



*Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos,
Canales y Puertos.*
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



“Validación multi-modelo de los ensayos en laboratorio de propagación y rebase del oleaje en el Malecón de la Habana, Cuba.”

Trabajo realizado por:

Marco Saravia Contreras

Dirigido:

Gabriel Díaz Hernández

Titulación:

***Máster Universitario
en Costas y Puertos***

Santander, septiembre de 2025

TRABAJO FIN DE MÁSTER

RESUMEN

El presente Trabajo Fin de Máster aborda la propagación del oleaje y el rebase en el Malecón de La Habana (dique vertical urbano) bajo condiciones de oleaje extremo, sirviendo como “laboratorio virtual” para reproducir la cadena completa de procesos desde la propagación espectral hasta el rebase. Se utilizaron datos de ensayos físicos a escala 1:60 (modelo reducido) extrapolados al prototipo, integrando un modelo espectral (MOPLA/OLUCA y SWAN) acoplado con un modelo basado en las ecuaciones de Boussinesq (simulación 2DV) para simular la rotura del oleaje, el run-up y el caudal de rebase ola a ola. Las predicciones numéricas se validaron frente a los registros experimentales del laboratorio y las fórmulas empíricas de Eurotop 2018 para muros verticales.

La comparación multi-modelo reveló que el modelo Boussinesq 2DV reprodujo con mayor fidelidad los procesos físicos clave (reflexión, rotura, run-up, rebase) cerca del muro, estimando los caudales de rebase con la mejor precisión global. En contraste, los enfoques espectrales (MOPLA/OLUCA + Eurotop y SWAN + Eurotop) fueron eficaces para variables integradas a gran escala, pero al no resolver la fase de la ola dependieron de fórmulas externas y tendieron a sobreestimar el rebase al usar la altura de ola pre-rompiente, como condición al pie del muro. Estos hallazgos subrayan la importancia de elegir la herramienta de modelado adecuada según el fenómeno de interés, en lugar de forzar un modelo fuera de su rango óptimo. Como resultado, el estudio brinda recomendaciones de buenas prácticas en la modelización de oleaje en estructuras verticales y propone medidas conceptuales para mitigar el rebase en el Malecón (por ej., elevar la cota de coronación, mejorar el drenaje). En definitiva, este TFM traduce el conocimiento teórico en criterios prácticos de diseño, aportando una contribución útil a la ingeniería costera.

ABSTRACT

This Master's thesis addresses wave propagation and overtopping at the Malecon seawall in Havana under extreme wave conditions, using this site as a "virtual laboratory" to reproduce the full chain of wave processes from spectral propagation to overtopping. It uses data from 1:60 scale physical model tests (small-scale laboratory) extrapolated to prototype scale, integrating a spectral wave model (MOPLA/OLUCA and SWAN) coupled with a Boussinesq equations-based phase-resolving model (2DV) to simulate wave breaking, run-up, and wave-by-wave overtopping. The numerical predictions are validated against the experimental records and empirical Eurotop (2018) formulas for vertical walls.

The multi-model comparison showed that the Boussinesq 2DV model reproduced the key physical processes (reflection, breaking, run-up, overtopping) near the wall with the highest fidelity, yielding the most accurate overtopping discharge estimates. In contrast, the spectral approaches (MOPLA/OLUCA + Eurotop and SWAN + Eurotop) were reliable for integrated wave parameters over larger domains, but without resolving wave phase they relied on external formulas and tended to overestimate overtopping when using the pre-breaking wave height as input at the wall. These findings underscore the importance of selecting the appropriate modeling tool for the phenomenon of interest, rather than forcing a single model beyond its optimal range. Consequently, the study provides best-practice recommendations for wave modeling on vertical structures and proposes conceptual measures to mitigate overtopping at the Malecon (e.g. raising the crest elevation, improving drainage). In summary, this work translates theoretical knowledge into practical design criteria, offering a useful contribution to coastal engineering applications.

AGRADEZCO...

Primeramente a Dios, por su gracia inmerecida.

A Mariángeles, mi esposa, por su amor, apoyo constante y paciencia.

A mi familia, por su respaldo incondicional.

Al profesor Gabriel Díaz, director de este TFM, por su orientación y claridad en los momentos de duda.

Al conjunto del profesorado, por la generosidad al transmitir su conocimiento.

CONTENIDOS

Motivación del presente Trabajo Final de Máster.....	9
1. Introducción.....	10
2. Objetivos y alcances del estudio.	15
2.1. Objetivo general.	15
2.2. Objetivos específicos.	15
2.3. Ámbito y alcances del proyecto.	15
3. Metodología.	16
3.1. Introducción.	16
3.2. Información instrumental recibida y posprocesado.	16
3.2.1. Geometría del modelo físico y alcance espacial.	16
3.2.2. Topografía y batimetría suministradas (estado original).	17
3.2.3. Condiciones de oleaje y niveles ensayado.....	19
3.2.4. Instrumentación y variables medidas (FS, VOL).	20
3.3. Preparación de la topo-batimetría para los modelos.	20
3.3.1. Edición, limpieza y criterios de recorte.	21
3.3.2. Definición de dominios y mallas.	22
3.4. Procesamiento de puntos de control y estrategia numérica.....	23
3.4.1. Superficie libre (FS): cálculo de H_{m0} y ventanas de análisis.	24
3.4.2. Rebase (VOL): cálculo de $q(t)$, q y V ; ventanas de análisis.....	26
3.4.3. Estrategia numérica común de comparación.	28
3.5. Definición de las estrategias numéricas adoptadas.	33
3.6. Formulaciones Eurotop.	35
3.6.1. Criterios de régimen (no-impulsivo/impulsivo).	35
3.6.2. Ecuaciones empleadas.	35
3.6.3. Aplicabilidad según el régimen de oleaje.....	37
3.6.4. Sensibilidad al muestreo de H_s (efecto de la rotura):	38
4. Propuesta de alternativas.	39
4.1. Introducción.	39
4.2. Alternativa 1. MOPLA/OLUCA – Eurotop.	39
4.2.1. Ventajas y limitaciones.	40
4.2.2. Montaje numérico.	40

4.2.3.	Resultados y posprocesado.	44
4.2.4.	Comparación H_s MOPLA vs H_{m0} Laboratorio.	47
4.2.5.	Comparación del caudal de rebase $Q_{\text{modelo}} - Q_{\text{lab}}$	49
4.3.	Alternativa 2. SWAN – Eurotop.	53
4.3.1.	Ventajas y limitaciones.	53
4.3.2.	Montaje numérico.	54
4.3.3.	Resultados y posprocesado.	55
4.3.4.	Comparación FS, H_s SWAN vs H_{m0} Laboratorio.	59
4.4.	Alternativa 3. Modelo basado en las ecuaciones de Boussinesq.	64
4.4.1.	Alcances y limitaciones.	65
4.4.2.	Montaje numérico.	66
4.4.3.	Resultados y posprocesado.	72
4.4.4.	Comparación H_{m0} Boussinesq vs H_{m0} Laboratorio.	74
4.4.5.	Comparación del caudal de rebase $Q_{\text{Boussinesq}} - Q_{\text{Lab}}$	76
5.	Análisis de resultados finales.	80
6.	Conclusiones y lecciones aprendidas.	82
	Referencias.	87

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1:	El Castillo del Morro desde Cabañas, zona actual del Malecón Tradicional, finales del siglo XIX.	10
Ilustración 2:	Antes y después del Malecón Tradicional de la Habana.	10
Ilustración 3:	Año de construcción del Malecón por sección.	11
Ilustración 4:	Representación batimétrica en 3D del Malecón Tradicional.	11
Ilustración 5:	Hormigonado in-situ del Malecón.	12
Ilustración 6:	Daños en el Malecón de la Habana.	12
Ilustración 7:	Zonificación del Malecón Tradicional, como zona más afectada.	13
Ilustración 8:	Rebases y lluvias en el Malecón de la Habana.	14
Ilustración 9:	Representación esquemática original del modelo a escala.	17
Ilustración 10:	Topografía original del Malecón facilitada por CCOB.	18
Ilustración 11:	Datos originales facilitados por CCOB, referidos a un sistema con el norte geográfico orientado 25° al Este. FUENTE: MODIFICADA DE IH CANTABRIA.	18
Ilustración 12:	Disposición de los sensores de control. Vista en planta con la paleta generadora en el contorno inferior.	20

Ilustración 13: Superposición del modelo a escala, orientado 25° antihorario (335° geográfico).	21
Ilustración 14: Configuración final del modelo físico del Malecón con los puntos de control de superficie libre (FS) y de rebase (Q).	22
Ilustración 15: Casos representativos de las superficies libres para un mismo estado de mar intermedio (IW7) por grupo de sensores (escala modelo).	24
Ilustración 16: Resultados de H_{m0} originales del laboratorio.	25
Ilustración 17: Serie temporal de volumen acumulado y cálculo de q en los cuencos extremos de coronación (Q1-VOL2 y Q9-VOL18) para dos estados de mar representativos (IW1 e IW26, escala prototipo). Se muestran la señal original, la señal filtrada y la ventana de análisis; la pendiente media en dicha ventana define el caudal medio q (L/s/m) utilizado en la comparación con modelos.	26
Ilustración 18: Caudales de rebase obtenidos del laboratorio.	27
Ilustración 19: Resumen de los estados de mar representados ($T_p = 12s$).	28
Ilustración 20: Configuración puntos de control de superficie libre (FS) y rebase (VOL). G1 en verde; G2 en blanco; G3 en naranja; y G4 en amarillo. En azul, los 9 puntos de control del rebase: VOL2 al VOL18 de izquierda a derecha (W-E).	33
Ilustración 21: Configuración montaje MOPLA.	43
Ilustración 22: Tamaño mínimo de malla (DYR, DXR), como una función de la profundidad más cercana al "Thin film" y el período máximo de las componentes.	44
Ilustración 23: Ejemplo de resultados obtenidos en MOPLA, para el caso menos energético (izquierda) y más energético (derecha).	44
Ilustración 24: Matriz de alturas de ola H_{m0} obtenida con el modelo MOPLA.	45
Ilustración 25: Definición de alturas de ola previo a la rotura vía transectos. Ejemplo con caso menos energético IW1 y más energético IW26.	46
Ilustración 26: Matriz de alturas de ola obtenidas con MOPLA para determinar el rebase con el manual Eurotop.	46
Ilustración 27: Matriz completa de comparación H_{m0} para sensores FS.	47
Ilustración 28: Matriz de diferencias por grupo de sensores.	48
Ilustración 29: Caudal medio de rebase obtenido.	49
Ilustración 30: Matriz de diferencias netas del caudal de rebase.	50
Ilustración 31: LAB vs MODELO _{alt.1} por sensor (Q1-Q9) — Mediana normalizada (suma del laboratorio) - 323° y 349°.	51
Ilustración 32: LAB vs MODELO _{alt.1} por sensor (Q1-Q9) — Perfil longitudinal normalizado - 323° y 349°.	52
Ilustración 33: Mallas no estructuradas y estructuradas ensayadas.	54
Ilustración 34: Mapas de altura de ola obtenidos con IH-SWAN; A modo de ejemplo: arriba el caso IW1 (menos energético) y abajo IW26 (más energético).	56
Ilustración 35: Matriz de H_{m0} obtenidas mediante SWAN para la comparación de FS.	57
Ilustración 36: Definición de alturas de ola previo a la rotura vía transectos. Ejemplo con caso menos energético IW1 y más energético IW26.	58

Ilustración 37: Matriz de H_{m0} obtenidas con SWAN para determinar el rebase con el manual Eurotop.	59
Ilustración 38: Matriz de resultados de FS: H_s SWAN - H_{m0} LAB.	60
Ilustración 39: Matriz de diferencias por grupo de sensores.....	61
Ilustración 40: Matriz de diferencias netas del caudal de rebase.....	62
Ilustración 41: LAB vs MODELO _{alt.2} por sensor (Q1–Q9) — Mediana normalizada (suma del laboratorio) - 323° y 349°.	63
Ilustración 42: LAB vs MODELO _{alt.2} por sensor (Q1–Q9) — Perfil longitudinal normalizado - 323° y 349°.	64
Ilustración 43: Ejemplo de montaje numérico en Boussinesq.....	67
Ilustración 44: Configuración completa del modelo de laboratorio. Con los puntos de control de rebase (Q) y superficie libre (FS) enumerados.....	69
Ilustración 45: Resultados de altura de ola H_{m0} para los puntos de control de FS.	73
Ilustración 46: Matriz de caudales de rebase obtenidos para puntos de control Q.....	74
Ilustración 47: Matriz de comparación H_{m0} Boussinesq vs H_{m0} LAB para FS.	75
Ilustración 48: Matriz de diferencias por grupo de sensores.....	75
Ilustración 49: Matriz de comparación de caudales de rebase.	76
Ilustración 50: LAB vs MODELO _{alt.3} por sensor (Q1–Q9) — Mediana normalizada (suma del laboratorio) - 323° y 349°.	78
Ilustración 51: LAB vs MODELO _{alt.3} por sensor (Q1–Q9) — Perfil longitudinal normalizado - 323° y 349°.	79

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Estados de mar ensayados en CCOB (espectro TMA, $\gamma=3.3$, $T=12$ s).	20
Tabla 2: Comparativa de los modelos numéricos adoptados.	34
Tabla 3: Descripción resumida de la física que resuelve cada modelo adoptado.....	39
Tabla 4: Comparativa cualitativa entre lo que ofrece Boussinesq frente a los otros modelos adoptados.	65
Tabla 5: Casos modelados en Boussinesq para la superficie libre (FS) ($T_p=12s$).....	69
Tabla 6: Resumen de casos seleccionados con Boussinesq para evaluar el rebase.....	70
Tabla 7: Fenómenos físicos esperados para los puntos de control FS del modelo Boussinesq.....	71
Tabla 8: Tabla cualitativa de los resultados esperados para el rebase por punto de control y dirección del oleaje incidente.	72

Motivación del presente Trabajo Final de Máster.

Este Trabajo Fin de Máster (TFM) surge con la finalidad de consolidar el aprendizaje adquirido a lo largo de la formación, trasladándolos al trabajo de validación numérica con base en datos adquiridos en laboratorio. El estudio se centra en la aplicación integrada de la mecánica de ondas y la modelización numérica costera, dos pilares fundamentales en la ingeniería marítima y costera. Para ello, el Malecón de La Habana se plantea como un “laboratorio virtual” en el que es posible reproducir y analizar con detalle la cadena de procesos asociados al oleaje: desde la propagación espectral hasta la transformación en zonas próximas a la costa, incluyendo fenómenos de rotura, run-up y rebase. El análisis comparativo entre modelos de distinta complejidad física, como MOPLA/SWAN frente a modelos fase-resueltos tipo Boussinesq, servirá como eje metodológico del estudio.

La elección del Malecón como escenario de referencia responde no solo a su relevancia social y cultural, sino también a las condiciones particulares de exposición al oleaje que lo convierten en un caso de gran interés científico y técnico. Esta localización ofrece la oportunidad de explorar procesos costeros complejos, caracterizados por la interacción de fenómenos como asomeramiento, refracción, triadas no lineales, reflexión en estructuras verticales e impulsividad de las olas. El trabajo permitirá prever y cuantificar dichos procesos, contrastando los resultados obtenidos mediante modelización numérica con los registros experimentales a escala reducida (1:60), aplicando correctamente la semejanza de Froude para garantizar la extrapolación de resultados al prototipo real.

Asimismo, el TFM busca poner en práctica marcos conceptuales y herramientas técnicas revisados en el máster, tales como las ecuaciones de la pendiente suave, las del balance de energía, las formulaciones de Boussinesq y los modelos de rebase. Estos recursos se integrarán con las utilidades del Sistema de Modelado Costero, con el propósito de evaluar caudales de rebase y analizar su sensibilidad frente a diversas condiciones ambientales y de diseño. La validación cruzada de los resultados con formulaciones internacionales de referencia, como las propuestas en el manual Eurotop (2018), garantizará un enfoque riguroso y contrastado, aportando solidez a las conclusiones del estudio.

En resumen, este Trabajo Fin de Máster pretende transformar conocimientos teóricos en criterios aplicados de evaluación y diseño, contribuyendo a generar recomendaciones de buenas prácticas para el modelado de estructuras verticales sometidas a oleaje. De este modo, se persigue no solo fortalecer las competencias técnicas y metodológicas del autor, sino también ofrecer un aporte práctico al ámbito profesional de la ingeniería costera.

1. Introducción.

La franja costera septentrional de La Habana posee un valor histórico, social y patrimonial extraordinario. Su pieza central es el Malecón, un dique-paseo urbano cuya construcción se inició en 1901 (ver: Ilustración 1), durante la intervención estadounidense, y concluyó el 3 de junio de 1959 tras cinco grandes etapas que avanzaron de este a oeste (La Gasse, Van Rooji, Smits, Ton, & Velhorst, 2015) (ver: Ilustración 3). Desde entonces el Malecón ha funcionado simultáneamente como vía arterial, espacio público emblemático y, sobre todo, primera línea de defensa frente al Atlántico; una identidad híbrida que condiciona cualquier intervención futura (ver: Ilustración 2).



Ilustración 1: El Castillo del Morro desde Cabañas, zona actual del Malecón Tradicional, finales del siglo XIX.

FUENTE: LIBRARY OF CONGRESS, [HTTPS://WWW.LOC.GOV/](https://www.loc.gov/).



Ilustración 2: Antes y después del Malecón Tradicional de la Habana.

FUENTE: HEMEROTECA DIGITAL, [HTTPS://WWW.BNE.ES/](https://www.bne.es/).

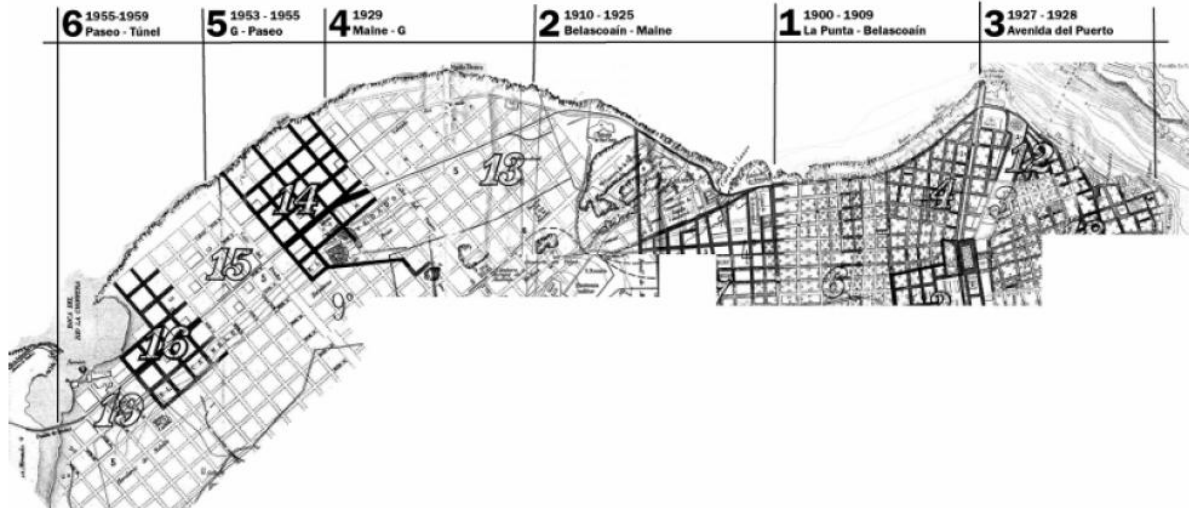


Ilustración 3: Año de construcción del Malecón por sección.

FUENTE: CÓRDOBA Y COLECTIVO DE AUTORES, 2016.

A lo largo de sus ~7 km el muro muestra variaciones geométricas significativas: la cota de coronación oscila entre 3.8 m y 5.2 m msnm; el espesor se reduce localmente hasta 0.8 m; y la plataforma continental descende con pendiente pronunciada a escasos metros de la cresta (Quintana Salinas, 2014) (ver: Ilustración 4). El hormigón original, moldeado in situ hace más de un siglo (ver: Ilustración 5), revela hoy fisuras longitudinales, pérdidas de recubrimiento (ver: Ilustración 6) y episodios de socavación basal particularmente en los tramos I y III (La Gasse, Van Rooji, Smits, Ton, & Velhorst, 2015) (ver: Ilustración 7). Tales debilidades estructurales amplifican el riesgo ante fenómenos extremos de oleaje y mar de fondo, un desafío creciente en el Caribe noroccidental.

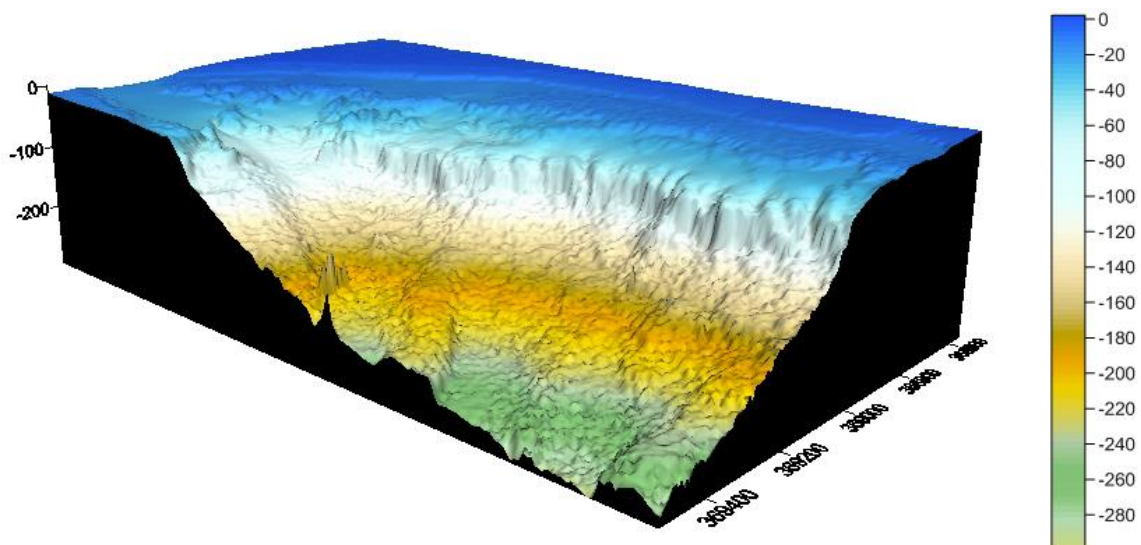
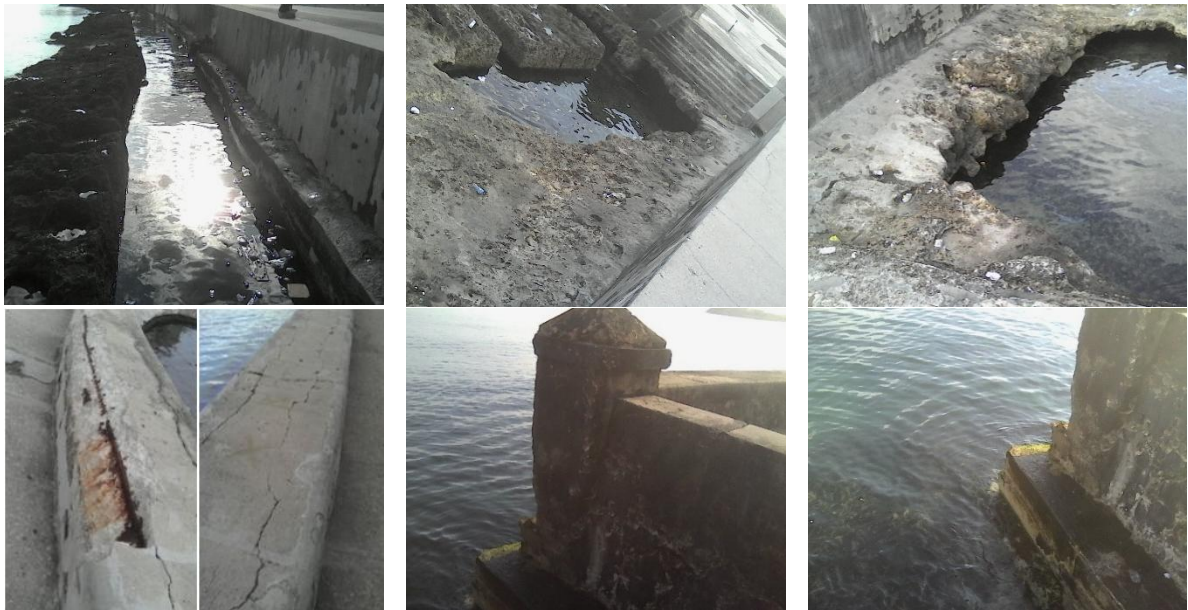


Ilustración 4: Representación batimétrica en 3D del Malecón Tradicional.

FUENTE: INFORME SOLUCIONES INGENIERAS – MALECÓN TRADICIONAL 2013, CIUDAD DE LA HABANA, CUBA. ENERO 2013.



*Ilustración 5: Hormigonado in-situ del Malecón.
FUENTE: (GARCÍA, R. C., 2014, 20 DE NOVIEMBRE).*



*Ilustración 6: Daños en el Malecón de la Habana.
FUENTE: ARCHIVO PERSONAL DE D. LEÓN, 2024.*

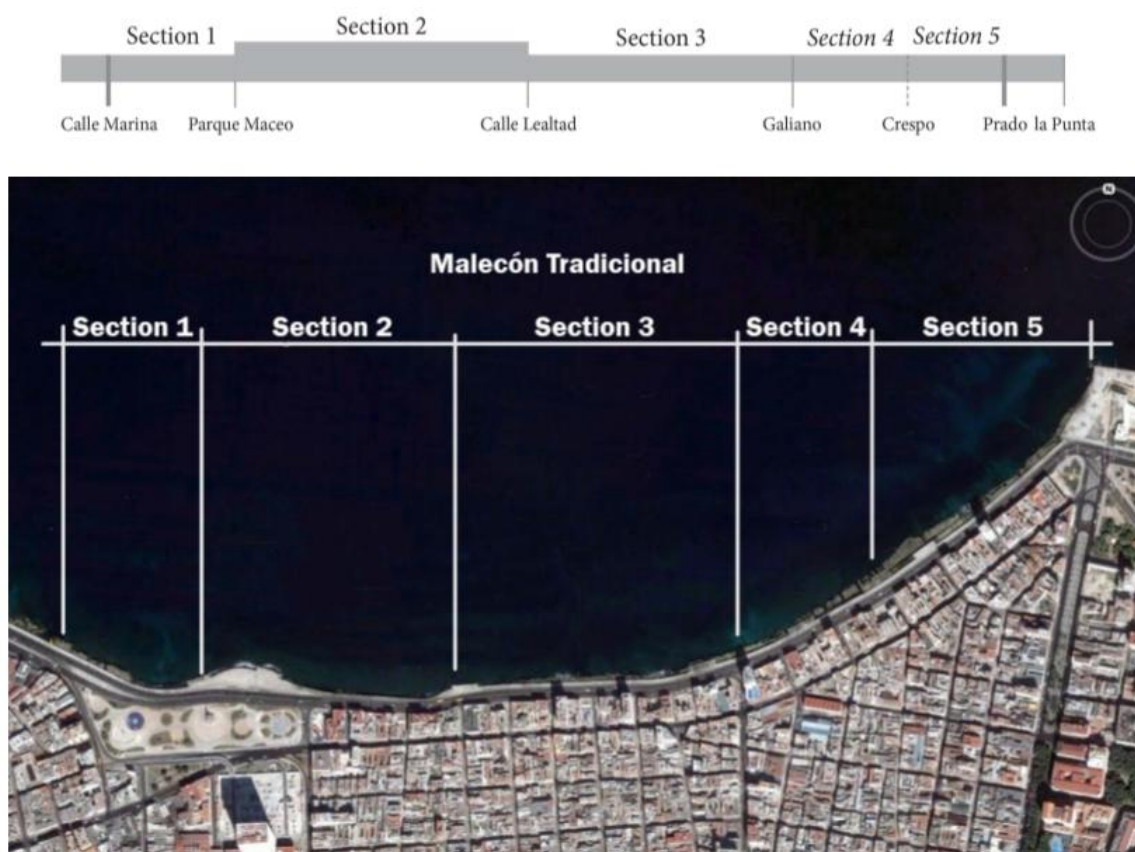


Ilustración 7: Zonificación del Malecón Tradicional, como zona más afectada.

FUENTE: (La Gasse, Van Rooji, Smits, Ton, & Velhorst, 2015).

Oleaje extremo y episodios históricos de rebase e inundación:

Los registros hidrometeorológicos del Instituto de Oceanografía cubano (EcuRed) y estudios posteriores de la Universidad de TU Delft indican que la altura significativa de ola offshore asociada a un período de retorno de 50 años alcanza 9.2 m, con una sobreelevación del nivel del mar total de ~ 1.9 m msnm (La Gasse, Van Rooji, Smits, Ton, & Velhorst, 2015). El huracán Wilma (octubre 2005) constituye la referencia empírica más severa: se estimó un volumen de rebase superior a 54 hm^3 en el tramo tradicional (Centro Habana) y esorrentías localizadas de hasta $15 \text{ m}^3/\text{s}\cdot\text{ml}$ (Córdova de Horta, Córdova López, Rico, & Pardo, 2024). Más reciente, el huracán Irma (2017) reprodujo niveles similares de energía, evidenciando que la recurrencia efectiva de eventos catastróficos podría ser menor que la prevista estadísticamente (Córdova de Horta, Córdova López, Rico, & Pardo, 2024). Modelaciones acopladas Delft3D–XBeach (Córdova de Horta, Córdova López, Rico, & Pardo, 2024) muestran, además, que la inclusión del viento superficial incrementa hasta cuatro veces el caudal puntual de rebase para descargas menores de $1 \text{ l/s}\cdot\text{ml}$, fenómeno corroborado en ensayos CFD/FLOW-3D a escala prototipo (Di Leo, Dentale, Buccino, Tuozzo, & Pugliese Carratelli, 2022).

Inundaciones compuestas: oleaje + lluvia + drenaje insuficiente:

El Malecón no solo sufre por el rebase directo. La ciudad presenta un alcantarillado pluvial subdimensionado y con tramos colapsados, de modo que cuando el oleaje

inunda la calzada y coincide con precipitaciones moderadas, los colectores funcionan en sentido inverso y retardan el desagüe (Fernández González, 2018) (ver: Ilustración 8). Estas inundaciones compuestas llegan a penetrar 400–500 m tierra adentro, afectando redes eléctricas, sótanos habitacionales y comercios del corredor Malecón–Línea (Córdova L., et al., 2016). La frecuencia anual de anegaciones supera ya las diez ocurrencias, con picos estacionales en noviembre y marzo, meses asociados a nortes e incursiones de frentes fríos que generan mar de leva significativa.

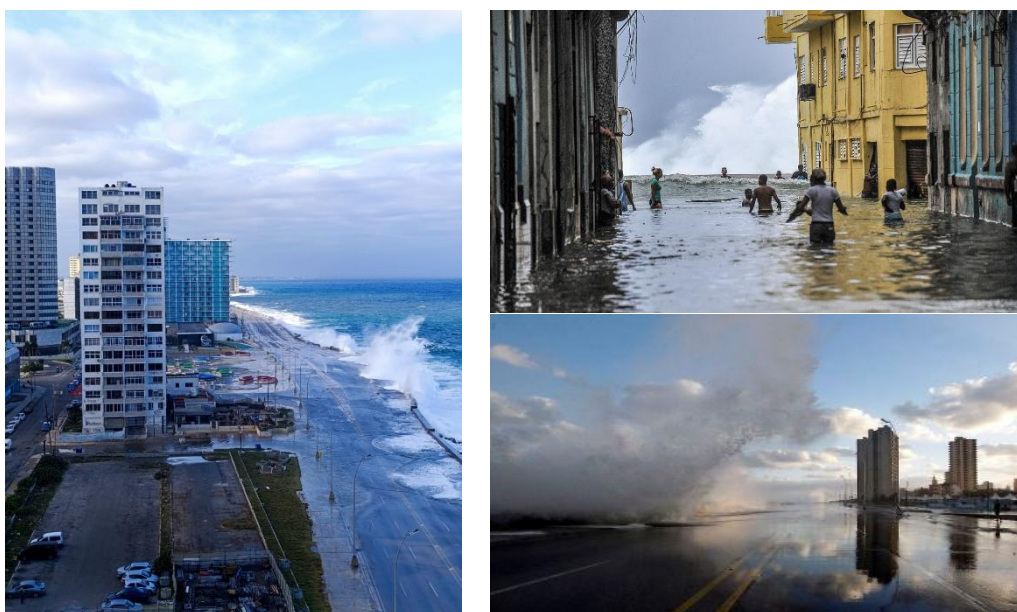


Ilustración 8: Rebases y lluvias en el Malecón de la Habana.

FUENTE: HEMEROTECA DIGITAL, [HTTPS://WWW.BNE.ES/](https://www.bne.es/).

Excedencias del criterio de rebase y justificación del proyecto:

El criterio de diseño actualmente aceptado por las autoridades locales parte de limitar el caudal específico de rebase a $q \leq 50 \text{ l/s} \cdot \text{ml}$ (La Gasse, Van Rooji, Smits, Ton, & Velhorst, 2015). Sin embargo, análisis sectoriales revelan excedencias sistemáticas en 60% del frente durante Wilma/Irma, con máximos puntuales cinco veces mayores (Córdova de Horta, Córdova López, Rico, & Pardo, 2024). Paralelamente, el sistema de drenaje cuyo trazado data de 1917 adolece de obstrucciones, conducciones de sección circular insuficiente y ausencia de compuertas antirretorno. La conjunción de ambos déficits constituye la principal amenaza de inundación costera-urbana para La Habana en los escenarios de intensificación de ciclones y ascenso del nivel medio del mar previstos por el IPCC.

En consecuencia, se torna inaplazable analizar de manera integrada los procesos de rebase, la hidráulica urbana y las posibles estrategias de mitigación, tanto desde el punto de vista numérico como constructivo (elevación del muro, incorporación de botaolas, diques rompeolas offshore, mejoras en el sistema de alcantarillado, estaciones de bombeo, entre otros). Este enfoque permitirá sustentar propuestas preliminares de

intervención, orientadas a mejorar la capacidad de respuesta del Malecón frente a escenarios extremos de inundación.

Así, el presente capítulo introduce el problema, documenta su magnitud y evidencia la brecha entre el desempeño actual y los requisitos de resiliencia que exige la capital cubana y su frente marítimo patrimonial.

2. Objetivos y alcances del estudio.

2.1. Objetivo general.

EL presente Trabajo de Fin de Máster tiene como misión desarrollar, validar y aplicar un marco numérico–empírico para caracterizar y validar el oleaje y la inundación por rebase en el Malecón de La Habana bajo oleaje extremo, cuantificando tasas de rebase para el estado actual del Malecón.

2.2. Objetivos específicos.

Para poder alcanzar el objetivo antes descrito, es necesario plantear las siguientes tareas:

- 1) Plantear distintas alternativas de montaje para la reproducción de los ensayos de laboratorio realizado por IHCantabria para la zona del Malecón - Cuba, y bajo los efectos de oleaje de temporal y eventos de rebase e inundación.
- 2) Establecer un protocolo general y repetitivo para la validación de las distintas variables medidas vs. los datos aportados por las distintas herramientas numéricas y matemáticas propuestas.
- 3) Construir matrices comparativas de resultados que sinteticen, para cada alternativa de montaje, los fenómenos físicos reproducibles, su rango de aplicabilidad y recomendaciones para la evaluación del rebase considerando las limitaciones de cada modelo.
- 4) Derivar conclusiones generales para cada alternativa de montaje numérico evaluada.

2.3. Ámbito y alcances del proyecto.

Este trabajo evalúa el rebase en tramos representativos del Malecón de La Habana (muro vertical urbano) bajo oleaje extremo. Se opera a escala prototipo a partir de ensayos físicos a 1:60 (semejanza de Froude), manteniendo la geometría y condiciones de referencia. La metodología acopla un modelo espectral para condiciones de contorno (SWAN/MOPLA) con un modelo fase-resuelto tipo Boussinesq para propagación, run-up y cálculo ola a ola del caudal de rebase, contrastando con Eurotop 2018 para muros verticales. Las métricas principales son el caudal específico de rebase q (L/s·m) y las

series de $\eta(t)$ en puntos de control; se analizan combinaciones representativas de H_{m0} , T_m , dirección y nivel de agua acordes con los ensayos y la casuística local.

3. Metodología.

3.1. Introducción.

Como base de este TFM, el Instituto de Hidráulica Ambiental de la Universidad de Cantabria (IHCantabria) puso a disposición los resultados de ensayos físicos tridimensionales realizados para evaluar alternativas de protección frente al rebase de oleaje en el Malecón Tradicional de La Habana (Cuba) bajo eventos extremos (frentes fríos y huracanes). Estos trabajos se enmarcan en el proyecto “Estudios complementarios para la solución integral a las inundaciones en el Malecón de La Habana”. El tramo reproducido en laboratorio corresponde a aproximadamente 2 km del litoral habanero.

