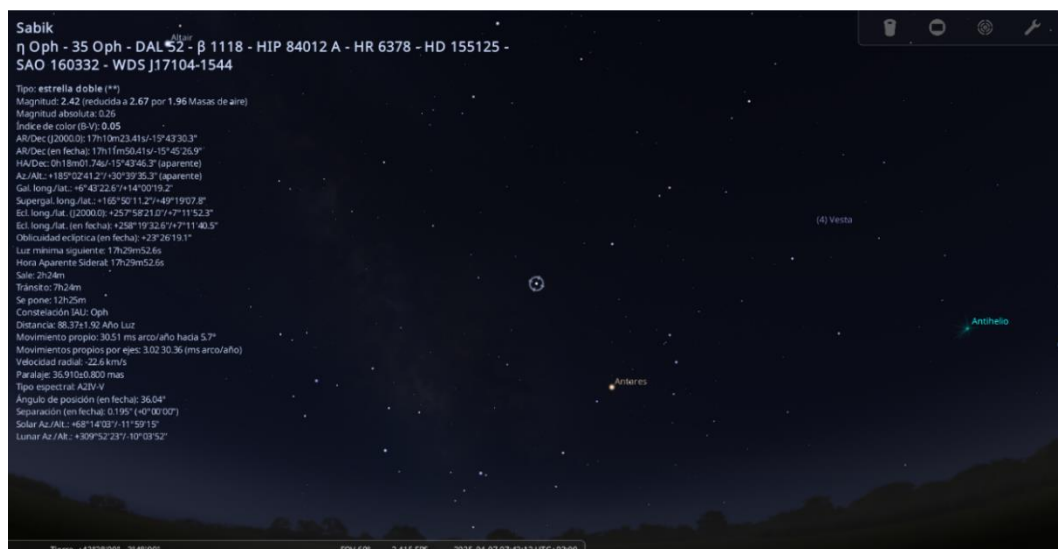


Figura 35. Características de la estrella Sabik. Fuente: Elaboración propia.



Figura 36. Características de la estrella Scheat. Fuente: Elaboración propia.

6.4 STARFINDER

El Identificador de Astros modelo 2102-D, que puede verse en la Figura 37, también conocido como Star Finder, constituye un instrumento analógico de apoyo en la navegación astronómica, cuyo objetivo principal es facilitar la identificación y localización de cuerpos celestes visibles desde una posición y tiempo determinados. [54]

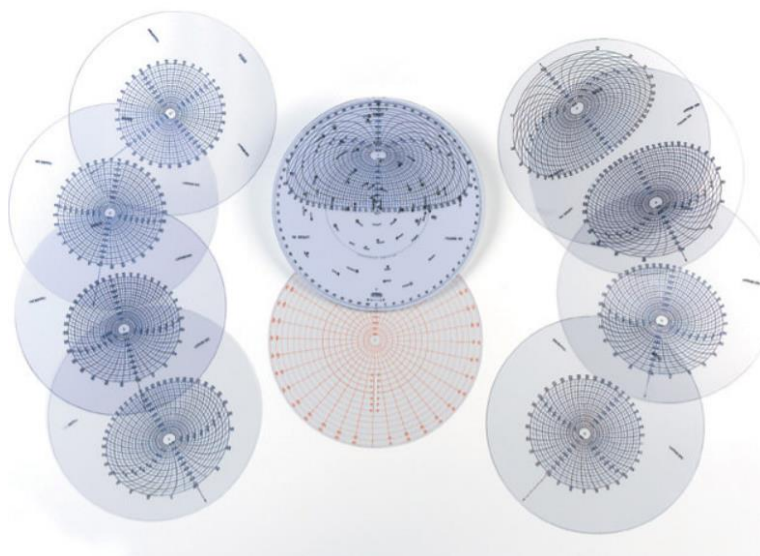


Figura 37. Star Finder 2102-D. Fuente: [55]

Este dispositivo consta de tres componentes principales:

- Una base circular de plástico blanco opaco que representa la bóveda celeste en proyección polar azimutal equidistante (*Figura 38*). Incluye las 57 estrellas de navegación reconocidas por el Almanaque Náutico, distribuidas por sus coordenadas ecuatoriales (ascensión recta y declinación). Las coordenadas uranográficas ecuatoriales de las estrellas varían muy poco, lo que permite dibujarlas de forma permanente. La base está impresa por las dos caras, en cada una se refleja la carta celeste de un hemisferio, Norte y Sur, con el respectivo polo celeste en el centro.

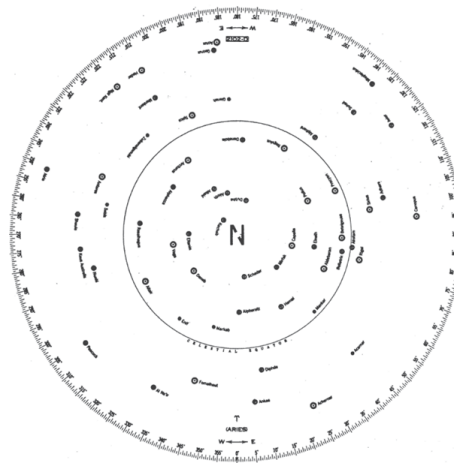


Figura 38. Hemisferio norte de la placa base del StarFinder 2012-D. Fuente: [56]

- Un conjunto de nueve plantillas transparentes de latitud, con líneas impresas en azul, diseñadas para representar el cielo observado desde diferentes latitudes (Norte o Sur), desde los 5° hasta los 85°, con intervalos de 10°. Estas plantillas representan el sistema de coordenadas horizontales por medio de un conjunto de curvas ovales de altura (almicantarats) y curvas radiales de Azimut, lo que permite estimar visualmente la posición de los astros en función de la ubicación del observador.

- Una plantilla adicional de ángulo en el polo-declinación, es transparente con líneas impresas en rojo, se emplea para añadir al sistema cuerpos celestes móviles (Sol, Luna y planetas), cuya posición varía diariamente. Esta plantilla representa el sistema de coordenadas horarias mediante una retícula de círculos concéntricos (uno para cada 10° de declinación) y líneas radiales que corresponden al ángulo en el polo (dibujados cada 10° al Este y al Oeste).

El uso del Star-Finder para la identificación de cuerpos celestes implica una secuencia de pasos precisos que integran datos del Almanaque Náutico con herramientas de representación gráfica. A continuación, se detalla el proceso a seguir:

1. El primer paso consiste en obtener el horario de Aries en Greenwich (hGy) a partir del Almanaque Náutico, utilizando la fecha actual y la hora en Tiempo Universal (TU). Una vez obtenido este valor, se realiza la conversión al horario de Aries en el lugar (hLy) aplicando la corrección correspondiente a la longitud estimada del buque. La *Ecuación 6* es la relación matemática que permite esta conversión:

$$hLy = hGy - L \quad (6)$$

Debe tenerse en cuenta que aplico esta fórmula porque elijo el método náutico como criterio de signos, siendo el Oeste positivo y el Este negativo.

2. Se selecciona el disco transparente que mejor represente la latitud aproximada en la que se encuentra el observador. Este disco debe coincidir en hemisferio (Norte o Sur) con el lado del disco base que se utilizará. A continuación, se coloca la plantilla sobre el disco base y se gira hasta que la flecha indicadora de la plantilla coincida con el valor de hLy calculado en el paso anterior, según la escala circular impresa en el borde del disco base.

3. Una vez configurado el sistema, las estrellas que están sobre el horizonte en ese momento y lugar aparecen representadas dentro del hemisferio visible del gráfico. Utilizando la escala de azimut (de 0° a 360°), se localiza el ángulo correspondiente al rumbo verdadero del astro observado. Sobre esa dirección, se sigue la línea vertical hasta encontrar la curva de altura que se corresponde con la observación realizada (o muy próxima). En esa intersección, se encuentra la estrella que se pretende identificar o, al menos, se sitúa en su proximidad.

El método de reconocimiento de astros mediante el Star Finder 2102-D representa una herramienta práctica, precisa y accesible dentro del ámbito de la navegación astronómica. Su diseño analógico permite, a partir de cálculos sencillos y la correcta interpretación de coordenadas celestes, identificar cuerpos celestes visibles desde una posición determinada en función de la hora y la latitud. Este procedimiento no solo refuerza los fundamentos teóricos de la navegación, sino que también constituye una valiosa alternativa operativa ante la posible indisponibilidad de sistemas electrónicos, consolidando su utilidad tanto en la formación académica como en la práctica profesional del oficial de puente. [57] [58]

7 DESCRIPCIÓN DE LA HOJA DE CÁLCULO

En el marco de este Trabajo de Fin de Grado, he desarrollado un libro de Excel con el objetivo de automatizar y optimizar los cálculos requeridos durante una observación astronómica, permitiendo la selección de los astros potencialmente visibles desde una posición geográfica y en un instante determinado. Esta herramienta permite determinar con precisión la posición geográfica (latitud y longitud) a partir de la observación de varios cuerpos celestes, aplicando métodos analíticos y criterios náuticos tradicionales. A lo largo del texto detallo el funcionamiento de cada una de las secciones y fórmulas utilizadas, con el propósito de explicar el diseño, lógica y utilidad de esta herramienta.

El documento consta de cuatro hojas de Excel, las más importantes son las dos primeras: hG_Aries y Dif_Azimuths. Este documento toma como base los datos de Ángulo Sidéreo (AS) y Declinación (d) del Almanaque Náutico correspondiente al año 2025. También he obtenido los datos correspondientes al horario en Greenwich de Aries. Todos estos datos corresponden al 1º y 15º día de cada mes. Para obtener los correspondientes a otro instante del año es necesario poner la hora de la observación en formato Excel para poder interpolar en la tabla correspondiente. El procedimiento de interpolación es el de interpolación lineal y la formulación es la obtenida a través de las Macros de Excel para interpolación que se puede obtener en la página Web del director de este trabajo. [59]

Voy a explicar en primer lugar las dos últimas hojas del documento, que muestran los datos obtenidos del Almanaque Náutico. En la hoja “**AS_Declinación**” simplemente traslado los datos del Almanaque al documento de Excel, conviene tener en cuenta que el Almanaque ofrece datos de Ángulo Sidéreo (*Tabla 1*) y Declinación (*Tabla 2*) de cada astro para el día 15 de cada mes.

