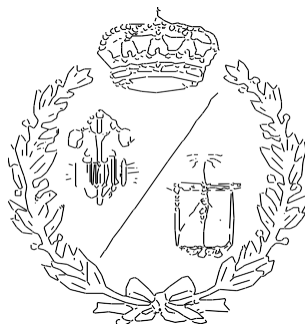


**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN**

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



Trabajo Fin de Grado

**ANÁLISIS DE ENGRANAJES
ULTRALIGEROS EN LA TRANSMISIÓN DE
MOTORES ELÉCTRICOS DE ALTA
VELOCIDAD**

**Analysis of Ultralight Gears in the
Transmission of High-Speed Electric
Motors**

Para acceder al Título de

**GRADUADO EN INGENIERÍA EN
TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES**

Autor: Manuel Díaz Rivas

Septiembre – 2025

RESUMEN

Este trabajo se dedica al análisis de los diseños de engranajes empleados en los sistemas de transmisión de vehículos eléctricos con motores de elevadas velocidades de giro, superiores a las actuales. Este incremento en la velocidad angular tiene como objetivo mejorar la densidad de potencia y desarrollar máquinas más compactas y ligeras, sin sacrificar la potencia. Sin embargo, esta evolución tecnológica plantea nuevos desafíos en el diseño de la transmisión, ya que trabajar a altas velocidades de giro impone exigencias mecánicas severas sobre los engranajes, especialmente en lo que respecta a esfuerzos dinámicos, fatiga y estabilidad estructural.

El trabajo consiste en el estudio comparativo de distintos diseños de aligeramiento en los engranajes (como rebajes, agujeros y otros ajustes estructurales, además de diferentes materiales) con el objetivo de encontrar diseños que resistan adecuadamente los esfuerzos estáticos, dinámicos y cíclicos, sin que ello implique un aumento excesivo del coste de fabricación (para mantener la aplicabilidad del diseño en vehículos de producción en serie) ni del peso. Este último punto es especialmente crítico, ya que un sobrepeso en los engranajes podría anular las ventajas logradas al aligerar la máquina eléctrica.

A lo largo del trabajo se presentarán los aspectos técnicos y los cálculos necesarios para evaluar la idoneidad de los diferentes diseños de engranajes, sus planos correspondientes además de la documentación de pliego de condiciones y presupuesto para su fabricación.

ABSTRACT

This project is dedicated to the analysis of gear designs used in the transmission systems of electric vehicles equipped with high-speed electric machines, operating at rotational speeds significantly higher than current standards. This increase in angular velocity aims to improve power density and enable the development of more compact and lightweight machines without compromising power output. However, this technological evolution introduces new challenges in transmission design, as high-speed operation imposes severe mechanical demands on gears, particularly regarding dynamic loads, fatigue, and structural stability.

The study consists of a comparative analysis of different gear lightening designs (such as reliefs, holes, and other structural adjustments, along with different material options) with the goal of identifying designs capable of withstanding static, dynamic, and cyclic loads without causing excessive manufacturing costs (to ensure feasibility for mass production) or added weight. The latter is especially critical, as any excess weight in the gears could offset the benefits gained by lightening the electric machine.

Throughout the project, the technical aspects and calculations required to evaluate the suitability of the different gear designs will be presented, along with detailed drawings and the associated documentation, including technical specifications and a manufacturing cost estimate.

ÍNDICE GENERAL

DOCUMENTO I: MEMORIA

DOCUMENTO II: CÁLCULOS

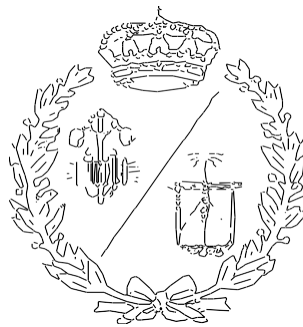
DOCUMENTO III: PLANOS

DOCUMENTO IV: PLIEGO DE CONDICIONES

DOCUMENTO V: PRESUPUESTO

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN**

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



Trabajo Fin de Grado

**ANÁLISIS DE ENGRANAJES ULTRALIGEROS
EN LA TRANSMISIÓN DE MOTORES
ELÉCTRICOS DE ALTA VELOCIDAD**

DOCUMENTO I: MEMORIA

Autor: Manuel Díaz Rivas

Septiembre – 2025

ÍNDICE

1	OBJETO Y ALCANCE DEL PROYECTO.....	12
2	ESTADO DEL ARTE	14
2.1	CONTEXTO POLÍTICO, LEGAL Y SOCIAL.....	14
2.2	ESTRATEGIAS DE DESARROLLO.....	14
2.2.1	Configuraciones mecánicas avanzadas	14
2.2.2	Aumento de la velocidad de giro de la máquina eléctrica	20
2.3	OTROS SECTORES	24
2.4	NUEVAS TENDENCIAS DE DISEÑO.....	27
3	PRESENTACIÓN DE POSIBLES SOLUCIONES.....	29
3.1	POSIBLES CONFIGURACIONES DE TRANSMISIÓN	31
3.2	POSIBLES CONFIGURACIONES DE ENGRANAJES Y DIENTES	36
3.2.1	Etapla planetaria.....	37
3.2.2	Etapla ordinaria helicoidal	39
3.2.3	Conclusión etapas de reducción.....	42
3.2.4	Valores y dimensiones de engranajes y dientes	43
3.2.5	Acoplamiento al eje y diámetro interior.....	48
3.2.6	Modificaciones geométricas del perfil del dentado	52
3.3	POSIBLES GEOMETRÍAS Y MATERIALES DE ENGRANAJES	53
3.4	POSIBLES PROCESOS DE FABRICACIÓN.....	61
4	SOLUCIÓN ADOPTADA	63
4.1	RESUMEN DE RESULTADOS	63
4.1.1	Análisis de tensiones para resistencia a fatiga para vida infinita.....	63
4.1.2	Análisis del peso de las diferentes geometrías	65
4.1.3	Análisis modal.....	67
4.2	COMPARATIVAS	69

4.3	GEOMETRÍA SELECCIONADA.....	73
4.3.1	Resistencia a fatiga para vida infinita de la geometría de aligeramiento seleccionada.....	74
4.3.2	Masa de la geometría de aligeramiento seleccionada	77
4.3.3	Comportamiento modal de la geometría de aligeramiento seleccionada.....	78
4.4	MATERIAL SELECCIONADO.....	79
5	PROCESO DE FABRICACIÓN SELECCIONADO.....	81
5.1	PARA EL PROTOTIPO	81
5.1.1	Engranajes con aligeramientos	82
5.1.2	Resto de engranajes.....	83
5.2	PARA LA FABRICACIÓN EN SERIE	83
5.2.1	Para engranajes con aligeramientos	84
5.2.2	Resto de engranajes.....	85
6	PRESUPUESTO.....	85
7	REFERENCIAS	86

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Transmisiones de múltiples relaciones descritas en Fabricio A. Machado (2021).....	17
Figura 2: Configuraciones de transmisión (2WD y 4WD, con 1 o 2 velocidades) estudiadas en Stefano De Pinto et al. (2020)	19
Figura 3: Gráfica de aumento de la masa de una etapa planetaria frente a la reducción de masa de la máquina eléctrica al aumentar la velocidad de giro máxima de la máquina (D. Schweigert et al. 2020)	22
Figura 4: Comparación del alcance entre aeronaves convencionales y all-electric (Markus Henke et al. 2018)	26
Figura 5: Tren Shinkansen y martín pescador, inspiración biomimética en el diseño aerodinámico	27
Figura 6: Fases de diseño de los engranajes de la transmisión que reconocen múltiples retroalimentaciones e iteraciones	30
Figura 7: Variación de la masa de múltiples arquitecturas de transmisión al aumentar la velocidad de giro de la máquina y la relación de transmisión (D. Schweigert et al. 2020).....	34
Figura 8: Variación del volumen de múltiples arquitecturas de transmisión al aumentar la velocidad de giro de la máquina y la relación de transmisión (D. Schweigert et al. 2020).....	34
Figura 9: Arquitectura PLST (etapa planetaria + etapa ordinaria helicoidal) procedente de D. Schweigert et al. (2024)	36
Figura 10: Backup ratio (Hiremagalur y Ravani 2004).....	50
Figura 11: Variaciones de las tensiones en el pie del diente y el factor geométrico de resistencia a fatiga con el Backup ratio (Hiremagalur y Ravani 2004)	50
Figura 12: Geometría de aligeramiento 1	57
Figura 13: Geometría de aligeramiento 2	58
Figura 14: Geometría de aligeramiento 3	59
Figura 15: Geometría de aligeramiento 4	59

Figura 16: Geometría de aligeramiento 5	60
Figura 17: Geometría de aligeramiento 6	60
Figura 18: Gráfica comparativa de las seis geometrías de aligeramiento en función de los criterios de diseño	71
Figura 19: Gráfica comparativa de las mejores geometrías de aligeramiento en función de los criterios de diseño	71
Figura 20: Gráfico radial comparativo de las mejores geometrías de aligeramiento en función de los criterios de diseño	72
Figura 21: Geometría de aligeramiento 2 seleccionada como óptima	73
Figura 22: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento seleccionada en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo.....	74
Figura 23: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento seleccionada en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo.....	75
Figura 24: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento seleccionada en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 100 MPa aparecen marcadas en rojo.....	75
Figura 25: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento seleccionada en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 100 MPa aparecen marcadas en rojo.....	75

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Valoración de posibles arquitecturas de la transmisión atendiendo a varios criterios	34
Tabla 2: Parámetros y dimensiones de los engranajes de la etapa planetaria	47
Tabla 3: Parámetros y dimensiones de los engranajes de la etapa ordinaria helicoidal	47
Tabla 4: Diámetros interiores de los engranajes compatibles con distintas formas de acoplamiento al ejes	49
Tabla 5: Características y propiedades mecánicas de los aceros aleados propuestos	55
Tabla 6: Propiedades y precios de los aceros propuestos	55
Tabla 7: Diámetros de los rebajes internos en corona y planeta.....	58
Tabla 8: Valores de la tensión en los dientes de la etapa planetaria obtenidos en ANSYS.....	64
Tabla 9: Tensiones máximas en las geometrías de la etapa planetaria.....	64
Tabla 10: Valores de la tensión en los dientes de la etapa ordinaria helicoidal obtenidos en ANSYS	64
Tabla 11: Tensiones máximas en las geometrías de la etapa ordinaria helicoidal ..	65
Tabla 12: Volúmenes y peso de los engranajes de la etapa planetaria y sus geometrías de aligeramiento	66
Tabla 13: Volúmenes y peso de los engranajes de la etapa ordinaria helicoidal y sus geometrías de aligeramiento	66
Tabla 14: Reducción de peso total para las geometrías de aligeramiento	66
Tabla 15: Frecuencias de excitación de la transmisión	67
Tabla 16: Rango de frecuencias naturales de la etapa planetaria según la geometría de aligeramiento	67
Tabla 17: Rango de frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal según la geometría de aligeramiento	68

Tabla 18: Valoración de las seis geometrías de aligeramiento en función de los criterios de diseño.....	70
Tabla 19: Valores de las tensiones en los dientes para la geometría de aligeramiento seleccionada	76
Tabla 20: Valores de las tensiones en el cuerpo del engranaje para la geometría de aligeramiento seleccionada	76
Tabla 21: Peso de planetas y corona con la geometría de aligeramiento seleccionada	77
Tabla 22: Peso total de la transmisión con la geometría de aligeramiento seleccionada y la reducción de peso respecto de la geometría básica.....	77
Tabla 23: Comportamiento modal de la transmisión con la geometría de aligeramiento seleccionada	78
Tabla 24: Parámetros y dimensiones finales de los engranajes de ambas etapas..	79
Tabla 25: Características y propiedades mecánicas del material seleccionado	80
Tabla 26: Valores de resistencia a la fatiga para vida infinita del material seleccionado	80
Tabla 27: Propiedades y precios del material seleccionado.....	81

1 OBJETO Y ALCANCE DEL PROYECTO

El objetivo principal de este trabajo es evaluar diferentes soluciones de diseño para engranajes aligerados empleados en transmisiones de alta velocidad orientadas al sector de la electromovilidad, considerando para ello distintos materiales y configuraciones geométricas.

Este aumento en la velocidad de giro de la máquina eléctrica tiene como objetivo mejorar la densidad de potencia del tren motriz, lo que permite obtener máquinas eléctricas más compactas y ligeras, sin sacrificar la potencia; optimizando así la autonomía y la respuesta dinámica del vehículo eléctrico. Sin embargo, este incremento en la velocidad de rotación plantea nuevos desafíos en el diseño de la transmisión, ya que los engranajes de transmisiones tradicionales no están diseñados para soportar los elevados esfuerzos mecánicos que se generan a estas altas revoluciones; además de la importancia de usar geometrías de aligeramiento que eviten un aumento en el peso de la transmisión tal que el resultado sea el contrario al buscado; todo ello considerando el gasto económico dado el objetivo de usar estos engranajes en los vehículos de calle.

En el contexto de los objetivos climáticos establecidos por la Comisión Europea para 2030, los fabricantes de automóviles enfrentan el desafío de desarrollar productos más eficientes y ecológicos. Tal como se señala en el Global EV Outlook 2025 (International Energy Agency 2025), que analiza tendencias de adopción de vehículos eléctricos, políticas públicas, estrategias de la industria y proyecciones de mercado hasta 2030; y es recogido en múltiples estudios, la electrificación del tren motriz se sitúa como una de las soluciones clave para alcanzar estos objetivos. La combinación de vehículos eléctricos a batería y energía renovable permitirá una movilidad con cero emisiones de CO₂, reduciendo significativamente la contaminación y mejorando la eficiencia general del transporte. En este sentido, la eficiencia del tren motriz electromecánico juega un papel crucial, ya que la selección adecuada de sus parámetros de diseño, como los engranajes, es esencial para lograr los objetivos de sostenibilidad.

La electrificación de los vehículos ha provocado una rápida evolución en la tecnología de los trenes motrices, en particular, en lo que respecta al aumento de la velocidad angular de los motores eléctricos. Bajo este contexto del aumento en la velocidad de

giro, el estudio se centrará en evaluar diferentes configuraciones geométricas y materiales de engranajes considerando los parámetros mencionados anteriormente, encontrando un equilibrio entre resistencia mecánica, durabilidad, peso y coste.

El alcance de este proyecto abarca desde la selección de los materiales más adecuados hasta el diseño de las geometrías de los engranajes que permitan reducir el peso de la transmisión, garantizando al mismo tiempo su resistencia frente a los esfuerzos mecánicos, un adecuado comportamiento bajo las condiciones de trabajo y un coste de fabricación lo suficientemente competitivo como para viabilizar su producción en serie en vehículos eléctricos de calle. Para ello se realizarán cálculos analíticos y simulaciones con el fin de evaluar estos criterios en las diferentes soluciones de diseño, considerando su aplicación en motores eléctricos que alcanzan elevadas revoluciones por minuto.

A lo largo del trabajo, se presentarán los aspectos técnicos relacionados con las características y el comportamiento de los engranajes, acompañados de los cálculos correspondientes para asegurar que los diseños propuestos sean adecuados para su implementación en motores eléctricos de altas velocidades de giro. También se incluirá la documentación de los planos de diseño y un presupuesto estimado para la fabricación de los componentes, con el objetivo de proporcionar una visión integral del proceso de selección y fabricación de los engranajes para estos vehículos de última generación.

2 ESTADO DEL ARTE

2.1 CONTEXTO POLÍTICO, LEGAL Y SOCIAL

En paralelo con la creciente preocupación internacional por los problemas medioambientales, la Unión Europea ha impulsado con fuerza el despliegue del vehículo eléctrico como herramienta clave para alcanzar sus objetivos de descarbonización y eficiencia energética. Diversas normativas, como el Reglamento 2019/631 (Diario oficial de la Unión Europea 2019) sobre emisiones de CO₂ o el Reglamento 2023/1804 (Diario oficial de la Unión Europea 2023) sobre infraestructuras para combustibles alternativos, están configurando un marco legal que limita progresivamente la viabilidad del motor térmico y favorece la adopción masiva de tecnologías eléctricas. Esta orientación normativa culmina en el paquete “Fit for 55” (Comisión Europea 2021), que establece la reducción de las emisiones de gases de efecto invernadero de la UE en un 55%, como mínimo, de aquí a 2030, con el objetivo de encaminar a la Unión Europea hacia la neutralidad climática en 2050. Además, contempla la prohibición de la venta de vehículos nuevos con emisiones en 2035.

Este contexto político coloca al coche eléctrico en el centro del nuevo paradigma industrial, forzando el desarrollo de soluciones más eficientes, compactas y ligeras en todos los niveles del sistema de propulsión. Actualmente, se están explorando diversas estrategias orientadas a alcanzar estos objetivos, con la premisa de que puedan ser escalables y aplicables en vehículos eléctricos de producción convencional.

2.2 ESTRATEGIAS DE DESARROLLO

En la constante evolución del sistema de potencia del vehículo, a medio plazo se identifican dos líneas principales de desarrollo.

2.2.1 Configuraciones mecánicas avanzadas

Actualmente, los coches eléctricos con una única relación de transmisión siguen siendo la solución dominante en el mercado; priorizando la simplicidad, la eficiencia y un coste reducido, sin renunciar a unas prestaciones razonables en aceleración y

velocidad máxima. No obstante, el uso de múltiples relaciones de transmisión ofrece varias ventajas potenciales, como permitir que el motor eléctrico y el inversor trabajen en su zona de mayor eficiencia, mejorar la aceleración, un mayor par en momentos donde se requiera y la velocidad punta del vehículo. Estas ventajas resultan especialmente relevantes en vehículos de altas prestaciones y otros segmentos a los que se expande el vehículo eléctrico como camiones monovolúmenes, furgonetas, camiones de distinto tonelaje o autobuses, donde las exigencias de par y potencia son más elevadas. Las transmisiones de múltiples relaciones surgen como una alternativa más adecuada para satisfacer estos requisitos.

A pesar de sus ventajas, este tipo de transmisiones implican ciertos desafíos. Su implementación puede aumentar los costes de producción y requiere la integración de sistemas de control y estrategias de cambio de marcha. Además, las transmisiones con múltiples relaciones suelen presentar una eficiencia mecánica inferior a las transmisiones monomarcha. Sin embargo, diversos estudios han demostrado que estas configuraciones pueden mejorar la eficiencia global del vehículo, incrementar la autonomía, reducir el tamaño necesario del paquete de baterías e incluso mejorar el comportamiento dinámico y la gestión del par y la tracción del vehículo. En función del ciclo de conducción y la arquitectura del sistema, se han documentado reducciones de consumo energético que oscilan entre un 2 % y un 20 % (Jiageng Ruan et al. 2018; Ren, Crolla y Morris 2009), así como incrementos de par en las ruedas del orden del 35 % (Fabricio A. Machado 2021; Eberleh y Hartkopf 2006).

Fabricio A. Machado (2021) evalúa en el artículo las diferentes arquitecturas de la transmisión del coche eléctrico actuales y en desarrollo en diferentes categorías como pérdidas, NVH, control del cambio de marchas, planificación y mapeo de la transmisión, frenada regenerativa, eficiencia energética y prestaciones logradas. Las arquitecturas para transmisiones de múltiples relaciones en vehículos eléctricos evaluadas incluyen:

- Las AMT (Automated Manual Transmissions), que emplean sincronizadores tradicionales y actuadores automáticos para seleccionar marchas, con un diseño relativamente simple, pero con cierta interrupción de par durante el cambio.

- Las DCT (Dual Clutch Transmissions), que utilizan dos embragues independientes para preseleccionar marchas pares e impares, permitiendo transiciones suaves y rápidas, aunque a costa de una mayor complejidad y coste.
- Las transmisiones planetarias con múltiples embragues internos, derivadas de las cajas automáticas clásicas, que permiten seleccionar distintas relaciones sin sincronizadores, mediante la activación selectiva de elementos del tren epicycloidal. Estas resultan compactas y escalables, pero requieren un control preciso.
- Además, existen propuestas más innovadoras basadas en motores duales, engranajes magnéticos o conmutaciones electrónicas, aún en fase de investigación.

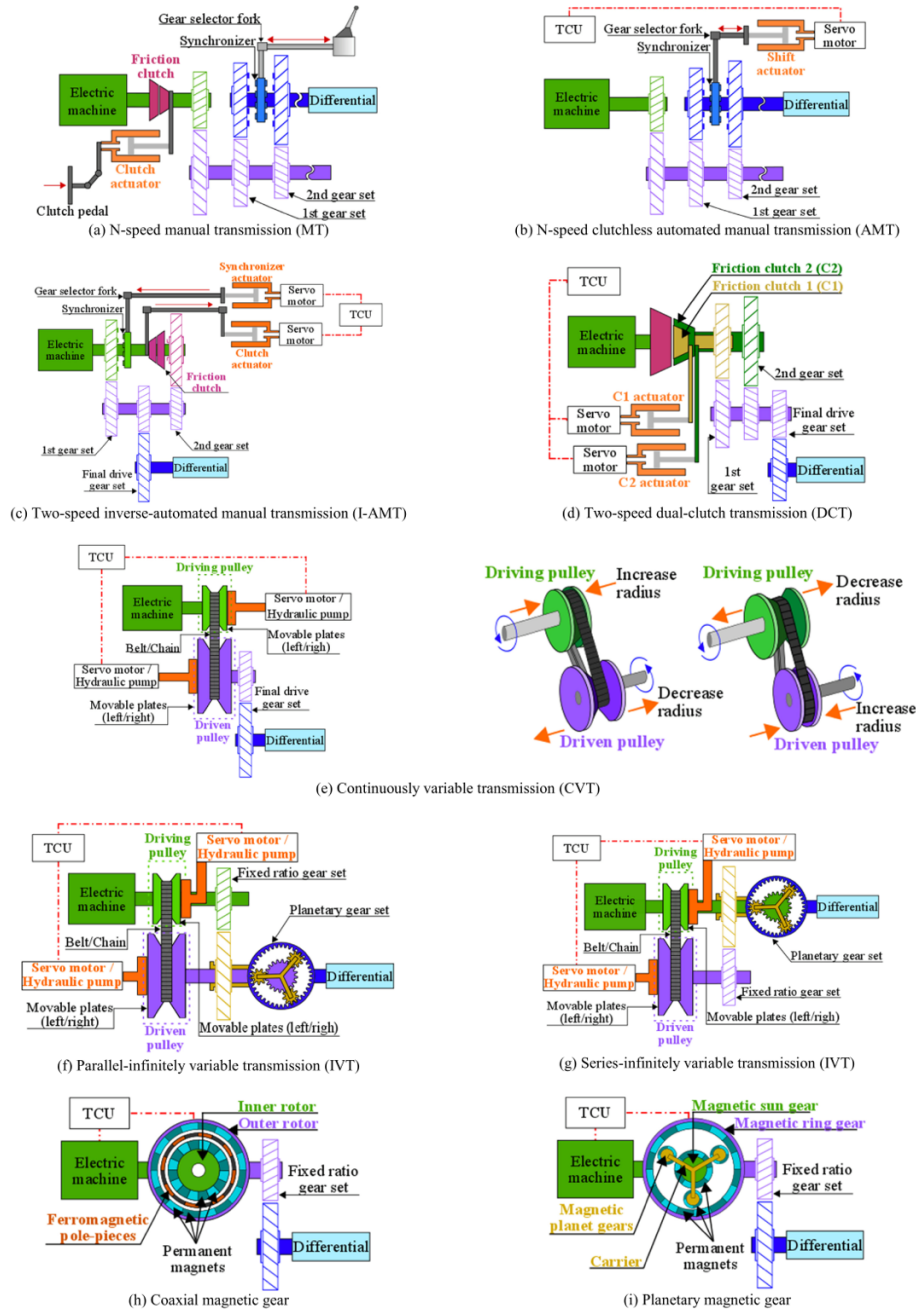


Figura 1: Transmisiones de múltiples relaciones descritas en Fabricio A. Machado (2021)

Cada una de estas arquitecturas implica compromisos entre eficiencia, coste, volumen, y confort de conducción. Si bien aportan ventajas significativas en ciertos casos, también introducen una complejidad mecánica y de control no despreciable.

Por tanto, como ya se ha comentado, las transmisiones de múltiples velocidades representan una alternativa tecnológica viable y prometedora para la

electromovilidad, ya que permiten que los motores eléctricos trabajen en regiones de mayor eficiencia. Sin embargo, el aumento del número de marchas también puede incrementar las pérdidas mecánicas internas (por fricción en embragues, sincronizadores, etc.), lo cual puede contrarrestar parte del beneficio energético si no se gestiona adecuadamente. Este tipo de transmisiones se encuentra actualmente en algunos vehículos de alta gama como el BMW i8 o el Porsche Taycan, donde se utilizan para mejorar prestaciones deportivas más que su eficiencia; aunque se espera que en el futuro podrían aplicarse también a vehículos eléctricos de producción masiva, con el objetivo de maximizar la autonomía y optimizar el uso del paquete de baterías. No obstante, esto dependerá de que los beneficios en autonomía y rendimiento justifiquen el aumento en complejidad, masa, y coste de implementación que conlleva una arquitectura multispeed. Destaca su potencial en vehículos pesados, como autobuses y camiones, que debido a su masa necesitan pares muy elevados para acelerar, donde las transmisiones de múltiples velocidades pueden resultar una necesidad, ya que permiten utilizar una máquina de tracción más pequeña y con menor par.

Estas observaciones están respaldadas por estudios como el de Fabricio A. Machado (2021). Además, se requerirán estudios adicionales para determinar en qué segmentos y aplicaciones los beneficios de las transmisiones multimarcha superarán a los de las monomarcha.

Este planteamiento teórico se ve también respaldado por trabajos como el de Stefano De Pinto et al. (2020), donde se simulan distintas configuraciones de transmisión (2WD y 4WD, con 1 o 2 velocidades). Los resultados muestran que el uso de una caja de dos velocidades permite reducir el consumo energético y mejorar la capacidad de aceleración y recuperación de energía, validando así la viabilidad práctica de estas arquitecturas en condiciones reales de conducción. Este artículo no solo compara las transmisiones de 1 y 2 velocidades si no también la producción de coches eléctricos 4WD como alternativa a la estructura habitual de 2WD con un motor central y una transmisión de una marcha.

Las arquitecturas 4WD proporcionan redundancia en caso de fallos en el sistema de propulsión, y permiten la implementación de conceptos avanzados de dinámica

vehicular y control de tracción, como la posibilidad de variar la proporción de par entre el eje delantero y el trasero.

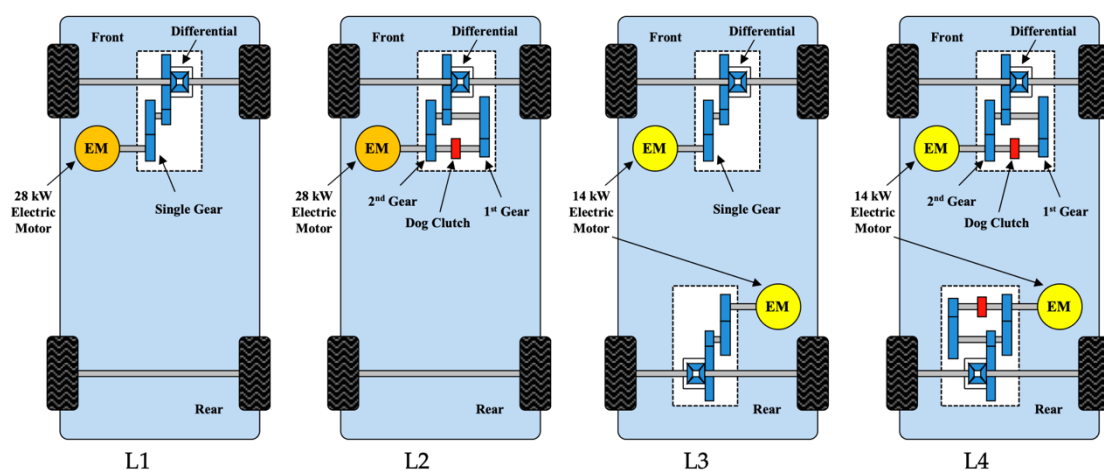


Figura 2: Configuraciones de transmisión (2WD y 4WD, con 1 o 2 velocidades) estudiadas en Stefano De Pinto et al. (2020)

Las transmisiones de dos velocidades proporcionan beneficios claros en eficiencia energética, particularmente en entornos urbanos, y mejoran las prestaciones dinámicas al permitir un aprovechamiento óptimo del régimen de funcionamiento del motor eléctrico. Las configuraciones 4WD, por su parte, ofrecen ventajas en términos de tracción, redundancia y distribución del par, aunque a costa de una mayor complejidad técnica y coste.

Estas consideraciones concuerdan con los resultados presentados en Stefano De Pinto et al. (2020), obtenidos mediante simulaciones bajo distintos ciclos de conducción representativos. Dicho estudio se centra en variables clave como el consumo energético total, la energía recuperada mediante frenada regenerativa, los tiempos de aceleración, el par transmitido a las ruedas y la distribución del par entre ejes. Además, incluye la evaluación de la calidad de conducción, el control de tracción y la respuesta dinámica del sistema en diferentes condiciones de uso. Entre todas las opciones analizadas, la combinación de tracción a dos ruedas con una transmisión de dos velocidades se presenta como una solución especialmente interesante, al ofrecer una mejora energética y dinámica relevante sin introducir una complejidad excesiva.

Paralelamente, emerge una nueva línea de investigación centrada en el uso de arquitecturas con un motor por rueda. Estas configuraciones permiten implementar funcionalidades avanzadas de control de par, estabilidad y tracción, gracias a que

cada rueda puede recibir par de forma independiente y controlada. Su principal atractivo radica en la posibilidad de controlar de forma directa y continua el comportamiento direccional del vehículo, así como de gestionar el deslizamiento individual de cada rueda, sin las limitaciones dinámicas propias de los semiejes convencionales. Aunque presentan desafíos importantes en términos de seguridad funcional (especialmente por la posibilidad de generar momentos de guiñada indeseados en caso de fallo), se espera que, a medio o largo plazo, estas arquitecturas adquieran una cuota de mercado significativa.

2.2.2 Aumento de la velocidad de giro de la máquina eléctrica

Una de las estrategias más relevantes es mejorar la densidad de potencia de estos sistemas mediante el incremento del régimen de giro del motor. En un vehículo eléctrico, la relación potencia/peso marca casi todos los parámetros de rendimiento y viabilidad comercial. Mejorar esa relación en la máquina eléctrica significa principalmente aumentar la autonomía y mejorar la respuesta dinámica del vehículo eléctrico.

Sin embargo, esto plantea nuevos desafíos tanto para las máquinas eléctricas como para los engranajes encargados de adaptar y transmitir el par motor, exigiendo un rediseño profundo de componentes mecánicos capaces de operar de forma fiable a altas velocidades de rotación sin suponer un incremento en el peso y/o volumen de la transmisión tal que sea similar a la reducción de estos en el motor.

El sistema de potencia de un coche eléctrico está formado por la máquina eléctrica, la electrónica de potencia y la transmisión. Mientras que la electrónica de potencia se encarga de gestionar y controlar la energía eléctrica que fluye entre la batería, el motor y otros sistemas del vehículo, la transmisión adapta la velocidad y par de salida de la máquina eléctrica a los requeridos en el eje motriz. Una mayor velocidad de la máquina eléctrica supone un menor requerimiento de par a potencia constante, lo que supondría la posibilidad de diseñar máquinas más ligeras y compactas. Sin embargo, esta mayor velocidad también requeriría de una transmisión con una mayor reducción de velocidad para alcanzar los valores de velocidad y par del eje motriz, lo cual significa transmisiones más largas y pesadas.

Como se menciona en Daniel Schweigert et al. (2020), en el contexto de las máquinas eléctricas, el término alta velocidad se refiere a la velocidad superficial del rotor v_{rot} y no a la velocidad síncrona del eje, que viene dada por:

$$n_0 = \frac{f_1}{p} \quad (1)$$

donde f_1 representa la frecuencia fundamental del estator eléctrico y p es el número de pares de polos.

Por otro lado, la velocidad superficial del rotor se calcula como

$$v_{rot} = 2\pi r_{o,2} n \quad (2)$$

Donde $r_{o,2}$ es el radio exterior del rotor y n es la velocidad de giro del rotor. Esta velocidad superficial v_{rot} es fundamental porque condiciona los límites mecánicos del diseño. Por otro lado, la frecuencia f_1 del estator eléctrico determina los límites eléctricos del sistema.

Como ya se ha mencionado, las máquinas eléctricas de alta velocidad en el coche eléctrico aumentan su densidad de potencia; sin embargo, requieren de una transmisión más pesada, compleja, grande y costosa para poder adaptar los valores de salida de la máquina a los del eje de las ruedas. Esta línea de desarrollo ha sido evaluada en profundidad en el artículo de D. Schweigert et al. (2020), donde se analiza el efecto del aumento del régimen máximo de giro sobre la masa total del sistema electromecánico. El estudio emplea una metodología comparativa entre distintos tipos de máquinas eléctricas y variantes de bobinado combinadas con relaciones de transmisión adaptadas a cada caso. Se consideran aspectos como el rendimiento térmico, la eficiencia, la masa de los componentes y la densidad de potencia global. Las conclusiones indican que tras el aumento de la velocidad máxima del motor se incrementó la densidad de potencia de esta en un 125,7%. Sin embargo, estas exigencias que conllevan que esas transmisiones adaptadas a cada caso que se valoran en el artículo incrementen su masa y volumen a medida que la relación de transmisión de reducción aumenta.

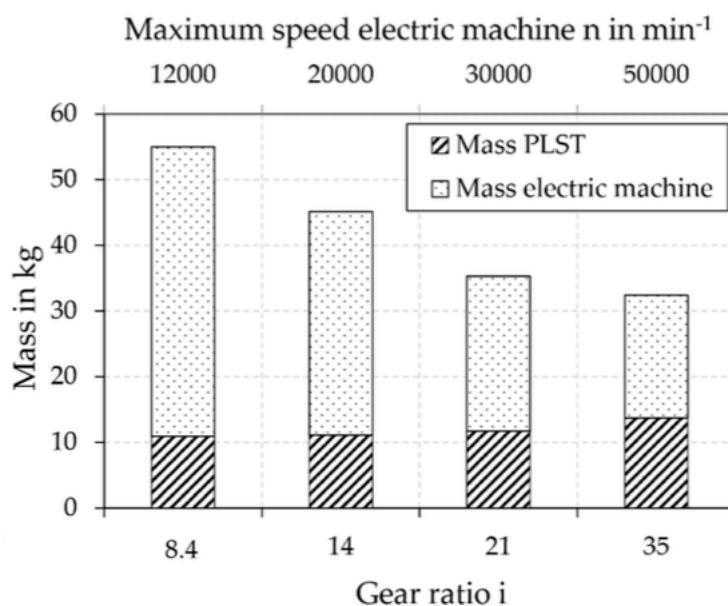


Figura 3: Gráfica de aumento de la masa de una etapa planetaria frente a la reducción de masa de la máquina eléctrica al aumentar la velocidad de giro máxima de la máquina (D. Schweigert et al. 2020)

Como se puede intuir observando la tendencia de la gráfica de la figura 3, existe un punto de equilibrio a partir del cual la masa adicional de la PLST empieza a compensar negativamente el ahorro conseguido en el motor, situándose aproximadamente en una velocidad máxima de 50.000 rpm para la máquina eléctrica y, por tanto, en una relación de transmisión en torno a 35:1; conclusión también señalada en D. Schweigert et al. (2020). **Por este motivo, el presente trabajo se centra en el análisis de engranajes con diseños que, manteniendo una resistencia mecánica adecuada, permitan reducir el peso lo suficiente como para no superar ese punto crítico y lograr una reducción del peso total que sea rentable desde el punto de vista del diseño.** No obstante, aunque la reducción de masa sea prioritaria, una disminución mínima o marginal no compensaría la adopción de geometrías excesivamente complejas, ya que estas implicarían procesos de fabricación más costosos y poco adecuados para una producción en serie de vehículos eléctricos de calle.

Además, a velocidades elevadas, la frecuencia de engrane de los sistemas de transmisión también aumenta, lo que genera componentes armónicas de mayor frecuencia en el espectro acústico. Estas componentes suelen situarse en el rango donde la sensibilidad del oído humano es mayor, lo que las hace más perceptibles y

molestas desde el punto de vista del confort acústico. Por otro lado, el funcionamiento a alta velocidad puede llevar al sistema a operar cerca de las frecuencias naturales de la transmisión, favoreciendo fenómenos de resonancia que se traducen en amplificación dinámica no deseada y que pueden comprometer la integridad estructural de los componentes si no se controla adecuadamente el diseño de los engranajes y sus apoyos. Este problema se ve agravado en los vehículos eléctricos debido a la ausencia del ruido de combustión del motor térmico, que en los vehículos convencionales enmascara gran parte de estas emisiones acústicas. Diversos estudios han analizado estos efectos en las transmisiones, buscando geometrías, configuraciones y estrategias de modificación microgeométrica que permitan mitigarlos (Liu Xianghuan et al. 2018; Feng y Qu 2022; Yanchao Zhang et al. 2020).

En esta misma línea, Daniel Schweigert et al. (2024) estudia una arquitectura de transmisión desarrollada para operar con motores eléctricos de hasta 50.000 rpm, centrando el análisis tanto en la viabilidad estructural como en el comportamiento vibracional del sistema. Para ello, se comparan dos variantes geométricas de engranajes: una de referencia y otra optimizada para minimizar vibraciones y ruido.

A través de una combinación de ensayos experimentales en banco y simulaciones por elementos finitos, en el estudio se evalúan parámetros como la respuesta dinámica del sistema, las frecuencias naturales, y las amplitudes de vibración en condiciones reales de operación. Los resultados confirman que la geometría optimizada logra reducir significativamente las amplitudes vibracionales y mitigar el efecto de resonancias estructurales. De este modo, el estudio demuestra no solo que es posible operar transmisiones a velocidades extremas, sino que el diseño detallado del perfil de los dientes resulta crucial para garantizar la estabilidad, durabilidad y confort acústico del conjunto.

En conjunto, estos trabajos evidencian que el aumento de las velocidades angulares del motor constituye una estrategia eficaz para mejorar la densidad de potencia en vehículos eléctricos, pero que desplaza el desafío de diseño hacia la transmisión, que debe ser capaz de absorber y gestionar condiciones mecánicas mucho más exigentes. Este enfoque implica no solo seleccionar materiales y geometrías adecuadas, sino también repensar la configuración general del tren de engranajes.

Por ello, distintos estudios han propuesto diversas arquitecturas de transmisión orientadas a soportar estas condiciones, combinando etapas planetarias, ordinarias helicoidales o múltiples combinaciones de ambas.

Aunque estas configuraciones se analizan con más detalle en el siguiente apartado, el empleo de geometrías de reducción de peso en engranajes y componentes de transmisión responde a varios factores técnicos que resultan especialmente relevantes en el contexto de este trabajo. Como se ha expuesto anteriormente, al aumentar las revoluciones por minuto de la máquina eléctrica se consigue reducir de forma significativa su volumen y peso. No obstante, esta reducción conlleva una contrapartida: la necesidad de una transmisión más larga y con mayor relación de reducción, lo que implica que su masa y volumen aumenten proporcionalmente.

En este contexto, el uso de diseños aligerados en los engranajes puede ser clave para compensar ese crecimiento estructural. Como ya se explicó, si los engranajes de la transmisión están optimizados para minimizar su peso sin comprometer su resistencia, es posible lograr que el aumento de masa de la transmisión sea menor que la masa ahorrada al compactar la máquina eléctrica, lo que mejora el balance global del sistema.

Además, en aplicaciones de alta velocidad de giro, como las que se estudian en este trabajo (hasta 50.000 rpm), la reducción de masa en los engranajes no solo tiene beneficios estructurales, sino también dinámicos. Disminuir el momento de inercia rotacional mejora la eficiencia del sistema, reduce la energía necesaria para aceleraciones y frenadas, y alivia las cargas transmitidas a cojinetes, ejes y carcasas. A su vez, se minimizan las fuerzas centrífugas internas, mejorando la integridad estructural del engranaje y permitiendo diseños más ligeros y compactos.

Estas razones justifican la exploración de geometrías y estructuras aligeradas, como las que se presentarán más adelante, lo cual representa una estrategia eficaz para lograr transmisiones eficientes, ligeras y viables para su integración en sistemas de propulsión eléctrica.

2.3 OTROS SECTORES

Si bien el presente trabajo se enmarca en el ámbito de la automoción, y más concretamente en la optimización de transmisiones para vehículos eléctricos, es

importante destacar que el desafío de diseñar sistemas de transmisión capaces de operar a altas velocidades no es exclusivo de este sector. En múltiples industrias, la necesidad de reducir peso, aumentar la densidad de potencia y mejorar la eficiencia global ha conducido al desarrollo de soluciones de transmisión avanzadas, muchas de las cuales presentan paralelismos técnicos directos con las estrategias analizadas en este trabajo.

Uno de los sectores más relevantes en este sentido es la aviación, donde el empleo de motores eléctricos de muy altas revoluciones está en auge debido al impulso de nuevas formas de propulsión más sostenibles.

Además de la aviación, también se pueden encontrar desarrollos significativos en sectores como el ferroviario, donde los trenes de alta velocidad y los tranvías modernos integran sistemas de transmisión eléctrica con exigencias elevadas de par y eficiencia; la robótica industrial, donde los motores de alta velocidad con engranajes de precisión son esenciales para aplicaciones con ciclos dinámicos muy rápidos; o la movilidad urbana ligera (e-bikes, scooters, drones), donde la miniaturización y el rendimiento por peso son prioritarios.

Estudiar cómo estos sectores enfrentan el problema del diseño de engranajes y reductores para aplicaciones de alta velocidad permite obtener referencias valiosas y soluciones extrapolables, que contribuyen a enriquecer el enfoque adoptado en el ámbito de la automoción eléctrica.

Como ya se ha mencionado, la creciente necesidad de reducir la dependencia de los combustibles fósiles no se limita a la electrificación de los vehículos terrestres. En el ámbito de la aviación, el desarrollo de aeronaves parcial y totalmente eléctricas plantea importantes desafíos técnicos, especialmente en lo que respecta a densidad de potencia, eficiencia energética, seguridad operativa y sostenibilidad medioambiental.

Diversos estudios prevén que, en los próximos años, las aeronaves more-electric, basadas en sistemas de propulsión híbridos, y las all-electric, que dependen exclusivamente de la propulsión eléctrica, serán tecnológicamente viables. Estas configuraciones ofrecen ventajas medioambientales significativas, tanto en términos de emisiones contaminantes como de reducción del ruido, además de representar nuevas oportunidades para el modelo de negocio en el sector aeronáutico. Markus

Henke et al. (2018) apoya esta idea y la muestra en un gráfico (Figura 4) donde se analiza el caso de la aeronave Dornier 328, que muestra cómo las mejoras en sistemas eléctricos de a bordo, el rediseño de aeronaves y el uso de baterías con mayor densidad energética podrían suponer superar la distancia de vuelo de un avión convencional de combustión.

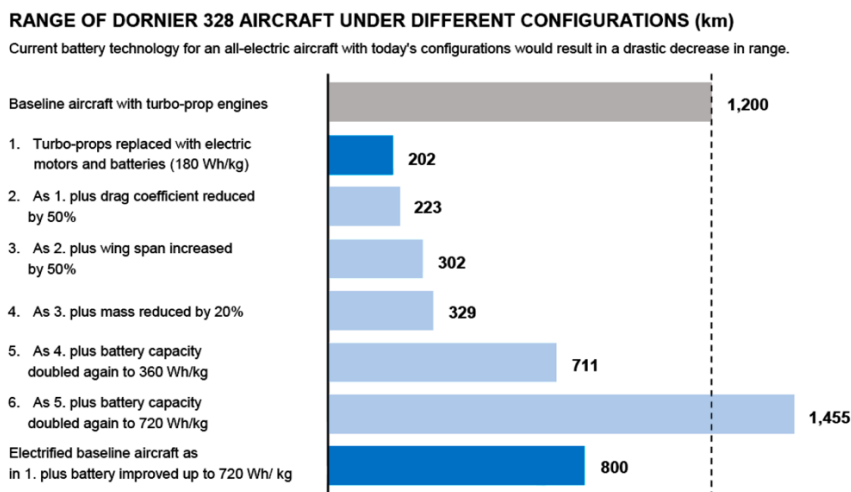


Figura 4: Comparación del alcance entre aeronaves convencionales y all-electric (Markus Henke et al. 2018)

Uno de los retos clave en el desarrollo de sistemas de propulsión eléctricos eficientes es la reducción simultánea de peso, volumen y pérdidas sin comprometer las prestaciones. Esta problemática es especialmente relevante en el sector aeronáutico, donde las exigencias en términos de densidad de potencia y eficiencia son incluso superiores a las del sector automovilístico. Múltiples estudios en la actualidad abordan el análisis de los retos y soluciones en el diseño de motores eléctricos de alta velocidad y densidad de potencia para aplicaciones aeronáuticas. Artículos como el de Markus Henke et al. (2018), presentan y estudian la posibilidad de sustituir motores turbofán convencionales por máquinas eléctricas, considerando no solo la propia máquina, sino también las transmisiones asociadas, en las que la ligereza se convierte en un criterio decisivo para garantizar la viabilidad del sistema; con lo que las decisiones y estrategias tomadas podrán ser de utilidad en este trabajo.

Si bien el enfoque del trabajo es específico para aviación, muchos de los principios de diseño y soluciones tecnológicas presentadas pueden extrapolarse al sector del automóvil eléctrico de altas prestaciones. En particular, conceptos de la distribución y peso de la transmisión o la importancia de una adecuada densidad de potencia.

2.4 NUEVAS TENDENCIAS DE DISEÑO

En la búsqueda de soluciones técnicas más ligeras, resistentes y eficientes, la ingeniería moderna ha comenzado a mirar hacia la naturaleza como fuente de inspiración. Este enfoque pretende replicar principios estructurales que han sido optimizados a lo largo de millones de años de evolución.

Esta estrategia, conocida como biomimética, no es ni reciente ni exclusiva del ámbito de los engranajes. Ha sido aplicada con éxito en numerosos sectores de la ingeniería, desde la aeronáutica hasta la arquitectura. Ejemplos clásicos incluyen alas de avión inspiradas en aves, estructuras de puentes que replican esqueletos óseos, materiales con microestructuras basadas en caparazones marinos, o el diseño de trenes de alta velocidad como el Shinkansen japonés, cuyo frontal se basó en el pico del martín pescador para optimizar la aerodinámica y reducir el ruido. Esta amplia trayectoria demuestra la solidez del enfoque y refuerza su aplicación en nuevos campos como el diseño de engranajes.



Figura 5: Tren Shinkansen y martín pescador, inspiración biomimética en el diseño aerodinámico

En el ámbito del diseño de engranajes, esta filosofía se traduce en la creación de bioengranajes: componentes cuya geometría, distribución de masa y estructuras internas están inspiradas en organismos vivos, como estructuras óseas, conchas, panales o microorganismos marinos. Con estos bioengranajes se buscarán geometrías que aligeren su peso por los motivos anteriormente mencionados en

relación a las elevadas velocidades de giro de la máquina eléctrica; pero sin sacrificar resistencia estructural.

Como se observa en artículos recientes (Sushmita Das 2024 y Sudhanshu Nayak 2025), esta tendencia ha ganado especial relevancia gracias al desarrollo de la fabricación aditiva. Las tecnologías como el Laser Powder Bed Fusion (LPBF) permiten la producción de formas complejas que serían imposibles de obtener mediante mecanizado convencional, aunque aún tiene limitaciones que deben ser consideradas en el diseño de las geometrías. Esta capacidad ha permitido aplicar geometrías inspiradas en células biológicas al interior de engranajes con el objetivo de reducir peso sin comprometer la resistencia mecánica.

Christian Félix-Martínez et al. (2025) presenta una estrategia de aligeramiento basada en insertar estructuras celulares internas (como retículas) dentro del núcleo de un engranaje recto. Se probaron diferentes combinaciones de parámetros como el tipo de estructura, su fracción de volumen y su distribución radial, axial y circunferencial. Los resultados mostraron que es posible reducir el peso del engranaje entre un 30% y un 70% manteniendo su rigidez estructural y limitando los desplazamientos y tensiones. Se identificaron configuraciones óptimas que distribuyen las tensiones de forma más homogénea, reduciendo la aparición de concentraciones críticas.

Por su parte, Nils Niebuhr et al. (2025) propone un diseño inspirado directamente en estructuras microscópicas de diatomeas marinas, organismos unicelulares con exoesqueletos complejos y ultraligeros. El artículo presenta un proceso completo de desarrollo que combina análisis por elementos finitos (FEA), algoritmos evolutivos, optimización paramétrica y validación experimental mediante ensayos de carga. El diseño final logró una reducción de peso del 61% respecto a un engranaje sólido convencional, sin presentar deformaciones plásticas bajo carga nominal. Este enfoque demuestra que los bioengranajes no solo son viables, sino altamente eficaces si se desarrollan con criterios de ingeniería rigurosos.

Estos resultados nos muestran como este tipo de geometrías son especialmente interesantes en aplicaciones que requieren alta velocidad de giro y componentes ligeros pero resistentes. Por ello, incorporar este tipo de bio-estructuras en el desarrollo de transmisiones y engranajes dentro de la automoción eléctrica es coherente y responde a las tendencias actuales de innovación en diseño mecánico.

3 PRESENTACIÓN DE POSIBLES SOLUCIONES

Dado que, como ya se ha explicado, el incremento de la velocidad de giro del motor impone exigencias más severas sobre el sistema de transmisión, es necesario estudiar con detalle las posibles configuraciones de diseño de los engranajes y sus dientes, sus materiales, y sus geometrías estructurales.

El proceso de desarrollo se ha planteado en varias fases. En primer lugar, se determina (según los objetivos y limitaciones) la velocidad máxima de la máquina eléctrica; empleando también datos de referencia procedentes de vehículos eléctricos actuales además de diversos estudios como los ya mencionados. Con todo ello se procede al cálculo de los parámetros de entrada de la transmisión. Estos dependerán de los datos previamente tomados y de las exigencias tanto de los elementos de la transmisión como a la salida de esta (par y velocidad de rotación deseados en el eje motriz).

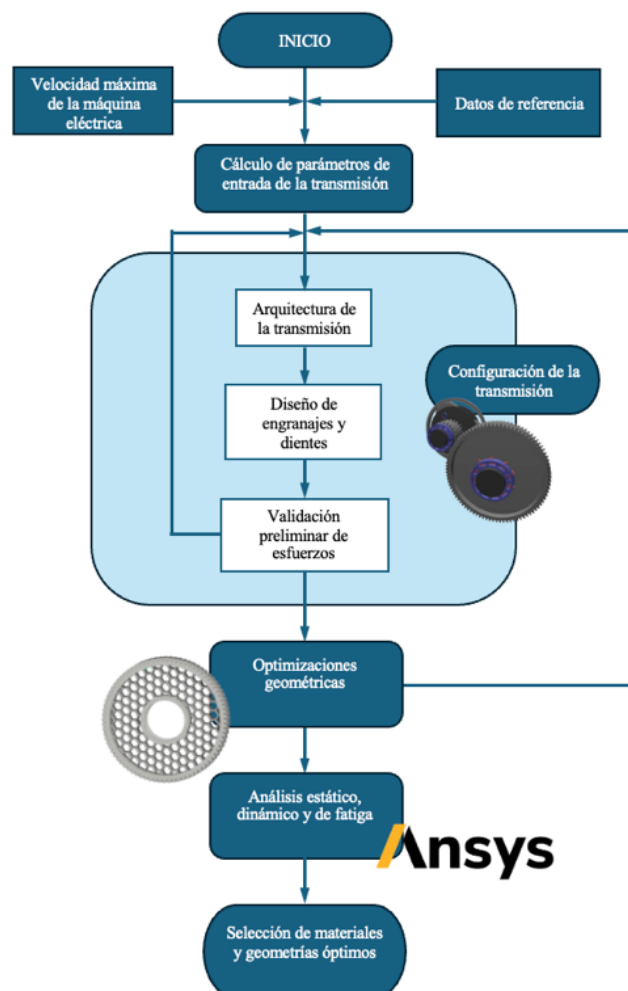
El siguiente paso es diseñar la configuración de la transmisión. Esto incluye desde la definición de su arquitectura (número de etapas y reparto de la relación de transmisión, cumpliendo con los requisitos funcionales en términos de reducción, compacidad y viabilidad para altas velocidades de entrada) y diseñar los engranajes y sus dientes (forma del perfil dentado, tipología de contacto). Posteriormente será necesario comprobar que la previa configuración sea válida para soportar los esfuerzos a los que estará sometida la transmisión; con especial atención a aspectos como las tensiones generadas, la respuesta ante fenómenos vibratorios (resonancia) y el comportamiento a fatiga; donde el efecto dinámico, dada la elevada frecuencia de ciclos a la que estarán sometidos los componentes, impone mayores exigencias.

Cuando la configuración sea válida, se le aplicarán las diferentes estrategias de reducción de peso mediante el uso de geometrías de aligeramiento, algunas de ellas bioinspiradas, con el objetivo de reducir la masa del sistema y mejorar su respuesta dinámica. Las combinaciones seleccionadas se modelarán en Autodesk Inventor y evaluarán posteriormente mediante simulación estructural usando ANSYS, lo que permitirá comparar sus prestaciones bajo condiciones realistas de carga.

Finalmente, se analizarán los resultados para seleccionar un material y una geometría óptima teniendo en cuenta aspectos como masa, coste, resistencia, comportamiento dinámico y de fatiga, etc.

Cabe destacar, que este proceso tiene un enfoque iterativo, de forma que se han probado múltiples configuraciones de la transmisión y si estas no cumplían en alguno de los requisitos, se analizaban los resultados para plantear nuevas hipótesis hasta encontrar aquella óptima que permitiera la aplicación de estrategias de aligeramiento. Este enfoque gradual permite ir acotando la solución óptima desde una perspectiva sistémica y justificar técnicamente cada una de las decisiones de diseño adoptadas.

A continuación, se muestra este proceso de diseño y análisis de forma esquematizada para mayor claridad.



52

Figura 6: Fases de diseño de los engranajes de la transmisión que reconocen múltiples retroalimentaciones e iteraciones

3.1 POSIBLES CONFIGURACIONES DE TRANSMISIÓN

Como se mencionó, en primer lugar se determinan las características de la máquina eléctrica atendiendo a los objetivos y alcance del estudio. En este contexto, se escoge una máquina eléctrica de 135 kW, una potencia habitual en vehículos eléctricos del mercado actual, pero diseñada para alcanzar una velocidad máxima de 50.000 rpm, superior a los valores convencionales (~10.000-18.000 rpm). Estos valores de potencia y velocidad no se seleccionan de forma arbitraria, sino que están alineados con modelos actuales del mercado y estudios recientes orientados a reducir el tamaño del motor sin comprometer su rendimiento global (D. Schweigert et al. 2024 y D. Schweigert et al. 2020). Como ya se mencionó, aumentar significativamente la velocidad máxima de rotación de la máquina eléctrica, manteniendo constante su potencia máxima, incrementa la densidad de potencia de los sistemas de propulsión eléctrica. Esta estrategia permite reducir tanto el volumen como la masa del motor, ya que, para una misma potencia, un aumento de las revoluciones por minuto implica una disminución del par motor.

A partir de esta configuración, se calcula el par que debe entregar la máquina a 50.000 rpm. Usando la fórmula:

$$P [W] = T[Nm] * w[rad/s] = \frac{T[Nm] * n[rpm]}{9550} \quad (3)$$

De esta forma:

$$T = \frac{9550 * P}{n} = \frac{9550 * 135}{50000} = 25.8 Nm$$

Diseñamos la transmisión de forma que adapte los valores de salida de la máquina eléctrica a los necesarios en el eje motriz. Con la velocidad máxima típica de los coches eléctricos de calle actuales y el tamaño habitual de las ruedas calculamos la velocidad de giro que deberemos obtener en estas y por tanto a cuantas debe reducir la transmisión:

La velocidad máxima habitual de los coches eléctricos de calle es de alrededor de los 160 km/h:

$$160 \frac{km}{h} = 44,44 \frac{m}{s}$$

Considerando además un diámetro total habitual de ruedas ≈ 600 mm (incluyendo neumático, es decir: llanta 16–18" + perfil de goma).

$$rpm\ rueda = \frac{v * 60}{2\pi R} = \frac{44,44 * 60}{2\pi * 0,3} \approx 1415\ rpm$$

Como el motor eléctrico gira a 50.000 rpm, se obtiene una relación de transmisión de

$$i = \frac{rpm\ motor}{rpm\ rueda} = \frac{50000}{1415} = 35,35 : 1$$

Además, como ya se mencionó anteriormente, en el artículo de Daniel Schweigert et al. (2020) se indica que, a partir de una relación de transmisión de 35:1 (correspondiente a una velocidad de la máquina eléctrica en torno a 50.000 rpm), la reducción de masa obtenida en la máquina eléctrica deja de compensar el incremento de peso en la transmisión, por lo que esta relación puede considerarse el punto óptimo para el ahorro de peso y resulta idónea para contrastar nuestras geometrías y verificar si se logra una reducción real.

De esta forma consideramos una relación de transmisión total de 35:1, que permite transformar las altas velocidades angulares del motor en un par útil a rueda. La salida de la transmisión se calcula como:

$$T_{salida} = T_{maelect} * i \quad (4)$$

Sustituyendo:

$$T_{salida} = T_{maelect} * i = 25.8 * 35 = 903\ Nm$$

Este valor está dentro del rango de los vehículos eléctricos de calle actuales; por tanto, el sistema propuesto es competitivo en términos de par entregado y cumple los requerimientos dinámicos de un turismo eléctrico moderno, mientras reduce masa y volumen del sistema motriz gracias a la compacidad de la máquina de alta velocidad angular.

A pesar de que, como también recogen diversos estudios previamente comentados, el empleo de transmisiones multimarcha en vehículos eléctricos ofrece ventajas potenciales significativas (como permitir que el motor y el inversor trabajen de manera más próxima a su punto de máxima eficiencia, mejorar la aceleración o proporcionar

un mayor par en situaciones de alta demanda); la implementación de este tipo de transmisiones también conlleva una serie de desafíos técnicos y económicos. La incorporación de múltiples relaciones de reducción incrementa la complejidad del diseño, los requisitos de montaje y los costes de producción, lo que limita su viabilidad en contextos donde el objetivo es la producción masiva y el control de costes.

Por ello, aunque dichas prestaciones resultan especialmente atractivas en segmentos de altas prestaciones y en aplicaciones donde se requiere una elevada capacidad de carga o un rango de operación más amplio (como en camiones o vehículos de gran tamaño); en este trabajo, que tiene como objetivo el sector de los turismo eléctricos convencionales (por lo que además del rendimiento se priorizan la simplicidad constructiva y la viabilidad económica para la fabricación en serie), se adopta, por tanto, un enfoque en el que **se mantiene una configuración de reducción fija, pero optimizada en su diseño para alcanzar relaciones elevadas de transmisión con alta eficiencia, compacidad y robustez estructural, y potencial de producción masiva.**

Una vez sabido esto se valoran diferentes opciones de arquitecturas de la transmisión, como las presentadas en los artículos de D. Schweigert et al. (2024) y D. Schweigert et al. (2020), entre otros; y cuáles son los resultados de estos estudios que, junto con las demás valoraciones, nos ayudarán a elegir la configuración óptima. Las configuraciones analizadas están conformadas por engranajes planetarios y etapas ordinarias helicoidales, ya que diversos estudios (Liu Xianghuan et al. 2018, Feng y Qu 2022, Yanchao Zhang et al. 2020, J. Götz et al. 2022, Hu, Talbot y Kahraman 2018, D. Schweigert et al. 2024, D. Schweigert et al. 2020) han mostrado que son los más adecuados para transmisiones de alta velocidad en vehículos eléctricos, por su equilibrio entre densidad de potencia, eficiencia, y comportamiento NVH. Esta elección será desarrollada con más detalle en el apartado de diseño de engranajes.