Este capítulo describe la metodología empleada para integrar dichos datos experimentales en el flujo de trabajo numérico, garantizando trazabilidad entre escalas (modelo–prototipo) y consistencia entre fuentes (laboratorio y modelos). La estrategia combina (ii) preprocesado y control de calidad de la información recibida, (iii) preparación topo-batimétrica y definición de dominios, (iv) procesamiento de los puntos de control de superficie libre y rebase, junto con la estrategia numérica para evaluar y comparar estos resultados (v) definición y justificación de los modelos numéricos a utilizar, y (vi) aplicación de formulaciones de rebase de Eurotop (2018).

3.2. Información instrumental recibida y posprocesado.

3.2.1. Geometría del modelo físico y alcance espacial.

El montaje de laboratorio en el CCOB (*Cantabria Coastal and Ocean Basin* del IHCantabria) se ejecutó a escala 1:60, representando un área de 31.915 m en sentido longitudinal (E–O) y 23.396 m en sentido latitudinal (N–S), equivalente a ~2 km del Malecón en prototipo. La orientación del modelo físico presenta una rotación aproximada de 25° en sentido antihorario respecto al norte geográfico, lo que equivale a un rumbo de 335° medido desde el norte. La pala generadora multidireccional se ubicó a lo largo de todo el contorno norte del tanque. En los contornos este y oeste se dispusieron disipadores/absorbedores laterales de 5.76 m de ancho, para minimizar reflexiones internas. La geometría central del tablero reproduce la tapa del foso del tanque (condicionante geométrico del laboratorio) (ver: Ilustración 9).

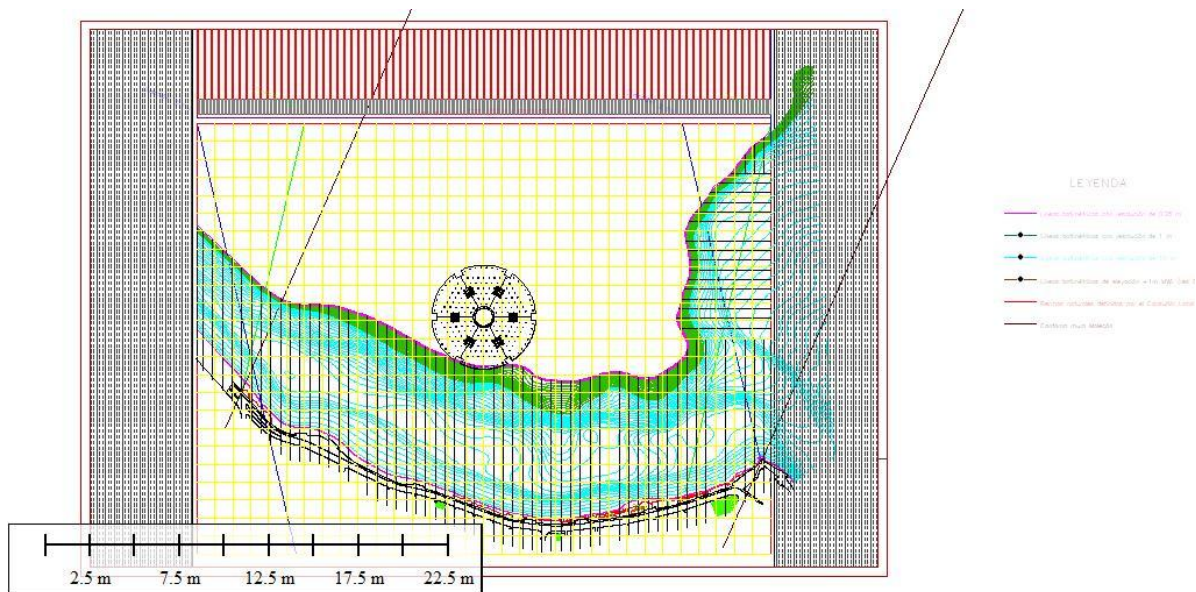
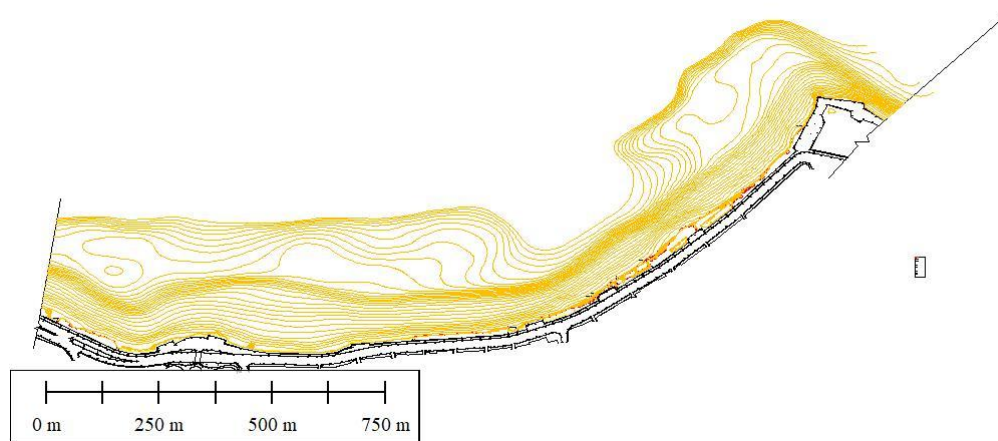


Ilustración 9: Representación esquemática original del modelo a escala.
FUENTE: IH CANTABRIA.

3.2.2. Topografía y batimetría suministradas (estado original).

Se incorporó la batimetría general y la topografía del muro y su entorno inmediato, incluyendo bermas naturales y elevaciones variables (ver: Ilustración 10):

- Bermas naturales frente al muro con cota +1.02 m (prototipo).
- Otros contornos a cota 0.00 m (en rojo), que representan bermas/montajes naturales y restos de hormigón antiguo dispuestos de forma aleatoria, además de evidencias de intentos previos de protección de la base del muro.
- Elevaciones tierra adentro: entre +2.22 m y +5.64 m (prototipo), principalmente de calles y edificios.
- Cota de elevación del muro: variable entre +3.48 m y +4.56 m (prototipo).
- Extensión aproximada de 2 km del muro.
- Alta resolución de cotas de profundidad, con una máxima de -50 m en su isóbata más externa.



*Ilustración 10: Topografía original del Malecón facilitada por CCOB.
FUENTE: IH CANTABRIA.*

La batimetría abarca isobatas -50 m a -1.02 m (prototipo) con estas resoluciones cartográficas en el modelo (ver: Ilustración 11)

- Isobatas celestes: espaciado de 10 m.
- Isobatas verdes: espaciado de 1 m.
- Isobatas fucsias: espaciado de 0.25 m.
- Curvas de elevación +1 m: espaciado de 0.25 m.
- Bermas naturales y contorno del Malecón: resolución variable definida por el consultor local.

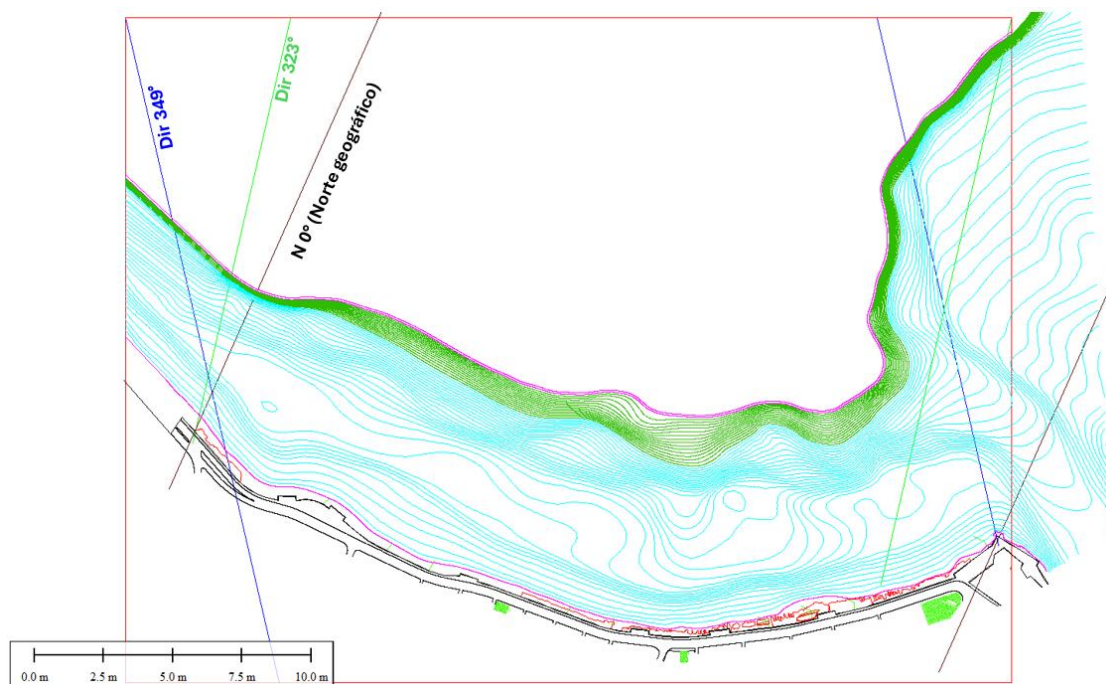


Ilustración 11: Datos originales facilitados por CCOB, referidos a un sistema con el norte geográfico orientado 25° al Este.

FUENTE: MODIFICADA DE IH CANTABRIA.

3.2.3. Condiciones de oleaje y niveles ensayado.

Se propagaron 26 estados de mar irregulares 3D (espectro TMA) con $\gamma=3.3$ y periodo $T_p=12s$, en dos direcciones representativas y tres niveles de mar:

- Direcciones: 349° (serie IW1–IW13) y 323° (serie IW14–IW26).
- Niveles de mar (prototipo): +1.00 m, +1.97 m y +2.30 m.
- Alturas significativas H (prototipo): desde 3.36 m (mín.) hasta 7.80 m (máx.); casos intermedios en cada nivel de mar y dirección (por ej., 5.06/4.92 m; 6.51/6.34 m; 7.11–7.59 m; un caso a 7.30 m en 349°).

Nº Caso	H _s [m]	Dirección [°N]	Marea [m]	h _{total} [m]
IRREGULARES 3D — 349°N (V11)				
IW1	3.46	349	1.00	51.00
IW2	5.06	349	1.00	51.00
IW3	6.51	349	1.00	51.00
IW4	7.80	349	1.00	51.00
IW5	3.46	349	1.97	51.97
IW6	5.06	349	1.97	51.97
IW7	6.51	349	1.97	51.97
IW8	7.30	349	1.97	51.97
IW9	7.80	349	1.97	51.97
IW10	3.46	349	2.30	52.30
IW11	5.06	349	2.30	52.30
IW12	6.51	349	2.30	52.30
IW13	7.80	349	2.30	52.30
IRREGULARES 3D — 323°N (V12)				
IW14	3.36	323	1.00	51.00
IW15	4.92	323	1.00	51.00
IW16	6.34	323	1.00	51.00
IW17	7.59	323	1.00	51.00
IW18	3.36	323	1.97	51.97
IW19	4.92	323	1.97	51.97
IW20	6.34	323	1.97	51.97
IW21	7.11	323	1.97	51.97
IW22	7.59	323	1.97	51.97

IW23	3.36	323	2.30	52.30
IW24	4.92	323	2.30	52.30
IW25	6.34	323	2.30	52.30
IW26	7.59	323	2.30	52.30

Tabla 1: Estados de mar ensayados en CCOB (espectro TMA, $\gamma=3.3$, $T=12$ s).

3.2.4. Instrumentación y variables medidas (FS, VOL).

La instrumentación en tanque se organizó en tres familias:

- Superficie libre: FS1–FS14 (14 puntos).
- Rebase (rebase): VOL1–VOL18; en este estudio se consideran solo los pares, que son los puntos donde finalmente se midió volumen de rebase por indicación técnica del laboratorio.
- Presiones: PS2, PS4, PS6 (no se consideran en este trabajo).

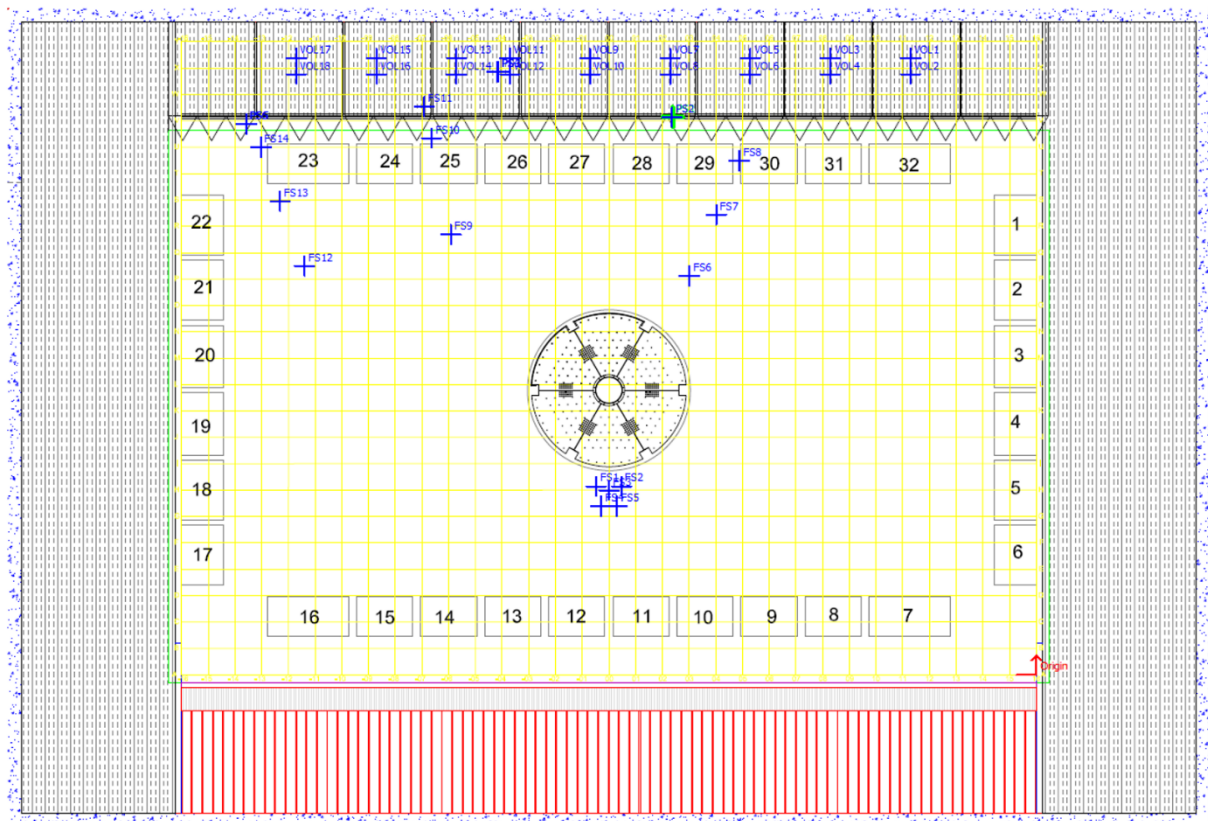


Ilustración 12: Disposición de los sensores de control. Vista en planta con la paleta generadora en el contorno inferior.

FUENTE: IH CANTABRIA.

3.3. Preparación de la topo-batimetría para los modelos.

Lo primero fue construir un plano consolidado topo-batimétrico, en escala prototipo (1:60) y en UTM Zona 30N – ED50 (EPSG:23030), que garantice un dominio numérico

suficientemente amplio y limpio para definir mallas de propagación y detalle sin que los forzamientos ni los contornos queden sobre bordes de datos o zonas “NoData”.

Para ello, se trabajó la batimetría y la topografía de forma separada y luego integrada, extendiendo isóbatas y contornos cuando fue necesario para evitar artefactos en el mallado y en la lectura de condiciones de contorno por parte de los modelos numéricos.

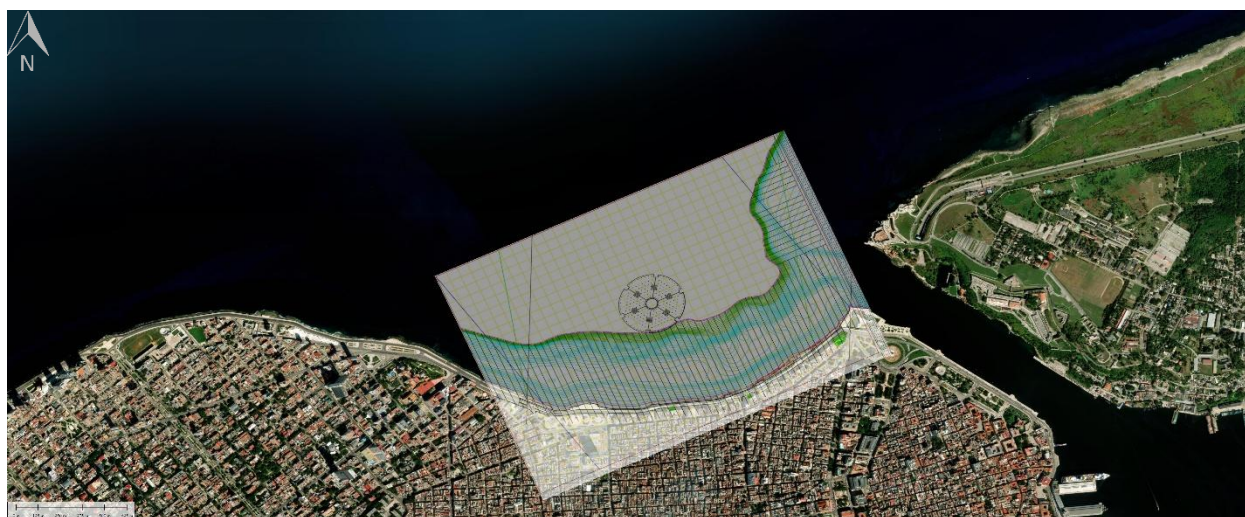


Ilustración 13: Superposición del modelo a escala, orientado 25° antihorario (335° geográfico).

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

3.3.1. Edición, limpieza y criterios de recorte.

En primer lugar, todos los datos experimentales se llevaron a escala prototipo ($\times 60$) aplicando semejanza de Froude, de modo que la referencia vertical y horizontal fuese única y directamente utilizable por los modelos numéricos. Se estableció UTM 30N–ED50 (EPSG:23030) como sistema de coordenadas común y se georreferenció una imagen World Imagery de alta resolución, cuyo encaje se contrastó con la batimetría y la topografía disponibles. Esta imagen funcionó como soporte de comprobación visual para detectar desalineaciones y completar transiciones suaves en áreas con menor densidad de puntos, sin introducir geometría no sustentada por el dato.

A continuación, se realizó una limpieza de capas y entidades no relevantes para evitar interferencias en la generación de mallas y en las exportaciones. Con el fin de estabilizar los límites del modelo, se extendió el dominio: al norte incorporando una isóbata -50 m en el borde del encaje CCOB, que no altera el campo de cálculo, pero evita gradientes mal definidos en el contorno; al oeste prolongamos las isóbatas para que la propagación no incida “sobre el borde” del dominio con datos, reduciendo así los efectos de contorno en los forzamientos.

Sobre el frente urbano, se filtra la topografía estrictamente necesaria para fijar con fiabilidad las cotas de coronación y paramentos del Malecón. Se regularizó el borde del muro de forma gradual, preservando la realidad geométrica (variaciones del orden de milímetros a decenas de centímetros) y evitando saltos espurios entre puntos originales.

Además, se cerró la línea de costa para disponer de una máscara tierra-mar inequívoca tanto en postproceso como en códigos que exigen dominios cerrados.

Con el plano topo-batimétrico consolidado, se integran los puntos de control: catorce de superficie libre (FS1–FS14) y nueve pares de rebase (VOL2–VOL18), verificando su posición y cota sobre la geometría final. Finalmente, para impedir la formación numérica de playas delante del paramento, un artefacto ligado al salto entre la cota del muro y la primera isóbata disponible, se define una línea de cota 0.00 m aproximadamente a 0.025 m del muro, conectada con las cotas cero existentes (“bermas naturales”). Esta decisión estabiliza el frente del Malecón en los modelos y mejora la representación del gradiente batimétrico más somero.

3.3.2. Definición de dominios y mallas.

Como resultado se obtuvo un archivo topo-batimétrico consolidado, georreferenciado y libre de artefactos, que extiende el dominio con holgura para ubicar al menos dos mallas (general y de detalle) y aplicar forzamientos sin contacto con bordes de datos. A partir de este dataset se exportaron los insumos necesarios para cada modelo (vector/raster, contornos e isóbatas, máscara tierra-mar y puntos de control) manteniendo coherencia geométrica y de atributos.

La siguiente imagen muestra el archivo final consolidado con el cual posteriormente se exportaron los archivos necesarios para correr y trabajar cada modelo:

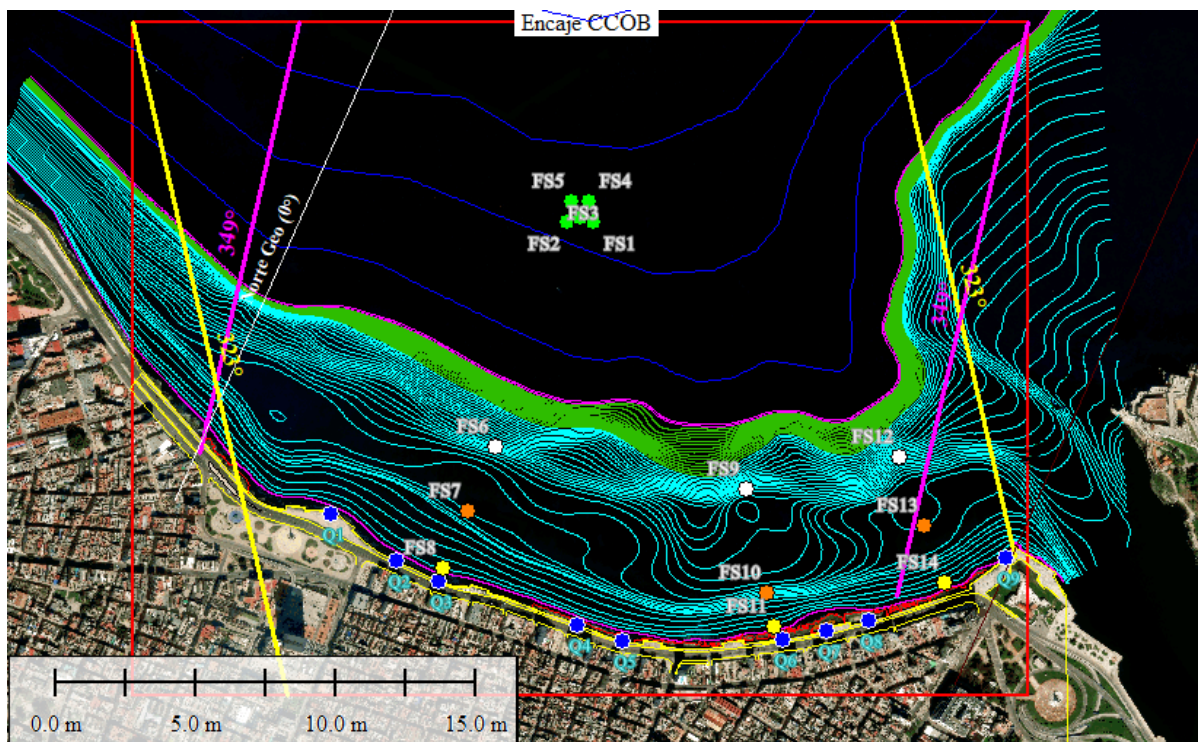


Ilustración 14: Configuración final del modelo físico del Malecón con los puntos de control de superficie libre (FS) y de rebase (Q).

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

3.4. Procesamiento de puntos de control y estrategia numérica.

El tránsito del oleaje desde aguas profundas hacia la costa está controlado por una sincronía de distintos fenómenos físicos. El asomeramiento reduce la celeridad y eleva la altura; la refracción reorienta las crestas hacia zonas someras; la difracción redistribuye energía en áreas de sombra tras diques o puntas; y la reflexión en estructuras rígidas devuelve parte de la energía mar adentro, pudiendo generar interferencias frente al paramento. Cuando el cociente H/h y la pendiente local alcanzan umbrales de inestabilidad, se produce la rotura, decisiva para el run-up y el rebase. El nivel de agua (marea/forzamiento impuesto) condiciona tanto la localización del rompimiento como la magnitud de estos procesos.

Junto al rango de periodos del oleaje principal, emergen componentes infragravitatorias (periodos largos) originadas por la modulación de grupos; se amplifican en aguas someras y contribuyen al set-up, al run-up y al caudal de rebase. La instrumentación, FS1–FS14 para superficie libre y VOL2–VOL18 para vertido, registró (i) el incremento de altura asociado al asomeramiento, (ii) cambios de fase y dirección por refracción/difracción, (iii) señales de reflexión en proximidad del muro y (iv) crecimiento de energía infragravitatoria hacia la costa, junto con los caudales específicos q (L/s·m) en los puntos de vertido. Estos rasgos sirven como criterios de lectura del ensayo y base de la comparación numérica.

El procesamiento de series se estandarizó para garantizar trazabilidad y comparación entre alternativas. En FS se calcula H_{m0} a partir de $\eta(t)$ tras aplicar: re-cero inicial (10 s), doble filtrado mediana para atenuar picos instrumentales y ventana por trigger +30 s para centrar el análisis en el estado establecido. En VOL se determina el caudal medio $\bar{q}$ con el mismo preprocesado temporal, integrando volúmenes y normalizando a 1 m de longitud de cuenco; posteriormente, se aplica el escalado de Froude ($\lambda=60$) para expresar resultados a escala prototipo. Todos los pasos incorporan controles de calidad homogéneos (detección de saturación, ventanas no válidas y coherencia entre sensores adyacentes).

Para la correcta interpretación de los registros conviene considerar varias condiciones de lectura. Aun con disipadores laterales, pueden persistir reflexiones residuales que introduzcan ruido, especialmente en sensores intermedios; en la medición de rebase, el sistema puede saturarse en eventos intensos y el instante de activación (trigger) condiciona el volumen integrado; el fondo fijo implica ausencia de morfodinámica, de modo que no se representan ajustes que, a escala prototipo, podrían modificar el runup; y la representatividad por nivel de agua queda restringida a los tres estados ensayados (1.00, 1.97 y 2.30 m), por lo que las extrapolaciones fuera de ese rango deben tomarse con prudencia. Los efectos de escala y la posible infra-representación de procesos 3D se asumen como marco general y se discuten en la Metodología.

Con este marco físico y operativo, en 3.4.1–3.4.3 se detallan los cálculos de H_{m0} (FS) y $\bar{q}$ (VOL) bajo los criterios anteriores y se fija la estrategia numérica común que permitirá comparar, con las mismas variables y métricas, los resultados de todas las alternativas de modelización.

3.4.1. Superficie libre (FS): cálculo de H_{m0} y ventanas de análisis.

Los ensayos físicos tridimensionales proporcionan series trazables de superficie libre $\eta(t)$ en los puntos FS. Para garantizar la comparabilidad con los modelos numéricos, se resume cada caso y punto en altura significativa H_{m0} , aplicando criterios Froude y protocolos de calidad de medida (tiempos de establecimiento, descarte de colas de inicio/fin, verificación de señales y unidades).

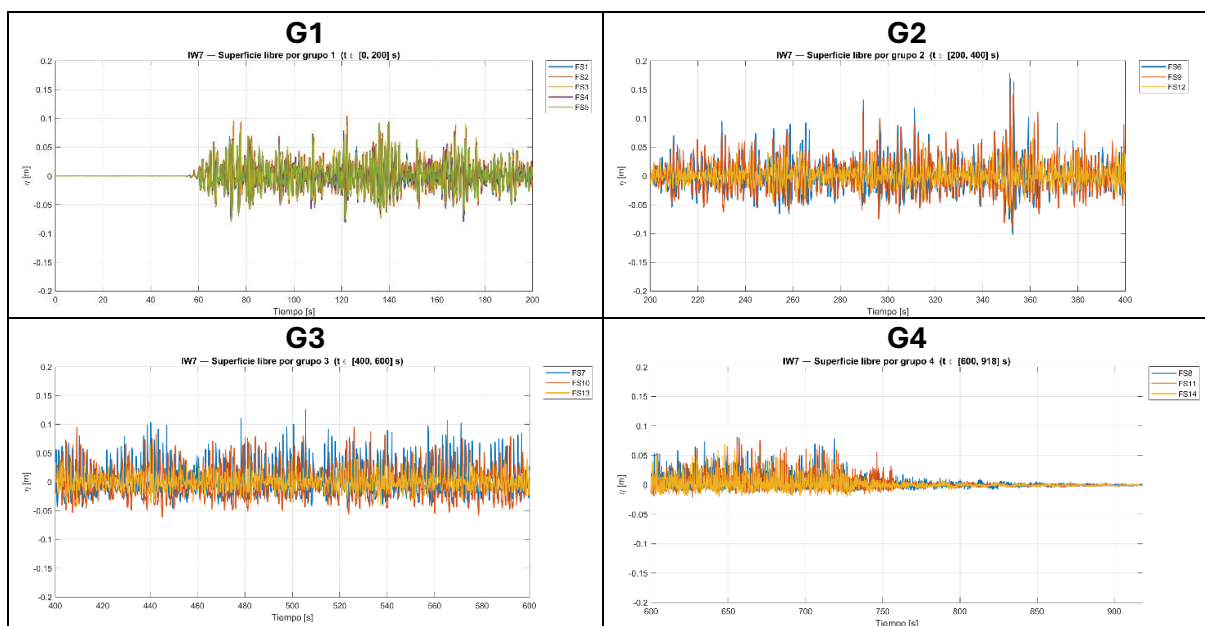


Ilustración 15: Casos representativos de las superficies libres para un mismo estado de mar intermedio (IW7) por grupo de sensores (escala modelo).

Como ejemplo representativo, en la Ilustración 15, se expone el caso intermedio IW7 (≈ 900 s de registro, ~ 2 h a escala de prototipo 1:60). Al agrupar por profundidad se aprecia la evolución costa-afuera→costa-adentro: en G1 (FS1–FS5, ~ 50 m) la señal es casi armónica y con cruces por cero limpios entre sensores, propia de oleaje aún progresivo y poco afectado por el fondo. En G2 (FS6, FS9, FS12, ~ 20 m) crece la varianza y aparecen picos > 0.1 m, indicio de asomeramiento y rotura incipiente, aunque el carácter progresivo se mantiene. En G3 (FS7, FS10, FS13, ~ 10 m) se intensifican la asimetría cresta-valle (*skewness*) y la modulación por grupos; coexisten episodios de rotura con infragravedad más evidente (envolventes de baja frecuencia que aumentan al disminuir la profundidad). Esto es consistente con el desplazamiento del contenido espectral hacia frecuencias bajas en fondos someros. En G4 (FS8, FS11, FS14, ~ 2 m, próximos al muro) se atenúan las componentes de alta frecuencia y los cruces por cero se vuelven menos nítidos; se observa un “batido” cuasi-estacionario compatible con ondas parcialmente estacionarias (*clapotis*) por reflexión en pared, típico de proximidad

a estructuras verticales. En conjunto, las cuatro ventanas ilustran la transición esperable: asomeramiento/rotura, incremento relativo de energía infragravitatoria en la zona somera y efectos de reflexión cerca del muro.

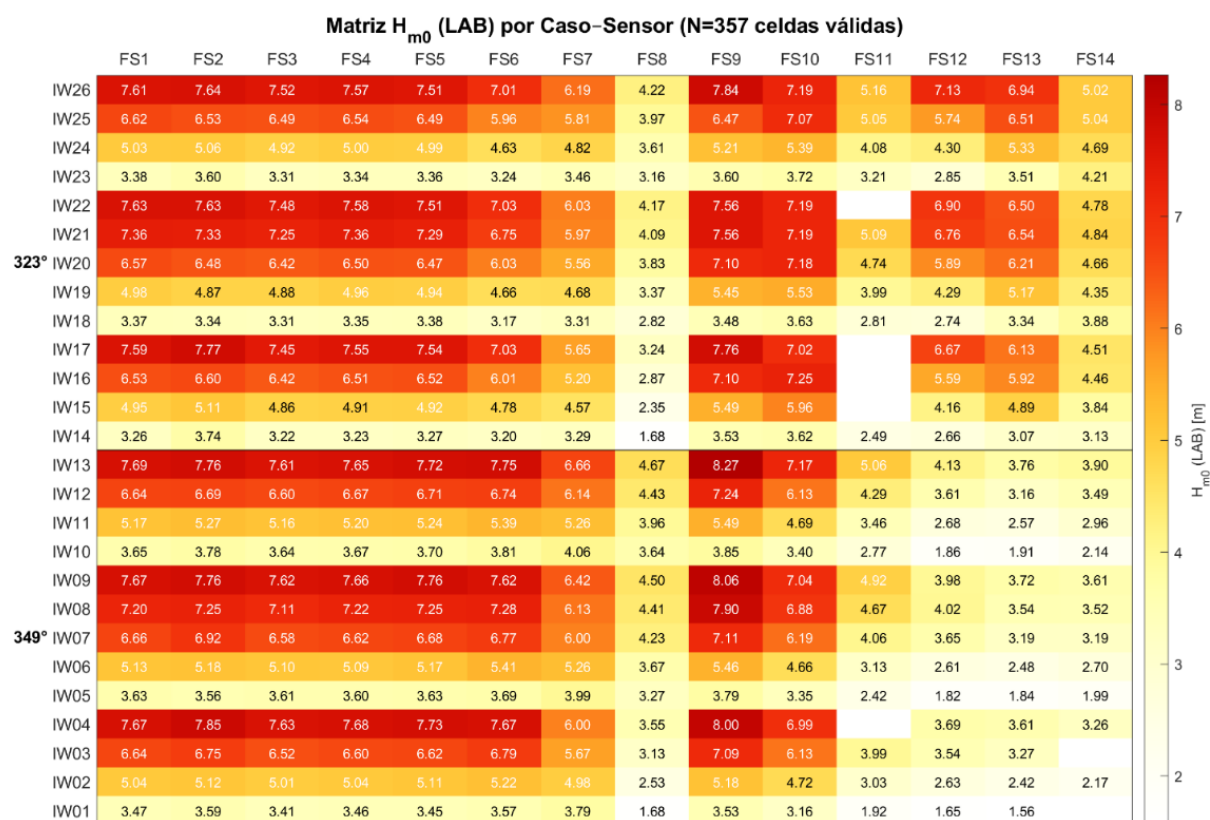


Ilustración 16: Resultados de H_{m0} originales del laboratorio.

En la Ilustración 16, los puntos de control más profundos (FS1-FS5), sus diferencias de H_{m0} son reducidas: el oleaje llega prácticamente con su altura de propagación y los valores entre sensores son muy próximos. En cambio, en los perfiles próximos a la costa (FS6-FS8 a la izquierda; FS9-FS11 en el centro; y FS12-FS14 a la derecha) (ver: Ilustración 14) el patrón dominante es decreciente hacia el muro (20 m $\rightarrow$ 10 m $\rightarrow$ 2 m), reflejando la pérdida de energía tras la zona de rompiente y en somero. No obstante, aparecen **no** mono-tonicidades puntuales, por ejemplo, en IW24 del perfil oriental, FS13 supera a FS12 en algunas celdas, atribuibles a la realización sintética del espectro (~15 min, ~500 olas) que hace que no todas las olas rompan en el mismo punto, a variaciones de marea que desplazan el frente de rotura, a focos/sombras por refracción-difracción sobre batimetría curvada y pendiente acusada, y a reflexión local en ciertos tramos del muro. En conjunto, la matriz muestra un decaimiento general coherente hacia costa con heterogeneidades espaciales explicables por la combinación de espectro, nivel de mar y morfodinámica del entorno; las celdas en blanco corresponden a ausencia de estimación fiable de H_{m0} en laboratorio y se excluyen del análisis.

3.4.2. Rebase (VOL): cálculo de $q(t)$, $\bar{q}$ y V ; ventanas de análisis.

La instrumentación de rebase (VOL) registra, cada 0.02 s, el volumen acumulado que entra en cada cuenco de aforo situado en la coronación. Para la comparación con los modelos se trabaja exclusivamente con el caudal medio por metro lineal $\bar{q}$, una variable robusta y transferible. El procedimiento es: (i) recalado inicial restando la media de los primeros 10 s para fijar el cero volumétrico; (ii) filtrado por mediana en dos etapas (ventana ligada al período del caso y un suavizado adicional) para eliminar picos espurios preservando la tendencia; (iii) acotación física (volúmenes negativos $\rightarrow$ 0); (iv) definición automática de la ventana de análisis mediante el disparador del equipo (se toma desde el primer instante con señal de disparo elevada hasta 30 s después del último), excluyendo los transitorios de arranque y cierre; y (v) cálculo de $\bar{q}$ como pendiente media del volumen acumulado en esa ventana. Dado que cada cuenco representa 0.10 m de frente (anchura efectiva del aforo), el caudal se normaliza a 1 m lineal dividiendo por 0.10 m. El paso a prototipo se realiza por semejanza de Froude con escala $\lambda = 60$: $t_p = t_m \sqrt{\lambda}$; $V_p = V_m \lambda^3$ y $\bar{q}_p = \bar{q}_m \lambda^{1.5}$.