Tabla 1. Ángulo Sidéreo. Fuente: Elaboración propia.

Ángulo Sidéreo		Día Juliano			
		15-dic-24	15-ene-25	15-feb-25	15-mar-25
Estrella		2460659,5	2460690,5	2460721,5	2460749,5
1	Alpheratz	357,580003	357,5816	357,583026	357,583319
2	Caph	357,37471	357,378642	357,382075	357,383225
3	Algenib	356,368928	356,37021	356,371386	356,371615
4	Ankaa	353,118848	353,121026	353,122869	353,123532
5	Schedar	349,516258	349,519699	349,52314	349,524715
6	Diphda	348,787659	348,789006	348,790367	348,79092
7	Navi (gam Cas)	345,441521	345,445503	345,449698	345,451879
8	Mirach	342,214921	342,216631	342,218703	342,219818
9	ACHERNAR	335,332136	335,335908	335,339879	335,342559
10	Almak (Almach)	328,636989	328,638644	328,641233	328,643113

Tabla 2. Declinación. Fuente: Elaboración propia.

Declinación		Día Juliano			
		15-dic-24	15-ene-25	15-feb-25	15-mar-25
Estrella		2460659,5	2460690,5	2460721,5	2460749,5
1	Alpheratz	29,2310984	29,2305689	29,2293511	29,2281401
2	Caph	59,2923572	59,2921294	59,2905355	59,2885033
3	Algenib	15,3239971	15,3234642	15,3226136	15,3219549
4	Ankaa	-42,173936	-42,1740077	-42,172977	-42,1712116
5	Schedar	56,6788558	56,6789255	56,6776398	56,6757962
6	Diphda	-17,8511655	-17,851614	-17,8514565	-17,8506944
7	Navi (gam Cas)	60,8566191	60,8569367	60,8558121	60,8539876
8	Mirach	35,7560911	35,7560334	35,7551024	35,7538756
9	ACHERNAR	-57,1138371	-57,1144078	-57,1135544	-57,111689
10	Almak (Almach)	42,4526686	42,4531233	42,4525842	42,4514631

Empleo la hoja “**AS_D_instante**” para interpolar mediante interpolación lineal, como he explicado anteriormente mediante el uso de Macros. De esta forma, obtengo los datos de Ángulo Sidéreo y Declinación para cada astro en el instante de la observación (Tabla 1 y 2). En la Tabla 3 se muestra esta interpolación con la fecha en formato Excel, que es el necesario para trabajar en este documento.

Tabla 3. Interpolación con Macros. Fuente: Elaboración propia.

<i>Fecha EXCEL</i>		<i>Alpheratz</i>	<i>Caph</i>	<i>Algenib</i>	<i>Ankaa</i>	<i>Schedar</i>
45754,2083	AS	357,582351	357,38195	356,370751	353,122878	349,524014
45754,2083	D	29,2274493	59,2869271	15,3217765	-42,1693381	56,6742551

En la primera hoja “**hG_Aries**” tienen lugar todas las operaciones relacionadas con los objetivos de este proyecto.

Las tablas situadas en la Figura 39, las celdas comprendidas entre H8 y H12 se introducen los datos correspondientes al día, mes, hora, minuto y segundo de la observación, con el fin de calcular el horario en Greenwich del punto Aries mediante interpolación lineal en la tabla comprendida entre las celdas B4:C29. Asimismo, se consigna en las celdas L28 y M28 el valor de la latitud de estima (en grados y minutos) y en las celdas L30 y M30, siguiendo el mismo método, el valor de la longitud de estima del lugar de observación. Aprovecho las celdas K28 y K30 para pasar estos valores a decimales y así emplearlos en las fórmulas. También añadido dos celdas en las que introducir el rumbo y la velocidad del buque para poder trasladar las rectas de altura obtenidas al momento de la última observación.

	GHA	Grados dif día	2º dif					Rumbo	325 °	
15/12/2024	84,1432801							Velocidad	20 nudos	
01/01/2025	100,899615	0,985666755	-1,8684E-06		Año 2025					
15/01/2025	114,698923	0,985664886	-1,15755E-05	Día =	7	de 1 a 31				
01/02/2025	131,455003	0,985653311	-6,23829E-06	Mes =	4	de 1 a 12				
15/02/2025	145,254125	0,985649667	-3,6441E-06	Hora =	5	de 0 a 23				
01/03/2025	159,051333	0,985643428	-2,81879E-06	Minuto =	0	de 0 a 59				
15/03/2025	172,852101	0,985640609	-4,3287E-06	segundo =	0	de 0 a 59				
01/04/2025	189,607918	0,985636281	5,5655E-06							
15/04/2025	203,406904	0,985641846	9,68939E-06							
01/05/2025	219,177329	0,985651536	-2,41539E-06		07/04/2025	Fecha				
15/05/2025	232,976416	0,98564912	1,55504E-05		0,2083333	Porción del día				
01/06/2025	249,732716	0,985664671	-7,34193E-06		45754,208333	Fecha Excel				
15/06/2025	263,531918	0,985657329	3,91025E-06							
01/07/2025	279,302498	0,985661239	-3,13815E-06							
15/07/2025	293,101712	0,985658101	-6,83186E-06		hg_Aries 00/00/00 =	195,5217693	195,521769	195°	31,3'	
01/08/2025	309,857783	0,985651269	-1,82781E-06		Dif =	0,985636281				
15/08/2025	323,656875	0,985649441	-2,34878E-06			270,7271102				
01/09/2025	340,412876	0,985647092	-2,08947E-06		hg_Aries =	270,7271102	270,72711	270°	43,6'	
15/09/2025	354,211906	0,985645003	-4,55587E-06							
01/10/2025	9,98215306	0,985640447	5,4355E-06							
15/10/2025	23,7811954	0,985645883	-3,99615E-06							
01/11/2025	40,5371075	0,985641886	1,09742E-05							
15/11/2025	54,3362475	0,985652861	-6,00185E-07							
01/12/2025	70,1066837	0,98565226	1,12912E-05		LATITUD=	43,46666667	43,4666667	43	28 N	
15/12/2025	83,9059734	0,985663552	-1,01592E-06							
01/01/2026	100,662237	0,985662536			LONGITUD=	3,8	3,8	3	48 W	

Figura 39. Datos Terna 1. Fuente: Elaboración propia.

Una vez introducidos los datos, el libro de Excel comienza a operar automáticamente. En la Figura 40 se muestra la tabla que indica si un astro es visible o no.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
	ASTRO	GHA	DECLINACIÓN	AS	HL aries	HL astro	Ángulo Polo	ALTURA	cot Z	cotg Z +	Z previo	Z	VISIBLE
60	Alpheratz	270,72711	29,2274493	357,5823507	266,9271102	264,509461	-95,4905392	15,97988949	0,474075597	0,4740756	64,6355116	64,6	Visible
61	Caph	270,72711	59,2869271	357,3819505	266,9271102	264,309061	-95,6909393	33,68884656	1,296315089	1,29631509	37,6472189	37,6	Visible
62	Algenib	270,72711	15,3217765	356,3707507	266,9271102	263,297861	-96,7021391	5,744125607	0,28105375	0,28105375	74,3017828	74,3	Visible
63	Ankaa	270,72711	-42,1693381	353,1228778	266,9271102	260,049988	-99,950012	-33,69500375	-0,546741441	0,54674144	61,3327445	118,7	No visible
64	Schedar	270,72711	56,6742551	349,5240142	266,9271102	256,451124	-103,548876	28,77652954	1,301181779	1,30118178	37,543435	37,5	Visible
65	Diphda	270,72711	-17,849608	348,7904205	266,9271102	255,717531	-104,282469	-22,41401368	-0,0660407	0,0660407	86,2216332	93,8	No visible
66	Navi (gam Cas)	270,72711	60,8523518	345,4514541	266,9271102	252,378564	-107,621436	29,59097314	1,583992044	1,58399204	32,2648856	32,3	Visible
67	Mirach	270,72711	35,752936	342,2195056	266,9271102	249,146616	-110,853384	11,08602662	0,821222882	0,82122288	50,606377	50,6	Visible
68	ACHERNAR	270,72711	-57,1095729	335,3433135	266,9271102	242,270424	-117,729576	-49,55667859	-0,906276326	0,90627633	47,8147285	132,2	No visible
69	Almak (Almac)	270,72711	42,4503654	328,6434639	266,9271102	235,570574	-124,429426	9,296400859	1,276449096	1,2764491	38,0759773	38,1	Visible
70	Hamal	270,72711	23,5806875	327,8555037	266,9271102	234,782614	-125,217386	-6,222530131	0,873360097	0,8733601	48,8673341	48,9	No visible
71	Polaris	270,72711	89,3729652	314,3953834	266,9271102	221,322494	-138,677506	42,9943575	101,2154385	101,215439	0,56605905	0,6	Visible
72	Acamar	270,72711	-40,2057143	315,1994291	266,9271102	222,126539	-137,873461	-58,78035459	-0,153906202	0,1539062	81,2504768	98,7	No visible
73	Menkar	270,72711	4,18736472	314,1037815	266,9271102	221,030892	-138,969108	-29,72246594	0,871458059	0,87145806	48,9292153	48,9	No visible
74	Algol	270,72711	41,0531295	312,5516288	266,9271102	219,478739	-140,521261	1,682478279	1,829335786	1,82933579	28,6630674	28,7	Visible
75	Miraf	270,72711	49,9517038	308,47335	266,9271102	215,40046	-144,59954	8,392967762	2,458562581	2,45856258	22,136272	22,1	Visible
76	Alcyone	270,72711	24,1829517	302,7569976	266,9271102	209,684108	-150,315892	-17,06064826	1,864979484	1,86497948	28,2001616	28,2	No visible
77	Zaurak	270,72711	-13,4387919	300,2011194	266,9271102	207,12823	-152,87177	-52,01058907	0,962378149	0,96237815	46,098315	46,1	No visible
78	ALDEBARAN	270,72711	16,5596122	290,6602055	266,9271102	197,587316	-162,412684	-27,84526533	2,884518143	2,88451814	19,1203241	19,1	No visible
79	RIGEL	270,72711	-8,17440146	281,0640393	266,9271102	187,991149	-172,008851	-54,02170479	4,150460474	4,15046047	13,5464913	13,5	No visible
80	CAPELLA	270,72711	46,0252293	280,3641509	266,9271102	187,291261	-172,708739	-0,274622851	11,30373076	11,3037308	5,0555805	5,1	No visible
81	Bellatrix	270,72711	6,37155383	278,3803409	266,9271102	185,307451	-174,692549	-39,93032842	8,28136508	8,28136508	6,88530309	6,9	No visible
82	Elnath	270,72711	28,6293341	278,0298924	266,9271102	184,957003	-175,042997	-17,76059428	12,51672603	12,516726	4,56783504	4,6	No visible
83	Mintaka	270,72711	-0,28185561	276,6773937	266,9271102	183,604504	-176,395496	-46,69512109	10,86388442	10,8638844	5,25914815	5,3	No visible
84	Alnilam	270,72711	-1,18731296	275,627787	266,9271102	182,554897	-177,445103	-47,65925257	15,07981105	15,079811	3,79394766	3,8	No visible
85	Alnitak	270,72711	-1,93078059	274,4931985	266,9271102	181,420309	-178,579691	-48,44486122	26,75866565	26,7586657	2,14020869	2,1	No visible
86	Saiph	270,72711	-9,66270704	272,762841	266,9271102	179,689951	-179,689951	-56,19496156	104,2900464	104,290046	0,54937193	359,5	No visible
87	BETELGEUSE	270,72711	7,41086575	270,8664745	266,9271102	177,793585	-177,793585	-39,0830712	20,30727999	20,30728	2,8191631	357,2	No visible
88	Menkalinan	270,72711	44,9517413	269,6562104	266,9271102	176,583321	-176,583321	-1,529263423	23,68011058	23,6801106	2,41813722	357,6	No visible
89	Mizar	270,72711	-17,9710924	264,0478954	266,9271102	170,975006	-170,975006	-63,38945449	2,830467174	2,83046717	19,4582416	340,5	No visible
90	CANOPUS	270,72711	-52,7129741	263,8739084	266,9271102	170,801019	-170,801019	-78,91768537	-1,714449521	-1,71444952	30,2540545	210,3	No visible
91	Alhena	270,72711	16,377421	260,2080115	266,9271102	167,135122	-167,135122	-29,00431415	3,970132907	3,97013291	14,137618	345,9	No visible
92	SIRIUS	270,72711	-16,7534429	258,4352354	266,9271102	165,362346	-165,362346	-60,54140031	1,769347617	1,76934762	29,4742681	330,5	No visible