Las arquitecturas más prometedoras para un relación de transmisión de 35:1 se presentan en la Tabla 1, evaluadas según varios criterios y tomando como referencia principal el trabajo de D. Schweigert et al. (2020).

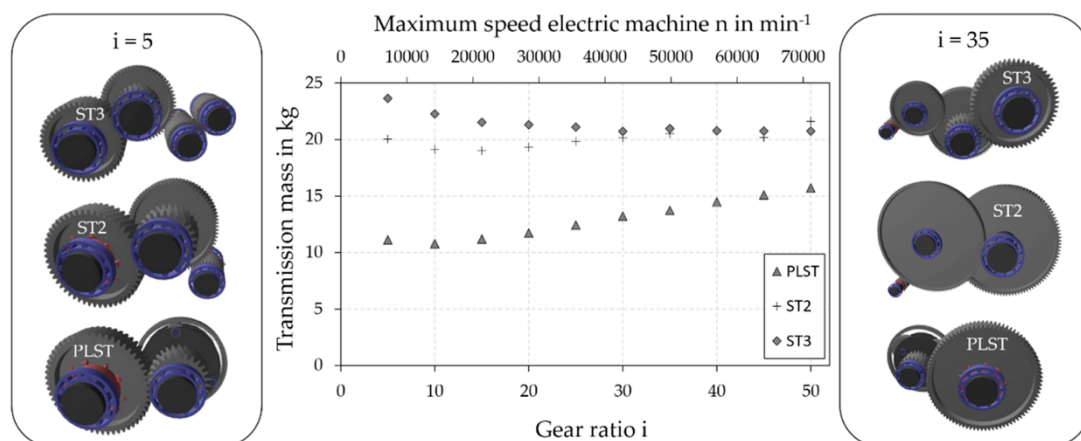


Figura 7: Variación de la masa de múltiples arquitecturas de transmisión al aumentar la velocidad de giro de la máquina y la relación de transmisión (D. Schweigert et al. 2020)

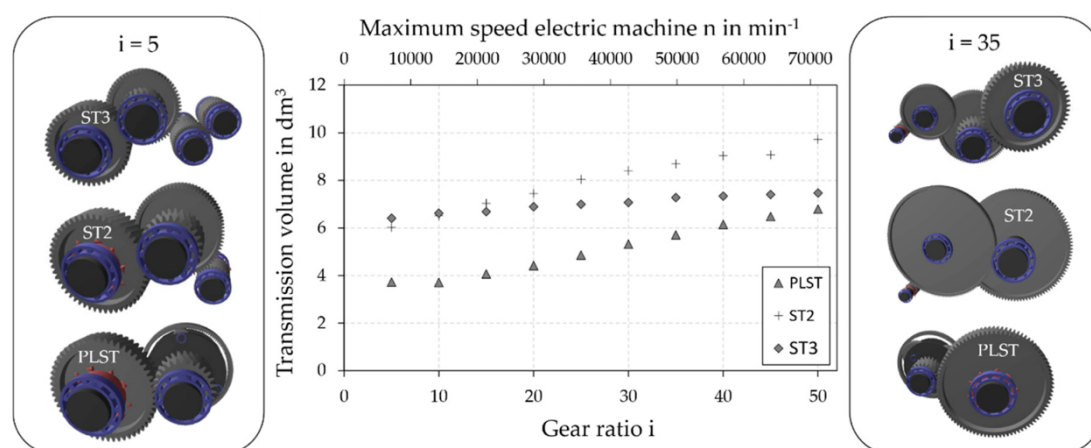


Figura 8: Variación del volumen de múltiples arquitecturas de transmisión al aumentar la velocidad de giro de la máquina y la relación de transmisión (D. Schweigert et al. 2020)

Tabla 1: Valoración de posibles arquitecturas de la transmisión atendiendo a varios criterios

Criterio	1 planetaria + 1 ordinaria helicoidal	1 planetaria + 2 ordinarias helicoidales	2 ordinarias helicoidales	3 ordinarias helicoidales
Peso total	★★★★	★★☆☆	★☆☆☆	★☆☆☆
Volumen	★★★★	★★★★	★★☆☆	★★★★
Coste de producción	★★★★☆	★★☆☆	★★★★★	★★★★☆
Simplicidad mecánica	★★★★☆	★★☆☆	★★★★★	★★★★☆
Eficiencia global	★★★★★	★★★★☆	★★☆☆	★☆☆☆

Los criterios de masa y volumen de las distintas transmisiones para una relación de 35:1 fueron valorados en función de los resultados presentados en D. Schweigert et al. (2020) (Figura 7 y Figura 8) Se observa que la PLST en ambos casos es la de menor masa y volumen. Por otro lado, mientras que en cuanto a la masa tanto la transmisión de 2 etapas ordinarias helicoidales como la de 3 son muy similares; la ST3 presenta un volumen considerablemente inferior para una velocidad de 50.000 rpm.

El factor de la masa es el más importante ya que, como ya se ha mencionado, contrariamente a la masa de la máquina eléctrica la cual disminuye significativamente con el incremento de su velocidad máxima, la masa de la transmisión aumenta; por lo que su aumento en masa debe ser menor que la reducción de la máquina eléctrica para que el objetivo de aumentar la relación de potencia (optimizando así la autonomía y la respuesta dinámica del vehículo eléctrico) se cumpla. Además, una mayor masa de los componentes rotativos también influye en la aparición de desequilibrios y en la amplificación de fenómenos dinámicos, los cuales se ven intensificados a altas velocidades angulares y pueden comprometer la eficiencia y la fiabilidad del sistema si no se controlan adecuadamente.

Comparamos además según otros criterios que permitirán seleccionar la mejor opción: eficiencia (donde las arquitecturas con más etapas se ven penalizadas, y las etapas planetarias beneficiadas gracias al reparto de carga entre planetas), simplicidad mecánica y coste de producción (el cual interesará que sea reducido y económicamente viable para su producción en masa e introducción en el mercado habitual, y donde la simplicidad mecánica y el número de elementos comentados previamente afectarán considerablemente).

Estos mismos criterios sirvieron para descartar de antemano otras arquitecturas como usar dos etapas planetarias, lo cual aumentaba en exceso los costes de fabricación y complejidad sin reducir la masa más que otras configuraciones y, aunque sí que reducía el volumen en algunas direcciones, esto no era tan clave ya que también otras geometrías tenían un volumen adecuado respetando además los costes.

Es por esta evaluación de diferentes criterios que seleccionamos la **configuración de 1 etapa planetaria seguida de una etapa ordinaria helicoidal** como óptima para aumentar la densidad de potencia. Además las dimensiones de los engranajes en

esta arquitectura nos permite realizar en ellos las distintas estrategias de aligeramiento para seleccionar así las mejores.

Esta decisión se ve además respaldada por artículos como el ya comentado de D. Schweigert et al. (2020) que compara estas arquitecturas y llega a la misma conclusión; y otros como D. Schweigert et al. (2024) que usan esta configuración como punto de partida para diferentes estudios de esta rama de desarrollo del vehículo eléctrico.

Para ayudar a la visualización de la arquitectura, esta se muestra en la Figura 9; obtenida del trabajo de D. Schweigert et al. (2024), ya comentado previamente, que modela versiones geométricas de una arquitectura como la de este trabajo para la misma aplicación y de características similares de máquina eléctrica, aunque en su caso para realizar un análisis del comportamiento en vibración.

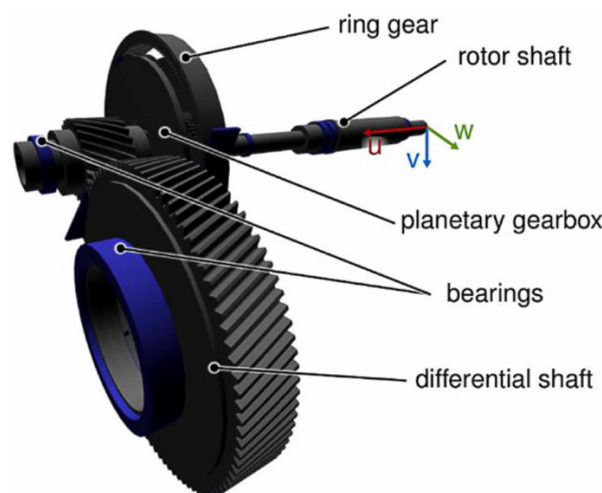


Figura 9: Arquitectura PLST (etapa planetaria + etapa ordinaria helicoidal) procedente de D. Schweigert et al. (2024)

3.2 POSIBLES CONFIGURACIONES DE ENGRANAJES Y DIENTES

Teniendo en cuenta todos estos aspectos y una vez seleccionada la arquitectura de la transmisión con una configuración en dos etapas en serie, compuesta por una etapa planetaria seguida de una etapa ordinaria helicoidal (1P + 1H), se aborda el reparto de la reducción total de 35:1 entre ambas etapas. Esta distribución no se realiza de forma arbitraria, sino que se fundamenta en criterios técnicos que optimizan el diseño desde múltiples perspectivas: mecánica, térmica, acústica y de integración.

La distribución de la relación de transmisión en cada una de las etapas presentada a continuación es la finalmente seleccionada, basándose en artículos previos y numerosos cálculos y análisis. Sin embargo, como ya se mencionó anteriormente, el proceso del diseño completo de la arquitectura de la transmisión es iterativo, y antes de llegar a esta configuración se evaluaron otras cuyos resultados no fueron satisfactorios.

3.2.1 Etapa planetaria

La etapa planetaria se ubica estratégicamente en la entrada de la transmisión, donde el motor eléctrico entrega alta velocidad y bajo par. Los trenes planetarios ofrecen una elevada densidad de reducción en un volumen compacto y, además, al contar con varios satélites distribuidos simétricamente, favorecen un reparto más uniforme de cargas y un comportamiento dinámico más equilibrado que otras configuraciones, lo que los hace especialmente adecuados para operar a altas velocidades de giro con una menor generación de vibraciones y esfuerzos desequilibrados. Gracias a su alta densidad de potencia y compacidad, los engranajes planetarios se emplean ampliamente en aplicaciones de alto rendimiento en sectores como la automoción, la aviación y la industria naval; donde el peso y la eficiencia son críticos y se busca aprovechar al máximo la capacidad de carga del sistema, lo que exige un diseño optimizado del tren planetario.

Aunque el reparto de carga no es perfectamente homogéneo, los diseños actuales contemplan estas desviaciones mediante factores correctores normalizados, como K_γ . Este enfoque simplificado presenta limitaciones importantes, especialmente en aplicaciones de alta velocidad o aquellas próximas a frecuencias de resonancia, donde pueden aparecer fuerzas dinámicas adicionales que alteran significativamente el comportamiento del sistema. En estos casos, la distribución dinámica de la carga puede diferir considerablemente de la estática, introduciendo incertidumbre en el diseño y aumentando el riesgo de fallos prematuros.

Diversos estudios han evaluado el comportamiento dinámico real de trenes planetarios, especialmente en aplicaciones de alta velocidad como turbomaquinaria, eólica o automoción eléctrica. En uno de ellos, J. Götz et al. (2022), se hacen dos tipos de ensayos: a carga estática y a carga dinámica. En el ensayo a carga estática se va aumentando el par a bajas revoluciones; mientras que en el ensayo a carga

dinámica, se aumentan las revoluciones para distintos niveles de par. Las conclusiones que se pueden sacar del estudio son relevantes para la toma de decisiones: a cargas bajas la dispersión de reparto de carga es grande al igual que a altas velocidades angulares, donde los efectos dinámicos degradan el factor de reparto de carga. Sin embargo, este estudio se ha basado en componentes de alta precisión; de forma que, si consideramos errores típicos de fabricación y tolerancias, la variación del factor no sería tan grande debidos una constante dispersión del reparto.

También se demuestra cómo a elevadas velocidades de giro y con cargas bajas, el comportamiento vibratorio del sistema afecta de forma significativa al reparto de carga. La presencia de zonas de resonancia puede amplificar tanto el valor medio como la amplitud de las cargas en algunos satélites. Esto favorece y justifica el uso de engranajes helicoidales en la etapa planetaria para, además de sus otros beneficios, reducir la generación de excitaciones vibratorias.

A pesar de que los trenes planetarios están diseñados para soportar pares elevados y que estudios experimentales demuestran que el reparto de carga entre planetas (K_v) mejora con el par, colocar esta etapa al final de la transmisión en nuestro caso no es recomendable. En esa posición, el sistema estaría sometido de forma continua a altos esfuerzos en todos sus contactos y apoyos, lo que generaría mayores pérdidas mecánicas, peor eficiencia térmica y un aumento del desgaste, especialmente en los rodamientos internos y en los ejes de los satélites. Además, los sistemas planetarios implican un mayor número de superficies de contacto y piezas móviles, por lo que las pérdidas internas por fricción se agravan si se trabaja a par elevado. En cambio, cuando se ubica al inicio, esas pérdidas son mucho menores debido al bajo par, sin comprometer su capacidad de reducción. Es decir, aunque en condiciones extremas (bajo par o muy alta velocidad) los planetarios presenten un reparto de carga menos homogéneo, siguen siendo más eficientes y estables que una etapa ordinaria helicoidal equivalente para manejar efectos dinámicos a regímenes de hasta 50.000 rpm.

En este diseño se ha optado por dentado helicoidal en la etapa planetaria. Aunque este tipo de dentado genera fuerzas axiales, la disposición simétrica de los satélites contribuye a una compensación parcial de dichas fuerzas. Si bien no se anulan por completo, esta configuración reduce significativamente las cargas axiales netas sobre

los cojinetes, mejorando así la estabilidad dinámica del sistema. Este diseño permite mejorar la suavidad del engrane, reducir la vibración estructural y minimizar el ruido tonal. Esta elección refuerza el buen comportamiento dinámico del sistema y contribuye a una transmisión más silenciosa y equilibrada, especialmente en aplicaciones de alta velocidad como la presente.

Como se mostrará más adelante en el Documento II: “Cálculos” mediante los resultados tanto analíticos como en ANSYS, esta etapa estará sobredimensionada desde el punto de vista de las tensiones que aparecen como resultado de los esfuerzos. Esto es debido a que se prioriza un buen comportamiento modal, evitando resonancia. Además, los beneficios que se obtendría a nivel de reducción de masa en caso de reducir las dimensiones de los engranajes de la etapa para evitar el sobredimensionamiento, serían muy bajos teniendo en cuenta que las geometrías de aligeramiento ya lo han reducido suficiente y que se verían limitadas en engranajes más pequeños. Estas valoraciones se desarrollaran en mayor medida en el documento de cálculos.

Otro motivo para el sobredimensionamiento de esta etapa es que, al presentar tensiones muy inferiores al límite de fatiga del material, esto nos permite, sin comprometer la seguridad ni la durabilidad, tomar la decisión de que, dado que se trata de un engranaje interno con muchos dientes y gran diámetro, es preferible no cementar ni nitrurar (procesos que aumentan la dureza superficial del acero y, por tanto, su resistencia a la fatiga) el anillo de la etapa planetaria para evitar posibles abombamientos. Al estar sobredimensionado, esta elección no representa riesgo alguno, ya que los valores de tensión siguen siendo muy bajos frente a los límites del material.

3.2.2 Etapa ordinaria helicoidal

Por su parte, la etapa ordinaria helicoidal se sitúa al final de la transmisión, donde el par ya ha sido multiplicado por la primera etapa. Aunque esta etapa recibe mayor carga, su simplicidad mecánica —con solo dos engranajes en contacto— permite gestionar el par de forma eficaz, siempre que el diseño del dentado, el ancho de cara y los apoyos del eje estén correctamente dimensionados. Además, los engranajes

helicoidales presentan ventajas claras en términos de suavidad de funcionamiento y comportamiento en NVH. Estas mejoras se deben a su mayor razón de contacto y al contacto progresivo entre dientes, lo que reduce vibraciones estructurales y el ruido. Estas ventajas y sus análisis dinámicos en aplicaciones similares a las de este trabajo (transmisiones de alta velocidad en vehículos eléctricos) han sido ya estudio de múltiples artículos dada su importancia en el sector (Yanchao Zhang et al. 2020).

Aunque pudiera parecer viable situar la etapa ordinaria helicoidal al inicio de la transmisión, lo cierto es que su colocación tras una primera etapa planetaria es más adecuada. Aunque es cierto que en segunda etapa los esfuerzos mecánicos son altos debido al aumento de par; en la primera etapa, aun siendo el par más bajo, los coeficientes de velocidad derivados de las 50.000 rpm hacen que las sollicitaciones dinámicas y los esfuerzos mecánicos sean comparables o incluso más severos. Además, en estas condiciones, factores como la fricción, el calentamiento, los problemas de lubricación, las vibraciones y el balance dinámico resultan críticos, y son gestionados de forma significativamente más eficiente por una etapa planetaria que por una ordinaria helicoidal.

Por otro lado también podría plantearse como opción usar dos etapas planetarias. Sin embargo, como ya se ha comentado, esto incrementaría mucho su complejidad mecánica y su coste, prioritario dado el objetivo de su incorporación a vehículos eléctricos habituales.

A diferencia de los vehículos con motor de combustión interna, los BEVs no generan el ruido característico del motor térmico, el cual actuaba como sonido enmascarador de otros elementos mecánicos. La ausencia de este "fondo sonoro" deja al descubierto ruidos antes imperceptibles, entre los que destaca el producido por la transmisión, generando nuevas exigencias en cuanto al diseño acústico del sistema.

Uno de los principales problemas identificados en transmisiones de BEVs es el carácter tonal del ruido de engranajes, que puede resultar especialmente molesto para el oído humano. Este efecto se agrava por el hecho de que los motores eléctricos suelen operar a mayores velocidades de giro que sus equivalentes térmicos, lo que da lugar a composiciones espectrales de ruido con componentes de alta frecuencia. Estas frecuencias elevadas no solo son más fácilmente percibidas, sino también más intrusivas desde el punto de vista del confort acústico dentro del habitáculo.

Además del aumento de frecuencia, las mayores velocidades de operación plantean dificultades adicionales, como la imposibilidad de mantener el sistema en el rango subcrítico. Este rango se define como la zona en la que la frecuencia de engrane (f) se mantiene por debajo de la frecuencia natural (f_n) del sistema. Operar dentro del rango subcrítico es deseable, ya que evita fenómenos de resonancia que provocan aumentos en las vibraciones y el ruido. Cuando se entra en el rango crítico, se generan fuerzas dinámicas adicionales en los engranajes, que amplifican las emisiones acústicas de forma notable (D. Schweigert et al. 2020).

En este contexto, el uso de engranajes helicoidales en las transmisiones de vehículos eléctricos (BEVs) representa una solución parcial pero eficaz frente a los desafíos acústicos descritos anteriormente:

- Reducción del ruido y las vibraciones: gracias a su contacto progresivo y simultáneo entre varios pares de dientes, los engranajes helicoidales permiten una transferencia de carga más uniforme que los engranajes rectos, lo que disminuye tanto la vibración estructural como el ruido tonal.
- Atenuación de armónicos acústicos: el perfil helicoidal suaviza la generación de componentes de alta frecuencia en el espectro sonoro, reduciendo así los armónicos molestos y mejorando la calidad acústica percibida por el usuario.
- Amortiguación de resonancias torsionales: Aunque los engranajes helicoidales no alteran la frecuencia natural del sistema, su contacto progresivo reduce la magnitud de las fuerzas excitadoras periódicas. Esto puede disminuir la amplitud de la respuesta del sistema cuando opera en proximidad a una condición resonante, atenuando así sus efectos.

Sin embargo, es importante tener en cuenta que los engranajes helicoidales generan fuerzas axiales adicionales como consecuencia de su diseño geométrico. Estas fuerzas deben ser compensadas adecuadamente mediante el uso de rodamientos o configuraciones específicas, lo que implica un mayor esfuerzo de diseño en la transmisión.

Además, a pesar de las altas exigencias derivadas del par transmitido y la influencia de los coeficientes dinámicos, no puede dimensionarse de forma excesiva. Por ello, y considerando las dimensiones habituales de las transmisiones en vehículos, se estableció un límite máximo para la suma de los diámetros de los engranajes de esta

etapa, fijado en 30 cm. Esta restricción responde a la necesidad de mantener el volumen total del conjunto (que incluye la etapa ordinaria helicoidal, la etapa planetaria y otros componentes) dentro de límites adecuados para su integración en el sistema, ya que aunque la masa total pudiera respetarse, un volumen mayor excedería el espacio disponible o deseado en el diseño final.

3.2.3 Conclusión etapas de reducción

Recapitulando, se decide asignar a la etapa planetaria una reducción de 8,75:1, dejando a la etapa ordinaria helicoidal una reducción complementaria de 4:1, de forma que el producto de ambas proporciones ofrezca la relación total deseada. Este reparto responde a un equilibrio buscado entre la capacidad de carga, la eficiencia, la facilidad de fabricación y el comportamiento NVH (ruido, vibración y aspereza), muy relevante en entornos eléctricos.

Por un lado, como ya se ha comentado, las etapas planetarias presentan una alta capacidad para ofrecer relaciones elevadas de transmisión en un espacio compacto, manteniendo buenas cifras de eficiencia y distribución del par; siendo especialmente dominantes en una aplicación como la de este caso donde la entrada se produce a altas velocidades de giro. Esto las hace especialmente adecuadas para asumir la parte más exigente del trabajo, es decir, la reducción más grande del conjunto. Al asignarles una relación de 8,75:1, se aprovechan estas cualidades sin forzar geometrías extremas ni comprometer la integridad estructural del sistema. Además, al incorporar dentado helicoidal se contribuye al mejor comportamiento sonoro y vibracional.

Las etapas ordinarias helicoidales, si bien presentan un comportamiento superior al de las de engranajes rectos en términos de suavidad y ruido, no son las más adecuadas para relaciones de reducción muy altas en una sola etapa, ya que ello implicaría engranajes de gran tamaño, fuerzas axiales elevadas y posibles pérdidas de eficiencia. Además, cuando se combinan altas velocidades de rotación con pares elevados, pueden surgir problemas térmicos o de lubricación si no se gestiona adecuadamente el diseño del contacto y la refrigeración. Por ello, limitar su papel a una reducción moderada de 4:1 permite que puedan diseñarse con geometrías compactas, materiales estándar y sin requerir niveles extremos de calidad superficial o precisión. Además, en este rango de trabajo los engranajes helicoidales logran un

excelente equilibrio entre eficiencia y comportamiento acústico, algo especialmente relevante en vehículos eléctricos, donde, como ya se ha mencionado, la ausencia de ruido del motor térmico deja al descubierto cualquier sonido mecánico procedente de la transmisión.

En conjunto, la arquitectura seleccionada (planetaria + ordinaria helicoidal) representa una solución técnicamente equilibrada para transmisiones de alta velocidad en vehículos eléctricos. Esta configuración combina una elevada compacidad, buen comportamiento dinámico, capacidad de gestión de par y un rendimiento acústico optimizado, satisfaciendo así simultáneamente las exigencias mecánicas, térmicas y de confort propias de este tipo de aplicaciones.

Esta decisión se alinea con tendencias actuales en el diseño de transmisiones de alto rendimiento en automoción eléctrica, como puede observarse en configuraciones adoptadas en proyectos como el desarrollado por D. Schweigert et al. (2024), donde también se recurre a repartos similares de reducción entre planetarias y ordinarias helicoidales, buscando ese mismo equilibrio entre tamaño, peso, y comportamiento dinámico.

Cabe destacar que, como se ha mencionado previamente, la definición final de esta arquitectura ha sido el resultado de un proceso iterativo de diseño. A lo largo del desarrollo se plantearon y evaluaron múltiples arquitecturas y configuraciones, que fueron analizadas no solo en base a criterios funcionales y geométricos (véase Tabla 1), sino también mediante estudios de esfuerzos estáticos, dinámicos, fatiga y respuesta a la resonancia. Los resultados de dichos análisis descartaron de forma justificada otras alternativas, permitiendo así converger hacia una solución técnicamente sólida, viable, y alineada con las mejores prácticas en el ámbito de las transmisiones de alta velocidad para vehículos eléctricos.

3.2.4 Valores y dimensiones de engranajes y dientes

Una vez definida la arquitectura de la transmisión y las relaciones de transmisión de cada etapa, se procedió a determinar la geometría específica de cada engranaje. A continuación, se justifican las decisiones adoptadas.

Módulo, ángulo de hélice y ancho del diente

Para ambas etapas se seleccionaron los siguientes parámetros:

- Ángulo helicoidal: 20°
- Ancho de diente: 25 mm

Esta elección se basa en varios estudios y diseños de referencia de transmisiones eléctricas (D. Schweigert et al. 2024, Hu, Talbot y Kahraman 2018, Kahraman, Kharazi y Umrani 2003, Yanchao Zhang 2020), donde se observa que estos valores son representativos de soluciones optimizadas en el sector. Sus ventajas son:

- Cara del diente 25 mm: mejora la distribución de cargas y la rigidez estructural, sin generar excesivo volumen ni peso, factores clave en la transmisión de un vehículo. Además, permite tener un mayor valor de ángulo helicoidal que en otras aplicaciones.
- Ángulo helicoidal 20°: ofrece un buen grado de recubrimiento, con fuerzas axiales moderadas y buena suavidad de funcionamiento.

En cuanto al módulo, muchos de los trabajos que acaban de ser mencionados apuestan por módulos poco superiores a 1 en la etapa planetaria. Sin embargo, los módulos propuestos en algunos estudios no están normalizados, lo que incrementaría considerablemente el coste, un parámetro fundamental en este proyecto. Por ello, para esta etapa se seleccionó:

- Módulo normal: 1,5 mm

Este módulo es óptimo ya que será suficiente para soportar los esfuerzos mecánicos estáticos y dinámicos sin necesitar de elevados números de dientes; y permite tener un elevado grado de recubrimiento favoreciendo así además términos de NVH.

Por otro lado, en la etapa ordinaria helicoidal este módulo no era suficiente para resistir los esfuerzos sin suponer un número muy elevado de dientes; suponiendo unas tensiones en los dientes y en el resto del engranaje inadmisibles. Por ello, se fue probando la respuesta de la etapa con diferentes módulos y número de dientes, obteniendo como módulo definitivo:

- Módulo normal: 4 mm

Etapla planetaria: distribución de dientes

Se escogió una relación de transmisión de 8,75:1 en la etapa planetaria. A partir de esta relación, existen múltiples combinaciones de número de dientes que podrían cumplirla. Sin embargo, se seleccionó una configuración concreta con:

- Sol: 24 dientes
- Anillo: 186 dientes
- Planeta: 81 dientes

Esta elección responde a varios factores:

- Satisface exactamente la relación deseada

$$i = 1 + \frac{Z_c}{Z_s} = 1 + \frac{186}{24} = 8.75$$

La entrada de par se realiza a través del engranaje solar y la salida se toma del portaplanetas, manteniendo el anillo fijo. Esta configuración permite obtener una elevada reducción de velocidad en una sola etapa.

- Tamaño compacto pero robusto: Un sol de 24 dientes mantiene un diámetro relativamente pequeño, lo que ayuda a reducir el tamaño global de la etapa. Al mismo tiempo, un anillo de 186 dientes y planetas de 81 permiten un buen número de contactos simultáneos, reduciendo la carga por diente y aumentando la robustez del sistema.
- Proximidad a soluciones de referencia: En trabajos de referencia como el proyecto Speed4E (D. Schweigert et al. 2024), se usaban configuraciones similares con un número de dientes comparable, lo que sugiere que esta escala de engranajes es válida para transmisiones de alta velocidad en automoción.

Se optó por usar 3 planetas, ya que es la configuración más habitual en automoción por su equilibrio entre robustez, simetría de carga y facilidad de ensamblaje.

Aumentar el número de planetas (por ejemplo, a 4 o 5) mejora la capacidad de carga, pero complica el diseño mecánico y el centrado geométrico, y puede aumentar el peso y el coste sin un beneficio claro en este caso. Reducirlo a 2 comprometería la estabilidad y sobrecargaría los flancos de los dientes.

Por otro lado, la elección de un engranaje solar con menor número de dientes que los planetas permite facilitar de forma significativa obtener la relación de transmisión

elevada; aunque es importante que tenga el número de dientes suficiente como para que soporte las tensiones de los tres planetas y que las tensiones provocadas por el contacto con estos no se superpongan entre sí por ser muy próximos en caso de un pequeño diámetro, afectando el rendimiento y la durabilidad local del sistema ya que habría tensión constante en el engranaje solar.

Adicionalmente, el mayor tamaño de los engranajes planetarios favorece la posibilidad de implementar geometrías de aligeramiento, de forma que se maximiza el objetivo de reducir masa en la transmisión.

Etapla ordinaria helicoidal: elección del número de dientes

La etapa ordinaria helicoidal debía proporcionar la reducción restante para alcanzar el total de 35:1, es decir, una relación de 4:1.

Se escogió una configuración con:

- Piñón: 15 dientes
- Corona: 60 dientes

Esta configuración se eligió porque:

- Satisface exactamente la relación deseada

$$i = \frac{Z_{corona}}{Z_{piñon}} = \frac{60}{15} = 4$$

- Con un módulo 4, los dientes ofrecen la robustez necesaria para asegurar la resistencia mecánica requerida, evitando la necesidad de un número excesivo de dientes o de grandes diámetros.
- Mantiene diámetros dentro del límite de 30 cm establecido y los esfuerzos moderados, lo que facilita la fabricación, el equilibrado y el análisis estructural posterior.

En la etapa ordinaria helicoidal, por supuesto, para que esta reduzca la velocidad y aumente el par, el piñón (engranaje menor) debe ser la entrada y la corona la salida.

De esta forma, en las siguientes tablas se presentan, para los engranajes y dientes de ambas etapas, los valores seleccionados u obtenidos de los principales parámetros geométricos y de contacto: módulo normal (m_n), ángulo de engrane (α),

ángulo de hélice (β), número de dientes (z), diámetro primitivo (d) y diámetro primitivo frontal (d_t), ancho del engranaje (b), distancia entre ejes (a) y los grados de recubrimiento frontal (ε_α), del salto (ε_β) y total (ε_t).

Tabla 2: Parámetros y dimensiones de los engranajes de la etapa planetaria

Parámetro	Unidades	Sol	Planeta	Anillo
m_n	mm	1,5		
α	°	20		
β	°	20		
z	-	24	81	-186
d	mm	36	121,5	-279
d_t	mm	38,31	129,30	-296,91
b	mm	25		
a	mm	83,8		
		83,8		
$\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta, \varepsilon_t$	-	1,57/1,81/3,38		
		1,75/1,81/3,56		

Tabla 3: Parámetros y dimensiones de los engranajes de la etapa ordinaria helicoidal

Parámetro	Unidades	Piñón	Corona
m_n	mm	1,5	
α	°	20	
β	°	20	
z	-	20	80
d	mm	30	120
d_t	mm	31,93	127,70
b	mm	25	
a	mm	79,81	
$\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta, \varepsilon_t$	-	1,55/1,81/3,36	

Se verifica que las dimensiones de ambas etapas se ajustan a los límites razonables basados en las dimensiones y volúmenes típicos de transmisiones; en particular, la etapa ordinaria helicoidal cumple con el límite establecido, en el que la suma de los diámetros del par de engranajes no supera los 30 cm.

Por otro lado, dado que el número de dientes y el diámetro del anillo son elevados, se pretende, siempre que sea posible, evitar la aplicación de tratamientos térmicos como cementación o nitruración, ya que estos podrían provocar abombamientos o deformaciones en un engranaje interno de estas dimensiones.

3.2.5 Acoplamiento al eje y diámetro interior

Otra de las decisiones fundamentales en el diseño de una transmisión de alta velocidad como la aquí presentada es la elección del método de acoplamiento entre el engranaje y el eje. Este punto debe garantizar una transmisión eficaz del par motor, evitar concentraciones críticas de tensiones y ser viable para su fabricación en masa. Aunque esta decisión no entra dentro del alcance ni objetivos de este trabajo, se comentan dos posibilidades habituales.

Las opciones más comunes en ingeniería mecánica son el acoplamiento mediante chaveta y el acoplamiento mediante eje estriado. La chaveta es una solución sencilla, estandarizada y de bajo coste, pero concentra tensiones en una única zona de contacto y resulta menos adecuada para transmisiones compactas y de altas prestaciones. Por su parte, el eje estriado permite repartir el par entre múltiples dientes, mejora la distribución de tensiones, que ofrece mayor resistencia a fatiga y es más apto para altas velocidades, aunque implica mayor complejidad y costes de fabricación.

Dadas las condiciones operativas de esta transmisión (particularmente una velocidad de rotación de 50.000 rpm y elevadas exigencias de fiabilidad) se recomienda un acoplamiento estriado. Esta elección está respaldada por estudios como *Design of a Gearbox for an Electric FSAE Vehicle* Sanfeliu Tort (2016), donde se demuestra que la chaveta genera concentraciones de tensiones críticas a altas revoluciones, mientras que el estriado las reduce significativamente.

En etapas de alta velocidad se priorizan más dientes (mayor precisión y simetría), y en las de alto par, menos dientes con mayor grosor (mayor capacidad de carga). El diámetro interior del engranaje se ha diseñado considerando resistencia estructural, compatibilidad con el eje, tolerancias de montaje y minimización de masa.

No obstante, la decisión final sobre el tipo de acoplamiento deberá tomarse tras estudios detallados de transmisión de par, análisis de fatiga, tolerancias de montaje

y, por supuesto, costes de fabricación, que determinen la solución más adecuada para la producción en serie. Por ello, en los modelos utilizados para simulación estructural con Ansys, la forma de acoplamiento con el eje no se ha representado de forma explícita. Dado que el objetivo principal del trabajo es analizar distintas geometrías de aligeramiento y materiales de la nueva transmisión, se ha simplificado el acoplamiento para evitar complejidades innecesarias en la malla sin afectar al análisis de tensiones en la masa del engranaje. El diámetro interior se mantiene compatible tanto con un estriado como con un chavetero, pero su geometría detallada se omite deliberadamente por motivos de enfoque y la necesidad de estudios adicionales. Los diámetros de los ejes propuestos, y por tanto los diámetros interiores de los engranajes, podrían adaptarse posteriormente a un eje estriado o chavetero, siendo:

Tabla 4: Diámetros interiores de los engranajes compatibles con distintas formas de acoplamiento al ejes

Engranaje	Diámetro interior
Piñón	25 mm
Corona	80 mm
Sol	20 mm
Planeta	40 mm

En el caso del engranaje solar y del piñón, al ser engranajes más pequeños, es fundamental que el cuerpo del engranaje conserve un espesor radial suficiente entre su eje y la base de los dientes para evitar zonas débiles que puedan comprometer la resistencia a fatiga. Existen múltiples parámetros y ratios que permiten calcular la distancia mínima entre el pie del diente y cualquier vaciado interior. Uno de los más destacados es el Backup Ratio, definido como:

$$BR = \frac{H}{T} \quad (5)$$

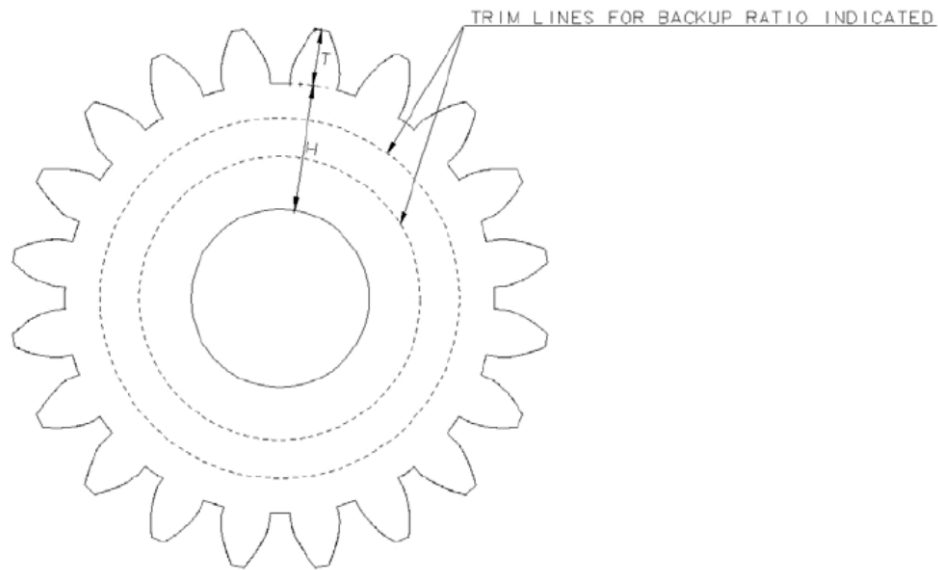


Figura 10: Backup ratio (Hiremagalur y Ravani 2004)

Este parámetro tiene una influencia directa sobre la rigidez del engranaje y sobre la distribución de tensiones en la raíz de los dientes.

Según Hiremagalur y Ravani (2004), las tensiones por flexión en la base del diente disminuyen significativamente al aumentar el backup ratio, hasta alcanzar un punto de optimización en un valor de 2.0. A partir de ese umbral, las tensiones no son muy sensibles a ese incrementos. Además, el mismo estudio muestra que el factor geométrico J, que rige la resistencia a fatiga del diente, alcanza su valor máximo también en $BR = 2.0$, independientemente del diámetro primitivo del engranaje.

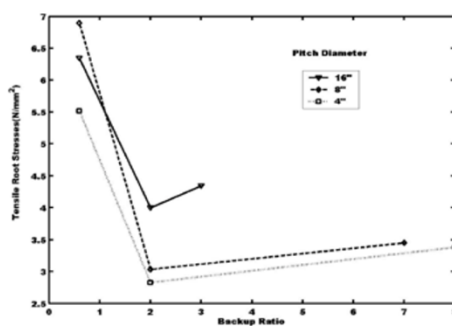


Figure 8: Effect of backup ratio on root stress

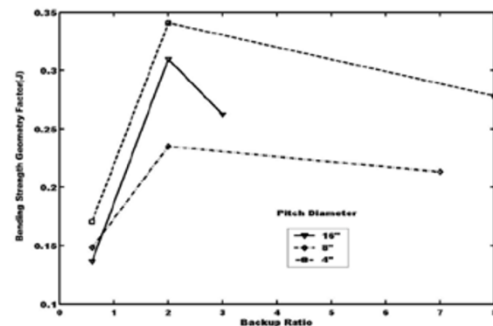


Figure 9: Variation of bending strength geometry factor, J with backup ratio

Figura 11: Variaciones de las tensiones en el pie del diente y el factor geométrico de resistencia a fatiga con el Backup ratio (Hiremagalur y Ravani 2004)

Otros estudios como Kahraman, Kharazi y Umrani (2003) proponen otros ratios y parámetros para determinar y estudiar cómo afecta el espesor del aro en engranajes

planetarios no solo en la masa, sino también en el reparto de carga, ruido y durabilidad. A través de simulaciones con modelos deformables, demuestran que reducir demasiado el grosor del aro en engranajes planetarios incrementa notablemente las tensiones dinámicas y puede generar resonancias perjudiciales.

Comparando estos ratios con la norma ISO 6336 (que indica que el espesor mínimo entre el pie del diente y cualquier vaciado interior debe ser como mínimo de tres veces el módulo normal del engranaje) se ha tomado precisamente este último criterio como base para la definición geométrica ya que se alineaba más con el objetivo de posteriormente realizar geometrías de aligeramiento en la zona del rebaje (Daniel Schweigert et al. 2020). De esta forma el diámetro interior del cuerpo queda definido como:

$$d_{int} = d_f - 6 * m_n \quad (6)$$

Estos valores permiten garantizar una rigidez estructural suficiente del engranaje incluso en condiciones de carga elevadas, y han permitido definir los diámetros de los ejes del engranaje solar y del piñón de la etapa ordinaria helicoidal presentados en la Tabla 4.

En el caso del engranaje solar y del piñón de la etapa ordinaria helicoidal, se ha descartado la posibilidad de introducir vaciados internos o aligeramientos estructurales debido a las limitaciones geométricas y funcionales que presentan ambos componentes. Su diámetro total es reducido, y el margen entre el eje y la base de los dientes no ofrece volumen suficiente para incluir geometrías de aligeramiento sin comprometer la integridad mecánica ni generar concentraciones indeseadas de tensiones.

En resumen, ambos engranajes se han modelado como cuerpos sólidos sin aligeramientos internos porque las condiciones geométricas, de carga y de funcionamiento lo desaconsejan completamente desde el punto de vista estructural.

Con los mismos criterios, ratios que para los dos engranajes anteriores y empleando la ecuación (6), en el caso del anillo, que es un engranaje interior, se dejará un margen de tres módulos normal desde el pie del diente hasta la circunferencia exterior para

asegurarnos de una correcta rigidez del engranaje y distribución de tensiones en la raíz de los dientes.

$$d_{extanillo} = d_{tf} - 6 * m_n = -300,51 - 6 * 1,5 = -309,51 \text{ mm}$$

No obstante, dado que el anillo es el engranaje fijo de la etapa planetaria, es necesario mecanizar en él una serie de agujeros distribuidos a lo largo de su circunferencia para permitir su unión a la carcasa. En este sentido, la distancia definida se emplea como margen entre la base de los dientes y los agujeros (como puede observarse en el plano correspondiente del Documento III: “Planos”), asegurando que su presencia no comprometa la rigidez estructural del engranaje ni la adecuada distribución de tensiones en los dientes.

En los engranajes planeta y en la corona se definió un diámetro interior equivalente a aproximadamente un tercio del diámetro exterior. Esta proporción, fundamentada en referencias de otros estudios, garantiza un espesor suficiente para mantener la rigidez estructural y la resistencia frente a las cargas transmitidas, especialmente en el caso de los planetas, que deben soportar el contacto simultáneo con dos engranajes.

Al mismo tiempo, esta configuración deja una zona interior amplia y aprovechable que permite aplicar distintas geometrías de aligeramiento sin comprometer las zonas críticas del diente. Esto es clave para el objetivo principal del trabajo, ya que facilita comparar el efecto de distintas formas internas sobre la masa y comportamiento del engranaje. Además, al tratarse de componentes más grandes, cualquier reducción de peso tiene mayor impacto en la eficiencia global del sistema.

3.2.6 Modificaciones geométricas del perfil del dentado

En el diseño de engranajes, especialmente en aplicaciones exigentes como las transmisiones de vehículos eléctricos, se han desarrollado múltiples estrategias de modificación geométrica con el fin de mejorar el comportamiento dinámico y acústico del sistema. Estas modificaciones no buscan alterar el perfil base del diente, sino introducir ajustes sutiles que permitan mitigar problemas específicos como el ruido de funcionamiento (NVH), las vibraciones inducidas por cargas dinámicas, o la concentración de esfuerzos en zonas no deseadas del flanco dentado. Entre estas técnicas destacan los alivios de perfil, tales como recortes de entrada o salida, que

suavizan el acoplamiento entre dientes y evitan choques iniciales que generan ruido y vibración; las correcciones de línea de flanco, que permiten compensar desalineamientos entre ejes o deformaciones bajo carga; y las modificaciones topológicas del diente, cada vez más habituales gracias al uso de algoritmos paramétricos y simulaciones FEM, que persiguen un reparto de carga más uniforme a lo largo del flanco.

Numerosos estudios han demostrado que estas modificaciones pueden reducir significativamente las vibraciones y el ruido de engranajes, al tiempo que mejoran su vida útil al distribuir más eficientemente las tensiones superficiales (Liu Xianghuan et al. 2018; Roth, Westphal y Brecher 2025).

A pesar del interés de estas soluciones, no se tendrán en cuenta en este trabajo, ya que el objetivo del mismo no es optimizar la geometría para NVH ni estudiar los efectos del contacto microgeométrico, sino evaluar la capacidad estructural de diferentes configuraciones geométricas y materiales de engranajes frente a cargas estáticas y dinámicas.

Además, las herramientas de simulación empleadas en el desarrollo de este estudio no disponen del nivel de precisión requerido para representar y evaluar con fiabilidad este tipo de modificaciones microgeométricas. La representación exacta de alivios de perfil, curvaturas laterales o deformaciones inducidas por la carga requeriría un modelado avanzado de contacto y malla fina, lo cual escapa al alcance y los medios del presente proyecto.

3.3 POSIBLES GEOMETRÍAS Y MATERIALES DE ENGRANAJES

En el diseño de una transmisión destinada a un vehículo eléctrico con máquinas de velocidad de giro muy alta, como es el caso de este trabajo, la elección del material para los engranajes no es un aspecto secundario, sino una decisión de diseño crítica. El material debe ser capaz de garantizar el buen funcionamiento del sistema bajo condiciones dinámicas extremas, sin comprometer aspectos clave como el peso, la durabilidad, la posibilidad de fabricación a gran escala o los costes industriales.

En este sentido, los materiales propuestos deben cumplir simultáneamente con tres requisitos fundamentales:

- **Alta resistencia mecánica:** los engranajes están sometidos a esfuerzos cíclicos muy intensos, que combinan contacto superficial, flexión, torsión y cargas dinámicas adicionales debidas a resonancias o desequilibrios. El material, por tanto, debe resistir la fatiga mecánica y el desgaste superficial sin deformaciones ni fallos prematuros, garantizando además resistencia a fatiga de vida infinita dada la elevada velocidad de giro, que hará que se alcance un elevado número de ciclos en poco tiempo de funcionamiento
- **Bajo peso relativo o facilidad para aligerar masa:** Aunque los aceros no se consideran materiales especialmente ligeros, es importante que el material permita, mediante diseño estructural (geometrías aligeradas), minimizar el peso rotacional del conjunto, permitiendo el aumento de la densidad de potencia deseado, ya que así la reducción de peso de la máquina eléctrica será mayor que el aumento en la transmisión.
- **Viabilidad para la fabricación en masa:** Este aspecto es esencial. Dado que el objetivo del trabajo está enfocado en una transmisión aplicable a vehículos eléctricos de producción comercial, el uso de materiales poco comunes, costosos o difíciles de procesar haría inviable su implementación. Por ello, el material debe ser ampliamente utilizado en el sector de automoción, con procesos de transformación industrial consolidados.

En base a estos criterios, se descartan materiales experimentales, polímeros técnicos o aleaciones avanzadas como el titanio o el aluminio, cuya ligereza no compensa las deficiencias en resistencia o coste. En su lugar, se opta por aceros aleados convencionales, que constituyen el estándar en la industria del automóvil para la fabricación de engranajes.

Estos aceros permiten alcanzar elevadas propiedades mecánicas mediante tratamientos térmicos como el templado y revenido, el cementado o la nitruración, y su uso está completamente industrializado. Además, su compatibilidad con geometrías complejas, tratamientos superficiales, tolerancias ajustadas y volúmenes de producción elevados los hace especialmente adecuados para aplicaciones como la estudiada en este trabajo.

En definitiva, la selección de materiales se ha centrado en aquellos aceros más utilizados en engranajes de automoción que cumplan las tres condiciones anteriores,

asegurando que las soluciones propuestas no solo sean técnicamente viables, sino también escalables e implementables en vehículos de calle fabricados en serie.

Tabla 5: Características y propiedades mecánicas de los aceros aleados propuestos

Material (Símbolo según DIN)	Grupo de materiales	Estado de tratamiento	Valores de dureza en la rueda dentada		Valores de resistencia a la fatiga para		Resisten. Estática para el pie del diente
			Material del núcleo	Superficie de los flancos	Presión de Hertz	Ten. En pie de diente/carg. pul.	
20 Mn Cr 5	Aceros de cementación, según DIN 17210	Cementados-templados	HV 10 = 330	HV 1 = 720	1630	480	1500
16 Mn Cr 5			HV 10 = 270	HV 1 = 720	1630	460	1400
17 Cr Ni Mo 6			HV 10 = 400	HV 1 = 740	1630	500	1700
42 Cr Mo 4	Aceros para bonificación, según DIN 17200 templados por llama o por inducción	Templados periféricamente, incluida base del diente	HV 10 = 275	HV 1 = 650	1360	350	1300

En lo que respecta a propiedades físicas como densidad (ρ), módulo de Young (E), coeficiente de Poisson (ν) o módulo de cortadura (G), los valores son prácticamente idénticos para los aceros analizados. Esto se debe a que todos pertenecen a la misma familia de materiales (aceros aleados) y sus pequeñas diferencias de composición química no son suficientes para alterar de forma significativa sus propiedades elásticas o la densidad. La principal diferencia entre ellos radica en su composición y en cómo esta influye en su respuesta a los tratamientos térmicos, determinando la dureza superficial alcanzable, la tenacidad del núcleo y la resistencia a la fatiga tras el procesado.

En la Tabla 6 se recopilan estos valores comunes junto con los precios aproximados de cada material, lo que permite una comparativa directa en términos de coste y disponibilidad.

Tabla 6: Propiedades y precios de los aceros propuestos

Material (Símbolo según DIN)	Densidad (g/cc)	Módulo de Elasticidad (GPa)	Coeficiente de Poisson	Módulo de Cortadura (GPa)	Precio (€/Kg)
20 Mn Cr 5	7,8	210	0,3	80	1,3-1,5
16 Mn Cr 5					2-3,5
17 Cr Ni Mo 6					3,5-6,5
42 Cr Mo 4					1,3-2

Además de la configuración general de la transmisión y la selección del material, la estructura interna del cuerpo del engranaje constituye el aspecto central de este trabajo, ya que determina en gran medida su comportamiento mecánico y la masa final del conjunto.

En este trabajo se exploran diferentes geometrías de engranajes aligerados, además de con el objetivo principal de reducir peso, también de distribuir las tensiones de forma más eficiente, minimizar concentraciones críticas y mantener la rigidez necesaria en condiciones de alta velocidad y carga cíclica.

La selección de geometrías se ha basado en dos criterios principales:

- Por un lado, se han considerado diseños habituales o simplificados, comúnmente empleados en la industria y fácilmente fabricables.
- Por otro lado, se han incluido diseños bioinspirados, derivados de estructuras naturales optimizadas evolutivamente para cumplir funciones mecánicas similares: soportar cargas con el mínimo uso de material.

En total, se evaluarán seis geometrías:

- Diseños convencionales:
 - **Geometría 1:** rebaje central

El engranaje presenta un cuerpo más fino en la zona interior, entre el eje y el anillo de dientes. Se elimina material allí donde no se transmite carga directa, reduciendo peso sin comprometer resistencia.

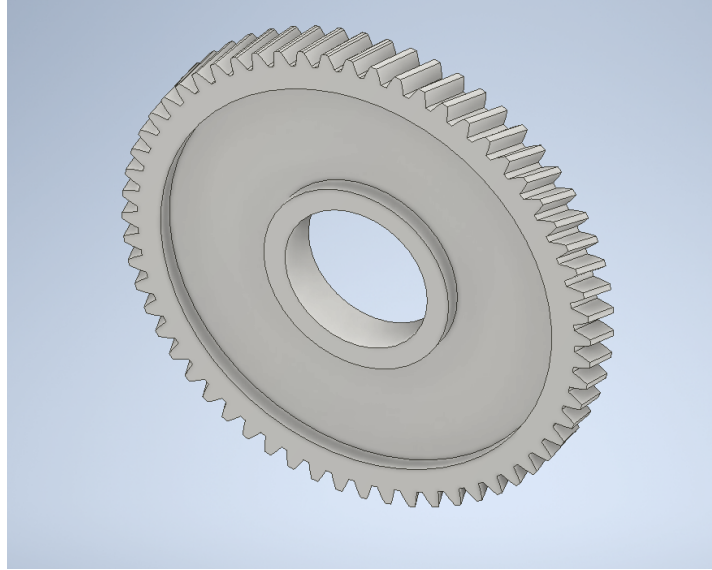


Figura 12: Geometría de aligeramiento 1

Para determinar la mínima distancia entre el pie del diente y los rebajes se emplearon los criterios y ratios comentados previamente en el cálculo del diámetro de los ejes de los engranajes, que aseguran una rigidez estructural suficiente y que se alinean con el objetivo de posteriormente realizar geometrías de aligeramiento en la zona del rebaje (Daniel Schweigert et al. 2020). De esta forma, empleando la ecuación (6), el diámetro exterior del rebaje queda definido como:

$$d_{rebaje} = d_f - 6 * m_n$$

Además, el engranaje incorpora también un espesor en la zona previa al rebaje como se muestra en la imagen. De esta forma el diámetro d_{ih} sería el diámetro exterior del eje seleccionado y su espesor radial se establece también en función del módulo como:

$$d_{oh} = d_{ih} + 6 * m_n$$

Por último, el espesor axial del alma del engranaje se define según otros estudios de referencia y basado en resultados obtenidos a lo largo de este proyecto:

$$b_s = 0,25 * b = 0,25 * 25 = 6,25 \text{ mm}$$

De esta forma obtenemos unos valores:

Tabla 7: Diámetros de los rebajes internos en corona y planeta

Engranaje	d_{tf}	d_{rebaje}	d_{ih}	d_{oh}
Corona	124,10	115	42	51
Planeta	125,70	116	40	49

Estos valores permiten garantizar una rigidez estructural suficiente del engranaje incluso en condiciones de carga elevadas, y definen a su vez los límites de los rebajes para las geometrías de aligeramiento estudiadas.

○ **Geometría 2:** perforaciones circulares

Se incorporan orificios distribuidos de forma simétrica alrededor de la circunferencia en un anillo concéntrico. Estas perforaciones aligeran la estructura sin alterar significativamente las trayectorias de carga principales del componente.

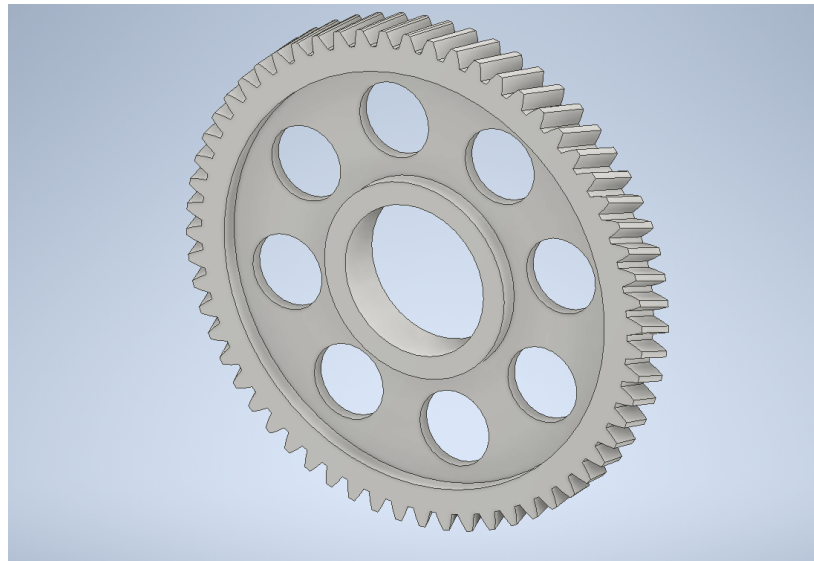


Figura 13: Geometría de aligeramiento 2

○ **Geometría 3:** aligeramiento triangular

Se emplean vaciados con forma de triángulo con empalmes en sus vértices para evitar concentradores de tensiones.

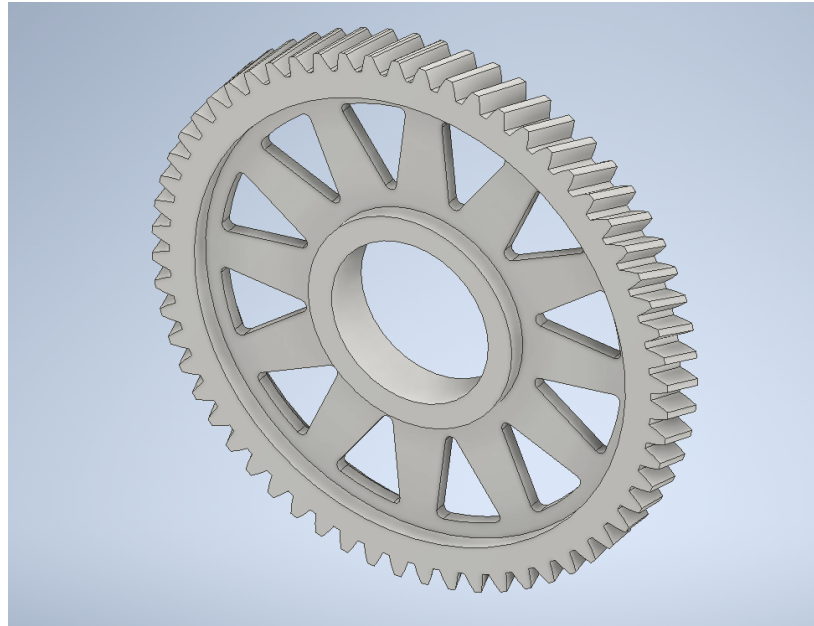


Figura 14: Geometría de aligeramiento 3

- Diseños bioinspirados:

- **Geometría 4:** modelo basado en diatomeas

Inspirado en geometrías propuestas en Nils Niebuhr et al. (2025), basadas en la topología de diferentes diatomeas.

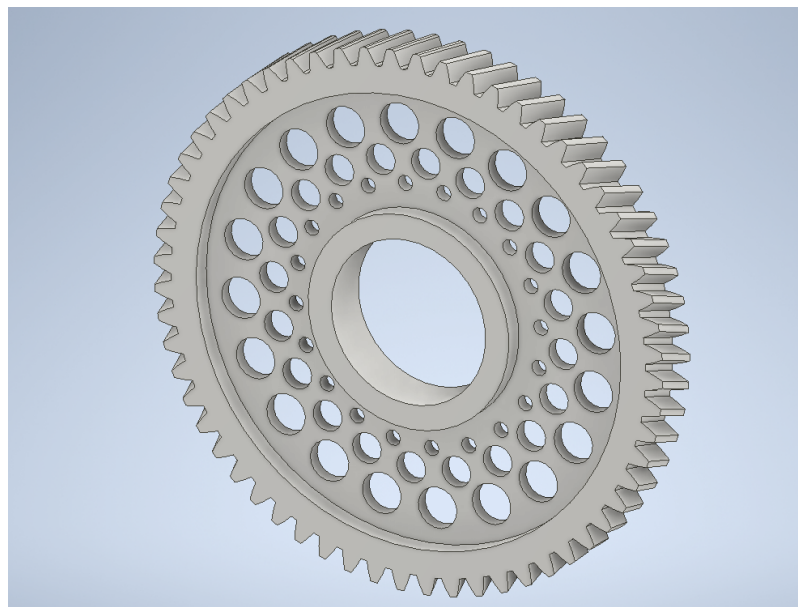


Figura 15: Geometría de aligeramiento 4

- **Geometría 5:** modelo basado en diatomeas

Al igual que la geometría anterior, está basada en la topología de diferentes diatomeas y en ella se emplean estructuras radiales y concéntricas que imitan los esqueletos protectores de estas.