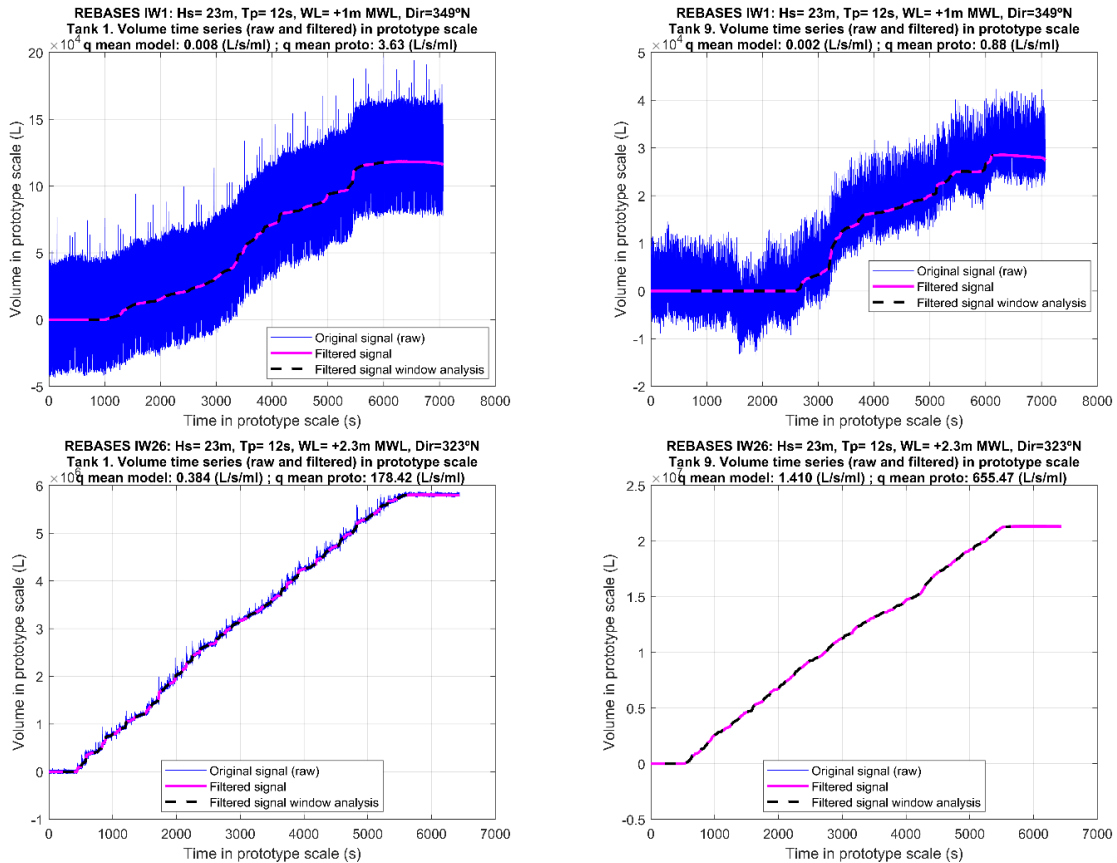


Ilustración 17: Serie temporal de volumen acumulado y cálculo de $\bar{q}$ en los cuencos extremos de coronación (Q1–VOL2 y Q9–VOL18) para dos estados de mar representativos (IW1 e IW26, escala prototipo). Se muestran la señal original, la señal filtrada y la ventana de análisis; la pendiente media en dicha ventana define el caudal medio $\bar{q}$ (L/s/m) utilizado en la comparación con modelos.

Cada gráfica de la Ilustración 17, muestra tres curvas por sensor: señal original, señal filtrada y señal filtrada dentro de la ventana de análisis. La diferencia de volumen entre

el inicio y el final de dicha ventana es el volumen vertido, y la pendiente media de la curva filtrada en esa ventana define el caudal medio $\bar{q}$ (L/s/m), normalizado a 1 m lineal de frente.

Ubicación y cotas de los captadores de rebase (VOL2-VOL18):

- VOL2-VOL6 (Q1-Q3): $\approx +4.38$ m (prototipo).
- VOL8-VOL16 (Q4-Q8): $\approx +3.96$ m.
- VOL18 (Q9): $\approx +3.86$ m.

Cada cuenco mide volumen en litros y muestrea cada 0.02 s; los registros se escalan a prototipo (Froude 1:60). Se excluyen los transitorios de arranque y fin asociados al disparo del equipo para evitar sobreestimaciones.

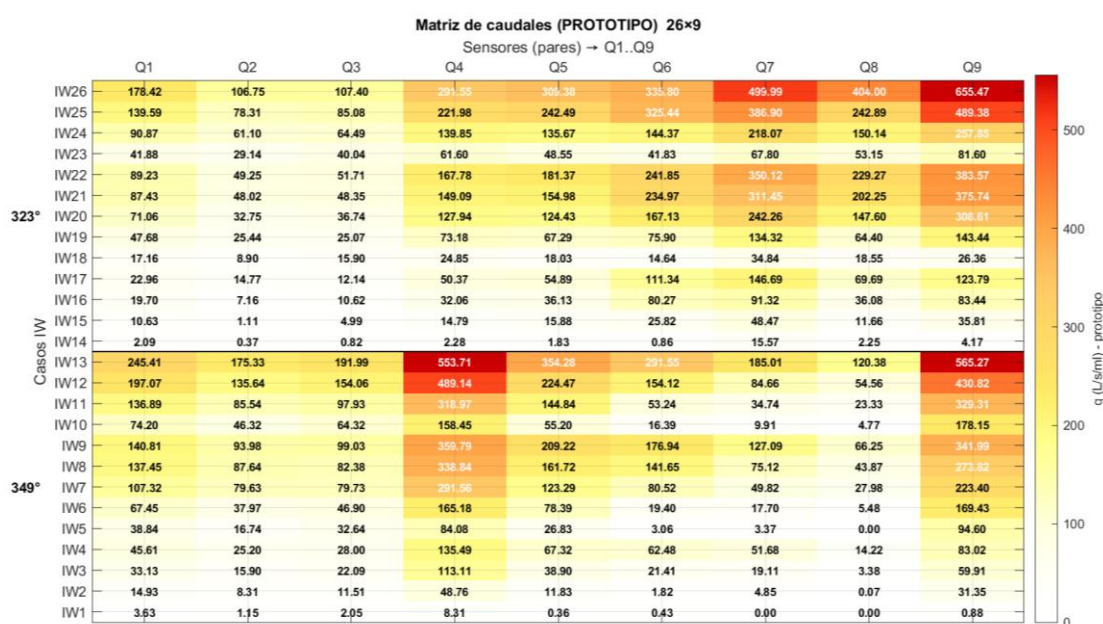


Ilustración 18: Caudales de rebase obtenidos del laboratorio.

En términos generales, la Ilustración 18, permite observar que el caudal de rebase $\bar{q}$ crece cuando aumenta la altura significativa y cuando sube el nivel del mar ($\downarrow$ franco libre); esto se aprecia al pasar de los bloques de $NM \approx 1.0 \rightarrow 1.97 \rightarrow 2.3$ m en ambas direcciones (ver: Tabla 1). El patrón longitudinal no es monótono: el perfil Q1→Q9 no crece ni decrece de forma uniforme, sino que depende del franco libre local (cotas de coronación: Q1-Q3 $\approx +4.38$ m, Q4-Q8 $\approx +3.96$ m, Q9 $\approx +3.86$ m) y de la posición respecto a la batimetría y a los focos/sombras de refracción y reflexión.

Para 323° (bloque superior) los máximos se concentran de forma consistente hacia el tramo oriental (Q7-Q9). En el caso más severo (IW26) destaca Q9 ≈ 655 L/s/m frente a Q2 ≈ 107 L/s/m ($\approx 6.1 \times$), evidenciando la sensibilidad direccional de ese extremo. Para 349° (bloque inferior), los picos aparecen principalmente en Q4 y Q9, con valores altos también en Q5-Q6 y, en menor medida, Q1. Mientras que Q8 muestra mínimos persistentes. Un rebase significativo claro se da en IW13 ($H_s \approx 7.8$ m; $NM \approx +2.3$ m; $T = 12$ s),

donde $Q4 \approx 554 \text{ L/s/m}$ y $Q9 \approx 565 \text{ L/s/m}$ superan ampliamente a la mayoría de puntos ($<300 \text{ L/s/m}$). Además, para un estado de mar comparable ($H_s \approx 7 \text{ m}$; $NM \approx +2.3 \text{ m}$; $T=12 \text{ s}$), $Q4$ con 349° es casi el doble que con 323° (≈ 554 vs 292 L/s/m), reflejando su fuerte sensibilidad a la dirección. También se observan contrastes por marea y geometría local, por ejemplo, en $Q8$, donde con 323° en marea baja ($IW14$ – $IW17$) se registran caudales claramente superiores a sus homólogos de 349° con alturas similares ($IW1$ al $IW4$).

En síntesis, la matriz revela un aumento global con H_s y NM , un reparto espacial no monótono condicionado por el franco bordo y la batimetría, y una marcada dependencia direccional: $Q9$ se comporta como punto crítico con ambas direcciones, $Q4$ responde especialmente a 349° , y con 323° dominan $Q7$ – $Q9$. Estas observaciones subrayan que la lectura debe ser integral (altura, nivel y dirección), más allá de la magnitud aislada.

3.4.3. Estrategia numérica común de comparación.

Esta sección define el corazón de presente TFM: presentar una estrategia numérica común de comparación para evaluar la mejor forma de reproducir los eventos de inundación en el Malecón. Se fija un protocolo único (mismas ventanas y criterios) con H_{m0} en FS y $\bar{q}$ en VOL; los FS se agrupan por profundidad para interpretar las firmas físicas esperables (asomeramiento, refracción/difracción, reflexión), y el rebase se analiza con el perfil $Q1$ – $Q9$, atendiendo a su distribución longitudinal y direccional. Con ello se comparan magnitudes y patrones espaciales de forma homogénea, y se fundamenta la elección de la estrategia numérica según la física que resuelve, su robustez y su coste computacional.

Para completar la descripción, se presenta a continuación una matriz que resume los 26 estados de mar. Cada celda corresponde a la combinación de dirección de incidencia y nivel de marea; se indica la altura significativa (H_s) media para esa combinación (color) y los casos individuales con su valor de H_s . Esta figura permite apreciar de un vistazo la cobertura del espacio de estudio.

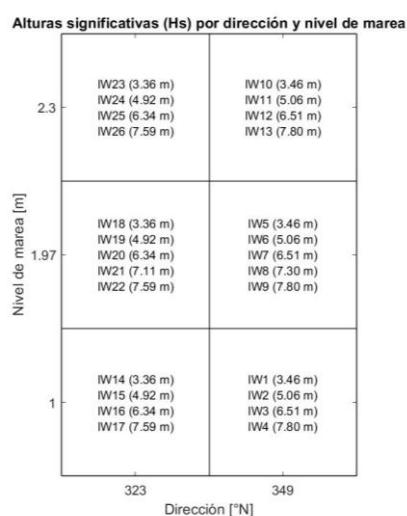


Ilustración 19: Resumen de los estados de mar representados ($T_p=12\text{s}$).

i. Estrategia numérica para la comparación de los puntos de control FS:

Los catorce sensores de superficie libre (FS1–FS14), se agrupan por profundidad y proximidad al Malecón:

- **Grupo G1 – Aguas profundas:** FS1–FS5, situados a –50 m en el centro del dominio (modelo). Al estar fuera de la zona de influencia de la batimetría y del muro, las ondas se propagan como en mar abierto; predominan respuestas lineales (Froude-dominadas) y se espera que sus registros se correlacionen bien con modelos de teoría lineal de ondas, Boussinesq de bajo orden o incluso formulaciones espectrales, ya que no habrá efectos significativos de asomeramiento, reflexión ni refracción (ver serie superficie libre **G1**: Ilustración 15).
- **Grupo G2 – Zona de transición:** FS6, FS9 y FS12 a –19 m. En estas posiciones el oleaje empieza a interactuar con la pendiente del fondo y puede aparecer un oleaje reflejado débil procedente de estructuras o del muro. Las teorías lineales empiezan a desviarse; se anticipa cierta asimetría en las series debido a los primeros efectos no lineales: asomeramiento moderado, cambios de dirección (refracción) y posible fricción de fondo. Los modelos numéricos avanzados (Boussinesq de orden superior, Navier–Stokes con RANS) deberían capturar mejor estas variaciones (ver serie superficie libre **G2**: Ilustración 15).
- **Grupo G3 – Zona intermedia:** FS7, FS10 y FS13 a –10 m. La mayor parte de los estados de mar ensayados ya habrán roto parcialmente al alcanzar esta profundidad, generando setup y setdown local. Se espera un importante incremento de la asimetría de las olas y de la dispersión de los datos por la combinación de ondas incidentes, reflejadas y las turbulencias asociadas a la rotura. Las mediciones mostrarán picos más pronunciados y crestas y valles desiguales, y la correlación con modelos simples disminuirá (ver serie superficie libre **G3**: Ilustración 15).
- **Grupo G4 – Zona somera cercana al muro:** FS8, FS11 y FS14, situados a –1.98 m (modelo). Aquí las series estarán dominadas por fenómenos altamente no lineales: reflexión pura en el muro (que puede amplificar o cancelar la amplitud instantánea), fricción intensa, turbulencia, interacción de ondas de borde e infragravitatorias y efectos tridimensionales. La refracción es de menor importancia relativa en esta franja. Cabría esperar que las diferencias entre laboratorio y modelos numéricos tenderá a aumentar, debido a la complejidad de los fenómenos físicos involucrados en esta zona, por lo que los modelos reducidos (lineales) se verán limitados, mientras que los modelos más avanzados (Boussinesq, Swash, CFD, entre otros) podrían reproducir mejor lo observado en laboratorio (ver serie superficie libre **G4**: Ilustración 15).

La tabla siguiente presenta un resumen que relaciona los grupos de sensores G1 a G4 vs los procesos físicos relevantes frente a la zona del malecón:

Grupo de sensores	Refracción	Difracción	Asomeramiento	Reflexión	Otros fenómenos físicos
G1 – sensores en aguas más profundas y alejados del muro del Malecón.	★ ★ ☆ ☆ ☆	☆ ☆ ☆ ☆ ☆	★ ★ ☆ ☆ ☆	★ ☆ ☆ ☆ ☆	★ ★ ☆ ☆ ☆
G2 – sensores ubicados en aguas intermedias, en transición hacia el Malecón.	★ ★ ★ ★ ☆	☆ ☆ ☆ ☆ ☆	★ ★ ★ ★ ★	★ ★ ★ ☆ ☆	★ ★ ★ ☆ ☆
G3 – sensores ubicados en zona interior de profundidad reducida.	★ ★ ★ ★ ★	☆ ☆ ☆ ☆ ☆	★ ★ ★ ★ ★	★ ★ ★ ★ ☆	★ ★ ★ ★ ★
G4 – sensores ubicados en aguas más someras y próximo al Malecón.	★ ☆ ☆ ☆ ☆	★ ☆ ☆ ☆ ☆	★ ★ ☆ ☆ ☆	★ ★ ★ ★ ★	★ ★ ★ ☆ ☆

NOTA: “OTROS FENÓMENOS FÍSICOS” (APLICABLE A ESTE EXPERIMENTO).

HACE REFERENCIA A PROCESOS NO LINEALES Y DE POST-ROTURA QUE NO QUEDAN CUBIERTOS POR REFRACTACIÓN, ASOMERAMIENTO O REFLEXIÓN. INCLUYE: (I) DISIPACIÓN POR ROTURA INDUCIDA POR LA PROFUNDIDAD Y TURBULENCIA ASOCIADA; (II) TRANSFERENCIAS ESPECTRALES QUE GENERAN SUB/SOBREARMÓNICOS Y ONDA INFRAGRAVITATORIA; (III) BORES Y LA CINEMÁTICA DE RUNUP/RUNDOWN; (IV) CAMBIOS DEL NIVEL MEDIO (SETUP/SETDOWN); (V) INTERFERENCIA POR REFLEXIÓN PARCIAL EN EL MALECÓN CON PATRONES CUASI-ESTACIONARIOS (NODOS/ANTINODOS).

En resumen, al avanzar desde G1 hacia G4 aumentará el peso de procesos no lineales y tridimensionales; sin embargo, esta transición no es monotónica: en la zona de rotura pueden darse mayores discrepancias que justo detrás de ella, donde el flujo vuelve a estabilizarse, pudiendo mejorar la correlación levemente.

En síntesis, la estrategia numérica adoptada para los FS es: primero, establecer para cada grupo G1-G4, y para cada tipo de modelo considerado, la física esperable (grado de linealidad, asomeramiento, refracción/difracción, reflexión y efectos de post-rotura) como guía de lectura; después, extraer en todos los modelos la serie $\eta(t)$ en FS1–FS14 y calcular H_{m0} o sencillamente obtener H_{m0} mediante interpolación, con las mismas ventanas y escalas que en laboratorio. Finalmente, comparar mediante una matriz

caso×punto que reúne H_{m0}^{mod} y H_{m0}^{lab} , evaluando las diferencias (ΔH y $\% \Delta$) y su coherencia por grupos. La discusión de resultados se organiza por grupos de sensores, destacando el patrón espacial (decaimiento, focos/sombras y reflexión junto al muro), de modo homogéneo y trazable, sin adelantar aquí conclusiones.

ii. Estrategia numérica para la comparación de los puntos de control de rebase:

Se define, antes de realizar la comparación, el rebase que será esperable en cada cuenco (Q1-Q9) según batimetría local, cota de coronación y dirección de incidencia (349° / 323°). Esta lectura física será la regla de interpretación con la que luego contrastaremos modelo vs laboratorio.

Cotas de coronación (prototipo): Q1-Q3 $\approx +4.38$ m, Q4-Q8 $\approx +3.96$ m, Q9 $\approx +3.86$ m ($\rightarrow$ menor franco libre hacia Q9).

- **Q1:** Isóbatas casi rectas y paralelas; rompimiento más alejado del muro. Con coronación alta, debería mostrar rebase bajo y poca sensibilidad direccional ($349^\circ \approx 323^\circ$), salvo en casos más severos.
- **Q2:** Similar a Q1: campo más “limpio”, rotura adelantada, rebase bajo–moderado. Dirección con efecto secundario.
- **Q3:** Continúa el patrón de Q1-Q2: rebase bajo por rompimiento temprano y coronación alta; diferencias $349^\circ/323^\circ$ discretas.
- **Q4:** Zona de transición: las isóbatas empiezan a acercarse al muro. Con 349° es sensible (tendencia a foco local), y la coronación menor (+3,96 m) reduce el franco libre; se esperan picos notables frente a Q1-Q3.
- **Q5:** Isóbatas próximas al muro; posible convergencia y rotura cercana. Rebase moderado–alto, con 349° algo más favorecido que 323° en varios casos.
- **Q6:** Geometría que puede canalizar para 323° ; asomeramiento tardío y rotura junto al muro. Rebase alto con 323° ; moderado-alto con 349° .
- **Q7:** En 323° el tren llega más encauzado; combinación de convergencia + post-rotura (infragravedad, surfbeat) puede elevar el nivel y aumentar el rebase. Con 349° suele ser inferior.
- **Q8:** Caso particular: con 349° tiende a ser mínimo persistente (sombra relativa); con 323° puede aumentar si el canalizado alcanza esta franja. La coronación intermedia ayuda a contener, pero depende de la rotura local.
- **Q9:** Especial por geometría (saliente/esquina) y mayor profundidad delante: el oleaje puede llegar cerca del muro sin romper, sumado a la coronación más baja (+3.86 m) $\Rightarrow$ franco libre mínimo. Esperable rebase muy alto, crítico con 323° (efecto “captador” y posible convergencia/reflexión) y también elevado con 349° .

Nota física transversal (Q5–Q9): al romper más cerca del muro se refuerzan infragravedad/surfbeat, reflexión parcial (patrones cuasiestacionarios) y turbulencia de post-rotura, todo lo cual eleva el rebase respecto a Q1–Q3.

Direccionalidad (resumen):

- **349°:** resaltan Q4 (muy sensible) y, en varios estados, Q5-Q6; Q8 suele ser mínimo; Q9 también puede alcanzar picos altos.
- **323°:** dominan Q7-Q9 (en especial Q9), y Q6-Q8 tienden a crecer por canalización y rotura tardía.

Efecto de coronación: el gradiente $+4.38 \rightarrow +3.86$ m reduce el franco bordo hacia el este; a igualdad de oleaje, esto favorece rebase en Q4–Q9, especialmente Q9.

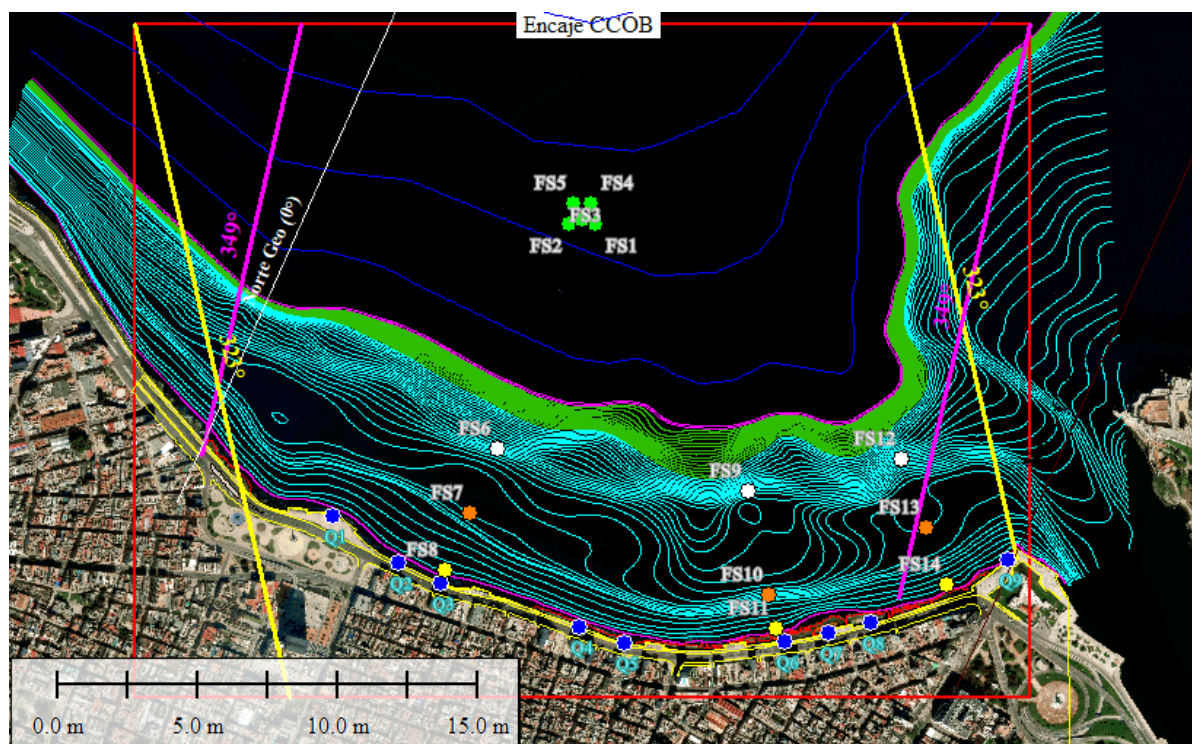
Luego, para comparar caso a caso los caudales de rebase de cada modelo con los del laboratorio, se utiliza el mismo enfoque matricial ya empleado: una matriz Caso (IW1-IW26) $\times$ Punto (Q1-Q9). Primero, se genera una matriz de diferencias netas donde, para cada celda, se calcula $Q_{\text{MODELO}} - Q_{\text{LAB}}$ (en L/s/m). Esta vista directa permite localizar de un vistazo dónde el modelo se pasa o se queda corto y en qué magnitud.

Dado que los caudales varían mucho entre estados de mar, la comparación se realiza con matrices agrupadas por grupos de sensores G1, G2, G3 y G4. Cada matriz organiza los 26 casos $\times$ Grupo y presenta el Δq absoluto (modelo – laboratorio). Esta lectura por grupos estabiliza la comparación entre severidades, preserva el patrón espacial/direccional y permite identificar sesgos sistemáticos y rangos de aplicabilidad de cada alternativa sin recurrir a porcentajes ni a normalizaciones sensibles a valores medidos muy bajos.

Luego se añaden barras emparejadas (LAB vs modelo) por sensor y por dirección, usando la misma normalización por la suma del LAB y la misma agregación por mediana. Este gráfico ofrece la comparación más inmediata en cada punto: barras de altura similar indican buena coincidencia; diferencias claras señalan dónde ajustar. Con estas cuatro piezas: diferencia neta, porcentaje, perfil longitudinal y barras emparejadas, la lectura resulta clara, justa y fácil de explicar: primero se valora cuánto acierta el modelo en cantidad, y después cómo distribuye el rebase a lo largo de Q1–Q9 y según la dirección.

Por último, se realizará una comparación mediante un perfil longitudinal Q1→Q9, pensado para evaluar el patrón espacial del rebase, independientemente del “tamaño” del temporal. Para ello, en cada caso se divide el caudal de cada cuenco por la suma de los 9 cuencos del laboratorio (normalización por la suma del LAB). Así, lo que se representa es la “participación” de cada punto en el total medido. Con esas series normalizadas se obtiene, por dirección, la mediana por sensor y se trazan dos curvas: LAB y modelo. Si ambas curvas son parecidas, significa que el modelo reparte el rebase

en los lugares correctos (coloca bien máximos y mínimos relativos), más allá de la magnitud absoluta.



*Ilustración 20: Configuración puntos de control de superficie libre (FS) y rebase (VOL).
G1 en verde; G2 en blanco; G3 en naranja; y G4 en amarillo.
En azul, los 9 puntos de control del rebase: VOL2 al VOL18 de izquierda a derecha (W-E).*

Este marco servirá de guía al lector para interpretar las series de superficie libre y de rebase, anticipando dónde esperar la mejor concordancia con los modelos numéricos y dónde las diferencias son inevitables por la física del problema.

3.5. Definición de las estrategias numéricas adoptadas.

Para estimar el rebase en el Malecón y comparar alternativas con las mismas métricas (H_m , T_m , dirección, nivel de agua y $\bar{q}$), se adoptan tres estrategias numéricas complementarias. Dos son espectrales (fase-promediada) y se complementan con fórmulas de Eurotop para determinar el caudal de rebase; la tercera es fase-resuelta (Boussinesq) y permite calcular el runup y el rebase directamente a partir de la superficie libre y las velocidades.

Alternativa 1: MOPLA/OLUCA – Eurotop:

Modelo de propagación espectral/parabólico para aguas someras e intermedias que resuelve refracción, asomeramiento y difracción (aprox. parabólica), con disipación por rotura; orientado a dominios costeros con alta eficiencia computacional. El rebase se estima con las fórmulas de Eurotop para muros verticales.

Alternativa 2: SWAN – Eurotop:

Modelo espectral de tercera generación que resuelve el balance de acción direccional con fuentes/sumideros por crecimiento/whitecapping, fricción y rotura por profundidad, e incluye interacciones no lineales (triadas/cuádruples). Es fase-promediado (no resuelve fase) y la difracción se trata de forma limitada. El rebase se obtiene mediante Eurotop.

Alternativa 3: Boussinesq NH:

Familia de ecuaciones que incorporan no linealidad y dispersión en aguas someras/intermedias; al resolver la fase, representan reflexión, run-up y el chorro de rebase de manera explícita, posibilitando el cálculo directo de volúmenes/caudales de rebase. La literatura de referencia en Eurotop recoge su aplicación a rebase e inundación bajo temporales (ej., aplicaciones tipo huracán y validaciones en muros empujados), lo que avala su idoneidad para comparar contra las estimaciones espectrales+fórmulas.

Para sustentar la selección de estrategias, la matriz comparativa (ver: Tabla 2) siguiente evalúa MOPLA/COPLA, SWAN y un modelo Boussinesq en: (i) procesos representados, refracción, difracción, asomeramiento, reflexión y no linealidad relevante (rotura/disipación, transferencias espectrales, componentes infragravitatorias, bores y runup); (ii) modo de estimar el rebase (directo al resolver fase o vía Eurotop); y (iii) dimensión/coste.

Fenómeno / Modelo	MOPLA / COPLA	SWAN	Boussinesq (genérico)
Refracción	★★★★★	★★★★★	★★★★★
Difracción	★★★★☆	★★☆☆☆ (parametrizada / vía obstáculos)	★★★★☆
Asomeramiento (shoaling)	★★★★★	★★★★★	★★★★★
Reflexión	★★☆☆☆ (no recomendado donde domina)	★★☆☆☆ (coef. en obstáculos/bordes)	★★★★★
Otros fenómenos no lineales (rotura/disipación, transferencias espectrales, infragravitatoria, bores, runup)*	★★☆☆☆ (rotura/post-rotura paramétrica; no fase)	★★☆☆☆ (viento, whitecapping, fricción, rotura por profundidad; triadas/cuádruples espectrales)	★★★★★
Rebase directo (q, V)	No → vía formulaciones (Eurotop)	No → vía formulaciones (Eurotop)	Sí (resolución de fase: runup/rebase en la propia simulación)
Dimensión / coste típico	2DH, coste bajo	2DH, coste bajo-medio	2DH (no-hidrostático/fase-resuelto), coste alto

Tabla 2: Comparativa de los modelos numéricos adoptados.

* “Otros”, hace referencia a procesos no lineales y de post-rotura más allá de la simple refracción/asomeramiento/reflectancia (por ej., disipación por rotura, transferencia de energía entre frecuencias, generación de infragravitatoria, bores y runup).

3.6. Formulaciones Eurotop.

Se utiliza el manual Eurotop (2018) como referencia para estimar el rebase medio $\bar{q}$ y, cuando proceda, volúmenes sobre estructuras. Son fórmulas empírico-semiempíricas basadas en amplias bases de datos de ensayos, que relacionan oleaje incidente (por ej., H_{m0} , período), franco libre y características del coronamiento (pendiente, rugosidad, parapetos, bermas, oblicuidad). En este TFM, Eurotop se usa en combinación con los modelos espectrales que aportan oleaje incidente frente a la estructura del malecón (MOPLA, SWAN) para obtener $\bar{q}$ comparable con el laboratorio, teniendo en cuenta su ámbito de validez y la incertidumbre asociada.

3.6.1. Criterios de régimen (no-impulsivo/impulsivo).

El cálculo del caudal medio de rebase (rebase) en estructuras verticales requiere considerar distintos regímenes de oleaje. El Manual Eurotop 2018 proporciona formulaciones específicas para oleaje no impulsivo (impactos suaves) y para oleaje impulsivo (rompiente violento contra el muro), dado que el comportamiento de rebase difiere notablemente en cada caso. Por esto, se exploraron múltiples formulaciones (incluyendo las correspondientes a oleaje no impulsivo, impulsivo y diferenciando distintos rangos de francobordo) con el fin de evaluar cuál se ajustaba mejor a los datos de laboratorio. Esta exploración se justifica técnicamente porque el fenómeno es complejo y no existe una única fórmula universal; diferentes aproximaciones cubren distintos rangos de aplicación y niveles de incertidumbre.

3.6.2. Ecuaciones empleadas.

De acuerdo con Eurotop (2018), el criterio clave para distinguir el régimen de oleaje es el parámetro adimensional $\phi = h^2/(H_s \cdot L_{m-1,0})$, donde h es la profundidad de agua al pie del muro, H_s es la altura significativa incidente ($\approx H_{m0}$), y $L_{m-1,0}$ es la longitud de onda asociada al período espectral $T_{m-1,0}$. Este parámetro ϕ representa esencialmente la relación entre la profundidad local y el tamaño de la ola: valores bajos de ϕ indican agua somera relativa a la ola (oleaje más impulsivo), mientras que valores altos indican oleaje en aguas relativamente profundas (condición no impulsiva). El manual Eurotop establece un umbral $\phi = 0.23$ para distinguir ambos regímenes: si $\phi > 0.23$ se tratan las condiciones como no impulsivas, y si $\phi \leq 0.23$ como impulsivas. Una vez identificado el régimen, se aplican diferentes fórmulas empíricas para estimar el caudal medio unitario de rebase q (en m^3/s por metro de ancho). Todas estas fórmulas se basan en la relación exponencial típica entre q y el resguardo (francobordo) R_c (diferencia entre la cota de coronación del muro y el nivel de agua incidente), ajustada a datos experimentales para muros verticales. En concreto, Eurotop (2018) define las siguientes expresiones (denominadas ecuaciones 7.5, 7.7 y 7.8 en el manual):

- Oleaje no impulsivo ($\phi > 0.23$) – Ecuación 7.5:

$$q = 0.05 \sqrt{g H_s^3} \exp \left[-2.78 \frac{R_c}{H_s} \right]$$

Esta fórmula corresponde a un muro vertical simple bajo ataques de ola de carácter no rompiente (agua relativamente profunda). El término $\sqrt{g H_s^3}$ sirve para dimensionalizar el caudal (proporcionando q en unidades de $\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$ si H_s está en m y g en m/s^2), mientras que la parte exponencial $\exp[-2.78 (R_c/H_s)]$ refleja la fuerte disminución del rebase al aumentar el resguardo. Los coeficientes 0.05 (factor de escala) y 2.78 (factor en el exponente) se obtuvieron del ajuste probabilístico a datos de ensayos para oleaje no rompiente. En esta expresión, H_s y R_c se miden en metros; $g = 9.81 \text{ m}/\text{s}^2$. Su ámbito típico de aplicabilidad es para $\phi > 0.23$ (oleaje no impulsivo) y rangos de resguardo moderados (relación $0 < R_c/H_s \lesssim 4$ en los datos originales).

- Oleaje impulsivo, francobordo bajo ($\phi \leq 0.23$ y R_c relativamente pequeño) – Ecuación 7.7:

$$q = 0.11 \sqrt{g H_s^3} \frac{h}{H_s} \exp \left[-2.2 \frac{R_c}{H_s} \right], \text{ válida aproximadamente para } R_c/H_s < 1.35.$$

Esta fórmula se aplica en condiciones de rompiente violenta donde el resguardo es bajo a medio (oleaje impulsivo que todavía sobrepasa relativamente fácil el muro). Comparada con la ecuación 7.5, aquí el coeficiente de escala es mayor (0.11) y la pendiente del exponente algo menor (2.2), lo que refleja que bajo oleaje impulsivo y poca altura de coronación se obtienen caudales de rebase más elevados para un mismo R_c . Además, aparece el factor $\frac{h}{H_s}$ multiplicando a la exponencial, introducido para tener en cuenta la influencia de la profundidad al pie en regímenes impulsivos. Este término actúa como factor de reducción por poca profundidad: si el agua es muy somera (h pequeño en comparación con H_s), el valor de h/H_s disminuye y por tanto q resulta menor, lo cual concuerda con que oleajes rompientes en aguas muy someras generan menores volúmenes sobre la estructura debido a la disipación por rotura. En cambio, con mayor profundidad relativa (dentro siempre del régimen impulsivo), q será proporcionalmente más grande. La ecuación 7.7 está calibrada con datos de bajo franco bordo (hasta $R_c/H_s \approx 1.3$), por lo que no debe extrapolarse a resguardos muy altos.

- Oleaje impulsivo, francobordo alto ($\phi \leq 0.23$ y R_c grande) – Ecuación 7.8:

$$q = 0.014 \sqrt{g H_s^3} \frac{h}{H_s} \exp \left[-3.0 \frac{R_c}{H_s} \right], \text{ válida para } R_c/H_s \geq 1.35.$$

Esta expresión cubre el caso de un muro vertical con oleaje muy impulsivo y un resguardo significativo (es decir, situaciones donde las olas rompen de forma violenta pero la coronación está bastante elevada por encima del nivel de mar). En tales condiciones, los caudales de rebase son muy reducidos – la fórmula 7.8 presenta un coeficiente base mucho más pequeño (0.014) y una pendiente exponencial más pronunciada (aprox. 3.0), lo que da como resultado valores de q mínimos cuando R_c es grande. Al igual que en la

fórmula 7.7, se conserva el factor $\frac{h}{H_s}$ para ajustar el efecto de la profundidad: incluso en régimen impulsivo, una mayor profundidad al pie (dentro del rango $\phi \leq 0.23$) tiende a aumentar ligeramente el rebase previsto, mientras que profundidades muy bajas lo reducen. La ecuación 7.8 está destinada a francobordos altos bajo oleaje impulsivo, por lo que aporta una mejor estimación que la ecuación 7.7 en el extremo de R_c/H_s grande (evitando sobrestimar el rebase cuando el muro es relativamente alto). Cabe señalar que, en el rango de transición alrededor de $R_c/H_s \approx 1.35$, ambas ecuaciones tienden a dar valores del mismo orden (se puede interpolar si fuera necesario para suavizar cualquier discontinuidad pequeña entre 7.7 y 7.8).