Figura 40. Visibilidad de los astros. Fuente: Elaboración propia

La columna A “ASTRO” de esa tabla nos muestra el nombre de los astros presentes en el almanaque y que son de interés a la hora de realizar cálculos astronómicos. Si el nombre figura en mayúsculas, se trata de una estrella brillante, es decir, de baja magnitud.

La columna B “GHA” muestra el Horario en Greenwich de Aries para cada astro, este valor ha sido calculado en la parte superior de la hoja de Excel.

Las columnas C “DECLINACIÓN” y D “AS” muestra la declinación y el Ángulo Sidéreo de cada astro respectivamente, ambos valores se obtienen directamente del Almanaque Náutico previamente introducido en la hoja de cálculo.

La columna E “HL Aries” muestra el Horario en el lugar de Aries, cuyo cálculo se realiza siguiendo el criterio de signos del método náutico (Oeste positivo, Este negativo) con la Ecuación 6:

$$hL\gamma = hG\gamma - L \quad (6)$$

La Ecuación 6 en Excel tiene el siguiente formato (*Ecuación 15*):

$$= SI (\$B\$61 - \$I\$30 < 0; \$B\$61 - \$I\$30 + 360; \$B\$61 - \$I\$30) \quad (15)$$

Siendo B61 el Horario en Greenwich de Aries e I30 la longitud.

La columna F “HL astro” permite el cálculo del Horario en el lugar del astro (*Ecuación 7*):

$$hL * = hL\gamma + AS \quad (7)$$

Esta fórmula en Excel tiene el siguiente formato (*Ecuación 16*):

$$= RESIDUO (\$E\$61 + D61; 360) \quad (16)$$

Siendo E61 el Horario en el lugar de Aries y D61 el ángulo sidéreo del astro, en este caso se trata del Ángulo Sidéreo de Alpheratz. Voy a emplear este astro en toda la descripción de los cálculos.

Conociendo el Horario en el lugar del astro, empleo la siguiente columna (columna G “Ángulo Polo”) para calcular en ángulo en el polo de cada astro, el ángulo en el polo tiene un ángulo menor de 180°. Obtengo el valor con la *Ecuación 17*:

$$= SI (F61 < 180; F61; F61 - 360) \quad (17)$$

Siendo F61 el Horario en el lugar del astro Alpheraz.

Ahora que conozco la latitud (l), la declinación (d) y el ángulo en el polo (P), procedo a realizar los cálculos de altura y Azimut. La altura me permite conocer si el astro es o no visible.

La altura se calcula en la columna H “*ALTURA estimada*” con la *Ecuación 18*:

$$\sin a = \sin l \cdot \sin d + \cos l \cdot \cos d \cdot \cos P \quad (18)$$

Que en la hoja de cálculo pasa a ser la Ecuación 19:

$$\begin{aligned}
 = & \text{ASENO}(\text{SENO}(\text{RADIANES}(\$I\$28)) \\
 & \cdot \text{SENO}(\text{RADIANES}(C61)) \\
 & + \text{COS}(\text{RADIANES}(\$I\$28)) \\
 & \cdot \text{COS}(\text{RADIANES}(C61)) \\
 & \cdot \text{COS}(\text{RADIANES}(G61))) \cdot 180/PI()
 \end{aligned} \tag{19}$$

Siendo I28 la latitud, C61 la declinación y G61 el ángulo en el polo.

A partir de esa columna, empleo las siguientes para conseguir el Azimut. Divido el cálculo del Azimut en varias columnas con el fin de prevenir errores. En la primera columna (columna I “cot Z”), calculo el valor de la cotangente del Azimut aplicando la Ecuación 20:

$$\cot Z = \tan d \cdot \cos l - \frac{\sin l \cdot \cos P}{\sin P} \tag{20}$$

Esta fórmula en Excel se escribe como (Ecuación 21):

$$\begin{aligned}
 = & (\text{TAN}(\text{RADIANES}(C61)) \cdot \text{COS}(\text{RADIANES}(\$K\$28)) \\
 & - \text{SENO}(\text{RADIANES}(\$K\$28)) \\
 & \cdot \text{COS}(\text{RADIANES}(G61))) \\
 & / \text{SENO}(\text{RADIANES}(\text{ABS}(G61)))
 \end{aligned} \tag{21}$$

Como he mencionado anteriormente: C61 coincide con la declinación, K28 con la latitud y G61 con el ángulo en el polo previamente calculado.

La columna J “cotg Z +” la empleo únicamente para obtener el valor absoluto del resultado anterior (Ecuación 22):

$$= \text{ABS}(I61) \tag{22}$$

Paso a la columna K “Z previo”, en ella calculo al fin el valor del Azimut resolviendo la cotangente y pasando el resultado a grados con la Ecuación 23:

$$= \text{GRADOS} (\text{ATAN} (1/J61)) \quad (23)$$

En la siguiente columna, la columna L “Z”, se muestra el valor definitivo para el Azimut. Esta expresión (*Ecuación 24*) evalúa el signo del ángulo en el polo (G61) y el valor de la cotangente del Azimut (I61) con el fin de ubicar el ángulo de referencia, es decir, el Azimut (K61) en el cuadrante adecuado del círculo de 360°, de acuerdo con los criterios astronómicos establecidos:

$$= \text{SI} (I61 > 0; \text{SI} (G61 < 0; K61; 360 - K61); \text{SI} (G61 > 0; 180 + K61; 180 - K61)) \quad (24)$$

La última columna de esta tabla, la columna M “VISIBLE”, está estrechamente vinculada con la columna H, que indica la altura del astro sobre el horizonte. En la columna M se especifica si un astro es visible o no desde el lugar de observación. En principio, se considera que un astro es visible cuando su altura es superior a 0°, aunque esta condición será matizada con mayor precisión más adelante en el desarrollo del trabajo.

Utilizo esta fórmula (*Ecuación 25*) de Excel para recibir el resultado deseado:

$$= \text{SI} (H61 > 0; \text{"Visible"}; \text{"No visible"}) \quad (25)$$

Una vez bien diferenciados los astros visibles y no visibles y, continuando con la misma dinámica, en la columna N “observado (20° - 60°)” selecciono los astros cuya altura está entre 20° y 60°, que serán los que de interesa trabajar. Para esto empleo la Ecuación 26:

$$= \text{FILTRAR} (A61:A159; (H61:H159 \geq 20) \cdot (H61:H159 < 60)) \quad (26)$$

Siendo A61:A159 las celdas que contienen el nombre de todos los astros y H61:H159 las celdas que contienen las alturas de cada astro.