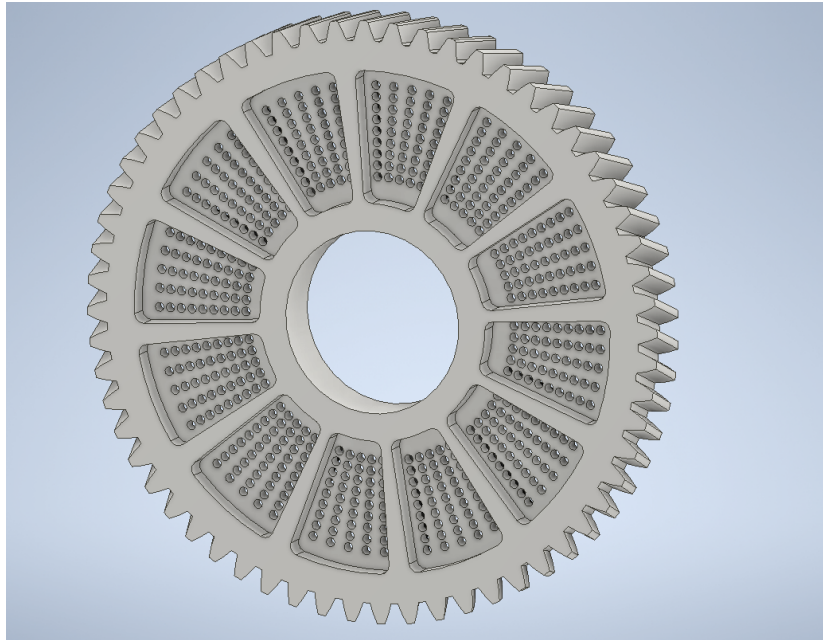


Figura 16: Geometría de aligeramiento 5

- **Geometría 6:** estructura tipo panal de abeja

Esta configuración se estructura con orificios de forma hexagonal en el interior del engranaje. Esta forma es reconocida por su eficiencia estructural y su excelente relación entre rigidez y peso.

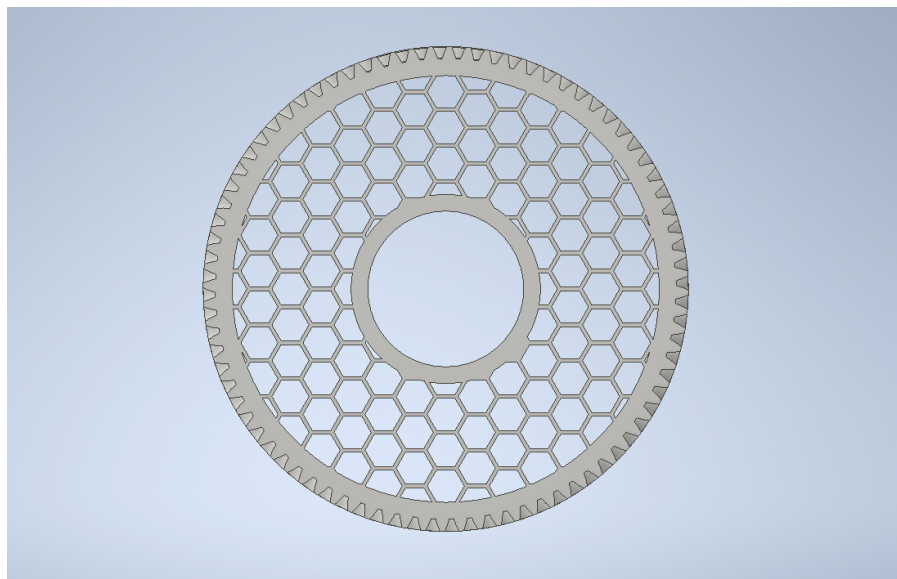


Figura 17: Geometría de aligeramiento 6

Todas estas configuraciones se estudiarán posteriormente mediante simulación estructural para evaluar sus efectos sobre la rigidez, el peso, las concentraciones de tensiones y el comportamiento bajo carga rotativa. El objetivo es determinar cuál de ellas ofrece el mejor compromiso entre resistencia, masa y viabilidad industrial para su integración en un vehículo eléctrico de producción.

3.4 POSIBLES PROCESOS DE FABRICACIÓN

En el desarrollo de engranajes para transmisiones de vehículos eléctricos, la elección del proceso de fabricación resulta determinante para cumplir simultáneamente con los requisitos de resistencia mecánica, precisión dimensional, coste y viabilidad de producción.

Actualmente, los fabricantes de automóviles emplean principalmente procesos de forja en caliente seguida de mecanizado y tratamiento térmico para engranajes de transmisión, debido a su excelente resistencia a fatiga y capacidad de producción en grandes volúmenes. Sin embargo, existen múltiples alternativas que pueden ser consideradas en función de la geometría, el volumen de producción y las propiedades mecánicas requeridas.

A continuación, se presenta una comparativa de los principales procesos aplicables a la fabricación de engranajes de transmisión, considerando su capacidad para lograr geometrías precisas, propiedades mecánicas adecuadas y compatibilidad con tratamientos térmicos:

- Forja en caliente + mecanizado + cementación (habitual): Ofrece un buen equilibrio entre coste y rendimiento en fabricación de volúmenes elevados y cuenta con amplia experiencia industrial. Sin embargo, presenta un coste inicial elevado de utillaje y, para geometrías complejas, requiere mecanizado adicional.
- Fundición de precisión: Permite obtener formas muy complejas con menor mecanizado posterior. Sin embargo, las propiedades mecánicas son inferiores a las de la forja, y el coste y tiempo de producción son mayores.
- Mecanizado desde barra maciza: Requiere gran cantidad de material y tiempo de máquina, generando mucho desperdicio. Sus propiedades mecánicas y

precisión lo hacen ideal para prototipos o series muy bajas, donde no se desea invertir en utillajes caros.

- LPBF (Laser Powder Bed Fusion): Permite realizar geometrías de aligeramiento imposibles con métodos convencionales, pero presenta costes unitarios muy elevados.

En la industria de vehículos eléctricos, el método predominante es la forja en caliente con mecanizado y rectificado, ya que proporciona un equilibrio óptimo entre resistencia, precisión y coste unitario en grandes volúmenes. Tras el mecanizado, normalmente se requieren fases adicionales como el tratamiento térmico para alcanzar las propiedades finales deseadas; procedimiento común a otros procesos de fabricación presentados,

No obstante, la selección final del proceso de fabricación para este trabajo se realizará una vez definida la geometría del engranaje, ya que aspectos como la presencia de aligeramientos, la complejidad de estas o la necesidad de tolerancias especiales influyen directamente en la viabilidad técnica y económica de cada opción.

En este estudio, se diferenciará la selección de procesos para dos etapas clave:

- Prototipado: En esta etapa, el objetivo principal es obtener un engranaje plenamente funcional, con las propiedades mecánicas y la precisión necesarias para reproducir fielmente el comportamiento esperado en condiciones reales. El coste por unidad no es prioritario, ya que se trata de volúmenes muy bajos.
- Producción en serie: procesos de alta repetitividad y bajo coste unitario satisfacer la demanda industrial de vehículos eléctricos de calle.

4 SOLUCIÓN ADOPTADA

4.1 RESUMEN DE RESULTADOS

Para cada una de las geometrías y materiales analizados se han obtenido los valores correspondientes a las tensiones (cálculos analíticos y mediante simulación en ANSYS), el comportamiento modal y el peso aligerado.

En este apartado se recopilan de forma resumida dichos resultados, de manera que se pueda disponer de una visión global y clara antes de proceder a la comparativa entre alternativas y a la selección de la solución óptima.

Para consultar el desarrollo completo de los cálculos, las explicaciones detalladas, las conclusiones intermedias y las decisiones parciales, debe acudir al “Documento II: Cálculos”, donde se documenta cada análisis paso a paso.

Las tablas siguientes presentan, por tanto, los valores más representativos obtenidos en los distintos análisis, que servirán como base para la discusión posterior.

4.1.1 Análisis de tensiones para resistencia a fatiga para vida infinita

A continuación, se presentan los valores de las tensiones obtenidos mediante la simulación en ANSYS de ambas etapas, sometidas a las condiciones de operación más exigentes para obtener las tensiones máximas en el pie del diente y en la cara de contacto y en las zonas críticas de cada geometría de aligeramiento. Dichas condiciones corresponden al régimen de máxima velocidad de giro, donde, pese a que a menor velocidad de giro el par puede ser superior, los efectos dinámicos y los coeficientes de velocidad hacen que este caso sea el más crítico para el comportamiento vibracional del mecanismo y genere las mayores tensiones en dientes y geometrías de aligeramiento (en adelante G.A. en las tablas). De esta forma, se garantiza que el diseño es seguro y robusto frente a las condiciones más críticas de funcionamiento.

Tabla 8: Valores de la tensión en los dientes de la etapa planetaria obtenidos en ANSYS

ETAPA PLANETARIA	Tens. max. en el pie del diente (MPa)	Tens. max. en la cara de contacto (MPa)
Calculada analíticamente	38,16	190,27
ANSYS	55	170
Límite de fatiga (vida infinita) 20MnCr5	300	1164,29
Límite de fatiga (vida infinita) 42CrMo4	218,75	971,43

Tabla 9: Tensiones máximas en las geometrías de la etapa planetaria

Geom. en el planeta	G.A. 1	G.A. 2	G.A. 3	G.A. 4	G.A. 5	G.A. 6
Tens. max. (MPa)	17,5	25	37,5	32,5	40	60

Tabla 10: Valores de la tensión en los dientes de la etapa ordinaria helicoidal obtenidos en ANSYS

ETAPA ORDINARIA HELICOIDAL	Tens. max. en el pie del diente (MPa)	Tens. max. en la cara de contacto (MPa)
Calculada analíticamente	203,83	537,44
ANSYS	255	460
Límite de fatiga (vida infinita) 20MnCr5	300	1164,29
Límite de fatiga (vida infinita) 42CrMo4	218,75	971,43

Tabla 11: Tensiones máximas en las geometrías de la etapa ordinaria helicoidal

Geom. en la corona	G.A. 1	G.A. 2	G.A. 3	G.A. 4	G.A. 5	G.A. 6
Tens. max. (MPa)	50	90	140	130	110	240

Como ya se adelantó, en la etapa planetaria, las tensiones calculadas son significativamente inferiores al límite de fatiga del material. A pesar de esto, no se redujeron las dimensiones de los engranajes, priorizando un buen comportamiento modal que evite problemas de resonancia. Esta sobredimensión también permite, sin riesgos, no aplicar cementación al anillo, evitando posibles abombamientos asociados a su gran diámetro, debido al gran margen entre las tensiones presentadas y el límite de fatiga antes de tratamientos térmicos.

En la etapa ordinaria helicoidal, las tensiones en el pie de los dientes resultaron superiores al límite de fatiga del acero 42CrMo4, por lo que este material se descartó como opción viable. Por otro lado, las tensiones en las geometrías de aligeramiento de la etapa ordinaria helicoidal se mantienen por debajo del límite de fatiga de los materiales restantes, considerándose adecuadas para su uso en la transmisión tanto las geometrías como los materiales.

4.1.2 Análisis del peso de las diferentes geometrías

En las siguientes tablas se presentan los volúmenes y masas obtenidos para cada engranaje en función de la geometría de aligeramiento considerada, con el objetivo de evaluar su potencial de reducción de peso sin comprometer la integridad estructural. Adicionalmente, se incluye una tabla comparativa del peso total del conjunto de engranajes, indicando tanto la diferencia absoluta como la reducción porcentual alcanzada respecto a la geometría de referencia.

Tabla 12: Volúmenes y peso de los engranajes de la etapa planetaria y sus geometrías de aligeramiento

Engranaje	Volumen (mm ³)	Masa (g) ($\rho=7,80$ g/cc)	Reducción respecto G. Básica
Sol	20842,62	162,57	-
Anillo	206256,23	1608,80	-
Pl. Básico	296086,95	2309,48	-
Pl. G1	133288,63	1039,65	55%
Pl. G2	117580,67	917,13	60%
Pl. G3	116169,75	906,12	61%
Pl. G4	115199,93	898,56	61%
Pl. G5	147960,97	1154,10	50%
Pl. G6	121630,37	948,72	59%

Tabla 13: Volúmenes y peso de los engranajes de la etapa ordinaria helicoidal y sus geometrías de aligeramiento

Engranaje	Volumen (mm ³)	Masa (g) ($\rho=7,80$ g/cc)	Reducción respecto G. Básica
Piñón	67641,78	527,61	-
Cor. Básica	1151462,96	8981,41	-
Cor. G1	597992,87	4664,34	48%
Cor. G2	535161,02	4174,26	54%
Cor. G3	535369,32	4175,88	54%
Cor. G4	531111,31	4142,67	54%
Cor. G5	650843,41	5076,58	43%
Cor. G6	559471,19	4363,88	51%

Tabla 14: Reducción de peso total para las geometrías de aligeramiento

Geometría	Peso total (kg)	Reducción de peso (kg)	Reducción Porcentual
Básica	18,21	-	-
Aligeramiento 1	10,08	8,13	45%
Aligeramiento 2	9,22	8,98	49%
Aligeramiento 3	9,19	9,02	50%
Aligeramiento 4	9,14	9,07	50%
Aligeramiento 5	10,84	7,37	40%
Aligeramiento 6	9,51	8,70	48%

Las geometrías de aligeramiento 2, 3 y 4 permiten la mayor reducción de peso, alcanzando aproximadamente la mitad del peso de la geometría básica sin aligeramientos (reducción de unos 9 kg) y varios kilogramos menos que engranajes equivalentes de transmisiones comparables en estudios previos (Daniel Schweigert et al., 2020). Este criterio se considera el más importante, ya que, si bien incrementar la velocidad angular de la máquina eléctrica aumenta la densidad de potencia, dicho beneficio se vería comprometido si la transmisión resultara demasiado pesada al requerir relaciones de reducción mayores. Por ello, los engranajes deben ser lo suficientemente ligeros para garantizar la viabilidad de la estrategia global de diseño.

4.1.3 Análisis modal

En las siguientes tablas se presentan las frecuencias de excitación del sistema, así como las frecuencias naturales obtenidas para las etapas planetaria y ordinaria helicoidal en función de la geometría de aligeramiento considerada. El objetivo es comparar la respuesta modal de cada configuración y evaluar el riesgo potencial de resonancia bajo las condiciones de operación.

Tabla 15: Frecuencias de excitación de la transmisión

Excitación	Frecuencia (Hz)
Velocidad de rotación del sol	833,33
Velocidad de rotación del planeta	218,69
Velocidad de rotación del piñón	95,24
Velocidad de rotación de la corona	23,81
Frecuencia de engrane Etapa Planetaria	17714,3
Frecuencia de engrane Etapa Ord. Helicoidal	1428,6

Tabla 16: Rango de frecuencias naturales de la etapa planetaria según la geometría de aligeramiento

Geometría (etapa planetaria)	Rango de frecuencias naturales (Hz)
Básica	7283 - 9747

Aligeramiento 1	3140 – 5176
Aligeramiento 2	2171 – 4917
Aligeramiento 3	2063 - 4877
Aligeramiento 4	2058 - 4972
Aligeramiento 5	4280 - 6128
Aligeramiento 6	3584 - 5503

Tabla 17: Rango de frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal según la geometría de aligeramiento

Geometría (etapa Ord. Helicoidal)	Rango de frecuencias naturales (Hz)
Básica	1792 - 6645
Aligeramiento 1	599 – 4553
Aligeramiento 2	490 – 4073
Aligeramiento 3	508 – 4153
Aligeramiento 4	495 - 3855
Aligeramiento 5	1067 - 4558
Aligeramiento 6	912 - 2781

El análisis modal realizado muestra que todas las geometrías evaluadas presentan frecuencias naturales muy similares, con lo que su respuesta dinámica es prácticamente idéntica. Por ello, este criterio no sirve para diferenciar entre opciones y se establece únicamente como condición mínima de diseño.

Se comprueba que la geometría seleccionada para la etapa planetaria permite reducir los efectos de resonancia, los cuales únicamente se presentan a bajas revoluciones, mientras que en la etapa ordinaria helicoidal la resonancia coincide con prácticamente todo el rango de funcionamiento.

Dado que en ambos casos las frecuencias de excitación pueden coincidir con las naturales del sistema, es necesario considerar medidas de mitigación de resonancia. Entre las opciones a estudiar se incluyen la incorporación de materiales viscoelásticos

para amortiguamiento o el uso de aisladores antivibratorios, cuya selección y optimización se abordarán en futuros trabajos.

4.2 COMPARATIVAS

El último parámetro a evaluar es el coste de producción. Este depende de la geometría seleccionada, ya que las piezas más complejas o con detalles finos, como las geometrías 5 y 6, requieren procesos de fabricación más elaborados, largos y caros, especialmente en producción en serie. Esto hace que su coste sea mayor y limita su viabilidad para vehículos eléctricos de calle, donde se busca una solución económica y práctica. Dado que el objetivo es que la geometría pueda implementarse en este tipo de vehículos, es preferible priorizar soluciones que mantengan un coste de producción reducido.

No se van a calcular los presupuestos completos de todas las geometrías. En su lugar, para evaluar este criterio se valora cuánto más costosa sería cada geometría respecto a una básica, considerando su complejidad y el tipo de procesos que requeriría. Así, las geometrías más complicadas reciben una peor valoración y las más simples, una mejor.

Este enfoque permite comparar las geometrías de manera práctica y rápida, sin necesidad de realizar un cálculo detallado de todos los presupuestos, centrándose en la relación entre complejidad y coste potencial de fabricación.

Para la selección de la geometría óptima se han evaluado las seis propuestas, considerando cuatro criterios fundamentales: tensiones y comportamiento frente a fatiga para vida infinita, comportamiento modal, reducción de peso y coste de fabricación.

Sin embargo, como ya se mencionó, al realizar la comparativa entre las seis geometrías, se considera que el comportamiento modal ha sido satisfecho por todas de igual manera, por lo que se excluye como criterio de decisión y se considera un requisito de validez. Por otro lado, aunque todas cumplen también con el requisito de no superar la tensión admisible, este parámetro sí se mantendrá en la comparativa, ya que las geometrías sí presentan diferencias y, en caso de empate en los demás

criterios, se priorizará aquella opción que presente tensiones más bajas y, por tanto, un mayor coeficiente de seguridad.

Dado que en la etapa planetaria todas las geometrías cumplen sobradamente estos requisitos de comportamiento modal y vida infinita a fatiga, la decisión final se ha priorizado en la etapa ordinaria helicoidal, donde las diferencias entre geometrías son más significativas. La estrategia adoptada consiste en seleccionar primero la geometría más adecuada para la ordinaria helicoidal y, si ésta resulta ligera y económica, aplicarla también en la etapa planetaria. Esto permite reducir costes, simplificar la producción y minimizar posibles errores al utilizar la misma geometría en ambas etapas.

Cada geometría ha sido evaluada y calificada en una escala de 1 a 5 para cada criterio, basándose en los resultados de los cálculos de tensiones en fatiga, las masas calculadas y una estimación relativa del coste de fabricación; realizados a lo largo del proyecto. En el caso del coste, como ya se ha mencionado, se ha considerado la complejidad de la geometría y la viabilidad industrial, sin realizar presupuestos detallados.

Para una visualización más clara de los resultados y poder hacer una adecuada comparativa, se presenta una tabla resumen con las calificaciones de cada geometría en los cuatro criterios basado en los resultados de los análisis.

Tabla 18: Valoración de las seis geometrías de aligeramiento en función de los criterios de diseño

Criterio	Geometría de aligeramiento 1	Geometría de aligeramiento 2	Geometría de aligeramiento 3	Geometría de aligeramiento 4	Geometría de aligeramiento 5	Geometría de aligeramiento 6
Resistencia a fatiga (vida infinita)	★★★★★	★★★★★	★★★★☆	★★★★☆	★★★★☆	★★★☆☆
Peso	★★★☆☆	★★★★☆	★★★★☆	★★★★★	★★★☆☆	★★★★☆
Coste	★★★★★	★★★★☆	★★★☆☆	★★★★☆	★★★☆☆	★★★☆☆

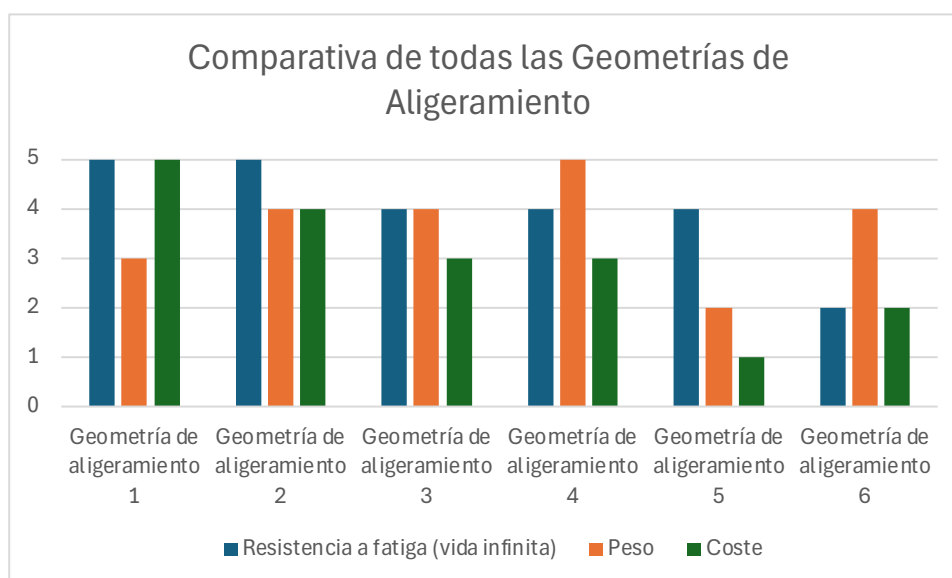


Figura 18: Gráfica comparativa de las seis geometrías de aligeramiento en función de los criterios de diseño

Tras esta evaluación, se identifican como más equilibradas, según la puntuación global, las geometrías 1, 2 y 4. Para facilitar su comparación, se incluyen a continuación dos gráficos que permiten visualizar de forma clara las diferencias entre ellas.

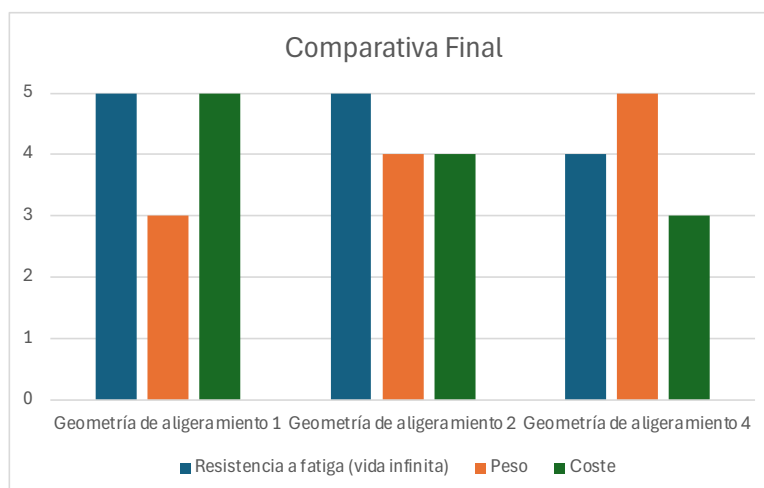


Figura 19: Gráfica comparativa de las mejores geometrías de aligeramiento en función de los criterios de diseño

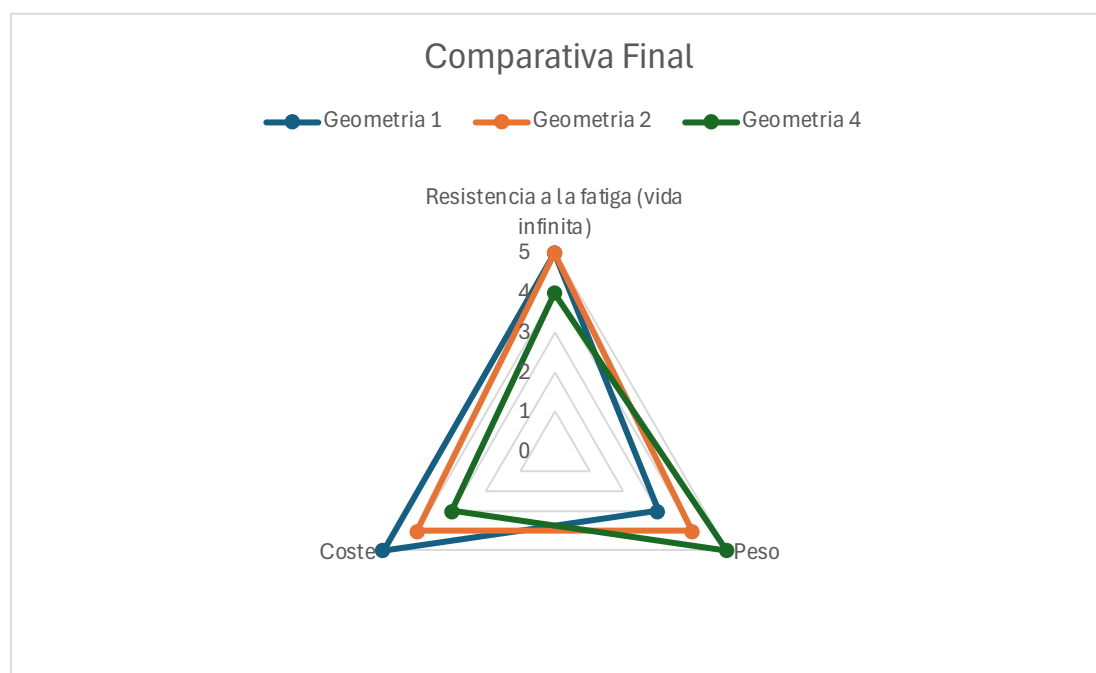


Figura 20: Gráfico radial comparativo de las mejores geometrías de aligeramiento en función de los criterios de diseño

En primer lugar, puede descartarse la geometría 1: aunque presenta muy buenos resultados en tensiones y coste, su capacidad de aligeramiento es notablemente menor. Dado que el objetivo principal es aumentar la densidad de potencia mediante la reducción de masa, este parámetro resulta determinante, y una geometría que no aligere lo suficiente no cumple plenamente el propósito del diseño.

Entre las geometrías 2 y 4, dejando a un lado que la 2 presenta tensiones algo menores (criterio de escasa relevancia al cumplirse sobradamente en todos los casos), la diferencia principal está en el peso y en el coste. La geometría 4 logra reducir aproximadamente 100 g adicionales respecto a la 2, pero lo hace a costa de una complejidad de fabricación significativamente mayor, con un gran número de perforaciones pequeñas que requieren más tiempo y precisión en el mecanizado.

En un contexto de producción en masa, como el de los vehículos eléctricos de calle, esta diferencia de peso no compensa el incremento de coste y tiempo de fabricación, ya que la geometría 2 ya logra una reducción suficiente (8,98 kg totales frente a 9,07 kg) y permite mantener precios competitivos y márgenes de beneficio adecuados.

Por tanto, la geometría 4 solo sería recomendable en aplicaciones de competición o alto rendimiento, donde se fabrican muy pocas unidades, el coste no es un factor limitante y cada gramo ahorrado puede marcar una diferencia significativa.

Se selecciona por tanto para la etapa ordinaria helicoidal **la geometría de aligeramiento 2**; que también resulta muy adecuada para la etapa planetaria, ya que es de las más ligeras y económicas entre las opciones analizadas. Por tanto, siguiendo la estrategia previamente descrita, se aplica esta misma geometría en la etapa planetaria. Esto permite mantener bajo el peso total de la transmisión, simplificar la producción al unificar geometrías y reducir posibles errores asociados a la fabricación de distintas configuraciones.

4.3 GEOMETRÍA SELECCIONADA

Tras la comparativa de las distintas geometrías de aligeramiento, la opción seleccionada es la geometría 2, que combina eficiencia estructural, buena resistencia a fatiga para vida infinita, reducción de peso, buen comportamiento modal y facilidad de fabricación.

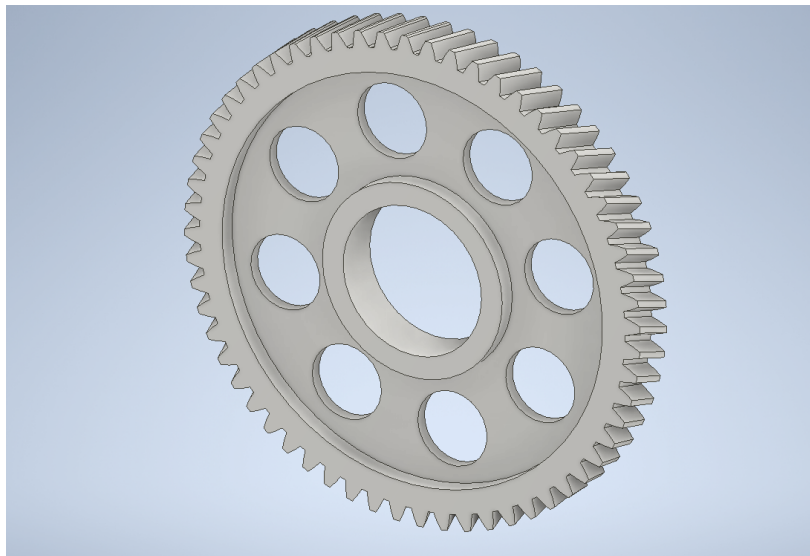


Figura 21: Geometría de aligeramiento 2 seleccionada como óptima

En esta configuración, además del rebaje que reduce el material entre el eje y los dientes, se incorporan ocho orificios distribuidos de forma simétrica alrededor de la circunferencia del eje en un anillo concéntrico. Estas perforaciones permiten aligerar la estructura sin afectar significativamente las trayectorias de carga principales del componente, y son un patrón típico en engranajes de gran diámetro para optimizar masa y rigidez simultáneamente.

Además, se deberán realizar estudios adicionales para definir el acoplamiento al eje mediante estriado o chavetero, así como modificaciones geométricas del perfil del dentado que mejoren el contacto de los dientes y reduzcan vibraciones y ruido (NVH); que luego serán aplicables a la geometría.

A continuación se vuelven a presentar los resultados de esta geometría a los diferentes análisis realizados.

4.3.1 Resistencia a fatiga para vida infinita de la geometría de aligeramiento seleccionada

A continuación, se presentan los valores de las tensiones obtenidos mediante la simulación en ANSYS de ambas etapas con la geometría de aligeramiento seleccionada, sometidas a las condiciones de operación más exigentes.

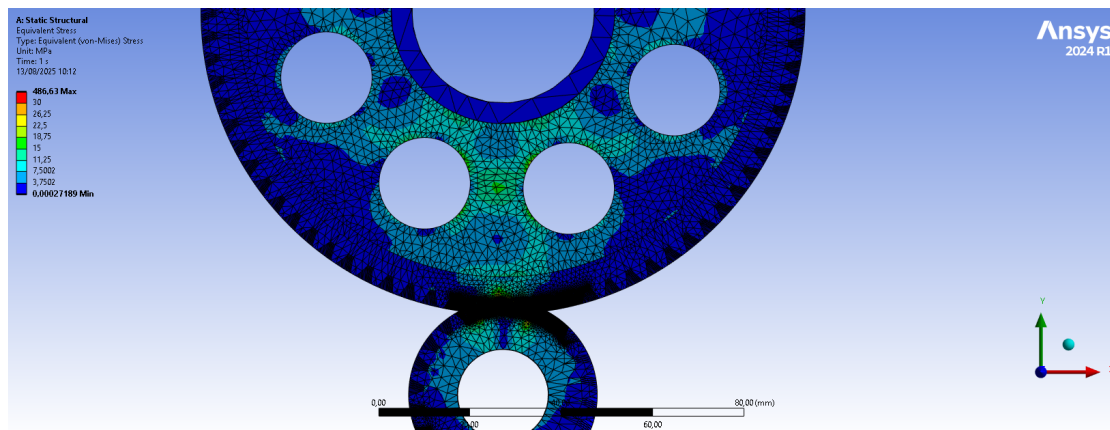


Figura 22: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento seleccionada en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo

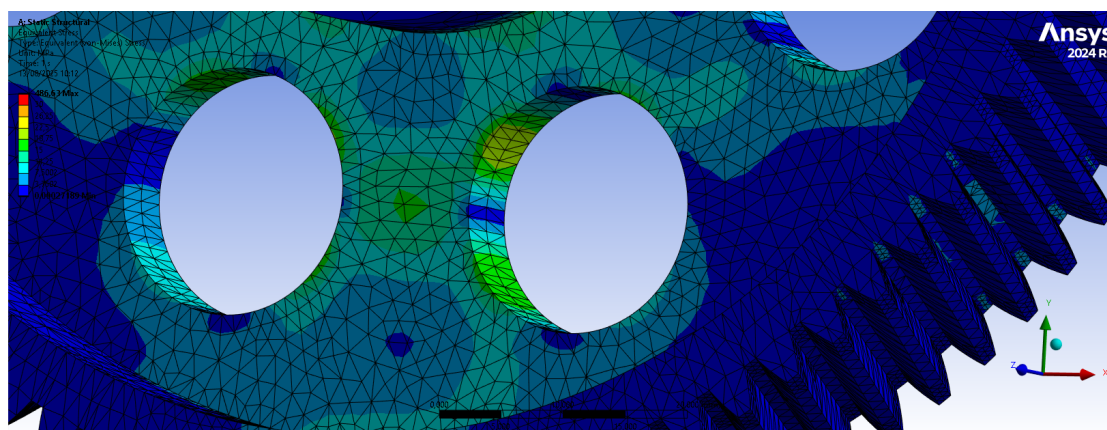


Figura 23: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento seleccionada en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo

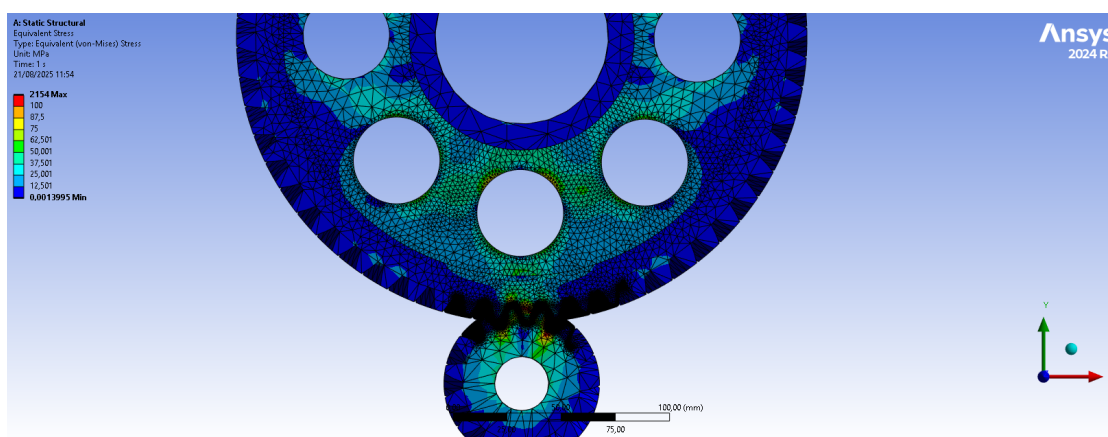


Figura 24: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento seleccionada en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 100 MPa aparecen marcadas en rojo

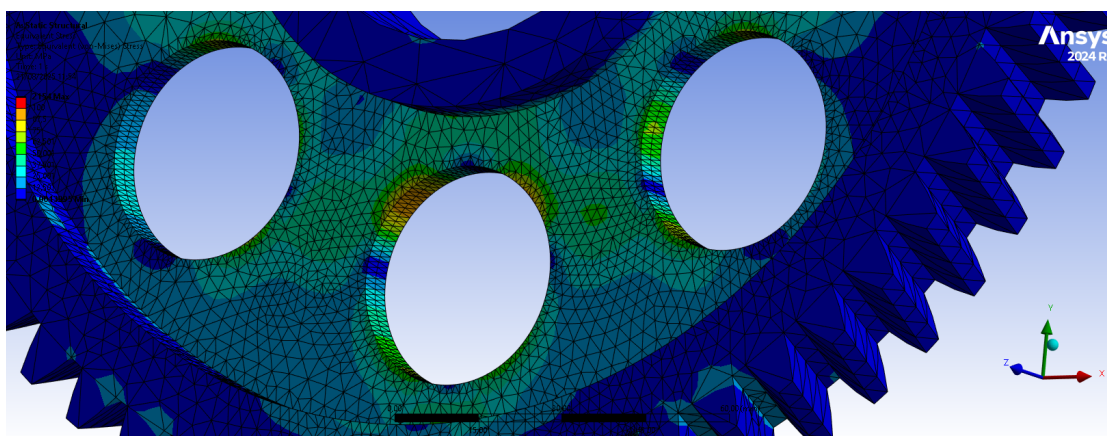


Figura 25: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento seleccionada en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 100 MPa aparecen marcadas en rojo

En estas figuras se aprecia la distribución de tensiones para la geometría de aligeramiento elegida. Se observa que las tensiones se concentran principalmente en los alrededores de los orificios de aligeramiento, manteniéndose dentro de los límites de diseño. Esta representación gráfica permite verificar visualmente que las zonas críticas están correctamente dimensionadas antes de mostrar los valores numéricos detallados en las tablas siguientes.

Tabla 19: Valores de las tensiones en los dientes para la geometría de aligeramiento seleccionada

ETAPA	Tens. max. en el pie del diente (MPa)	Tens. max. en la cara de contacto (MPa)
Planetaria	55	170
Ordinaria Helicoidal	255	460

Tabla 20: Valores de las tensiones en el cuerpo del engranaje para la geometría de aligeramiento seleccionada

ETAPA	Tensiones máximas en la geometría (MPa)
Planetaria	25
Ordinaria Helicoidal	90

Los análisis realizados muestran que las tensiones máximas en los engranajes de la geometría 2 son significativamente bajas, muy por debajo del límite de fatiga de los aceros considerados, salvo en el caso del 42CrMo4, donde la tensión en el pie del diente de la etapa ordinaria helicoidal supera ligeramente el límite de fatiga, comportamiento común al resto de geometrías. Esto confirma que la geometría seleccionada garantiza vida infinita a fatiga (lo cual es fundamental debido a las altas velocidades de giro de la transmisión que suponen un número muy alto de ciclos en un periodo de tiempo muy corto) para la mayoría de los materiales, y permite prescindir de tratamientos de cementación en el anillo planetario sin comprometer la integridad estructural del conjunto. Además, el flujo de tensiones se mantiene homogéneo gracias al diseño de los orificios concéntricos, evitando concentraciones localizadas en zonas críticas.

4.3.2 Masa de la geometría de aligeramiento seleccionada

En la siguiente tabla se muestran los valores de volumen y masa correspondientes a los engranajes en los que se aplica la geometría de aligeramiento seleccionada, con el fin de cuantificar la reducción alcanzada respecto a las configuraciones iniciales.

Tabla 21: Peso de planetas y corona con la geometría de aligeramiento seleccionada

Geometría de aligeramiento 2	Volumen (mm ³)	Masa (g) ($\rho=7,80$ g/cc)	Reducción respecto G. Básica
Planeta	117580,67	917,13	60%
Corona	535161,02	4174,26	54%

Tabla 22: Peso total de la transmisión con la geometría de aligeramiento seleccionada y la reducción de peso respecto de la geometría básica

Peso total (kg)	Reducción de peso (kg)	Reducción Porcentual respecto G. Básica
9,22	8,98	49%

La geometría 2 logra una reducción de aproximadamente 9 kg respecto a la básica, lo que supone prácticamente la mitad del peso inicial.

En comparación con el estudio de referencia, donde la configuración PLST alcanzaba una masa total de 14 kg en la relación de transmisión 35:1 (considerada óptima para maximizar la densidad de potencia, ya que a partir de ese punto la reducción de masa en la máquina eléctrica deja de compensar el incremento en la transmisión), en este trabajo se consigue un aligeramiento aún mayor, confirmando el objetivo de incrementar la densidad de potencia.

De este modo, la geometría 2, a la vez que cumple con el resto de criterios y exigencias de diseño, aporta un aligeramiento eficaz gracias a los orificios concéntricos y al rebaje en el cuerpo del engranaje, que reducen masa manteniendo suficiente sección en los dientes y el eje para resistir los esfuerzos de servicio.

4.3.3 Comportamiento modal de la geometría de aligeramiento seleccionada

La tabla siguiente recoge las frecuencias naturales obtenidas en ambas etapas para la geometría de aligeramiento seleccionada, lo que permite verificar su comportamiento modal.

Tabla 23: Comportamiento modal de la transmisión con la geometría de aligeramiento seleccionada

Etapas	Rango de frecuencias naturales (Hz)
Planetaria	2171 - 4917
Ordinaria Helicoidal	490 - 4073

Todos los análisis modales muestran frecuencias naturales muy similares entre las distintas geometrías, por lo que la geometría 2 cumple los requisitos de diseño dinámico. En la etapa planetaria se evitan resonancias a altas velocidades angulares, mientras que en la etapa ordinaria helicoidal la resonancia es inevitable a lo largo de gran parte del rango de operación. Tras futuros estudios, se implementarán medidas de mitigación como amortiguamiento adicional o aisladores antivibratorios, si fuese necesario.

Se recuerda que esta geometría de aligeramiento se aplica a los engranajes planetarios de la etapa planetaria y a la corona de la etapa ordinaria helicoidal de una transmisión para un vehículo eléctrico cuya máquina alcanza 50.000 rpm, un régimen muy superior al habitual. El objetivo principal es aumentar la densidad de potencia; sin embargo, la relación de transmisión requerida es elevada, lo que implica una mayor reducción y, por tanto, la necesidad de aligerar los engranajes. Esta geometría permite que la reducción de masa en la máquina eléctrica sea mayor que el aumento de peso introducido por la transmisión. Aunque las dimensiones finales de los engranajes de esta transmisión ya se presentaron en la Tabla 2 y la Tabla 3, se vuelven a mostrar a continuación para mayor comodidad y claridad.

Tabla 24: Parámetros y dimensiones finales de los engranajes de ambas etapas

Parámetro	Unidades	Sol	Planeta	Anillo
m_n	mm	1,5		
α	°	20		
β	°	20		
z	-	24	81	-186
d	mm	36	121,5	-279
d_t	mm	38,31	129,30	-296,91
b	mm	25		
a	mm	83,8		
		83,8		
$\epsilon_\alpha, \epsilon_\beta, \epsilon_t$	-	1,57/1,81/3,38		
		1,75/1,81/3,56		

Parámetro	Unidades	Piñón	Corona
m_n	mm	1,5	
α	°	20	
β	°	20	
z	-	20	80
d	mm	30	120
d_t	mm	31,93	127,70
b	mm	25	
a	mm	79,81	
$\epsilon_\alpha, \epsilon_\beta, \epsilon_t$	-	1,55/1,81/3,36	

4.4 MATERIAL SELECCIONADO

Como ya se comentó, las condiciones de servicio exigen que el material no solo debe garantizar la resistencia a fatiga bajo regímenes de giro muy elevados, permitir procesos de fabricación económicamente viables en serie y mantener un coste competitivo que facilite su implementación en vehículos eléctricos de calle; si no también un peso reducido para poder maximizar el objetivo de mejorar la densidad de potencia.

Descartando de esta forma polímeros y materiales experimentales se preseleccionaron diferentes aceros aleados, presentados en el apartado de posibles materiales, junto con sus propiedades. Dado que todos presentan propiedades elásticas y densidades prácticamente idénticas, criterios como el peso o el comportamiento modal serán propios de las distintas configuraciones geométricas y no del material seleccionado. Los criterios principales para la selección del material son sus límites de fatiga para vida infinita y sus costes, presentados ambos en la Tabla 5 y la Tabla 6.

Además, aunque la etapa planetaria permitiría en principio el uso de cualquiera de los aceros evaluados, se opta por emplear el mismo material en ambas etapas de la transmisión, ya que ello simplifica la producción y reduce costes asociados a logística y mecanizado.

El acero 42CrMo4 fue descartado, ya que las tensiones obtenidas en la etapa ordinaria helicoidal superaban su límite de fatiga para vida infinita, confirmando que no proporcionaba el margen de seguridad necesario. Por otro lado, el 17CrNiMo6,

aunque presenta mejores propiedades mecánicas, implica un sobre coste significativo que lo hace inviable para una aplicación en producción masiva.

De este modo, el material que ofrece el mejor equilibrio entre prestaciones y viabilidad es el 20MnCr5. Este acero soporta adecuadamente las tensiones obtenidas en todos los análisis, presenta un coste inferior al resto y permite procesos de fabricación consolidados y económicos.

A continuación, se presentan nuevamente de forma resumida las propiedades más relevantes del material seleccionado, junto con su precio de referencia:

Tabla 25: Características y propiedades mecánicas del material seleccionado

Material (Símbolo según DIN)	Grupo de materiales	Estado de tratamiento	Valores de dureza en la rueda dentada		Valores de resistencia a la fatiga para		Resisten. Estática para el pie del diente
			Material del núcleo	Superficie de los flancos	Presión de Hertz	Ten. En pie de diente/carg. pul.	
20 Mn Cr 5	Aceros de cementación, según DIN 17210	Cementados-templados	HV 10 = 330	HV 1 = 720	1630	480	1500

Tabla 26: Valores de resistencia a la fatiga para vida infinita del material seleccionado

Material (Símbolo según DIN)	Valores de resistencia a la fatiga para vida infinita		Valores de resistencia a la fatiga para para vida infinita	
	Presión de Hertz	Ten. En pie de diente/carg. pul.	Presión de Hertz ($S_H=1,4$)	Ten. En pie de diente/carg. pul. ($S_F=1,6$)
20 Mn Cr 5	1630	480	1164,29	300

Tabla 27: Propiedades y precios del material seleccionado

Material (Símbolo según DIN)	Densidad (g/cc)	Módulo de Elasticidad (GPa)	Coefficiente de Poisson	Módulo de Cortadura (GPa)	Precio (£/Kg)
20 Mn Cr 5	7,8	210	0,3	80	1,3-1,5

5 PROCESO DE FABRICACIÓN SELECCIONADO

Dada la geometría seleccionada, los objetivos de producción en masa y las características de los diferentes procesos de fabricación analizados en este documento, se han seleccionado los siguientes métodos de fabricación. Es importante destacar que los procesos empleados para la fabricación del prototipo y para la producción en serie difieren significativamente, dado que las prioridades en cada caso no son las mismas: el prototipo busca funcionalidad y flexibilidad de diseño, mientras que la producción en serie prioriza coste unitario y repetibilidad.

5.1 PARA EL PROTOTIPO

El objetivo principal en la fabricación del prototipo es obtener engranajes plenamente funcionales, con las propiedades mecánicas y la precisión necesarias para reproducir fielmente el comportamiento esperado en condiciones reales. En esta fase, el coste por unidad no es prioritario debido al bajo volumen de producción, y los engranajes no incluyen aún modificaciones geométricas específicas de perfil ni acoplamientos al eje, ya que estos se incorporarán tras estudios posteriores y serán implementados para la fabricación en serie. Los engranajes fabricados para los prototipos son los expuestos en el “Documento III: Planos”.

La fabricación del prototipo se subcontratará a un taller especializado, dado que las instalaciones universitarias no cuentan con todos los recursos necesarios para operaciones como cementación industrial, rectificado de precisión o tallado de engranajes de gran tamaño.

5.1.1 Engranajes con aligeramientos

Para la fabricación de los prototipos de los engranajes con geometrías de aligeramiento (planeta y corona con rebaje interior y orificios), se opta por el mecanizado a partir de barra. Este método, aunque menos eficiente que la forja en producción masiva, ofrece flexibilidad y rapidez para pocas unidades, permitiendo ajustes de diseño durante el desarrollo.

Corte del material

Se parte de un tocho de acero aleado 20MnCr5 en estado recocido, con un diámetro ligeramente superior al fina, para dejar margen de mecanizado. El corte se realiza con sierra de cinta.

Torneado previo

En torno CNC se mecanizan las dos caras planas (dejándolas paralelas), el diámetro exterior en bruto y el rebaje interno, reduciendo el espesor.

Esta operación genera las referencias geométricas necesarias para los procesos posteriores.

Mecanizado

En centro de mecanizado CNC se perforan los orificios de aligeramiento mediante taladrado inicial, escariado y mandrinado para obtener los acabados precisos y facilitar el montaje. También se mecaniza el orificio interno para el eje.

Tallado de dientes

Se utiliza una máquina de tallado por fresa madre helicoidal (hobbing helicoidal) para generar el dentado, dejando un pequeño margen en el perfil de los dientes para el rectificado posterior, ya que el tratamiento térmico puede generar deformaciones.

Tratamiento térmico

El engranaje, hecho de acero 20MnCr5 (acero de cementación), se somete a cementación en hornos industriales de atmósfera controlada para endurecer la superficie de los dientes, manteniendo el núcleo tenaz. Este tipo de hornos permite controlar la temperatura y la composición química del ambiente, asegurando una cementación uniforme y minimizando deformaciones. Tras la cementación, se realiza

temple y revenido, donde el temple endurece la zona superficial y el revenido reduce tensiones internas y fragilidad, ajustando la dureza superficial y mejorando la tenacidad del engranaje.

Rectificado final

Tras el tratamiento térmico, los dientes del engranaje pueden experimentar pequeñas deformaciones debido a la cementación y el temple superficial. Para corregir estas irregularidades y garantizar la precisión geométrica necesaria para un correcto engranaje, se realiza un rectificado de flancos en máquina especializada. En esta etapa no se aplican modificaciones geométricas específicas del perfil del diente, ya que estas se decidirán y aplicarán en estudios posteriores y en la fabricación en serie. El rectificado asegura que las superficies de contacto estén dentro de las tolerancias dimensionales requeridas, minimizando el desgaste inicial y el ruido durante el funcionamiento, y se realiza en condiciones controladas para evitar tensiones adicionales en el material.

5.1.2 Resto de engranajes

La fabricación de los engranajes sin geometrías de aligeramiento (piñón, sol y anillo) sigue un proceso similar, pero con un menor tiempo de mecanizado CNC al no necesitar rebajes ni orificios.

El anillo, por ser un engranaje interno, requiere un proceso especial de tallado de dientes. Además, no se le realizará cementación debido a sus grandes dimensiones y número de dientes, evitando abombamientos y deformaciones que afectarían la funcionalidad.

Adicionalmente, en el anillo se mecanizan mediante CNC los agujeros de fijación distribuidos en su circunferencia, necesarios para permitir la unión del engranaje a la carcasa.

5.2 PARA LA FABRICACIÓN EN SERIE

En producción en serie, la prioridad es reducir el coste unitario manteniendo la calidad y la repetibilidad. Se planifica fabricar grandes lotes basados en estimaciones de mercado (aproximadamente 100.000 paquetes de todos los engranajes necesarios para la transmisión: un sol, un anillo, tres planetas, un piñón y una corona). De nuevo,

la fabricación se subcontratará dada la maquinaria requerida y los altos volúmenes de producción.

Los estriados o chaveteros requeridos como acoplamiento al eje en el caso de la producción en serie sí se incorporan, considerando los resultados y decisiones de los estudios adicionales, y el rectificado final incluirá las modificaciones geométricas del perfil del dentado definidas tras los análisis correspondientes.

5.2.1 Para engranajes con aligeramientos

La mejor opción para producción en serie es la forja en matriz cerrada, seguida de mecanizado y tratamiento térmico. Este proceso se realizará en líneas automatizadas con cargadores y manipuladores, lo que permite reducir los tiempos de cambio, aumentar la consistencia de las piezas y mantener la calidad en grandes lotes.

Preparación de la materia prima

Se utiliza acero aleado 20MnCr5, en formato de barras que alimentan el proceso de forja. Cada pieza se corta a la longitud necesaria para llenar la matriz.

Forja en matriz cerrada

El acero se calienta a unos 1150–1250 °C y se coloca en la matriz de forja que da la forma aproximada del engranaje con rebaje.

Este proceso orienta las fibras del material y mejora su resistencia a la fatiga. La pieza forjada es cercana a la forma final, pero aún requiere mecanizado.

Mecanizado

En un centro de mecanizado CNC, de forma análoga a la fabricación del prototipo, se perforan los orificios de los aligeramientos. En este mismo mecanizado CNC se realiza el estriado o chavetero preciso y seleccionado tras los estudios.

Tallado de dientes

Se realiza hobbing helicoidal, dejando un pequeño margen para rectificado posterior, tras el tratamiento térmico.

Tratamiento térmico

Cementación en hornos industriales de atmósfera controlada, endureciendo la superficie de los dientes mientras se mantiene el núcleo tenaz.

Rectificado final

Se corrigen posibles deformaciones post-tratamiento térmico y se aplican las modificaciones geométricas de perfil definidas tras los estudios pertinentes. Todo el proceso se realiza bajo estrictos controles de calidad.

Control de calidad

Se verifica dimensional y geométricamente cada engranaje, asegurando el cumplimiento de tolerancias, dureza superficial y concentricidad de los dientes.

5.2.2 Resto de engranajes

Los engranajes sin aligeramiento siguen un proceso similar, necesitando la etapa de mecanizado CNC únicamente para el mecanizado del acoplamiento al eje.

De nuevo, el anillo requiere un proceso especial de tallado de dientes y no se le realizará cementación debido a sus grandes dimensiones para evitar abombamientos; por otro lado, se le mecanizarán mediante CNC los agujeros de fijación a la carcasa.

6 PRESUPUESTO

El presupuesto total para el diseño y la fabricación de un prototipo del conjunto de engranajes de la transmisión de un vehículo eléctrico, cuya máquina eléctrica presenta una velocidad de giro significativamente superior a la habitual, asciende a 30.856,47 € (treinta mil ochocientos cincuenta y seis euros con cuarenta y siete céntimos).

En caso de producirse una serie de 100.000 unidades, el coste total de fabricación alcanzaría los 145.779.669,16 € (ciento cuarenta y cinco millones setecientos setenta y nueve mil seiscientos sesenta y nueve euros con dieciséis céntimos), lo que supone un coste unitario de 1.457,80 € por conjunto.

El desglose completo de los costes se detalla en el Documento V: “Presupuesto”.