En las expresiones anteriores, H_s (altura significativa incidente), R_c (resguardo del muro) y h (profundidad al pie) se introducen en metros, y q resulta en m^3/s por metro lineal de estructura. El período de oleaje entra de forma indirecta mediante $L_{m-1,0}$ en el parámetro ϕ (que decide el régimen impulsivo/no impulsivo). Conviene resaltar que el umbral $\phi = 0.23$ es fundamental: por encima de este valor se considera que las olas no son lo suficientemente rompientes en el pie del muro (régimen no impulsivo, usando la fórmula 7.5), mientras que para ϕ por debajo de 0.23 se asume rompimiento violento contra el paramento (régimen impulsivo, usando fórmulas 7.7/7.8).

3.6.3. Aplicabilidad según el régimen de oleaje.

De acuerdo con lo anterior, el procedimiento operativo para decidir qué fórmula emplear en el script MATLAB final es:

- Calcular $\phi = h^2/(H_s \cdot L_{m-1,0})$ para cada caso de oleaje y punto de cálculo.
- Si $\phi > 0.23$: asumir oleaje no impulsivo y aplicar la fórmula 7.5 (oleaje no rompiente en muro vertical).
- Si $\phi \leq 0.23$: asumir oleaje impulsivo (rompiente violento) y aplicar las fórmulas correspondientes:
 - Si además el resguardo relativo es bajo ($R_c/H_s < 1.35$), se usa la fórmula 7.7 (calibrada para impulsividad con bajo francobordo).
 - Si el resguardo relativo es alto ($R_c/H_s \geq 1.35$), se usa la fórmula 7.8. (En la práctica, para R_c/H_s muy cercano a 1.35 se puede evaluar ambas para verificar que no haya salto; Eurotop indica 1.35 como valor de referencia para distinguir “bajo” y “alto” francobordo en verticales).

Estas recomendaciones garantizan que se use la expresión más apropiada en cada situación: básicamente, fórmula 7.5 para oleaje de carácter no rompiente en el pie del muro, y fórmulas 7.7/7.8 para oleaje rompiente (impulsivo) dependiendo de la magnitud del francobordo. De este modo se reflejan las dos fuentes principales de atenuación de rebase: la disipación por rotura en la base (captada vía ϕ) y la altura de la coronación (vía R_c). En resumen, *si el oleaje puede romper violentamente contra el muro (ϕ bajo)*, se

corrige el cálculo con las fórmulas impulsivas apropiadas, mientras que *si el oleaje llega entero (no rompiente, ϕ alto)* se usa la fórmula no impulsiva estándar.

3.6.4. Sensibilidad al muestreo de H_s (efecto de la rotura):

El cálculo de rebase es muy sensible al lugar donde se toma H_s (altura significativa) para aplicar Eurotop. En modelos espectrales (MOPLA/SWAN), H_s tras la rotura no está físicamente resuelta: la señal post-rompiente (bore, pulsos infragravitatorios, turbulencia) no se modela de forma explícita, por lo que una H_s “post-rompiente” es, en la práctica, un artefacto y puede llevar a sub/sobrestimar $\bar{q}$.

Por ello se evaluaron dos criterios de muestreo de H_s :

- (i) H_s en el pie del muro, cuando ese punto permanece fuera de la zona de rompientes; y
- (ii) H_s pre-rompiente, obtenida a lo largo de transectos en el último punto aún sin rotura (oleaje incidente).

Metodológicamente, se adoptó el criterio (ii), H_s pre-rompiente, por tres razones:

1. Coherencia física con MOPLA/SWAN, que representan bien el oleaje hasta el umbral de rotura;
2. Consistencia con las hipótesis de las fórmulas (condición incidente, no post-rompiente);
3. Robustez: evita alimentar Eurotop con una H_s reducida o alterada por la disipación ya ocurrida.

Cuando el pie del muro no está dentro del surf (no hay rotura previa), ambos criterios convergen. En cambio, si el pie cae dentro de la zona de rompientes, usar H_s post-rotura tiende a infravalorar la energía incidente y, por tanto, $\bar{q}$. Por todo ello, y tal como se acordó con el profesor guía, en este estudio se empleó sistemáticamente la H_s pre-rompiente, (vía transectos) para alimentar las formulaciones de rebase y asegurar consistencia en la comparación modelo-laboratorio.

Como cierre, Eurotop 2018 se aplicó con H_s pre-rompiente (vía transectos) y franco libre/coronación en prototipo a partir de salidas MOPLA/SWAN. Su rendimiento se comparó con laboratorio (IW01-IW26, Q1-Q9) mediante una matriz caso×punto con diferencia absoluta y porcentaje. Para leer patrón espacial y direccionalidad, se añadió perfil longitudinal normalizado y barras emparejadas (LAB-modelo). Este esquema permitió detectar sesgos por punto/dirección, rangos de validez y cuándo conviene aplicar factores de seguridad o recurrir a modelos fase-resueltos en el campo cercano.

4. Propuesta de alternativas.

4.1. Introducción.

Aquí se presentan y justifican las alternativas o estrategias de modelización adoptadas para el Malecón, entendiendo “alternativa” como la combinación de un modelo, una configuración (dominio, malla y forzamientos) y un protocolo de lectura común. Para cada una se ofrece: (i) síntesis del modelo (formulación base, procesos que resuelve y principales limitaciones); (ii) criterios prácticos de implementación (parámetros clave, supuestos y coste); y (iii) resultados con su contraste frente al laboratorio en puntos FS (H_{m0}) y VOL ($\bar{q}$), aplicando las mismas métricas y lecturas descritas en el Cap. 3 (diferencia absoluta y %; perfil longitudinal y barras por sensor).

Como marco orientador, la siguiente tabla resume, de forma comparativa, qué física resuelve cada una de las tres alternativas propuestas en el presente TFM, en qué alcance lo hace (explícito vs parametrizado) y cuáles son sus pros y contras operativos:

Fenómeno físico	MOPLA/OLUCA	SWAN	BOUSSINESQ
Propagación (asomeramiento/refracción)	Alta – Resuelve propagación lineal (pendiente suave).	Alta – Modelo espectral de tercera generación.	Alta – Modelo hidrodinámico temporal (no lineal).
Difracción	Moderada – Incluida vía ecuación parabólica (una dirección principal).	Baja – Aproximada con enfoque fase-desacoplada.	Alta – Resuelta físicamente con propagación de fase.
Reflexión de olas	Baja – La formulación parabólica unidireccional no simula reflexión interna.	Nula – Modelo promediado en fase, sin capacidad de reflejo.	Alta – Simula reflexión en estructuras (frontera sólida).
Rotura (disipación por rompiente)	Moderada – Por parametrización (B&J 1978 u otra).	Moderada – Por parametrización (B&J, T&G u otras variantes).	Alta – Resuelta explícitamente como salto hidráulico.
No linealidad (interacciones de onda)	Baja – Supuesto lineal (sin generación de armónicos).	Media – Incluye interacciones no lineales paramétricas (ajuste de espectro, triadas) pero sin fases.	Alta – Captura interacciones no lineales (triadas, <i>surf beat</i> , forma de ola).
Run-up y rebase sobre estructuras	Nula – No modela movimiento de línea de costa ni rebases.	Nula – No simula run-up (solo nivel estacionario).	Alta – Reproduce el run-up y eventuales rebases en el dominio.
Generación por viento / whitecapping	Nula – Requiere espectro de entrada (no genera oleaje).	Alta – Incluye crecimiento por viento y rompiente de espuma (whitecapping).	Nula – No contempla generación de oleaje por viento (usado para transformación).

Tabla 3: Descripción resumida de la física que resuelve cada modelo adoptado.

4.2. Alternativa 1. MOPLA/OLUCA – Eurotop.

MOPLA (“Morfodinámica de playas”) es un modelo integral desarrollado por la Universidad de Cantabria que simula la propagación del oleaje desde aguas profundas

hasta la costa, el campo de corrientes inducidas por las olas en la zona de rompientes, y la evolución morfológica de la playa. Dentro del modelo MOPLA, el módulo OLUCA se encarga de la propagación del oleaje (monocromático o espectral y estacionario) mediante la resolución de una ecuación parabólica de ondas (aproximación tipo mild-slope). Este enfoque considera una dirección principal de propagación y descarta la componente de onda que viaja contra la dirección dominante, simplificando las ecuaciones bajo la hipótesis de pequeños ángulos de incidencia. Gracias a ello, MOPLA/OLUCA puede modelar de forma eficiente fenómenos como la refracción, el asomeramiento (asomeramiento), la difracción y la disipación de energía por rotura de las olas durante su trayecto hacia la costa (GIOC–Universidad de Cantabria, 2021). Además, MOPLA incluye el módulo Copla para calcular las corrientes inducidas por la rotura en la zona de surf, permitiendo estimar corrientes de resaca y largas derivadas si fuera necesario (GIOC–Universidad de Cantabria, 2015).

4.2.1. Ventajas y limitaciones.

OLUCA es un modelo parabólico de propagación que resuelve, con alta eficiencia, los procesos costeros esenciales para llevar el oleaje hasta la estructura: refracción, asomeramiento y disipación por rotura/post-rotura (fase-promediada), adecuados para dominios abiertos y pendientes suaves. En nuestro caso, aunque OLUCA incluye difracción en su formulación, no la usamos como argumento de idoneidad porque en los ensayos no existen geometrías que la activen de forma apreciable.

Esta aproximación tiene restricciones conocidas: requiere que la dirección incidente en la frontera de entrada se mantenga dentro de $\pm 55^\circ$ respecto del eje principal de propagación (recomendándose orientar la malla en consecuencia) y no es aplicable donde la reflexión sea dominante (por ej., agitación portuaria con resonancia). Además, al ser fase-promediada, OLUCA/MOPLA no resuelve olas individuales ni la variabilidad instantánea del nivel; entrega alturas significantes, direcciones y espectros como salidas principales.

Por ello, una vez obtenido con MOPLA el clima transformado frente al muro (H_{m0} , T , nivel y variables locales en el pie de la estructura), el rebase se estima con Eurotop (2018) para muros verticales, siguiendo su árbol de decisión para distinguir régimen no impulsivo vs. impulsivo (con influencia de anteplaya cuando proceda) y aplicando las ecuaciones recomendadas para el caudal medio $\bar{q}$ (L/s·m). En particular, Eurotop prescribe el uso del H_{m0} incidente en el pie de la estructura y proporciona formulaciones específicas para condiciones no impulsivas (por ej., Ec. 7.5) e impulsivas (Ecs. 7.7–7.8), además de guías para volúmenes por evento cuando se precise.

4.2.2. Montaje numérico.

En la configuración numérica del modelo se seleccionó oleaje compuesto, con disipación por rotura mediante Battjes & Janssen (1978), rozamiento de fondo con capa

límite turbulenta, y contornos laterales abiertos. Dada la elevada densidad de la malla, se pudo fijar en 1 el parámetro de subdivisiones en Y sin comprometer la estabilidad numérica.

Elección del modelo de rotura: Se optó por la formulación de Battjes & Janssen (B&J, 1978) por las siguientes razones:

- Balance de energía: Modela la rotura de oleaje en términos energéticos, equilibrando la energía incidente con la disipada por rompiente.
- Parámetro γ de rotura: La formulación de Battjes & Janssen (1978) usa el índice de rompiente $H_{m\acute{a}x} = \gamma h$ adoptando $\gamma \approx 0.8$ en aguas someras, valor ampliamente empleado para oleaje irregular sobre fondos de pendiente suave. Este esquema energético, que combina Q_b obtenido de una distribución de alturas truncada y una disipación media basada en el símil de resalto, evita recalibraciones fuera del rango experimental que requerirían otros enfoques más empíricos.
- Menos coeficientes empíricos: No exige estimar ángulos de rotura ni coeficientes ad hoc difíciles de ajustar; basta con definir γ y el índice de rotura Q_b , parámetros bien validados en laboratorio y campo.
- Estabilidad numérica: Al producir gradientes de energía más suaves, genera campos hidrodinámicos menos ruidosos y mejora la estabilidad numérica en mallas finas (como las empleadas).

Para definir la discretización espacial se evaluaron varias alternativas de mallado con pruebas comparativas. De ese análisis se derivó la estrategia finalmente adoptada, que trabaja a escala prototipo y con mallas encadenadas (una malla general más otra de detalle). Este enfoque proporcionó el mejor equilibrio entre precisión física, estabilidad numérica y coste computacional en MOPLA/OLUCA.

Malla encadenada vs. malla única:

Se contrastaron dos enfoques de mallado: (1) usar una única malla fina cubriendo todo el dominio, y (2) emplear mallas encadenadas con una malla exterior más gruesa y otra interior de alta resolución en la zona de interés. La opción de malla única demostró ser ineficiente y más propensa a artefactos:

- El número de celdas crece cuadráticamente al refinar uniformemente todo el dominio.
- Los contornos abiertos quedarían demasiado próximos a la obra, aumentando el riesgo de reflexiones espurias.
- Usar celdas muy pequeñas en zonas de gran profundidad introduce ruido numérico de dispersión y patrones “puntiagudos” en la superficie libre.

En cambio, el esquema encadenado ofreció ventajas claras:

- Sitúa los contornos abiertos a varias longitudes de onda de la zona crítica, actuando como “buffer” y reduciendo influencias indeseadas en la obra.
- Suaviza los gradientes batimétricos a escala de celda (coherente con la hipótesis de fondo suave), mejorando la estabilidad.
- Concentra el refinamiento donde realmente importa (zona de rompiente y entorno del Malecón), con un costo computacional mucho menor.

Como referencia, en un dominio de $\sim 1.6 \times 0.7$ km una malla uniforme con resolución $\Delta = 5$ m tendría del orden de 4.5×10^4 celdas, mientras que un encadenado combinando una malla exterior de $\Delta \approx 15$ m y una interior de $\Delta = 5\text{--}7.5$ m (cubriendo $\sim 450 \times 450$ m en la zona de interés) reduce el total a $\sim 1.6 \times 10^4$ celdas. Se obtiene así una resolución equivalente en el área clave y mejor comportamiento en los contornos abiertos, con un ahorro de $\sim 65\%$ en celdas. Esta reducción se traduce en menor uso de memoria, tiempos de cálculo más cortos y un postproceso más ágil, sin sacrificar fidelidad física en la zona de estudio.

La discretización seleccionada consta de una malla general (paso $\Delta \approx 32$ m) que cubre todo el frente costero y ubica sus contornos abiertos a más de 3 longitudes de onda en agua profunda del área analizada, y una malla de detalle (paso $\Delta \approx 8$ m) enfocada en la zona de rompiente y el Malecón. Este planteamiento mejora la robustez frente a oscilaciones numéricas por proximidad del contorno abierto, reduce la dispersión numérica en aguas profundas y permite reutilizar la malla exterior para distintos casos, regenerando rápidamente solo la malla interior para variantes de diseño. En el siguiente subapartado se documentan los parámetros numéricos específicos en MOPLA/OLUCA para ambas mallas (orientación, espectro, física y contornos) y su verificación en puntos de control.

Para la propagación–refracción del oleaje irregular se adoptó un anidamiento en cascada: la malla general (denominada *N1*) alimenta a la malla de detalle (*N2*). En MOPLA/OLUCA, esto significa que la última fila de nodos de *N1* coincide con la primera fila de *N2*, transfiriendo directamente los espectros resultantes en el borde sotavento de *N1* como condición de entrada a *N2*, sin necesidad de interpolaciones ni reproyecciones intermedias que pudieran añadir ruido numérico.

Malla general (N1): Cubre todo el frente costero y sitúa los contornos abiertos a suficiente distancia de la zona de estudio. Siguiendo la recomendación del manual, el borde de barlovento se dispuso aproximadamente paralelo al eje Y para minimizar efectos de borde (oscilaciones numéricas por imposición del espectro). La resolución horizontal adoptada, $\Delta \approx 32$ m, resulta adecuada para transportar el campo espectral desde aguas más profundas, permitir su ajuste antes de entrar en la malla de detalle y reducir la contaminación numérica en el entorno del Malecón.

Malla de detalle (N2): Se centra en la zona de rompiente y el entorno del Malecón, con orientación alineada a la dirección principal de propagación (válido $\pm 55^\circ$ respecto al eje X local). Su resolución se fijó en $\sim \Delta = 8$ m (aproximadamente $\Delta x \approx \Delta y$), valor compatible con la limitación interna de tamaño mínimo de celda que impone OLUCA en función del $T_{\max}$ y la profundidad local (ver: Ilustración 22). El propio programa emite un aviso en el archivo AABBRUN.DAT si algún nodo viola ese umbral; se verificó tras cada ejecución que no hubiera incumplimientos para no forzar ninguno.

En N1 se prescribió el estado de mar mediante un espectro TMA (derivado del JONSWAP) usando γ como parámetro de ensanchamiento del pico y una distribución direccional tipo Borgman. La discretización espectral fue de 10 componentes frecuenciales $\times$ 15 direccionales (configuración recomendada en los ejemplos del manual). En el esquema encadenado, la profundidad de referencia del espectro se fijó en el contorno de la malla exterior, conforme a lo establecido por MOPLA. A partir de esa base común, solo varían en cada caso de estudio los siguientes parámetros de oleaje y nivel:

- Altura significativa H_s : entre 3.36 m y 7.80 m (según el caso).
- Dirección media: 323° o 349° (NW aproximadamente, dependiendo del caso).
- Nivel de marea: +1.00, +1.97 o +2.30 m sobre BMVE (según condición de pleamar considerada en cada caso).

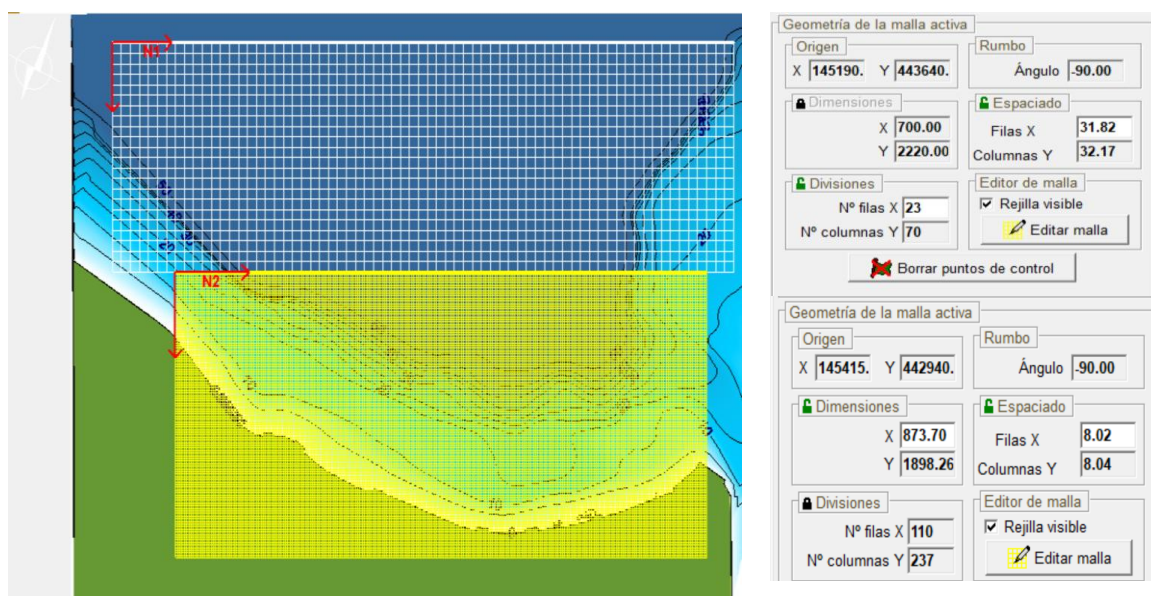


Ilustración 21: Configuración montaje MOPLA.

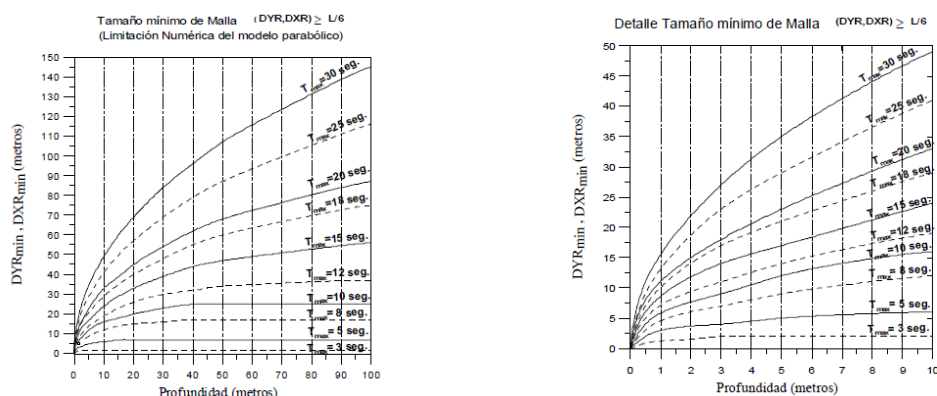


Ilustración 22: Tamaño mínimo de malla (DyR, DXR), como una función de la profundidad más cercana al "Thin film" y el período máximo de las componentes.

4.2.3. Resultados y posprocesado.

MOPLA reproduce adecuadamente la magnitud y el patrón de las alturas de ola en el dominio. A partir de los ficheros .TOT (campos de H_s) se hizo la interpolación de la altura de ola tanto para los puntos de control FS, como para VOL.

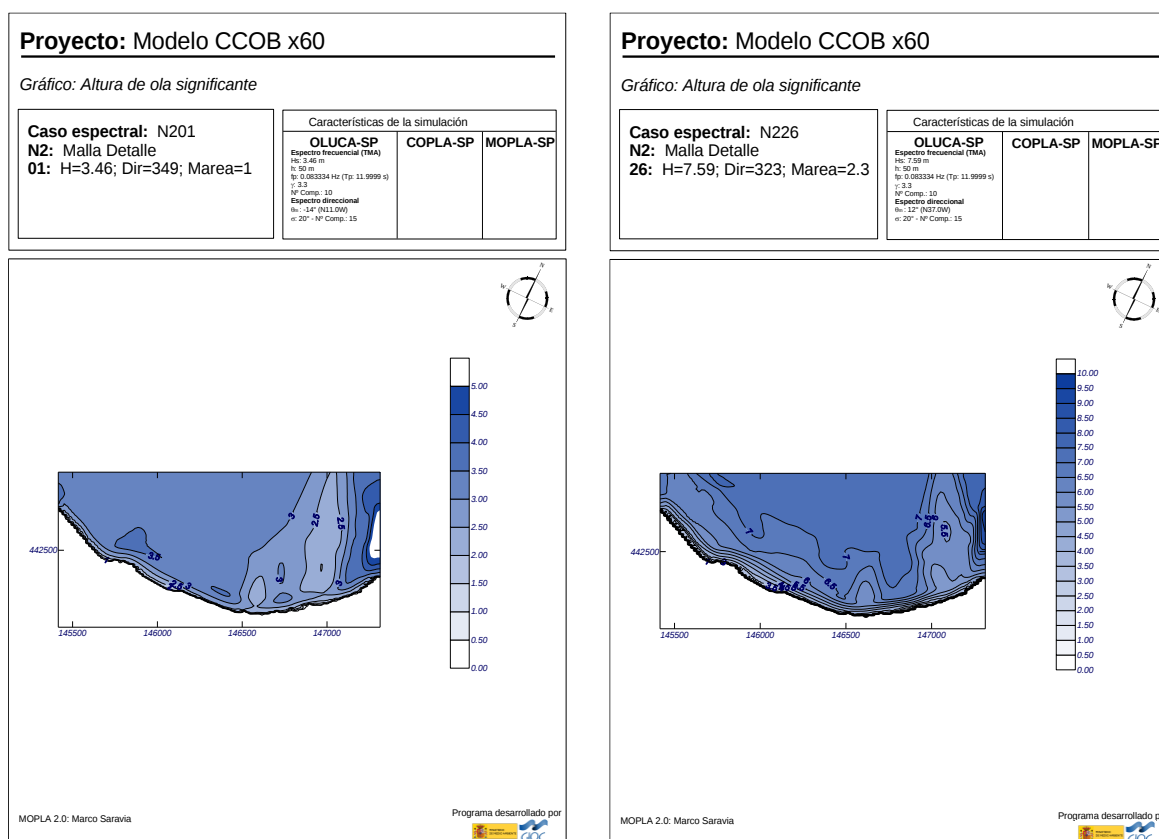


Ilustración 23: Ejemplo de resultados obtenidos en MOPLA, para el caso menos energético (izquierda) y más energético (derecha).

La siguiente ilustración (Ilustración 24) muestra H_s por caso (IW01–IW26) y sensor (FS1–FS14). Se aprecia mayor uniformidad en FS1–FS5 (zona más profunda) y atenuación progresiva hacia FS8–FS11–FS14, coherente con transformación/rotura cercana al muro.

Las diferencias direccionales (349°/323°) se reflejan en el reparto longitudinal de máximos y mínimos.

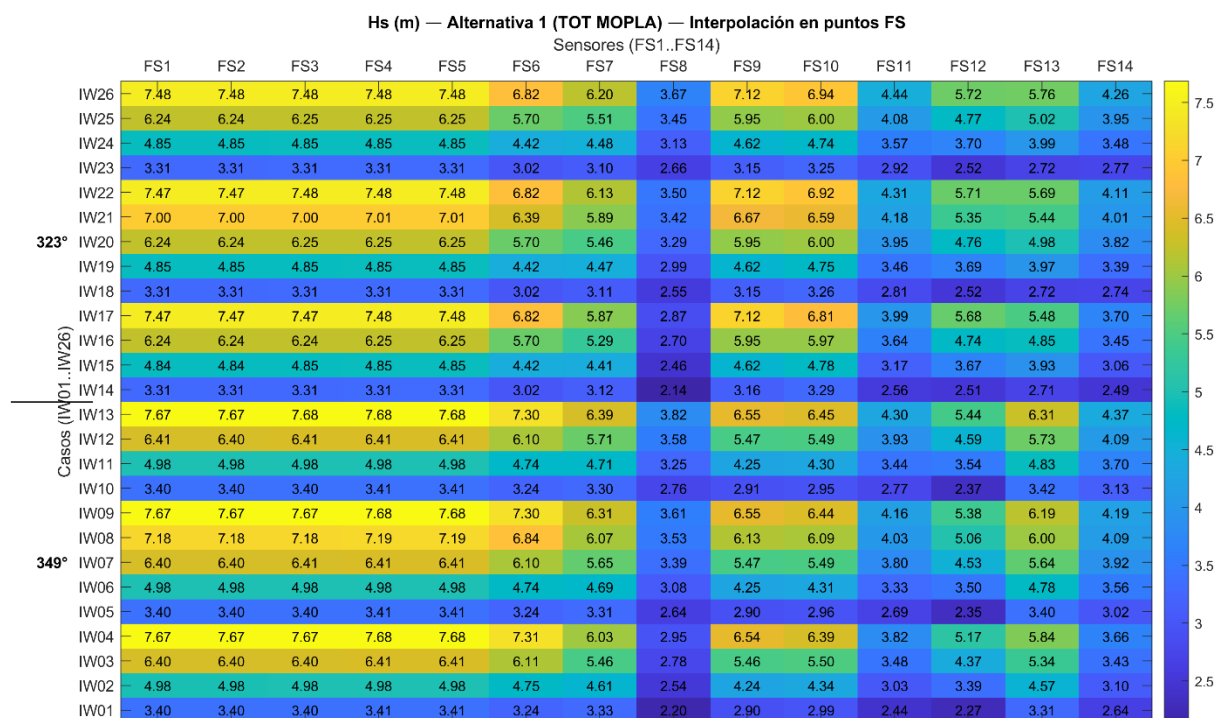
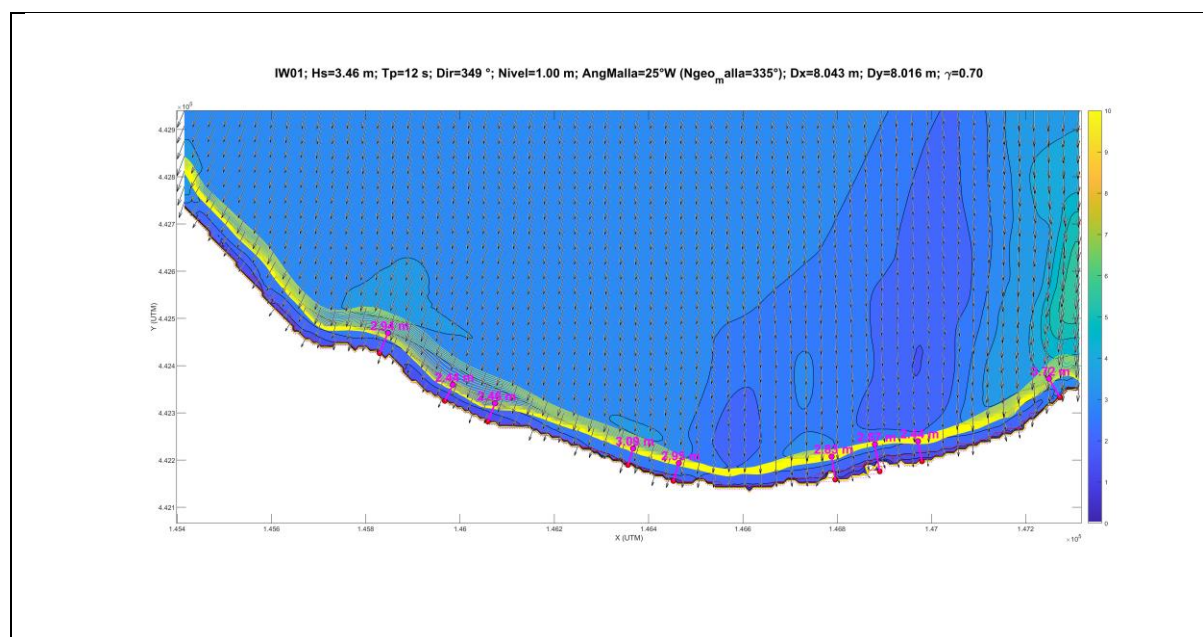


Ilustración 24: Matriz de alturas de ola H_{m0} obtenida con el modelo MOPLA.

La Ilustración 25, muestra mapas por transectos (ejemplos IW1 e IW26). Para cada caso se “pintó” el transecto desde mar abierto al muro (en fucsia) y se extrajo el H_s prerrompiente frente a VOL2–VOL18. Estos valores constituyen el parámetro de entrada de Eurotop; la figura de matriz resume los H_s prerrompientes por caso y cuenco, base del cálculo de rebase en esta alternativa.



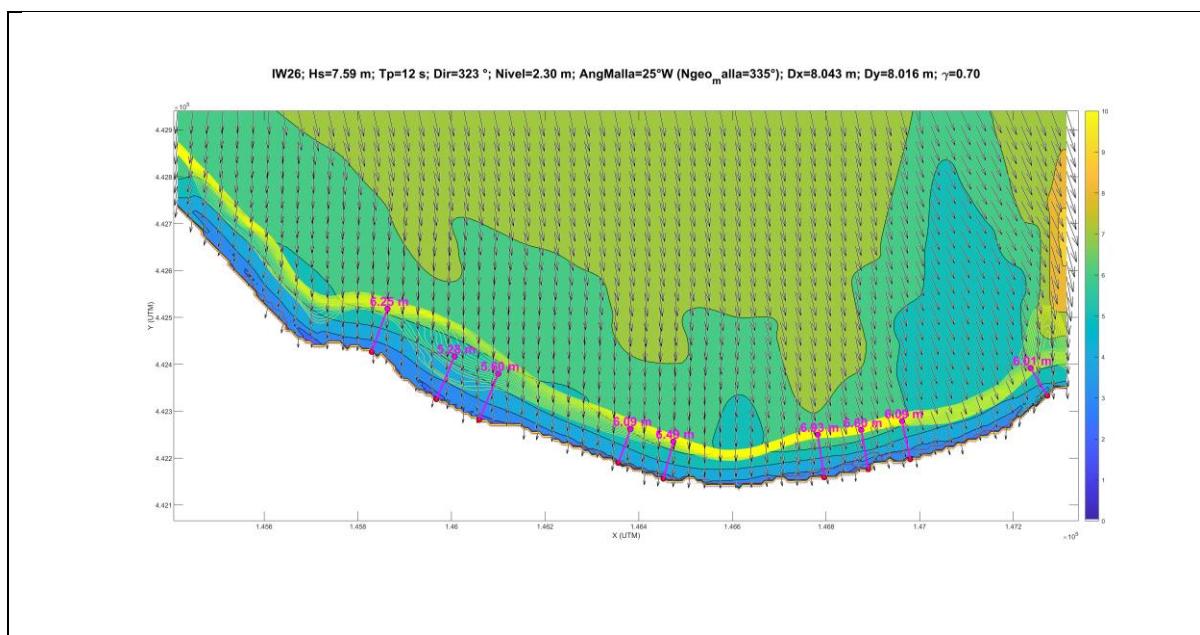


Ilustración 25: Definición de alturas de ola previo a la rotura vía transectos. Ejemplo con caso menos energético IW1 y más energético IW26.

La Ilustración 26 reúne por caso (IW01–IW26) y por cuenco (VOL2–VOL18), las alturas significativas extraídas por transecto en el último punto aún sin rotura frente a cada estación (escala prototipo). Son los H_s “incidentales” que alimentan directamente las fórmulas de Eurotop para estimar q . Se aprecia el aumento sistemático de H_s con la severidad del estado de mar (de IW1 a IW26) y una modulación espacial moderada entre cuencos, con máximos frecuentes en el tramo central (por ej., VOL10–VOL14) según la dirección. Esta matriz es el insumo base para el cálculo de rebase en la Alternativa 1.

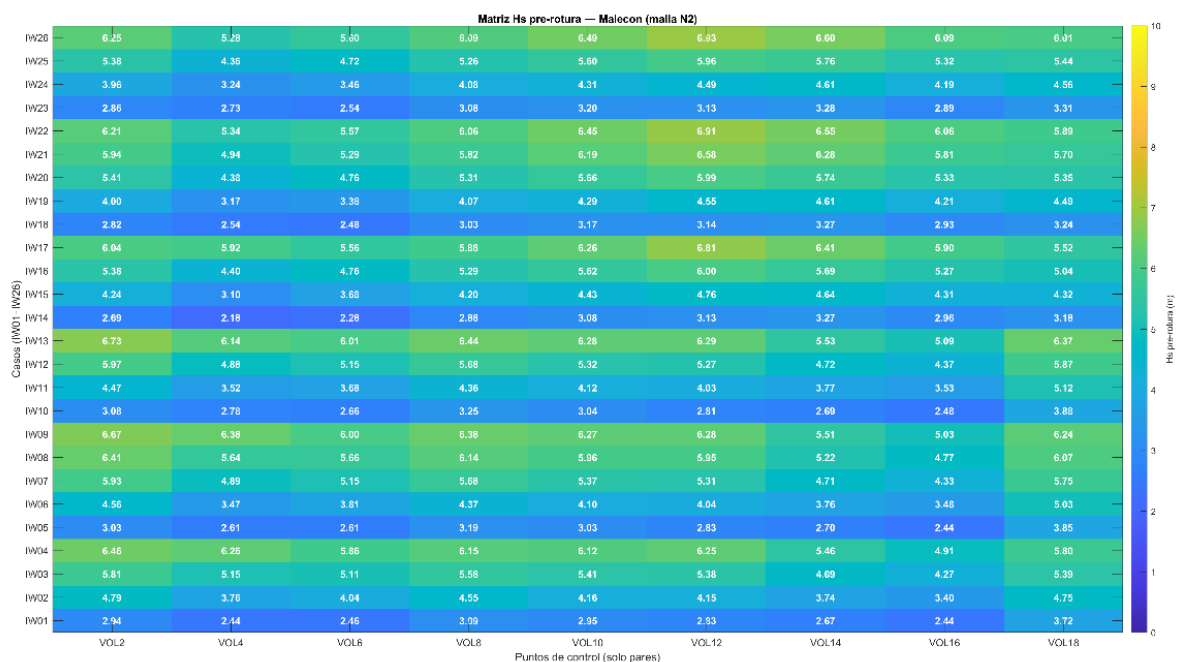


Ilustración 26: Matriz de alturas de ola obtenidas con MOPLA para determinar el rebase con el manual Eurotop.

4.2.4. Comparación H_s MOPLA vs H_{m0} Laboratorio.

Comparación entre H_s (MOPLA) y H_{m0} (LAB) en 26 casos $\times$ 14 sensores (Ilustración 27). La línea separa 349° (abajo) y 323° (arriba).

- $\Delta H > 0 \rightarrow$ MOPLA **sobreestima** (rojo).
- $\Delta H < 0 \rightarrow$ MOPLA **subestima** (azul).
- $\Delta H = 0 \rightarrow$ acuerdo perfecto (blanco).