En la columna contigua, la columna O “ALTURA estimada”, reflejo la altura correspondiente a los astros seleccionados que se encuentran entre los 20° y 60° de altura. La fórmula utilizada (*Ecuación 27*) es:

$$= BUSCARX (N61; A61:A159; H61:H159) \quad (27)$$

Como acabo de mencionar, A61:A159 son las celdas que contienen el nombre de todos los astros y H61:H159 las celdas que contienen las alturas de cada astro, N61 contiene el primer nombre de los astros que cumplen con la condición propuesta (altura entre 20° y 60°).

La columna P “ALTURA verdadera” la empleo para hacer simular una altura obtenida con el sextante a la que se aplica una cifra aleatoria. Este número aleatorio difiere de la altura estimada en ± 12 minutos de arco (que equivalen a $\pm 0, 2^\circ$) y se lo sumo a la altura estimada calculada anteriormente en la columna H y reflejada en la columna O. Empleo la Ecuación 28:

$$= O61 + ALEATORIO.ENTRE (-2000; 2000) / 10000 \quad (28)$$

La celda O61 coincide con la altura estimada del primer astro que cumple con la condición de estar entre los 20° y 60°. Este criterio se puede cambiar de una manera sencilla simplemente modificando estos valores en las celdas B104 y B105.

En la columna Q se copian los resultados generados en la columna anterior con el objetivo de fijarlos, ya que, al recalcularse la hoja, los valores se actualizan automáticamente debido a la naturaleza dinámica de la función ALEATORIO.ENTRE.

En la columna R “ Δ alturas” calculo la diferencia entre la altura verdadera y la estimada con la Ecuación 29:

$$= P61 - O61 \quad (29)$$

Siendo P61 la altura verdadera y O61 la estimada.

En la Tabla 4, se observan con detalle las columnas que acabo de explicar.

Tabla 4. Alturas. Fuente: Elaboración propia.

Observado (20º-60º)	ALTURA estimada	ALTURA verdadera	Δ alturas
Caph	33,69	33,51	-0,155
Schedar	28,78	28,77	0,1087
Navi (gam Cas)	29,59	29,42	-0,152
Polaris	42,99	43,04	0,1063
Merak	29,64	29,78	0,1202
Dubhe	32,81	32,72	-0,1043
Alioth	43,43	43,34	0,0093
Cor Caroli	36,56	36,74	-0,1739
Vindemiatrix	21,13	21,14	-0,0626
Mizar	47,26	47,24	-0,026
Alkaid	49,41	49,61	0,0265
ARCTURUS	39,80	39,95	0,0861
Kochab	53,55	53,67	-0,0924
Zubeneschamali	27,13	27,02	0,1893
Alphecca	58,49	58,56	0,1167
Unukalhai	44,21	44,05	0,0586
Sabik	30,21	30,35	-0,1502
Rasalhague	58,97	59,05	-0,0098
ALTAIR	46,13	45,95	-0,0348
DENEb	59,15	59,28	-0,0562
Alderamin	54,32	54,29	-0,1726
Enif	28,87	28,96	-0,1501
Scheat	26,35	26,23	0,1723

Las columnas restantes de la tabla las empleo en la obtención de los parámetros necesarios para determinar la latitud y longitud verdaderas.

Método de Alessio y su utilización en este trabajo

El método de Alessio es un método gráfico de solución de las rectas de altura obtenidas por observaciones astronómicas por corte de las bisectrices de altura que forman los Azimutes de los astros. [60] [61]

Como vengo explicando en las últimas páginas, para este trabajo he creado una hoja de cálculo que automatiza los cálculos necesarios para obtener la situación del observador. Parto de que el tipo de observación va a ser de tres astros que cubren todo el horizonte, de tal manera que las diferencias de

Azimutes de los astros tomados de dos en dos es de aproximadamente 120° . Esta circunstancia genera que el triángulo que forman las rectas de altura sea un triángulo equilátero y que la situación esté dentro del triángulo (situación a interiores). Estas dos propiedades hacen que el punto de intersección de las bisectrices interiores del triángulo coincida con el punto de Grebe o de Lemoine, que en realidad es el punto donde se cortan las rectas simedianas del triángulo. Este punto es el que también se puede obtener por medio del método de los mínimos cuadrados, siendo el punto en el que el sumatorio de los cuadrados de las distancias a las rectas de altura es mínimo; por lo tanto, es el punto donde más se reduce los errores accidentales en la observación astronómica. En este caso, al coincidir con el punto de corte de las bisectrices de altura, también es el punto donde son mínimos los errores sistemáticos, ya que es sabido que las bisectrices de altura anulan los errores sistemáticos.

En la *Figura 41* se observan tres rectas de altura (RA1, RA2 y RA3), que no constituyen un triángulo equilátero, y cuyos Azimutes no forman ángulos de 120° . El corte de las bisectrices sería el método de Alessio y el corte de las simedianas sería el punto Grebe o mínimos cuadrados. Si fuera equilátero, Grebe y corte de bisectrices coincidiría.

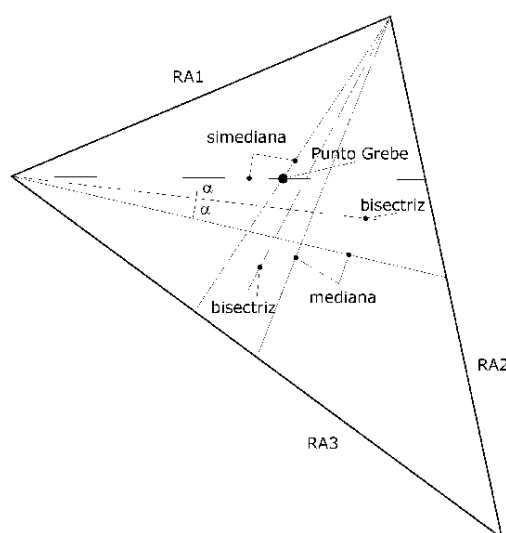


Figura 41. Triángulo con tres rectas de altura. Fuente: Elaboración propia

Fundamento matemático del método de los mínimos cuadrados

La *Ecuación 30* proporciona la expresión matemática de la recta de altura en torno a la posición verdadera en el plano cartesiano.

$$p = x \sin z + y \cos z \quad (30)$$

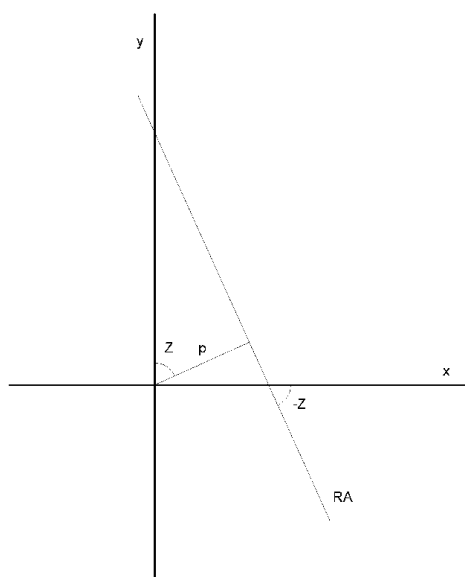


Figura 42. Demostración del método de los mínimos cuadrados. Fuente: Elaboración propia

La *Figura 42* muestra una recta de altura (RA) y la distancia p a la que está de la situación de estima desde donde fue trazada. En la figura Z es el Azimut.

Para n observaciones la posición más probable se obtiene de aplicar el método de los mínimos cuadrados a la intersección de las n líneas de posición, es decir, optimizando la distancia entre la situación verdadera y las rectas de altura (*Ecuación 31*).

$$S = \sum_{i=1}^n [p_i - y \cos z_i - x \sin z_i] \quad (31)$$

Minimizando la función S (Ecuaciones 32 y 33):

$$\frac{\partial S}{\partial x} = 0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial S}{\partial y} = 0 \quad (33)$$

Resulta en el siguiente sistema de ecuaciones, de cuya resolución se obtiene la posición más probable. (Ecuaciones 34, 35 y 36)

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \sin^2 z_i & \sum_{i=1}^n \cos z_i \sin z_i \\ \sum_{i=1}^n \cos z_i \sin z_i & \sum_{i=1}^n \cos^2 z_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n p_i \sin z_i \\ \sum_{i=1}^n p_i \cos z_i \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} C & B \\ B & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ D \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\{x\} = [Z]^{-1}\{p\} \quad (36)$$

Cuya solución explícita es (Ecuaciones 37, 38 y 39):

$$G = \det([Z]) = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}^2 = CA - B^2 \quad (37)$$

$$x = \frac{1}{G} \begin{vmatrix} E & B \\ D & A \end{vmatrix} = \frac{EA - DB}{G} \quad (38)$$

$$y = \frac{1}{G} \begin{vmatrix} C & E \\ B & D \end{vmatrix} = \frac{CD - BE}{G} \quad (39)$$

Finalmente, las coordenadas se calculan aplicando a la situación de estima los valores de x e y calculados. El valor de x se aplicará al cálculo de la longitud observada y el valor de y al cálculo de la latitud observada. [62] [63] (Ecuaciones 40 y 41)

$$lat_{ob} = lat_{est} + y \quad (40)$$

$$Lon_{ob} = Lon_{est} + x \quad (41)$$

Una vez establecidos los fundamentos teóricos que sustentan las fórmulas para calcular la posición verdadera del observador, procedo con la explicación del funcionamiento del documento Excel.

En la Tabla 5 se observan con detalle las últimas columnas de la tabla desarrollada para conocer las coordenadas reales del observador.

Tabla 5. Operaciones Azimut. Fuente: Elaboración propia.