7 REFERENCIAS

- Avilés González, R. 2015. *Métodos de cálculo de fatiga para ingeniería*, Paraninfo, Madrid. ISBN 978-84-283-3518-8.
- Budynas, R.G., Nisbett, J.K. & Shigley, J.E. 2021. *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley, Undécima ed.; Novena en español*, McGraw-Hill Interamericana Editores, Ciudad de México. ISBN 978-1-4562-8761-0.
- Comisión Europea. 2021. Paquete de medidas “Fit for 55”: cumplimiento del objetivo climático de la UE para 2030 en el marco del Pacto Verde Europeo. COM(2021) 550 final. Bruselas: Comisión Europea, 14 de julio de 2021. [Consulta: 25 febrero 2025]. <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/?uri=CELEX:52021DC0550>
- Cortizo Rodríguez, J.L.; Rodríguez Ordóñez, E.; Fernández Rico, J.E.; Sierra Velasco, J.M.; Fernández Rodríguez, M.R.; Vijande Díaz, R. 2010. *Elementos de máquinas: teoría y problemas, 3ª edn*, Ediciones de la Universidad de Oviedo, Oviedo. ISBN 978-84-8317-814-0.
- Das, S. 2024. Know the Bio-Inspired Gear Designs: Nature’s Influence on Technology. En: *Gear Technology India*, 30 septiembre 2024. [Consulta: 09-04-2025] <https://geartechnologyindia.com/know-the-bio-inspired-gear-designs-natures-influence-on-technology/>
- Decker, K. & Miguel Uñon, E.d. 1980, *Elementos de máquinas*, Urmo, Bilbao. ISBN 84-314-0340-3.
- De Pinto, S.; Camocardi, P.; Chatzikomis, C.; Sorniotti, A.; Bottiglione, F.; Mantriota, G.; Perlo, P. 2020. *On the Comparison of 2- and 4-Wheel-Drive Electric Vehicle Layouts with Central Motors and Single- and 2-Speed Transmission Systems. Energies*, 13(13), 3328. <https://doi.org/10.3390/en13133328>
- Eberleh, B., & Hartkopf, Th. 2006. *A high speed induction machine with two-speed transmission as drive for electric vehicles*. International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, SPEEDAM 2006, pp. 249–254. <https://doi.org/10.1109/speedam.2006.1649779>
- Félix-Martínez, C., Piedra, S., Perez-Barrera, J., González-Carmona, J. M., Franco Urquiza, E. A. y Gómez-Ortega, A. 2025. *Lightweighting and performance*

- analysis of a spur gear by implementing cellular structures and additive manufacturing. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 136(5–6), pp. 2291–2303. <https://doi.org/10.1007/s00170-024-14977-8>
- Feng, S.; Qu, R. 2022. *NVH Analysis of Integrated Motor and Two-Speed Gearbox System for Electric Vehicles*. 2022 International Conference on Electrical Machines (ICEM), Valencia, Spain, pp. 115-121. <http://dx.doi.org/10.1109/ICEM51905.2022.9910838>
- Götz, J., Siglmüller, F., Fürst, M., Otto, M., & Stahl, K. 2022. *Experimental investigation of the dynamic load sharing of planetary gearboxes. Forschung im Ingenieurwesen*, 86, 295–302. <https://doi.org/10.1007/s10010-021-00507-5>
- Henke, M.; Narjes, G.; Hoffmann, J.; Wohlers, C.; Urbanek, S.; Heister, C.; Steinbrink, J.; Canders, W.-R.; Ponick, B. 2018. *Challenges and Opportunities of Very Light High-Performance Electric Drives for Aviation. Energies*, 11(2), 344. <https://doi.org/10.3390/en11020344>
- Hiremagalur, J. y Ravani, B. 2004. *Effect of Backup Ratio on Root Stresses in Spur Gear Design. Mechanics Based Design of Structures and Machines*, vol. 32, pp. 423–440. <https://doi.org/10.1081/SME-200034147>
- Hofman, T., & Dai, C. H. 2010. *Energy efficiency analysis and comparison of transmission technologies for an electric vehicle*. 2010 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference. <https://doi.org/10.1109/vppc.2010.5729082>
- Hu, Y., Talbot, D. y Kahraman, A. 2018. *A Load Distribution Model for Planetary Gear Sets. Journal of Mechanical Design*, 140(5), pp. 1-14. <https://doi.org/10.1115/1.4039337>
- International Energy Agency. 2025. *Global EV Outlook 2025*. Paris: IEA. [Consulta: 25 febrero 2025]. Disponible en: <https://www.iea.org/reports/global-ev-outlook-2025>
- International Organization for Standardization. 2019. *ISO 6336:2019 — Calculation of load capacity of spur and helical gears*. Genève: ISO. [Consulta: 05-03-2025]. <https://www.iso.org/standard/63169.html>

- Kahraman, A., Kharazi, A.A. y Umrani, M. 2003. *A deformable body dynamic analysis of planetary gears with thin rims*. *Journal of Sound and Vibration*, 262(3), pp. 752-768. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(03\)00122-6](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00122-6)
- Liu, X.; Liu, D.; Sun, Y.; Li, C. 2018. *High-speed BEV Reducer NVH Performance Optimization and Experimentation*. *Engineering and Applied Sciences*, 3(4), pp. 103-112. <http://dx.doi.org/10.11648/j.eas.20180304.12>
- Machado, F. A.; Kollmeyer, P. J.; Barroso, D. G.; Emadi, A. 2021. *Multi-Speed Gearboxes for Battery Electric Vehicles: Current Status and Future Trends*. *IEEE Open Journal of Vehicular Technology*, 2, pp. 419–435. <https://doi.org/10.1109/OJVT.2021.3124411>
- Mott, R.L. 2006, *Diseño de elementos de máquinas*, 4ª edn, Prentice Hall, México. ISBN 978-970-26-0812-7.
- Nayak, S. 2025. Bio-Inspired Gear Designs. En: *Gear Technology India*, 9 enero 2025. [Consulta: 09-04-2025] <https://geartechnologyindia.com/bio-inspired-gear-designs/>
- Niemann, G. 1973, *Tratado teórico-práctico de elementos de máquinas: cálculo, diseño y construcción*, 2ª edn, Labor, Barcelona. ISBN 84-335-6287-8.
- Niemann, G., Fenellosa Coral, J. & Hirt, M. 1987, *Elementos de máquinas*, Labor, Barcelona. ISBN 84-335-6326-2.
- Niebuhr, N., Thomaneck, P., Friedrichs, L., Pillarz, M., von Freyberg, A. y Fischer, A. 2025. *Bio-inspired Design Approach and Experimental Validation of a Holistic Lightweight Gear*. *Journal of Bionic Engineering*, 22(3), pp. 1304–1321. <https://doi.org/10.1007/s42235-025-00683-y>
- Reglamento (UE) 2019/631 del Parlamento Europeo y del Consejo, de 17 de abril de 2019, por el que se establecen normas de comportamiento en materia de emisiones de CO₂ para los turismos nuevos y los vehículos comerciales ligeros nuevos. Diario Oficial de la Unión Europea, L 111, 25 de abril de 2019, pp. 13–53. [Consulta: 25 febrero 2025]. <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/?uri=CELEX%3A32019R0631>
- Reglamento (UE) 2023/1804 del Parlamento Europeo y del Consejo, de 13 de septiembre de 2023, sobre la implantación de una infraestructura para los

- combustibles alternativos. Diario Oficial de la Unión Europea, L 234, 22 de septiembre de 2023, pp. 1–44. [Consulta: 25 febrero 2025]. <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/?uri=CELEX%3A32023R1804>
- Ren, Q., Crolla, D. A., & Morris, A. 2009. *Effect of transmission design on Electric Vehicle (EV) performance*. 2009 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference. <https://doi.org/10.1109/vppc.2009.5289707>
- Roth, L. 2023. *Influence of the System Tolerance Chain on the Operational Behavior Using the Example of a High-Speed Transmission for Electric Vehicles*. En: The Brazilian Gear Conference ITA-WZL 2023 Proceedings. São José dos Campos, Brasil, Even3. ISBN 978-65-5941-944-9. <https://doi.org/10.29327/the-brazilian-gear-conference-ita-wzl-2023-proceedings-398106.731312>
- Roth, L.; Westphal, C.; Brecher, C. 2025. *Design of profile corrections and tolerances in cylindrical gears for noise-sensitive applications in line with production efforts*. *Forschung im Ingenieurwesen*, 89, art. 11. <https://doi.org/10.1007/s10010-025-00786-2>
- Ruan, J., Walker, P. D., Wu, J., Zhang, N., & Zhang, B. 2018. *Development of continuously variable transmission and multi-speed dual-clutch transmission for pure electric vehicle*. *Advances in Mechanical Engineering*, 10(2). <https://doi.org/10.1177/1687814018758223>
- Sanfeliu Tort, O. 2016. *Design of a Gearbox for an Electric FSAE Vehicle*. R. Cammino (dir.) Trabajo fin de máster, Master of Engineering in Mechanical and Aerospace Engineering, Illinois Institute of Technology. <https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/113957/TFM-%20Oriol%20Sanfeliu%20Tort-%2039405240F.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Schweigert, D., Gerlach, M. E., Hoffmann, A., Tripps, A., Lohner, T., Otto, M., Ponick, B., Morhard, B., & Stahl, K. 2020. *On the impact of maximum speed on the power density of electromechanical powertrains*. *Vehicles*, 2(2), 366–397. <https://doi.org/10.3390/vehicles2020020>
- Schweigert, D.; Morhard, B.; Oberneder, F.; Pointner-Gabriel, L.; Otto, M.; Stahl, K. 2024. *Numerical and experimental investigations on the vibration behavior of a high-speed planetary gearbox*. *Forschung im Ingenieurwesen*, 88(7), pp. 1-14. <https://doi.org/10.1007/s10010-024-00727-5>

Zhang, Y.; Du, J.; Mao, J.; Xu, M. 2020. *Dynamic Analysis of High-Speed Helical Gear Transmission in Pure Electric Vehicle Gearbox*. *Shock and Vibration*, Article ID 6639372, 19 pp. <http://dx.doi.org/10.1155/2020/6639372>

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN**

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



Trabajo Fin de Grado

**ANÁLISIS DE ENGRANAJES ULTRALIGEROS
EN LA TRANSMISIÓN DE MOTORES
ELÉCTRICOS DE ALTA VELOCIDAD**

DOCUMENTO II: CÁLCULOS

Autor: Manuel Díaz Rivas

Septiembre – 2025

ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN.....	13
2	CÁLCULOS DE ENGRANAJES Y DIENTES.....	15
3	FATIGA Y MATERIALES.....	20
4	CÁLCULOS ESTÁTICOS ANALÍTICOS.....	23
4.1	CÁLCULO DE LA TENSIÓN EN EL PIE DEL DIENTE MEDIANTE LA ECUACIÓN DE LEWIS	30
4.2	CÁLCULO DE LA TENSIÓN EN EL PIE DEL DIENTE DEL SOL CON CARGA APLICADA EN LA MITAD DEL DIENTE.....	33
4.3	CÁLCULO DE LA TENSIÓN EN EL PIE DEL DIENTE DEL PIÑÓN CON CARGA APLICADA EN LA MITAD DEL DIENTE.....	40
4.4	CONCLUSIONES DEL CÁLCULO DE LA TENSIÓN EN EL PIE DEL DIENTE DEL PIÑÓN CON CARGA APLICADA EN LA MITAD DEL DIENTE	46
4.5	CÁLCULO DE LA PRESIÓN DE HERTZ.....	47
4.5.1	Diente del sol	48
4.5.2	Diente del piñón	48
4.5.3	Conclusiones de los resultados de la presión de Hertz.....	48
4.6	RESUMEN DE RESULTADOS	49
5	CÁLCULO DE LAS FRECUENCIAS DE EXCITACIÓN	49
6	ANÁLISIS DE TENSIONES EN ANSYS.....	52
6.1	ANÁLISIS DE TENSIONES EN LA ETAPA PLANETARIA EN ANSYS.....	55
6.1.1	Tensiones en los dientes de la etapa planetaria en ANSYS	55
6.1.2	Tensiones en las geometrías de aligeramiento de los engranajes de la etapa planetaria en ANSYS.....	59
6.1.3	Conclusiones de tensiones etapa planetaria	65
6.2	ANÁLISIS DE TENSIONES EN LA ETAPA ORDINARIA HELICOIDAL EN ANSYS	66

6.2.1	Tensiones en los dientes de la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS	66
6.2.2	Tensiones en las geometrías de aligeramiento de los engranajes de la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS	70
6.2.3	Conclusiones de tensiones etapa planetaria	75
6.3	DESPLAZAMIENTOS	76
6.4	CONCLUSIÓN.....	76
7	EVALUACIÓN DEL PESO DE LAS GEOMETRÍAS.....	77
8	ANÁLISIS MODAL.....	81
8.1	FRECUENCIAS NATURALES Y MODOS DE VIBRACIÓN EN ANSYS ...	81
8.1.1	Resultados etapa planetaria	82
8.1.2	Resultados etapa ordinaria helicoidal.....	101
8.2	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	121
8.3	CONCLUSIÓN MODAL.....	125
9	CONCLUSIÓN.....	126
10	REFERENCIAS.....	128

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Fases de diseño de los engranajes de la transmisión que reconocen múltiples retroalimentaciones e iteraciones.....	13
Figura 2: Diagrama S-N para el acero	20
Figura 3: Geometrías simplificadas del diente de la etapa planetaria (izquierda) y de la etapa ordinaria helicoidal (derecha).....	25
Figura 4: Diente de engranaje modelado como viga en voladizo sometida a una carga tangencial según Lewis (Shigley 2021)	25
Figura 5: Fuerzas de contacto en diente helicoidal	27
Figura 6: Carga aplicada en la mitad del diente	33
Figura 7: Componentes de la fuerza en el diente del sol para contacto en el centro de la cara	34
Figura 8: Cargas en sección crítica y puntos candidatos a crítico en el diente del sol para contacto en el centro de la cara	34
Figura 9: Distribuciones de los esfuerzos producidos por las diferentes cargas internas en la cara del diente del sol para contacto en el centro de la cara.....	35
Figura 10: Estados de tensión de los puntos candidatos a crítico en el diente del sol para contacto en el centro de la cara	37
Figura 11: Estados de tensión de los puntos candidatos a crítico en el diente del sol para contacto en el centro de la cara (valores numéricos).....	37
Figura 12: Componentes de la fuerza en el diente del piñón para contacto en el centro de la cara	41
Figura 13: Cargas en sección crítica y puntos candidatos a crítico en el diente del piñón para contacto en el centro de la cara.....	41
Figura 14: Distribuciones de los esfuerzos producidos por las diferentes cargas internas en la cara del diente del piñón para contacto en el centro de la cara.....	42
Figura 15: Estados de tensión de los puntos candidatos a crítico en el diente del piñón para contacto en el centro de la cara	44

Figura 16: Estados de tensión de los puntos candidatos a crítico en el diente del piñón para contacto en el centro de la cara (valores numéricos).....	44
Figura 17: Líneas de contacto en engranajes helicoidales.....	55
Figura 18: Vista oblicua de las tensiones de contacto en los dientes del sol en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo.....	56
Figura 19: Vista oblicua de las tensiones de contacto en los dientes del sol en ANSYS, donde las tensiones superiores a 60 MPa aparecen marcadas en rojo.....	56
Figura 20: Vista oblicua de las tensiones de contacto en los dientes del sol en ANSYS, donde las tensiones superiores a 180 MPa aparecen marcadas en rojo.....	57
Figura 21: Vista general de las tensiones en la geometría básica en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo	61
Figura 22: Vista específica de las tensiones en la geometría básica en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo.....	61
Figura 23: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 1 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo.....	61
Figura 24: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 1 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo.....	62
Figura 25: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 2 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo.....	62
Figura 26: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 2 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo.....	62
Figura 27: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 3 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo.....	63

Figura 28: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 3 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 40 MPa aparecen marcadas en rojo	63
Figura 29: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 4 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo	63
Figura 30: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 4 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 35 MPa aparecen marcadas en rojo	64
Figura 31: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 5 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo	64
Figura 32: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 5 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 35 MPa aparecen marcadas en rojo	64
Figura 33: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 6 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo	65
Figura 34: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 6 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 50 MPa aparecen marcadas en rojo	65
Figura 35: Tensiones de contacto en los dientes de la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS con una hipótesis descartada de mismo módulo que la etapa planetaria, donde las tensiones superiores a 400 MPa aparecen marcadas en rojo	67
Figura 36: Vista frontal de las tensiones de contacto en los dientes de la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 200 MPa aparecen marcadas en rojo	67
Figura 37: Vista oblicua de las tensiones de contacto en los dientes del piñón en ANSYS, donde las tensiones superiores a 200 MPa aparecen marcadas en rojo...	68
Figura 38: Vista oblicua de las tensiones de contacto en los dientes del piñón en ANSYS, donde las tensiones superiores a 250 MPa aparecen marcadas en rojo...	68

Figura 39: Vista oblicua de las tensiones de contacto en los dientes del piñón en ANSYS, donde las tensiones superiores a 450 MPa aparecen marcadas en rojo...	68
Figura 40: Vista general de las tensiones en la geometría básica en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 300 MPa aparecen marcadas en rojo	71
Figura 41: Vista específica de las tensiones en la geometría básica en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 300 MPa aparecen marcadas en rojo	71
Figura 42: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 1 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 100 MPa aparecen marcadas en rojo	71
Figura 43: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 1 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 100 MPa aparecen marcadas en rojo	72
Figura 44: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 2 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 100 MPa aparecen marcadas en rojo	72
Figura 45: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 2 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 100 MPa aparecen marcadas en rojo	72
Figura 46: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 3 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 100 MPa aparecen marcadas en rojo	73
Figura 47: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 3 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 130 MPa aparecen marcadas en rojo	73
Figura 48: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 4 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 140 MPa aparecen marcadas en rojo	73

Figura 49: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 4 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 140 MPa aparecen marcadas en rojo	74
Figura 50: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 5 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 150 MPa aparecen marcadas en rojo	74
Figura 51: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 5 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 120 MPa aparecen marcadas en rojo	74
Figura 52: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 6 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 300 MPa aparecen marcadas en rojo	75
Figura 53: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 6 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 220 MPa aparecen marcadas en rojo	75
Figura 54: Deformaciones despreciables obtenidas en ANSYS	76
Figura 55: Aumento de la masa de la transmisión con el aumento de la velocidad de giro de la máquina en Daniel Schweigert et al. (2020)	79
Figura 56: Gráfica de aumento de la masa de una etapa planetaria frente a la reducción de masa de la máquina eléctrica al aumentar la velocidad de giro máxima de la máquina (D. Schweigert et al. 2020).....	80
Figura 57: Frecuencias naturales de la etapa planetaria con la geometría básica en los planetas	82
Figura 58: Frecuencias naturales de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 1 en los planetas	85
Figura 59: Frecuencias naturales de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 2 en los planetas	88
Figura 60: Frecuencias naturales de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 3 en los planetas	91

Figura 61: Frecuencias naturales de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 4 en los planetas	94
Figura 62: Frecuencias naturales de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 5 en los planetas	96
Figura 63: Frecuencias naturales de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 6 en los planetas	99
Figura 64: Frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría básica en la corona.....	102
Figura 65: Frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 1 en la corona	104
Figura 66: Frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 2 en la corona	107
Figura 67: Frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 3 en la corona	110
Figura 68: Frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 4 en la corona	113
Figura 69: Frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 5 en la corona	116
Figura 70: Frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 6 en la corona	118

ÍNDICE DE TABLAS

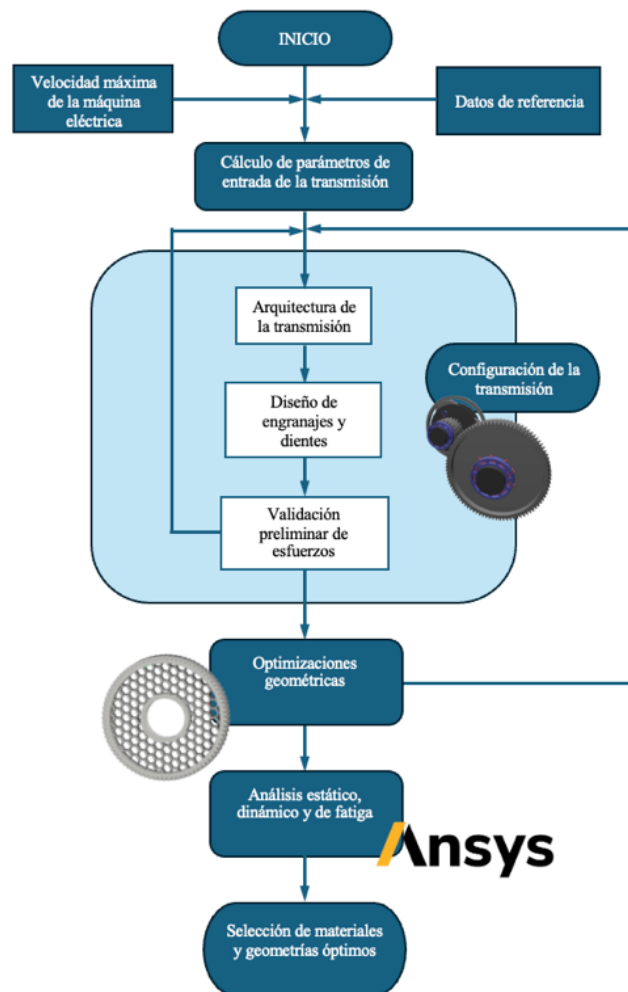
Tabla 1: Series de módulos, en mm, según DIN 780	15
Tabla 2: Parámetros y dimensiones de los engranajes de la etapa planetaria	19
Tabla 3: Parámetros y dimensiones de los engranajes de la etapa ordinaria helicoidal	19
Tabla 4: Valores de resistencia a la fatiga para vida infinita de los aceros propuestos	23
Tabla 5: Propiedades y precios de los aceros propuestos	23
Tabla 6: Valores del factor de forma de Lewis para un ángulo normal de presión de 20°, extraídos de Shigley (2021)	26
Tabla 7: Tensiones principales en los puntos candidatos en el diente del sol para contacto en el centro de la cara.....	39
Tabla 8: Tensiones equivalentes en los puntos candidatos en el diente del sol para contacto en el centro de la cara.....	40
Tabla 9: Tensiones principales en los puntos candidatos en el diente del piñón para contacto en el centro de la cara.....	45
Tabla 10: Tensiones equivalentes en los puntos candidatos en el diente del piñón para contacto en el centro de la cara.....	46
Tabla 11: Resumen de resultados de tensiones en los dientes	49
Tabla 12: Frecuencias de excitación de la transmisión	52
Tabla 13: Valores de la tensión en los dientes de la etapa planetaria obtenidos en ANSYS.....	58
Tabla 14: Tensiones máximas en las geometrías de la etapa planetaria.....	66
Tabla 15: Valores de la tensión en los dientes de la etapa ordinaria helicoidal obtenidos en ANSYS	69
Tabla 16: Tensiones máximas en las geometrías de la etapa ordinaria helicoidal ..	75
Tabla 17: Volúmenes y peso de los engranajes de la etapa planetaria y sus geometrías de aligeramiento	78

Tabla 18: Volúmenes y peso de los engranajes de la etapa ordinaria helicoidal y sus geometrías de aligeramiento	78
Tabla 19: Reducción de peso total para las geometrías de aligeramiento	79
Tabla 20: Modos de vibración de la etapa planetaria con la geometría básica en los planetas	82
Tabla 21: Modos de vibración de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 1 en los planetas.....	85
Tabla 22: Modos de vibración de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 2 en los planetas.....	88
Tabla 23: Modos de vibración de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 3 en los planetas.....	91
Tabla 24: Modos de vibración de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 4 en los planetas.....	94
Tabla 25: Modos de vibración de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 5 en los planetas.....	97
Tabla 26: Modos de vibración de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 6 en los planetas.....	99
Tabla 27: Modos de vibración de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría básica en la corona	102
Tabla 28: Modos de vibración de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 1 en la corona	104
Tabla 29: Modos de vibración de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 2 en la corona	107
Tabla 30: Modos de vibración de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 3 en la corona	110
Tabla 31: Modos de vibración de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 4 en la corona	113
Tabla 32: Modos de vibración de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 5 en la corona	116

Tabla 33: Modos de vibración de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 6 en la corona	119
Tabla 34: Rango de frecuencias naturales de la etapa planetaria según la geometría de aligeramiento	121
Tabla 35: Rango de frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal según la geometría de aligeramiento	121
Tabla 36: Frecuencias de excitación de la etapa planetaria.....	122
Tabla 37: Frecuencias de excitación de la etapa ordinaria helicoidal	123

1 INTRODUCCIÓN

En el presente documento se realizará el análisis de los engranajes diseñados para el sistema de transmisión de un vehículo eléctrico de altas revoluciones por minuto. Se identificarán las cargas y esfuerzos a los que estarán sometidos en los distintos regímenes de funcionamiento, así como el análisis de fatiga, resistencia y comportamiento modal de los componentes.



52

Figura 1: Fases de diseño de los engranajes de la transmisión que reconocen múltiples retroalimentaciones e iteraciones

Los cálculos en este documento incluirán los propios del diseño, y validación de este, de los engranajes de la transmisión, y los cálculos de los esfuerzos a los que estos están sometidos dadas las condiciones de trabajo. Más adelante, se procederá al cálculo de tensiones, tanto de forma analítica como empleando el software ANSYS, de los componentes para los casos de carga más exigentes.

Una vez demostrada su validez, emplearemos el mismo software y las normas de diseño de engranajes para analizar el comportamiento tanto a fatiga como modal de estos componentes y sus geometrías específicas de aligeramiento y , finalmente, en función de los resultados seleccionaremos según los distintos criterios previamente comentados el material y la geometría óptimos.

2 CÁLCULOS DE ENGRANAJES Y DIENTES

En este apartado se detallan los cálculos realizados para determinar las dimensiones geométricas fundamentales de los engranajes empleados en la transmisión diseñada. Dichos cálculos se han llevado a cabo partiendo de los valores de relaciones de transmisión y número de dientes previamente seleccionados y especificados en el Documento I: “Memoria”, tanto para la etapa planetaria como para la ordinaria helicoidal, los cuales fueron definidos en función de los objetivos de diseño y las restricciones del sistema.

Además, se han utilizado parámetros normalizados en el sector de la automoción eléctrica, tales como los módulos, un ángulo de hélice de 20° , y un ancho de cara de 25 mm, valores que han sido tomados como referencia a partir de diversos estudios y aplicaciones reales en transmisiones de vehículos eléctricos de altas prestaciones (Daniel Schweigert et al. 2020; Hu, Talbot y Kahraman 2018; Kahraman, Kharazi y Umrani 2003; Yanchao Zhang et al. 2020).

El desarrollo de las expresiones empleadas para el cálculo de las distintas magnitudes se ha realizado tomando como base varios libros, manuales y normas propios del diseño de engranajes; en especial Decker y de Miguel Uñon (1980) y Budynas, Nisbett y Shigley (2021).

Los módulos que se emplearán están normalizados en la Serie 1 de DIN 780 (como se muestra en la tabla a continuación); lo cual favorece la producción en masa sin incurrir en costes extra. Como en ambas etapas se trata de engranajes helicoidales, el módulo referido al perfil frontal se llama:

$$\text{Módulo frontal } m_t = m_n / \cos \beta \quad (1)$$

Tabla 1: Series de módulos, en mm, según DIN 780

Serie 1	0,05	0,06	0,08	0,1	0,12	0,16	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,25
	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25	32	40	50	60

En consecuencia, el paso normal vale $p_n = m_n * \pi$, y el paso frontal $p_t = m_t * \pi$.

Como se ha mencionado, los ángulos de engrane y hélice se han seleccionado según los valores normalizados y de referencia en el sector y en los estudios comentados, de esta forma:

- Ángulo de engrane $\alpha = 20^\circ$
- Ángulo de hélice $\beta = 20^\circ$

El mayor ángulo de engrane frontal α_t que puede ajustarse se calcula como:

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \quad (2)$$

De esta forma:

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} = \frac{\tan 20}{\cos 20} = 0,3875 \rightarrow \alpha_t = 21,17^\circ$$

Y el ángulo de hélice frontal, β_t :

$$\tan \beta_t = \tan \beta * \cos \alpha_n \quad (3)$$

De esta forma:

$$\tan \beta_t = \tan \beta * \cos \alpha_n = \tan 20 * \cos 20 = 0,342 \rightarrow \beta_t = 18,88^\circ$$

Cuando los dientes de dos ruedas aparejadas tienen el mismo espesor, el ancho del hueco debe ser teóricamente igual al espesor del diente. Sin embargo, por motivos técnicos de construcción y funcionamiento, debe dejarse un juego entre las superficies de los flancos que no trabajan, llamado juego de engrane de los flancos.

Este juego controlado, además de permitir compensar las inevitables tolerancias de fabricación y deformaciones térmicas en operación, resulta clave para asegurar una adecuada lubricación entre los flancos de los dientes; importante en nuestra aplicación de alta velocidad.

En un primer momento se contempló la posibilidad de incluir este juego tanto en los cálculos manuales como en el modelado tridimensional en ordenador. No obstante, Autodesk Inventor no permite introducir directamente esta variable en el diseño de engranajes helicoidales y, aunque como se comentará más adelante se plantearon otras opciones o soluciones, dado el software disponible no podía implementarse adecuadamente este parámetro.

Se concluyó que como tanto el *backlash* como otro tipo de optimizaciones o modificaciones geométricas que se comentaron en la memoria no están incluidas en el alcance de este trabajo y no se incluirán en él, ya que el objetivo de este no es optimizar la geometría para NVH ni los efectos del contacto microgeométrico, sino evaluar la capacidad estructural de diferentes configuraciones geométricas y materiales de engranajes frente a cargas estáticas y dinámicas, resultados para los cuales estas optimizaciones no tendrán un impacto significativo y, en caso de tenerlo favorecería un margen de seguridad respecto de los valores calculados.

Por tanto, se ha optado por no considerar el backlash en los cálculos analíticos ni en el modelo CAD.

Las ruedas normales tienen una altura de cabeza $h_a = m_n$. La altura del pie debe ser un poco mayor, para que no se toquen los círculos de cabeza y de pie de las ruedas (juego de cabeza). Consideramos una altura de pie estándar de:

$$h_a = m_n \quad (4)$$

$$h_f = 1,2 * m_n \quad (5)$$

Con estos valores pueden calcularse:

- Diámetro del círculo primitivo

$$d_t = m_t * z = \frac{m_t * z}{\cos \beta} \quad (6)$$

- Diámetro del círculo de cabeza

$$d_{ta} = d_t + 2h_a \quad (7)$$

- Diámetro del círculo de pie

$$d_{tf} = d_t - 2h_f \quad (8)$$

- Diámetro del círculo base

$$d_{tb} = d_t * \cos \alpha_t \quad (9)$$

- Distancia entre ejes

$$a = r_{t1} + r_{t2} = \frac{m_n}{2 \cos \beta} (z_1 + z_2) \quad (10)$$

El recubrimiento total ε_t se calculará como la suma del recubrimiento del perfil frontal ε_α más el recubrimiento del salto ε_β :

- Engranaje exterior

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{r_{ta1}^2 - r_{tb1}^2} + \sqrt{r_{ta2}^2 - r_{tb2}^2} - \sin \alpha_t * a}{p_{te}} \quad (11)$$

- Engranaje interior

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{r_{ta1}^2 - r_{tb1}^2} - \sqrt{r_{ta2}^2 - r_{tb2}^2} - \sin \alpha_t * a}{p_{te}} \quad (12)$$

Donde en ambas ecuaciones

$$p_{te} = m_t * \pi * \cos \alpha_t \quad (13)$$

Por ejemplo, para el caso de $m_n = 1,5$

$$p_{te} = m_t * \pi * \cos \alpha_t = 1,596 * \pi * \cos 21,17 = 4,68$$

- Recubrimiento del salto

$$\varepsilon_\beta = \frac{b * \tan \beta}{p_t} \quad (14)$$

Aplicando estos valores calculados y las ecuaciones presentadas 1-14 podemos obtener todos los parámetros y dimensiones de los engranajes y sus dientes necesarios para su caracterización y modelización.

Tabla 2: Parámetros y dimensiones de los engranajes de la etapa planetaria

Parámetro	Unidades	Sol	Planeta	Anillo
m_n	mm	1,5		
α	°	20		
β	°	20		
z	-	24	81	-186
d	mm	36	121,5	-279
d_t	mm	38,31	129,30	-296,91
d_{ta}		41,31	132,30	-293,91
d_{tf}		34,71	125,70	-300,51
d_{tb}		35,72	120,57	-276,86
b	mm	25		
a	mm	83,8		
		83,8		
$\epsilon_\alpha, \epsilon_\beta, \epsilon_t$	-	1,57/1,81/3,38		
		1,75/1,81/3,56		

Tabla 3: Parámetros y dimensiones de los engranajes de la etapa ordinaria helicoidal

Parámetro	Unidades	Piñón	Corona
m_n	mm	4	
α	°	20	
β	°	20	
z	-	15	60
d	mm	60	240
d_t	mm	63,85	255,40
d_{ta}	mm	71,85	263,40
d_{tf}	mm	54,25	245,80
d_{tb}	mm	59,54	238,16
b	mm	25	
a	mm	159,63	
$\epsilon_\alpha, \epsilon_\beta, \epsilon_t$	-	1,50/0,68/2,18	

En ambos casos analizados, el grado de recubrimiento total resultó ser superior a 2, lo que implica un comportamiento altamente favorable desde el punto de vista del contacto entre dientes. Este parámetro indica cuántos pares de dientes están en contacto simultáneamente durante el engrane. Un valor mayor que 3 como en la etapa planetaria significa que, a lo largo del ciclo de engrane, siempre hay al menos tres

pares de dientes en contacto, y durante ciertos intervalos habrá cuatro pares de dientes simultáneamente transmitiendo carga. De la misma forma, un valor mayor que 2 como en la etapa ordinaria helicoidal significa que, a lo largo del ciclo de engrane, siempre hay al menos dos pares de dientes en contacto, y durante ciertos intervalos habrá tres pares de dientes simultáneamente transmitiendo carga.

Este nivel de recubrimiento tiene efectos positivos claros sobre la distribución de esfuerzos, ya que la fuerza de transmisión no recae sobre un único par de dientes, sino que se reparte entre varios pares en contacto. Esto reduce la carga puntual sobre cada diente, mejora la capacidad de carga del engranaje y contribuye a una mayor durabilidad y menor nivel de vibraciones.

3 FATIGA Y MATERIALES

La fatiga es el proceso de fallo progresivo de un material sometido a cargas cíclicas, incluso cuando dichas cargas están muy por debajo de su límite elástico. A diferencia de la rotura estática, que ocurre cuando se supera el límite elástico y se produce deformación plástica inmediata, la fatiga se caracteriza por la aparición de microgrietas internas que crecen con cada ciclo de carga hasta provocar la fractura final.

Para caracterizar este fenómeno se emplean los diagramas S-N (curvas de Wöhler), donde:

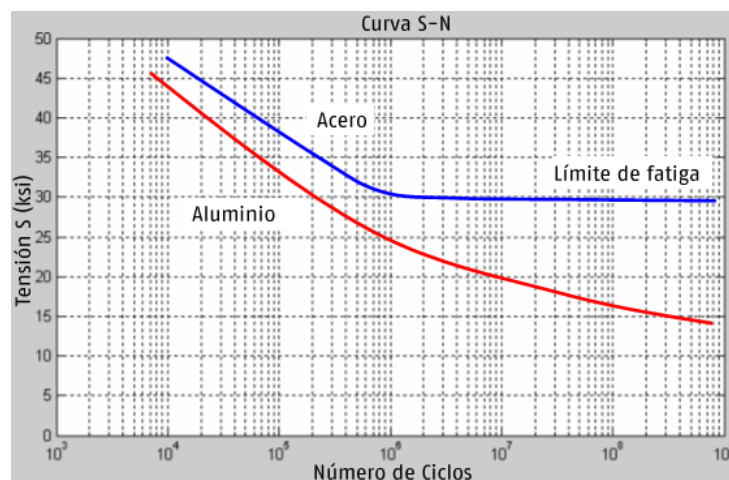


Figura 2: Diagrama S-N para el acero

- S (stress): tensión máxima aplicada.

- N (number of cycles): número de ciclos hasta la rotura.

En estas curvas se observa cómo, al aumentar el número de ciclos, la tensión admisible disminuye. Para muchos aceros, la curva presenta una zona casi horizontal a partir de aproximadamente 10^6 ciclos, conocida como límite de fatiga. Este límite indica la tensión máxima que puede soportar el material de forma indefinida sin fallo por fatiga, siempre que no se superen otras condiciones críticas como la corrosión o concentraciones de tensiones. Es el valor de la tensión por debajo de la cual no se produce la rotura, el material puede considerarse que soportará un número infinito de ciclos sin fallo por fatiga.

Dado que en este trabajo se estudian engranajes que operan a altas revoluciones por minuto (rpm), el número de ciclos acumulados crece de forma extremadamente rápida, ya que cada vuelta del engranaje implica la repetición de cargas en todos sus dientes. A 50.000 rpm un engranaje experimenta millones de ciclos en apenas unas horas de funcionamiento. Esta elevada frecuencia de carga hace que el comportamiento a fatiga sea un factor crítico en el diseño. Por ello, **las tensiones máximas generadas en servicio deben mantenerse por debajo del límite de fatiga del material, de manera que el engranaje pueda soportar un número teóricamente infinito de ciclos sin fallo (vida infinita).**

Dentro del contexto de la fatiga en engranajes, existen dos modos de fallo particularmente relevantes en aplicaciones de alta velocidad; ambos estrechamente relacionados con la magnitud y distribución de las tensiones en servicio:

- Fallo por fatiga en el pie del diente,

La fuerza normal transmitida durante el engrane provoca un efecto de flexión sobre el diente. El momento más crítico se produce cuando la carga actúa cerca del extremo de la cabeza y no hay otro diente compartiendo la carga. Aunque en el pie del diente existe tanto compresión como tracción, es esta última la que origina la fractura. Puesto que el esfuerzo actúa en cada diente en un corto tiempo después de cada vuelta, se trata de un esfuerzo pulsatorio que puede conducir a la rotura por fatiga. La resistencia frente a este fallo se conoce como resistencia a la rotura del pie del diente.

Según Decker (1990) y la norma DIN 3990, las seguridades normales contra la rotura por fatiga son $S_F \geq 1,6$ para engranajes de marcha permanente.

- Fallo por picadura en los flancos,

Debido a la elasticidad del material, las superficies de contacto entre flancos no son líneas perfectas, sino áreas ligeramente aplanadas bajo carga. La distribución de la presión en esta zona se describe mediante la teoría de Hertz. Si las presiones máximas de contacto superan la capacidad del material, pequeñas partículas de material se desprenden, formando picaduras o concavidades. La formación de picaduras se considera inadmisibles cuando aumenta constantemente el número de éstas o su tamaño. La resistencia a la rotura determinada por la presión en los flancos se llama resistencia a la rotura de los flancos.

De nuevo, según Decker (1990) y la norma DIN 3990, las seguridades contra la formación de picaduras para engranajes de marcha permanente son $S_H \geq 1,25$ para $z > 20$ y $S_H \geq 1,4$ para $z < 20$, porque, para z menor que 20, el diente es más curvo y esa geometría hace que fuera del punto de rodadura aparezcan zonas donde la presión de contacto es incluso mayor que en el punto teórico máximo. Esto provoca que las tensiones de contacto se concentren más y, por tanto, aumente la probabilidad de picadura.

Para los materiales seleccionados en este trabajo, las tensiones máximas admisibles en el pie del diente y en contacto de Hertz aplicando los coeficientes de seguridad correspondientes son:

Tabla 4: Valores de resistencia a la fatiga para vida infinita de los aceros propuestos

Material (Símbolo según DIN)	Valores de resistencia a la fatiga para vida infinita		Valores de resistencia a la fatiga para para vida infinita	
	Presión de Hertz	Ten. En pie de diente/carg. pul.	Presión de Hertz ($S_H=1,4$)	Ten. En pie de diente/carg. pul. ($S_F=1,6$)
20 Mn Cr 5	1630	480	1164,29	300
16 Mn Cr 5	1630	460	1164,29	287,5
17 Cr Ni Mo 6	1630	500	1164,29	312,5
42 Cr Mo 4	1360	350	971,43	218,75

Recordando los precios y propiedades de los materiales considerados:

Tabla 5: Propiedades y precios de los aceros propuestos

Material (Símbolo según DIN)	Densidad (g/cc)	Módulo de Elasticidad (GPa)	Coeficiente de Poisson	Módulo de Cortadura (GPa)	Precio (€/Kg)
20 Mn Cr 5	7,8	210	0,3	80	1,3-1,5
16 Mn Cr 5					2-3,5
17 Cr Ni Mo 6					3,5-6,5
42 Cr Mo 4					1,3-2

Teniendo en cuenta los costes, las opciones más adecuadas son 20MnCr5 y 42CrMo4. Este último presenta un límite de fatiga algo inferior, por lo que, en caso de no ser suficiente para soportar las tensiones, se optaría por 20MnCr5. Si incluso este material no garantizara la resistencia necesaria, se recurriría al 17CrNiMo6; no obstante, dado que su coste es notablemente superior, la prioridad será optimizar el diseño para que el 20MnCr5 sea válido, evitando así incrementos innecesarios en el precio de la transmisión.

4 CÁLCULOS ESTÁTICOS ANALÍTICOS

Este capítulo se dedica al previo cálculo de los engranajes para que resistan fallas por flexión en los dientes o por picaduras en las superficies de estos; de cara a seleccionar un diseño adecuado antes de simular este en ANSYS. Con el objetivo de

realizar una primera estimación del comportamiento estructural de los engranajes diseñados, se lleva a cabo un análisis estático simplificado de los dientes, utilizando métodos clásicos por aproximación analítica.

El análisis se realiza considerando el caso de máxima velocidad de operación del sistema, ya que, aunque a velocidades menores el par motor puede ser mayor, los coeficientes de velocidad y otros efectos dinámicos hacen que el régimen a máxima velocidad de giro sea el más exigente para el comportamiento vibracional del mecanismo y genere las mayores tensiones en dientes y geometrías de aligeramiento. De esta forma, se garantiza que el diseño es seguro y robusto frente a las condiciones más críticas de funcionamiento.

Dado que la transmisión consta de dos etapas (una planetaria y otra ordinaria helicoidal) y que dentro de cada etapa los dientes trabajan bajo condiciones geométricas y de carga simétricas, basta con analizar un diente representativo por etapa. Así, se considerarán dos casos:

- Un diente de la etapa planetaria (por ejemplo, el diente del engranaje solar).
- Un diente de la etapa ordinaria helicoidal (por ejemplo, el diente del piñón motriz).

Para facilitar el cálculo y obtener una estimación de las tensiones máximas, se aproxima la geometría del diente a la de una viga en voladizo rectangular empotrada.

A continuación, se muestran los prismas rectangulares que representan de forma simplificada los dientes del sol y del piñón con sus dimensiones, base de los próximos cálculos de esfuerzos:

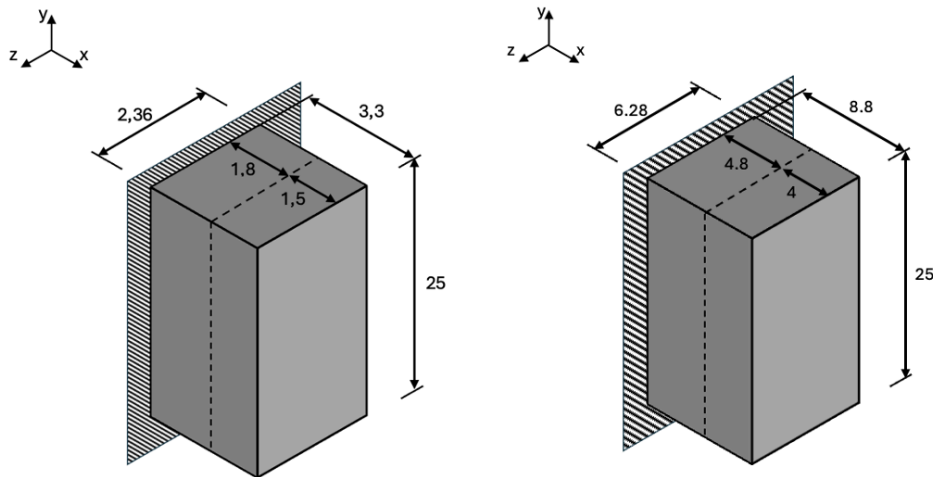


Figura 3: Geometrías simplificadas del diente de la etapa planetaria (izquierda) y de la etapa ordinaria helicoidal (derecha)

Dado que la rotura por flexión en la base del diente es uno de los modos de fallo más comunes en engranajes, se calcula el esfuerzo de flexión mediante la ecuación de Lewis. Este método, propuesto originalmente por Wilfred Lewis, modela el diente como una viga en voladizo sometida a una carga tangencial en su punto de contacto (en la arista), permitiendo estimar la tensión máxima de flexión en su raíz; como se muestra en el esquema de la imagen siguiente.

La formulación empleada, así como su deducción y explicación, han sido tomadas de Shigley (2021), adaptándola a las condiciones geométricas y de carga del presente estudio.

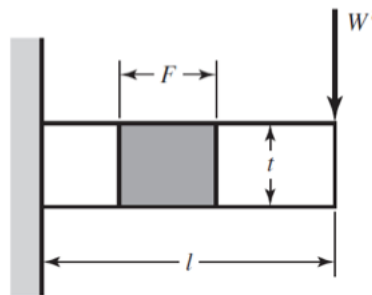


Figura 4: Diente de engranaje modelado como viga en voladizo sometida a una carga tangencial según Lewis (Shigley 2021)

De esta forma, la ecuación de Lewis tras su desarrollo es

$$\sigma = \frac{W^t P}{FY} \quad (15)$$

Donde,

$$Y = \frac{2xP}{3} \quad (16)$$

$$p = \frac{\pi}{P} \quad (17)$$

Los valores de Y en función del número de dientes para un ángulo de presión de 20° se encuentran tabulados en la siguiente tabla:

Tabla 6: Valores del factor de forma de Lewis para un ángulo normal de presión de 20° , extraídos de Shigley (2021)

Número de dientes	Y	Número de dientes	Y
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
20	0.322	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Cremallera	0.485

Para el cálculo de la fuerza, observamos el modelo original de contacto entre engranajes helicoidales (ver Figura 5). La fuerza de engrane total se descompone en tres componentes:

- F_t : tangencial al plano de paso, responsable del par transmitido.
- F_a : axial, debida a la inclinación del diente helicoidal.
- F_s : radial, perpendicular al plano de engrane, genera compresión en la base del diente.

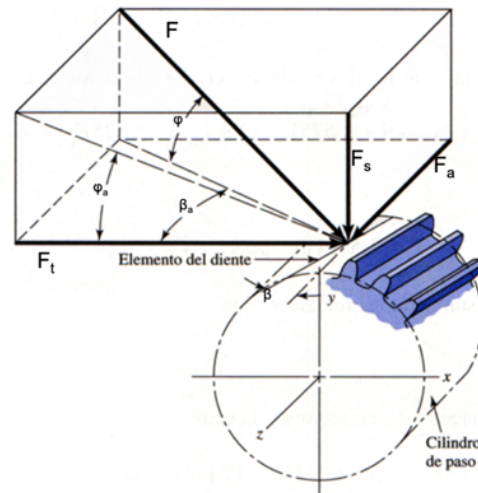


Figura 5: Fuerzas de contacto en diente helicoidal

Sin embargo, en este análisis estático simplificado, se busca representar el diente como un prisma rectangular sometido a cargas que actúan directamente sobre sus caras, lo cual facilita la identificación de los esfuerzos de flexión.

Por tanto, la fuerza total de contacto se ha descompuesto en solo dos componentes principales, que están contenidas en los planos principales del bloque:

- Una fuerza vertical, que coincide con la componente normal F_s en la dirección del eje del engranaje.
- Una fuerza horizontal, que representa la combinación de las componentes tangencial y axial proyectadas sobre la cara activa del diente.

Estas simplificaciones facilitan el cálculo de momentos flectores y las correspondientes tensiones en la raíz del diente. La aproximación es suficientemente precisa para una estimación inicial del comportamiento estructural del diente bajo carga estática.

Estos cálculos permiten:

- Verificar que la tensión generada no supera los límites admisibles del material.
- Tener una primera referencia estructural antes del análisis mediante elementos finitos (FEM).
- Identificar las etapas más críticas desde el punto de vista mecánico.

A continuación, se procede al cálculo de las fuerzas en ambos dientes. Las ecuaciones para el cálculo de la fuerza de engrane total y sus tres componentes son las siguientes:

$$F_t = \frac{2 * M}{d} \quad (18)$$

$$F_a = F_t * \tan \beta_t \quad (19)$$

$$F_s = F_t * \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha * \cos \beta_t} \quad (20)$$

$$F_{total\,sol} = \sqrt{F_t^2 + F_a^2 + F_s^2} \quad (21)$$

Aplicando estas ecuaciones se calculan las fuerzas en los dientes de ambas etapas:

En el sol

$$F_t = \frac{2 * M}{d} = \frac{2 * 25,8}{36 * 10^{-3}} = 1433,33 \, N$$

$$F_a = F_t * \tan \beta_t = 1433,33 * \tan 18,88 = 490,18 \, N$$

$$F_s = F_t * \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha * \cos \beta_t} = 1433,33 * \frac{\sin 20}{\cos 20 * \cos 18,88} = 551,35 \, N$$

$$F_{total\,sol} = \sqrt{F_t^2 + F_a^2 + F_s^2} = \sqrt{1433,33^2 + 490,18^2 + 551,35^2} = 1612,05 \, N$$

En el piñón

$$M_2 = i_1 * M_1 = 8,75 * 25,8 = 225,75$$

$$F_t = \frac{2 * M_2}{d} = \frac{2 * 225,75}{60 * 10^{-3}} = 7525 \, N$$

$$F_a = F_t * \tan \beta_t = 7525 * \tan 18,88 = 2573,45 \, N$$

$$F_s = F_t * \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha * \cos \beta_t} = 7525 * \frac{\sin 20}{\cos 20 * \cos 18,88} = 2894,61 \, N$$

$$F_{total\,piñon} = \sqrt{F_t^2 + F_a^2 + F_s^2} = \sqrt{7525^2 + 2573,45^2 + 2894,61^2} = 8463,28 \, N$$

Una vez obtenidas las fuerzas que actúan sobre los dientes de los engranajes, es necesario corregir su valor para tener en cuenta los efectos dinámicos inherentes al funcionamiento real de la transmisión; un aumento de la carga debido a la velocidad.

Para contemplar este fenómeno, se introduce el llamado factor dinámico, que multiplica las fuerzas calculadas estáticamente para obtener un valor más representativo de las condiciones reales de operación.

En este trabajo, el cálculo del factor dinámico se ha realizado utilizando la expresión correspondiente al caso de perfil tallado, al ser este un proceso común en la producción en serie de engranajes para transmisiones de vehículos. En caso de considerarse un proceso de rectificado posterior, este reduciría los coeficientes de velocidad aumentando el coeficiente de seguridad. Este perfil proporciona un contacto más suave y continuo entre dientes, reduciendo el impacto de las irregularidades, aunque no eliminándolo completamente. De nuevo, las explicaciones y expresiones en relación a la influencia de los efectos dinámicos en el comportamiento de los engranajes y su cuantificación en coeficientes han sido obtenidas en el libro de Shigley (2021); y se presenta a continuación:

$$k_{v1} = \frac{3,56 + \sqrt{v_1}}{3,56} \quad (22)$$

Por tanto, todas las fuerzas aplicadas a los dientes (tangenciales, axiales y radiales) se han multiplicado por dicho factor dinámico antes de ser introducidas en los análisis de tensiones. Este paso es esencial para garantizar un diseño seguro, fiable y representativo de las condiciones reales de funcionamiento, especialmente en aplicaciones como la presente, donde se trabaja con altas velocidades de rotación y exigencias de durabilidad elevadas. Aplicando la ecuación (22):

En el sol

$$v_1 = w_1 * r_{t1} = \frac{2\pi * n_1}{60} * \frac{d_{t1}}{2} = \frac{2\pi * 50000}{60} * \frac{38,51 * 10^{-3}}{2} = 100,82 \text{ m/s} \rightarrow$$

$$\rightarrow k_{v1} = \frac{3,56 + \sqrt{v_1}}{3,56} = \frac{3,56 + \sqrt{100,82}}{3,56} = 3,82 \rightarrow F_{1sol} = F_{total1sol} * k_{v1} = 1612,05 * 3,82 \\ = 6158,81 N$$

En el piñón

$$w_2 = \frac{w_1}{i_1} = \frac{50000}{8.75} = 5714,29$$

$$v_2 = w_2 * r_{t2} = \frac{2\pi * n_2}{60} * \frac{d_{t2}}{2} = \frac{2\pi * 5714,29}{60} * \frac{63,85 * 10^{-3}}{2} = 19,1 m/s \rightarrow$$

$$\rightarrow k_{v2} = \frac{3,56 + \sqrt{v_2}}{3,56} = \frac{3,56 + \sqrt{19,1}}{3,56} = 2,23 \rightarrow F_{2piñon} = F_{totalpiñon} * k_{v2} \\ = 8463,28 * 2,23 = 18873,11 N$$

4.1 CÁLCULO DE LA TENSIÓN EN EL PIE DEL DIENTE MEDIANTE LA ECUACIÓN DE LEWIS

Aplicamos estos valores y la ecuación de Lewis a ambos dientes y obtenemos los esfuerzos de flexión. La situación en la que el contacto entre los engranajes se produce en la arista será en aquella en la que la pareja de dientes inicie o finalice su contacto, estando por tanto en el número de parejas activas superior del grado de recubrimiento. Es decir, en el caso de la etapa planetaria, cuyo grado de recubrimiento era de 3,56 habrá 4 parejas de dientes en contacto en esta situación; mientras que en la etapa ordinaria helicoidal, cuyo grado de recubrimiento es 2,18 habrá 3 parejas de dientes en contacto.

Previamente se debe calcular, por medio de las siguientes ecuaciones, las dos componentes en las que (como ya se explicó anteriormente) se ha descompuesto la fuerza total de contacto, una fuerza vertical y otra horizontal:

$$F_x = F * \sin \alpha \quad (23)$$

$$F_z = F * \cos \alpha \quad (24)$$

De esta forma:

En el sol

$$F_{xsol1} = F_{1sol} * \sin \alpha = 6158,81 * \sin 20 = 2106,44 \text{ N}$$

$$F_{zsol1} = F_{1sol} * \cos \alpha = 6158,81 * \cos 20 = 5787,39 \text{ N}$$

Por haber 4 dientes en contacto:

$$F_{xsol2} = \frac{F_{xsol1}}{4} = 526,61 \text{ N}$$

$$F_{zsol2} = \frac{F_{zsol1}}{4} = 1446,85 \text{ N}$$

Por repartirse la fuerza entre 3 planetas:

$$F_{xsol} = \frac{F_{xsol2}}{3} = 175,54 \text{ N}$$

$$F_{zsol} = \frac{F_{zsol2}}{3} = 482,28 \text{ N}$$

Aplicando ahora la ecuación (15), la ecuación de Lewis:

$$\sigma = \frac{W^t P}{FY (24 \text{ dientes})} = \frac{482,28 * \frac{2}{3}}{25 * 0,337} = 38,16 \text{ MPa}$$

En el piñón

$$F_{xpiñon1} = F_{2piñon} * \sin \alpha = 18873,11 * \sin 20 = 6454,98 \text{ N}$$

$$F_{zpiñon1} = F_{2piñon} * \cos \alpha = 18873,11 * \cos 20 = 17734,92 \text{ N}$$

Por haber 3 dientes en contacto:

$$F_{xpiñon2} = \frac{F_{xsol1}}{3} = 2151,66 \text{ N}$$

$$F_{zpiñon2} = \frac{F_{zsol1}}{3} = 5911,64 \text{ N}$$

Aplicando ahora de nuevo la ecuación (15), la ecuación de Lewis:

$$\sigma = \frac{W^t P}{FY (15 \text{ dientes})} = \frac{5911,64 * 0,25}{25 * 0,290} = 203,83 \text{ MPa}$$

Mediante la aplicación de la ecuación de Lewis en ambas etapas de reducción, se ha comprobado que las tensiones máximas en el pie de los dientes se mantienen por debajo del límite de fatiga a vida infinita de los cuatro materiales propuestos.

No obstante, esta verificación inicial debe contrastarse con los resultados de los cálculos analíticos complementarios y las simulaciones de ANSYS, que permitirán confirmar si alguno de los materiales queda descartado por no cumplir con el margen de seguridad requerido.

Como ya se mencionó, por motivos de coste, se priorizan el 20MnCr5 y el 42CrMo4. En caso de que sus límites de fatiga no resultaran suficiente, se optaría por el 17CrNiMo6, que ofrece mejores propiedades mecánicas pero a un coste sensiblemente superior.

De hecho, las tensiones calculadas en el pie del diente para los engranajes de la etapa ordinaria helicoidal son muy próximas al límite de fatiga del 42CrMo4. Esto hace que su validez dependa de que el análisis en ANSYS confirme un coeficiente de seguridad suficiente; de lo contrario, deberá ser descartado.

Sin embargo, dado el valor de la relación de contacto, la condición de carga de punta no tiene por qué ser la peor ya que habrá más pares de dientes en contacto cuando se presente esta condición. Los análisis muestran que las cargas más pesadas se presentan en un punto muy cercano a la mitad de diente. Por tanto, el esfuerzo máximo podría presentarse cuando hay menos pares de dientes llevándose la carga, en un punto en el que otro par de dientes esté a punto de entrar en contacto. Por ello se evaluará el caso en el que la fuerza se aplica en mitad del diente.

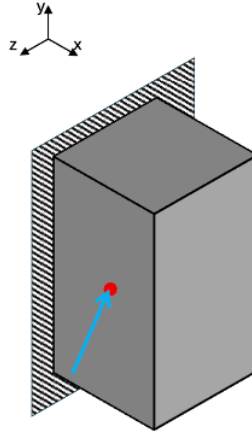


Figura 6: Carga aplicada en la mitad del diente

4.2 CÁLCULO DE LA TENSIÓN EN EL PIE DEL DIENTE DEL SOL CON CARGA APLICADA EN LA MITAD DEL DIENTE

Inicialmente calculamos las cargas equivalentes en el centro de la cara de contacto de la sección crítica. Para ello, consideramos que en este caso habrá 3 dientes en contacto simultáneamente (dado el valor del grado de recubrimiento calculado anteriormente y la posición del punto de aplicación en este caso) y que en el caso del sol se repartirá además entre los tres planetas:

$$F_{xsol1} = F_{1sol} * \sin \alpha = 6158,81 * \sin 20 = 2106,44 \text{ N}$$

$$F_{zsol1} = F_{1sol} * \cos \alpha = 6158,81 * \cos 20 = 5787,39 \text{ N}$$

Por haber 3 dientes en contacto:

$$F_{xsol2} = \frac{F_{xsol1}}{3} = 702,15 \text{ N}$$

$$F_{zsol2} = \frac{F_{zsol1}}{3} = 1929,13 \text{ N}$$

Por repartirse la fuerza entre 3 planetas:

$$F_{xsol} = \frac{F_{xsol2}}{3} = 234,05 \text{ N}$$

$$F_{zsol} = \frac{F_{zsol2}}{3} = 643,04 \text{ N}$$

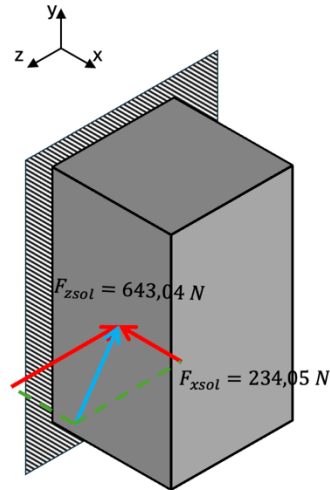


Figura 7: Componentes de la fuerza en el diente del sol para contacto en el centro de la cara

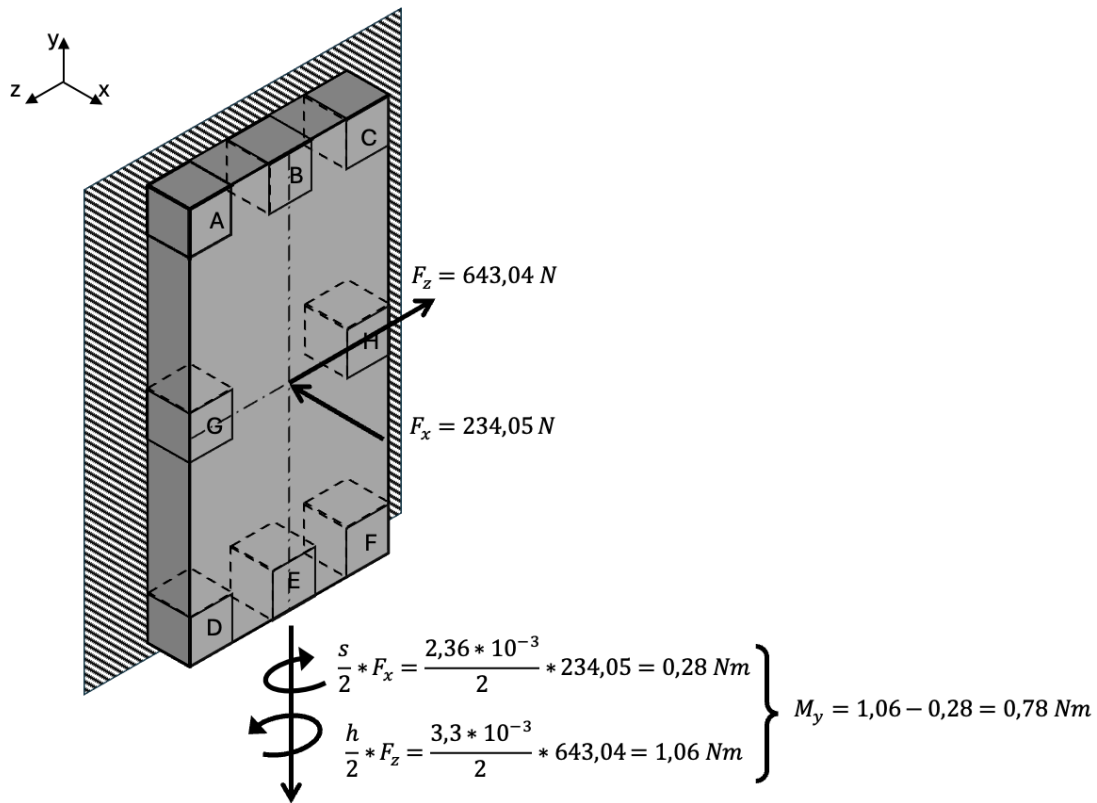


Figura 8: Cargas en sección crítica y puntos candidatos a crítico en el diente del sol para contacto en el centro de la cara

La fuerza F_x produce un esfuerzo de compresión uniforme en toda la sección. El momento flector M_y produce distribuciones lineales de esfuerzos normales; el eje neutro pasa por el centroide de la sección y es paralelo a la dirección del momento.

La fuerza F_z genera esfuerzos cortantes actuando hacia la derecha (en la dirección de la fuerza), y la distribución de esfuerzos es parabólica.

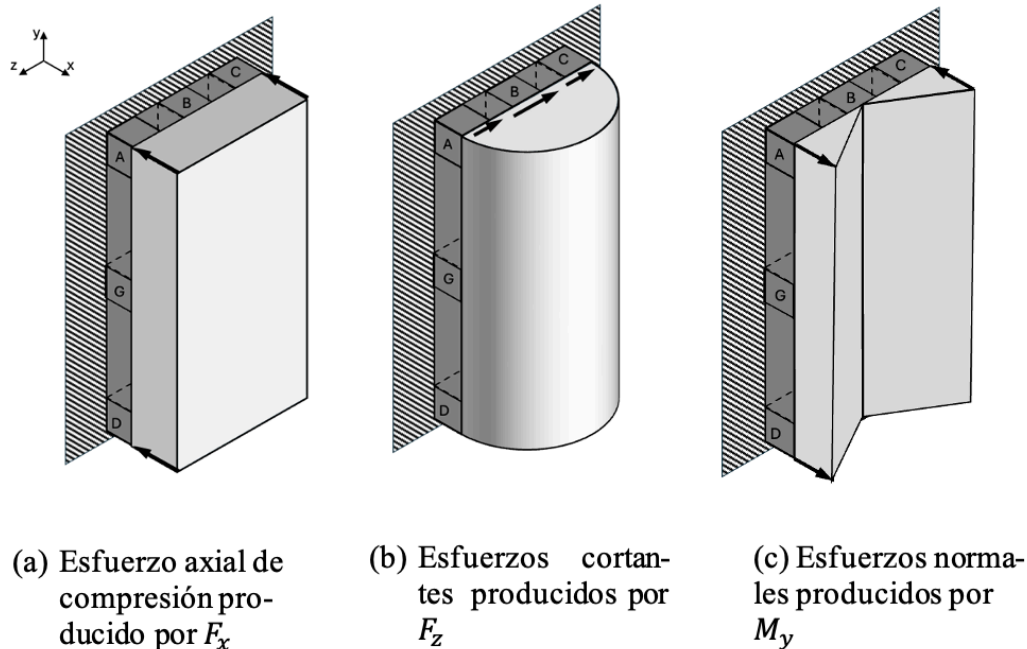


Figura 9: Distribuciones de los esfuerzos producidos por las diferentes cargas internas en la cara del diente del sol para contacto en el centro de la cara

Puntos críticos

Para seleccionar los puntos críticos, se combinan los esfuerzos producidos por las diferentes cargas. Los puntos candidatos a ser el punto crítico (A, B, ..., H) se han elegido por presentar un valor máximo producido por alguna de las cargas, si bien esto no garantiza que alguno de ellos sea el punto crítico.