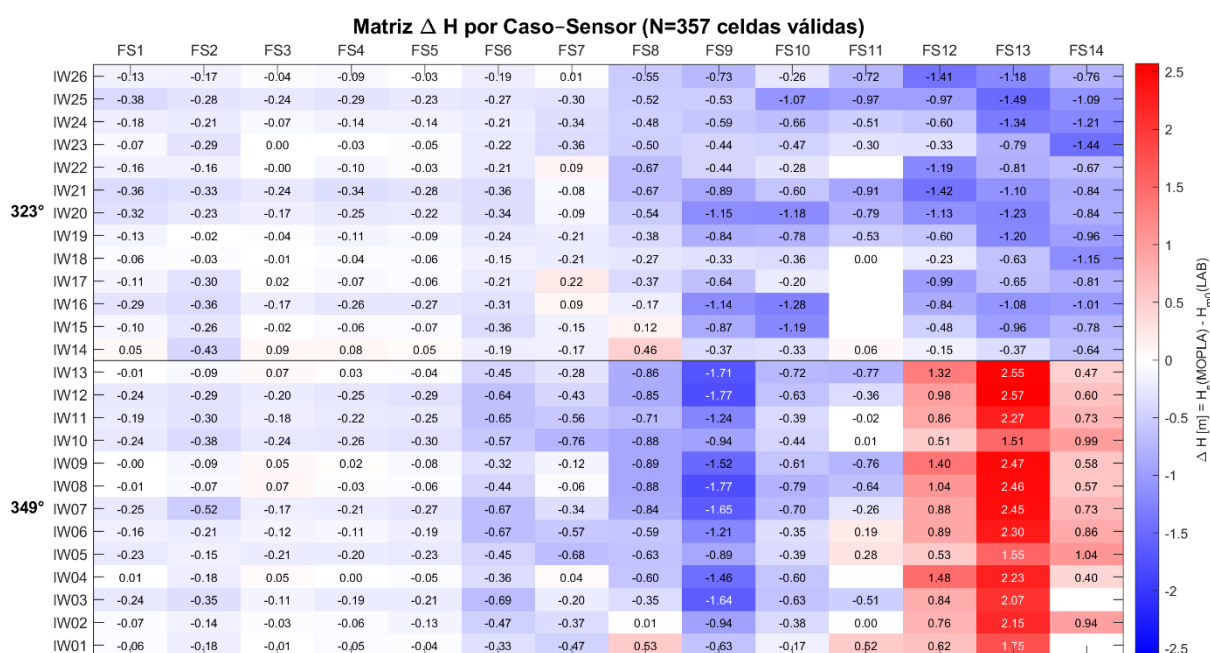


Ilustración 27: Matriz completa de comparación H_{m0} para sensores FS.

El mayor error aparece con 349° , donde se observan sobreestimaciones marcadas (rojos) sobre todo en los sensores próximos al muro (FS12–FS14). Con 323° predomina una subestimación casi generalizada (azules) en la zona somera. En FS1–FS5 (aguas más profundas) las diferencias son pequeñas, mientras que crecen y se vuelven más irregulares al acercarse al muro (FS8–FS14), coherente con procesos no lineales y efectos locales que MOPLA no resuelve explícitamente. La siguiente Ilustración 28, resume estos resultados en base a los sensores agrupados G1 a G4 y luego se comentan los resultados conjuntos para cada uno:

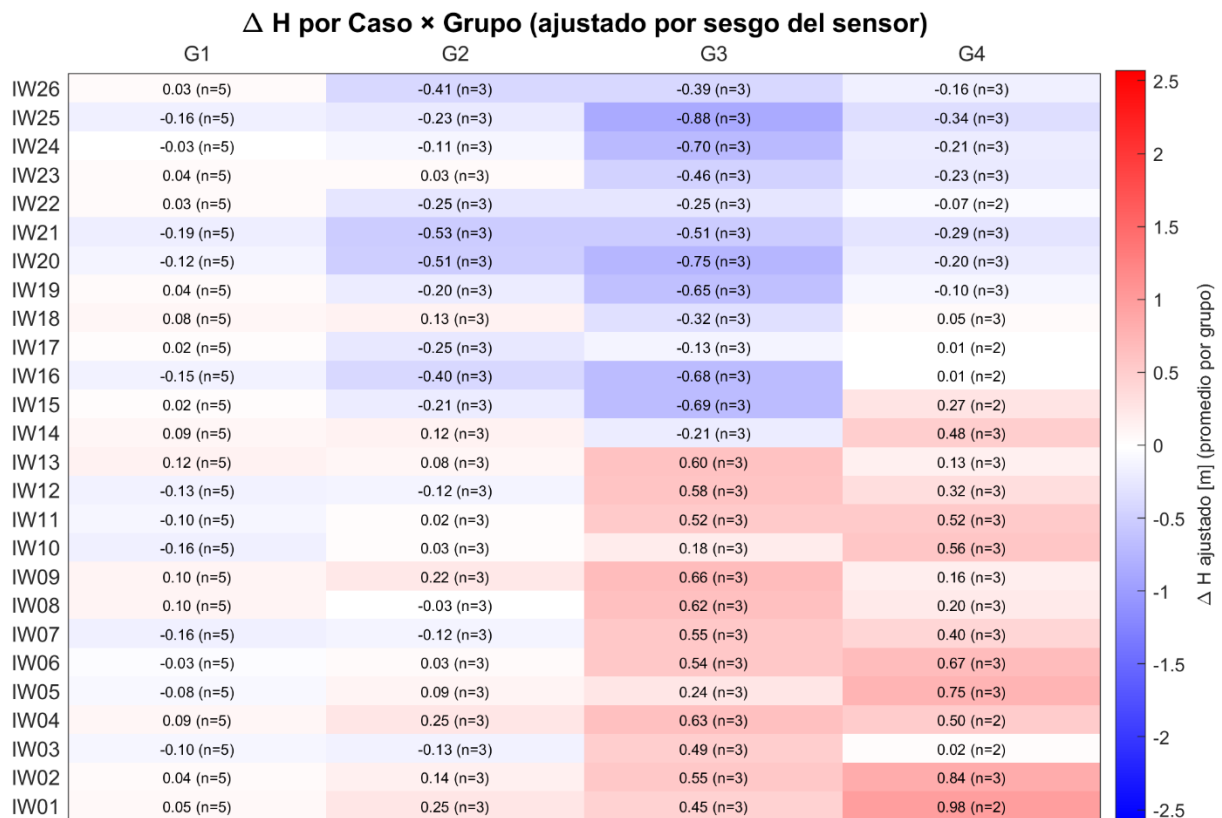


Ilustración 28: Matriz de diferencias por grupo de sensores.

G1 - Aguas profundas (FS1–FS5): Concordancia muy alta: ΔH cercano a 0 en casi todos los casos (n=5). Es coherente con un régimen lineal: propagación en profundidad, sin influencia del fondo ni del muro y mínima reflexión; la teoría espectral/parabólica funciona bien.

G2 - Transición (FS6, FS9, FS12): Aparecen ligeras subestimaciones con 323° (azules suaves) y pequeñas sobrestimaciones puntuales con 349° (p. ej., IW01, IW02, IW04, IW09). Físicamente: asomeramiento inicial y refracción, con reflexión débil y primeras distorsiones de fase por superposición incidente-reflejada; los esquemas lineales empiezan a perder exactitud.

G3 - Intermedia / zona activa de rotura (FS7, FS10, FS13): El error se amplifica y cambia de signo: con 323° domina la subestimación (azules marcados), mientras que con 349° se observan sobrestimaciones claras. Indica un tramo con rotura parcial/frecuente, setup/setdown, no linealidad e interacción incidente-reflejada más fuerte; estos procesos no están resueltos en fase por MOPLA, de ahí la mayor dispersión.

G4 - Próximo al muro (FS8, FS11, FS14): Las diferencias se atenúan respecto a G3, aunque persisten sobrestimaciones con 349° (hasta $\sim +1$ m en casos iniciales) y leves subestimaciones con 323°. Tras la rotura el flujo tiende a estabilizarse (bore y runup/rundown cuasi-estacionarios), pero siguen influyendo reflexión, turbulencia y ondas infragravitatorias, fenómenos que el enfoque espectral no representa explícitamente, por lo que la correspondencia mejora, pero no es perfecta.

En general, la calidad decrece de G1→G3 por el peso creciente de procesos no lineales; en G4 mejora algo al estabilizarse el campo tras la rotura, con un sesgo direccional claro: 323° tiende a subestimar, 349° a sobreestimar. Esta lectura orienta la calibración y la discusión de límites físicos del modelo.

4.2.5. Comparación del caudal de rebase $Q_{\text{modelo}} - Q_{\text{lab.}}$

Para alimentar Eurotop con un oleaje representativo e incidente, se obtuvo H_s pre-rompiente, mediante transectos perpendiculares al muro, eligiendo el punto donde $H/d \approx 0.7$ (criterio de rotura). Esta elección evita la zona post-rotura, donde MOPLA subestima y la malla no resuelve bien la lámina junto al muro y proporciona un dato coherente con las hipótesis de las fórmulas. Con esos H_s y el franco libre de cada cuenco (Q1-Q9), se calcularon $\bar{q}$ y se compararon con laboratorio mediante las lecturas ya definidas (matrices, perfil longitudinal y barras por sensor). La metodología prioriza patrones espaciales fiables de rebase; la oblicuidad y detalles locales se asumen secundarios a esta escala.

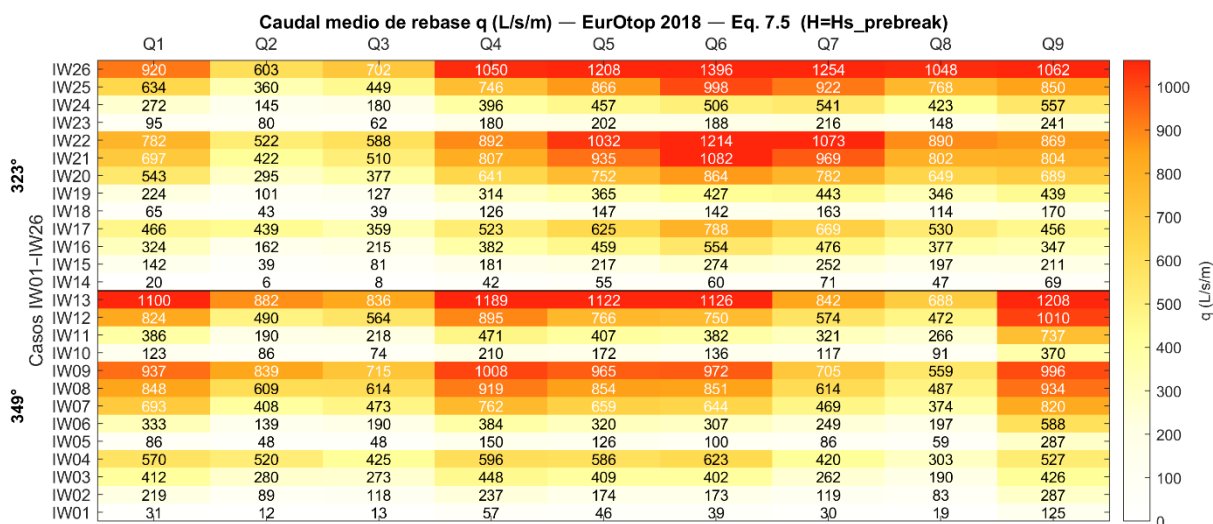


Ilustración 29: Caudal medio de rebase obtenido.

La matriz (Ilustración 29) muestra caudales medios $\bar{q}$ por caso (IW01–IW26) y cuenco (Q1–Q9). Se observa un aumento ordenado del rebase al crecer la altura de ola y el nivel de marea: en los casos severos aparecen valores >1000 L/s/m en varios puntos. El patrón espacial es direccional. Con 349°, los máximos se concentran en los cuencos centrales (Q4–Q6) y reaparecen en los extremos (Q1 y Q9). Con 323°, los mayores caudales se desplazan hacia el tramo oriental (Q6–Q9), manteniendo picos secundarios en Q4–Q5 y, en algunos casos, también en Q1; Q2–Q3 suelen quedar por debajo. En conjunto, la distribución reproduce de forma cualitativa lo esperado por la topo-batimetría (focalización y proximidad de la rotura al muro) y servirá de base para la comparación con el laboratorio en el apartado siguiente.

Para confrontar la Alternativa 1 con el laboratorio se calculó, para cada caso IW y cuenco Q, la diferencia neta $\Delta q = \bar{q}_{\text{modelo}} - \bar{q}_{\text{lab}}$ (L/s/m).

La figura resume esas diferencias por caso × punto: tonos rojos indican sobrestimación ($\Delta q > 0$), azules subestimación ($\Delta q < 0$) y blanco acuerdo. La línea horizontal separa las direcciones 349° (abajo) y 323° (arriba).

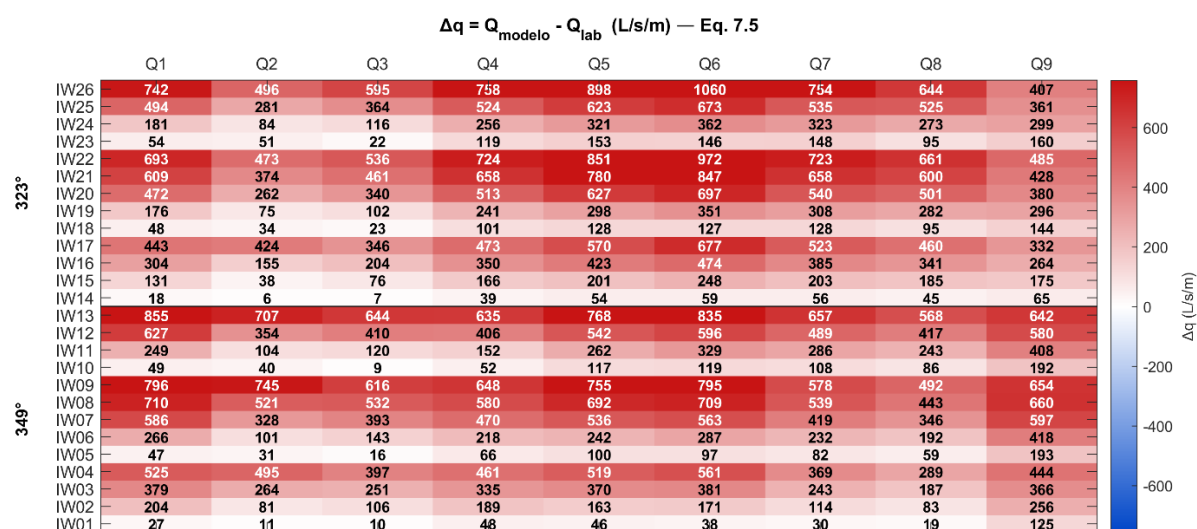


Ilustración 30: Matriz de diferencias netas del caudal de rebase.

La Ilustración 30 muestra una sobrestimación generalizada del caudal, que se amplifica en estados más energéticos y se concentra sobre todo en los cuencos centrales (Q4–Q6) y en Q9; Q2–Q3 suelen ser los menos afectados. Algo en cierta medida esperable al alimentar Eurotop, se empleó un H_s pre-rompiente obtenido por transectos, mientras que las fórmulas están definidas para el H_s incidente al pie del muro. Se probó también definir la “ola pre-rompiente más cercana al muro”, pero resultó inestable entre cuencos (especialmente los intermedios) por sensibilidad a la resolución/ruido local; para mantener un criterio único y reproducible se adoptó el primer punto con $H/d \approx 0.7$. Al ser ese H_s mayor que el disponible en el pie (limitado por la profundidad y la disipación por rotura), la fórmula tiende a arrojar $\bar{q}$ superiores a los medidos. Aun así, el patrón espacial es coherente con la direccionalidad: con 349° los máximos aparecen en Q4–Q6 y Q9; con 323° se desplazan hacia el tramo oriental (Q6–Q9). Por tanto, esta lectura debe usarse prioritariamente para comparar patrones y focos de rebase más que para validar magnitudes absolutas; un ajuste fino de magnitudes requeriría un análisis de sensibilidad adicional, fuera del alcance de esta alternativa.

Los siguientes dos gráficos de barras emparejadas (Ilustración 31) comparan, sensor a sensor (Q1–Q9), el peso relativo del rebase del laboratorio frente al del modelo para cada dirección de incidencia. Para evitar sesgos por los casos más energéticos, cada caso se normalizó por la suma del rebase del laboratorio (ΣQ_{lab}) y luego se calculó la mediana por sensor dentro de cada dirección; así, cada par de barras (oscura = LAB, clara = MODELO; fucsias para 349°, amarillas para 323°) indica la contribución relativa de ese punto al patrón longitudinal. Dado que la alternativa 1 usa H_s pre-rompiente, como entrada de Eurotop, las magnitudes absolutas no son directamente comparables, pero estas

gráficas sí permiten comprobar si el orden espacial del rebase (dónde hay más o menos) se conserva.

- **323°:** El laboratorio concentra peso relativo en Q5-Q7 y Q9, con valores bajos en Q2-Q3 y Q8. El modelo sobrestima en general, pero respeta la jerarquía en varios puntos (por ej., Q7 y Q9 altos; Q2-Q3 bajos), con desacoples mayores en Q5-Q6.
- **349°:** Predominan Q4 y Q9 como máximos relativos y Q8 como mínimo. El modelo mantiene esa estructura (Q4 y Q9 altos; Q8 bajo), aunque presenta desviaciones más notorias en Q5-Q6.

Estos patrones son coherentes con la batimetría (convergencias locales y francobordos efectivos distintos) y con la sensibilidad direccional descrita previamente, por lo que resultan útiles para identificar sectores críticos y sectores de bajo rebase antes de analizar el perfil longitudinal completo.

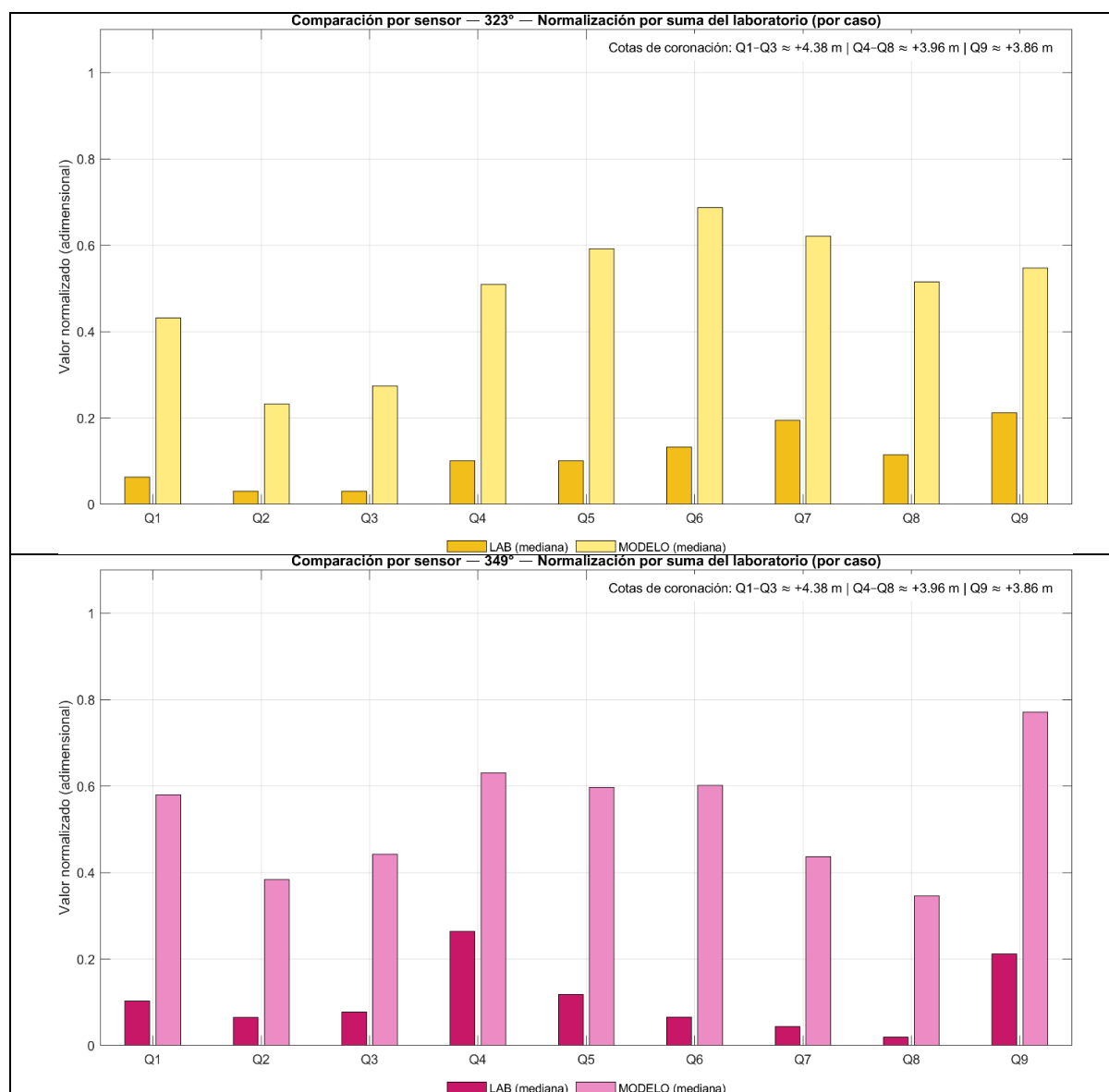


Ilustración 31: LAB vs MODELO_{alt.1} por sensor (Q1–Q9) — Mediana normalizada (suma del laboratorio) - 323° y 349°.

El siguiente gráfico “perfil longitudinal” (Ilustración 32) compara, para cada dirección, cómo se reparte el rebase de Q1→Q9 en el laboratorio (líneas continuas) y en la Alternativa 1 (líneas segmentadas). Para evitar que la energía del caso (oleaje y marea) oculte el patrón espacial, normalizamos por caso dividiendo cada Q_j por la suma de los 9 cuencos del LAB, y luego tomamos la mediana por sensor dentro de cada dirección (349° fucsia; 323° amarillo). Así el eje vertical es adimensional y refleja dónde se concentra el rebase, no cuánto.

El resultado muestra formas de curva muy similares entre modelo y LAB en ambas direcciones: máximos relativos en la franja media ($\approx Q4-Q6$) y en el extremo Q9, y mínimos en Q2-Q3 (y Q8). Las mayores discrepancias aparecen en 349° alrededor de Q5–Q6 y Q9, y en 323° entre Q5–Q7: zonas donde la batimetría canaliza/focaliza el oleaje y, ya cerca del muro, se combinan asomeramiento, reflexión parcial e infragravitatorias. Esa física local, más no lineal y próxima a la rotura, es la que la Alternativa 1 representa de forma más aproximada. Aun con el sesgo de magnitud ya discutido, el perfil confirma que la alternativa reproduce el patrón espacial de rebase y señala dónde ajustar mejor el modelo.

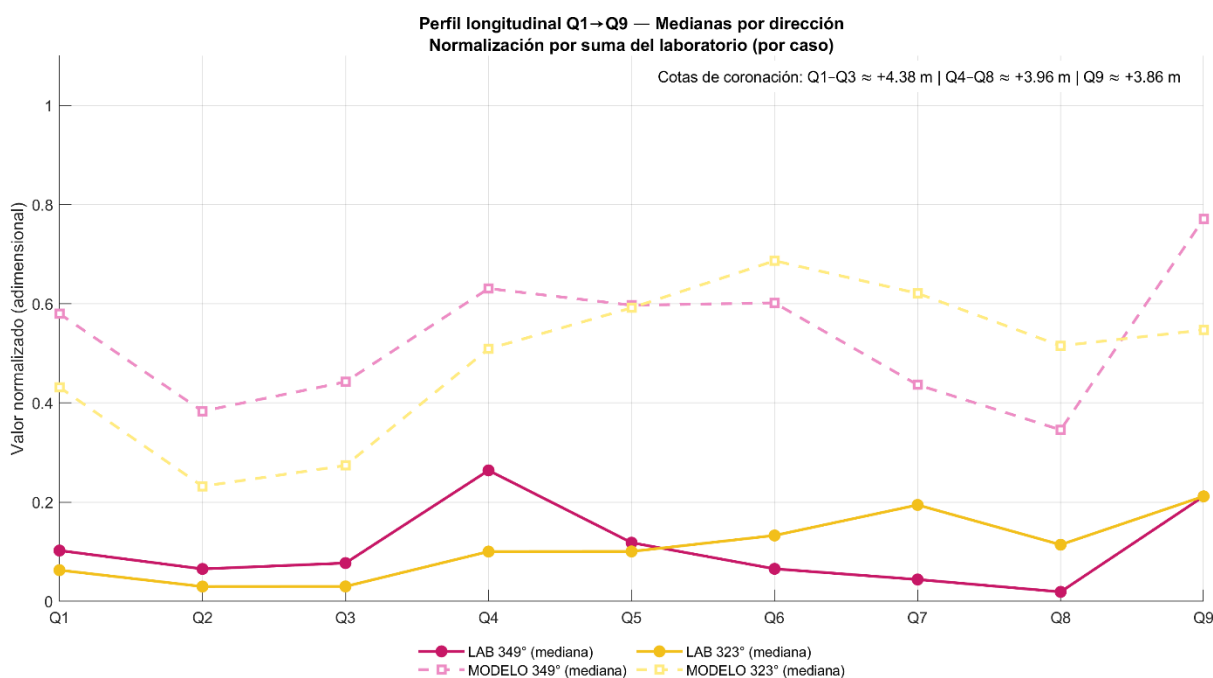


Ilustración 32: LAB vs MODELO_{alt.1} por sensor (Q1–Q9) — Perfil longitudinal normalizado - 323° y 349°.

En síntesis, la Alternativa 1 (MOPLA + Eurotop) ofrece una lectura útil del *patrón espacial* del rebase a lo largo del Malecón, aunque sobrestima la magnitud de los caudales al alimentarse con H_s pre-rotura. Las matrices de Δq y $\Delta\%$ mostraron ese sesgo sistemático; sin embargo, el perfil longitudinal normalizado y las barras emparejadas revelan una congruencia razonable del dibujo de picos y valles: para 349° destacan Q4–Q6 y los extremos Q1–Q9; para 323° el máximo se desplaza hacia Q5–Q9 con un aporte en Q1. La concordancia se deteriora en sectores batimétricamente complejos (por ej.,

entorno Q5-Q7 y Q9), donde intervienen procesos no lineales y post-rotura que el esquema espectral no resuelve.

Operativamente, esta alternativa sirve como referencia de direccionalidad y distribución relativa del rebase, mientras que la cuantificación absoluta requiere modelos con mayor fidelidad en zona somera. Todas las comparaciones se realizaron bajo la misma estrategia común definida en Metodología, lo que permitirá contrastar de forma homogénea las alternativas posteriores.

4.3. Alternativa 2. SWAN – Eurotop.

La segunda alternativa considera el uso del modelo SWAN (*Simulating WAves Nearshore*) para la propagación del oleaje, complementado con Eurotop para el cálculo del rebase. SWAN es un modelo espectral de oleaje de tercera generación ampliamente utilizado a nivel mundial. Resuelve la ecuación de balance de acción de onda (o de energía), incluyendo términos fuente-sumidero por viento, disipación y no linealidades, para predecir la evolución del espectro de oleaje en el espacio y el tiempo. Esto le permite obtener estimaciones realistas de parámetros integrales del oleaje (altura significativa H_s , periodos característicos, dirección media, etc.) en zonas costeras, estuarios y lagos, considerando las condiciones de viento, las corrientes existentes, los cambios de nivel del mar y la batimetría. SWAN se caracteriza por integrar los procesos físicos clave de generación y transformación del oleaje: crecimiento por viento, interacciones no lineales entre ondas (interacciones cuádruples profundas y triádicas en aguas someras, mediante aproximaciones DIA y LTA respectivamente), disipación por rompiente (con fórmulas tipo Battjes & Janssen) y por fricción de fondo, así como la refacción debida a la batimetría variable (The SWAN Team, 2024). Gracias a su enfoque espectral, puede manejar campos de oleaje con múltiples direcciones y frecuencias simultáneamente, siendo ideal para propagar estados de mar complejos desde mar abierto hasta la rompiente. Otra fortaleza de SWAN es su robustez numérica y flexibilidad de escalas: se puede aplicar en mallas grandes (aunque está optimizado para escalas costeras) y permite anidamiento de dominios, de modo que una simulación de baja resolución en un área amplia alimenta a una de mayor resolución en la zona de interés. Esto resulta muy útil para capturar el oleaje en detalle cerca de la estructura sin perder la influencia de áreas más alejadas.

4.3.1. Ventajas y limitaciones.

La elección de SWAN está respaldada por su amplio respaldo en la comunidad y numerosas validaciones, lo que aporta confianza en las predicciones de oleaje extremo de diseño. SWAN puede incluir directamente el efecto del viento sobre las olas (importante durante tormentas) y aceptar corrientes de entrada (por ejemplo, corrientes de marea) para reflejar condiciones reales. Sin embargo, al igual que otros modelos espectrales fase-promediados, SWAN presenta limitaciones inherentes en situaciones

donde la fase individual de las olas importa. En concreto, no resuelve las fases ni la forma temporal de las olas, por lo que no puede simular procesos transitorios como el run-up detallado en el tiempo ni el flujo de rebase sobre la estructura. La información espectral que provee es estadística (ej. H_s) y se pierde la descripción de cada ola individual; esto es adecuado para muchos propósitos ingenieriles, pero insuficiente para analizar localmente el impacto instantáneo de las olas contra un dique o el caudal instantáneo sobre éste. Además, SWAN no calcula corrientes inducidas por las olas (no acopla la generación de corrientes de rotura); si se desea incluir el efecto de corrientes, deben ser suministradas de fuentes externas. Otra restricción es la representación de la difracción, que en SWAN es solo cualitativa mediante un método de fase desacoplada que aproxima la redistribución de energía detrás de obstáculos. Esto funciona para simular una tendencia de disminución del oleaje en sombra, pero no reproduce con precisión interferencias ni difracción pronunciada en escalas de pocas longitudes de onda. En resumen, SWAN ofrece versatilidad y eficiencia computacional para propagación de oleaje multidireccional en 2D, pero no proporciona por sí mismo estimaciones de rebase. Por ello, en esta alternativa se recurre al manual Eurotop para la fase final: con las condiciones de oleaje obtenidas de SWAN en la base de la estructura, se aplican las fórmulas empíricas pertinentes (según la geometría del dique, tipo de rompiente, etc.) para calcular el flujo promedio de rebase.

4.3.2. Montaje numérico.

Se ensayaron dos configuraciones con idéntico dominio y batimetría: (i) malla no estructurada (triangular) con refinamiento hacia la costa, y (ii) esquema estructurado anidado (dos rejillas rectangulares) (Ilustración 33). Aunque la no estructurada resolvía bien la curvatura del contorno, el esquema estructurado ofreció resultados más estables y coherentes con los puntos de control y, además, facilita la comparación con la Alternativa 1 (MOPLA) al mantener una filosofía de anidamiento equivalente. Por ello se adoptó una malla exterior N1 (paso grueso, contornos abiertos alejados) que alimenta a una malla interior N2 (paso fino en la zona de rompiente y del Malecón). Este anidamiento reduce reflexiones de borde, baja el coste computacional y concentra resolución donde importa.

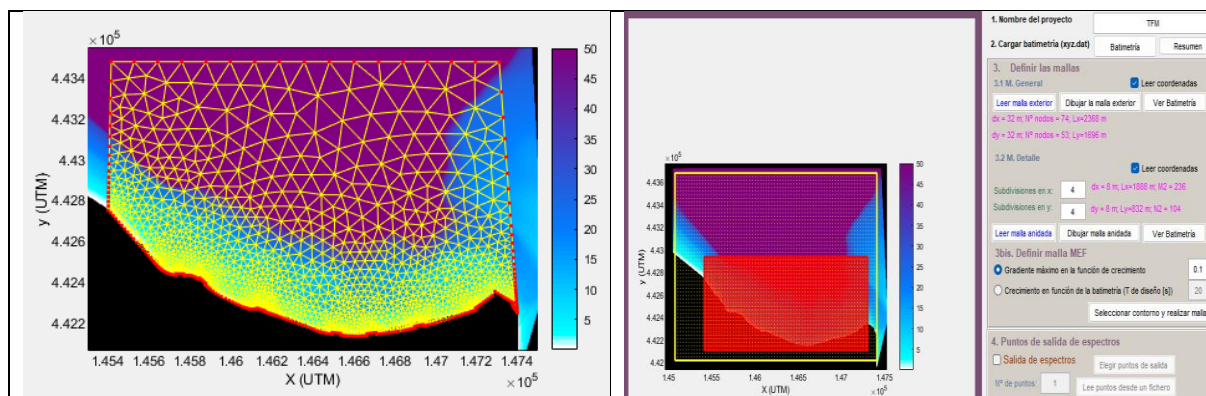


Ilustración 33: Mallas no estructuradas y estructuradas ensayadas.

La GUI de IH-SWAN fija el norte geográfico hacia arriba y las direcciones se introducen en convención náutica (*desde donde viene la ola*). En nuestro plano, el norte del dibujo está 25° al Oeste del norte real (norte del dibujo = 335° geográficos). Para no rotar la malla, re-referenciamos las direcciones sumando 25° a los ángulos medidos respecto al norte geográfico, de modo que queden expresados respecto al norte vertical del dibujo usado por la interfaz:

$$\theta_{SWAN} = (\theta_{geo} + 25^\circ) \bmod 360^\circ$$

Aplicado a los casos:

- 323°→348°
- 349°→14°

Así se mantiene la legibilidad del plano y SWAN interpreta correctamente la orientación del oleaje sin necesidad de rotar el dominio.

Luego se ejecutaron simulaciones estacionarias por caso (IW01–IW26) con:

- Rompiente por profundidad tipo Battjes & Janssen (1978), con índice de rotura $\gamma \approx 0.8$, adecuado en fondos suaves;
- Fricción de fondo en modo espectral (formulación estándar del modelo);
- Whitecapping (disipación por espuma) y no linealidades: interacción de cuádruples en aguas profundas y tríadas en someras;
- Reflexión no resuelta explícitamente (propio de modelos fase-promediados); difracción en su representación cualitativa del código;
- Sin corrientes acopladas.

La discretización espectral siguió los ajustes recomendados por la plantilla de IH-SWAN (malla en frecuencia logarítmica y resolución angular uniforme), suficientes para reproducir la evolución del espectro hasta la zona de rompiente.

Forzamiento y niveles. En N1 se impusieron, para cada caso IW, los espectros de entrada equivalentes a las condiciones de laboratorio (altura significativa, periodo y dirección re-referenciada), junto con los niveles de +1.00, +1.97 y +2.30 m. N2 heredó automáticamente el campo espectral de N1 en su borde de barlovento.

4.3.3. Resultados y posprocesado.

Las siguientes figuras (Ilustración 34) muestran, para dos casos extremos (IW1 e IW26), los campos de H_s y la dirección media calculados con SWAN en la malla de detalle. En IW1 (estado menos energético) se aprecia un foco occidental: la refracción/asomeramiento concentra energía hacia el sector O, donde la zona de rotura queda más próxima al muro; en el sector E el gradiente de H_s se atenúa antes, con rotura más externa y niveles significativamente menores junto a la obra, coherente con la batimetría local. En IW26 (oleaje y marea altos) la posición de la rotura varía por sectores:

en el O la franja de máxima pendiente de H_s se reta (mar adentro) y es más abrupta; en la zona centro emerge un máximo relativo que acerca la rotura hacia Q4-Q5; en el E persiste una rotura más distribuida y externa, con lenguas de mayor H_s que en ocasiones alcanzan cotas cercanas al muro. El patrón direccional es consistente con las incidencias impuestas tras la corrección angular ($323^\circ \rightarrow 348^\circ$, $349^\circ \rightarrow 14^\circ$).