Z	rad	sin Z	cos Z	sin^2 Z	cos^2 Z	$\Delta \sin Z$	$\Delta \cos Z$	$\sin Z \cos Z$
37,647	0,657	0,611	0,792	0,373	0,627	-0,101	-0,130	0,484
37,543	0,655	0,609	0,793	0,371	0,629	0,058	0,075	0,483
32,265	0,563	0,534	0,846	0,285	0,715	0,093	0,147	0,451
0,566	0,010	0,010	1,000	0,000	1,000	0,001	0,119	0,010
321,148	5,605	-0,627	0,779	0,394	0,606	-0,015	0,019	-0,489
326,225	5,694	-0,556	0,831	0,309	0,691	0,052	-0,078	-0,462
312,248	5,450	-0,740	0,672	0,548	0,452	0,018	-0,017	-0,498
290,940	5,078	-0,934	0,357	0,872	0,128	0,069	-0,026	-0,334
264,893	4,623	-0,996	-0,089	0,992	0,008	0,179	0,016	0,089
309,276	5,398	-0,774	0,633	0,599	0,401	-0,065	0,053	-0,490
299,763	5,232	-0,868	0,496	0,754	0,246	-0,093	0,053	-0,431
258,206	4,507	-0,979	-0,204	0,958	0,042	-0,102	-0,021	0,200
341,173	5,955	-0,323	0,946	0,104	0,896	0,058	-0,171	-0,305
222,225	3,879	-0,672	-0,741	0,452	0,548	-0,124	-0,136	0,498
248,611	4,339	-0,931	-0,365	0,867	0,133	-0,178	-0,070	0,340
224,798	3,923	-0,705	-0,710	0,496	0,504	0,056	0,057	0,500
189,996	3,316	-0,174	-0,985	0,030	0,970	-0,012	-0,065	0,171
185,494	3,237	-0,096	-0,995	0,009	0,991	-0,018	-0,190	0,095
132,630	2,315	0,736	-0,677	0,541	0,459	0,137	-0,126	-0,498
71,029	1,240	0,946	0,325	0,894	0,106	-0,093	-0,032	0,307
38,841	0,678	0,627	0,779	0,393	0,607	0,086	0,107	0,488
104,465	1,823	0,968	-0,250	0,938	0,062	0,031	-0,008	-0,242

75,076	1,310	0,966	0,258	0,934	0,066	0,145	0,039	0,249
--------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

En la columna U “Z” reflejo el Azimut correspondiente a los astros seleccionados que se encuentran entre los 20° y los 60° de altura, para lo que empleo la *Ecuación 42*:

$$= BUSCARX (N61; A61:A159; L61:L159) \quad (42)$$

Siendo N61 la celda que contiene el primer astro entre los 20° y 60° de altura, A61:A159 las celdas que contienen el nombre de todos los astros y L61:L159 las celdas que contienen el Azimut de cada astro.

En la siguiente columna, la columna denominada “rad” simplemente paso el valor del Azimut de grados a radianes con la *Ecuación 43*:

$$= RADIANES (U61) \quad (43)$$

En la fórmula, U61 es el valor del Azimut del primer astro.

Continúo en la columna W “sin Z” calculando el seno del Azimut de cada astro (*Ecuación 44*):

$$= SENO (V61) \quad (44)$$

En la siguiente columna, la denominada “cos Z” calculo el coseno del Azimut (*Ecuación 45*):

$$= COS (V61) \quad (45)$$

De la columna Y “sin^2 Z” obtengo el seno al cuadrado del Azimut de cada astro. La fórmula es la siguiente (*Ecuación 46*):

$$= W61^2 \quad (46)$$

Siendo W61 el seno del Azimut del primer astro.

Continuando con el método, la columna Z “ $\cos^2 Z$ ” me devuelve como resultado el coseno elevado al cuadrado del Azimut de cada astro (*Ecuación 47*):

$$= X_{61}^2 \quad (47)$$

Siendo X_{61} el coseno del Azimut del primer astro.

Continúo en la columna AB “ $\Delta \cdot \sin Z$ ” calculando el producto de la diferencia de alturas por el seno del Azimut (*Ecuación 48*):

$$= R_{61} \cdot W_{61} \quad (48)$$

Siendo R_{61} la diferencia de alturas correspondiente al primer astro de la columna y W_{61} el seno del Azimut de ese mismo astro.

En la siguiente columna, la columna AC “ $\Delta \cdot \cos Z$ ” hago el producto de la diferencia de alturas por el coseno del Azimut (*Ecuación 49*):

$$= R_{61} \cdot X_{61} \quad (49)$$

Como acabo de mencionar, R_{61} es la diferencia de alturas correspondiente al primer astro de la columna y X_{61} el coseno del Azimut del astro.

Por último, empleo la columna AD “ $\sin Z \cdot \cos Z$ ” para obtener el producto del seno por el coseno, para ello utilizo la *Ecuación 50*:

$$= W_{61} \cdot X_{61} \quad (50)$$

Una vez conocidos todos estos valores, llega el momento de calcular al final de las columnas correspondientes, el sumatorio de esos resultados: la letra C coincide con el sumatorio de los valores obtenidos de calcular el seno al cuadrado del azimut de cada astro, la letra A con el del coseno al cuadrado, la letra E da nombre al sumatorio de los valores obtenidos del producto de la diferencia de alturas por el seno del Azimut, la D al sumatorio de los valores obtenidos del producto de la diferencia de alturas por el coseno del Azimut y,

finalmente, la B será el sumatorio de los valores obtenidos por el producto del seno por el coseno del Azimut de todos los astros cuya altura se encuentra entre los 20° y los 60°. La Tabla 6 muestra todas estas letras con sus respectivos valores.

Tabla 6. Sumatorios. Fuente: Elaboración propia.

C	A	E	D	B	G
12,114	10,886	-0,635	-0,356	0,616	131,493

Todo lo descrito anteriormente coincide con las siguientes definiciones numéricas (*Ecuaciones 51, 52, 53, 54, 55 y 56*):

$$A = \sum_{i=1}^n \cos^2 Z \quad (51)$$

$$C = \sum_{i=1}^n \sin^2 Z \quad (52)$$

$$E = \sum_{i=1}^n \Delta \cdot \cos Z \quad (53)$$

$$D = \sum_{i=1}^n \Delta \cdot \sin Z \quad (54)$$

$$B = \sum_{i=1}^n \sin Z \cdot \cos Z \quad (55)$$

$$G = A \cdot C - B^2 \quad (56)$$

Conocidos todos estos valores puedo alcanzar el resultado final y objetivo del trabajo, obtener la latitud y longitud observadas. Para esto, empleo las *Ecuaciones 57 y 58*:

$$Latitud\ observada = Lat_{est} + \frac{C \cdot D - B \cdot E}{G} \quad (57)$$

$$Longitud\ observada = Long_{est} + \frac{A \cdot E - B \cdot D}{G \cdot \cos Lat_{est}} \quad (58)$$

Describo en las siguientes líneas cómo se realizan estos cálculos en la hoja del Excel. Calculo la latitud en la celda AH65 empleando la *Ecuación 59*:

$$= (I28) + (((Y86 \cdot AC86) - (AD86 \cdot AB86)) / Z90) \quad (59)$$

La longitud la obtengo de la celda AH67 con la *Ecuación 60*:

$$= (I30) + (((Z86 \cdot AB86) - (AD86 \cdot AC86)) / Z90 \cdot \cos (I28)) \quad (60)$$

Con todo esto, obtengo la latitud y longitud observadas empleando los valores de todos los astros visibles con una altura entre 20° y 60° (*Tabla 7*).

Tabla 7. Latitud y Longitud finales. Fuente: Elaboración propia

LATITUD	43,45
LONGITUD	3,83

En la realidad no es posible tomar los valores de todos los astros visibles a la vez, por lo tanto, voy a repetir el ejercicio en la parte superior de la hoja empleando una terna. Obtengo esta terna de la segunda hoja del Excel, denominada “**Dif_Azimuths**”. Me dispongo a explicar en las siguientes líneas cómo consigo llegar a las diferentes ternas.

Empleo la Tabla 8 para facilitar la explicación, la columna A muestra la altura de cada astro, la B indica (mediante un asterisco) cuáles son los más brillantes, es decir, los de menor magnitud, las columnas C y D nos muestran el número y el nombre del astro respectivamente. La columna E traslada desde la hoja “hG_Aries” el valor del Azimut de cada astro. A partir de esa columna, en todas las siguientes, lo que hago es obtener la diferencia de los Azimuths de todos los astros, pongo varios ejemplos:

Celda F3: calculo la diferencia entre el Azimut de Alpheratz (\$E\$3) y el del primer astro que aparece en la columna (\$E3), coincide que el primero es él mismo así que el resultado es 0. La fórmula en Excel es (*Ecuación 61*):

$$= \$E3 - \$E\$3 \quad (61)$$

Celda H8: calculo la diferencia entre el Azimut de Algenib (\$E\$5) y el del sexto que corresponde en la columna, que en este caso es Diphda (\$E8). La fórmula de Excel es la *Ecuación 62*:

$$= \$E8 - \$E\$5 \quad (62)$$

Tabla 8. Diferencia Azimutes. Fuente: Elaboración propia.

Altura	Brillantes	Estrellas	AZIMUT					
15,98		1 Alpheratz	64,64	0	26,99	-9,67	-54,03	27,09
33,69		2 Caph	37,65	-26,99	0	-36,65	-81,02	0,10
5,74		3 Algenib	74,30	9,67	36,65	0	-44,37	36,76
-33,70		4 Ankaa	118,67	54,03	81,02	44,37	0	81,12
28,78		5 Schedar	37,54	-27,09	-0,10	-36,76	-81,12	0
-22,41		6 Diphda	93,78	29,14	56,13	19,48	-24,89	56,23
29,59		7 Navi (gam Cas)	32,26	-32,37	-5,38	-42,04	-86,40	-5,28
11,09		8 Mirach	50,61	-14,03	12,96	-23,70	-68,06	13,06
-49,56	*	9 ACHERNAR	132,19	67,55	94,54	57,88	13,52	94,64

Las columnas presentes en la Tabla 9 se explican en las líneas siguientes:

Tabla 9. Comprobación diferencia Azimutes. Fuente: Elaboración propia.