La fuerza axial produce un esfuerzo uniformemente distribuido; por lo tanto, cualquier punto soporta el mismo esfuerzo; la fuerza cortante produce esfuerzos máximos en la línea BE; y el momento flector produce esfuerzos máximos en los puntos más alejados del eje neutro (la combinación más crítica de esfuerzos no necesariamente ocurre en un punto donde ocurra uno o más esfuerzos máximos debidos a cargas simples).

Cálculo de tensiones individuales:

A continuación, se presenta el cálculo de los esfuerzos producidos por las diferentes cargas en el empotramiento, utilizando las ecuaciones de resistencia de materiales:

Para el esfuerzo de compresión producido por la fuerza F_x :

$$S_{Fx} = \frac{F_x}{A} \quad (25)$$

De esta forma:

$$S_{Fx} = \frac{F_x}{A} = \frac{234,05}{(2,36 * 10^{-3}) * (25 * 10^{-3})} = 3,96 \text{ MPa}$$

Esfuerzo de compresión producido por la fuerza F_x en los puntos A, B, C, D, E, F, G y H.

Para los esfuerzos producidos por M_y :

$$S_{My} = \frac{M_y c_z}{I_{yy}} \quad (26)$$

De esta forma:

$$S_{My} = \frac{M_y c_z}{I_{yy}} = \frac{0,78 * \frac{2,36 * 10^{-3}}{2}}{\frac{1}{12} * (2,36 * 10^{-3})^3 * (25 * 10^{-3})} = 33,61 \text{ MPa}$$

Esfuerzo normal de compresión para los puntos C, H y F, y de tracción para los puntos A, G y D. M_y no produce esfuerzo en B y E.

Para el esfuerzo cortante producido por la fuerza F_z :

$$S_{sFz} = \frac{3 F_z}{2 A} \quad (27)$$

De esta forma:

$$S_{sFz} = \frac{3 F_z}{2 A} = \frac{3}{2} * \frac{643,04}{(2,36 * 10^{-3}) * (25 * 10^{-3})} = 16,35 \text{ MPa}$$

Esfuerzo cortante (aproximado) producido por la fuerza F_z en los puntos B y E. Para los demás puntos críticos el esfuerzo es nulo.

Estados de tensión (combinación de tensiones):

La figura presenta los estados de tensión de los puntos candidatos a crítico en función de los esfuerzos producidos por cada una de las cargas. Cada uno de estos estados de esfuerzo es biaxial y se representa mostrando sólo una de las caras del elemento infinitesimal e indicando su orientación.

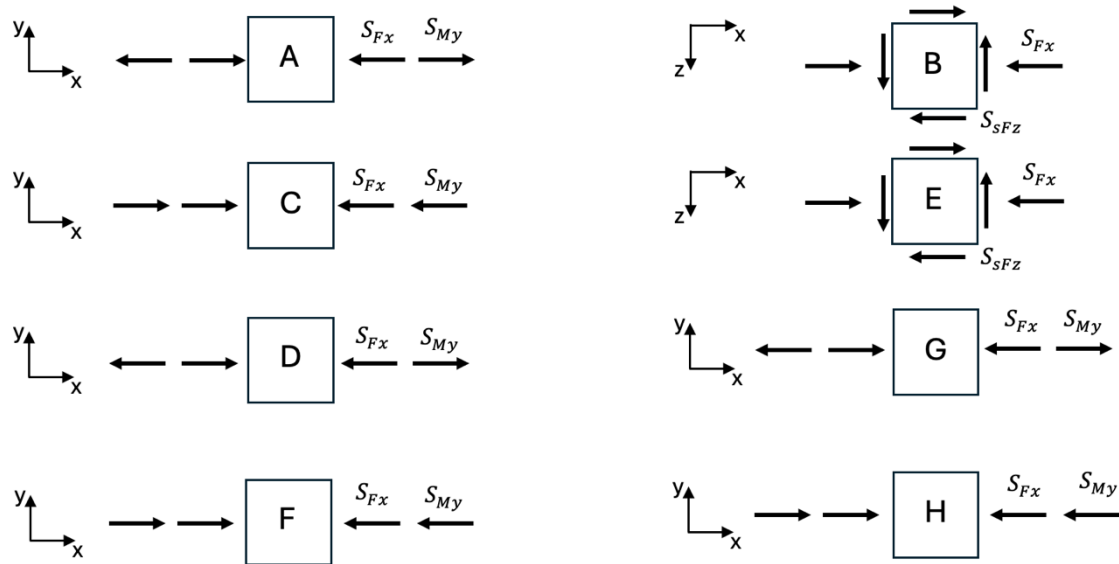


Figura 10: Estados de tensión de los puntos candidatos a crítico en el diente del sol para contacto en el centro de la cara

Reemplazando los valores numéricos de las tensiones individuales

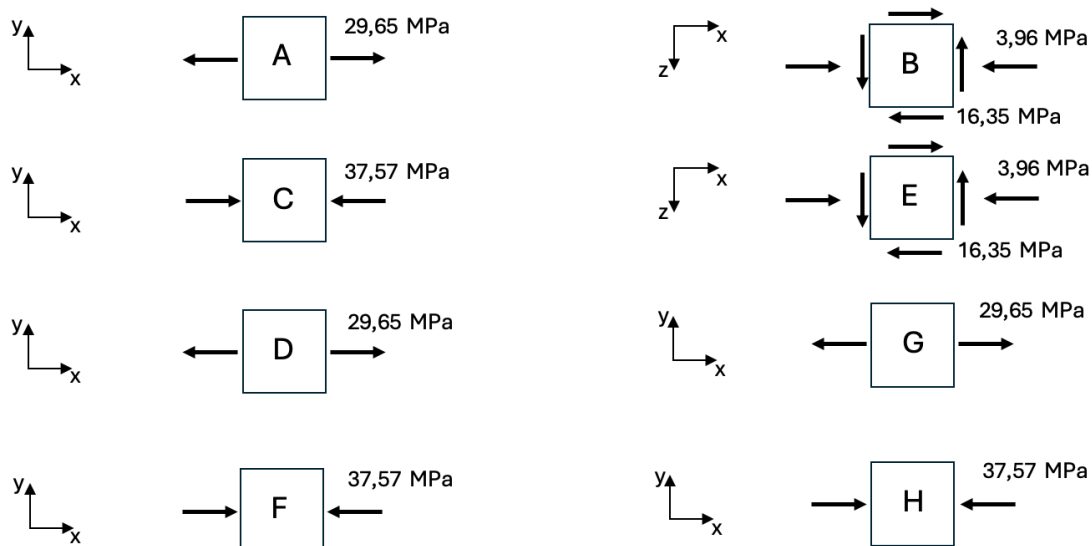


Figura 11: Estados de tensión de los puntos candidatos a crítico en el diente del sol para contacto en el centro de la cara (valores numéricos)

Eliminación de puntos candidatos a punto crítico:

De los ocho estados de esfuerzo de la figura, podemos descartar algunos de ellos mediante comparaciones entre puntos cuyos estados de esfuerzo sólo difieran en sus valores numéricos o en sus orientaciones. Los puntos A, D y G están sometidos al mismo estado de esfuerzo uniaxial. Los puntos C, F y H están también sometidos al mismo estado de esfuerzo uniaxial. Podemos elegir, entonces, un punto de cada caso. Se puede comparar a B con E, los cuales están sometidos a un esfuerzo cortante y a uno de compresión. Como de nuevo los valores vuelven a ser los mismos, podemos seleccionar uno de ellos para los cálculos; E en este caso.

Esfuerzos principales y esfuerzos cortantes máximos:

Las tensiones principales corresponden a los valores extremos de tensión que un punto experimenta. Matemáticamente, las tensiones principales son los autovalores del tensor de tensiones. En un sistema tridimensional, el estado de tensiones en un punto se representa mediante una matriz simétrica de la forma:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Para hallar las tensiones principales ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$), se resuelve el siguiente problema de auto valores:

$$\det(\sigma - \lambda I) = 0$$

Esto lleva a una ecuación cúbica característica,

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} - \lambda & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} - \lambda & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (28)$$

Resolviendo esta ecuación se obtienen los tres autovalores $\lambda = \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, que son las tensiones principales.

En el punto C:

$$\begin{vmatrix} -37,57 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = 0 \text{ MPa} \\ \lambda_2 = 0 \text{ MPa} \\ \lambda_3 = -37,57 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

En el punto D:

$$\begin{vmatrix} 29,65 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = 29,65 \text{ MPa} \\ \lambda_2 = 0 \text{ MPa} \\ \lambda_3 = 0 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

En el punto E:

$$\begin{vmatrix} -3,96 - \lambda & 0 & -16,35 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ -16,35 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = 14,49 \text{ MPa} \\ \lambda_2 = 0 \text{ MPa} \\ \lambda_3 = -18,45 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

Determinación del punto crítico:

Para calcular el punto crítico calculamos la tensión (uniaxial) equivalente aplicando tanto la teoría de Tresca como la de Von Mises (por tratarse de un material con comportamiento dúctil). Las tensiones principales en los puntos candidatos son:

Tabla 7: Tensiones principales en los puntos candidatos en el diente del sol para contacto en el centro de la cara

Punto	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	σ_3 (MPa)
C	0	0	-37,57
D	29,65	0	0
E	14,49	0	-18,45

Se utilizarán las teorías de Tresca y Von Mises para estimar la tensión equivalente en los puntos más solicitados del componente.

$$\sigma_{eq}^T = \text{MAX}(|\sigma_1 - \sigma_2|; |\sigma_2 - \sigma_3|; |\sigma_3 - \sigma_1|) \quad (29)$$

$$\sigma_{eq}^{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \quad (30)$$

Tabla 8: Tensiones equivalentes en los puntos candidatos en el diente del sol para contacto en el centro de la cara

Punto	σ_{eq}^{Tresca} (MPa)	σ_{eq}^{VM} (MPa)
C	37,57	37,57
D	29,65	29,65
E	32,94	28,59

Como ya se mencionó en la memoria, y se confirma con estos resultados (muy próximos a los obtenidos mediante la ecuación de Lewis), las tensiones calculadas en el pie del diente son significativamente inferiores al límite de fatiga, independientemente de la teoría de fallo utilizada e incluso considerando el coeficiente de velocidad.

Este margen se debe a la hipótesis adoptada, donde se priorizó un comportamiento modal adecuado de la etapa para evitar resonancias. Reducir las dimensiones de los engranajes planetarios incrementaría las frecuencias naturales desplazándolas hacia valores más próximos a las de excitación, aumentando el riesgo de resonancia. Este aspecto se analiza con mayor detalle en el apartado de Análisis modal.

Además, la reducción de peso adicional al reducir las dimensiones de los engranajes sería marginal, ya que las geometrías ya incorporan aligeramientos y el diseño actual consigue un peso suficientemente bajo sin comprometer la rigidez.

4.3 CÁLCULO DE LA TENSIÓN EN EL PIE DEL DIENTE DEL PIÑÓN CON CARGA APLICADA EN LA MITAD DEL DIENTE

Seguimos el mismo proceso que para el caso 1 en el diente del sol, de forma que inicialmente calculamos las cargas equivalentes en el centroide de la sección crítica. Para ello, consideramos también que hay 2 dientes en contacto simultáneamente (dado el valor del grado de recubrimiento calculado anteriormente y la posición del punto de aplicación en este caso). Empleando las ecuaciones (23) y (24):

$$F_{xpiñon1} = F_{2piñon} * \sin \alpha = 18873,11 * \sin 20 = 6454,98 \text{ N}$$

$$F_{zpiñon1} = F_{2piñon} * \cos \alpha = 18873,11 * \cos 20 = 17734,92 \text{ N}$$

Por haber 2 dientes en contacto:

$$F_{xpiñon2} = \frac{F_{xpiñon1}}{2} = 3227,49 \text{ N}$$

$$F_{zpiñon2} = \frac{F_{zpiñon1}}{2} = 8867,46 \text{ N}$$

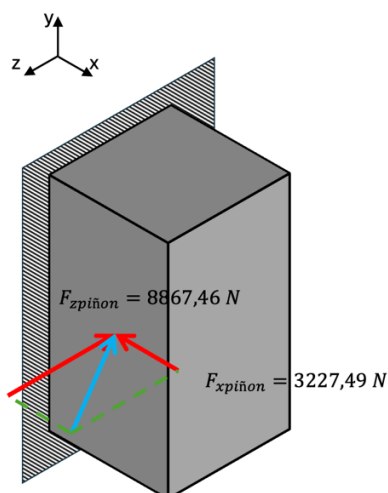


Figura 12: Componentes de la fuerza en el diente del piñón para contacto en el centro de la cara

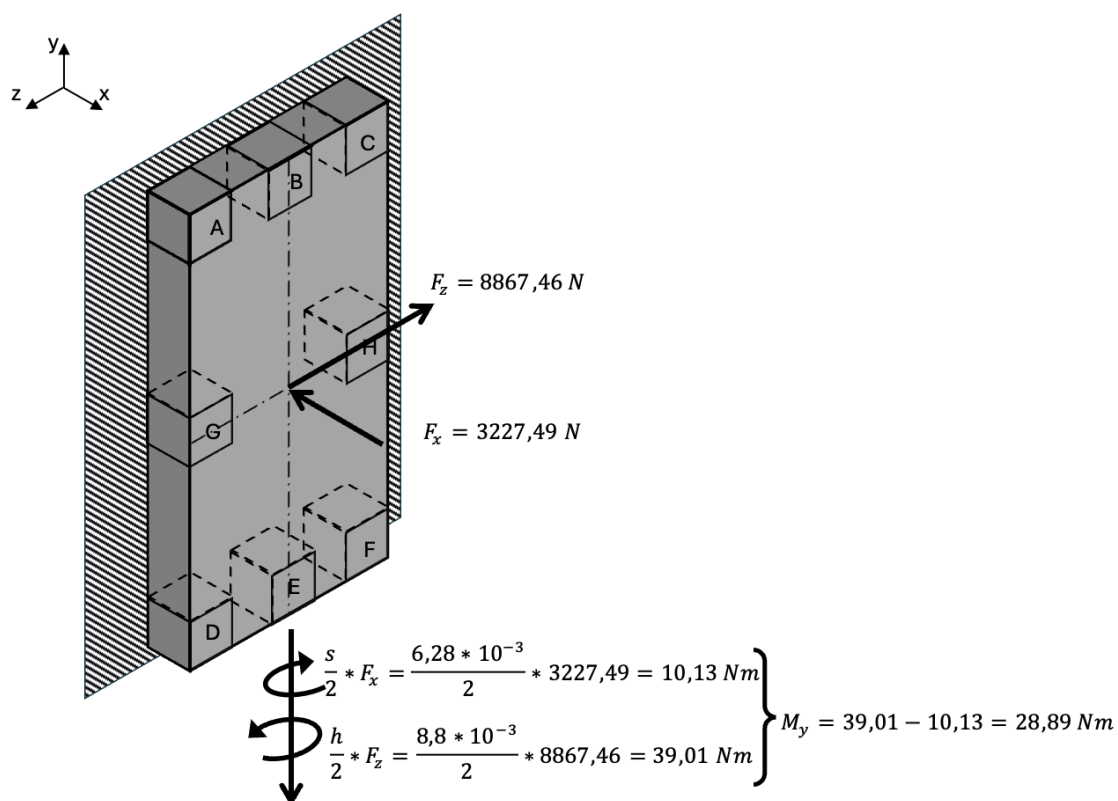


Figura 13: Cargas en sección crítica y puntos candidatos a crítico en el diente del piñón para contacto en el centro de la cara

La fuerza F_x produce un esfuerzo de compresión uniforme en toda la sección. El momento flector M_y produce distribuciones lineales de esfuerzos normales; el eje neutro pasa por el centroide de la sección y es paralelo a la dirección del momento. La fuerza F_z genera esfuerzos cortantes actuando hacia la derecha (en la dirección de la fuerza), y la distribución de esfuerzos es parabólica.

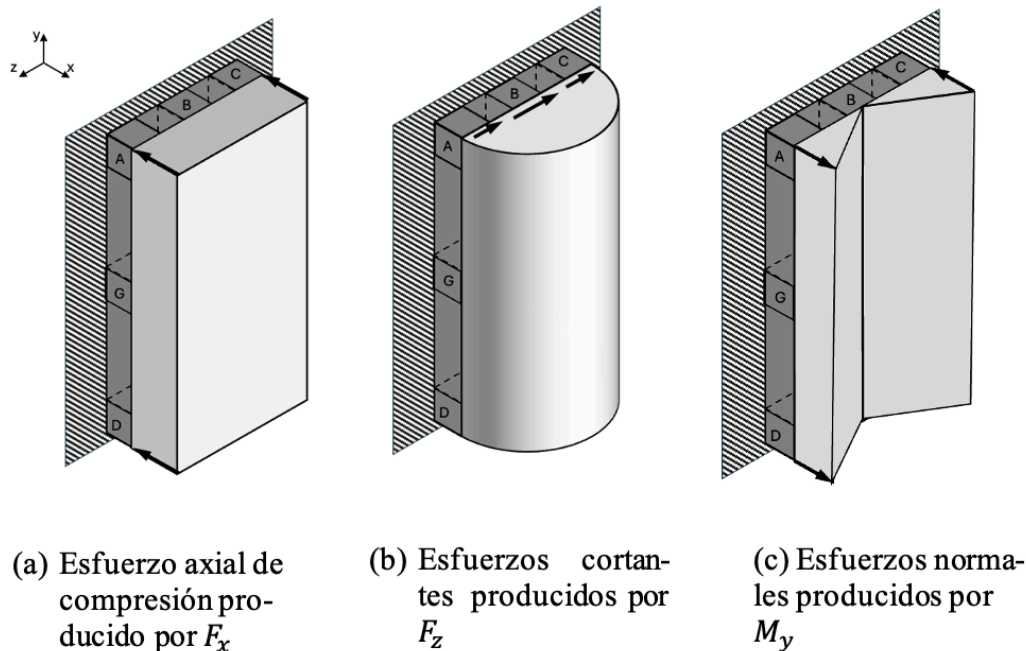


Figura 14: Distribuciones de los esfuerzos producidos por las diferentes cargas internas en la cara del diente del piñón para contacto en el centro de la cara

Puntos críticos

Seleccionamos los puntos críticos de la misma manera y siguiendo los mismos criterios que en el otro diente: la fuerza axial produce un esfuerzo uniformemente distribuido; por lo tanto, cualquier punto soporta el mismo esfuerzo; la fuerza cortante produce esfuerzos máximos en la línea BE; y el momento flector produce esfuerzos máximos en los puntos más alejados del eje neutro (la combinación más crítica de esfuerzos no necesariamente ocurre en un punto donde ocurra uno o más esfuerzos máximos debidos a cargas simples).

Cálculo de tensiones individuales:

A continuación, se presenta el cálculo de los esfuerzos producidos por las diferentes cargas en el empotramiento, utilizando las ecuaciones de resistencia de materiales (25), (26) y (27):

$$S_{Fx} = \frac{F_x}{A} = \frac{3227,49}{(6,28 * 10^{-3}) * (25 * 10^{-3})} = 20,56 \text{ MPa}$$

Esfuerzo de compresión producido por la fuerza F_x en los puntos A, B, C, D, E, F, G y H.

$$S_{My} = \frac{M_y c_z}{I_{yy}} = \frac{28,89 * \frac{6,28 * 10^{-3}}{2}}{\frac{1}{12} * (6,28 * 10^{-3})^3 * (25 * 10^{-3})} = 175,81 \text{ MPa}$$

Esfuerzo normal de compresión para los puntos C, H y F, y de tracción para los puntos A, G y D. M_y no produce esfuerzo en B y E.

$$S_{sFz} = \frac{3 F_z}{2 A} = \frac{3}{2} * \frac{8867,46}{(6,28 * 10^{-3}) * (25 * 10^{-3})} = 84,72 \text{ MPa}$$

Esfuerzo cortante (aproximado) producido por la fuerza F_z en los puntos B y E. Para los demás puntos críticos el esfuerzo es nulo.

Estados de tensión (combinación de tensiones):

La figura presenta los estados de tensión de los puntos candidatos a crítico en función de los esfuerzos producidos por cada una de las cargas. Cada uno de estos estados de esfuerzo es biaxial y se representa mostrando sólo una de las caras del elemento infinitesimal e indicando su orientación.

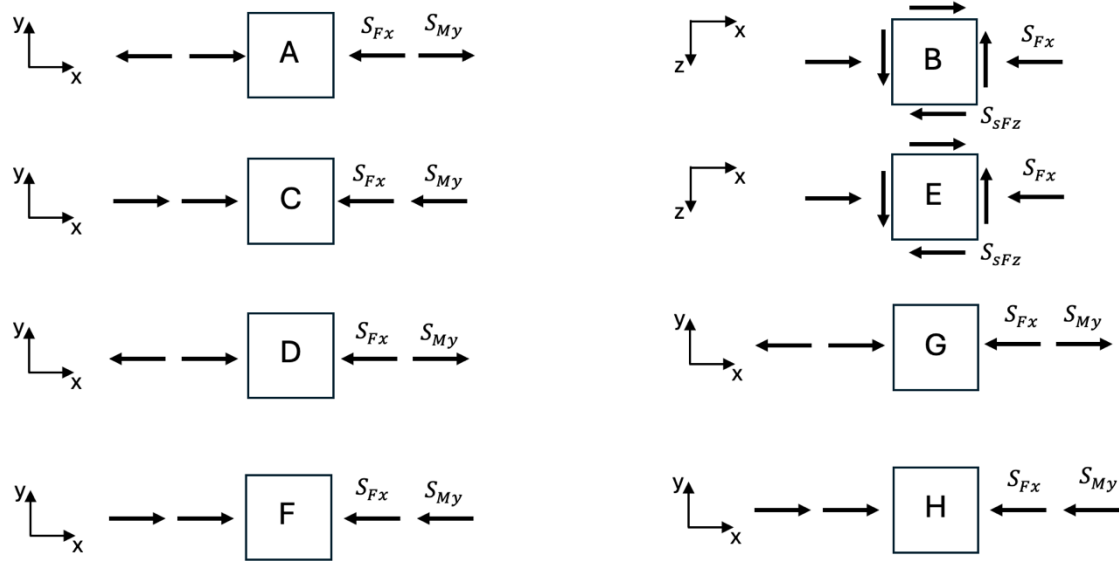


Figura 15: Estados de tensión de los puntos candidatos a crítico en el diente del piñón para contacto en el centro de la cara

Reemplazando los valores numéricos de las tensiones individuales

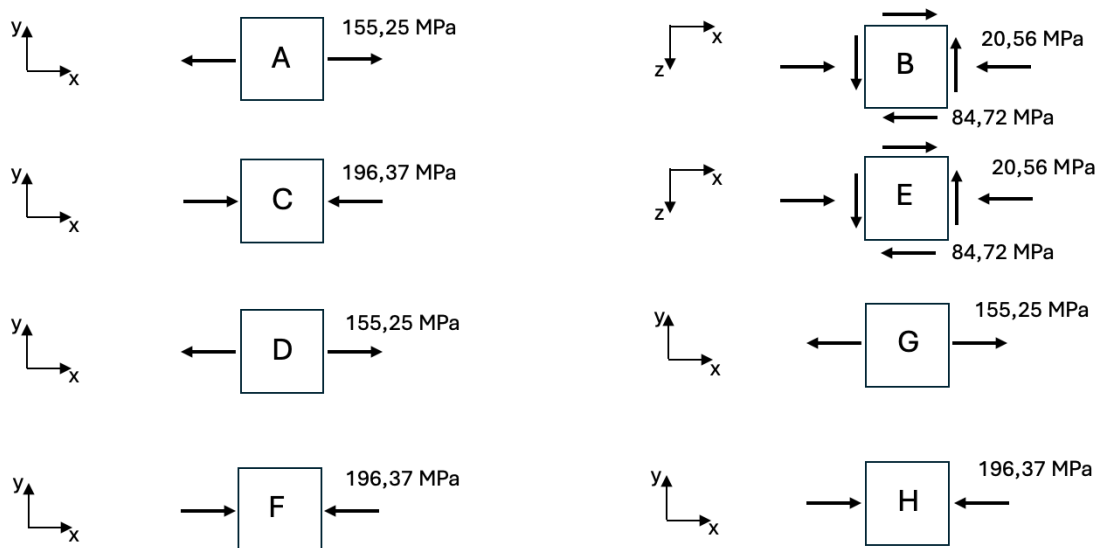


Figura 16: Estados de tensión de los puntos candidatos a crítico en el diente del piñón para contacto en el centro de la cara (valores numéricos)

Eliminación de puntos candidatos a punto crítico:

De los ocho estados de esfuerzo de la figura, podemos descartar algunos de ellos mediante comparaciones entre puntos cuyos estados de esfuerzo sólo difieran en sus valores numéricos o en sus orientaciones. Los puntos A, D y G están sometidos al mismo estado de esfuerzo uniaxial. Los puntos C, F y H están también sometidos al

mismo estado de esfuerzo uniaxial. Podemos elegir, entonces, un punto de cada caso. Se puede comparar a B con E, los cuales están sometidos a un esfuerzo cortante y a uno de compresión. Como de nuevo los valores vuelven a ser los mismo, podemos seleccionar uno de ellos para los cálculos; E en este caso.

Esfuerzos principales y esfuerzos cortantes máximos:

De nuevo, resolviendo la ecuación característica (28), se obtienen los tres autovalores $\lambda = \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, que son las tensiones principales.

En el punto C:

$$\begin{vmatrix} -196,37 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = 0 \text{ MPa} \\ \lambda_2 = 0 \text{ MPa} \\ \lambda_3 = -196,37 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

En el punto D:

$$\begin{vmatrix} 155,25 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = 155,25 \text{ MPa} \\ \lambda_2 = 0 \text{ MPa} \\ \lambda_3 = 0 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

En el punto E:

$$\begin{vmatrix} -20,56 - \lambda & 0 & -84,72 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ -84,72 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = 75,06 \text{ MPa} \\ \lambda_2 = 0 \text{ MPa} \\ \lambda_3 = -95,62 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

Determinación del punto crítico:

Para calcular el punto crítico calculamos la tensión (uniaxial) equivalente aplicando tanto la teoría de Tresca como la de Von Mises (por tratarse de un material con comportamiento dúctil). Las tensiones principales en los puntos candidatos son:

Tabla 9: Tensiones principales en los puntos candidatos en el diente del piñón para contacto en el centro de la cara

Punto	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	σ_3 (MPa)
C	0	0	-196,37
D	155,25	0	0
E	75,06	0	-95,62

De nuevo, se utilizarán las teorías de Tresca y Von Mises, las ecuaciones (29) y (30), para estimar la tensión equivalente en los puntos más solicitados del componente.

$$\sigma_{eq}^T = MAX(|\sigma_1 - \sigma_2|; |\sigma_2 - \sigma_3|; |\sigma_3 - \sigma_1|)$$

$$\sigma_{eq}^{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}$$

Tabla 10: Tensiones equivalentes en los puntos candidatos en el diente del piñón para contacto en el centro de la cara

Punto	σ_{eq}^{Tresca} (MPa)	σ_{eq}^{VM} (MPa)
C	196,37	196,37
D	155,25	155,25
E	170,08	183,58

Puede observarse que de nuevo los resultados son muy similares usando ambas Teorías de fallo; y que estos valores son a su vez muy similares a los calculados mediante la ecuación de Lewis. Las tensiones que aparecen en el diente como resultado de los esfuerzos considerando el coeficiente de velocidad son inferiores a cualquiera de los límites de fatiga de los materiales preseleccionados; sin embargo, algunos de ellos son muy cercanos a los valores de la tensión máxima calculada, de forma que, como se mencionó tras los resultados de las tensiones mediante la ecuación de Lewis, materiales como el 42CrMo4 podrían no presentar un margen de seguridad suficiente.

4.4 CONCLUSIONES DEL CÁLCULO DE LA TENSIÓN EN EL PIE DEL DIENTE DEL PIÑÓN CON CARGA APLICADA EN LA MITAD DEL DIENTE

En esta hipótesis, se confirma igualmente que en ambas etapas las tensiones máximas en el pie de los dientes son inferiores al límite de fatiga a vida infinita de los cuatro materiales considerados.

En consecuencia, serán los valores obtenidos en ANSYS los que determinen si algún material debe descartarse. La selección final se basará en el equilibrio entre resistencia a fatiga y coste, ya que, al presentar todas propiedades elásticas y

densidad prácticamente idénticas, el peso y el comportamiento modal no varían entre materiales.

4.5 CÁLCULO DE LA PRESIÓN DE HERTZ

La picadura, como ya se explicó, constituye una falla por fatiga en las superficies debidas al gran número de repeticiones de tensiones de contacto de alto impacto.

Para obtener una expresión del esfuerzo por contacto superficial se parte de la teoría de Hertz. El desarrollo hasta llegar a la expresión final fue extraído de Shigley (2021), que alcanza la ecuación final del esfuerzo de compresión superficial (esfuerzo hertziano) siguiente:

$$\sigma_c = -C_p \left[\frac{K_v W^t}{F \cos \alpha} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{1/2} \quad (31)$$

Donde el signo es negativo debido a que es un esfuerzo de compresión y C_p es un coeficiente elástico que contiene las constantes elásticas de los engranajes:

$$C_p = \left[\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)} \right]^{1/2} \quad (32)$$

De esta forma, podemos calcular la tensión de Hertz en ambos casos.

En engranajes helicoidales, la tensión de contacto (Hertz) suele ser menor que en engranajes rectos debido al contacto progresivo entre los dientes, que reparte la carga instantánea sobre una mayor superficie y entre varios pares de dientes simultáneamente. Esta característica, además, mejora el comportamiento NVH.

En el presente cálculo se ha considerado la condición de carga a priori más desfavorable para la tensión de contacto, correspondiente a la situación en la que se encuentra el menor número posible de dientes en engrane simultáneamente. De este modo, la carga tangencial transmitida se reparte entre menos dientes, lo que

incrementa la sollicitación en la cara de cada uno de ellos y proporciona el valor de tensión de contacto más elevado dentro del ciclo de engrane.

Asimismo, para el cálculo de los parámetros elásticos se ha supuesto que todos los materiales presentan propiedades elásticas equivalentes, dado que estos aceros aleados tienen todos módulos de elasticidad y coeficientes de Poisson prácticamente idénticos como ya se desarrolló en el apartado propio de los materiales.

4.5.1 Diente del sol

El primer paso será calcular el coeficiente elástico mediante la ecuación (32):

$$C_p = \left[\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - 0,3^2}{210000} + \frac{1 - 0,3^2}{210000} \right)} \right]^{1/2} = 191,65 \text{ MPa}^{1/2}$$

Con este, se calcula la tensión de contacto en la superficie mediante la ecuación (31), donde la fuerza ya incluye el factor dinámico.

$$\sigma_c = -191,65 \left[\frac{643,04}{25 * \cos 20} \left(\frac{1}{36} + \frac{1}{121,5} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = -190,27 \text{ MPa}$$

4.5.2 Diente del piñón

De la misma forma que en el caso anterior y teniendo en cuenta que al tratarse del mismo material el coeficiente elástico es el mismo, empleando la ecuación (31):

$$\sigma_c = -191,65 \left[\frac{8867,46}{25 * \cos 20} \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{240} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = -537,44 \text{ MPa}$$

4.5.3 Conclusiones de los resultados de la presión de Hertz

Puede observarse que en ambos casos la tensión es considerablemente inferior al límite de fatiga para los esfuerzos de Hertz para cualquiera de los materiales. Por lo tanto, este parámetro no será crítico, siendo la tensión en el pie del diente un factor mucho más determinante a la hora de seleccionar el material y las dimensiones del engranaje, ya que la sollicitación tiende a estar más próxima al límite de fatiga del material para flexión que la tensión de Hertz lo está a su respectivo límite.

4.6 RESUMEN DE RESULTADOS

A continuación, se presentan de forma resumida los valores obtenidos para ambas etapas a partir de los cálculos analíticos, tanto de la tensión en el pie del diente (empleando la ecuación de Lewis y la hipótesis de contacto en el centro de la cara) como de la presión de contacto según la teoría de Hertz.

Tabla 11: Resumen de resultados de tensiones en los dientes

Etapas	Tens. en el pie del diente (ecuación de Lewis)	Tens. en el pie del diente (contacto en el centro de la cara)	Presión de Hertz
Planetaria	38,16 MPa	37,57 MPa	-190, 27 MPa
Ordinaria Helicoidal	203,83 MPa	196,37 MPa	-537,44 MPa

Como se ha ido mencionando a medida que se obtenían los resultados, ninguna de estas tensiones supera los valores del límite de fatiga para vida infinita de sus respectivos esfuerzos. Sin embargo, dada la proximidad de algunos de los valores al límite de fatiga de algunos materiales, serán los resultados en ANSYS los que determinarán si alguno de los materiales puede descartarse si las tensiones son superiores o muy próximas (y por tanto sin ningún margen de seguridad) a los límites de fatiga para vida infinita.

5 CÁLCULO DE LAS FRECUENCIAS DE EXCITACIÓN

El análisis modal es una herramienta esencial para estudiar el comportamiento dinámico de un sistema mecánico, permitiendo identificar sus frecuencias naturales y modos de vibración característicos. Estas frecuencias naturales corresponden a las vibraciones propias del sistema cuando se excita sin amortiguamiento, y conocerlas es fundamental para evitar problemas durante su operación.

La resonancia es un fenómeno que ocurre cuando una frecuencia de excitación externa coincide o se acerca demasiado a alguna de las frecuencias naturales del sistema. En esas condiciones, las vibraciones se amplifican considerablemente, aumentando las tensiones internas y pudiendo provocar daños estructurales, ruido excesivo y pérdida de funcionalidad.

Para anticipar y prevenir la resonancia, se calculan las frecuencias de excitación que representan las cargas periódicas a las que estará sometido el sistema, por ejemplo, las frecuencias asociadas al paso de dientes en engranajes o cualquier otra fuente periódica de vibración. Estas frecuencias dependen de parámetros como la velocidad de operación y la geometría del sistema.

El objetivo principal es comparar estas frecuencias de excitación con las frecuencias naturales obtenidas más adelante en el análisis modal en ANSYS, asegurando que se mantenga un margen de seguridad suficiente para evitar que coincidan. De esta forma, se reduce significativamente el riesgo de resonancia y se garantiza un funcionamiento seguro y duradero.

A continuación se calculan las frecuencias de excitación para ambas etapas. Las frecuencias de excitación se han calculado considerando la velocidad máxima de operación del motor eléctrico, 50.000 rpm, ya que este representa el caso más crítico en términos de solicitaciones dinámicas. A medida que la máquina funciona a velocidades inferiores, las frecuencias de excitación disminuyen proporcionalmente, por lo que no se ha considerado necesario calcularlas para cada velocidad intermedia entre 0 y 50.000 rpm.

Conociendo las rpm de la entrada en el sol y la geometría de la etapa planetaria, podemos determinar la velocidad de giro del portaplanetas o carrier mediante la ecuación:

$$w_{carrier} = w_s * \frac{Z_s}{Z_s + Z_a} \quad (33)$$

De esta forma:

$$w_s = 50.000 \text{ rpm} = 833,33 \text{ Hz}$$

$$w_{carrier} = w_s * \frac{Z_s}{Z_s + Z_a} = 50.000 * \frac{24}{210} = 5714,3 \text{ rpm} = 95,24 \text{ Hz}$$

Por supuesto esta velocidad de giro podría haberse calculado usando la relación de transmisión de la etapa ya que el carrier es la salida y por tanto esta es también la velocidad de giro de la entrada de la etapa ordinaria helicoidal, el piñón. A su vez, con la relación de transmisión de la etapa ordinaria helicoidal podremos calcular también la velocidad de giro de la corona.

$$w_{piñón} = w_{carrier} = 5714,3 \text{ rpm}$$

$$w_{corona} = \frac{w_{piñón}}{4} = 1428,6 \text{ rpm} = 23,81 \text{ Hz}$$

Para calcular la velocidad de giro de los planetas hay que tener en cuenta que estos giran además de sobre sí mismos alrededor del sol, de forma que es un movimiento relativo. Así, partimos de la velocidad del sol respecto del portaplanetas para calcular la velocidad de giro de los planetas, que tendrán sentido contrario al sol; y pueden calcularse mediante:

$$w_{s/c} = w_{s/0} - w_{c/0} \quad (34)$$

$$w_{p/c} = (-) \frac{Z_s}{Z_p} * w_{s/c} \quad (35)$$

De esta forma:

$$w_{s/c} = w_{s/0} - w_{c/0} = 44285,7 \text{ rpm} = 738,1 \text{ Hz}$$

$$w_{p/c} = (-) \frac{Z_s}{Z_p} * w_{s/c} = -13121,69 \text{ rpm} = 218,69 \text{ Hz}$$

Además de las velocidades de giro, las frecuencias de engrane o de malla son frecuencias de excitación. Es la frecuencia a la que los dientes se ponen en contacto unos con otros. Para calcularlas se multiplica el número de dientes de un engranaje por su velocidad de giro, dando igual que engranaje de la pareja emplees ya que solo hay una frecuencia de malla para cada par de engranajes en contacto.

$$f_{malla} = Z_1 * f_1 = Z_2 * f_2 \quad (36)$$

Además en la etapa planetaria, al estar el anillo fijo y girar los planetas en el Carrier alrededor del sol, la frecuencia de engrane entre planeta y sol es la misma que entre

planeta y anillo, habiendo solo una frecuencia de engrane en la etapa. Empleando la ecuación (36):

$$f_{\text{malla,planetario}} = Z_s * f_{s/c} = Z_p * f_{p/c} = 24 * 738,1 \text{ Hz} = 81 * 218,69 \text{ Hz} = 17714,3 \text{ Hz}$$

$$f_{\text{malla,helicoidal}} = Z_p * f_p = Z_c * f_c = 15 * 95,24 = 60 * 23,81 = 1428,6 \text{ Hz}$$

Como ya se ha mencionado, la geometría de la etapa planetaria priorizará un buen comportamiento modal, evitando la resonancia. En caso de no poderse evitar, es preferible que la coincidencia entre las frecuencias naturales del sistema y las frecuencias de excitación suceda a bajas revoluciones por minuto (rpm); donde las fuerzas y tensiones generadas son menores, minimizando los efectos negativos de la resonancia. Esto será más desarrollado en el apartado de resultados y conclusiones del Análisis Modal.

Se presenta a continuación una tabla recogiendo los valores obtenidos para futuros análisis.

Tabla 12: Frecuencias de excitación de la transmisión

Excitación	Frecuencia (Hz)
Velocidad de rotación del sol	833,33
Velocidad de rotación del planeta	218,69
Velocidad de rotación del piñón	95,24
Velocidad de rotación de la corona	23,81
Frecuencia de engrane Etapa Planetaria	17714,3
Frecuencia de engrane Etapa Ord. Helicoidal	1428,6

6 ANÁLISIS DE TENSIONES EN ANSYS

Tras verificar analíticamente la validez de esta hipótesis y haber descartado otras, se procede a implementar la arquitectura en ANSYS. Dado que un análisis dinámico completo resultaría excesivamente complejo y computacionalmente costoso, además

de estar limitado por las capacidades del software disponible, se optó por un enfoque simplificado. Este consiste en descomponer el estudio en dos etapas: primero, un análisis estático en el que se incluyen los coeficientes de velocidad para obtener los esfuerzos dinámicos, como se hizo en los cálculos analíticos; y segundo, un análisis modal para identificar las frecuencias naturales y modos de vibración del sistema. Esta estrategia permite evaluar de manera eficiente y fiable el comportamiento dinámico del mecanismo, asegurando que se evitan condiciones de resonancia críticas sin la necesidad de realizar simulaciones dinámicas completas.

Para ello, los modelos geométricos de engranajes se generaron mediante Autodesk Inventor. Aunque, como ya se ha mencionado, no se van a realizar en este trabajo modificaciones geométricas del perfil del dentado, sí se incorporan en los dientes de contacto pequeños empalmes o redondeos en las aristas para evitar concentraciones de tensión artificiales que podrían generar valores no realistas en ANSYS (dado que en una arista ideal el área tiende a cero, y por tanto la relación F/A tiende a infinito). Tampoco se incluyen los acoplamientos al eje mediante estriado o chavetero, ya que, como ya se mencionó en la memoria, la decisión final requiere estudios adicionales considerando las condiciones de trabajo de la transmisión y el objetivo de minimizar costes. Además, esta simplificación facilita el modelado en Ansys, permitiendo una malla más detallada en zonas de mayor interés, como los dientes o determinadas geometrías.

A continuación, se importan los engranajes en ANSYS y se comprueba que las tensiones en el pie y la cara del diente son consistentes con los valores calculados y no superan el límite admisible. Para ello, se ha decidido hacer un análisis estático en ANSYS en el que incluimos los coeficientes de velocidad, al igual que en los cálculos analíticos. Esta metodología permite mallar únicamente la zona de los dientes en contacto, logrando una mayor precisión sin exceder las limitaciones de memoria del software en su versión académica.

Como ya se ha mencionado anteriormente, el análisis se lleva a cabo considerando el régimen máximo de revoluciones por minuto del sistema, dado que, pese a que a velocidades menores el par puede ser mayor, los efectos dinámicos y los coeficientes de velocidad provocan que el funcionamiento a máxima velocidad de giro imponga

las mayores cargas vibracionales y tensionales sobre los dientes y las geometrías de aligeramiento. De este modo, se garantiza la resistencia del diseño frente a las condiciones operativas críticas.

Aunque habitualmente se modela solo uno de los engranajes aplicando directamente una fuerza sobre el diente, en este caso se opta por simular ambos debido a la geometría helicoidal y al elevado grado de recubrimiento, lo que complica definir manualmente las líneas de aplicación de las fuerzas. En consecuencia, se definen las superficies de contacto, el tipo de apoyo en los ejes (para evitar desplazamientos irreales, ya que no se incluyen en el modelo chavetas ni ejes estriados que, como ya se mencionó, requerirán de estudios adicionales para decidir el mejor modo de acoplamiento al eje) y se aplica el par considerando el coeficiente de velocidad, al engranaje correspondiente (al sol y al piñón, por ser las entradas en sus respectivas etapas),.

En el caso de la etapa planetaria, únicamente se incluyen en el modelo el engranaje solar y un planeta, por lo que el par introducido en ANSYS será considerando que este se divide entre tres planetas. Esto se justifica porque, al contar con tres planetas y un sol con número de dientes adecuado para su grado de recubrimiento, las tensiones en un contacto sol-planeta no se ven afectadas por los otros planetas al estar suficientemente separados entre sí. Esto es interesante ya que, como se mencionó en la memoria, de lo contrario podría haber tensión constante en todos los dientes del engranaje solar, suponiendo posibles problemas de durabilidad y rendimiento. De igual forma, en el planeta no es necesario modelar el anillo, ya que los contactos con éste y con el sol se encuentran en lados opuestos y suficientemente separados para que las tensiones no se vean afectadas tampoco. La simetría geométrica del sistema contribuye además a que la distribución de cargas sea uniforme entre planetas, reforzando esta independencia de resultados. De esta forma de nuevo logramos mayor simplicidad computacional en el análisis sin sacrificar veracidad en los resultados pudiendo además mallar con más precisión las zonas de interés al tener más espacio computacional disponible.

Antes de presentar los resultados obtenidos en ANSYS, es necesario identificar qué patrones de esfuerzo deben buscarse y validarse en la simulación.

A pesar de que la línea de desgaste de un diente helicoidal tras su uso es un diagonal ascendente a lo largo de su cara que no alcanza las aristas. Este patrón superficial es consecuencia de la forma en que evoluciona la línea de contacto durante un ciclo completo de engrane: desde que un diente comienza a contactar con su homólogo hasta que se separan:

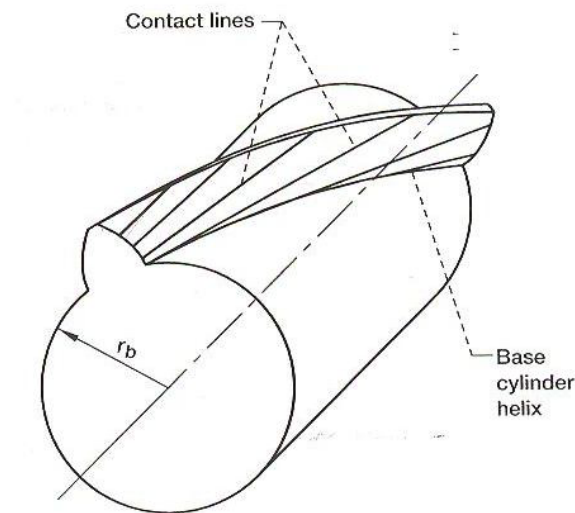


Figura 17: Líneas de contacto en engranajes helicoidales

Así, observamos que el contacto entre los dientes desde que entran en contacto hasta que dejan de estarlo se produce en varias líneas diferentes, generando así varios puntos de tensión.

En nuestro modelo de ANSYS, se analizará si esta distribución esperada de esfuerzos aparece de manera coherente con la teoría y con el comportamiento real, lo que servirá como validación cualitativa de la simulación.

6.1 ANÁLISIS DE TENSIONES EN LA ETAPA PLANETARIA EN ANSYS

6.1.1 Tensiones en los dientes de la etapa planetaria en ANSYS

A continuación se muestran los resultados obtenidos en ANSYS para las tensiones en los dientes de los engranajes de la etapa planetaria. Las imágenes mostradas corresponden a los escenarios que, tras varias pruebas, corresponden a los más exigentes desde el punto de vista de la tensión en los dientes. Se incluyen ampliaciones de las zonas críticas con el fin de identificar con mayor precisión las

áreas donde se concentran las tensiones más elevadas. Por este motivo, las figuras muestran únicamente el engranaje solar, ya que al ocultar el planetario se facilita tanto la visualización completa de los esfuerzos a lo largo del diente como la representación detallada de las regiones más solicitadas.

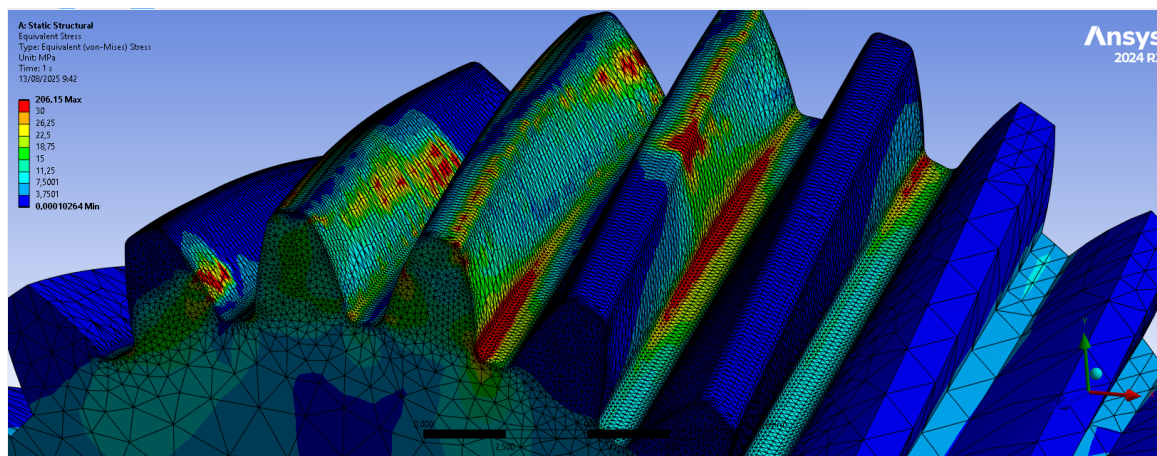


Figura 18: Vista oblicua de las tensiones de contacto en los dientes del sol en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo

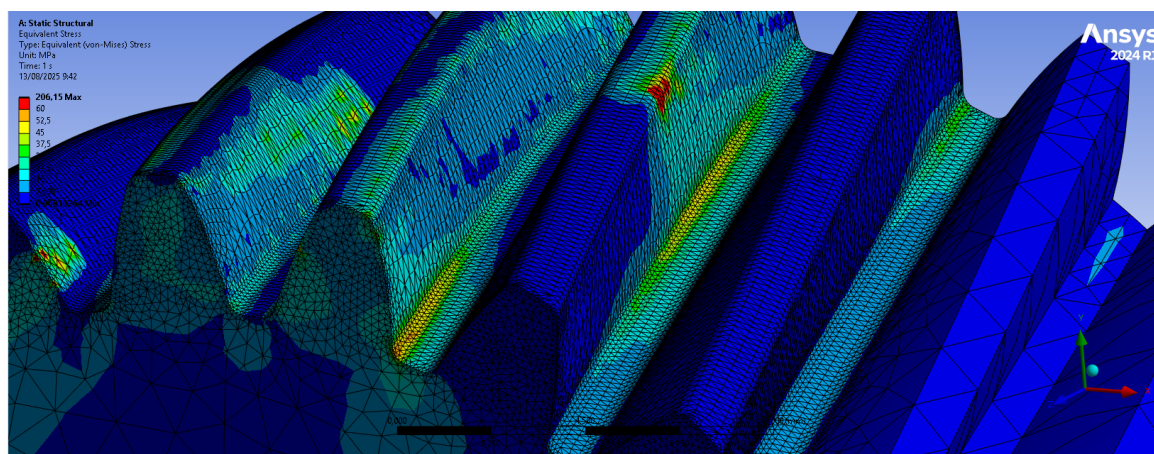


Figura 19: Vista oblicua de las tensiones de contacto en los dientes del sol en ANSYS, donde las tensiones superiores a 60 MPa aparecen marcadas en rojo

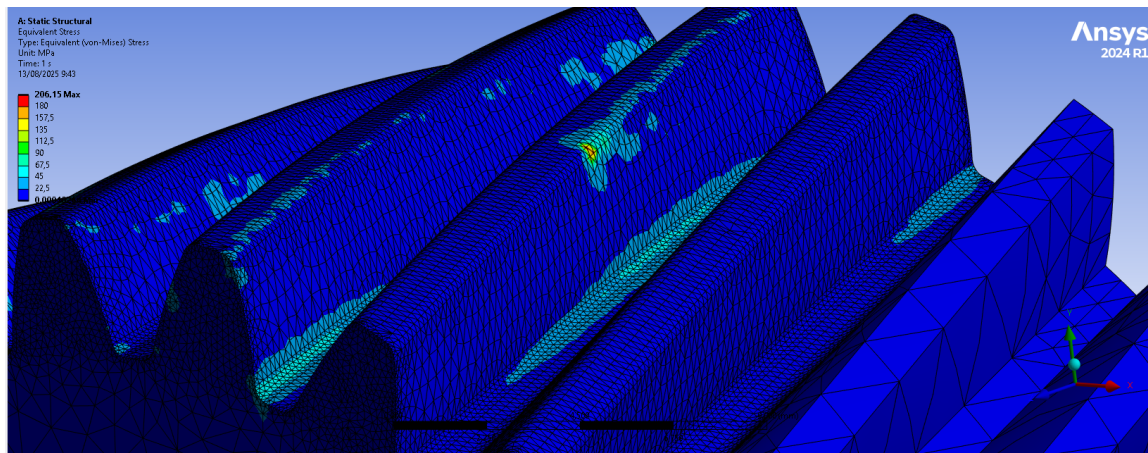


Figura 20: Vista oblicua de las tensiones de contacto en los dientes del sol en ANSYS, donde las tensiones superiores a 180 MPa aparecen marcadas en rojo

En cuanto a la valoración cualitativa y la comprensión de la simulación, en efecto, observamos que en la imagen obtenida de ANSYS se ha capturado el momento en el que 4 parejas de dientes están en contacto. Se puede observar que el primero de los dientes en contacto tiene la tensión cercana a la arista en su cara de contacto, mientras que el segundo diente presenta una tensión de Hertz en una posición más elevada y centrada a la vez. Por otro lado, observamos que el tercero de los dientes presenta la mayor tensión de contacto muy cerca de la arista trasera, y que esto a su vez produce una elevada tensión en el pie del diente, lo cual era de esperar dada la ubicación de la tensión en su cara de contacto. También presenta un pequeño contacto en la otra arista que amplifica aún más la tensión en el pie del diente; esto se produce porque al no haber realizadas todas las modificaciones habituales del perfil, el software interpreta este punto como otro de alto contacto sin repartirse del todo a lo largo de la línea de contacto. Sin embargo, podemos observar que a pesar de que los esfuerzos se encuentren algo más concentrados de lo habitual, sus valores siguen siendo similares a los obtenidos en los cálculos analíticos y situados a la altura correspondiente, demostrando la validez del modelo en ANSYS. El último de los dientes de nuevo muestra una tensión localizada mucho más centrada aunque en la parte más alta del diente en este caso.

Esto deja ver uno de los factores más importantes a observar que es como los contactos, a pesar de que alguno sea más concentrado de lo ideal, sí que van ascendiendo en la distancia al pie del diente y también como en varios de ellos la tensión se aleja de la arista donde comenzó el contacto, como es propio de los engranajes helicoidales.

Como detalle se menciona que, aunque difícilmente visible, el modelo presenta entre los dos dientes en el centro de la captura una mínima intersección. Esto viene predeterminado en la creación de engranajes de Inventor; sin embargo, como ya se ha mencionado, tanto los contactos como las tensiones se producen en las localizaciones y con los valores esperados, lo que demuestra que el modelo es válido y que puede ser utilizado para analizar las tensiones que aparecen en las geometrías de aligeramiento diseñadas en el interior de estos engranajes. Las pequeñas interferencias geométricas detectadas no comprometen la validez del análisis, aunque conviene tenerlas en cuenta en futuros refinamientos del diseño.

También se puede observar en las imágenes, que ANSYS reconoce como tensión máxima en el engranaje un valor superior al expuesto. Esto se produce incluso cuando el mallado es fino, debido a concentraciones de tensión artificiales en vértices o aristas extremadamente agudas del modelo, donde el área tiende a cero y, por tanto, la relación esfuerzo/área se dispara. Estos valores no representan la tensión real en la pieza, sino artefactos numéricos del modelo, y deben interpretarse con precaución.

Para la correcta interpretación de los resultados, se aplica un criterio que distingue las tensiones significativas reales de estos valores puntuales artificiales, de manera que las máximas tensiones reportadas reflejen fielmente el comportamiento estructural del engranaje.

Esto también sucederá en el Análisis en ANSYS de las geometrías (al incluir estos análisis también las tensiones en los dientes) y en el análisis de la etapa ordinaria helicoidal, donde se procederá de la misma manera que la expuesta.

Los valores de las tensiones obtenidos se resumen en la siguiente tabla,

Tabla 13: Valores de la tensión en los dientes de la etapa planetaria obtenidos en ANSYS

ETAPA PLANETARIA	Tens. max. en el pie del diente (MPa)	Tens. max. en la cara de contacto (MPa)
Calculada	38,16	190,27
ANSYS	55	170

Límite de fatiga (vida infinita) 20MnCr5	300	1164,29
Límite de fatiga (vida infinita) 42CrMo4	218,75	971,43

En cuanto a los valores de la tensión, los cuales son muy similares a los calculados analíticamente, podemos observar que como ya se mencionó, está claramente sobredimensionado. El análisis muestra que la etapa planetaria presenta un coeficiente de seguridad muy elevado respecto a la tensión admisible, tanto en el pie del diente como en las caras de contacto. Esto podría sugerir la posibilidad de reducir sus dimensiones y optimizar peso; sin embargo, esta configuración beneficia mucho su comportamiento modal, como se verá en el apartado 8 “ANÁLISIS MODAL”, evitando problemas de resonancia a elevadas velocidades de giro de funcionamiento. Además, la diferencia de peso que se podría obtener sería muy reducida dada la reducción que se obtiene ya con las geometrías de aligeramiento.

Por otro lado, dado que las tensiones observadas son muy bajas y muy inferiores al límite de fatiga del material, se puede tomar con total tranquilidad la decisión de no cementar el anillo. Esta elección, como se comentó previamente en la memoria, evita posibles abombamientos asociados a su gran tamaño, sin comprometer la seguridad ni la durabilidad de la transmisión.

6.1.2 Tensiones en las geometrías de aligeramiento de los engranajes de la etapa planetaria en ANSYS

Una vez verificado, tanto de forma analítica como mediante simulación, que la resistencia de los dientes frente a esfuerzos de flexión y contacto es adecuada para las condiciones de carga establecidas, garantizando vida infinita a fatiga, se procede al análisis comparativo de las distintas configuraciones geométricas mediante ANSYS.

El objetivo de esta fase es evaluar la distribución de tensiones en cada diseño, comparar su comportamiento estructural y clasificarlas como método de selección

junto con los demás criterios. Asimismo, se descartan aquellas geometrías que superen los límites de fatiga.

Conviene aclarar que las geometrías presentadas en este documento son aquellas configuraciones que, tras diversas pruebas de diseño, mostraron tensiones aceptables. En los casos en que las tensiones resultaban demasiado elevadas (por ejemplo, al aumentar excesivamente el diámetro de los agujeros de aligeramiento), dichas variantes fueron descartadas y no incluidas en este documento por carecer de interés práctico.

A continuación se presentan las capturas obtenidas desde ANSYS para las tensiones de Von Mises resultantes del contacto entre engranajes en cada una de las geometrías analizadas de la etapa planetaria. El requisito de viabilidad será no superar el límite de fatiga.

El límite de tensión a fatiga para vida infinita en las geometrías internas del diente se considera igual que el del pie del diente. Esto se debe a que el material es el mismo y el mecanismo de fallo por fatiga en flexión no cambia: la resistencia intrínseca del acero frente a ciclos repetidos de tensión es la misma. Por tanto, para asegurar vida infinita, se utiliza el mismo límite de fatiga que en el pie del diente.

Se incluyen vistas generales para comprobar la correcta distribución de tensiones, así como ampliaciones en las zonas críticas donde éstas alcanzan sus valores más elevados.

La primera geometría evaluada corresponde al diseño base, sin aligeramientos, que presenta tensiones muy bajas y concentradas únicamente en la zona de engrane, con una mínima propagación hacia el resto del cuerpo del engranaje. Este caso servirá como referencia para valorar el efecto de las modificaciones de aligeramiento.