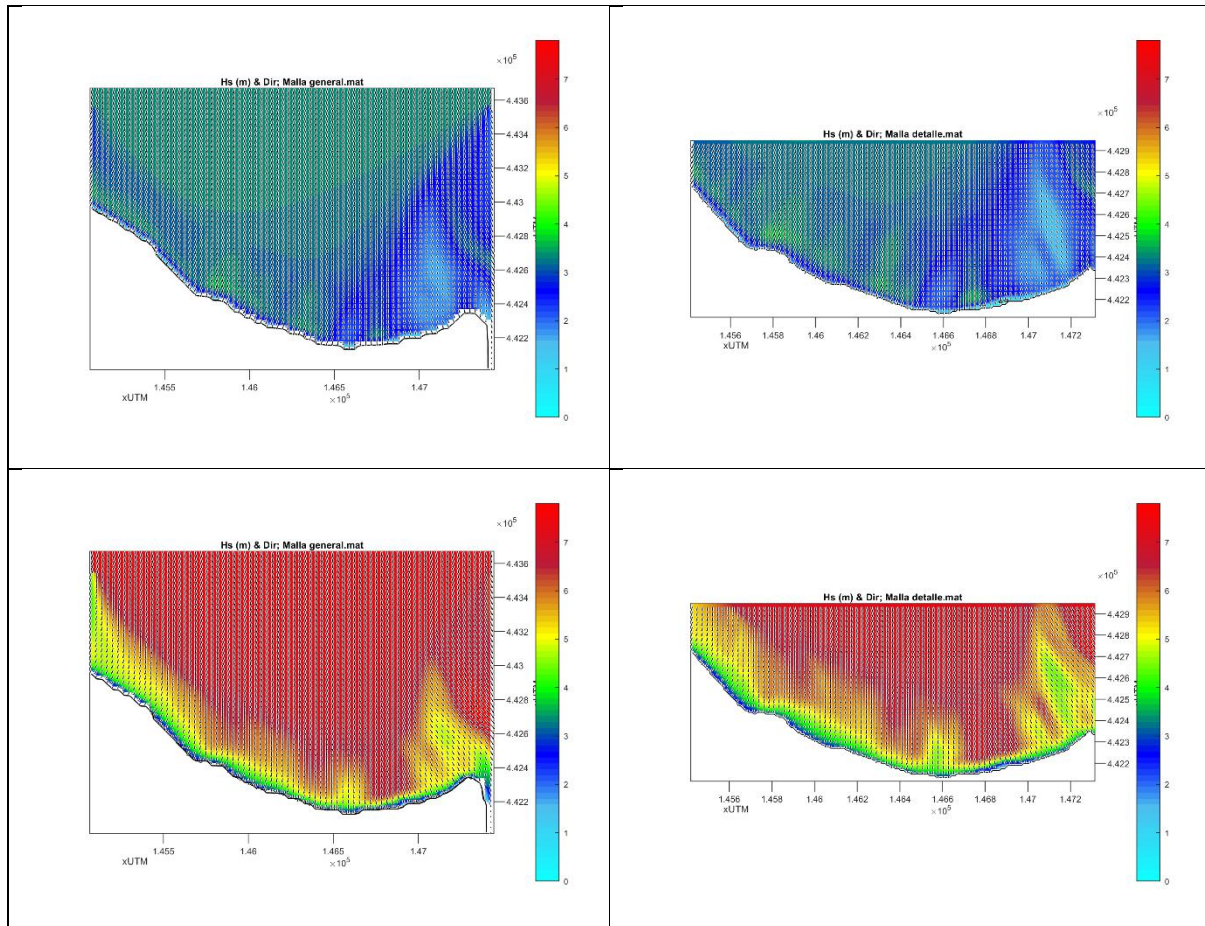


Ilustración 34: Mapas de altura de ola obtenidos con IH-SWAN; A modo de ejemplo: arriba el caso IW1 (menos energético) y abajo IW26 (más energético).

Para cada caso IW se extrajo de SWAN el campo estacionario de H_s y, a lo largo de nueve transectos perpendiculares al Malecón (alineados con Q1-Q9), se muestreó H_s vs. profundidad. Sobre cada transecto se identificó la altura previa a la rotura mediante un criterio tipo $H/d \approx \gamma$ ($\gamma \approx 0.7$), obteniendo H_s pre-rotura representativa de la ola incidente. Esos valores se organizaron en una matriz 26×9 (casos $\times$ puntos), que constituye la entrada de Eurotop para estimar el caudal medio de rebase por cuenco. Esta ruta de postproceso asegura que el rebase se calcule con un H_s consistente con la física que SWAN resuelve de forma fiable (transformación hasta el pre-rompimiento) y con la geometría real del emplazamiento.

La matriz de H_s interpolada en los puntos FS con SWAN de la malla estructurada (Ilustración 35) muestra un patrón global coherente con la transformación costera: en aguas profundas (FS1–FS5) las alturas son casi uniformes; al entrar en la zona de

transición e interior (FS6–FS13) aparece el incremento por asomeramiento seguido de una reducción hacia la franja somera próxima al paramento (FS8, FS11, FS14). Al igual que con MOPLA, se observan no-monotonías locales entre sensores contiguos, en particular FS6–FS7, FS9–FS10 y FS12–FS13, con subidas o bajadas puntuales. Estas inflexiones son compatibles con la batimetría no paralela y con cambios de dirección/energía por refracción y (limitada) difracción, así como con gradientes de rotura por profundidad; además, pueden verse acentuadas por la interpolación desde celdas de malla a puntos en zonas de fuerte gradiente y por la discretización direccional/espectral del modelo. Dado que en esta configuración SWAN no incorpora reflexión en el paramento, las variaciones próximas al muro responden a la disipación por rotura y al decaimiento hacia aguas someras, no a la superposición incidente–“reflejada”. Por dirección, 349° tiende a concentrar máximos hacia el tramo medio-occidental del dominio, mientras 323° desplaza mayores H_s hacia el sector oriental; en ambos casos, la variación caso a caso con la marea y el H_s de entrada es consistente.

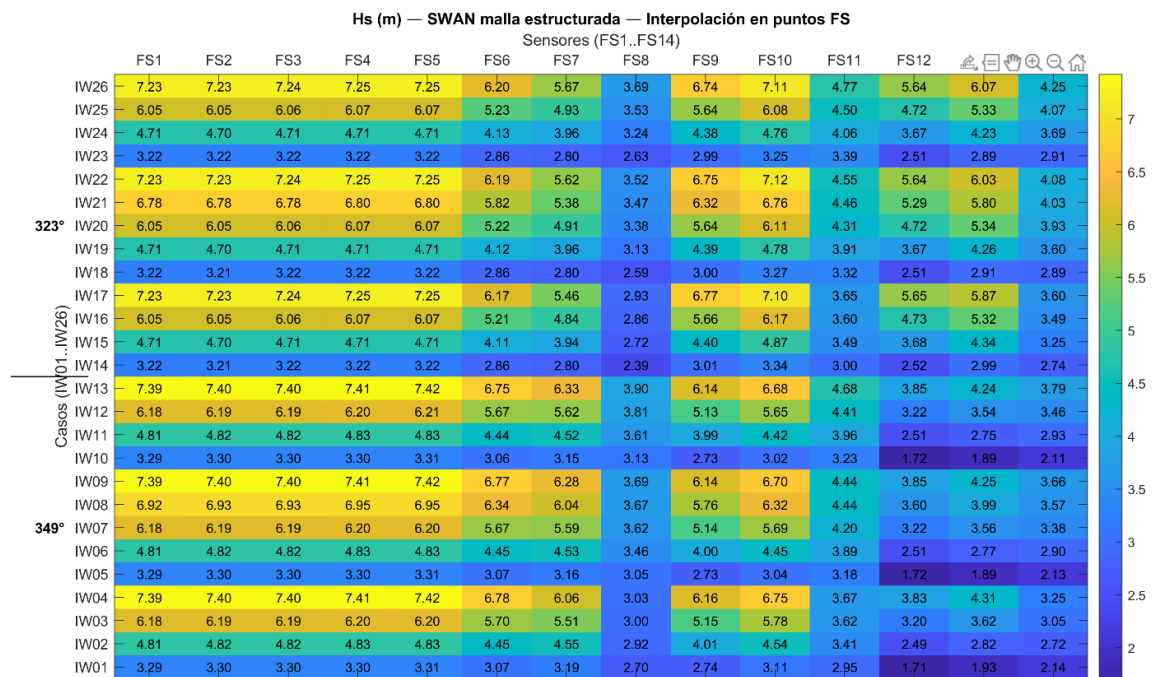


Ilustración 35: Matriz de H_{m0} obtenidas mediante SWAN para la comparación de FS.

Las siguientes ilustraciones muestran, a modo de ejemplo (IW1 mínimo e IW26 máximo), los transectos perpendiculares al Malecón usados para extraer la altura de ola pre-rompiente, en cada cuenco Q1-Q9. En cada perfil se identifica el punto de incipiente rotura (criterio H/d umbral) y se toma su H_s pre-rompiente. Este postproceso se aplicó a los 26 casos y constituye la entrada de Eurotop para estimar el caudal medio de rebase en cada punto. La posición del punto de rotura y el gradiente de H_s a lo largo de los transectos varían con dirección y marea, anticipando las diferencias espaciales de rebase que se compararán más adelante.

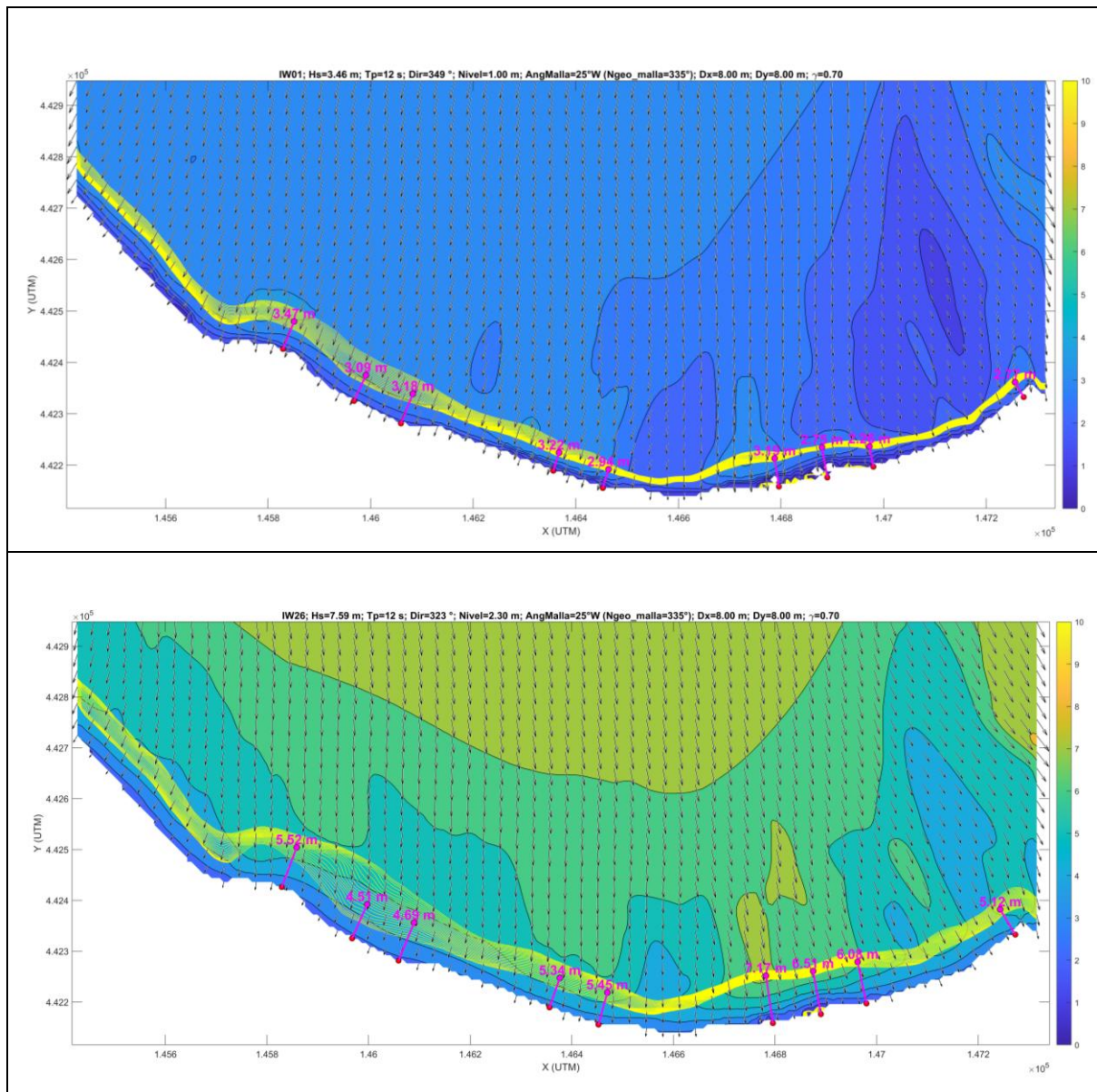


Ilustración 36: Definición de alturas de ola previo a la rotura vía transectos. Ejemplo con caso menos energético IW1 y más energético IW26.

La siguiente matriz integral de las alturas de ola dignificante obtenidas vía transectos, muestra valores crecen de forma coherente cuando aumenta la energía del estado de mar y el nivel de marea, y muestran un patrón espacial estable: en la mayoría de los casos se observan máximos en la zona central del frente (alrededor de VOL10–VOL14), mientras que VOL4–VOL6 tienden a registrar H_s menores. Este gradiente concuerda con la batimetría: convergencia y menor asomeramiento en el tramo central, y disipación más temprana hacia los extremos. Las variaciones caso a caso (picos locales o “valles” puntuales) reflejan la distinta dirección de arribo y el desplazamiento de la barra de rompiente. Esta matriz es la base directa de Eurotop: cada H_s pre-rompiente, se combina con su francobordo para estimar el caudal medio de rebase q en Q1-Q9, permitiendo después comparar con el laboratorio.

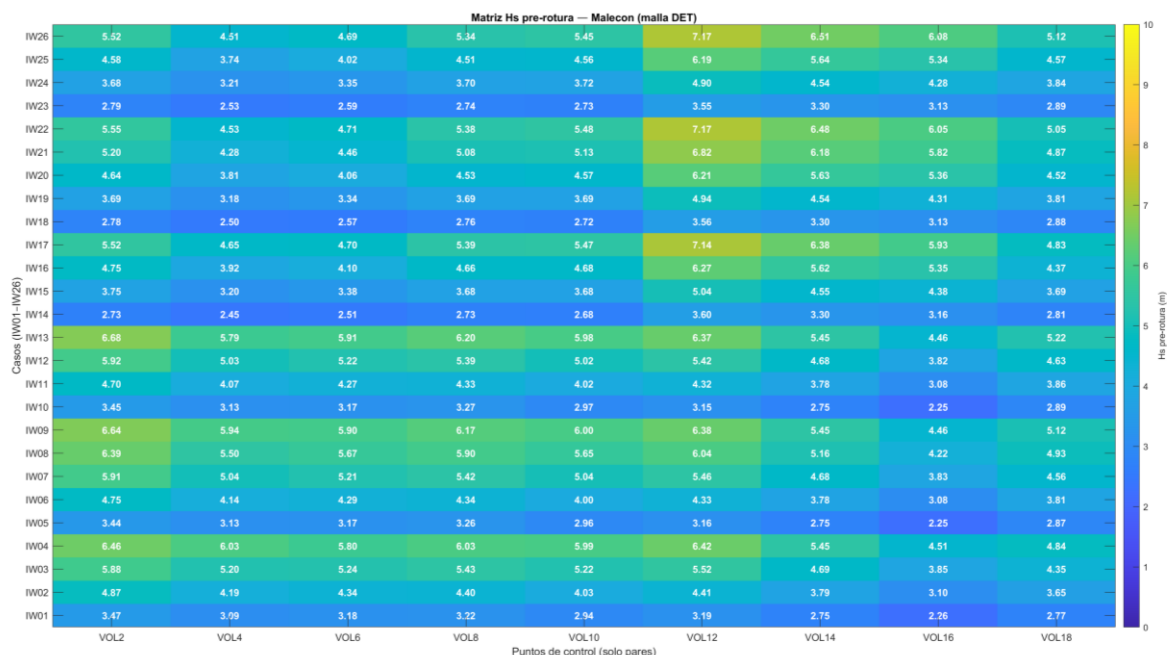


Ilustración 37: Matriz de H_{m0} obtenidas con SWAN para determinar el rebase con el manual Eurotop.

4.3.4. Comparación FS, H_s SWAN vs H_{m0} Laboratorio.

La Ilustración 38, expone la matriz de $\Delta H = H_s \text{ SWAN} - H_{m0} \text{ LAB}$ (rojo = sobreestimación; azul = subestimación). El patrón global es similar al visto con MOPLA: buena concordancia en aguas profundas (FS1–FS5) y creciente discrepancia hacia la costa. Para 349° destaca una banda de subestimación sistemática en FS9 (≈ -0.8 a -2.1 m según el caso), que puede explicarse por: (i) disipación temprana en el esquema de rotura al cruzar la plataforma somera; (ii) falta de focalizaciones locales por refracción/difracción y de reflexión parcial (SWAN es fase-promediado), y (iii) resolución/interpolación cerca del punto, que puede tomar una celda algo más profunda que la del sensor. En esa misma dirección aparecen sobrestimaciones puntuales en FS10–FS12 para mares menos energéticos (IW01–IW06), coherentes con una rotura algo más tierra adentro en el modelo, que deja H_s mayor junto al muro. Para 323° predomina la subestimación a lo largo de los tres perfiles (FS6...FS14): SWAN atenúa más el oleaje por la reflexión ausente, refracción sobre el banco somero y la disipación parametrizada, lo que reduce H_s respecto al laboratorio. En síntesis, SWAN reproduce bien el orden de magnitud offshore, pero tiende a perder energía en la zona de transición y somera, con un sesgo más marcado en FS9 (349°) y subestimaciones generalizadas en 323°.

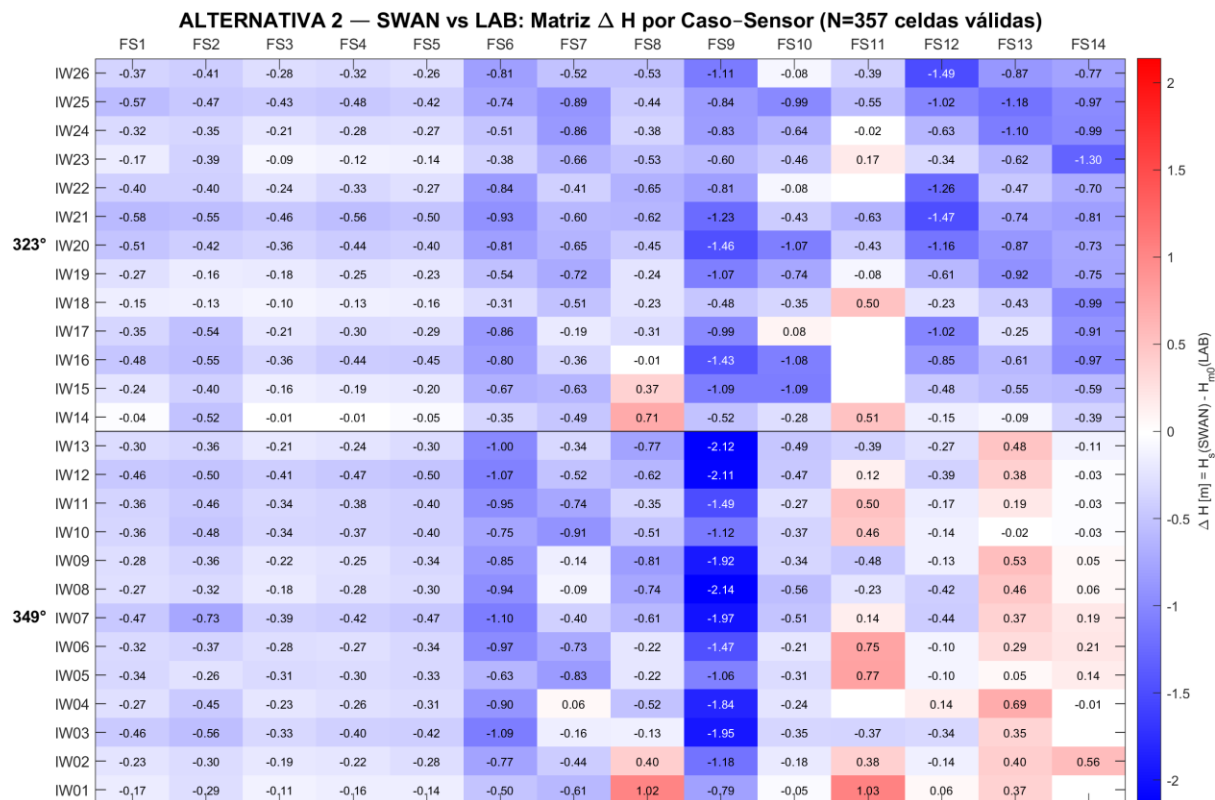


Ilustración 38: Matriz de resultados de FS: H_s SWAN - H_{m0} LAB.

La matriz de diferencia media por grupo de sensores (Ilustración 39), evidencia que:

G1 (-50 m, aguas profundas). Sesgo leve y bastante uniforme: la mayoría de los casos caen entre -0.2 y -0.5 m. Es el bloque “más estable”, coherente con que SWAN reproduce bien la propagación lineal en mar abierto; la subestimación residual se asocia a su naturaleza fase-promediada (sin energía reflejada que en laboratorio eleva H_{m0}).

G2 (-19 m, zona de transición). Mayor subestimación y más sistemática del conjunto (típicamente -0.8 a -1.2 m en ambas direcciones). Es el tramo donde arrancan el asomeramiento y la disipación por rompiente; con su criterio de rompiente y el esparcimiento direccional, SWAN tiende a drenar energía antes de lo que sugieren las mediciones, además de no incluir el refuerzo por reflexión parcial.

G3 (-10 m, interior previo a la rotura total). Subestimación todavía clara (≈ -0.3 a -0.9 m), pero menos homogénea; aparecen algunos casos próximos a 0. Esta variabilidad refleja la sensibilidad a gradientes batimétricos locales y a la activación del término de rompiente.

G4 (-2 m, cercano al muro). Sesgo medio más pequeño (valores alrededor de 0) y mezcla de signos: predominan ligeras subestimaciones, pero hay pocas sobrestimaciones puntuales (p. ej., IW01 $\sim +1.0$ m y otros casos con $+0.2$ – 0.7 m). Cerca del muro la ausencia de reflexión en SWAN elimina máximos locales, pero la

parametrización de rotura puede transportar algo de energía a la zona interna, llevando el promedio hacia cero.

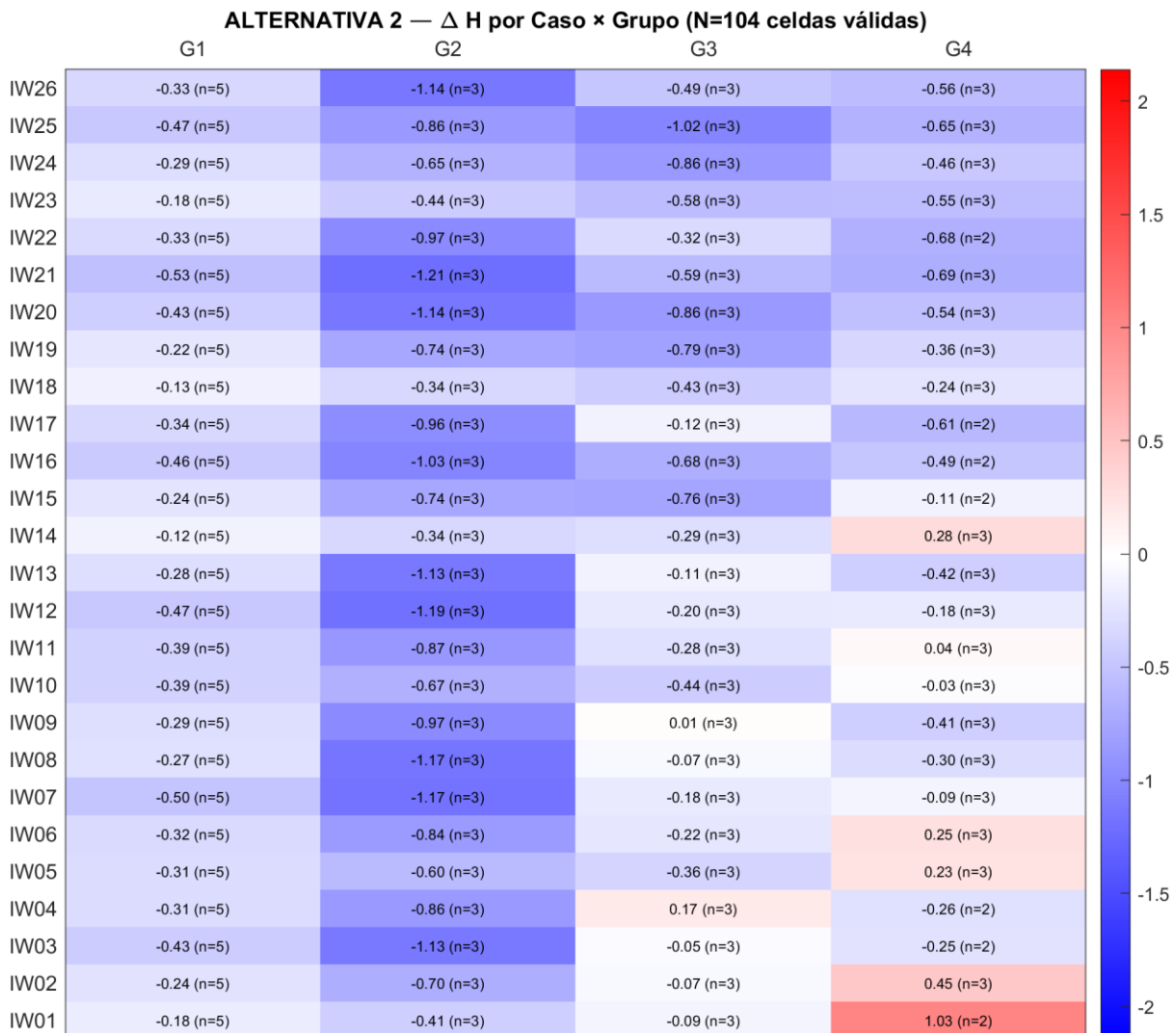


Ilustración 39: Matriz de diferencias por grupo de sensores.

En términos gruesos, MOPLA ajustó mejor G1–G2 (menor sesgo en aguas más profundas), mientras que SWAN ofrece un patrón espacial más coherente en todo el dominio, aunque conservador en la transición a la rotura (G2–G3). En proximidad al muro, MOPLA tendía a sobreestimar; SWAN, en cambio, subestima o queda cercano a 0, alineado con su limitación al no representar reflexión de fase ni picos locales.

4.3.5. Comparación de caudales de rebase Q_{SWAN} vs Q_{MODELO} .

Al igual que en la Alternativa 1, en la Ilustración 40, se puede notar que usar H_s en pre-rompiente, conduce a una sobrestimación de $\bar{q}$: el H_s seleccionado aguas afuera (primer punto con $H/d \approx 0.7$ por transecto) es mayor que la H_s incidente al pie del muro, limitado por la profundidad y la disipación por rotura, de modo que, al combinarlo con el mismo francobordo, Eurotop devuelve caudales superiores a los medidos. Se valoró tomar puntos más cercanos al muro dentro de la zona pre-rompiente. Sin embargo, no mostró

mejoras sistemáticas y aumentó la sensibilidad a la resolución/ruido local entre cuencos, comprometiendo la comparabilidad. Para mantener un procedimiento uniforme entre casos y modelos, se mantuvo el primer $H/d \approx 0.7$. Una sensibilidad desplazando 1–2 celdas hacia tierra podría afinar las magnitudes en sectores concretos; su evaluación sistemática se propone como trabajo futuro.

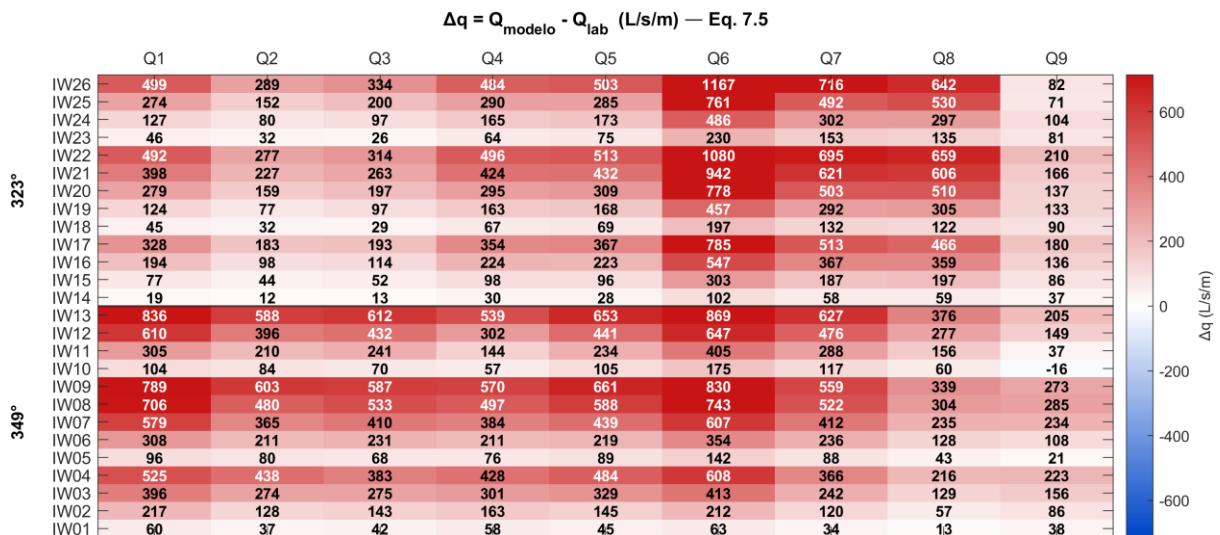


Ilustración 40: Matriz de diferencias netas del caudal de rebase.

En la Ilustración 41, se observa que más allá de esta sobrestimación en magnitud, el patrón relativo de los caudales tiende a reproducir las oscilaciones entre sensores, aunque aparecen discrepancias claras:

- Para la dirección 323°, se observan anomalías entre Q6–Q8, donde el modelo no logra replicar el decrecimiento visto en laboratorio, resultando en rebases incongruentes.
- Para la dirección 349°, las desviaciones son más generalizadas, con escasa correlación entre Q4–Q8 y diferencias notorias entre los extremos (Q1 vs Q9).

En síntesis, la alternativa SWAN–Eurotop mantiene cierta coherencia cualitativa en la forma de los perfiles, pero pierde fidelidad en zonas clave (especialmente Q6–Q8 a 323° y Q4–Q8 a 349°), confirmando que el uso de alturas en pre-rompiente, exagera la magnitud del rebase y atenúa la capacidad de reproducir patrones locales.

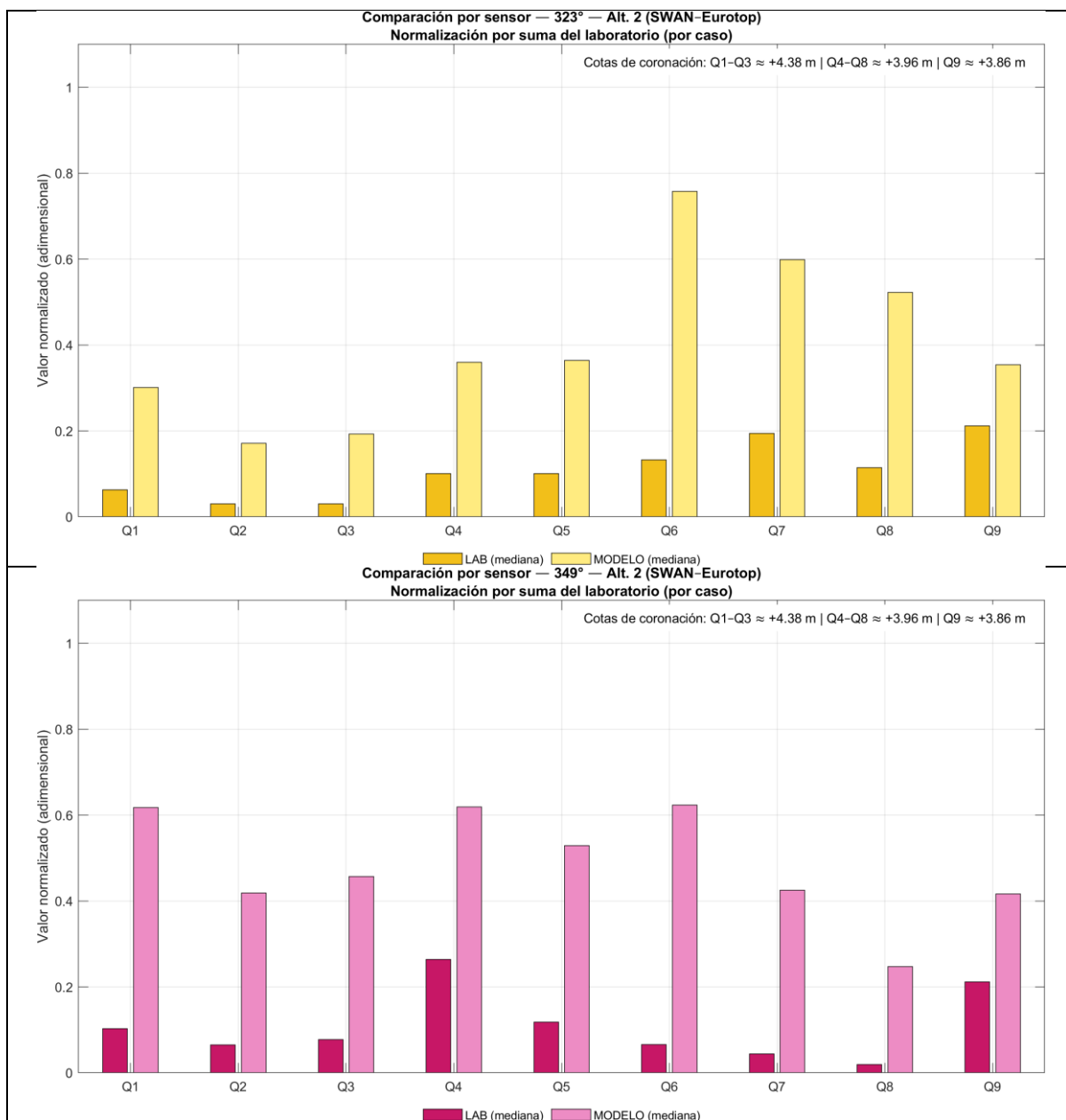


Ilustración 41: LAB vs MODELO_{alt.2} por sensor (Q1–Q9) — Mediana normalizada (suma del laboratorio) - 323° y 349°.

El gráfico de perfiles longitudinales (Ilustración 42) refuerza lo observado en los diagramas de barras y facilita la lectura comparativa entre direcciones. En términos generales, la correlación entre el laboratorio y el modelo es mejor que en la Alternativa 1, manteniendo un patrón similar de máximos y mínimos, aunque con una sobrestimación persistente.

Para la dirección 323°, la concordancia es aceptable en los puntos Q1–Q4, donde el rebase sigue el mismo comportamiento creciente y decreciente. Sin embargo, entre Q5 y Q8 el modelo pierde fidelidad: allí la batimetría genera un “efecto receptáculo” que concentra energía en el laboratorio de manera distinta a lo captado por el cálculo con olas pre-rompiente, lo que se traduce en una sobrestimación pronunciada. En Q9 la

relación mejora nuevamente, probablemente asociado al alineamiento más directo con la incidencia de la ola.

Para la dirección 349°, la sobrestimación es más generalizada. Aun así, el modelo conserva la forma relativa de los perfiles, reproduciendo los valles y crestas en los tramos Q1–Q5 y Q7–Q9. La discrepancia más evidente aparece en Q6, donde en el laboratorio se observa un mínimo relativo entre Q5 y Q7, pero en el modelo se sobrestima de manera significativa. Este desajuste se relaciona con el hecho de que, en condiciones reales, olas de la magnitud asignada al pre-rompiente, no podrían sostenerse a la profundidad local a pie de muro, lo que genera un sesgo físico en la extrapolación.



Ilustración 42: LAB vs MODELO_{alt.2} por sensor (Q1–Q9) — Perfil longitudinal normalizado - 323° y 349°.

En conjunto, la Alternativa 2 confirma que utilizar alturas de ola en zona pre-rompiente conduce a una sobreestimación sistemática de los caudales de rebase, aunque logra reproducir en parte el patrón espacial de variación a lo largo de la línea de cuencos. Los resultados sugieren que el enfoque es útil para obtener una primera aproximación cualitativa, pero presenta limitaciones claras para análisis cuantitativos. La pérdida de fidelidad en sectores sensibles (Q5–Q8 para 323° y Q4–Q6 para 349°) resalta la importancia de considerar la dinámica local de rotura y disipación, aspecto que será mejor captado en la Alternativa 3 mediante un modelo fase-resuelto.