	Alpheratz	Caph	Algenib	Ankaa	Schedar	Diphda
Alpheratz	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Caph	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Algenib	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Ankaa	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Schedar	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Diphda	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Navi (gam Cas)	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Mirach	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
ACHERNAR	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Almak (Almach)	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Hamal	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
Polaris	FALSO	FALSO	FALSO	-118	FALSO	FALSO

<i>Acamar</i>	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
<i>Menkar</i>	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO

Empleo la siguiente fórmula (*Ecuación 63*) de Excel en cada una de las celdas de la tabla:

$$\begin{aligned}
 &= SI (Y (\$A3 > \$B\$104; \$A3 < \$B\$105); SI (O (Y (230 < \\
 &= F3; F3 \leq 250); Y (110 \leq F3; F3 < \\
 &= 130); Y (-130 \leq F3; F3 \leq -110); Y (-250 \leq F3; F3 < \\
 &= -230)); REDONDEAR (F3; 0); FALSO); FALSO) \quad (63)
 \end{aligned}$$

Con la fórmula voy poniendo condiciones para descartar astros, la primera condición es que la altura (A3) esté entre 20° (celda B104) y 60° (celda B105), si no lo está, la hoja de cálculo me devuelve directamente la palabra “FALSO”. Una vez superado este primer filtro, se evalúa si F3 (diferencia de Azimutes) se encuentra dentro de alguno de estos rangos específicos: entre 110 y 130, entre -110 y -130, entre 230 y 260 y entre -230 y -260. Estos valores se emplean porque conviene que los astros observados tengan una diferencia de unos 120° o 240° de Azimut. Si F3 se encuentra dentro de alguno de esos rangos la condición se cumple y su valor se redondea al entero más cercano. En caso de que no se cumpla la condición, volverá a devolverme “FALSO”.

La Tabla 10 me devuelve como resultado las ternas.

Tabla 10. Ternas 1. Fuente: Elaboración propia.

<i>Max =</i>	248	0	247	130	0	247
<i>Min =</i>	121	0	111	-118	0	128
	Terna		Terna	Terna		Terna
	Alpheratz		Algenib	Ankaa		Diphda
	Mizar		Alioth	Alphecca		Kochab
	Rasalhague		Sabik	Polaris		Zubeneschamali

En la celda F204 reflejo el valor máximo de la diferencia de Azimutes de la columna, para ello empleo la *Ecuación 64*:

$$= \text{MAX} (F104:F202) \quad (64)$$

En la celda F205 hago lo mismo, pero para obtener el valor mínimo, la fórmula que utilizo es la *Ecuación 65*:

$$= \text{MIN} (F104:F202) \quad (65)$$

En la siguiente fila, empleo la *Ecuación 66* para señalar que hay terna:

$$= \text{SI} (\text{ABS} (F204 - F205) > 110; \text{"Terna"}; "") \quad (66)$$

Después, nombraré el primer astro que la forma mediante esta expresión matemática (*Ecuación 67*):

$$= \text{SI} (F206 = \text{"Terna"}; F103; "") \quad (67)$$

Siendo F206 la celda que nos muestra si hay terna y F103 la celda con el nombre del astro, en este caso, Alpheratz.

Para conocer los otros dos astros que forman parte de la terna utilizo la *Ecuación 68*:

$$\begin{aligned} &= \text{SI} (F206 \\ &= \text{"Terna"}; \text{INDICE} (\$E\$104:\$E\$202; \text{COINCIDIR} (F215; F104:F202; 0)); " ") \end{aligned} \quad (68)$$

Una vez explicado cómo obtengo las ternas, elijo una de ellas:

Terna 1: formada por Alioth, Sabik y Scheat.

Llevo los valores de estos astros a la primera hoja del libro de Excel para realizar de nuevo la ejecución analítica del método de Alessio y así concluir con la longitud y latitud observadas. Esta parte del ejercicio se observa de manera general en la Tabla 11 que se muestra a continuación.

Se asigna una hora diferente a cada observación, ya que en una situación real no es posible realizar tres observaciones astronómicas exactamente al mismo tiempo, debido a las limitaciones prácticas del proceso de medición.

Con estos nuevos datos, calculo la latitud y longitud verdaderas.

Tabla 11. Terna 1 Azimutes y Alturas. Fuente: Elaboración propia.

TERNA 1																				
Hora	Minutos	Segundos	T. Navegado	Astro	Z	Z rel	rad	sen Z	cos Z	sen ² Z	cos ² Z	Alt. estima	Alt. verdad	Dif. Alt.	Corrección a Alt.	sen 2 ^o cos Z	sen 2 ^o cos Z			
4	3	55	4,06528	0,93472	Alioth	312,248	347,248	6,060618732	-0,2207	0,97533	0,04872	0,95128	43,4272	43,5058	0,0786	11,2333	18,3138	-0,0674	0,376707846	-0,2158
4	42	12	4,70333	0,29667	Sabik	189,996	224,996	3,926925964	-0,7071	-0,7072	0,49994	0,50006	30,2083	30,2699	0,0616	-0,1958	-4,1342	0,04872	0,048720848	0,5
5	0	0	5	0	Scheat	75,0763	110,076	1,921193611	0,93924	-0,3433	0,88217	0,11783	26,3471	26,283	-0,0641	0	-0,0641	-0,001	0,000366728	-0,3224
										1,43082	1,56918									
										C	A									
													-0,0197	0,346762411	-0,0377					
													E	D	B					
													G	2,2437932						

Las columnas P “Hora”, Q “Minutos” y R “Segundos”, las empleo para introducir los datos que corresponden a la hora, minutos y segundos de cada una de las observaciones.

La columna S “Hora” la utilizo para convertir el momento de cada observación en número decimal, para lo que empleo la *Ecuación 69*:

$$= P17 + Q17 / 60 + R17 / 3600 \quad (69)$$

La columna T “T. Navegado” la utilizo para calcular el intervalo de tiempo transcurrido entre cada observación y la última.

En la siguiente columna, la columna V “Astro”, introduzco el nombre de cada astro perteneciente a la terna con la que estoy trabajando.

En la columna W “Z” copio desde la columna correspondiente, el Azimut de cada astro.

La columna X “Z rel” la empleo para obtener el Azimut relativo, que se trata de la diferencia entre el Azimut y el rumbo. Empleo la *Ecuación 70*:

$$= SI (W17 - \$L\$4 >= 0; W17 - \$L\$4; W17 + 360 - \$L\$4) \quad (70)$$

En esta fórmula, L4 es el rumbo y W17 el Azimut correspondiente al primer astro con el que trabajo, en este caso, Alioth.

En la siguiente columna, la columna Y “rad” paso el valor del Azimut relativo calculado ahora mismo a radianes. La fórmula utilizada es muy sencilla (*Ecuación 71*):

$$= RADIANES (X17) \quad (71)$$

La columna Z “sen Z” me sirve para calcular el seno del Azimut relativo, empleo la *Ecuación 72*:

$$= SENO (Y17) \quad (72)$$

La columna AA “cos Z” la empleo para calcular el coseno del Azimut relativo, utilizo para ello la *Ecuación 73*:

$$= COS (Y17) \quad (73)$$

Las dos columnas siguientes AB “sen^2 Z” y AC “cos^2 Z” son utilizadas para calcular el cuadrado de los valores anteriores.

Introduzco en la columna AE “Alt estimada” la altura estimada correspondiente a cada astro.

En la siguiente columna, la columna AF “Alt verdad.”, de igual forma que en la primera tabla, introduzco la función ALEATORIO.ENTRE para simular una altura obtenida con el sextante a la que se aplica una cifra aleatoria entre ± 12 minutos de arco. La fórmula que empleo es la siguiente ecuación (*Ecuación 74*):

$$= AE17 + ALEATORIO.ENTRE (-2000; 2000) / 10000 \quad (74)$$

Siendo AE17 la altura estimada del astro correspondiente.

En la columna AG “Dif. Alt” calculo la diferencia de alturas con la siguiente fórmula (*Ecuación 75*):

$$= AF17 - AE17 \quad (75)$$

En la columna AH “Corrección” calculo la corrección a aplicar a la diferencia de alturas (*Ecuación 76*). La fórmula de la corrección es:

$$\text{Corrección} = \text{Velocidad} \cdot \cos Z_{rel} \cdot \Delta \text{ tiempo} \quad (76)$$

Esta fórmula (*Ecuación 77*) en Excel se escribe como:

$$= \$L\$5 \cdot T17 \cdot AA17 \quad (77)$$

Siendo L5 la velocidad, T17 el intervalo de tiempo entre la observación del primer astro y la última y AA17 el coseno del Azimut relativo.

La columna AI “ Δ Alt” la empleo para aplicar la corrección calculada en la columna anterior a la diferencia de alturas. La fórmula (*Ecuación 78*) aplicada al primer astro es:

$$= AG17 + AH17 \quad (78)$$

En la columna AJ “ $\Delta \cdot \sin Z$ ” calculo el producto de la diferencia de altura corregida por el seno del Azimut relativo. La fórmula (*Ecuación 79*) utilizada es:

$$= AI17 \cdot Z17 / 60 \quad (79)$$

Siendo AI17 la diferencia de alturas corregida y Z17 el seno del Azimut.

En la columna siguiente, la columna AK “ $\Delta \cdot \cos Z$ ”, calculo lo mismo que en el apartado anterior pero multiplicando por el coseno en lugar de por el seno. La fórmula (*Ecuación 80*) es:

$$= AI17 \cdot AA17 / 60 \quad (80)$$

Siendo AI17 la diferencia de alturas corregida y AA17 el coseno del Azimut.