Geometría básica

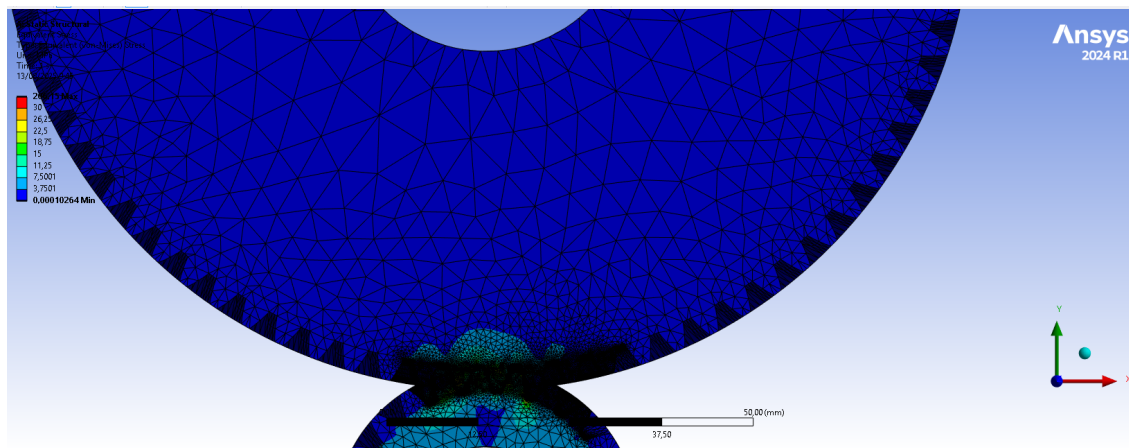


Figura 21: Vista general de las tensiones en la geometría básica en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo

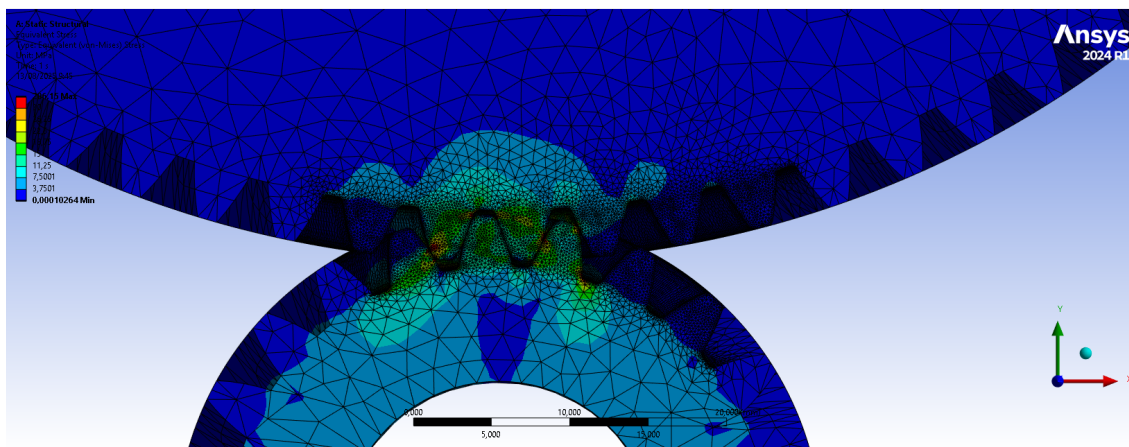


Figura 22: Vista específica de las tensiones en la geometría básica en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo

Geometría de aligeramiento 1

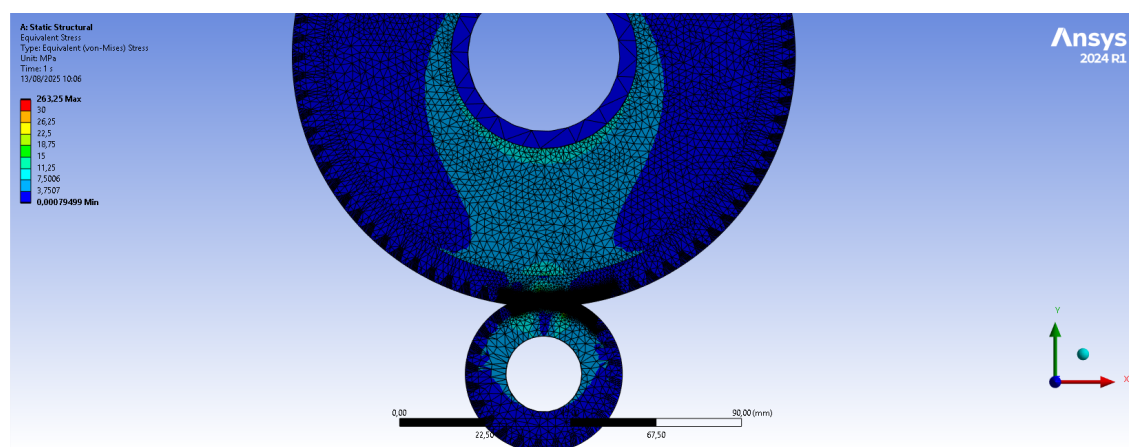


Figura 23: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 1 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo

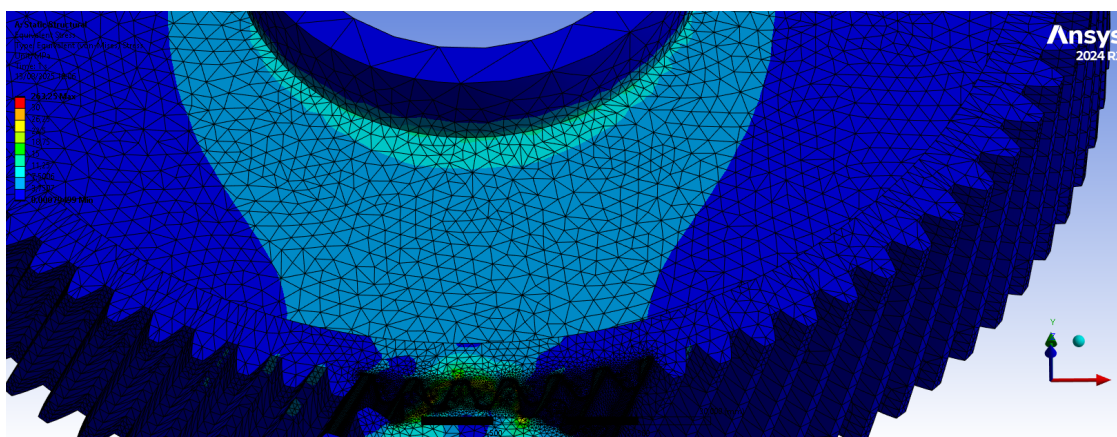


Figura 24: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 1 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo

Geometría de aligeramiento 2

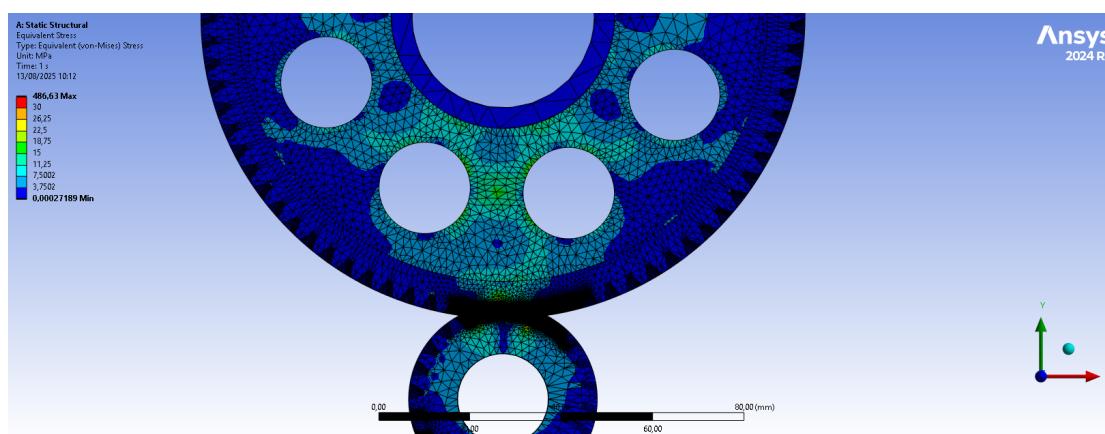


Figura 25: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 2 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo

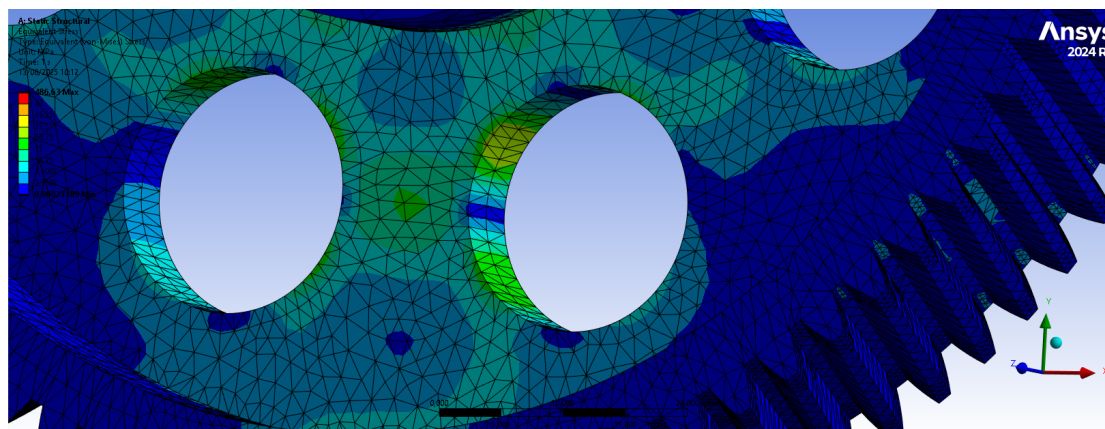


Figura 26: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 2 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo

Geometría de aligeramiento 3

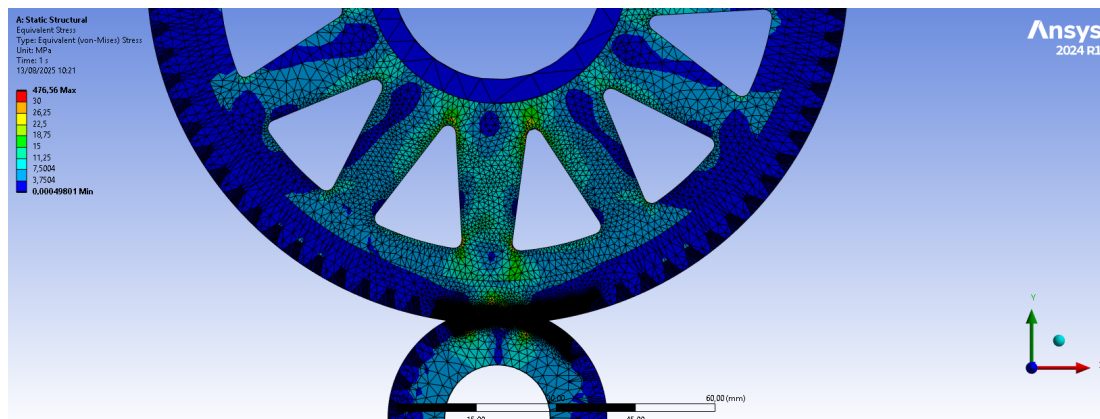


Figura 27: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 3 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo

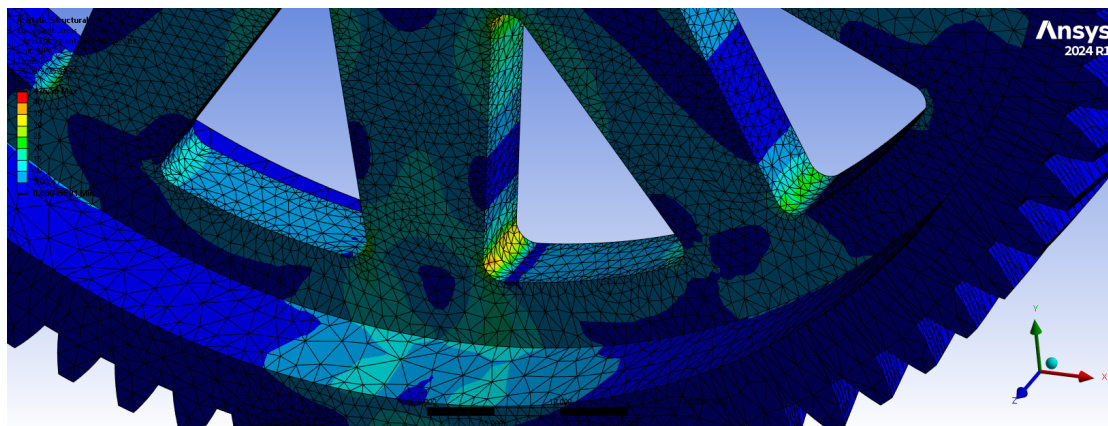


Figura 28: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 3 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 40 MPa aparecen marcadas en rojo

Geometría de aligeramiento 4

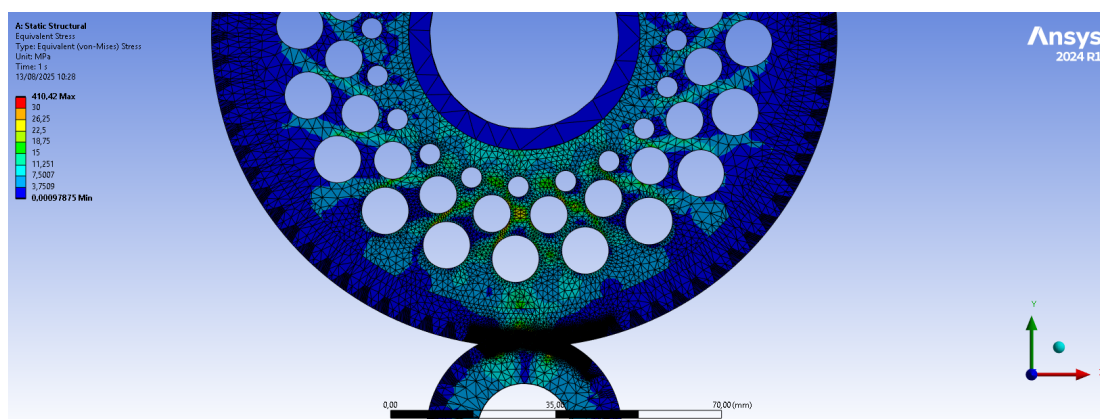


Figura 29: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 4 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo

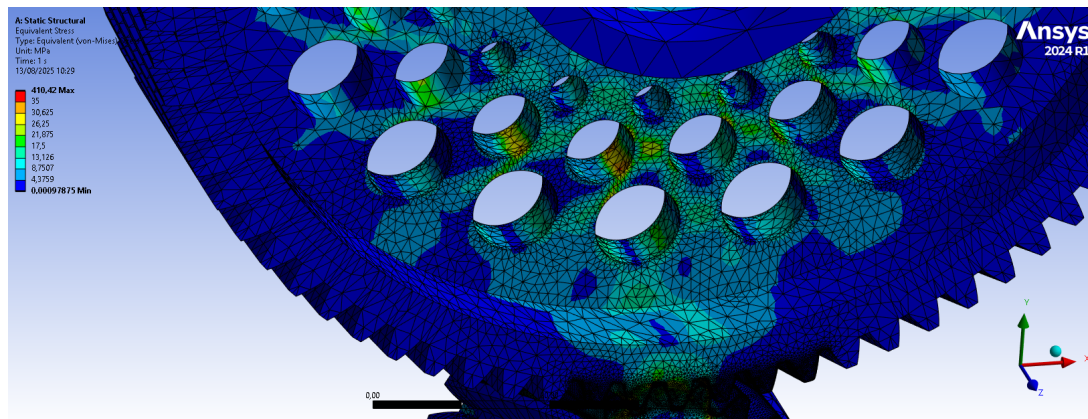


Figura 30: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 4 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 35 MPa aparecen marcadas en rojo

Geometría de aligeramiento 5

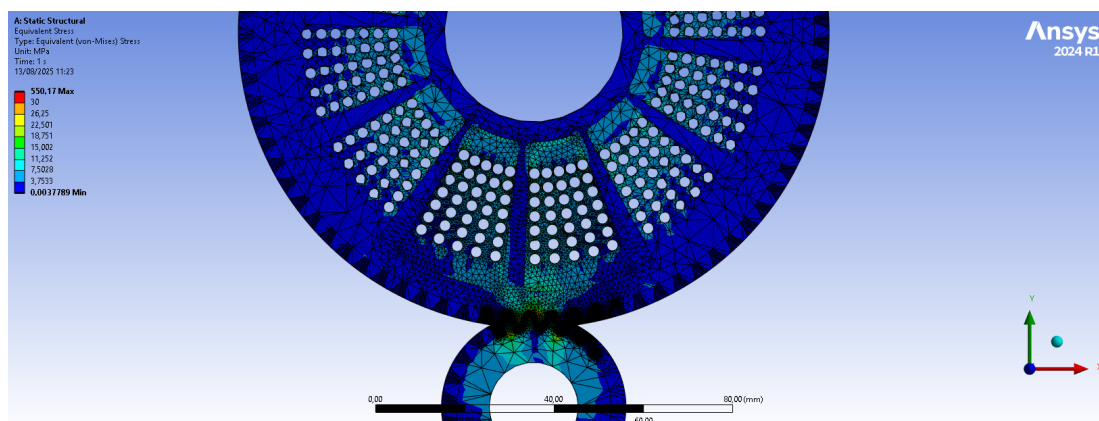


Figura 31: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 5 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo

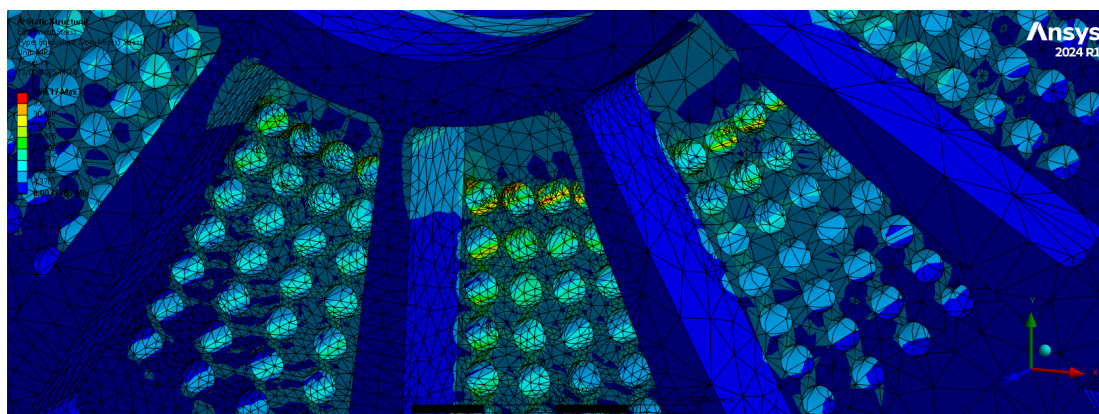


Figura 32: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 5 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 35 MPa aparecen marcadas en rojo

Geometría de aligeramiento 6

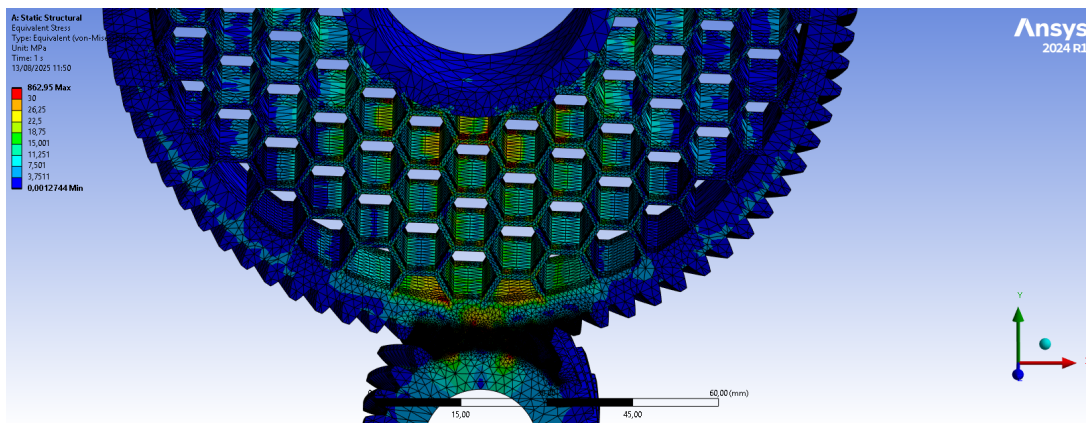


Figura 33: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 6 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 30 MPa aparecen marcadas en rojo

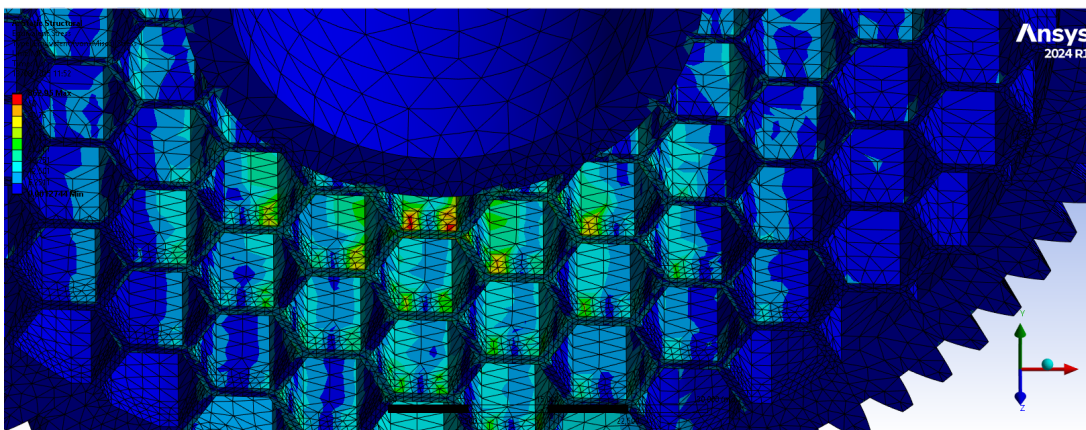


Figura 34: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 6 en la etapa planetaria en ANSYS, donde las tensiones superiores a 50 MPa aparecen marcadas en rojo

6.1.3 Conclusiones de tensiones etapa planetaria

Se puede observar de nuevo que al existir un sobredimensionamiento en los engranajes de esta etapa en beneficio de un mejor rendimiento a nivel modal, todas las geometrías son válidas desde el punto de vista de fatiga al no superar ninguna el límite admisible. Se presenta a continuación el resumen de los valores de la tensión máximos obtenidos en las geometrías:

Tabla 14: Tensiones máximas en las geometrías de la etapa planetaria

Geom. en el planeta	G.A. 1	G.A. 2	G.A. 3	G.A. 4	G.A. 5	G.A. 6
Tens. max. (MPa)	17,5	25	37,5	32,5	40	60

Dado que todas las geometrías cumplen los criterios principales de resistencia y fatiga, la selección final se centrará en aspectos de peso y coste de fabricación. Se priorizarán las geometrías que sean más ligeras y que no presenten complicaciones de manufactura que eleven significativamente su precio.

Además, si la geometría óptima para la etapa ordinaria helicoidal resulta ser económica de producir y, además, se encuentra entre las más ligeras, se optará por usar la misma también en la etapa planetaria. Esta decisión permite reducir costes al unificar el diseño de ambas etapas y simplificar la producción.

6.2 ANÁLISIS DE TENSIONES EN LA ETAPA ORDINARIA HELICOIDAL EN ANSYS

6.2.1 Tensiones en los dientes de la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS

A continuación procedemos al análisis de los resultados en ANSYS de los dientes de los engranajes en la etapa ordinaria helicoidal. Como ya se mencionó, se contó con menos referencias para esta etapa, provocando la prueba y descarte de numerosas hipótesis, en especial por presentar una tensiones en servicio muy superiores a las permitidas, como ya adelantaban sus cálculos analíticos previos. Se muestra como ejemplo una de las hipótesis que, a pesar de tener el mismo diámetro que la hipótesis final, el módulo era el mismo que el de la etapa planetaria, significando unas muy elevadas tensiones, claramente superiores al límite de fatiga, por lo que la hipótesis fue descartada y se concluyó que era necesario aumentar el módulo para reducir las tensiones a niveles aceptables.

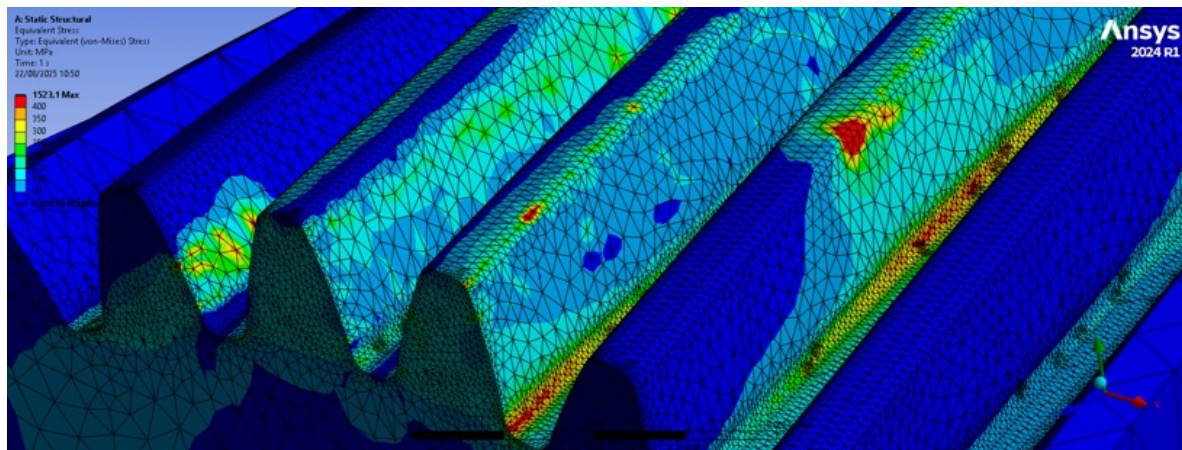


Figura 35: Tensiones de contacto en los dientes de la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS con una hipótesis descartada de mismo módulo que la etapa planetaria, donde las tensiones superiores a 400 MPa aparecen marcadas en rojo

Finalmente, se seleccionó la hipótesis ya especificada, cuyos resultados en ANSYS se presentan a continuación. De forma análoga al procedimiento en la etapa planetaria, se incluyen ampliaciones de las zonas críticas con el fin de identificar con mayor precisión las áreas donde se concentran las tensiones más elevadas. Por este motivo, algunas figuras muestran únicamente el piñón, ya que al ocultar la corona se facilita tanto la visualización completa de los esfuerzos a lo largo del diente como la representación detallada de las regiones más solicitadas.

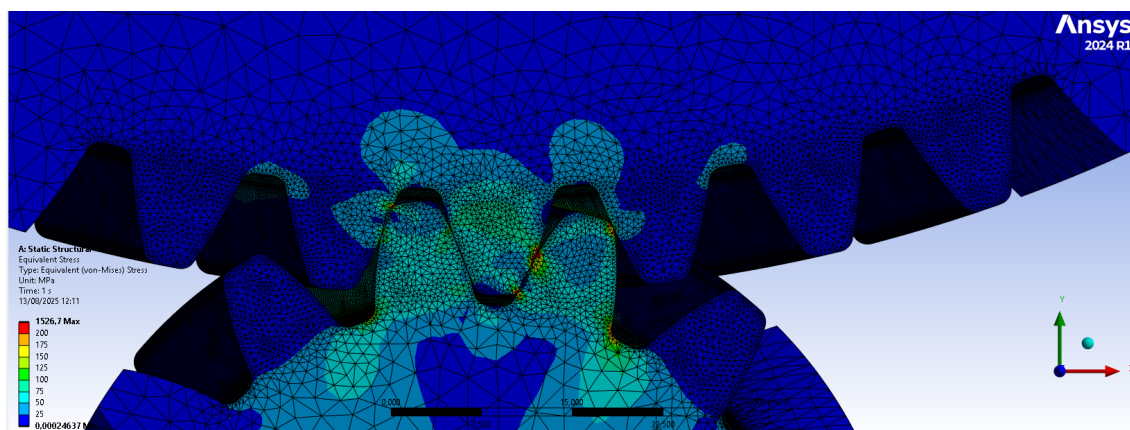


Figura 36: Vista frontal de las tensiones de contacto en los dientes de la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 200 MPa aparecen marcadas en rojo

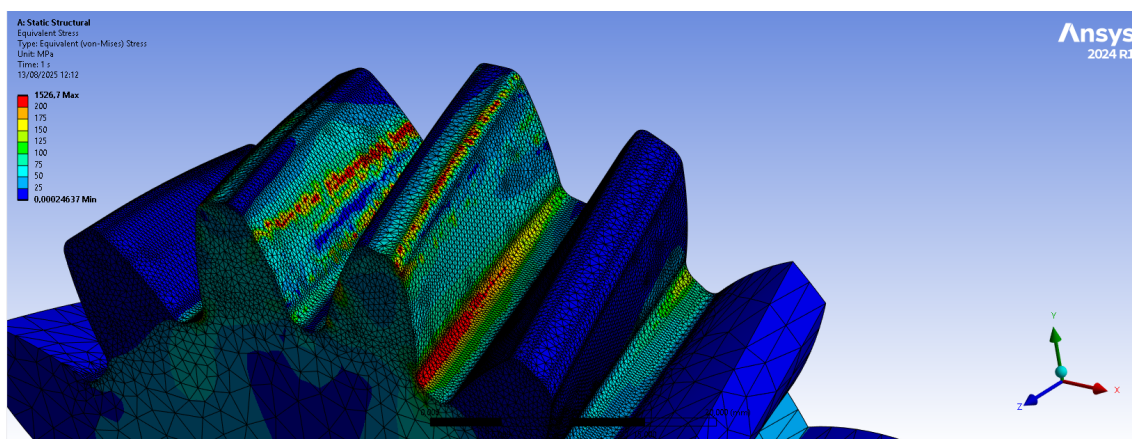


Figura 37: Vista oblicua de las tensiones de contacto en los dientes del piñón en ANSYS, donde las tensiones superiores a 200 MPa aparecen marcadas en rojo

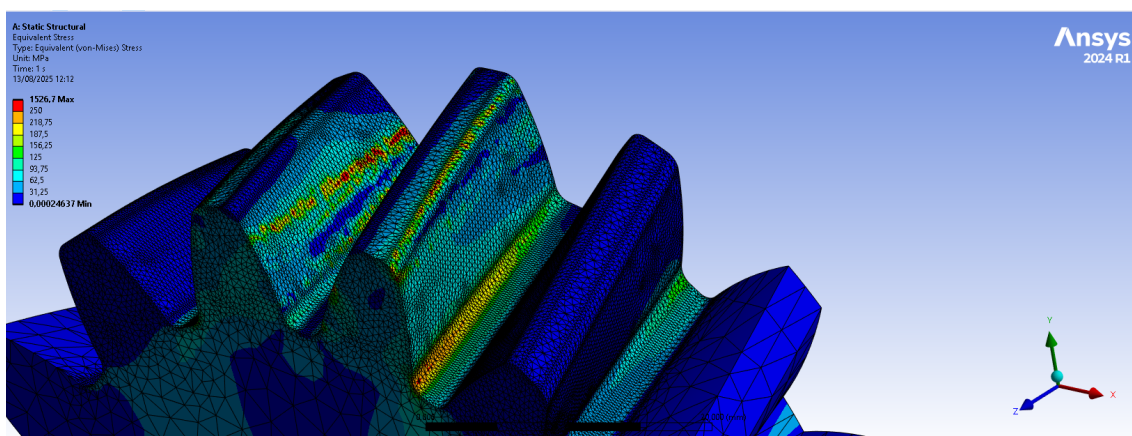


Figura 38: Vista oblicua de las tensiones de contacto en los dientes del piñón en ANSYS, donde las tensiones superiores a 250 MPa aparecen marcadas en rojo

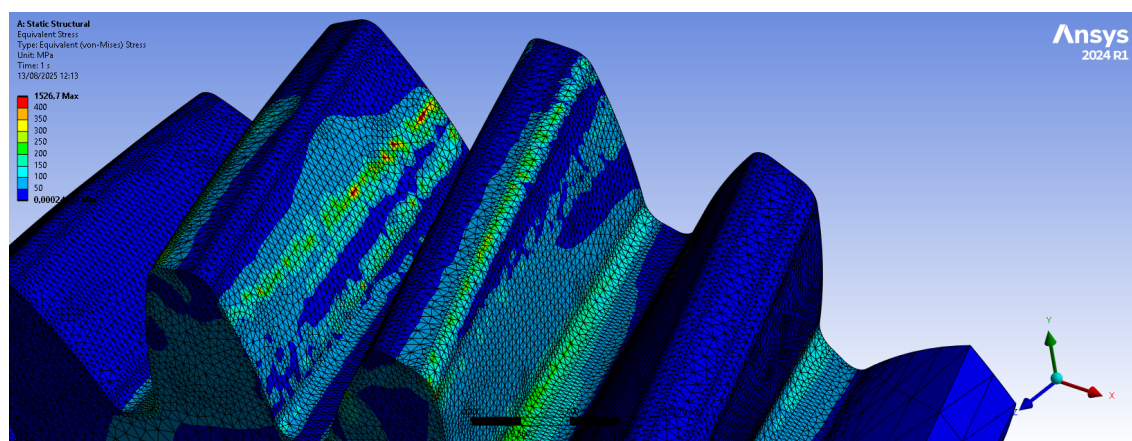


Figura 39: Vista oblicua de las tensiones de contacto en los dientes del piñón en ANSYS, donde las tensiones superiores a 450 MPa aparecen marcadas en rojo

Observamos un comportamiento similar al explicado en el caso de la etapa planetaria, esta vez con un tres parejas de dientes en contacto dado el grado de recubrimiento.

En cuanto a los valores de las tensiones observamos que en el caso de las tensiones en el pie del diente en esta etapa son, aunque mucho más elevados que en la etapa planetaria, inferiores aún a los valores límite y además, de nuevo, similares a los calculados analíticamente.

Por otro lado, en cuanto a los esfuerzos hertzianos, los resultados analizados muestran que tanto la situación con menor número de dientes en contacto como aquella con varios dientes simultáneamente presentan tensiones de contacto muy similares, y en ambos casos muy por debajo del límite de fatiga asociado a este tipo de tensiones según la teoría de Hertz. En el escenario mostrado, con el máximo de parejas de dientes en contacto, la sollicitación es ligeramente inferior al caso de dos parejas de dientes en contacto, ya que en este segundo la carga se reparte entre menos parejas. Sin embargo, dado que en ambos casos la tensión real es similar y se mantiene muy alejada de la máxima admisible (como se muestra en la Tabla 15 a continuación), no se considera necesario capturar el instante exacto con mayor tensión en la cara de contacto, ya que en ningún caso esta será crítica ni mínimamente cercana al límite.

A continuación se resumen los valores obtenidos y su validez:

Tabla 15: Valores de la tensión en los dientes de la etapa ordinaria helicoidal obtenidos en ANSYS

ETAPA ORDINARIA HELICOIDAL	Tens. max. en el pie del diente (MPa)	Tens. max. en la cara de contacto (MPa)
Calculada	203,83	537,44
ANSYS	255	460
Límite de fatiga (vida infinita) 20MnCr5	300	1164,29
Límite de fatiga (vida infinita) 42CrMo4	218,75	971,43

Los resultados obtenidos en ANSYS muestran que el material 42CrMo4 no es válido, ya que las tensiones calculadas en el pie del diente de la etapa ordinaria helicoidal superan su límite de fatiga a vida infinita. Esto ya se anticipaba en los cálculos analíticos, donde los valores se encontraban muy próximos a dicho límite y no garantizaban un factor de seguridad suficiente.

El análisis en ANSYS confirma este comportamiento, por lo que el 42CrMo4 queda descartado. De las opciones restantes, el 20MnCr5 se mantiene como mejor candidato: presenta un margen de seguridad frente al límite de fatiga y, además, su coste es más bajo que el de los otros materiales.

La decisión final sobre el material se desarrollará en el apartado específico de Selección de material, tras integrar estos resultados con los obtenidos en el análisis de geometrías.

6.2.2 Tensiones en las geometrías de aligeramiento de los engranajes de la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS

De nuevo, en este apartado se muestran las capturas obtenidas desde ANSYS correspondientes a las tensiones de Von Mises generadas en las distintas geometrías de la etapa ordinaria helicoidal como consecuencia del contacto entre engranajes. Al igual que en la etapa planetaria, el criterio de viabilidad se basa en no superar el límite de fatiga.

Se incluyen vistas generales para apreciar la distribución global de tensiones y, cuando sea necesario, ampliaciones en las zonas críticas donde éstas alcanzan sus valores máximos.

La primera geometría analizada corresponde al diseño base, sin aligeramientos, que presenta tensiones muy reducidas y localizadas en la zona de engrane, con mínima transmisión al resto del cuerpo. Este caso servirá como referencia para evaluar la influencia de las distintas geometrías de aligeramiento propuestas.

Geometría básica

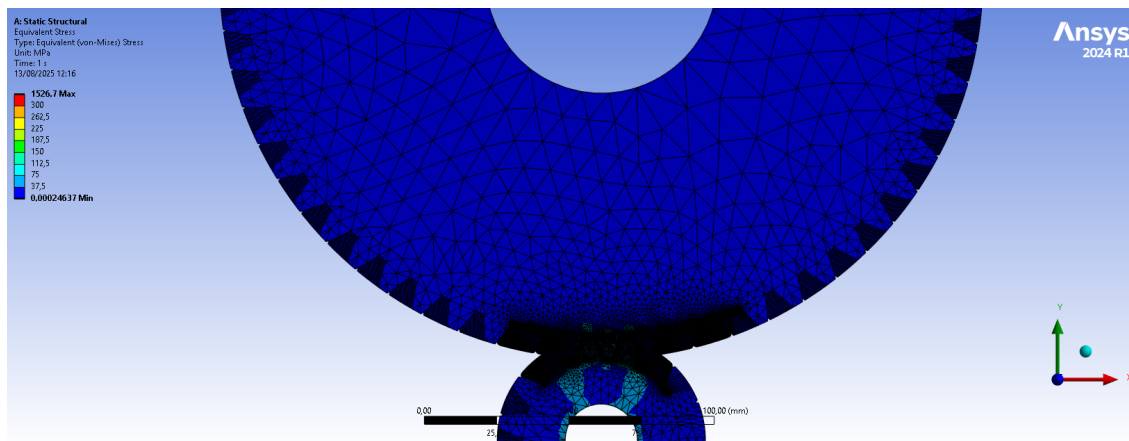


Figura 40: Vista general de las tensiones en la geometría básica en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 300 MPa aparecen marcadas en rojo

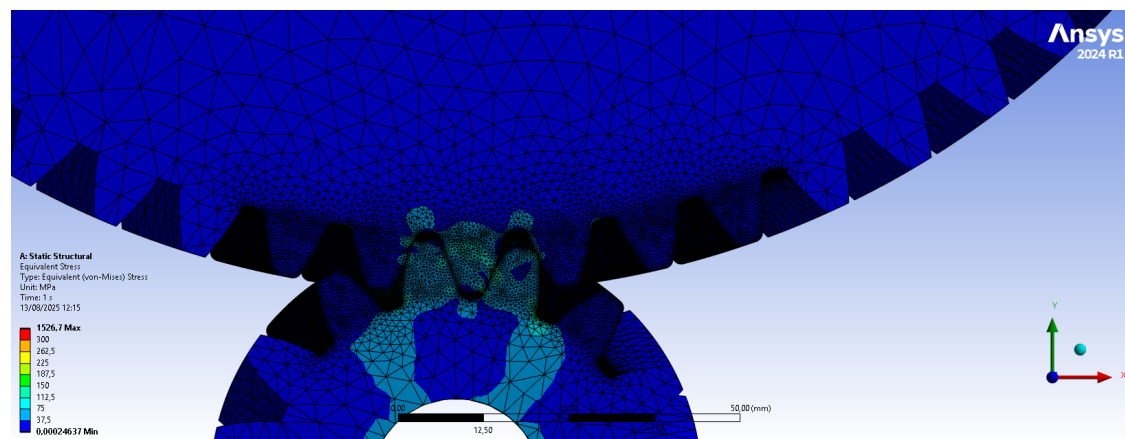


Figura 41: Vista específica de las tensiones en la geometría básica en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 300 MPa aparecen marcadas en rojo

Geometría de aligeramiento 1

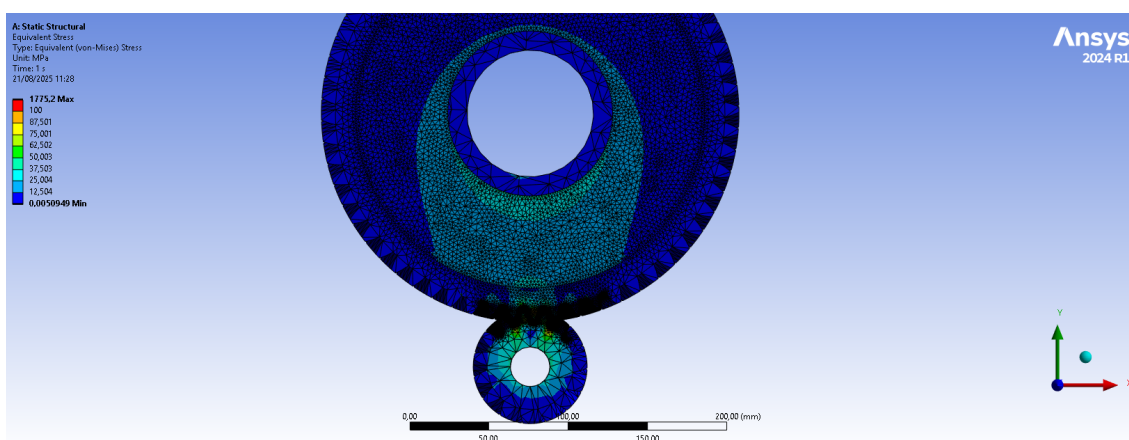


Figura 42: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 1 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 100 MPa aparecen marcadas en rojo

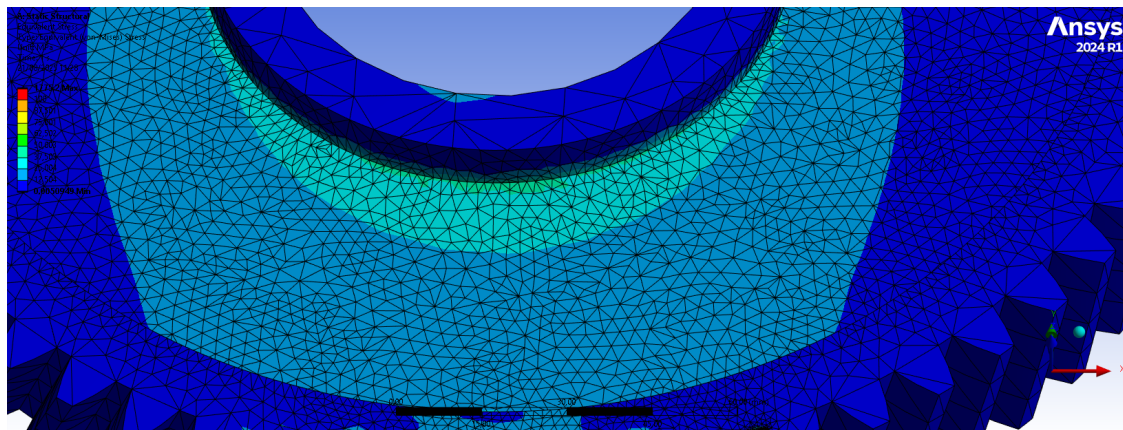


Figura 43: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 1 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 100 MPa aparecen marcadas en rojo

Geometría de aligeramiento 2

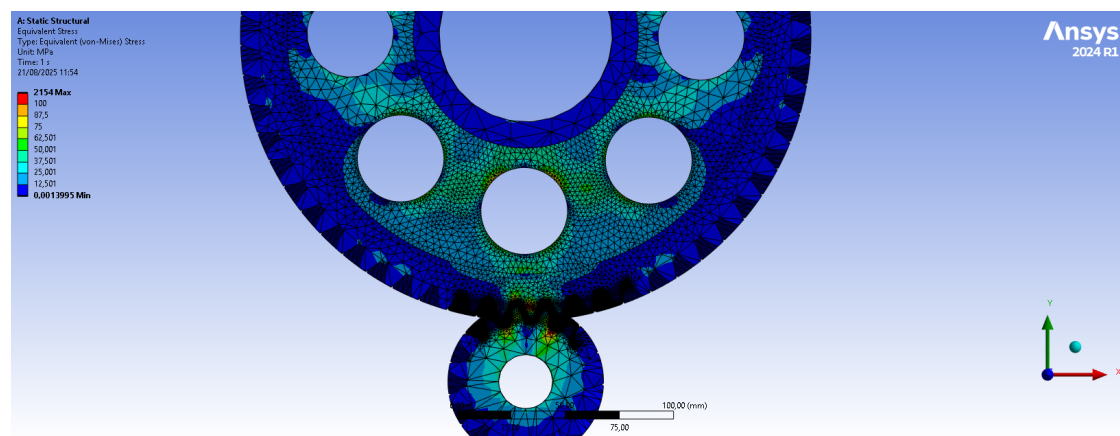


Figura 44: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 2 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 100 MPa aparecen marcadas en rojo

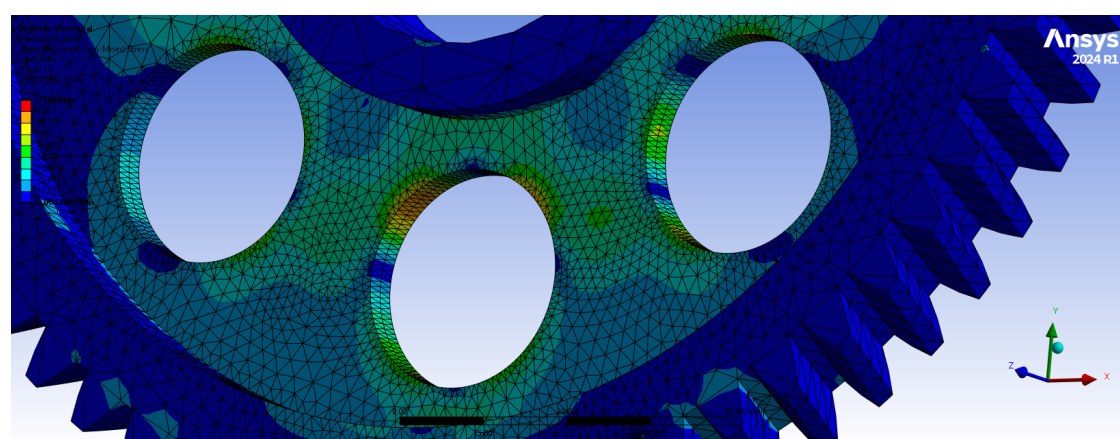


Figura 45: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 2 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 100 MPa aparecen marcadas en rojo

Geometría de aligeramiento 3

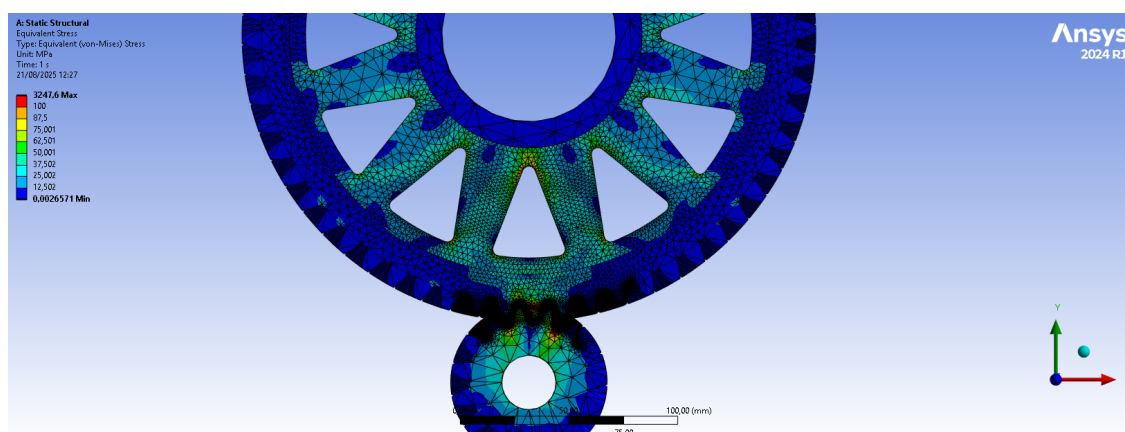


Figura 46: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 3 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 100 MPa aparecen marcadas en rojo

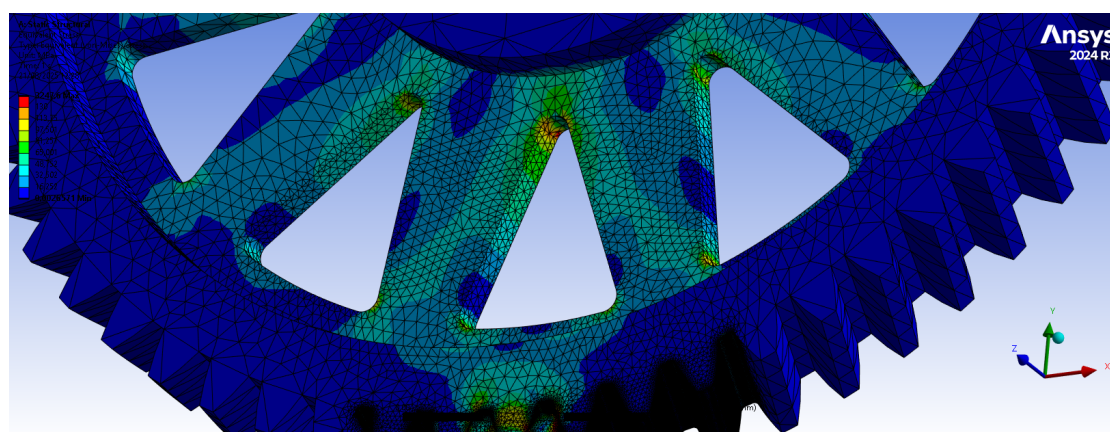


Figura 47: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 3 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 130 MPa aparecen marcadas en rojo

Geometría de aligeramiento 4

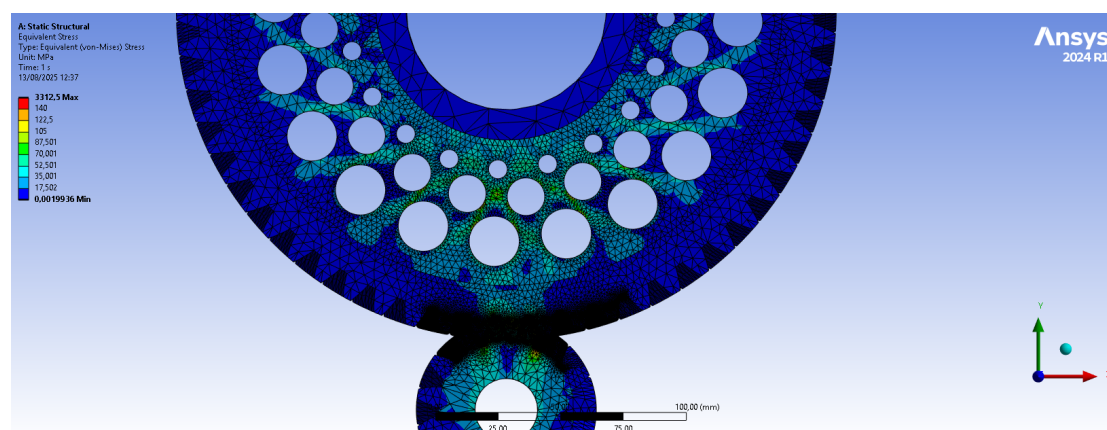


Figura 48: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 4 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 140 MPa aparecen marcadas en rojo

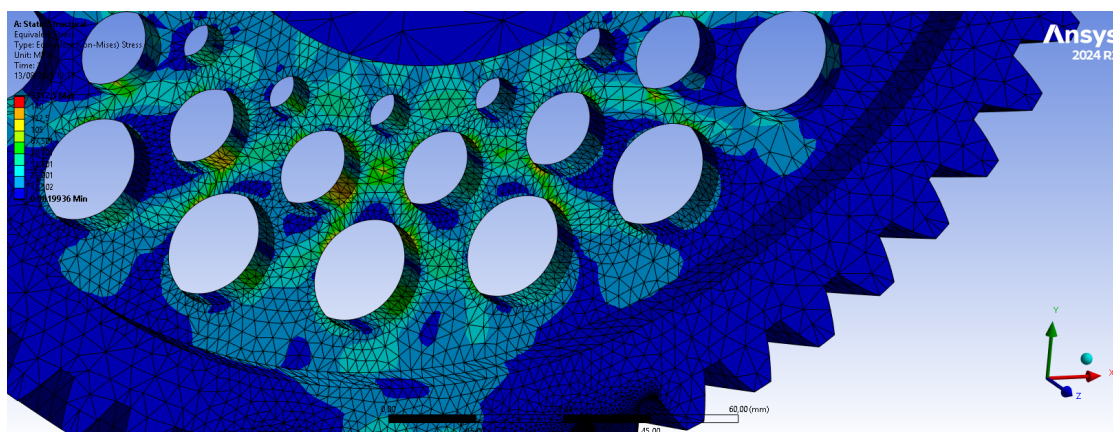


Figura 49: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 4 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 140 MPa aparecen marcadas en rojo

Geometría de aligeramiento 5

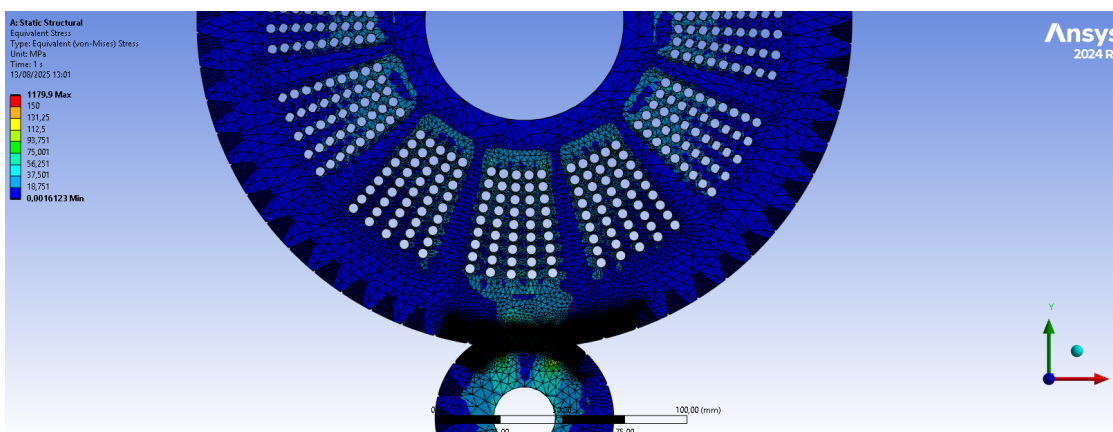


Figura 50: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 5 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 150 MPa aparecen marcadas en rojo

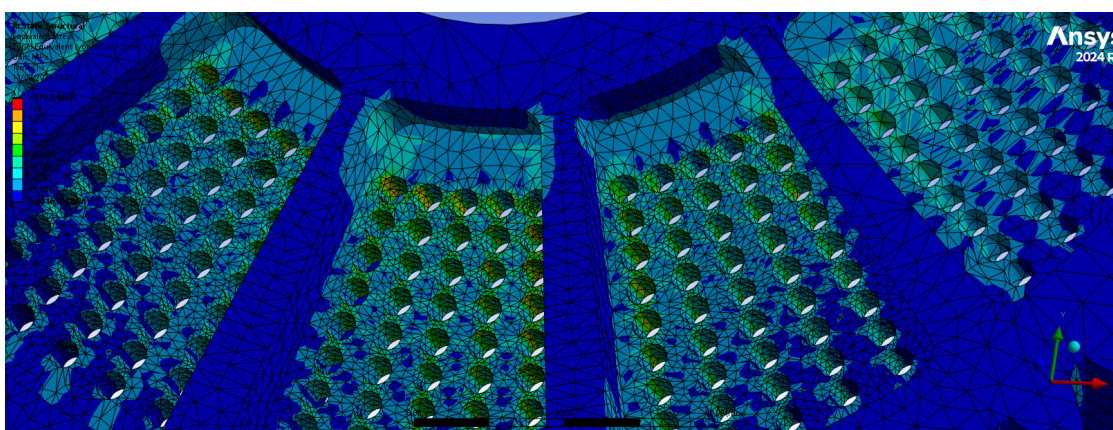


Figura 51: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 5 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 120 MPa aparecen marcadas en rojo

Geometría de aligeramiento 6

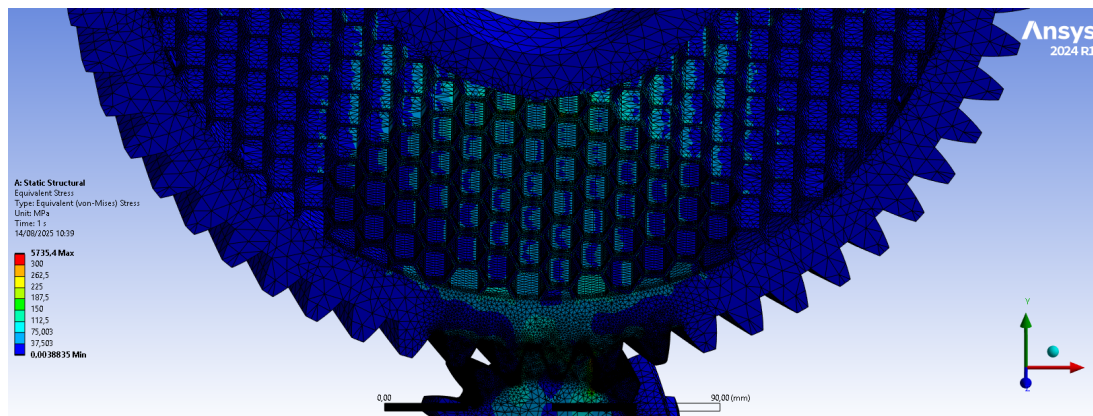


Figura 52: Vista general de las tensiones en la geometría de aligeramiento 6 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 300 MPa aparecen marcadas en rojo

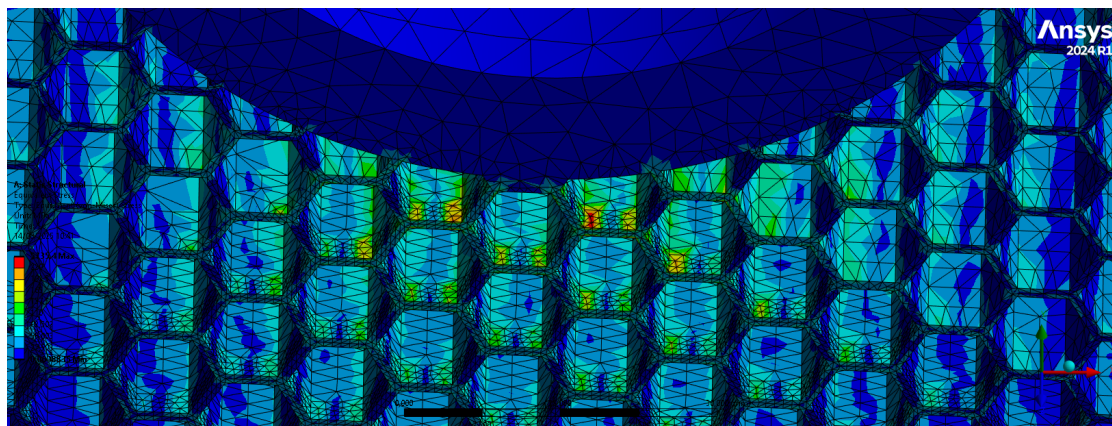


Figura 53: Vista específica de las tensiones en la geometría de aligeramiento 6 en la etapa ordinaria helicoidal en ANSYS, donde las tensiones superiores a 220 MPa aparecen marcadas en rojo

6.2.3 Conclusiones de tensiones etapa planetaria

Se muestra a continuación una tabla recopilando los resultados de las tensiones en las geometrías:

Tabla 16: Tensiones máximas en las geometrías de la etapa ordinaria helicoidal

Geom. en la corona	G.A. 1	G.A. 2	G.A. 3	G.A. 4	G.A. 5	G.A. 6
Tens. max. (MPa)	50	90	140	130	110	240

Se observa que todas las geometrías presentan tensiones inferiores al límite de fatiga, por lo que ninguna queda ya descartada como opción viable. Tampoco puede descartarse por tanto ninguno de los materiales restantes ya que todos los valores de las tensiones son inferiores a sus límites de fatiga para vida infinita.

6.3 DESPLAZAMIENTOS

Se puede observar que en el desarrollo del análisis de los estudios y resultados de ANSYS no se ha profundizado en el apartado de deformaciones y desplazamientos. Esto se debe a que, según los valores obtenidos en ANSYS y mostrados a continuación, el desplazamiento máximo registrado es de 0,0066 mm, una magnitud despreciable y completamente dentro del rango elástico del componente; por lo que no constituye un factor crítico a tener en cuenta.