4.4. Alternativa 3. Modelo basado en las ecuaciones de Boussinesq

Los modelos Boussinesq son fase-resolventes: simulan ola por ola la evolución de η y de la velocidad con presión no hidrostática e inercia no lineal, integradas en la vertical. La formulación extendida de (Nwogu, 1993) usa la velocidad a una profundidad z_a como variable primaria y mejora la dispersión (error de fase $\lesssim 2\%$ hasta $h/L \approx 0.5$), ampliando el rango respecto a los Boussinesq clásicos. A diferencia de los modelos espectrales

(MOPLA/OLUCA-COPLA, SWAN), no promedian la fase y reproducen explícitamente reflexión, difracción, refracción, asomeramiento, rotura y run-up (Walkley M. A., 1999). En esta Alternativa 3 usamos 2DH para la geometría real del Malecón y, cuando interesa el proceso vertical (run-up/impacto/rebase puntual), cortes 2DV. La siguiente tabla muestra un resumen de la capacidad de resolución, de los principales fenómenos físicos, para cada modelo numérico adoptado:

Fenómeno	MOPLA (OLUCA/COPLA)	SWAN	Boussinesq
Asomeramiento	★★★★★	★★★★★	★★★★★
Refracción	★★★★★	★★★★★	★★★★★
Difracción	★★★★☆	★★★★☆	★★★★★
Reflexión	★★★★☆	★★★★☆	★★★★★
Post-rotura	★★★★☆	★★★★☆	★★★★☆
Run-up	★★★★☆	★★★★☆	★★★★☆
Rebase	★★★★☆	★★★★☆	★★★★☆
Interacción ola-corriente	★★★★☆	★★★★☆	★★★★☆
Interacciones ola-ola	★★★★☆	★★★★☆	★★★★☆
Interacción ola-estructura	★★★★☆	★★★★☆	★★★★★

Tabla 4: Comparativa cualitativa entre lo que ofrece Boussinesq frente a los otros modelos adoptados.

4.4.1. Alcances y limitaciones.

- Fase-resolvente y reflexión realista. La reflexión en muros verticales emerge de las condiciones de contorno y de la dinámica interna (sin coeficientes prescritos). En 2DH reproduce difracción en bocanas y geometrías complejas.
- Rotura, run-up y rebase “de la solución”. Con modelos de rotura tipo viscosidad turbulenta/roller la disipación y la lámina sobre coronación se obtienen del propio campo numérico; el caudal medio de rebase se calcula por postproceso sin fórmulas intermedias.
- Consistencia multiproceso. En un mismo cálculo resuelve asomeramiento, refracción, difracción, reflexión y corrientes inducidas por ola, evitando acoplamientos externos típicos de modelos espectrales.
- Comparación directa con el laboratorio. Al conservar fase, permite contrastar series FS/VOL (no solo estadísticos), lo que facilita validar patrón espacial y temporales de eventos.
- Útil considerando muros verticales + batimetría somera. Captura impactos/rompientes frente al paramento, run-up y rebase en VOL.

- Útil considerando oleaje oblicuo y campo complejo (349°/323°). En 2DH resuelve refracción–difracción–reflexión conjuntamente, clave en el Malecón.
- No linealidad “débil” de la formulación extendida. Representa bien no linealidad típica de aguas someras; para impactos muy impulsivos o chorro con fuerte arrastre de aire, puede subestimar espray/velocidades → es mejor considerar una versión plenamente no lineal o CFD para casos límite.
- Rango de validez dispersivo. Nwogu (1993) mantiene errores de fase $\lesssim 2\%$ hasta $h/L \approx 0.5$. La respuesta no lineal de interés para rebase es más fiel en $h/L \lesssim 0.3$ (relativamente somero); en más profundo la física sigue bien dispersivamente, pero la no linealidad pierde peso.
- Parametrización de rotura. La rotura se introduce como disipación turbulenta/viscosidad efectiva; requiere calibración/verificación con datos de referencia y del tipo de rompiente (spilling vs impulsiva).
- Resolución y estabilidad numérica. Sensible a Courant, a puntos por longitud de onda y a la calidad del mallado. Recomendación práctica: CFL $\approx 0.10\text{--}0.25$; $\geq 15\text{--}30$ pts/L para el rango alto de frecuencias; filtros/esponjas con $>1\text{--}2$ L; transiciones de batimetría suaves para evitar reflexión numérica.
- Dominio y condiciones de contorno a barlovento. Dominios cortos o esponjas estrechas degradan olas grandes.
- Costo y duración de series. Más costoso que SWAN/MOPLA: para métricas robustas de rebase conviene $\geq 500\text{--}1000$ olas por estado de mar.
- Detalles geométricos finos. Elementos como bullnose/aleros, rugosidad o porosidad del paramento se representan de forma simplificada; pueden requerir ajustes empíricos o modelos especializados si se busca impacto local.

4.4.2. Montaje numérico.

Para una primera aplicación y validación frente a los registros FS/VOL, se adopta un montaje 2DV a lo largo de transectos que atraviesan los puntos de control. Un modelo Boussinesq fase-resuelto y no hidrostático reproduce explícitamente asomeramiento, refracción en perfil, rotura, post-rotura, reflexión, run-up y rebase, permitiendo estimar q directamente a partir de las series numéricas, con costes de cómputo manejables que facilitan repeticiones y sensibilidades. Esta elección es consistente con la práctica recogida en Eurotop (2018), donde los modelos tipo Boussinesq se emplean ampliamente en rebase por su mejor descripción de la propagación en profundidades intermedias y someras y del inicio de la rotura respecto a ecuaciones de aguas someras (NLSW), mejorando la representación del flujo hacia el muro (Walkley M. &., 1999).

La configuración 2DV preserva la física vertical/longitudinal del canal (la misma del laboratorio), lo que favorece la trazabilidad perfil a perfil y el contraste directo con FS/VOL. Como contrapartida, no resuelve fenómenos en planta: difracción lateral,

gradientes a lo largo de costa, dispersión direccional u interacciones entre transectos. Por ello, la direccionalidad solo se representa de forma seccional (alineando el perfil con la dirección incidente), y cualquier focalización lateral o sombra queda fuera del alcance. Cuando el problema exige esas interacciones en planta (por ej., discontinuidades angulares del contorno o fuertes variaciones laterales), la estrategia se amplía a 2DH (x - y - t); pero mientras el objetivo sea validar run-up/rebase en perfiles representativos con tiempos de cálculo razonables, el 2DV Boussinesq ofrece un equilibrio robusto entre detalle físico y eficiencia.

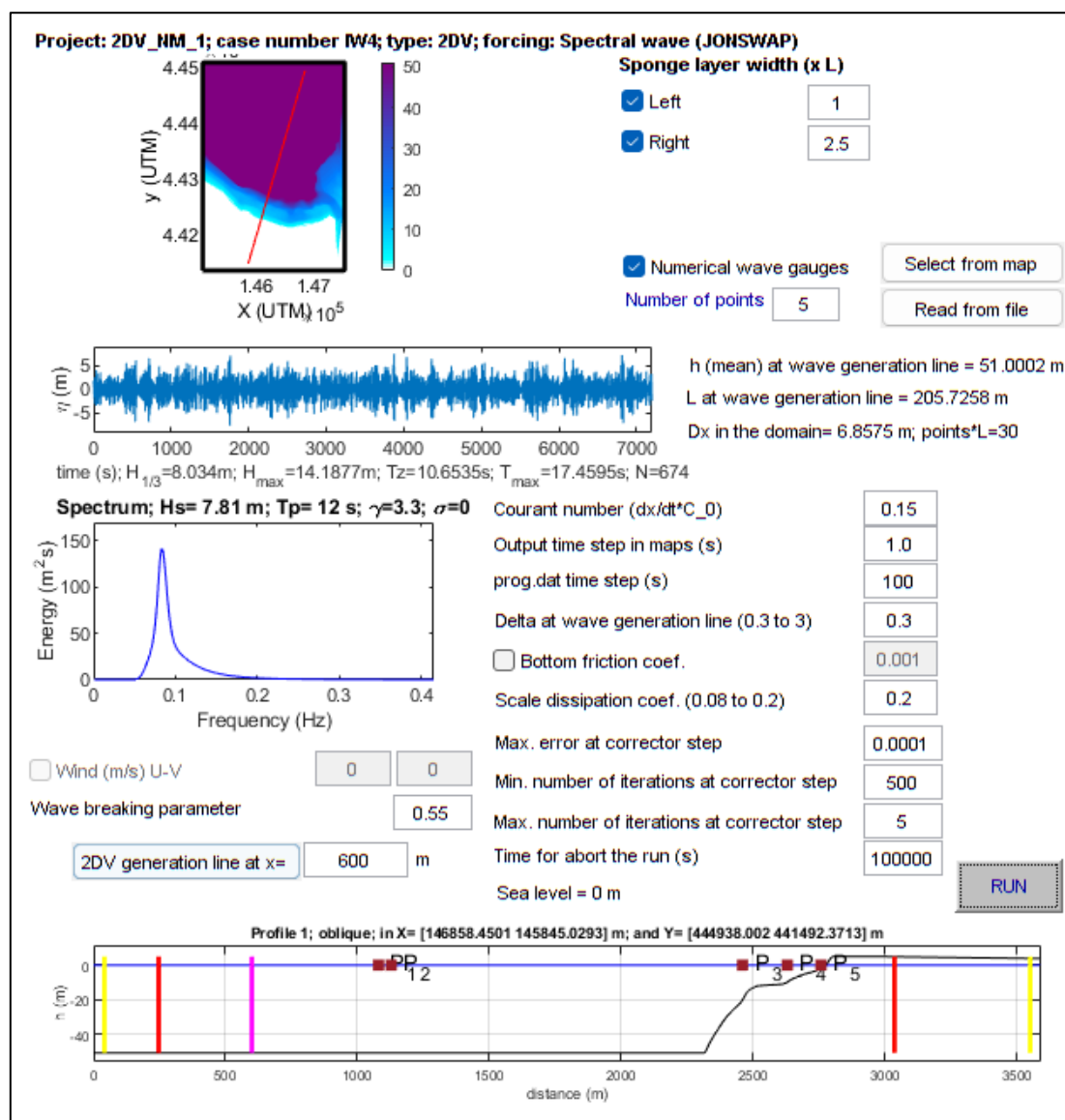


Ilustración 43: Ejemplo de montaje numérico en Boussinesq.

Se verifica independencia numérica respecto a CFL, Δx , anchos de esponjas y longitud de dominio. Como guía, se trabaja con CFL entre 0.10 y 0.25 y al menos 30 puntos por longitud de onda en el rango alto de frecuencias. En barlovento se deja un tramo libre $\geq 5-8$ longitudes de pico antes del primer punto de interés y una esponja $\geq 2-3 L_p$; laterales y sotavento usan esponjas radiantes/absorbentes $\geq 1-2 L_p$. La condición de borde

generadora en barlovento aplica rampa de 8–10 T_p con zona de relajación; el paramento se impone como frontera impermeable, pero rebasable. La rotura se modela con un factor de 0.55, dejando explícita la incertidumbre por posible subestimación de espray en impactos muy impulsivos al no resolver la mezcla aire-agua.

A diferencia de los espectrales, el Boussinesq es no estacionario y requiere ventanas largas para estadísticas estables. Con semejanza de Froude ($\lambda = 60$), el tiempo a prototipo es $t_p = \sqrt{60} t_m \approx 7.75 t_m$; así, 900 s en modelo equivalen a ~6,970s en prototipo (~1.94 h), que tomamos como estado representativo. Con $T_p \approx 12$ esto supone del orden de 500–600 olas.

En FS se validan H_{m0} y $T_{m-1,0}$ en las posiciones equivalentes a FS1...FS14. El rebase se obtiene directamente de la solución definiendo, en cada tramo Q1...Q9, una línea de control en la coronación e integrando por unidad de longitud para luego promediar en el tiempo ($\bar{q}$ en L/s/m).

La comparación con el laboratorio se presenta mediante perfiles longitudinales Q1–Q9 por dirección, barras emparejadas y mapas de calor de Δq con límites simétricos; las métricas reportadas incluyen sesgo, RMSE y mediana de $|\Delta\%|$, complementadas con lectura de patrón espacial (por ej., clases/cuantiles cuando interese patrón por sobre magnitud). Para trazabilidad, por caso se registran CFL, Δx , anchos de esponjas y longitud de dominio, parámetros de rotura/fricción, duraciones en modelo y prototipo, semilla y espectro empleados, así como distancia al generador y notas sobre la eficacia de absorción.

Puntos de control de superficie libre, FS:

Se trazaron secciones o perfiles oblicuos sobre la topo-batimetría, alineadas con la dirección incidente de cada familia de casos y pasando por los sensores (ver Ilustración 44: Configuración completa del modelo de laboratorio. Con los puntos de control de rebase (Q) y superficie libre (FS) enumerados. Así se minimiza el coste sin perder comparabilidad con el laboratorio.

- Dirección 349° → Perfil 1 (oeste). Incluye: FS3, FS4 a 50 m; FS6 a 20 m; FS7 a 10 m; FS8 a 2 m.
- Dirección 323° → Perfiles 2 y 3 (este). Incluyen: FS1 y FS4 a 50 m; FS9, FS10, FS11 (Perfil 2) a 20/10/2 m; FS12, FS13, FS14 (Perfil 3) a 20/10/2 m.

Para cubrir el abanico de condiciones con un presupuesto de cómputo realista, se priorizan casos representativos de mínima y máxima altura por dirección y nivel de marea (1.00 m, 1.97 m, 2.30 m). (ver Tabla 5: Casos modelados en Boussinesq para la superficie libre (FS) ($T_p=12s$)).

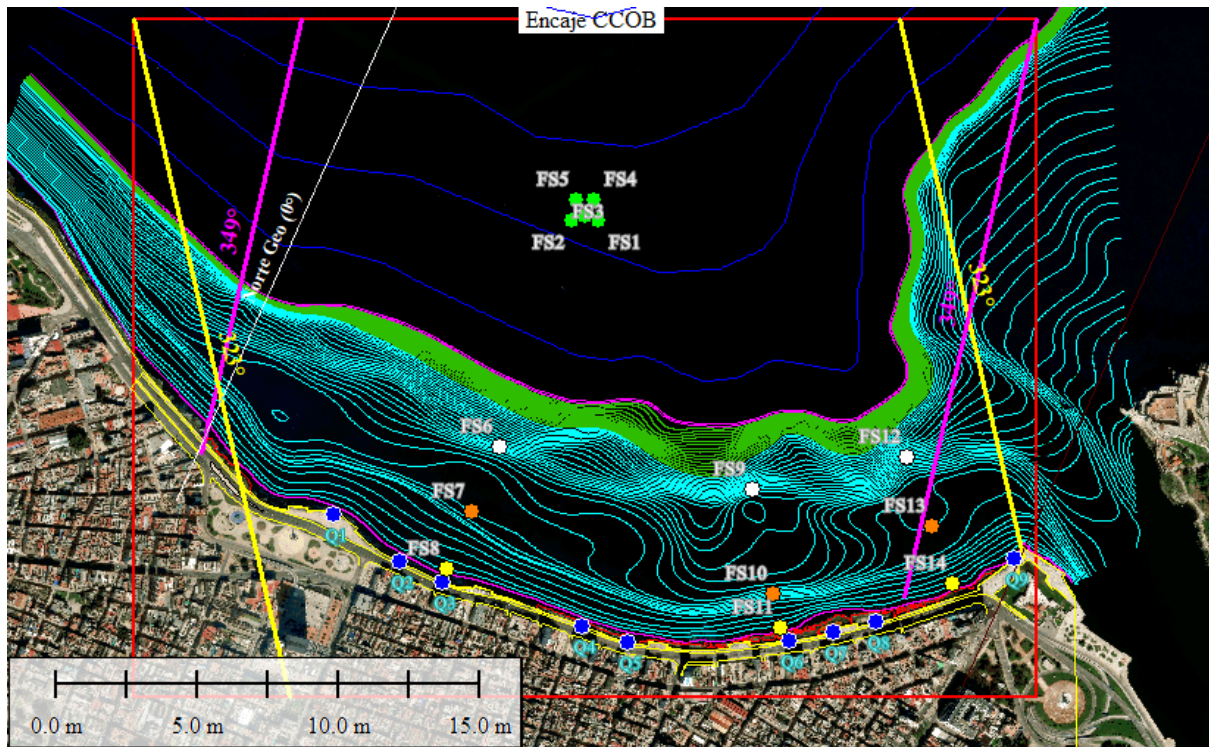


Ilustración 44: Configuración completa del modelo de laboratorio. Con los puntos de control de rebase (Q) y superficie libre (FS) enumerados.

Casos representados:

Nº Caso	H _s [m]	Dirección [°N]	Marea [m]	h _{total} [m]
IRREGULARES 3D — 349°N (V11)				
IW1	3.46	349	1.00	51.00
IW4	7.80	349	1.00	51.00
IW5	3.46	349	1.97	51.97
IW9	7.80	349	1.97	51.97
IW10	3.46	349	2.30	52.30
IW13	7.80	349	2.30	52.30
IRREGULARES 3D — 323°N (V12)				
IW14	3.36	323	1.00	51.00
IW17	7.59	323	1.00	51.00
IW18	3.36	323	1.97	51.97
IW22	7.59	323	1.97	51.97
IW23	3.36	323	2.30	52.30
IW26	7.59	323	2.30	52.30

Tabla 5: Casos modelados en Boussinesq para la superficie libre (FS) ($T_p=12s$).

Siguiendo la lógica de comparación por profundidades, se mantiene el análisis organizado en cuatro grupos de puntos de control (ver: más atrás). Esta clasificación simplifica la lectura de los resultados y la interpretación de los procesos físicos (asomeramiento, rotura, reflexión) a lo largo del perfil. Nótese que dentro de un mismo grupo existen diferencias geométricas relevantes, por ejemplo, en G3 los sensores FS7 y FS13 están a ~160 m del muro, mientras FS10 se sitúa a ~100 m; en G4 todos se ubican a ~30 m del paramento, lo que puede explicar variaciones sutiles entre sensores pese a compartir la misma profundidad.

Puntos de control de rebase (VOL): criterio y selección de casos:

Cada punto Q (VOL_{pares}) equivale a un canal de medición de caudal sobre coronación, por lo que requiere una configuración 2DV específica (un perfil alineado con la dirección incidente que atravesase ese punto). Para capturar la sensibilidad del rebase al ángulo de incidencia, se definieron dos orientaciones por punto: 323° y 349°. Mantenemos 323° porque en los modelos espectrales previos fue la dirección con mejor ajuste frente al laboratorio, e incorporamos 349° para comprobar si un modelo fase-resuelto (Boussinesq) mejora la representación de reflexión y eventos impulsivos observados en esa dirección.

Cada perfil-caso es una simulación independiente y su tiempo de cómputo depende de parámetros numéricos (p. ej., Courant, $\Delta x/\Delta t$, longitud de dominio y esponjas). Para equilibrar cobertura física y viabilidad computacional, se seleccionaron casos representativos que acotan el rango de energía: mínimas y máximas alturas de ola para cada nivel de marea en ambas direcciones. En todos los casos se incluyen todos los puntos Q del perfil, de forma que el conjunto permite comparar consistencia entre direcciones y sensibilidad a la marea sin perder trazabilidad con el laboratorio. La siguiente tabla, muestra los casos finalmente seleccionados:

Nº Caso	H_s [m]	Dirección [°N]	Marea [m]	h_{total} [m]
IRREGULARES 3D — 349°N (V11)				
IW1	3.46	349	1.00	51.00
IW5	3.46	349	1.97	51.97
IW9	7.80	349	1.97	51.97
IW13	7.80	349	2.30	52.30
IRREGULARES 3D — 323°N (V12)				
IW14	3.36	323	1.00	51.00
IW18	3.36	323	1.97	51.97
IW22	7.59	323	1.97	51.97
IW26	7.59	323	2.30	52.30

Tabla 6: Resumen de casos seleccionados con Boussinesq para evaluar el rebase.

Qué se espera ver en los puntos de control de superficie libre, FS:

A continuación, se presenta una tabla resumen de los casos modelados y qué resultados se esperaría ver en cada grupo de los puntos de control:

Grupo (prof.)	¿Qué esperar físicamente?	Implicación en los resultados (FS/ H_{m0})
G1 (50 m)	Asomeramiento leve (régimen intermedio, $T \approx 12$ s, $L_0 \approx 220$ m $\Rightarrow h/L \approx 0.23$). Lejos del muro; mínima influencia de reflexión; puntos cercanos a la paleta generadora. Posible reflexión residual del generador/esponja	H_{m0} muy parecido al laboratorio; variaciones dominadas por el espectro sintético y por el ajuste fino de la generación. Señal “limpia”, sin post-rotura; poca energía infragravitatoria.
G2 (20 m)	Asomeramiento claro; en general sin rotura, salvo crestas extremas según la realización espectral. Reflexión perceptible y creciente con marea alta (menor disipación previa).	H_{m0} ligeramente $>$ G1 por mayor asomeramiento; modulación de la onda incidente-reflejada más marcada con marea alta (menor disipación previa). Con marea baja, mayor energía infragravitatoria y aumento de H_{m0} limitado por rotura temprana y menor reflexión.
G3 (10 m)	Umbral de rotura para oleajes energéticos (más probable con marea baja); régimen altamente no lineal. Reflexión marcada por la cercanía al muro; posible infragravedad (surf-beat).	H_{m0} muy variable: cae por disipación de rotura y presenta picos locales por interferencia incidente-reflejada. FS10 (~100 m) más sensible a la reflexión que FS7/FS13 (~160 m). Con marea alta aumenta la modulación; con marea baja se acentúan los efectos de la onda infragravitatoria.
G4 (2 m)	Post-rotura (bores) y swash; reflexión muy intensa por proximidad al muro (~30 m) y patrones cuasi-estacionarios por interferencia. Fuerte dependencia de marea y fase.	H_{m0} normalmente $<$ G3 por disipación, con picos locales por interferencia incidente-reflejada. Alta dispersión entre realizaciones; infragravedad más dominante y gran sensibilidad a la posición del sensor.

Tabla 7: Fenómenos físicos esperados para los puntos de control FS del modelo Boussinesq.

- De G1 $\rightarrow$ G2: asomeramiento dominante, crecimiento gradual de H_{m0} .
- G3: transición crítica (rotura + reflexión); mayor complejidad y dispersión.
- G4: régimen post-rotura con fuerte control del muro; H_{m0} típico menor que en G3, pero con picos por interferencia.

Con esta selección 2DV alineada con los sensores, reducimos tiempo de cómputo sin perder la comparación directa con el laboratorio. Más adelante, si fuese necesario capturar difracción/refracción en planta o patrones espaciales del campo cercano, podremos complementar con casos 2DH puntuales (menos estados, más horas) sobre los escenarios más representativos.

¿Qué se esperaría ver en los puntos de control de rebase, Q?:

En términos cualitativos, el rebase esperado varía con la geometría local: entre Q5–Q8 las isóbatas profundas se adosan al muro, formando una especie de “canal” que concentra energía y favorece mayor run-up y rebase; en cambio, frente a Q1–Q4 las isóbatas se separan del paramento y la concentración disminuye. Así, para 323° anticipamos rebase mayor entre Q6–Q9 y menor entre Q1–Q5 (con matices por la batimetría local de Q5 y la saliente en Q9). Para 349° el máximo probable se concentra en Q5–Q8 (Q4 intermedio; Q1–Q3 bajos). El Q9 es un caso especial: su posición cercana al borde del dominio y la saliente del Malecón pueden converger oleaje, pero en 349° el perfil 2DV no puede alinearse plenamente (se toma cuasi vertical), por lo que la incertidumbre es mayor (ver: Ilustración 44).

Punto Q	323°	349°	Motivo breve
Q1	Bajo	Bajo	Isóbatas separadas del muro; poca concentración.
Q2	Bajo	Bajo–Medio	Ligera cercanía batimétrica, aún sin canal claro.
Q3	Bajo	Bajo–Medio	Transición; algo más de energía con 349°.
Q4	Bajo–Medio	Medio	Geometría intermedia; más sensible a 349°.
Q5	Medio	Alto	Inicio del “canal” adosado; inicio de canal adosado.
Q6	Alto	Alto	Zona canalizada; alta reflexión/run-up.
Q7	Alto	Alto	Máxima concentración por isóbatas adosadas.
Q8	Alto	Alto	Aún canalizado; elevada energía incidente+reflejada.
Q9	Medio–Alto*	Medio–Alto*	Saliente + borde de dominio → convergencia; en 349° perfil cuasi vertical (↑incertidumbre).

Tabla 8: Tabla cualitativa de los resultados esperados para el rebase por punto de control y dirección del oleaje incidente.

* **Q9 especial:** mayor incertidumbre (borde de malla y restricción de orientación 2DV); posibles efectos de convergencia local.

4.4.3. Resultados y posprocesado.

La matriz de la Ilustración 45, muestra una organización coherente por direcciones (349° abajo, 323° arriba) y por grupos de profundidad. En los sensores a 50 m (G1: FS1/FS3/FS4) se observan los valores más altos y estables, con poca dispersión entre sensores dentro de un mismo caso; por ejemplo, los máximos de la serie aparecen en IW12 (349°) y IW26–IW22 (323°), con $H_{m0} \sim 8.5\text{--}9.5$ m en las celdas de 50 m. Hacia la costa, el decaimiento 50→2 m es claro, pero no monótono: en 20–10 m (G2–G3: FS6/FS7 y FS9–FS10–FS12–FS13) aparecen picos locales y mayor variabilidad, compatibles con

asomeramiento + inicio de rotura + interferencia incidente–reflejada. En 2m (G4:FS8/FS11/FS14) dominan condiciones post-rotura, con H_{m0} típicamente 3–5 m en los estados severos y mayor sensibilidad a la posición exacta del sensor y a la fase.

Por familias de casos, la magnitud crece de los casos de ola mínima a máxima tanto en 349° como en 323°, y el aumento del nivel de marea suele asociarse a mayor H_{m0} en los puntos intermedios (20–10 m), consistente con menor disipación previa y mayor penetración de energía. En 349° se aprecia esta transición, por ejemplo, entre IW01/05 → IW09/13, y en 323° entre IW14/18 → IW22/26. Asimismo, destacan contrastes entre perfiles: para 323°, los sensores FS9–FS10–FS11 y FS12–FS13–FS14 muestran valores altos y homogéneos en los estados más energéticos, mientras que en 349° los picos se concentran en FS3–FS4 y FS6–FS7, con un descenso más marcado en FS8.

Nota de calidad (marea): Se detectó un error de interfaz al incorporar la marea que afecta cualquier estado de mar: cuanto mayor es el nivel, mayor es el sesgo en los resultados, y aplica a ambas direcciones (349° y 323°). Por tiempo, la corrección solo se aplicó a los 14 primeros casos (IW01–IW14); por tanto, los IW15–IW26 deben considerarse provisionales en lo referente a H_{m0} bajo marea, con riesgo de sobreestimación creciente especialmente en $NM = 1.97\text{--}2.30$ m. Este problema es del software/interfaz, no del montaje. En las comparaciones cuantitativas con el laboratorio se marcarán, atenuarán o excluirán estos casos según corresponda, y se indicará explícitamente en las métricas agregadas.

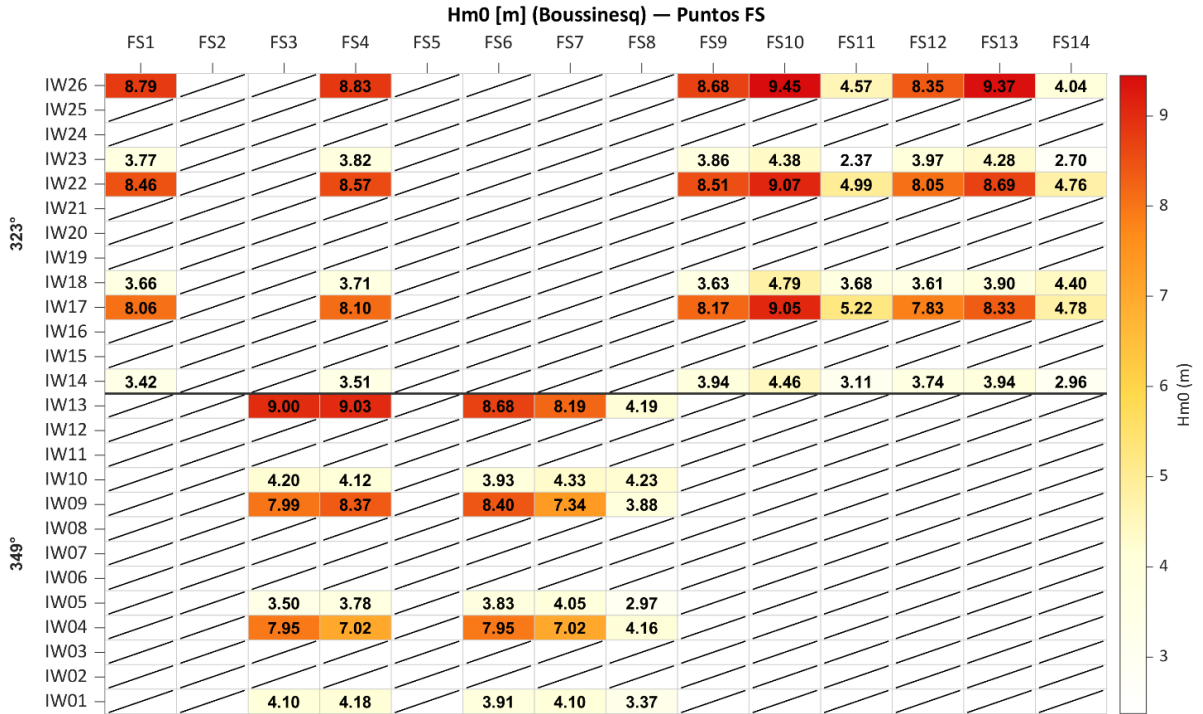


Ilustración 45: Resultados de altura de ola H_{m0} para los puntos de control de FS.

La matriz de la Ilustración 46, muestra los caudales obtenidos, donde se aprecia un patrón claro: el caudal crece con el estado de mar y es mucho mayor en los tramos

cercanos al “canal” (Q5–Q8), tal como se esperaba. Para 323° los picos se concentran en Q6–Q9 (destacan IW22–IW26), y para 349° aparecen máximos en Q5–Q8 y Q9 (IW09–IW13). Los casos suaves (IW01–IW06) muestran valores bajos o casi nulos, y sólo hay negativos aislados (reflujo neto puntual) que no cambian la lectura global.

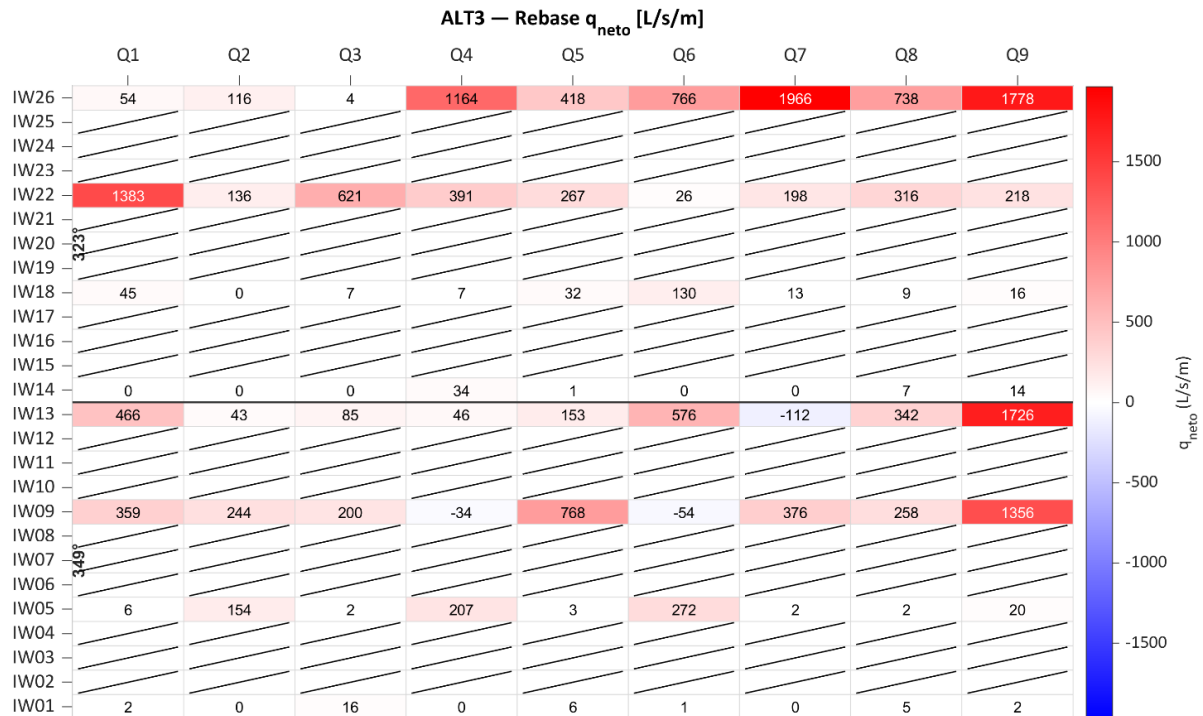


Ilustración 46: Matriz de caudales de rebase obtenidos para puntos de control Q.

Cada celda proviene de una simulación independiente 2DV (propagación + run-up + rebase), que puede tardar minutos a horas; por tiempo, la calibración fina (rotura/roller, esponjas, Δt) se aplicó caso a caso, pero no a todos los estados de marea alta. Además, existe un sesgo del software al incorporar marea (mayor NM $\Rightarrow$ mayor error) que no se alcanzó a corregir en todos los casos; por ello, algunos valores altos de los bloques de NM=1.97–2.30 m deben tomarse con cautela. Detallaremos estas discrepancias y su impacto en la comparación con el laboratorio en la sección siguiente.

4.4.4. Comparación H_{m0} Boussinesq vs H_{m0} Laboratorio.

La Ilustración 47 evidencia un patrón general es de sesgo positivo (rojos): en los puntos más externos (≈ 50 m) el modelo sobreestima H_{m0} respecto al laboratorio. La causa principal no es la posición exacta de los sensores ni un espectro sintético “más energético”, sino la reflexión en el muro dentro de un montaje 2DV. En 2DV, la onda reflejada vuelve colineal con la incidente y genera un campo cuasi estacionario con antinodos y nodos bien definidos a lo largo del perfil; esa coherencia direccional (sin dispersión lateral) eleva H_{m0} en ciertas posiciones mar adentro. En el laboratorio 3D, en cambio, la dispersión direccional y las variaciones en planta atenúan la formación de patrones estacionarios tan marcados, de modo que la contribución reflejada es menor y el H_{m0} observado resulta más bajo en esos puntos. Esta diferencia de coherencia de la

reflexión entre el canal 2DV y el ensayo 3D explica la sobrestimación en G1–G2 (y parte de G3) sin necesidad de invocar otros factores (Ilustración 48).

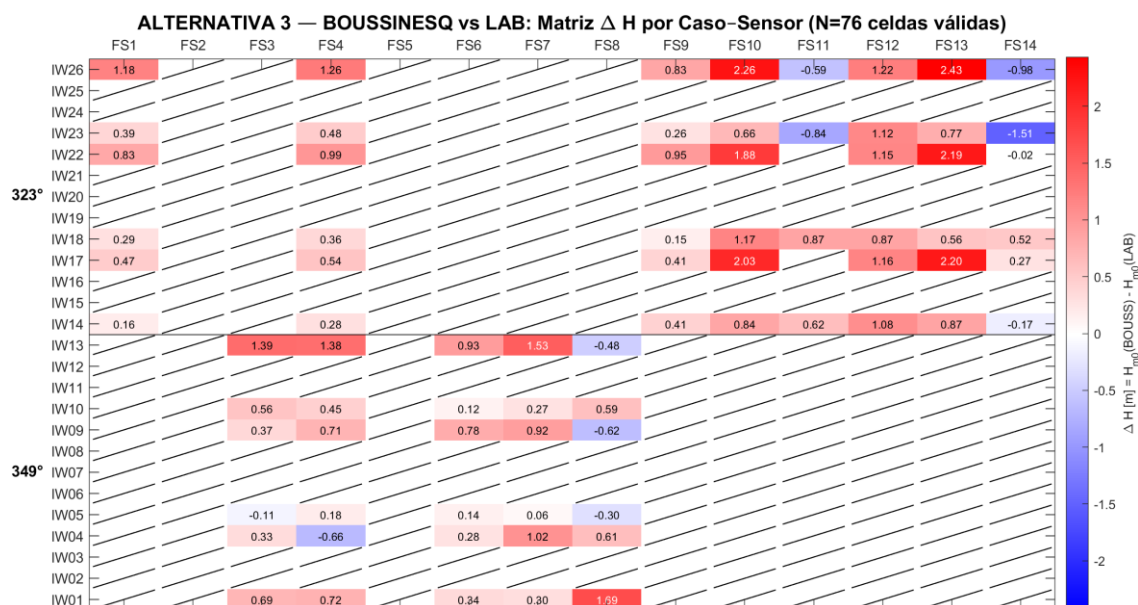


Ilustración 47: Matriz de comparación H_{m0} Boussinesq vs H_{m0} LAB para FS.

La Ilustración 48, muestra que en los grupos intermedios G2 y G3 (20–10 m), las diferencias crecen y son más asimétricas entre sensores del mismo caso (cambios de signo incluidos). Es esperable: aquí se sitúa la transición a la rotura y la interferencia incidente-reflejada es fuerte; pequeños cambios en parámetros de rotura/roller, $\Delta t/\Delta x$ o posición desplazan el umbral de rompimiento y alteran H_{m0} . En los más someros (2 m) la congruencia mejora: el campo es post-rotura (bores/swash) y, aunque persisten sesgos, el modelo capta mejor la física dominante.