Por último, calculo en la columna AL “sen Z* cos Z” el producto del seno del Azimut por el coseno de este. La fórmula (*Ecuación 81*) aplicada es:

$$= Z17 \cdot AA17 \quad (81)$$

Una vez conocidos todos estos valores, llega el momento de calcular al final de las columnas correspondientes, el sumatorio de esos resultados: la letra C coincide con el sumatorio de los valores obtenidos de calcular el seno al cuadrado del azimut de cada astro de la terna, la letra A con el del coseno al cuadrado, la letra E da nombre al sumatorio de los valores obtenidos del producto de la diferencia de alturas por el seno del Azimut, la D al sumatorio de los valores obtenidos del producto de la diferencia de alturas por el coseno del Azimut y, finalmente, la B será el sumatorio de los valores obtenidos por el producto del seno por el coseno del Azimut de todos los astros que pertenecen a la terna.

Una vez conocidos todos estos valores, sólo resta aplicar las fórmulas correspondientes para calcular la latitud y la longitud, completando así el ejercicio. Estos cálculos se realizan en las celdas X29 (latitud) y X31 (longitud). Las fórmulas que aplico son las ya propuestas unas páginas antes:

$$Latitud\ observada = Lat_{est} + \frac{C \cdot D - B \cdot E}{G} \quad (57)$$

$$Longitud\ observada = Long_{est} + \frac{A \cdot E - B \cdot D}{G \cdot \cos Lat_{est}} \quad (58)$$

Los resultados finales del ejercicio, es decir, la latitud y longitud verdaderas de la observación, quedan señalados en la Tabla 12.

Tabla 12. Latitud y longitud Terna 1. Fuente: Elaboración propia.

LATITUD=	43,68746013	43	41 N
LONGITUD=	3,79089947	3	47 W

			Rumbo	240 °	
			Velocidad	21 nudos	
	Año 2025				
Día =	13	de 1 a 31			
Mes =	1	de 1 a 12			
Hora =	21	de 0 a 23			
Minuto =	17	de 0 a 59			
segundo =	18	de 0 a 59			
	13/01/2025 Fecha				
	0,8870139 Porción del día				
	45670,887014 Fecha Excel				
	hg_Aries 00/00/00 =	112,7275935	112,7275935	112°	43,7'
	Dif =	0,985666755			
		432,9268936			
	hg_Aries =	72,92689363	72,92689363	72°	55,6'
	LATITUD=	-31,95	-31,95	-31	-57 S
	LONGITUD=	-111,8216667	-111,821667	-111	-49,3 E

Una vez concluido este primer paso, la tabla automática de la parte de abajo se pone en funcionamiento.

Tabla 13. Ternas 2. Fuente: Elaboración propia.

MAX=	112	119	-112	-110
------	-----	-----	------	------

MIN=	-126	-129	-119	-249
	Terna	Terna		Terna
	Suhail	Miaplacidus		Alpha Lyncis*
	Denebola	REGULUS		Miaplacidus
	Shaula	Zubenelgenubi		Zubenelgenubi

Planteo tres observaciones distintas para los astros de la terna elegida, igual que hice en el ejercicio anterior, y pongo sus horas correspondientes, traslado también su Azimut (*Tabla 14*). Completo el resto de la tabla hasta conseguir todos los valores de los sumatorios que me permitirán conocer las coordenadas verdaderas de la observación empleando el método de Alessio (*Tabla 15*).

Tabla 14. Terna 2 Azimutes. Fuente: Elaboración propia.

TERNA 2												
Hora	Minutos	Segundos	Hora	T. Navegado	Astro	Z	Z rel	rad	sen Z	cos Z	sen ² Z	cos ² Z
20	59	16	20,9878	0,30056	Zubelgenu	74,7051	194,705	3,398244241	-0,25384	-0,9672	0,06444	0,93556
21	11	17	21,1881	0,10028	Miaplacid	200,43	320,43	5,592558398	-0,63702	0,77085	0,4058	0,5942
21	17	18	21,2883	0	REGULUS	319,463	79,4632	1,386894924	0,98314	0,18287	0,96656	0,03344
											1,43679	1,56321
											C	A

Tabla 15. Terna 2 Alturas. Fuente: Elaboración propia.

Alt estima	Alt verda	Dif Alt	Correccio	Δ Alt	Δ * sen Z	Δ * cos Z	sen Z * cos Z
43,4272	43,5783	0,1511	-6,10493	-5,9538	0,02519	0,095980248	0,24553
30,2083	30,2714	0,0631	1,62327	1,68637	-0,0179	0,021665612	-0,491
26,3471	26,4098	0,0627	0	0,0627	0,00103	0,000191096	0,17978
					0,00831	0,117836955	-0,0657
					E	D	B
					G	2,241683775	

Obtengo finalmente las coordenadas verdaderas de la observación, los resultados son en números negativos por el criterio de signos (al introducir la latitud y longitud de estima también lo hice con números negativos) (*Tabla 16*).

Tabla 16. Latitud y longitud Terna 2. Fuente: Elaboración propia

LATITUD=	-31,875815	-32	7 S
LONGITUD=	-111,812387	-112	11 E

8 CONCLUSIONES

A lo largo de este Trabajo de Fin de Grado se ha desarrollado una herramienta práctica, versátil y rigurosa que permite resolver el problema de la determinación de la posición mediante navegación astronómica, sin necesidad de recurrir a representaciones gráficas tradicionales ni cálculos manuales complejos. El núcleo del proyecto ha sido la creación de una hoja de cálculo en Microsoft Excel que integra los fundamentos teóricos de la navegación astronómica, en particular el método de Alessio, y los adapta a un entorno digital accesible y automatizado.

La hoja de Excel diseñada permite calcular con precisión la latitud y la longitud verdaderas del observador a partir de observaciones de astros. Este proceso se basa en datos extraídos del Almanaque Náutico del año 2025, tales como el Ángulo Sidéreo y la declinación, que han sido interpolados linealmente para ajustarse al instante exacto de observación. A partir de estos valores, se determinan las alturas y Azimutes estimados, los cuales se comparan con alturas simuladas para aplicar el método analítico de Alessio. Este procedimiento ha sido completamente implementado mediante fórmulas y macros en Excel, lo que permite un tratamiento sistemático de múltiples observaciones simultáneas o escalonadas.

El trabajo demuestra que, mediante el uso combinado de herramientas digitales y fundamentos clásicos, es posible optimizar la enseñanza y la aplicación de la navegación astronómica. La automatización de procesos como la selección de ternas de astros adecuados (según criterios de elevación, magnitud y distribución angular), o la aplicación de correcciones por rumbo y velocidad del buque en caso de observaciones no simultáneas, confiere al proyecto una dimensión operativa realista que trasciende el mero ejercicio académico.

En términos metodológicos, la equivalencia conceptual entre el método de Alessio y el de mínimos cuadrados aplicado a las rectas de altura ha permitido

abordar el problema desde una perspectiva matemática robusta, enfocada en la minimización del error total. Esta equivalencia se traduce en la obtención de una solución óptima para la posición del observador mediante procedimientos algebraicos accesibles, que han sido implementados con éxito en el entorno de Excel.

En definitiva, este trabajo no solo evidencia la validez del enfoque analítico para resolver problemas de navegación astronómica, sino que también aporta una herramienta educativa y profesional que puede ser utilizada para la formación en técnicas de navegación, tanto en contextos académicos como operativos. La hoja de cálculo desarrollada permite reproducir fielmente los pasos empleados en los cálculos de la navegación astronómica tradicional mediante recursos digitales, fomentando así una mejor comprensión de los principios astronómicos aplicados a la navegación y facilitando su uso en simulaciones, ejercicios prácticos o incluso situaciones reales.

9 BIBLIOGRAFÍA

1. Cotter, H. (1976). Nautical Astronomy: Past, Present and Future. *The Journal of Navigation*, 29(4), 334–341.
<https://doi.org/10.1017/S0373463300039291>
2. Baume, G. (2014). *La esfera celeste*. Editorial de la Universidad de La Plata, Universidad Nacional de La Plata.
<https://libros.unlp.edu.ar/index.php/unlp/catalog/view/61/45/154-1>
3. Evans, P., & Allan, G. (2017). *Fundamentals of Celestial Navigation: Horizons, Circles and Coordinates*. *Journal of Navigation*, 70(2), 245–267. <https://doi.org/10.1017/S037346331600050X>
4. Astrosigma. (s. f.). *Esfera celeste*,
<https://astrosigma.com/esfera-celeste/>
5. Fisure Lanza, R. (2005). *Capitán* [PDF]. Departamento de Medio Ambiente, Planificación Territorial, Agricultura y Pesca, Gobierno Vasco. https://www.euskadi.eus/gobierno-vasco/contenidos/informacion/coleccion_itsaso/es_dapa/adjuntos/Capitan.pdf
6. Duong, N. T. & Tu Nam, L. (2021). Determining ship's position by the celestial altitude difference using the least squares method. *Journal of Hunan University Natural Sciences*, 48(5).
7. Precision in celestial fixes (líneas de posición) Bovens, N. L. A. (1994). Position accuracy of celestial fixes. *Journal of Navigation*, 47(2), 214–220. <https://doi.org/10.1017/S0373463300012133>
8. Caritá, L. A., & Santos, C. P. F. (2022). Detailed demonstrations of the relations between coordinate systems in the celestial sphere. *Ciências e Natür*, Santa Maria, 44, e33.
9. Ridpath, I. (Ed.). (2004). *Diccionario de astronomía* (ed. ilustrada; trad. A. Ibarra Sixto). Editorial Complutense.
<https://books.google.es/books?id=YEUZI8MWARQC>

10. Kaplan, G. H. (2006). The IAU resolutions on astronomical reference systems, time scales, and Earth rotation models.
11. Cakmak, H. (2014). Computer-aided measurement of the heliographic coordinates of sunspot groups. *Computer Aided Measurement for Sunspots (CAMS)*
12. Kutner, M. L. (2012). Astronomical coordinates and timekeeping. En *Astronomy: A Physical Perspective* (pp. 559–561). Cambridge University Press.
13. Georgia State University – HyperPhysics. (s. f.). *Orbits and the ecliptic plane*. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/es/eclip.html>
14. Mederos, L. (2023). *Navegación astronómica* (8.^a ed., ed. actualizada). Ediciones Tutor. ISBN 978-84-18655-27-2
15. Astrosigma. *El abecé de la eclíptica – Astrosigma en formato educativo* [Video]. YouTube.
<https://www.youtube.com/watch?v=5BWbgXyhu1o>
16. Hsieh, T.-H., Wang, S., Liu, W., & Zhao, J. (2018). New formulae for combined spherical triangles. *Journal of Navigation*, 72(2), 503–512.
<https://doi.org/10.1017/S0373463318000772>
17. Barrero Ripoll, M., Casado Fuente, M. L., Castejón Solanas, M. Á., & Lorente, L. S. (2000). *Trigonometría esférica: fundamentos* [Apuntes, PDF]. Universidad Politécnica de Madrid, E.U.I.T. Topografía.
<http://asignaturas.topografia.upm.es/matematicas/primero/Apuntes/Trigonometria/Trigonometria%20Esferica.pdf>
18. Escola Port – Aula Náutica. (2019, 25 de febrero). *Teoría de navegación – Capitán de Yate (Unidad 1)*. Aula Náutica.
<https://aulanautica.org/unit/teoria-de-navegacion-capitan-yate/#apartado-1-4>
19. Weintrit, A. (s. f.). The Concept of Time in Navigation. *TransNav Journal*. <https://doi.org/10.12716/1001.11.02.01>
20. Planetario de la Ciudad de Buenos Aires – Galileo Galilei. (s. f.). *La hora en el mundo* [PDF].