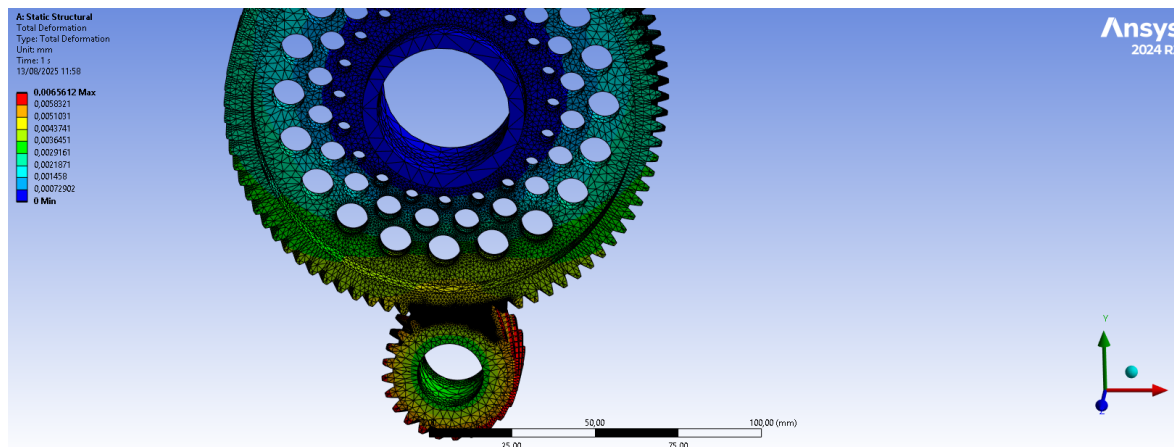


Figura 54: Deformaciones despreciables obtenidas en ANSYS

6.4 CONCLUSIÓN

En conjunto, las tensiones obtenidas mediante ANSYS presentan una distribución coherente con el comportamiento esperado de engranajes helicoidales. Sus valores son consistentes con los cálculos analíticos, lo que valida tanto las hipótesis empleadas como la fidelidad del modelo numérico. Esto proporciona una base sólida para la comparativa final entre geometrías y materiales.

Todas las geometrías que no superan el límite admisible de tensión para vida infinita a fatiga se han considerado viables desde el punto de vista estructural, por tanto, la elección final se basará en los criterios restantes: comportamiento modal, coste (entendido como precio de fabricación según complejidad, ya que geometrías muy

elaboradas encarecen la producción en serie y limitan su aplicación en vehículos eléctricos de calle) y peso. Aunque todas cumplen con el requisito de no superar la tensión admisible, este parámetro se mantendrá en la comparativa, ya que, en caso de empate en los demás criterios, se priorizará aquella opción que presente tensiones más bajas y, por tanto, un mayor coeficiente de seguridad.

En caso de que la geometría seleccionada como óptima en la etapa ordinaria helicoidal cumpla también con los requisitos dimensionales y de montaje en la etapa planetaria, se adoptará la misma configuración en ambas etapas, lo que permitirá reducir costes y simplificar el proceso de fabricación.

7 EVALUACIÓN DEL PESO DE LAS GEOMETRÍAS

El objetivo principal de este estudio es reducir la masa de los engranajes. Si bien aumentar la velocidad angular de la máquina eléctrica incrementa la densidad de potencia, este beneficio se perdería si la transmisión resultara demasiado pesada al requerir mayores relaciones de reducción.

Los engranajes deben, por tanto, ser lo suficientemente ligeros para que la estrategia global sea viable. Con este fin se plantearon diferentes geometrías de aligeramiento.

El volumen de cada geometría se obtuvo a partir de las tablas de propiedades en Autodesk Inventor. Dado que la densidad de los aceros aleados seleccionados es prácticamente idéntica (7,8 g/cc), el peso depende únicamente de la geometría.

Aunque otros factores como la resistencia a fatiga, el comportamiento modal y la viabilidad de fabricación son críticos para descartar opciones, el criterio principal de selección será el peso mínimo posible sin comprometer los requisitos mecánicos ni el coste de producción en serie.

En la Tabla 17 y la Tabla 18 se muestran los volúmenes y pesos obtenidos para cada geometría.

Tabla 17: Volúmenes y peso de los engranajes de la etapa planetaria y sus geometrías de aligeramiento

Engranaje	Volumen (mm ³)	Masa (g) ($\rho=7,80$ g/cc)	Reducción respecto G. Básica
Sol	20842,62	162,57	-
Anillo	206256,23	1608,80	-
Pl. Básico	296086,95	2309,48	-
Pl. G1	133288,63	1039,65	55%
Pl. G2	117580,67	917,13	60%
Pl. G3	116169,75	906,12	61%
Pl. G4	115199,93	898,56	61%
Pl. G5	147960,97	1154,10	50%
Pl. G6	121630,37	948,72	59%

Tabla 18: Volúmenes y peso de los engranajes de la etapa ordinaria helicoidal y sus geometrías de aligeramiento

Engranaje	Volumen (mm ³)	Masa (g) ($\rho=7,80$ g/cc)	Reducción respecto G. Básica
Piñón	67641,78	527,61	-
Cor. Básica	1151462,96	8981,41	-
Cor. G1	597992,87	4664,34	48%
Cor. G2	535161,02	4174,26	54%
Cor. G3	535369,32	4175,88	54%
Cor. G4	531111,31	4142,67	54%
Cor. G5	650843,41	5076,58	43%
Cor. G6	559471,19	4363,88	51%

Considerando que se aplicara la misma geometría en la etapa planetaria y en la ordinaria helicoidal, podemos calcular el peso total de la transmisión y la reducción que supone frente al uso de la geometría básica.

Tabla 19: Reducción de peso total para las geometrías de aligeramiento

Geometría	Peso total (kg)	Reducción de peso (kg)	Reducción Porcentual
Básica	18,21	-	-
Aligeramiento 1	10,08	8,13	45%
Aligeramiento 2	9,22	8,98	49%
Aligeramiento 3	9,19	9,02	50%
Aligeramiento 4	9,14	9,07	50%
Aligeramiento 5	10,84	7,37	40%
Aligeramiento 6	9,51	8,70	48%

A partir de estos datos se identifican las configuraciones más ligeras como candidatas principales, siendo las geometrías 2, 3 y 4 las que permiten una mayor reducción de peso. Al comparar la masa total obtenida con la estimación publicada por Daniel Schweigert et al. (2020) para otra transmisión PLST de relación 35:1 y velocidad máxima de 50.000 rpm, se observa que mientras en el artículo se alcanzaban 14 kg, en este proyecto se ha logrado reducir hasta 9 kg, sin incluir todavía elementos adicionales como los ejes, por lo que el valor final será algo superior, aunque aún inferior al obtenido en el estudio de D. Schweigert.

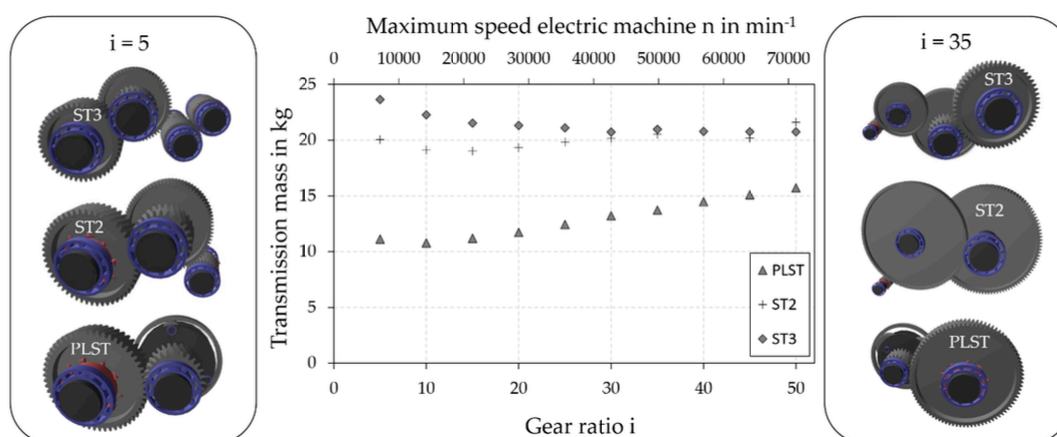


Figura 55: Aumento de la masa de la transmisión con el aumento de la velocidad de giro de la máquina en Daniel Schweigert et al. (2020)

En ese mismo estudio se analiza cómo, al incrementar la velocidad de giro de la máquina eléctrica, su masa disminuye de forma notable. Sin embargo, este efecto viene acompañado de un aumento en la masa de la transmisión, ya que es necesario incrementar la relación de transmisión. Tal y como se comentó previamente, a partir

de una relación de 35:1 el incremento de la transmisión resulta superior a la reducción en la máquina eléctrica, lo cual fue uno de los criterios que guiaron la elección de la relación en nuestro diseño. Para esa relación, los autores consideran un peso de la PLST de unos 14 kg, valor que todavía les resulta favorable, pues el aumento en la masa de la transmisión es considerablemente menor a la disminución de masa en la máquina eléctrica (Figura 56). En nuestro caso, la transmisión desarrollada alcanza un peso aún más reducido, de modo que todas las geometrías propuestas cumplen con el objetivo de incrementar la densidad de potencia del conjunto.

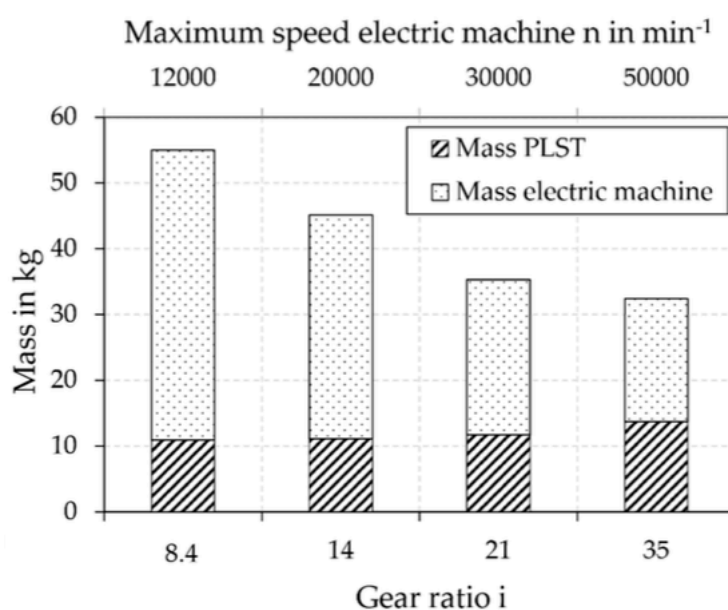


Figura 56: Gráfica de aumento de la masa de una etapa planetaria frente a la reducción de masa de la máquina eléctrica al aumentar la velocidad de giro máxima de la máquina (D. Schweigert et al. 2020)

Considerando estos resultados, se aplicarán posteriormente los criterios complementarios de resistencia, comportamiento modal y viabilidad de fabricación en masa y coste para seleccionar la opción final.

8 ANÁLISIS MODAL

8.1 FRECUENCIAS NATURALES Y MODOS DE VIBRACIÓN EN ANSYS

Para completar el estudio dinámico del sistema de engranajes, se realiza un análisis modal utilizando ANSYS, con el objetivo de identificar las frecuencias naturales y los modos de vibración predominantes. Esto es crucial para evitar que el sistema funcione cerca de frecuencias de resonancia, lo que podría generar daños por fatiga acelerada y problemas de ruido y vibraciones (NVH).

Antes de utilizar ANSYS, se calcularon en el Apartado 5 “CÁLCULO DE LAS FRECUENCIAS DE EXCITACIÓN” de este documento las frecuencias de excitación más relevantes del sistema; que dependen de las características de la arquitectura, y representan las frecuencias a las que se producen impactos o fuerzas cíclicas durante el engranaje.

Para el análisis modal en ANSYS se utilizó un acero estructural predeterminado en el software como material base, dado que sus propiedades mecánicas (módulo de elasticidad, densidad, etc.) son representativas para obtener frecuencias naturales fiables. Además, se consideró que la variación entre los diferentes materiales estudiados para los componentes no afectaría de forma significativa los resultados modales, permitiendo así un análisis general válido para la selección final del material, que se realizará posteriormente considerando estos resultados y otros factores. Además, se aplicaron las condiciones de contorno equivalentes a las utilizadas en el análisis estático, con apoyos en los ejes para evitar desplazamientos irreales.

En el modelo de la etapa planetaria esta vez sí se incluyen en ANSYS el engranaje solar, los tres planetas y el anillo, a diferencia del análisis de tensiones donde solo se consideraron el sol y un planeta para simplificar el estudio; ya que en caso contrario, al tratarse de un análisis modal y no estático, perderíamos fidelidad en el comportamiento dinámico global del sistema.

Debido a la elevada rigidez del portaplanetas y los ejes, su influencia en las frecuencias naturales del sistema es mínima. Además, dado que el foco de este trabajo está en el análisis de las diferentes geometrías de aligeramiento de los engranajes, se considera que la inclusión de estos componentes no aportaría información relevante y excede el alcance del estudio. Por ello, no se modelaron en el análisis modal.

De esta forma, se obtuvieron en ANSYS las diez primeras frecuencias naturales para cada configuración geométrica de ambas etapas, que se resumen en las Tablas 20-33 junto con los modos de vibración correspondientes.

8.1.1 Resultados etapa planetaria

Geometría básica

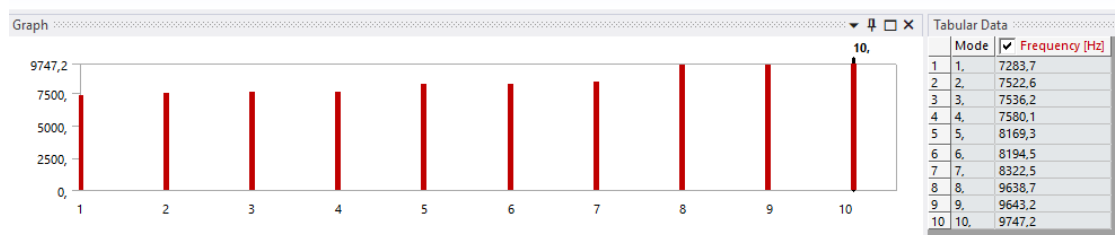
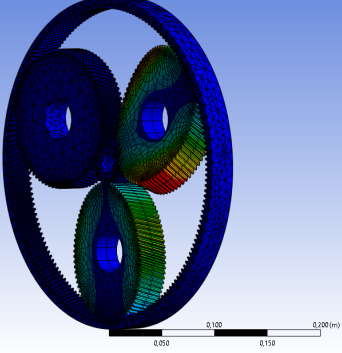
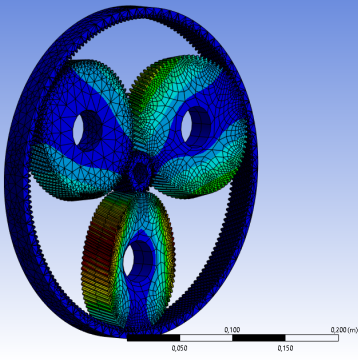
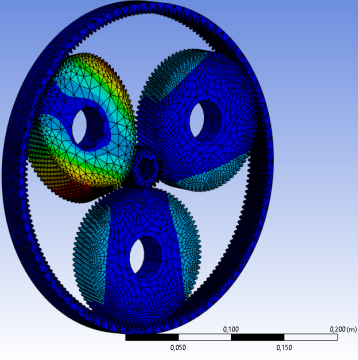
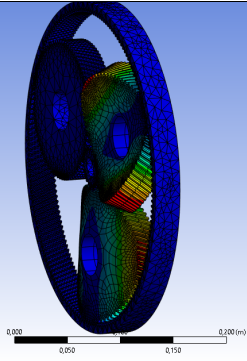
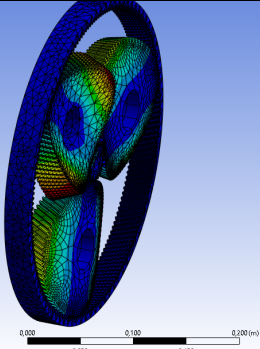
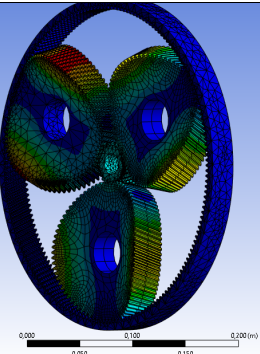
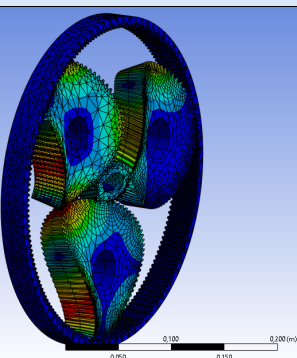
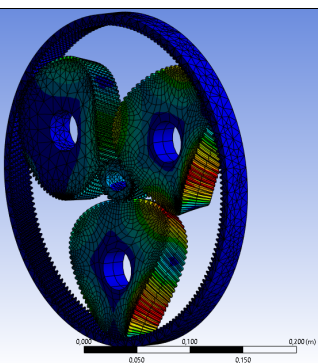


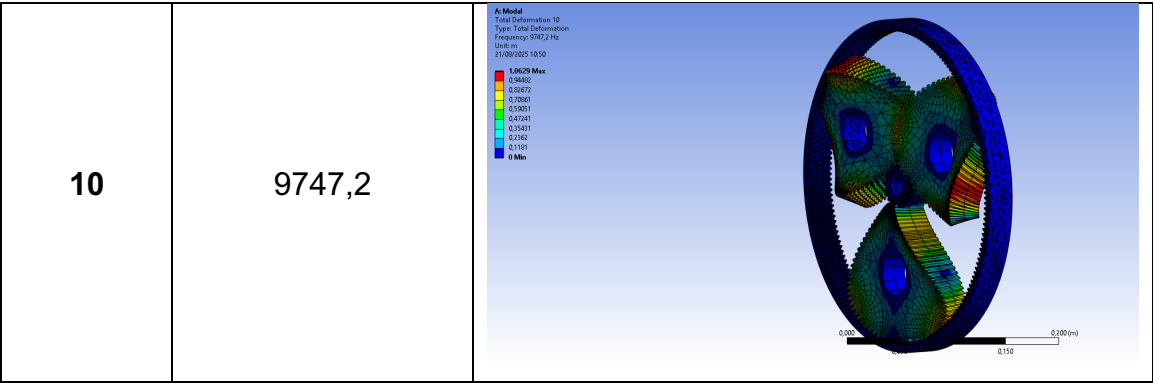
Figura 57: Frecuencias naturales de la etapa planetaria con la geometría básica en los planetas

Tabla 20: Modos de vibración de la etapa planetaria con la geometría básica en los planetas

Modo de vibración	Frecuencia (Hz)	Imagen
1	7283,7	

2	7522,6	A: Model Total Deformation 2 Type: Total Deformation Frequency: 7522.6 Hz Unit: m 21/06/2025 10:46 1.3817 Max 1.3385 1.0747 0.80115 0.76762 0.6145 0.46057 0.30105 0.13352 0 Min 
3	7536,2	A: Model Total Deformation 3 Type: Total Deformation Frequency: 7542.1 Hz Unit: m 21/06/2025 10:46 1.3505 Max 1.3005 1.0584 0.80216 0.7503 0.60044 0.45018 0.30011 0.15006 0 Min 
4	7580,1	A: Model Total Deformation 4 Type: Total Deformation Frequency: 7580.1 Hz Unit: m 21/06/2025 10:46 1.5772 Max 1.442 1.2457 1.0515 0.87623 0.70299 0.53574 0.37049 0.17525 0 Min 
5	8169,3	A: Model Total Deformation 5 Type: Total Deformation Frequency: 8169.3 Hz Unit: m 21/06/2025 10:47 1.2316 Max 1.047 0.85788 0.69194 0.604 0.54736 0.41252 0.27546 0.13684 0 Min 

6	8194,5	A: Model Total Deformation 6 Type: Total Deformation Frequency: 8194,5 Hz Unit: m 21/06/2025 10:47 1,2529 Max 1,1337 0,97847 0,85516 0,69605 0,55684 0,41782 0,27962 0,13921 0 Min 
7	8322,5	A: Model Total Deformation 7 Type: Total Deformation Frequency: 8322,5 Hz Unit: m 21/06/2025 10:48 1,2153 Max 1,0536 0,94804 0,81386 0,67739 0,54191 0,40643 0,27095 0,13548 0 Min 
8	9638,7	A: Model Total Deformation 8 Type: Total Deformation Frequency: 9638,7 Hz Unit: m 21/06/2025 10:49 1,2061 Max 1,0699 0,97844 0,88181 0,69117 0,54494 0,4287 0,27347 0,13623 0 Min 
9	9643,2	A: Model Total Deformation 9 Type: Total Deformation Frequency: 9643,2 Hz Unit: m 21/06/2025 10:49 1,2851 Max 1,1423 0,99554 0,85875 0,71596 0,57116 0,42837 0,28558 0,14279 0 Min 



Geometría de aligeramiento 1

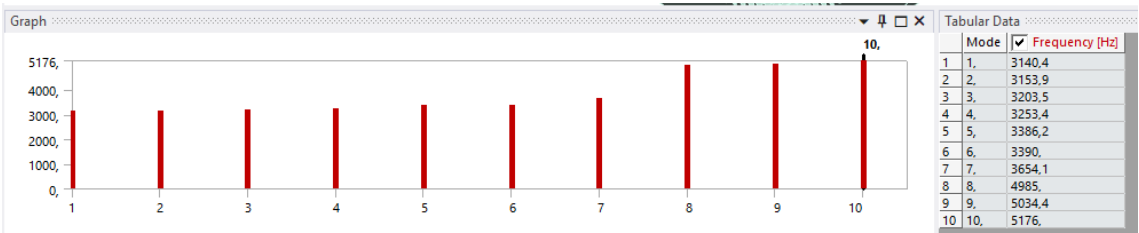
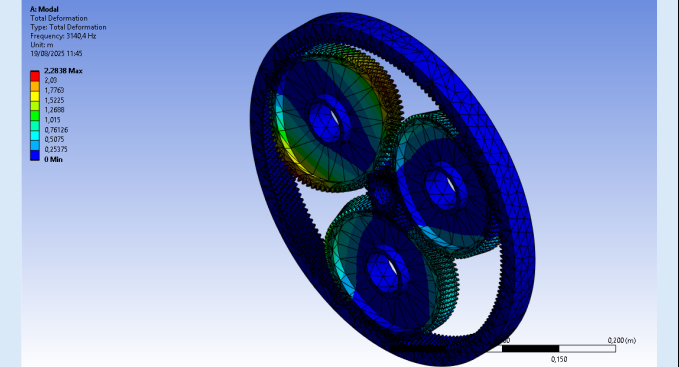
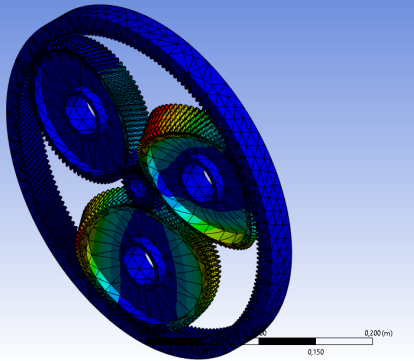
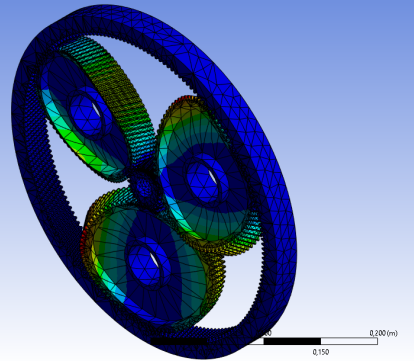
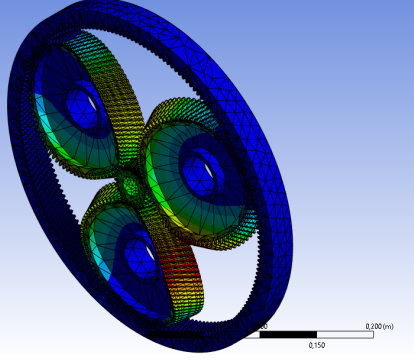
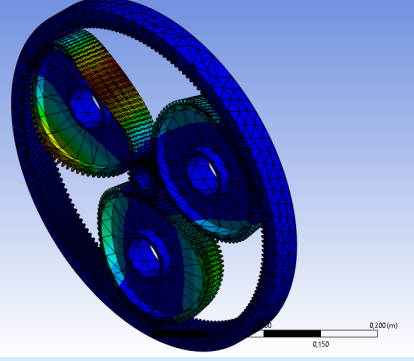
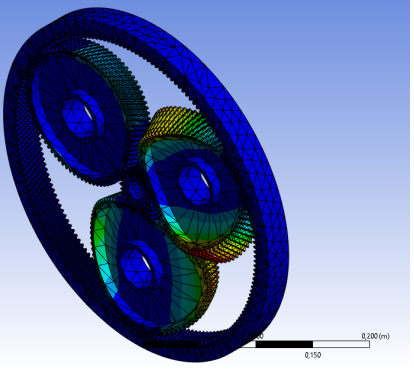
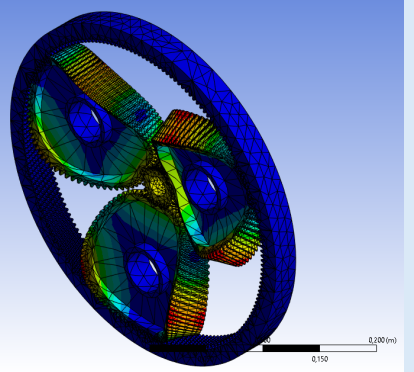
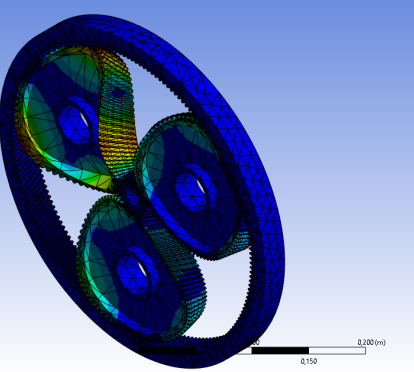
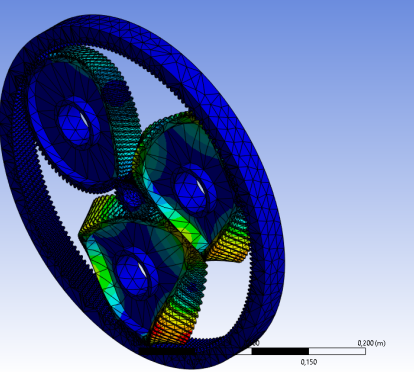


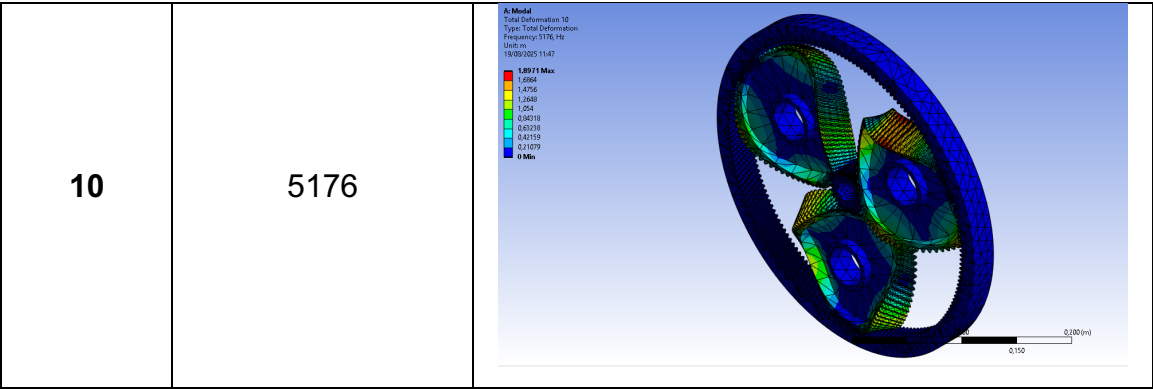
Figura 58: Frecuencias naturales de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 1 en los planetas

Tabla 21: Modos de vibración de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 1 en los planetas

Modo de vibración	Frecuencia (Hz)	Imagen
1	3140,4	

2	3153,9	A: Model Total Deformation 2 Type: Total Deformation Frequency: 3153,9 Hz Unit: m 19/09/2025 11:45 1.5629 Max 1.3440 1.5267 1.3006 1.2805 0.8724 0.8543 0.4562 0.2181 0 Min 
3	3203,5	A: Model Total Deformation 3 Type: Total Deformation Frequency: 3203,5 Hz Unit: m 19/09/2025 11:45 1.7714 Max 1.5746 1.3778 1.3005 0.90411 0.70723 0.59047 0.39385 0.18653 0 Min 
4	3253,4	A: Model Total Deformation 4 Type: Total Deformation Frequency: 3253,4 Hz Unit: m 19/09/2025 11:46 1.1143 Max 1.346 1.3778 1.3005 0.94128 0.67202 0.59077 0.39381 0.14026 0 Min 
5	3386,2	A: Model Total Deformation 5 Type: Total Deformation Frequency: 3386,2 Hz Unit: m 19/09/2025 11:46 2.2582 Max 2.0072 1.7563 1.5054 1.2545 1.0036 0.75272 0.50181 0.25091 0 Min 

6	3390	A: Model Total Deformation 6 Type: Total Deformation Frequency: 3390 Hz Unit: m 19/09/2025 11:46 2.1844 Max 1.9817 1.699 1.4563 1.2136 0.97004 0.72913 0.48543 0.24271 0 Min 
7	3654,1	A: Model Total Deformation 7 Type: Total Deformation Frequency: 3654.1 Hz Unit: m 19/09/2025 11:46 1.3616 Max 1.2102 1.059 0.90773 0.75945 0.60516 0.45307 0.30258 0.15122 0 Min 
8	4985	A: Model Total Deformation 8 Type: Total Deformation Frequency: 4985 Hz Unit: m 19/09/2025 11:47 2.2297 Max 1.962 1.7342 1.4905 1.2397 0.98099 0.78034 0.49549 0.24775 0 Min 
9	5034,4	A: Model Total Deformation 9 Type: Total Deformation Frequency: 5034.4 Hz Unit: m 19/09/2025 11:47 2.6886 Max 1.9565 1.6484 1.3904 1.1803 0.90385 0.68619 0.46613 0.23026 0 Min 



Geometría de aligeramiento 2

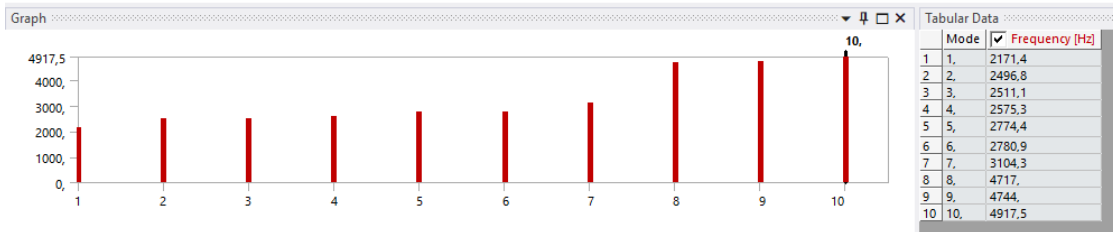
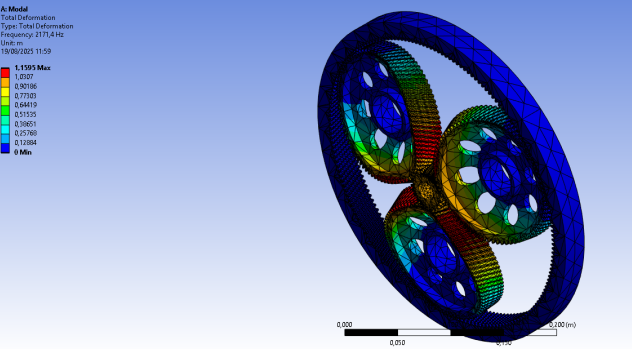
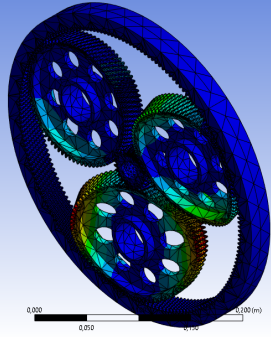
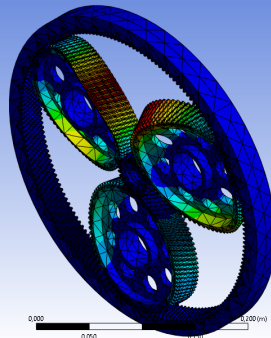
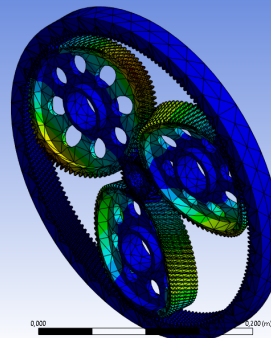
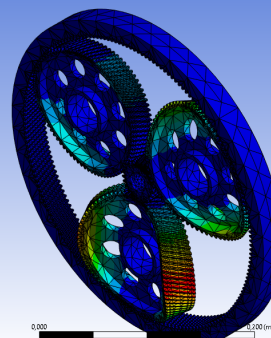
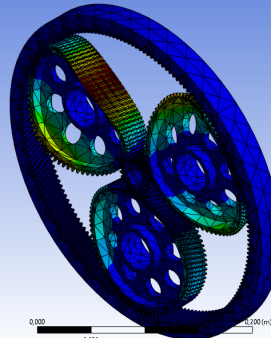
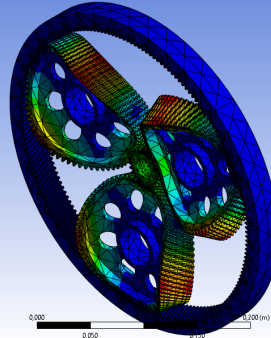
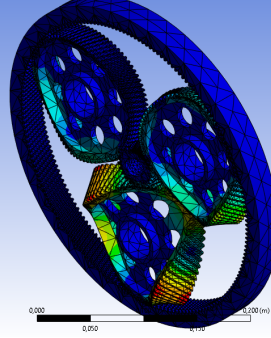
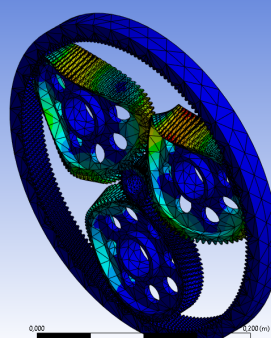


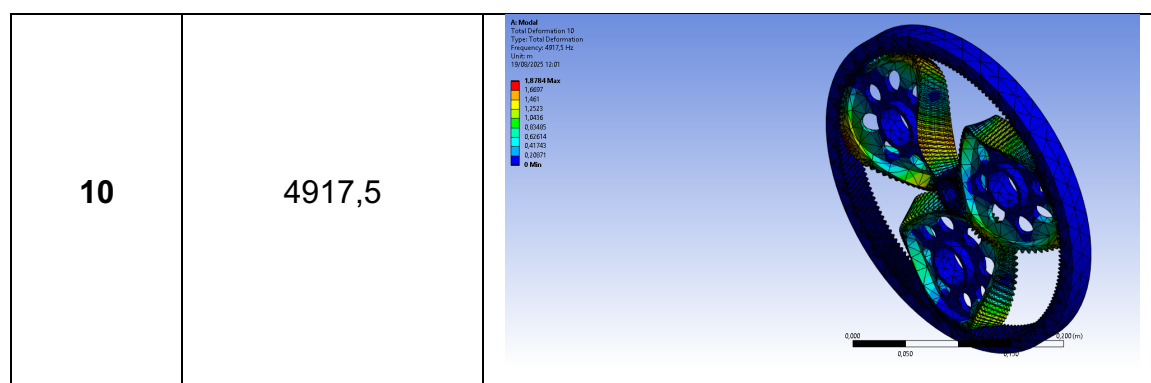
Figura 59: Frecuencias naturales de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 2 en los planetas

Tabla 22: Modos de vibración de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 2 en los planetas

Modo de vibración	Frecuencia (Hz)	Imagen
1	2171,4	

2	2496,8	A: Model Total Deformation 2 Type: Total Deformation Frequency: 4096,6 Hz Unit: m 19/06/2025 11:59 2,0864 Max 1,0564 1,0269 1,0173 1,01476 0,99183 0,98966 0,45191 0,2295 0 Min 
3	2511,1	A: Model Total Deformation 3 Type: Total Deformation Frequency: 2513,1 Hz Unit: m 19/06/2025 11:59 1,7526 Max 1,5934 1,2842 1,191 0,99167 0,7967 0,59152 0,38605 0,19917 0 Min 
4	2575,3	A: Model Total Deformation 4 Type: Total Deformation Frequency: 2703,3 Hz Unit: m 19/06/2025 12:00 1,7779 Max 1,5803 1,3869 1,1863 0,98771 0,78877 0,59069 0,39208 0,19354 0 Min 
5	2774,4	A: Model Total Deformation 5 Type: Total Deformation Frequency: 2758,4 Hz Unit: m 19/06/2025 12:00 2,1162 Max 1,8811 1,6819 1,4708 1,1917 0,98453 0,7854 0,47627 0,23513 0 Min 

6	2780,9	A: Model Total Deformation 6 Type: Total Deformation Frequency: 2780,9 Hz Unit: m 19/06/2025 12:00 2,1675 Max 1,9714 1,6392 1,405 1,1708 0,93668 0,70251 0,46854 0,23417 0 Min 
7	3104,3	A: Model Total Deformation 7 Type: Total Deformation Frequency: 3104,3 Hz Unit: m 19/06/2025 12:00 1,5122 Max 1,3441 1,1761 1,0081 0,84009 0,67207 0,50405 0,33604 0,16802 0 Min 
8	4717	A: Model Total Deformation 8 Type: Total Deformation Frequency: 4717 Hz Unit: m 19/06/2025 12:01 2,2389 Max 1,9902 1,7414 1,4926 1,2438 0,99508 0,74631 0,49754 0,24877 0 Min 
9	4744	A: Model Total Deformation 9 Type: Total Deformation Frequency: 4744 Hz Unit: m 19/06/2025 12:01 2,1644 Max 1,9239 1,6834 1,4429 1,2025 0,96196 0,72147 0,48098 0,24049 0 Min 



Geometría de aligeramiento 3

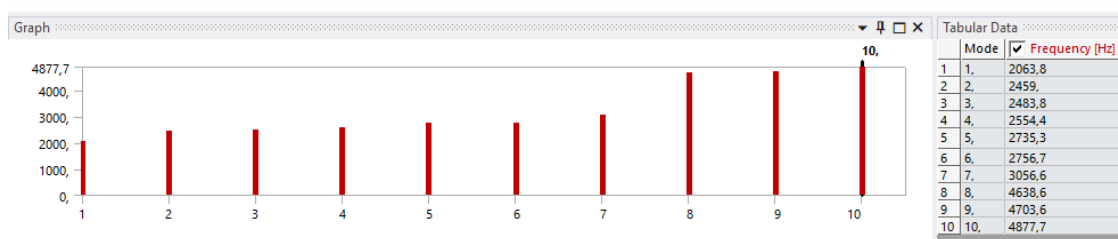
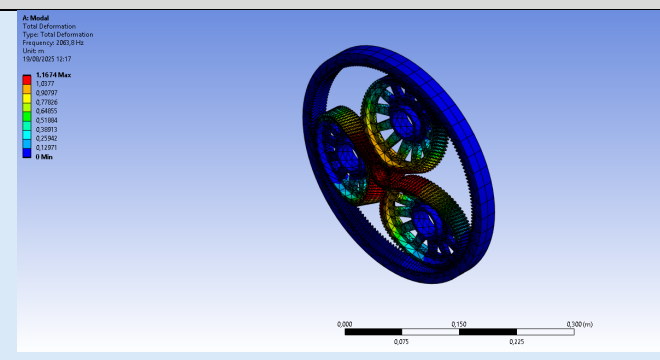
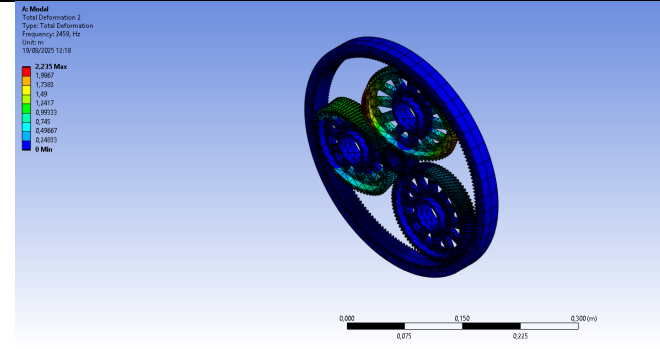
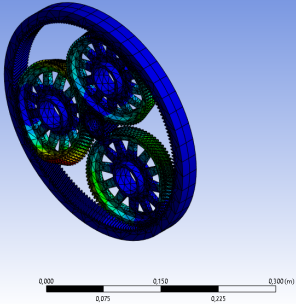
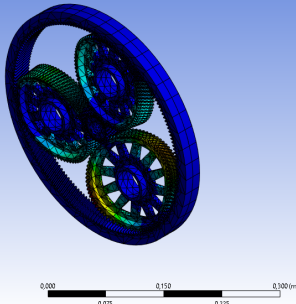
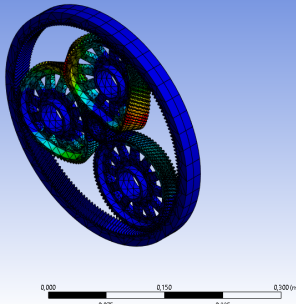
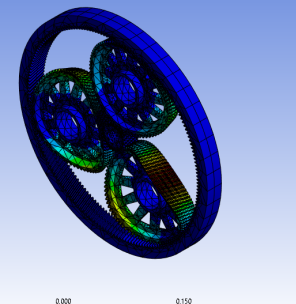
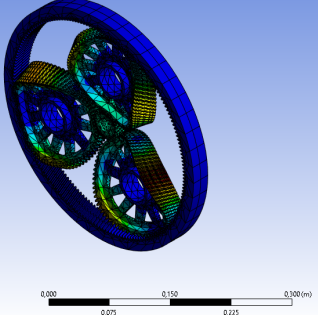
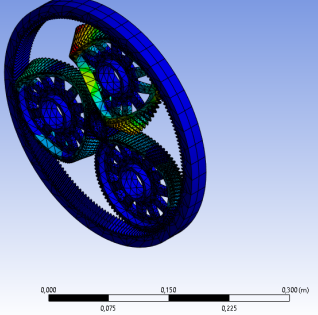
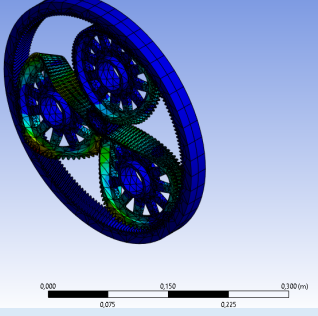
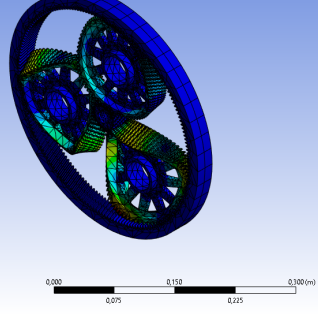


Figura 60: Frecuencias naturales de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 3 en los planetas

Tabla 23: Modos de vibración de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 3 en los planetas

Modo de vibración	Frecuencia (Hz)	Imagen
1	2063,8	 A: Model Total Deformation 1 Type: Total Deformation Frequency: 2063.8 Hz Unit: m 19/06/2025 12:17 1.1624 Max 1.0277 0.90797 0.77626 0.64605 0.51884 0.39813 0.25942 0.12671 0 Min
2	2459	 A: Model Total Deformation 2 Type: Total Deformation Frequency: 2459 Hz Unit: m 19/06/2025 12:18 2.2735 Max 1.9507 1.7503 1.49 1.2417 0.99332 0.76 0.49487 0.14893 0 Min

3	2483,8	A: Model Total Deformation 3 Type: Total Deformation Frequency: 1403,9 Hz Unit: m 19/09/2025 12:18 2,086 Max 1,9542 1,6244 1,3907 1,1589 0,92711 0,69533 0,46355 0,23178 0 Min 
4	2554,4	A: Model Total Deformation 4 Type: Total Deformation Frequency: 2254,4 Hz Unit: m 19/09/2025 12:18 2,2636 Max 2,0339 1,7601 1,5104 1,2581 1,0069 0,75519 0,50346 0,25173 0 Min 
5	2735,3	A: Model Total Deformation 5 Type: Total Deformation Frequency: 2733,3 Hz Unit: m 19/09/2025 12:18 2,8547 Max 1,6204 1,3981 1,3689 1,1415 0,91319 0,68699 0,4566 0,2283 0 Min 
6	2756,7	A: Model Total Deformation 6 Type: Total Deformation Frequency: 2756,7 Hz Unit: m 19/09/2025 12:18 2,1075 Max 1,8753 1,6391 1,485 1,3326 0,95685 0,78049 0,46022 0,23416 0 Min 

7	3056,6	A: Model Total Deformation 7 Type: Total Deformation Frequency: 3056.6 Hz Unit: m 18/06/2025 12:19 1.1123 Max 1.522 1.3318 1.5415 0.90117 0.76102 0.17076 0.31071 0.19075 0 Min 
8	4638,6	A: Model Total Deformation 8 Type: Total Deformation Frequency: 4638.6 Hz Unit: m 19/06/2025 12:19 2.5203 Max 2.2486 1.9620 1.6002 1.4021 1.1221 0.36003 0.16206 0.10002 0 Min 
9	4703,6	A: Model Total Deformation 9 Type: Total Deformation Frequency: 4703.6 Hz Unit: m 18/06/2025 12:19 2.2844 Max 2.0706 1.7768 1.512 1.4881 1.0753 0.76148 0.10745 0.15183 0 Min 
10	4877,7	A: Model Total Deformation 10 Type: Total Deformation Frequency: 4877.7 Hz Unit: m 18/06/2025 12:19 2.2881 Max 1.9617 1.7124 1.4211 1.2767 0.98137 0.77601 0.49209 0.24214 0 Min 

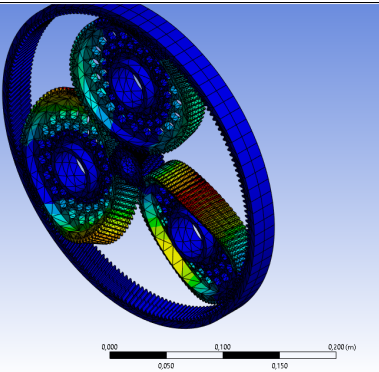
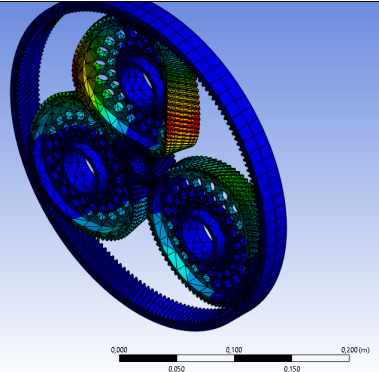
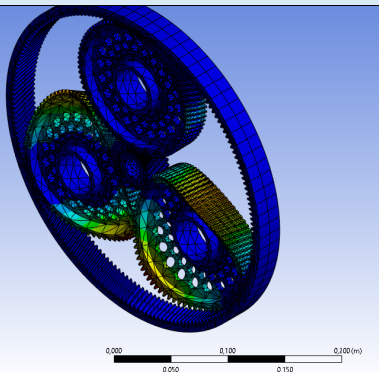
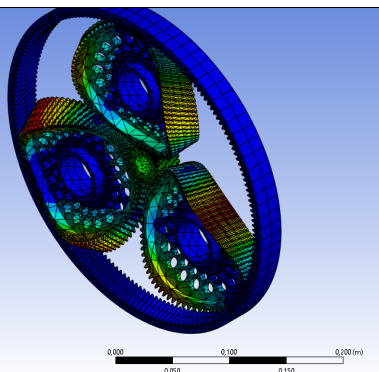
Geometría de aligeramiento 4

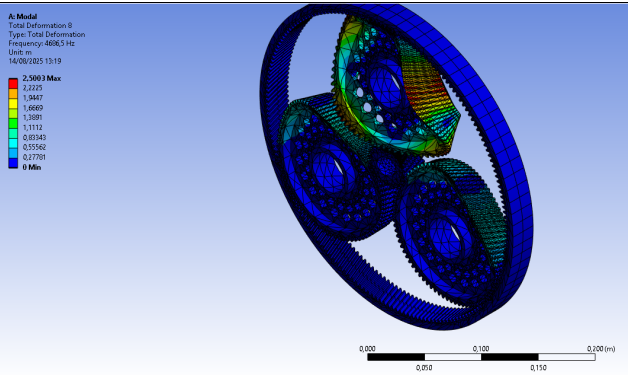
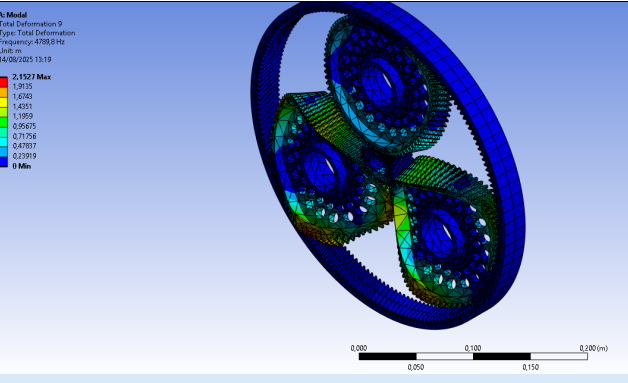
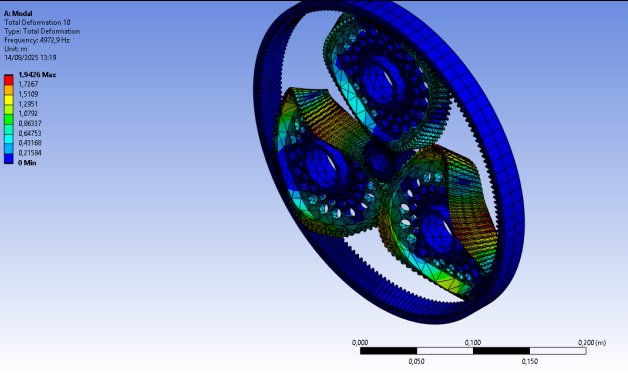


Figura 61: Frecuencias naturales de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 4 en los planetas

Tabla 24: Modos de vibración de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 4 en los planetas

Modo de vibración	Frecuencia (Hz)	Imagen
1	2058,9	
2	2427,1	
3	2473,4	

4	2538,5	A: Modal Total Deformation: 4 Type: Total Deformation Frequency: 2538,5 Hz Unit: m 14/09/2025 13:18 1.7964 Max 1.5969 1.3872 1.1876 0.9901 0.7941 0.5980 0.3992 0.1996 0 Min 
5	2713,1	A: Modal Total Deformation: 5 Type: Total Deformation Frequency: 2713,1 Hz Unit: m 14/09/2025 13:18 2.2027 Max 1.8951 1.7132 1.4605 1.2237 0.87886 0.73434 0.45849 0.14175 0 Min 
6	2739,2	A: Modal Total Deformation: 6 Type: Total Deformation Frequency: 2739,2 Hz Unit: m 14/09/2025 13:18 1.9533 Max 1.7163 1.5190 1.3002 1.0052 0.80214 0.60111 0.40407 0.21704 0 Min 
7	3062,5	A: Modal Total Deformation: 7 Type: Total Deformation Frequency: 3062,5 Hz Unit: m 14/09/2025 13:18 1.5923 Max 1.4154 1.2394 1.0675 0.8946 0.70788 0.53876 0.37394 0.17692 0 Min 

8	4686,5	 A: Model Total Deformation 8 Type: Total Deformation Frequency: 4686.5 Hz Unit: m 14/09/2025 13:19 2.5003 Max 0.2221 1.9447 1.6669 1.3891 1.1113 0.8343 0.5562 0.2781 0 Min
9	4789,8	 A: Model Total Deformation 9 Type: Total Deformation Frequency: 4789.8 Hz Unit: m 14/09/2025 13:19 2.1527 Max 1.9135 1.6343 1.4251 1.1959 0.9505 0.7126 0.4767 0.2391 0 Min
10	4972,9	 A: Model Total Deformation 10 Type: Total Deformation Frequency: 4972.9 Hz Unit: m 14/09/2025 13:19 1.9426 Max 1.7167 1.5100 1.2951 1.0792 0.8633 0.6472 0.4310 0.2154 0 Min

Geometría de aligeramiento 5

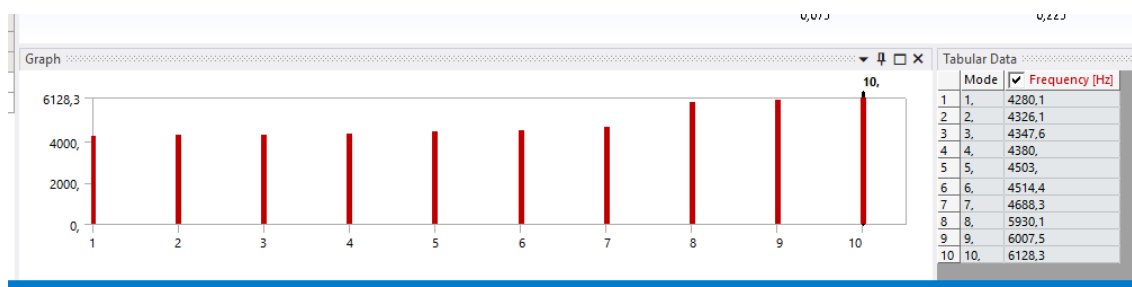
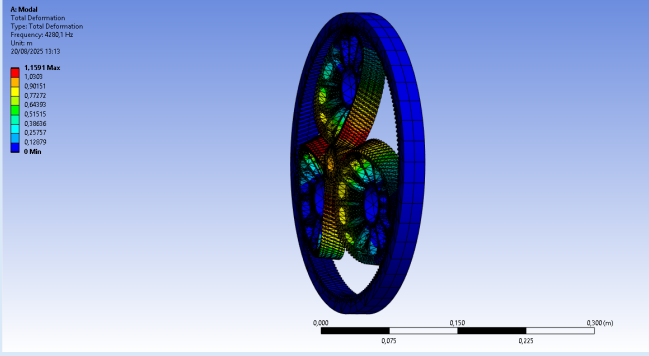
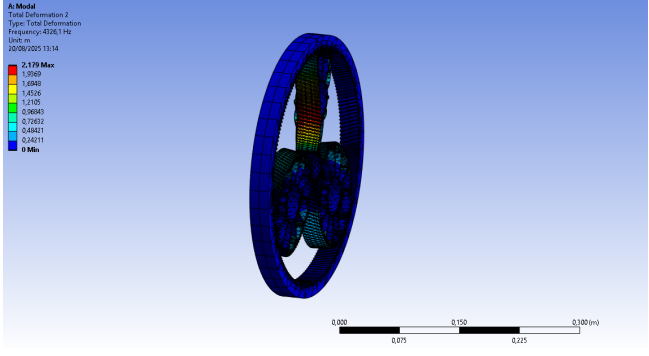
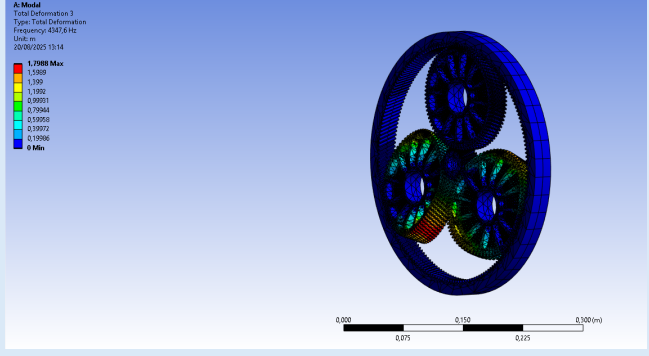
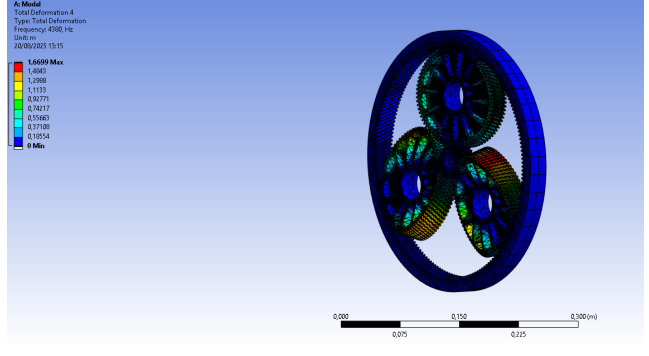
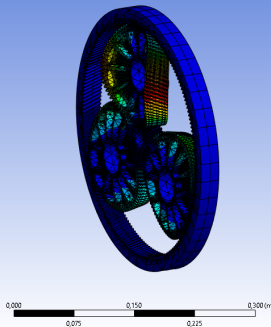
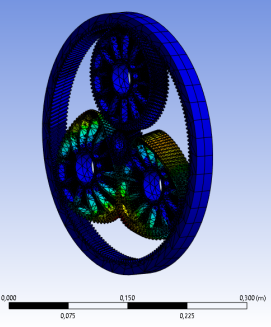
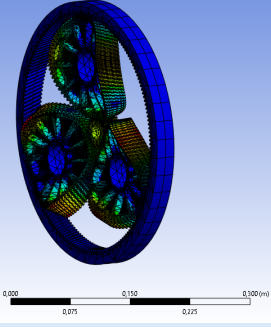
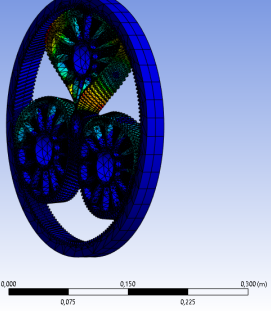


Figura 62: Frecuencias naturales de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 5 en los planetas

Tabla 25: Modos de vibración de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 5 en los planetas

Modo de vibración	Frecuencia (Hz)	Imagen
1	4280,1	 A: Model Total Deformation Type: Total Deformation Frequency: 4280.1 Hz Unit: m 20/09/2025 13:13 1.15915e-05 Max 1.0205 0.90151 0.77372 0.64593 0.51315 0.38626 0.25717 0.12879 0 Min
2	4326,1	 A: Model Total Deformation 2 Type: Total Deformation Frequency: 4326.1 Hz Unit: m 20/09/2025 13:14 2.1779e-05 Max 1.9569 1.6948 1.4326 1.1705 0.90843 0.74632 0.48411 0.24111 0 Min
3	4347,6	 A: Model Total Deformation 3 Type: Total Deformation Frequency: 4347.6 Hz Unit: m 20/09/2025 13:14 1.7988e-05 Max 1.5499 1.399 1.1996 0.99901 0.79944 0.59958 0.39972 0.19906 0 Min
4	4380	 A: Model Total Deformation 4 Type: Total Deformation Frequency: 4380 Hz Unit: m 19/09/2025 13:15 1.6609e-05 Max 1.4601 1.2598 1.1133 0.87771 0.74217 0.55640 0.37709 0.18554 0 Min