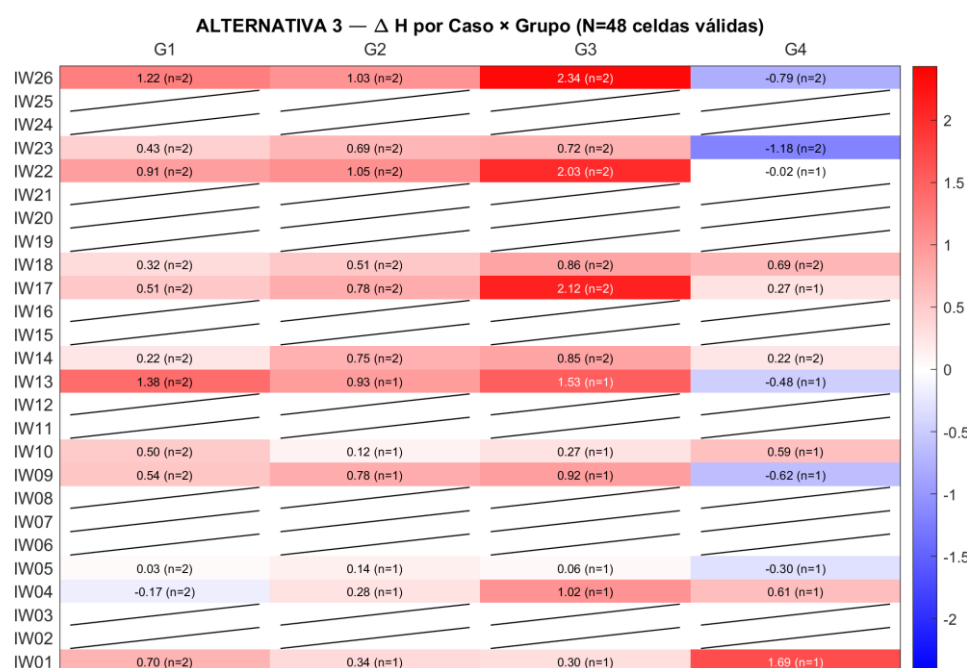


Ilustración 48: Matriz de diferencias por grupo de sensores.

En el conjunto IW01–IW26 la correlación modelo–laboratorio es globalmente consistente; no obstante, se aprecia un sesgo creciente a medida que aumentan el nivel de marea y la severidad del estado. La comparación se ha realizado con un protocolo homogéneo (preprocesado temporal y criterios de lectura comunes) y posicionamiento relativo consistente de los puntos por perfil. La lectura de resultados se centra en patrones espaciales por dirección y en tendencias por tramo, manteniendo la comparabilidad entre casos sin entrar en ajustes puntuales caso a caso.

4.4.5. Comparación del caudal de rebase $Q_{\text{Boussinesq}} - Q_{\text{Lab.}}$

La matriz de comparación de caudales de rebase (Ilustración 49), mejora claramente frente a las otras alternativas: el sesgo se concentra donde esperábamos (zona “canal” Q5–Q8 y Q9) y es menor en Q1–Q3. En 323° el patrón es más limpio; en 349° persisten picos en Q5–Q8 y en Q9 (punto crítico por geometría y orientación 2DV), que exigen cautela. En casos de menor H_s y marea baja el ajuste es fino y estable. Donde quedan diferencias grandes, pesa que cada celda es una simulación 2DV independiente (minutos–horas) y que la calibración fina no pudo completarse en todos los casos de marea alta; además, el sesgo del software al introducir marea no se corrigió para toda la serie, de ahí algunos rojos/azules residuales.

La mejora global se explica porque el Boussinesq resuelve la fase: capta reflexión parcial/total, surf-beat/infragravedad e interferencias constructivas/destructivas que modulan el caudal medio, algo fuera de alcance en los espectrales. Donde aún se excede, suele indicar entrada demasiado energética o disipación insuficiente en la rotura (roller) y la ausencia de pérdidas laterales que existirían en 2DH.

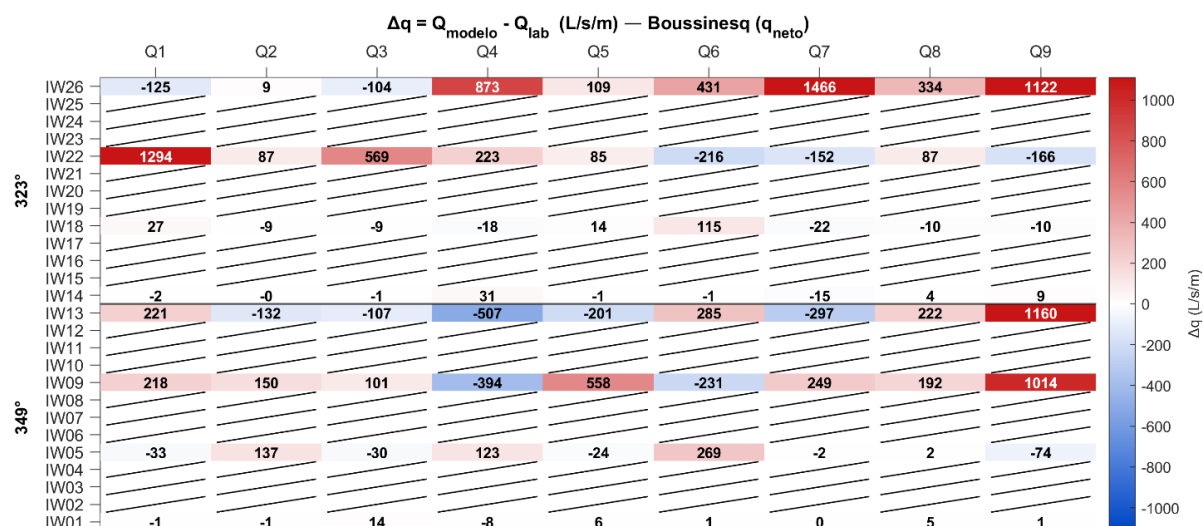


Ilustración 49: Matriz de comparación de caudales de rebase.

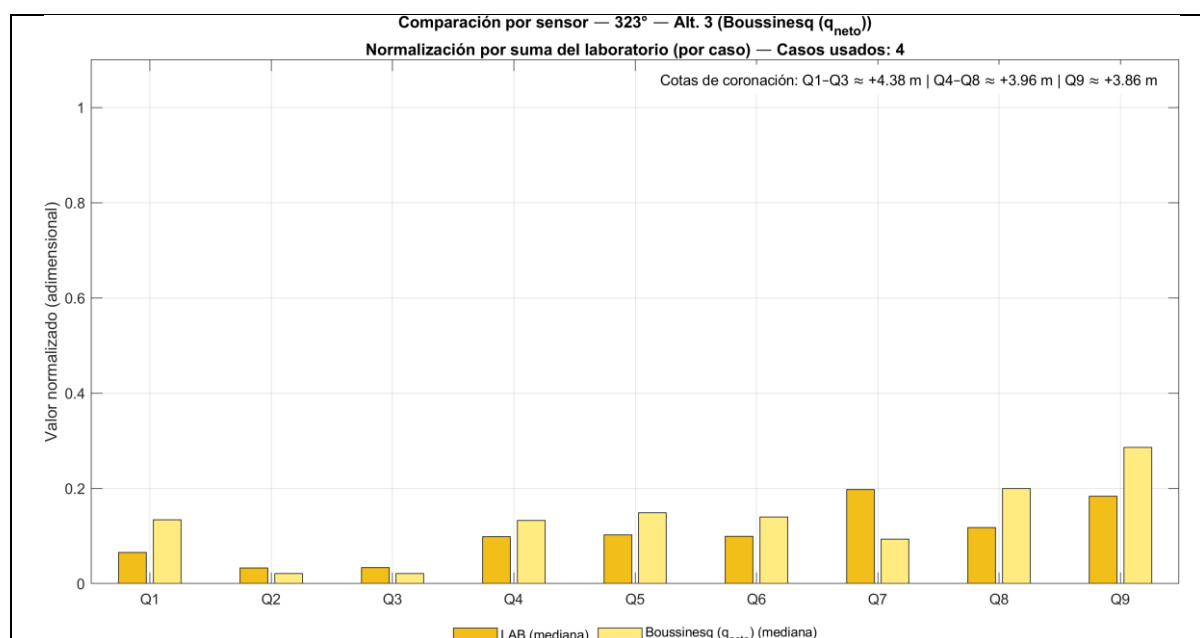
Las siguientes gráficas (Ilustración 50) muestran para:

323° - Altísima concordancia.

El modelo reproduce muy bien el orden relativo Q1→Q9 y la magnitud normalizada de los caudales. Las mayores fracciones se concentran, como en el laboratorio, hacia Q6–Q9 (coherente con la menor cota de coronación en Q9 ≈ +3.86 m y el “canal” batimétrico). La única asimetría destacable es Q7, donde el modelo queda por debajo del LAB, pero sin alterar el patrón global. Con 4 casos la dispersión es baja y la lectura es consistente.

349° - Buen patrón, pero con un bache en Q4.

Se mantiene la tendencia esperada: pesos pequeños en Q1–Q3 (corona más alta, +4.38 m), mayor contribución en Q5–Q8 (corona +3.96 m) y subida en Q9 (corona +3.86 m). La discrepancia más marcada es Q4, donde el modelo apenas registra rebase mientras el LAB sí asigna una fracción relevante; el resto de los sensores muestran diferencias moderadas y claramente menores que en las alternativas espectrales.



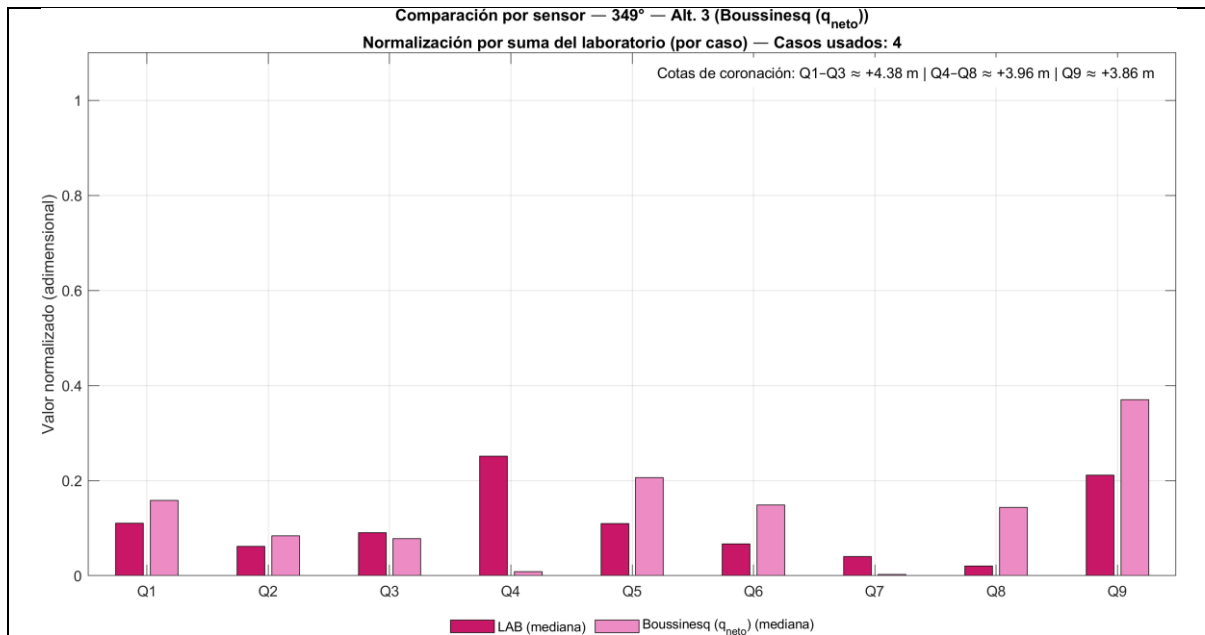


Ilustración 50: LAB vs MODELO_{alt.3} por sensor (Q1–Q9) — Mediana normalizada (suma del laboratorio) - 323° y 349°.

El siguiente gráfico (Ilustración 51), resume bien el comportamiento por dirección usando los casos más y menos energéticos. En 323° las curvas del modelo y del laboratorio mantienen alta concordancia en forma y orden relativo: los pesos crecen hacia Q6-Q9, consistente con la menor coronación en Q9 $\approx$ +3.86 m y el “canal” batimétrico, con una subestimación puntual en Q7. En 349° la forma general también se conserva (mínimos en Q1–Q3 con coronación +4.38 m y alza hacia Q5-Q9, coronación +3.96/3.86 m), pero aparece una asimetría marcada en Q4: el modelo prácticamente no rebasa donde el laboratorio muestra un máximo local. Ese cambio de signo sugiere un caso particular sensible a la posición/orientación del corte 2DV y/o a la parametrización de rotura, y merece análisis específico.

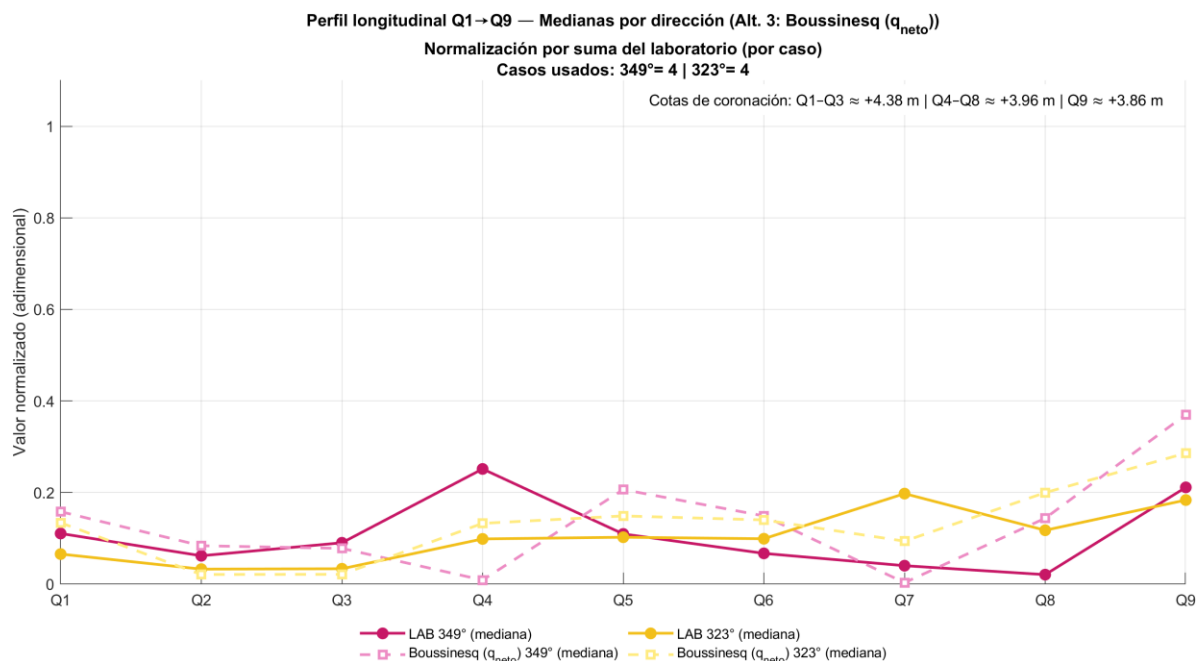


Ilustración 51: LAB vs MODELO_{alt.3} por sensor (Q1–Q9) — Perfil longitudinal normalizado - 323° y 349°.

El enfoque Boussinesq mejora de forma notable la comparación de caudales respecto a las alternativas espectrales: reproduce el patrón espacial (máximos en el tramo canalizado Q5–Q8 y alza en Q9) y reduce las discrepancias en magnitud, especialmente en 323°. Las diferencias residuales se concentran en puntos sensibles (Q4 en 349°, y localmente Q6–Q8 con marea alta), atribuibles a (i) limitaciones 2DV para capturar pérdidas laterales, (ii) ajuste fino de rotura/roller y posición de sondas, y (iii) el sesgo por marea no corregido en todos los casos. Aun así, el modelo capta la física clave (reflexión parcial, surf-beat, interferencias), ofreciendo una base sólida para la lectura cualitativa y una cuantificación razonable del rebase; donde persisten desajustes, estos parecen explicables y acotables con recalibración local y ventanas más largas.

5. Análisis de resultados finales.

Tras comparar las alternativas, la Alternativa 3 (Boussinesq) es la que mejor reproduce la física observada en el laboratorio, tanto en patrón espacial como en magnitud. La mejora es especialmente clara en los caudales de rebase, donde el modelo capta reflexión parcial/total, surf-beat e interferencias constructivas/destructivas y en las zonas someras de FS/H_{m0} , con una correlación sensiblemente superior a las alternativas espectrales. Persisten discrepancias localizadas (por ej., Q4 a 349° y picos en Q6–Q8 con marea alta), pero el comportamiento global es coherente con la dinámica esperada del “canal” adosado y con las variaciones de coronación por tramo.

Estas conclusiones deben leerse junto a tres salvedades metodológicas. Primero, el montaje empleado es 2DV: resuelve muy bien la física vertical/longitudinal y, por ello, rebase; sin embargo, no representa procesos en planta (difracción/refracción lateral) que pueden influir en FS/H_{m0} de los puntos más alejados del muro. Segundo, se detectó un sesgo del software al incorporar marea que sólo se corrigió plenamente en los primeros 14 casos; los estados con $WL=1.97\text{--}2.30\text{m}$ no recalibrados deben considerarse provisionales. Tercero, cada celda de rebase procede de una simulación independiente y no todos los casos de marea alta dispusieron de calibración fina, ni de ventanas muy largas, lo que explica parte de la dispersión residual. Aun así, el conjunto de evidencias muestra que Boussinesq representa mejor la física clave que las alternativas comparadas.

Con este contexto, a continuación, se presenta una lista de verificación de las hipótesis formuladas en el Montaje numérico de la Alternativa 3: (i) cumplimiento por grupos de profundidad (G1–G4) para FS/H_{m0} , y (ii) cumplimiento punto a punto (Q1–Q9) del patrón cualitativo de rebase por dirección. En ambas tablas se indica Sí/Parcial/No y una justificación breve; los casos bajo marea alta no corregida quedan identificados en la discusión correspondiente:

H_{m0} en función de FS :

Grupo (prof.)	Qué esperar físicamente	Implicación esperada (FS/H_{m0})	¿Se cumplió en ALT. 3?	Comentario breve (observado)
G1 (50 m)	Asomeramiento leve; lejos del muro; mínima reflexión; posible eco generador/esponja	$H_{m0} \approx LAB$; señal “limpia” (poca infragravedad)	Sí	Buen acuerdo general; sesgo ligeramente positivo en algunos casos por espectro más energético y desfase espacial (ubicación 2DV). Con marea alta aumenta el sesgo.
G2 (20 m)	Asomeramiento claro; usualmente sin rotura; reflexión crece con marea alta	$H_{m0} > G1$; modulación incidente–reflejada más marcada con NM alto	Parcial	Tendencia global correcta, pero diferencias mayores y asimétricas entre sensores (zona de transición). NM alto intensifica el sesgo (y el

				problema de marea no corregido en todos los casos).
G3 (10 m)	Umbral de rotura; alta no linealidad; reflexión marcada; posible surf-beat	H_{m0} muy variable: cae por disipación y presenta picos locales por interferencia	Parcial	Variabilidad y picos locales bien captados; FS10 (~100 m) más sensible que FS7/FS13 (~160 m) como se esperaba. Persisten sesgos cuando falta recalibración de rotura/posición y con NM alto.
G4 (2 m)	Post-rotura (bores/swash); reflexión muy intensa; fuerte dependencia de fase	$H_{m0} < G3$, con picos por interferencia; alta dispersión entre realizaciones	Sí	Congruencia mejor que en G2–G3: el régimen post-rotura está bien representada. Se observan picos locales y sensibilidad a la posición del sensor, pero el nivel de H_{m0} es coherente con LAB.

Rebase en función de Q:

Punto Q	323° (esperado)	¿Se cumplió? 323°	349° (esperado)	¿Se cumplió? 349°	Motivo breve
Q1	Bajo	Sí	Bajo	Sí	Isóbatas separadas del muro; poca concentración.
Q2	Bajo	Sí	Bajo–Medio	Sí	Ligera cercanía batimétrica, aún sin canal claro.
Q3	Bajo	Sí	Bajo–Medio	Sí	Transición; algo más de energía con 349°.
Q4	Bajo–Medio	Sí (intermedio)	Medio	No (modelo casi 0)	Geometría intermedia; más sensible a 349°.
Q5	Medio	Sí	Alto	Sí (alto, con sobreestimación)	Inicio del “canal” adosado.
Q6	Alto	Sí (alto, leve sesgo +)	Alto	Sí (alto, sesgo +/- según caso)	Zona canalizada; alta reflexión/run-up.
Q7	Alto	Parcial (subestima)	Alto	Parcial (patrón ok, magnitud no siempre alta)	Máxima concentración por isóbatas adosadas.
Q8	Alto	Sí	Alto	Sí	Aún canalizado; energía incidente+reflejada elevada.
Q9	Medio–Alto*	Sí (incertidumbre alta)	Medio–Alto*	Sí (incertidumbre alta)	Saliente + borde de dominio; en 349° el corte 2DV es cuasi vertical.

6. Conclusiones y lecciones aprendidas.

La presente investigación comparó distintos enfoques de modelado del oleaje (espectrales y de fase-resuelta) para evaluar el rebase del oleaje sobre el Malecón, contrastando las predicciones numéricas con resultados de ensayos físicos (CCOB). A partir de estos análisis, se extraen varias conclusiones generales y específicas que se presentan a continuación, seguidas de las lecciones metodológicas aprendidas, recomendaciones de diseño y propuestas de trabajo futuro.

En primer lugar, ningún modelo “funciona mal” por definición: cada herramienta responde a un marco físico y a un propósito concreto. Al confrontar las simulaciones con los ensayos, se identificó que la Alternativa 3 (modelo Boussinesq en 2DV) fue la que mejor reprodujo la física relevante cerca del muro (reflexión, rotura, run-up y rebase) y ofreció la correlación espacial más alta de los caudales entre las estaciones Q1–Q9, especialmente bajo oleaje incidente de 323°. Por su parte, las alternativas espectrales (MOPLA/OLUCA-COPLA y SWAN, acopladas a la fórmula de Eurotop para el cálculo de rebase) demostraron su solidez en dominios extensos y para estimar variables integradas del oleaje. No obstante, al no reconstruir la fase de las olas, estos enfoques requieren fórmulas empíricas externas (por ej., Eurotop) para predecir el caudal de rebase y tienden a sobrestimar los valores si se utiliza la altura de ola previa a la rotura como condición al pie del muro. En suma, elegir el modelo adecuado a la pregunta de ingeniería resulta más determinante que intentar “forzar” un único modelo fuera de su rango de aplicabilidad.

Consideraciones sobre FS/H_{m0} y modelos 2DV vs 2DH:

Un aspecto metodológico importante fue la comparación entre el parámetro FS/H_{m0} (relacionado con el campo libre del oleaje) y el rebase medido junto al muro. El montaje 2DV empleado resolvió con solvencia los procesos verticales fundamentales (rotura del oleaje, run-up, espesor de lámina sobre la coronación) y, por tanto, proporcionó buenas estimaciones del caudal de rebase. En cambio, en el análisis del parámetro FS/H_{m0} a distancias medias y grandes del muro, parte del sesgo observado podría originarse en procesos horizontales en planta (difracción y refracción laterales) que un modelo 2DV no representa. De este modo, una conclusión clave es que, para una comparación realmente justa de FS/H_{m0} entre alternativas, se recomienda emplear modelos 2DH (bidimensionales en planta) al menos en casos representativos; mientras que, para estimar rebase local, un modelo 2DV resulta eficaz y eficiente. Este equilibrio entre usar 2DV o 2DH según el propósito es, probablemente, una de las decisiones metodológicas más importantes de cara a futuros trabajos.

Hallazgos específicos del caso del Malecón:

En cuanto al caso específico del Malecón, la distribución espacial de los caudales máximos de rebase simulados a lo largo del muro reflejó claramente la influencia de la

batimetría local. Las secciones Q5–Q8 (ubicadas en la zona central del Malecón) registraron los caudales más elevados, lo que confirma la existencia de un “canal” batimétrico adosado al paramento. La sección Q9, situada hacia uno de los extremos, también mantuvo caudales altos, aunque con mayor incertidumbre debido a su geometría singular y a la proximidad al borde del dominio de simulación. Por su parte, las secciones Q1–Q3 (hacia el extremo opuesto) mostraron caudales muy bajos en todos los casos, corroborando que la zona central concentra la mayor severidad del rebase.

Por otro lado, en las simulaciones de campo libre se observó un gradiente claro del parámetro FS/H_{m_0} desde ~50 m mar adentro hasta ~2 m frente al muro, aunque no de forma monótona: la franja entre 20 y 10 m concentró la mayor complejidad de procesos (umbral de rotura, interferencia entre olas incidentes y reflejadas, y componentes infragravitarias tipo *surf-beat*). El modelo Boussinesq (Alternativa 3) reprodujo de forma consistente esta física en las proximidades del paramento y, donde aparecieron desviaciones, estas se asociaron a (i) una parametrización de rotura/roller no afinada caso a caso en todos los estados, (ii) la limitación 2DV para representar pérdidas laterales de energía (especialmente con oleaje de 349°), y (iii) un ligero sesgo en la incorporación del nivel de marea en algunas series. Aun así, la mejora frente a las alternativas espectrales fue sustantiva, tanto en la magnitud del rebase, como sobre todo, en la reproducción del patrón espacial a lo largo del muro.

Conclusiones específicas por alternativa:

En vista de los resultados obtenidos, se resumen a continuación las conclusiones particulares referentes a cada alternativa de modelado evaluada:

Alternativa 1 (MOPLA/OLUCA-COPLA + Eurotop): útil para primeras aproximaciones y para identificar tendencias generales, pero tiende a sobrestimar el rebase cuando la altura de ola de entrada se toma en la zona de pre-rompiente, y se traslada directamente al pie del paramento sin ajustar el franco bordo. Esta alternativa logra reproducir el orden cualitativo de los caudales entre distintas secciones en algunos casos, pero no acierta en la magnitud absoluta de dichos caudales.

Alternativa 2 (SWAN + Eurotop): ofrece mayor robustez y coherencia que la Alternativa 1, aunque mantiene un sesgo sistemático similar por la misma razón física (usar la ola antes de la rotura como condición en la base del muro). Se observaron discrepancias localizadas con respecto a los datos experimentales en ciertos puntos (por ejemplo, en Q6–Q8 para oleaje de 323°, y en Q4 para 349°). Es una herramienta valiosa como marco espectral general y para definir condiciones de contorno de oleaje, pero sus estimaciones de rebase requieren complementarse con enfoques de fase-resuelta o ajustes empíricos para lograr mayor precisión local.

Alternativa 3 (modelo Boussinesq 2DV): fue la de mejor desempeño global en la estimación del rebase y también proporcionó una representación realista de la evolución

del oleaje en la zona somera. Este modelo reprodujo con mayor fidelidad fenómenos como la reflexión (parcial y total), las interferencias entre olas y la generación de componentes de infragravedad, capturando así la física esencial del problema. Donde sus resultados se apartaron de los ensayos, la causa pudo atribuirse a limitaciones metodológicas (la simplificación 2DV frente a procesos tridimensionales en planta) o a una calibración no totalmente homogénea entre todos los casos (diferencias en los parámetros de rotura o en la consideración de la marea). En conjunto, esta alternativa mostró ser la más adecuada para representar el fenómeno de rebase en las condiciones estudiadas.

Lecciones metodológicas y buenas prácticas de modelado:

A lo largo del desarrollo de este trabajo se aprendieron diversas lecciones metodológicas aplicables a futuros estudios de modelación del oleaje y rebase. Entre las principales consideraciones y buenas prácticas, se destacan las siguientes:

Definir claramente el objetivo antes de modelar: Preguntarse “¿qué fenómeno quiero representar?” determinará el tipo de modelo a utilizar, la dimensión espacial apropiada (2DV vs 2DH), la resolución de la malla y las métricas que se deben extraer. Sin una definición precisa del objetivo, es fácil malgastar tiempo intentando ajustar un modelo sin llegar a resultados concluyentes.

Contar con datos topo-batimétricos de alta calidad: Curar, filtrar y comprender bien la batimetría resulta tan importante como la elección del modelo numérico. Es fundamental disponer de una densidad de puntos suficiente, eliminar artefactos en los datos, definir correctamente la línea de costa y asegurar la consistencia de los datums (referencias de nivel). Si se trabaja con modelos a escala reducida, se debe aplicar correctamente la escala de Froude y cotejar las cotas medidas con las registradas por los sensores en el modelo físico.

Ajustar correctamente las condiciones de borde y el tamaño del dominio: Se debe proveer suficiente distancia de amortiguamiento por el lado de barlovento (mar adentro) y usar capas absorbentes amplias para evitar reflexiones no deseadas o inestabilidades numéricas cuando se simulan oleajes fuertes. Es recomendable, además, introducir las olas de forma gradual (mediante una rampa de inicio) y alinear el perfil batimétrico con la dirección de llegada del oleaje. Estos detalles de configuración permiten que la simulación sea más estable y realista.

Aplicar criterios numéricos estrictos y simular series largas: Mantener el número de Courant (CFL) en un rango aproximadamente entre 0.10 y 0.25, utilizar al menos 15–30 puntos de malla por longitud de ola, y simular un mínimo del orden de 500–600 olas por estado de mar son medidas que ayudan a estabilizar las estadísticas de rebase y a obtener resultados convergentes. Asimismo, documentar la semilla aleatoria y el

espectro de oleaje empleado en cada simulación garantiza la reproducibilidad de los resultados.

Realizar calibración cuidadosa y control de calidad permanente: Es importante afinar los parámetros relacionados con la rotura y el roller de las olas, así como los coeficientes de rugosidad/fricción de las superficies, para asegurar que el modelo represente correctamente la disipación de energía. Del mismo modo, se debe verificar la independencia de los resultados frente a la discretización numérica (ej., probar que reducciones en Δx , Δt , extensión del dominio o ajustes en las condiciones de frontera no alteren significativamente los resultados). También se aconseja vigilar el balance de masa en el dominio y comprobar que las capas esponja estén absorbiendo la energía sin generar reflexiones espurias. Todas las decisiones de calibración y ajustes deben quedar registradas para asegurar la trazabilidad de cada simulación.

Gestionar la incertidumbre y documentar las limitaciones: En estudios complejos siempre habrá fuentes de incertidumbre; por ello, conviene explicitar las limitaciones del modelo empleado. En este caso, por ejemplo, se señaló la imposibilidad del modelo 2DV de representar procesos en planta al analizar FS/H_{m0} , y se identificaron los casos en que los resultados fueron provisionales debido a un sesgo de marea no corregido a tiempo. Del mismo modo, es útil reportar la sensibilidad del caudal medio de rebase ($\bar{q}$) a variaciones en ciertos parámetros (ej. los coeficientes de rotura) y a la duración de la simulación, para dar una idea del grado de confianza en los resultados. Este manejo explícito de la incertidumbre permite contextualizar las predicciones y tomar decisiones de diseño con un margen de seguridad adecuado.

Recomendaciones de diseño para el Malecón:

Los resultados de este estudio confirman la ocurrencia de rebases elevados y persistentes en el Malecón bajo las condiciones de oleaje analizadas. En consecuencia, a nivel conceptual se proponen algunas medidas de mitigación que podrían considerarse en el diseño o remodelación de la estructura costera:

- Elevar y homogeneizar la cota de coronación: Incrementar la altura de la coronación del muro y eliminar las irregularidades o puntos bajos. Las discontinuidades en la elevación de la coronación se asociaron a focos localizados de sobrepasos más intensos, por lo que un parapeto más alto y uniforme reduciría el volumen de agua rebasada.
- Mejorar el drenaje y la evacuación de agua tierra adentro: Implementar una red eficiente de desagües en el paseo adyacente, de modo que el agua que sobrepase el muro pueda evacuarse rápidamente y no se acumule. Adicionalmente, podrían evaluarse soluciones como paramentos parcialmente permeables o la incorporación de galerías de alivio dentro del propio malecón, que permitan disipar o drenar parte del flujo rebasante antes de que alcance la zona peatonal.

- Reforzar el pie del muro y redirigir el chorro de rebase hacia el mar: Proteger la base de la estructura (mediante escollera u otros elementos) para prevenir socavaciones causadas por el impacto de las olas. En la coronación, considerar la construcción de un reborde curvo o la instalación de un parapeto deflector que redirija el chorro de agua rebasante de vuelta hacia el mar, disminuyendo así el alcance y los daños tierra adentro.
- Incorporar elementos disipadores en la zona central crítica: Dada la especial vulnerabilidad de la sección central del Malecón (secciones Q5–Q8) por la presencia del canal batimétrico, se recomienda estudiar la colocación de elementos disipadores de energía en el frente marítimo. Esto podría incluir arrecifes artificiales sumergidos, bermas u otras estructuras que induzcan la rotura anticipada de las olas antes de que impacten directamente en el muro, reduciendo significativamente la energía del oleaje incidente.
- Validación con modelado complementario: Cualquier medida de intervención propuesta debería ser evaluada con modelos numéricos fase-resueltos enfocados en la zona crítica para predecir con detalle su efecto en el rebase. Paralelamente, sería conveniente realizar un contra-chequeo con modelos espectrales o fórmulas tipo Eurotop a escala global, para asegurar que la solución propuesta también resulte efectiva bajo un espectro más amplio de condiciones de oleaje y a largo plazo.

Limitaciones del estudio y trabajo futuro:

Este TFM empleó principalmente simulaciones 2DV por eficiencia computacional. Como siguiente paso, para reducir la brecha en algunos resultados de FS/H_{m_0} , se propone un conjunto acotado de simulaciones 2DH en casos representativos: oleajes de 323° y 349° en marea baja y pleamar, focalizados en perfiles conflictivos (por ej., Q4 con 349°).

Debe completarse el ajuste del nivel de marea en IW15–IW26, homogeneizar la calibración de rotura/roller en todas las series y, en los estados más severos, prolongar las simulaciones para robustecer las estadísticas.

Como mejora adicional, conviene incorporar pérdidas laterales efectivas en 2DV (factores que emulen difracción/dispersión direccional) y evaluar el efecto de detalles geométricos del prototipo, voladizos, rugosidad del paramento, salientes, sobre la formación y el alcance del chorro rebasante. Estos refinamientos aumentarían la fidelidad del modelo y acercarían aún más las predicciones a lo observado.

Referencias.

- Córdova de Horta, D., Córdova López, L., Rico, D. P., & Pardo, M. A. (2024). Estimation of Wave Overtopping Using Integrated Delft3d and Xbeach Nh Numerical Models: Case Study of the Malecón, Havana, Cuba.
- Córdova L., L. F., Buccino, M., Torres H., R., Salerno, D., Pugliese C., E., Capobianco, A., & Ponce P., M. (2016). *Análisis de los resultados de los estudio mediante modelación física del rebase del oleaje, presiones sobre los muros costeros y estabilidad de los elementos que componen las bermas y rompeolas*. La Habana, Cuba.: Centro de Investigaciones Hidráulicas.
- Di Leo, A., Dentale, F., Buccino, M., TuoZZo, S., & Pugliese Carratelli, E. (2022). Numerical analysis of wind effect on wave overtopping on a vertical seawall. *Water*, 14(23), 3891.
- Fernández González, Y. (2018). Evaluación de diferentes alternativas de protección contra inundaciones costeras en el Malecón Tradicional de la Habana, Cuba. La Habana.
- GIOC–Universidad de Cantabria. (2015). *Manual de referencia de Copla-MC/SP 3.0*. Universidad de Cantabria. Santander: Universidad de Cantabria.
- GIOC–Universidad de Cantabria. (2021). *Manual del usuario de MOPLA 3.0*. Santander: Universidad de Cantabria.
- La Gasse, L. C., Van Rooji, M. S., Smits, B. P., Ton, A. M., & Velhorst, R. C. (2015). Coastal protection Malecón seawall.
- Lopez, L. F., Salerno, D., Dentale, F., Capobianco, A., & Buccino, M. (2016). Wave overtopping at Malecón tradicional, La Habana, Cuba. *Coastal Engineering Proceedings*, 24.
- Nwogu, O. (1993). Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation. *Journal of waterway, port, coastal, and ocean engineering*, 119(6), 618-638.
- Quintana Salinas, D. A. (Junio de 2014). Diseño de rompeolas para la protección contra las penetraciones del mar en el Malecón Tradicional. La Habana. Cuba.
- The SWAN Team. (2024). *SWAN User Manual (Cycle III, version 41.51)*. Delft University of Technology.
- Van der Meer, J. W. (2018). *EurOtop: Manual on wave overtopping of sea defences and related structures*. An overtopping manual largely based on European research, but for worldwide application (2nd ed.).

- Walkley, M. &. (1999). A finite element method for the one-dimensional extended Boussinesq equations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 29(2), 143–167.
- Walkley, M. A. (1999). A numerical method for extended Boussinesq shallow-water wave equations. *Doctoral dissertation, University of Leeds*. White Rose eTheses.