<https://planetario.buenosaires.gob.ar/sites/default/files/2020-04/17-%20la%20hora%20en%20el%20mundo.pdf>

21. Pike, D. (2018). The History of Navigation. Pen & Sword Maritime
22. Vanin, G. (2022). The beginning of celestial navigation. arXiv.
<https://arxiv.org/abs/2209.02371>
23. Seller, J. (1672). *Practical navigation: Or, an introduction to the whole art, containing many useful geometrical definitions and problems; the doctrine of plain and spherical triangles; plain, Mercator, and great-circle sailing; sundry useful problems in astronomy; the use of instruments...* (1.^a ed.). London: [s.n.]
24. Cotter, C. H. (1968). A history of nautical astronomy. American Elsevier Publishing.
25. Evans, J. (1998). The history and practice of ancient astronomy. Oxford University Press.
26. Instituto Geográfico Nacional. (s. f.). *Colección de instrumentos nº 48*.
<https://www.ign.es/web/ign-coleccion-instrumentos/-/coleccion-instrumentos/CTCInstrumentosDetalle?instrumento=48>
27. Clark, E. S., Jr. (1936, noviembre). The evolution of the sextant. Proceedings of the U.S. Naval Institute, 62(11), 405–? (Volumen 62, número 11, página 405).
28. Instituto de la Armada Española. (s. f.). *Exposición virtual: Octante*
https://armada.defensa.gob.es/ArmadaPortal/page/Portal/ArmadaEspañola/cienciaobservatorio/prefLang-es/12ExposicionesVirtuales--03catalogoanteojos--08octante-es?_selectedNodeID=60484&_pageAction=selectItem&_pageNum=0
29. Sadler, D. H. (1967). The Nautical Almanac in Its Seventh Third of a Century. Navigation, 14(4), 349–355. <https://doi.org/10.1002/j.2161-4296.1967.tb02218.x>

30. Real Instituto y Observatorio de la Armada. (2024, 10 de junio).
Almanaque Náutico 2025 (n.º 2025, Vol. 2025; ISSN 0210-735-X).
Ministerio de Defensa, Secretaría General Técnica.
31. Museo Las Américas – Sextante Museo Las Américas. (s. f.).
Sextante [Descripción del instrumento].
<https://www.museolasamericas.org/salas-permanentes/conoce-nuestra-coleccion/9-salas/36-sextante.html>
32. Ibáñez Fernández, I. – Navegación astronómica Ibáñez Fernández, I. (2016). *Navegación astronómica: Compendio y cálculos* (1ª ed.).
Universidad del País Vasco.
33. Ibáñez Fernández, I. – Navegación de estima (colección Itsaso)
Ibáñez Fernández, I. (2022). *Navegación de estima. Navegación costera: Compendio y cálculos* (1ª ed.). Universidad del País Vasco.
34. Cotter, C. H. (1972). A brief history of the method of fixing by horizontal angles. *Journal of Navigation*, 25(4), 528–534.
<https://doi.org/10.1017/S0373463300027156>
35. Navegación Astronómica. (2020). 6.06. *Sextante* [PDF]. Navegación Astronómica.
<https://navegacion.tripod.com/webonmediacontents/6.06.%20Sextante%202020.pdf>
36. Ibáñez Fernández, I., & Gaztelu-Iturri Leicea, R. (2002). *Fundamentos de navegación marítima* (2ª ed.). Universidad del País Vasco.
ISBN 978-84-8373-476-6
37. Star Walk. (s. f.). Diferencia entre crepúsculo, anochecer y amanecer.
<https://starwalk.space/es/news/difference-between-twilight-dusk-dawn#:~:text=El%20crep%C3%BAsculo%20n%C3%A1utico%20es%20la,navegar%20gui%C3%A1ndose%20por%20sus%20posiciones>
38. Universo Sideral. (s. f.). ¿Qué es el crepúsculo?
<https://www.universosideral.com/que-es-el-crepusculo/>

39. Egler, R. (1995). Temperature dependence of sextant index error. *Navigation*, 42(3), 530–537. <https://doi.org/10.1002/j.2161-4296.1995.tb01905.x>
40. Naval School of Navigation. (s. f.). Nautical sextant: errors, tips & tricks. Retrieved from sitio web Nautical Almanac
41. David, J. (s. f.). Corrections to a sextant altitude. NavSoft: Corrections to a sextant altitude
42. Zhang, G. (2017). Introduction. En *Star Identification* (pp. 1–22). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-53783-1_1
43. Li, L., Zhang, F., & Lin, T. (2000). An all-sky autonomous star map identification algorithm based on genetic algorithms. *Opto-Electronic Engineering*, 27(5), 15–18.
44. Tully, R. B., Verheijen, M. A. W., Pierce, M. J., Huang, J.-S., & Wainscoat, R. J. (1996). The Ursa Major Cluster of Galaxies. I. Cluster Definition and Photometric Data. *Astrophysical Journal*, 465, pages. Recuperado de <https://arxiv.org/abs/astro-ph/9608124>
45. *Astro4edu*. (s.f.). *Diagrama educativo astronómico*. <https://astro4edu.org/es/resources/diagram/dg783o76n014/>
46. Zari, E., Brown, A. G. A., & de Zeeuw, P. T. (2019). Structure, kinematics, and ages of the young stellar populations in the Orion region. *Astronomy & Astrophysics*, 628, A12. <https://arxiv.org/abs/1906.07002>
47. Deep in the Fields of the Andromeda Halo: Discovery of the Pegasus VII dwarf galaxy in UNIONS. (2025). *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. <https://arxiv.org/abs/2502.09792v1>
48. Povich, M. S., & Whitney, B. A. (2010). Stellar Populations and Star Formation in the Scorpius-Centaurus OB Association. *The Astrophysical Journal*, 722(1), 161-180. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/722/1/161>
49. Fernández, D., & Santos, J. F. C. (2018). Stellar Kinematics and Structure of the Southern Cross (Crux) Region. *Monthly Notices of the*

- Royal Astronomical Society, 475(2), 2233–2242.
<https://doi.org/10.1093/mnras/stx3291>
50. Astrosigma. (s. f.). *Cruz Sur*. <https://astrosigma.com/cruz-sur/>
51. Stellarium Developers. (2024). *Stellarium: A free open source planetarium for your computer* (Versión 24.1) [Software].
<https://stellarium.org>
52. Celestia Development Team. (2023). *Celestia: Real-time 3D visualization of space* (Versión 1.6.4) [Software]. <https://celestia.space>
53. Chevalley, P. (2023). *Cartes du Ciel / SkyChart* (Versión 4.2) [Software]. <https://ap-i.net/skychart/en/start>
54. Diolaiti, E., Bendinelli, O., Bonaccini, D., Close, L. M., Currie, D. G., & Parmeggiani, G. (2000). StarFinder: an IDL GUI based code to analyze crowded fields with isoplanatic correcting PSF fitting. *Astronomy and Astrophysics*, 355, 1123–1131.
<https://doi.org/10.1051/0004-6361:20000083>
55. Weems & Plath. (2025). *Star Finder 2102-D* [Dispositivo náutico]. Librería Náutica. <https://www.librerianautica.com/producto/star-finder-2102-d/>
56. Starpath Publications. (s. f.). *Sample chapter from Starpath All-Sky Star Finder 2102-D* [PDF].
https://www.starpath.com/ebooksamples/9780914025009_sample.pdf
57. ENC (Escuela Nacional de Capacitación). (s.f.). Reconocimiento de astros: el Star Finder. Recuperado de
<https://www.enc.es/reconocimiento-de-astros-el-star-finder/>
58. Burch, D. (s.f.). *Celestial Navigation: A Complete Home Study Course* [Muestra del libro electrónico]. Starpath Publications.
https://www.starpath.com/ebooksamples/9780914025009_sample.pdf
59. Universidad de Cantabria. (s. f.). *Interpolación mediante macros*.
<https://personales.gestion.unican.es/martinji/InterpolacionMacros.htm>
60. Flora, F. (1987). *Astronomía náutica (navigazione astronomica)* (5ª ed.).

61. Fernández. (1919). *Explicación elemental sobre círculos, curvas y rectas de altura, método Alessio para determinar la situación*. Revista de Marina de la Armada de Chile.
62. Nautical Almanac Office. (1991). *The nautical almanac 1992*. Stationery Office Books.
63. Ruiz González, A. (s.f.). *Navigational algorithms. Situación por n rectas de altura*. <http://geocities.com/andresruizgonzales>