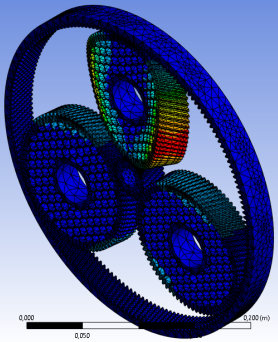
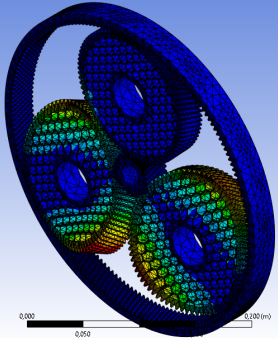
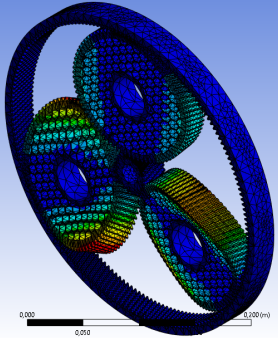
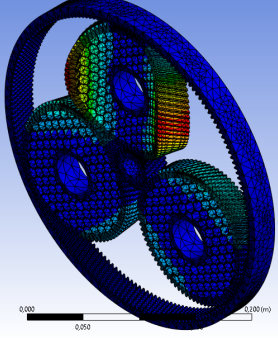
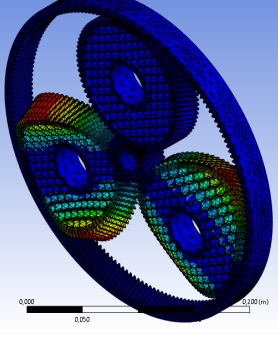
5	4503	A: Model Total Deformation 5 Type: Total Deformation Frequency: 4503 Hz Unit: m 20/06/2025 13:15 2.0105 Max 1.7571 1.5437 1.3403 1.1469 0.9556 0.67017 0.44078 0.22319 0 Min 
6	4514,4	A: Model Total Deformation 6 Type: Total Deformation Frequency: 4514.4 Hz Unit: m 20/06/2025 13:15 1.7795 Max 1.5817 1.394 1.1889 0.96853 0.79087 0.59216 0.37544 0.19772 0 Min 
7	4688,3	A: Model Total Deformation 7 Type: Total Deformation Frequency: 4688.3 Hz Unit: m 20/06/2025 13:15 1.3973 Max 1.2420 1.0822 0.92044 0.77511 0.62007 0.46507 0.31005 0.15342 0 Min 
8	5930,1	A: Model Total Deformation 8 Type: Total Deformation Frequency: 5930.1 Hz Unit: m 20/06/2025 13:16 2.1149 Max 1.9709 1.8449 1.6039 1.3749 0.99996 0.76697 0.46998 0.21493 0 Min 

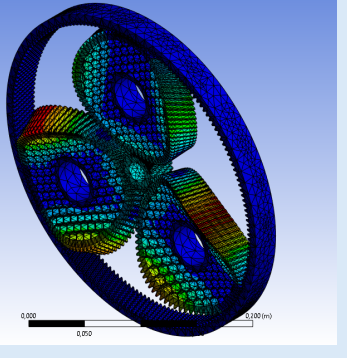
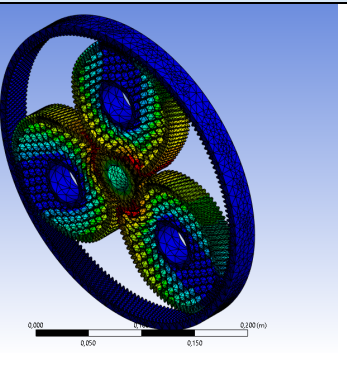
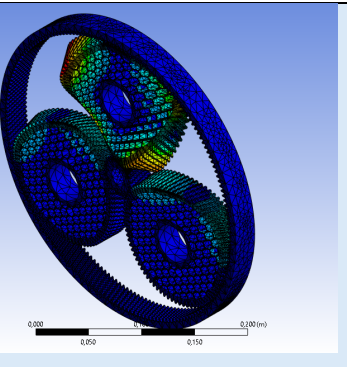
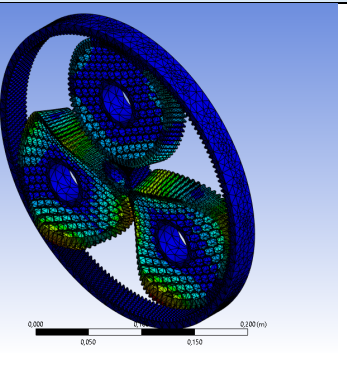
Geometría de aligeramiento 6



Tabla 26: Modos de vibración de la etapa planetaria con la geometría de aligeramiento 6 en los planetas

99

2	3702,4	A1 Model Total Deformation 2 Type: Total Deformation Frequency: 3702,4 Hz Unit: m 19/09/2025 12:45 2,3609 Max 1,1029 1,9489 1,1779 1,1349 1,1019 0,7806 0,32597 0,36299 0 Min 
3	3756,8	A1 Model Total Deformation 3 Type: Total Deformation Frequency: 3756,8 Hz Unit: m 19/09/2025 12:45 1,8346 Max 1,0388 1,4049 1,2231 0,9782 0,81539 0,61154 0,40769 0,20095 0 Min 
4	3800,7	A1 Model Total Deformation 4 Type: Total Deformation Frequency: 3800,7 Hz Unit: m 19/09/2025 12:45 1,80717 Max 1,405 1,4044 1,3298 1,0031 0,80251 0,60114 0,40108 0,20063 0 Min 
5	3954,5	A1 Model Total Deformation 5 Type: Total Deformation Frequency: 3954,5 Hz Unit: m 19/09/2025 12:45 2,3658 Max 1,1029 1,94 1,1572 1,1349 1,1014 0,78058 0,32572 0,36296 0 Min 
6	4005,3	A1 Model Total Deformation 6 Type: Total Deformation Frequency: 4005,3 Hz Unit: m 19/09/2025 12:45 1,8274 Max 1,4043 1,4213 1,3182 1,0182 0,81217 0,60812 0,40608 0,20104 0 Min 

7	4101,5	A: Model Total Deformation 7 Type: Total Deformation Frequency: 4101,5 Hz Unit: m 19/09/2025 12:45 1,7703 Max 1,7703 1,377 1,3603 0,9036 0,78086 0,59016 0,39344 0,19572 0 Min 
8	5033,9	A: Model Total Deformation 8 Type: Total Deformation Frequency: 5033,9 Hz Unit: m 19/09/2025 12:46 1,1474 Max 1,1474 0,89043 0,76634 0,63745 0,50996 0,38047 0,25488 0,12749 0 Min 
9	5419,4	A: Model Total Deformation 9 Type: Total Deformation Frequency: 5419,4 Hz Unit: m 19/09/2025 12:46 2,3406 Max 2,3406 1,9873 1,5665 1,3098 1,045 0,79226 0,52151 0,24877 0 Min 
10	5503,1	A: Model Total Deformation 10 Type: Total Deformation Frequency: 5503,1 Hz Unit: m 19/09/2025 12:46 1,9972 Max 1,7703 1,5534 1,3714 1,1895 0,98763 0,80732 0,64992 0,51191 0 Min 

8.1.2 Resultados etapa ordinaria helicoidal

Geometría básica

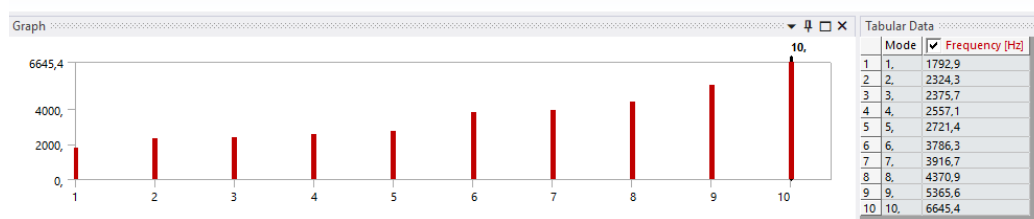
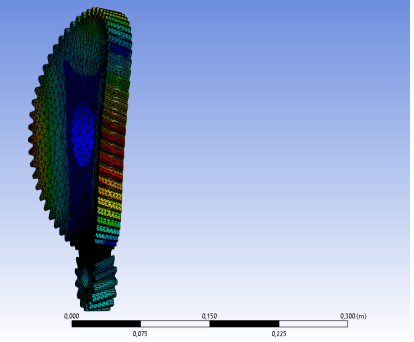
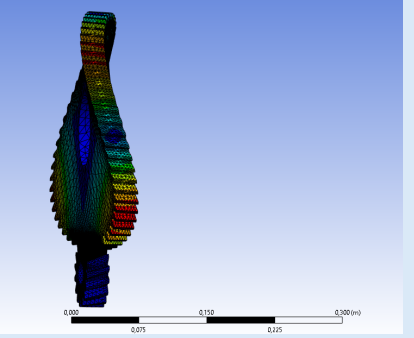
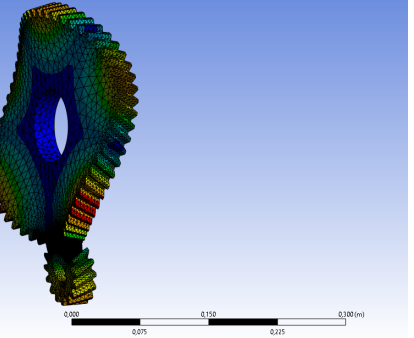
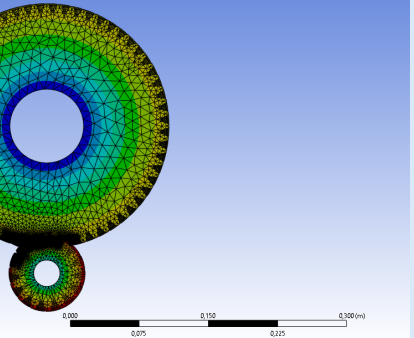
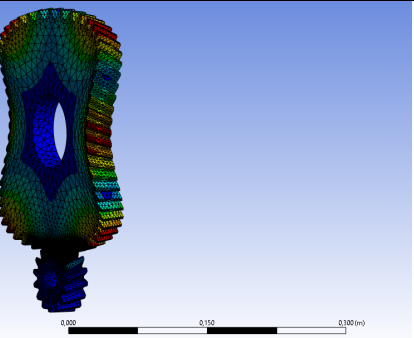
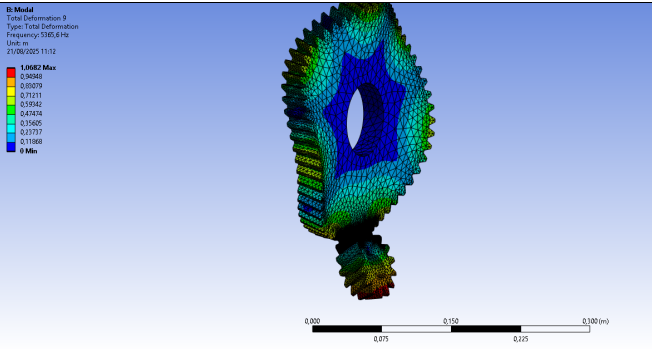
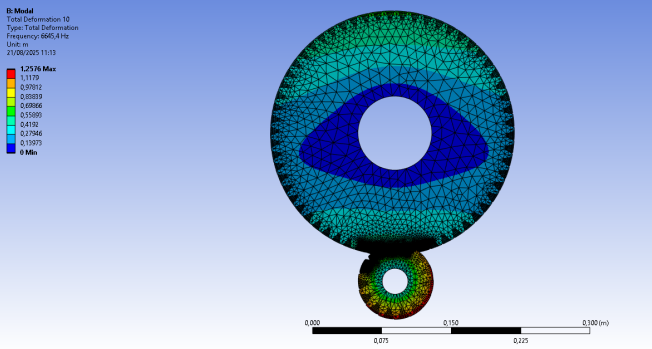


Figura 64: Frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría básica en la corona

Tabla 27: Modos de vibración de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría básica en la corona

Modo de vibración	Frecuencia (Hz)	Imagen
1	1792,9	
2	2324,3	
3	2375,7	

4	2557,1	El Model Total Deformation 4 Type: Total Deformation Frequency: 2557.1 Hz Unit: m 21/06/2025 11:31 0.93852 Max 0.93852 0.78996 0.62646 0.5214 0.41714 0.31394 0.20856 0.10432 0 Min 
5	2721,4	El Model Total Deformation 5 Type: Total Deformation Frequency: 2721.4 Hz Unit: m 21/06/2025 11:31 0.81799 Max 0.81799 0.70266 0.57989 0.47666 0.38333 0.296 0.19065 0.09333 0 Min 
6	3786,3	El Model Total Deformation 6 Type: Total Deformation Frequency: 3786.3 Hz Unit: m 21/06/2025 11:11 0.86263 Max 0.86263 0.74679 0.67094 0.57320 0.47804 0.38039 0.2794 0.1917 0.09548 0 Min 
7	3916,7	El Model Total Deformation 7 Type: Total Deformation Frequency: 3916.7 Hz Unit: m 21/06/2025 11:12 0.80625 Max 0.80625 0.71889 0.67153 0.60817 0.53681 0.45845 0.38039 0.30072 0.21752 0 Min 
8	4370,9	El Model Total Deformation 8 Type: Total Deformation Frequency: 4370.9 Hz Unit: m 21/06/2025 11:12 0.88939 Max 0.88939 0.80841 0.73020 0.65044 0.56995 0.48944 0.40908 0.32888 0.24868 0 Min 

9	5365,6	
10	6645,4	

Geometría de aligeramiento 1

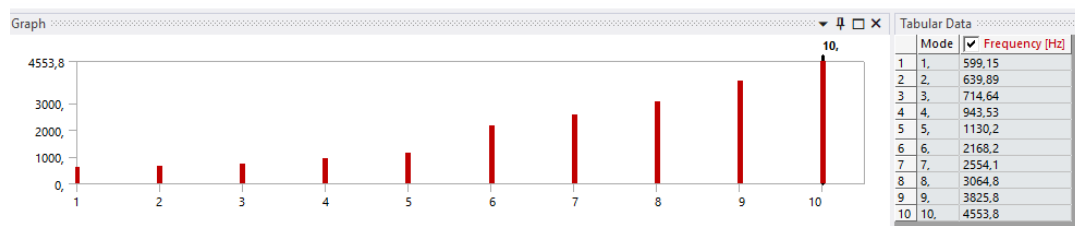
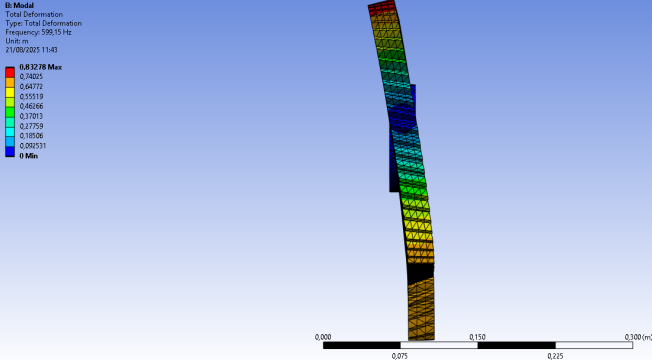
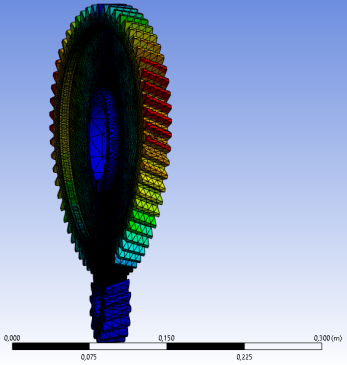
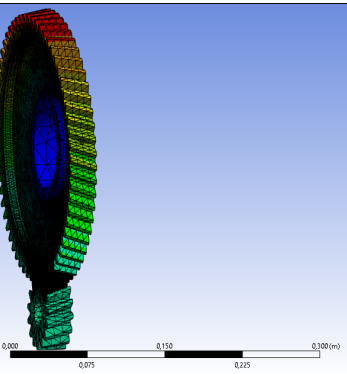
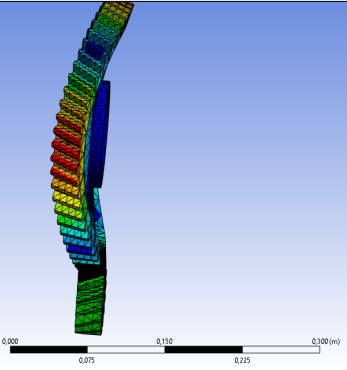
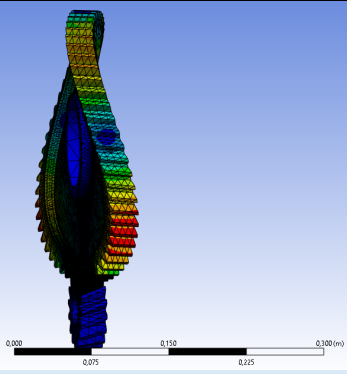
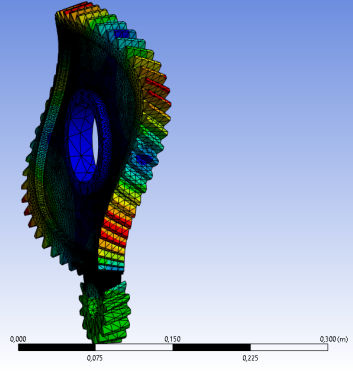
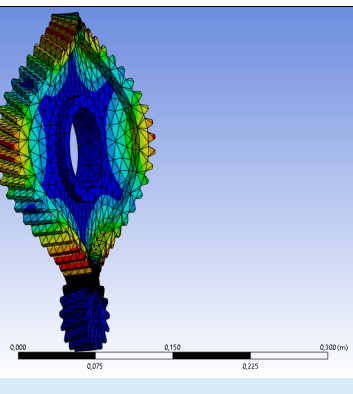
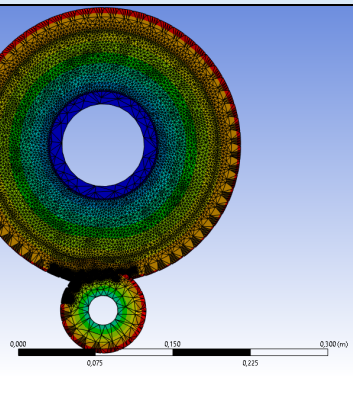
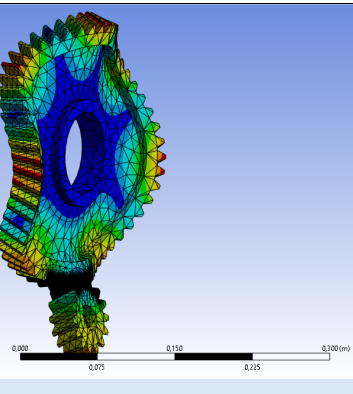


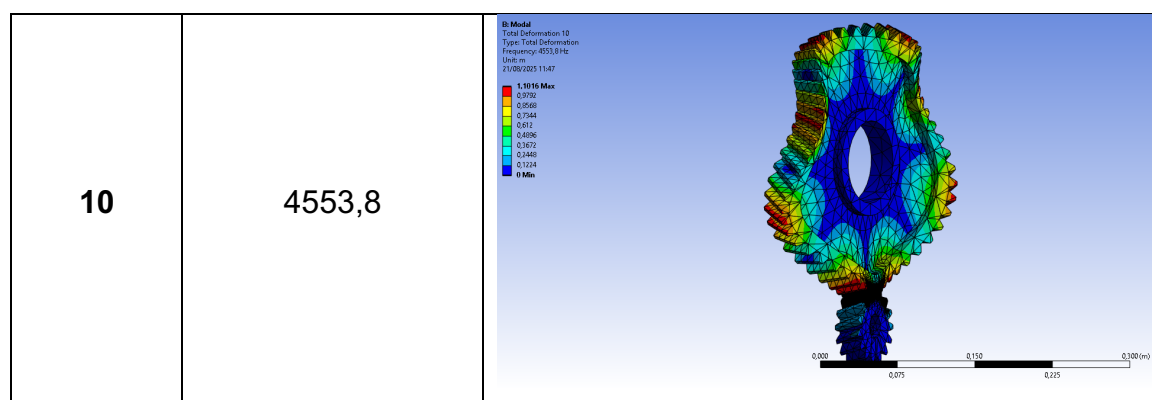
Figura 65: Frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 1 en la corona

Tabla 28: Modos de vibración de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 1 en la corona

Modo de vibración	Frecuencia (Hz)	Imagen
1	599,15	

2	639,89	El Model Total Deformation 2 Type: Total Deformation Frequency: 639.89 Hz Unit: m 21/09/2025 11:44 1.0341 Max 0.91916 0.88526 0.68937 0.57447 0.45958 0.34468 0.22979 0.11489 0 Min 
3	714,64	El Model Total Deformation 3 Type: Total Deformation Frequency: 714.64 Hz Unit: m 21/09/2025 11:44 0.90544 Max 0.88689 0.70423 0.60562 0.50902 0.40242 0.30181 0.20121 0.1006 0 Min 
4	943,53	El Model Total Deformation 4 Type: Total Deformation Frequency: 943.53 Hz Unit: m 21/09/2025 11:44 1.0508 Max 0.95451 0.81726 0.70051 0.58376 0.467 0.35025 0.2335 0.11675 0 Min 
5	1130,2	El Model Total Deformation 5 Type: Total Deformation Frequency: 1130.2 Hz Unit: m 21/09/2025 11:45 1.1013 Max 0.97895 0.85458 0.73421 0.61185 0.49383 0.36711 0.24474 0.12237 0 Min 

6	2168,2	El Model Total Deformation 6 Type: Total Deformation Frequency: 2168,2 Hz Units: m 21/09/2025 11:45 1,0635 Max 0,9471 0,88871 0,71252 0,55934 0,47355 0,35516 0,23877 0,11889 0 Min 
7	2554,1	El Model Total Deformation 7 Type: Total Deformation Frequency: 2554,1 Hz Units: m 21/09/2025 11:45 1,1066 Max 0,98163 0,90868 0,73773 0,61477 0,49182 0,36886 0,24591 0,12295 0 Min 
8	3064,8	El Model Total Deformation 8 Type: Total Deformation Frequency: 3064,8 Hz Units: m 21/09/2025 11:46 0,6708 Max 0,57883 0,50818 0,43287 0,36155 0,28854 0,21493 0,14462 0,073311 0 Min 
9	3825,8	El Model Total Deformation 9 Type: Total Deformation Frequency: 3825,8 Hz Units: m 21/09/2025 11:46 1,0116 Max 0,89804 0,78603 0,67543 0,56102 0,44942 0,33721 0,22481 0,11314 0 Min 



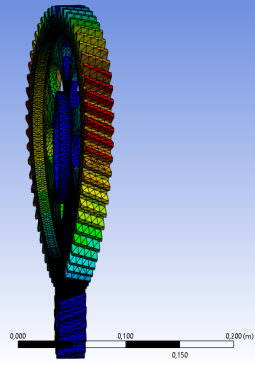
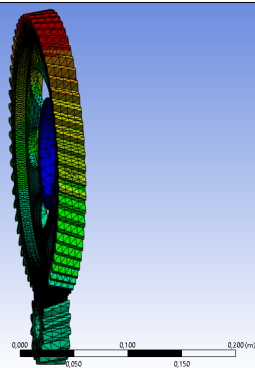
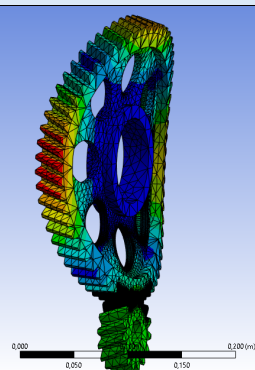
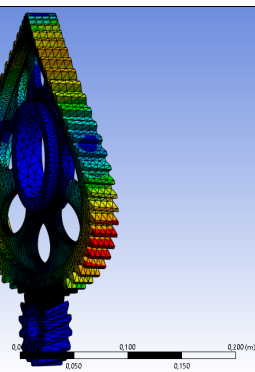
Geometría de aligeramiento 2

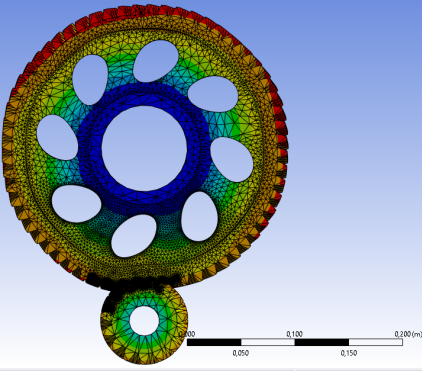
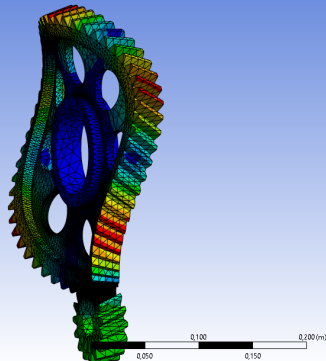
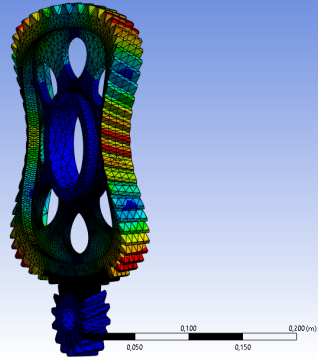
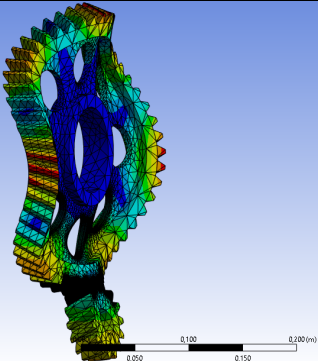


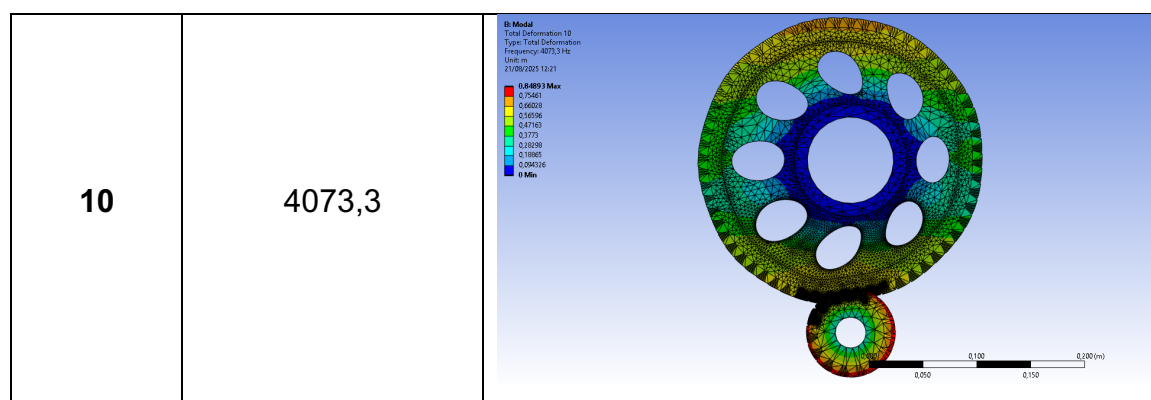
Figura 66: Frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 2 en la corona

Tabla 29: Modos de vibración de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 2 en la corona

Modo de vibración	Frecuencia (Hz)	Imagen
1	490,1	1 Model Total Deformation 1 Type: Total Deformation Frequency: 490.1 Hz Unit: m 21/09/2025 12:19 0,84119 Max 0.74773 0.05426 0.5690 0.46773 0.37186 0.2804 0.18603 0.091466 0 Min

2	533,95	El Model Total Deformation 2 Type: Total Deformation Frequency: 533,95 Hz Unit: m 21/09/2025 12:19 1,041 Max 0,92537 0,80869 0,69403 0,57893 0,46468 0,34901 0,23334 0,11867 0 Min 
3	603,01	El Model Total Deformation 3 Type: Total Deformation Frequency: 603,01 Hz Unit: m 21/09/2025 12:20 0,89002 Max 0,79113 0,69224 0,59335 0,49445 0,39556 0,29667 0,19778 0,09889 0 Min 
4	888,89	El Model Total Deformation 4 Type: Total Deformation Frequency: 888,89 Hz Unit: m 21/09/2025 12:20 1,052 Max 0,9531 0,85421 0,75532 0,65644 0,55755 0,45866 0,35977 0,26088 0,16199 0 Min 
5	1085,7	El Model Total Deformation 5 Type: Total Deformation Frequency: 1085,7 Hz Unit: m 21/09/2025 12:20 1,1005 Max 0,9854 0,8703 0,7552 0,6401 0,5250 0,4099 0,2948 0,1797 0,0646 0 Min 

6	2139,4	El Model Total Deformation 6 Type: Total Deformation Frequency: 2139.4 Hz Unit: m 21/09/2025 12:20 0.68207 Max 0.68207 0.3359 0.45471 0.37893 0.30314 0.22726 0.15137 0.070786 0 Min 
7	2153,1	El Model Total Deformation 7 Type: Total Deformation Frequency: 2153.1 Hz Unit: m 21/09/2025 12:20 1.01729 Max 0.95117 0.95451 0.71129 0.59608 0.47608 0.35385 0.23943 0.11902 0 Min 
8	2545,2	El Model Total Deformation 8 Type: Total Deformation Frequency: 2545.2 Hz Unit: m 21/09/2025 12:21 1.1212 Max 0.98658 0.97081 0.74744 0.62186 0.46629 0.37772 0.24815 0.14657 0 Min 
9	3840,2	El Model Total Deformation 9 Type: Total Deformation Frequency: 3840.2 Hz Unit: m 21/09/2025 12:21 1.042 Max 0.92610 0.91041 0.69664 0.57386 0.46109 0.34732 0.23155 0.11577 0 Min 



Geometría de aligeramiento 3

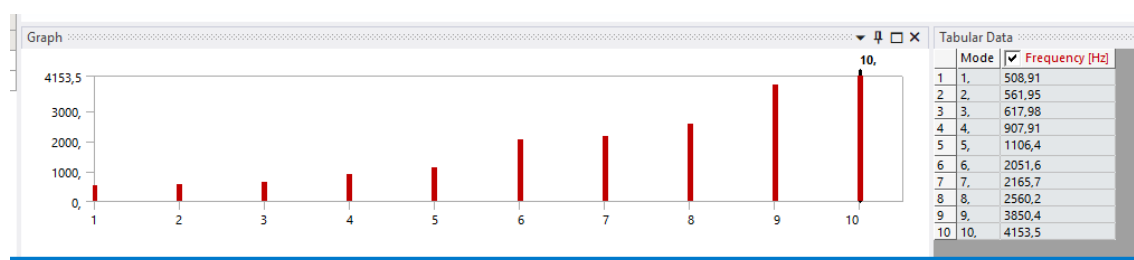
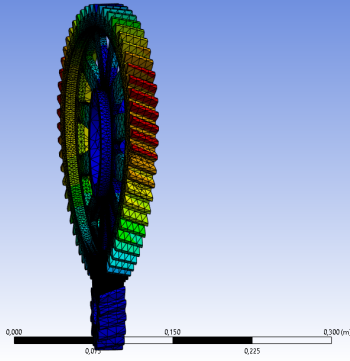
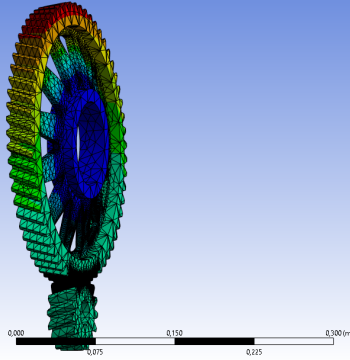
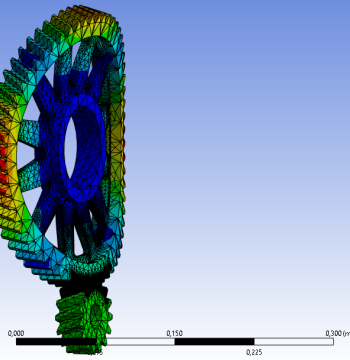
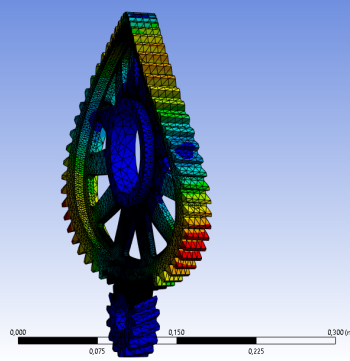
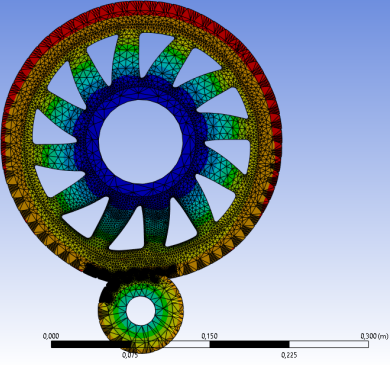
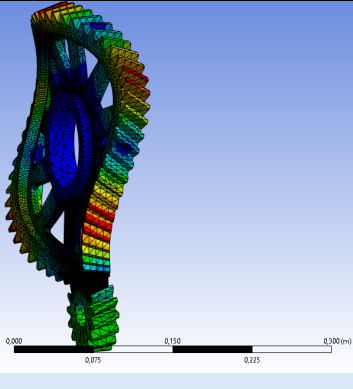
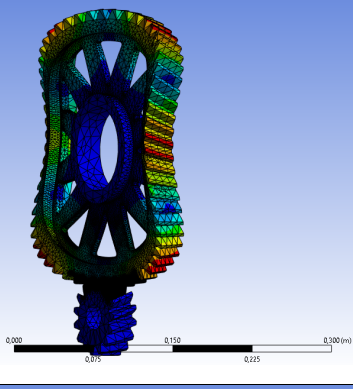
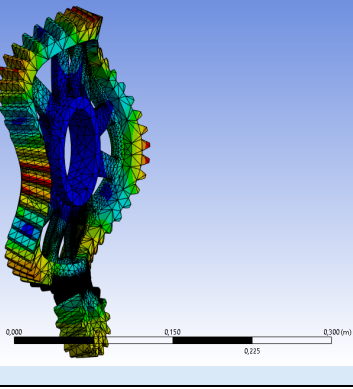


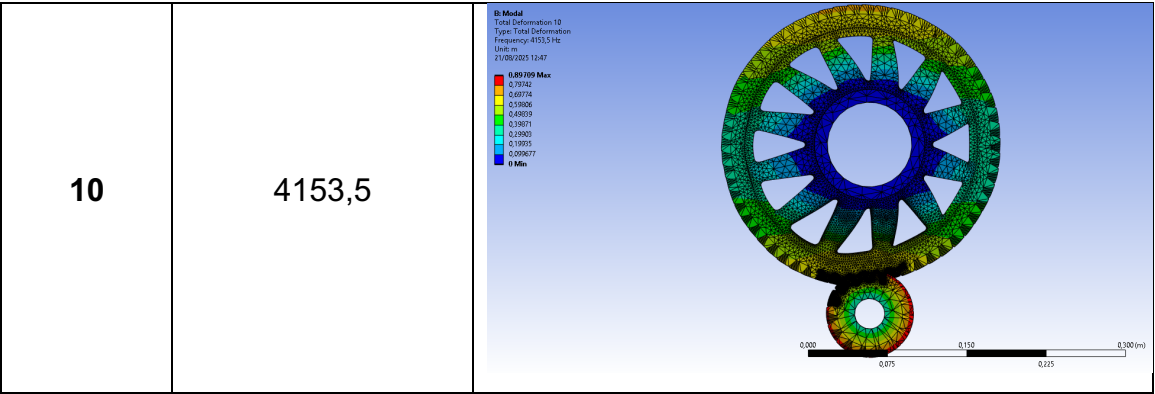
Figura 67: Frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 3 en la corona

Tabla 30: Modos de vibración de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 3 en la corona

Modo de vibración	Frecuencia (Hz)	Imagen
1	508,91	1 Model Total Deformation Type: Total Deformation Frequency: 508.91 Hz Unit: m 21/09/2025 12:44 0.78782 Max 0.69556 0.60906 0.52198 0.43449 0.34792 0.26054 0.17396 0.08698 0 Min

2	561,95	El Model Total Deformation 2 Type: Total Deformation Frequency: 561,95 Hz Unit: m 21/09/2025 12:45 1,0471 Max 0,95077 0,91439 0,89805 0,88171 0,86536 0,84902 0,83268 0,81634 0 Min 
3	617,98	El Model Total Deformation 3 Type: Total Deformation Frequency: 617,98 Hz Unit: m 21/09/2025 12:45 0,94813 Max 0,94279 0,75144 0,65109 0,52674 0,42135 0,31604 0,21107 0,10535 0 Min 
4	907,91	El Model Total Deformation 4 Type: Total Deformation Frequency: 907,91 Hz Unit: m 21/09/2025 12:45 1,06813 Max 0,94957 0,85007 0,71118 0,55548 0,47476 0,35620 0,23759 0,11857 0 Min 
5	1106,4	El Model Total Deformation 5 Type: Total Deformation Frequency: 1106,4 Hz Unit: m 21/09/2025 12:45 1,1196 Max 0,95119 0,85079 0,74659 0,621 0,4976 0,3732 0,2488 0,1244 0 Min 

6	2051,6	6: Model Total Deformation 6 Type: Total Deformation Frequency: 2051.6 Hz Unit: m 21/09/2025 12:46 0.67287 Max 0.59811 0.52335 0.44858 0.37382 0.29905 0.22429 0.14953 0.074764 0 Min 
7	2165,7	7: Model Total Deformation 7 Type: Total Deformation Frequency: 2165.7 Hz Unit: m 21/09/2025 12:46 1.09009 Max 0.9637 0.84843 0.72728 0.60606 0.48485 0.36364 0.24243 0.12121 0 Min 
8	2560,2	8: Model Total Deformation 8 Type: Total Deformation Frequency: 2560.2 Hz Unit: m 21/09/2025 12:46 1.13113 Max 1.0056 0.8799 0.7542 0.6285 0.5028 0.3771 0.2514 0.1257 0 Min 
9	3850,4	9: Model Total Deformation 9 Type: Total Deformation Frequency: 3850.4 Hz Unit: m 21/09/2025 12:47 1.04854 Max 0.92176 0.79517 0.66857 0.54198 0.41538 0.28879 0.16219 0.0356 0 Min 



Geometría de aligeramiento 4

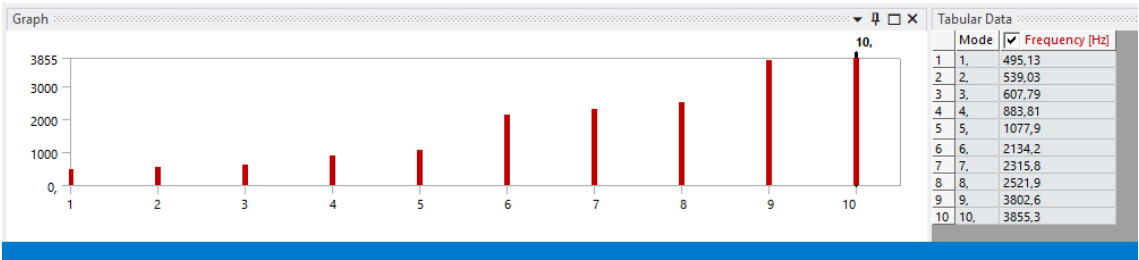
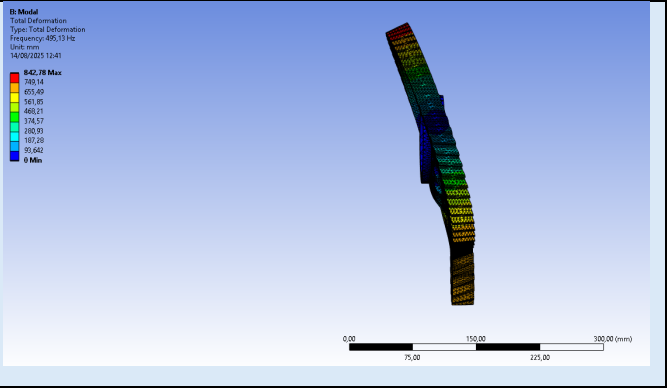
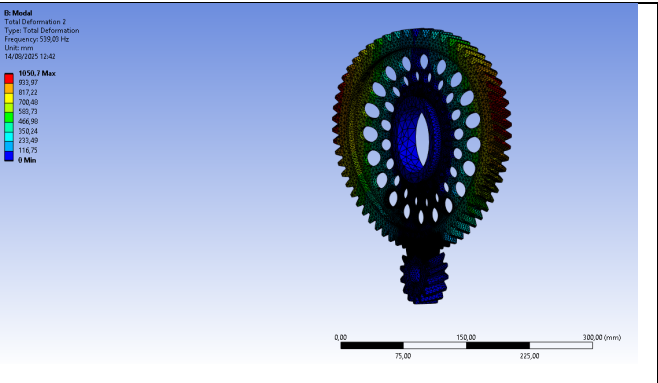
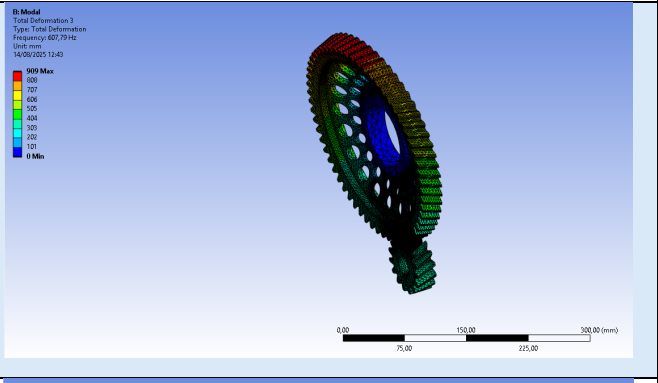
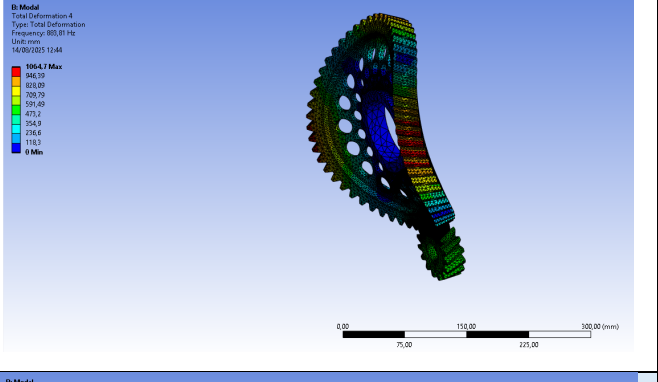
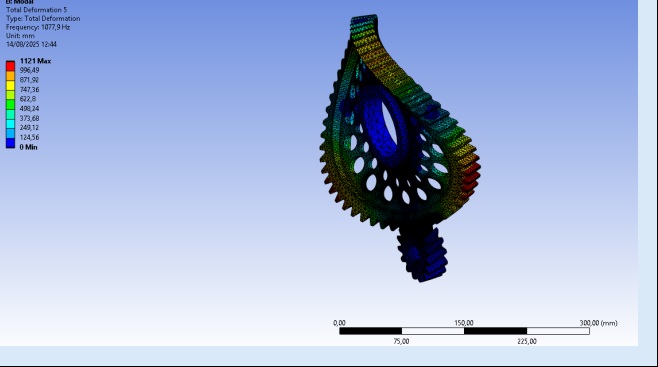
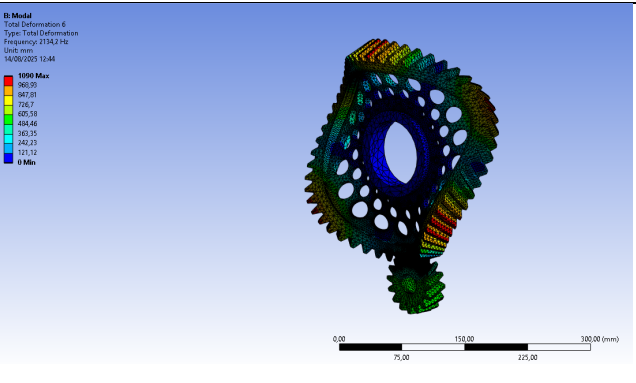
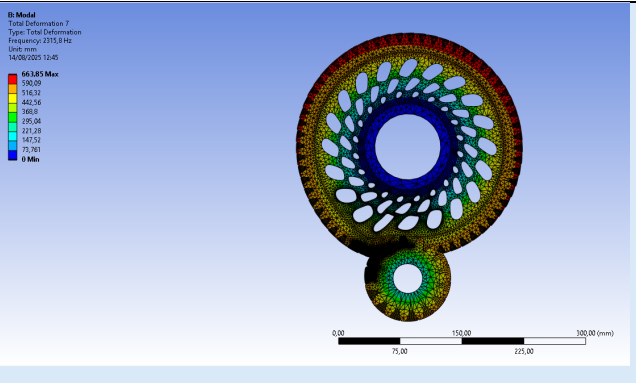
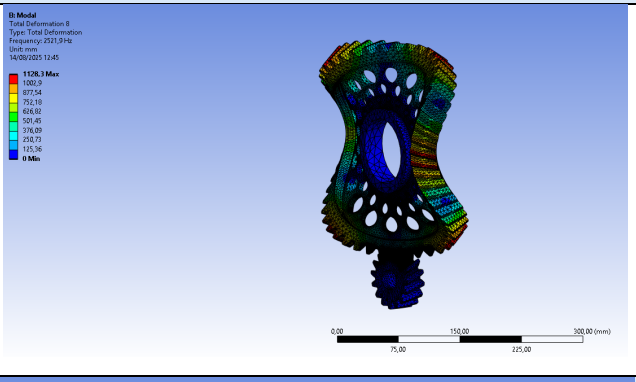
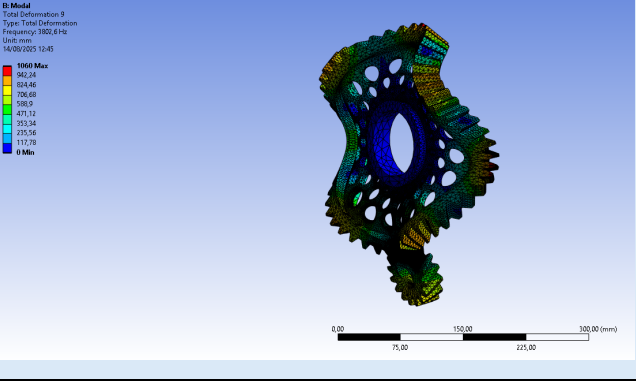


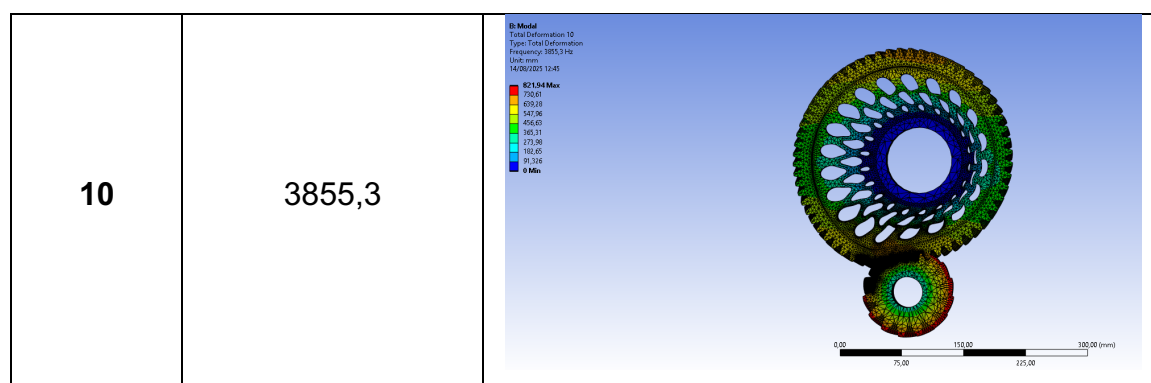
Figura 68: Frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 4 en la corona

Tabla 31: Modos de vibración de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 4 en la corona

Modo de vibración	Frecuencia (Hz)	Imagen
1	495,13	

2	539,03	B Model Total Deformation 3 Type: Total Deformation Frequency: 539.03 Hz Unit: mm 14/09/2025 12:42 1050.7 Max 823.97 817.22 700.40 505.73 466.90 358.14 273.49 114.75 0 Min 
3	607,79	B Model Total Deformation 3 Type: Total Deformation Frequency: 607.79 Hz Unit: mm 14/09/2025 12:43 809 Max 606 507 506 505 484 320 220 191 0 Min 
4	883,81	B Model Total Deformation 4 Type: Total Deformation Frequency: 883.81 Hz Unit: mm 14/09/2025 12:44 1064.7 Max 846.39 632.89 709.79 591.49 473.7 354.9 236.6 118.3 0 Min 
5	1077,9	B Model Total Deformation 5 Type: Total Deformation Frequency: 1077.9 Hz Unit: mm 14/09/2025 12:44 1121 Max 996.49 671.56 747.36 602.8 488.24 373.68 248.12 124.56 0 Min 

6	2143,2	01 Model Total Deformation 6 Type: Total Deformation Frequency: 2134,2 Hz Unit: mm 14/09/2025 12:44 1090 Max 960,91 607,81 726,7 425,18 404,46 383,35 252,23 121,12 0 Min 
7	2415,8	01 Model Total Deformation 7 Type: Total Deformation Frequency: 2315,8 Hz Unit: mm 14/09/2025 12:45 161,85 Max 160,00 116,52 141,54 166,8 235,04 237,28 147,52 22,765 0 Min 
8	2521,9	01 Model Total Deformation 8 Type: Total Deformation Frequency: 2371,9 Hz Unit: mm 14/09/2025 12:45 128,13 Max 1202,9 877,54 752,18 626,82 620,45 376,89 258,72 115,36 0 Min 
9	3802,6	01 Model Total Deformation 9 Type: Total Deformation Frequency: 3802,6 Hz Unit: mm 14/09/2025 12:45 1060 Max 942,24 604,46 706,68 586,9 471,12 253,34 275,56 112,78 0 Min 



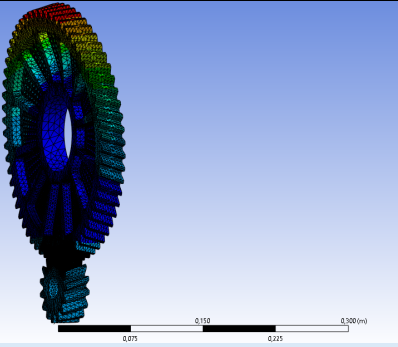
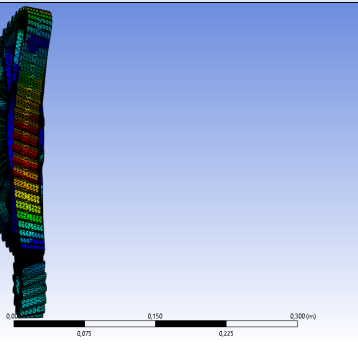
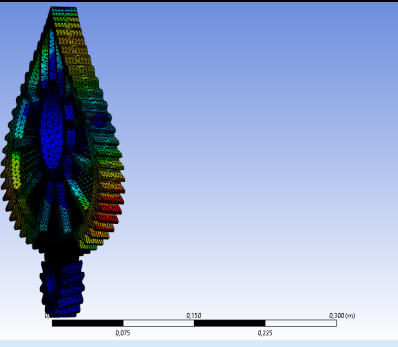
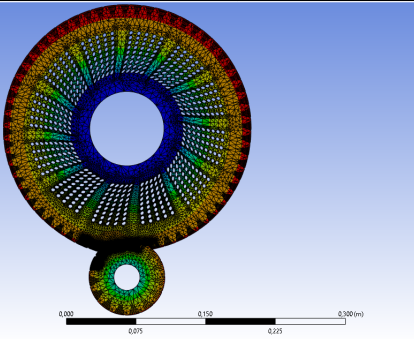
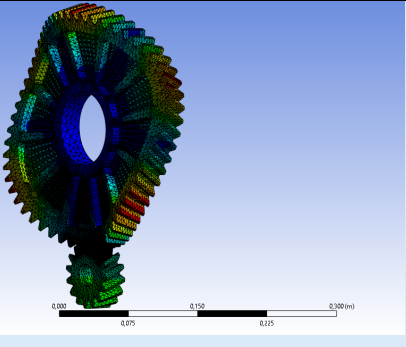
Geometría de aligeramiento 5

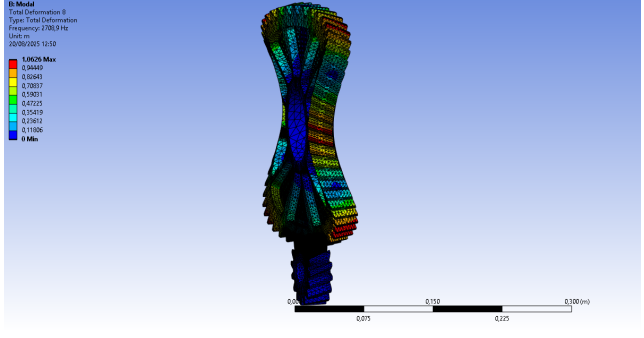
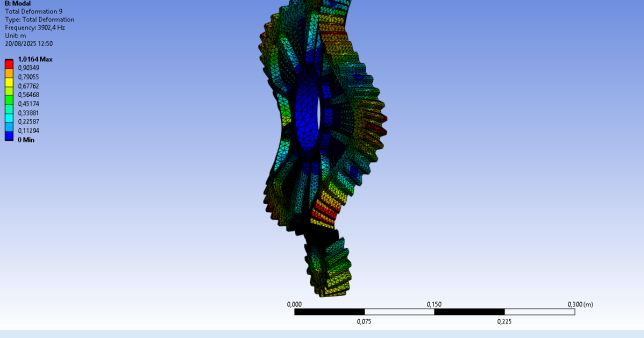
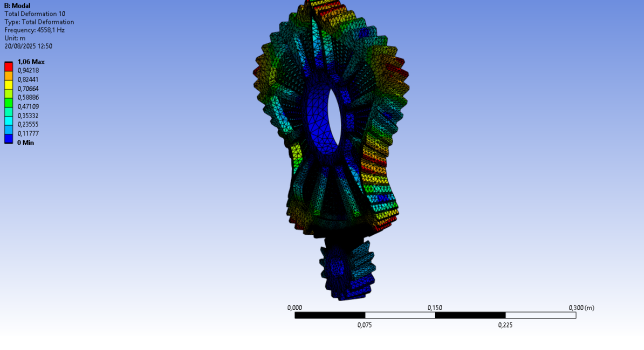


Figura 69: Frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 5 en la corona

Tabla 32: Modos de vibración de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 5 en la corona

Modo de vibración	Frecuencia (Hz)	Imagen
1	1067,5	0: Model Total Deformation Type: Total Deformation Frequency: 1067.5 Hz Unit: m 20/06/2015 12:48 1.0186 Max 0.8541 0.79123 0.67896 0.56588 0.4537 0.33993 0.22670 0.11315 0 Min
2	1221,7	0: Model Total Deformation 2 Type: Total Deformation Frequency: 1221.7 Hz Unit: m 20/06/2015 12:48 1.0411 Max 0.92146 0.80204 0.69408 0.57893 0.46271 0.34423 0.23135 0.11568 0 Min

3	1265,2	B1 Model Total Deformation 3 Type: Total Deformation Frequency: 1495,2 Hz Unit: m 20/06/2025 12:49 1.8673 Max 1.1376 1.0729 0.98623 0.72252 0.77882 0.45411 0.22841 0.1447 0 Min 
4	1360,6	B1 Model Total Deformation 4 Type: Total Deformation Frequency: 1560,6 Hz Unit: m 20/06/2025 12:49 1.1127 Max 1.0346 0.98056 0.78848 0.46404 0.51232 0.36824 0.25816 0.12888 0 Min 
5	1517,8	B1 Model Total Deformation 5 Type: Total Deformation Frequency: 1515,9 Hz Unit: m 20/06/2025 12:49 1.0841 Max 0.96367 0.94021 0.72775 0.68228 0.48100 0.34838 0.24090 0.15946 0 Min 
6	2134,6	B1 Model Total Deformation 6 Type: Total Deformation Frequency: 2134,6 Hz Unit: m 20/06/2025 12:49 0.61927 Max 0.55946 0.40166 0.41205 0.34834 0.27523 0.20462 0.13762 0.066028 0 Min 
7	2342,7	B1 Model Total Deformation 7 Type: Total Deformation Frequency: 2342,7 Hz Unit: m 20/06/2025 12:50 1.0464 Max 0.92018 0.97389 0.69762 0.59335 0.48826 0.24883 0.23324 0.17427 0 Min 

8	2708,9	
9	3902,4	
10	4558,1	

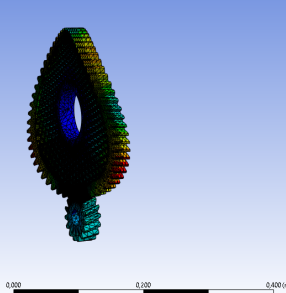
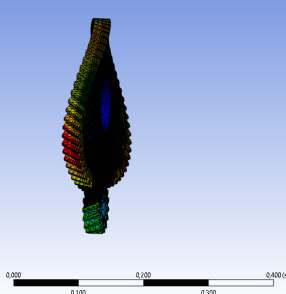
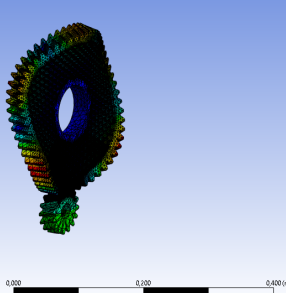
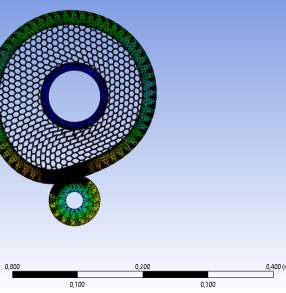
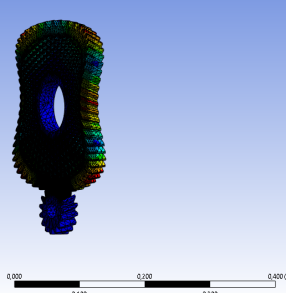
Geometría de aligeramiento 6

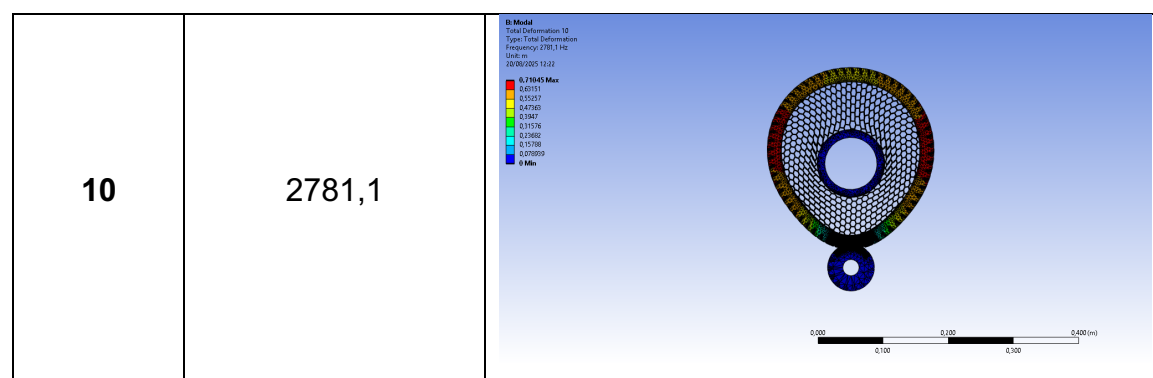


Figura 70: Frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 6 en la corona

Tabla 33: Modos de vibración de la etapa ordinaria helicoidal con la geometría de aligeramiento 6 en la corona

Modo de vibración	Frecuencia (Hz)	Imagen
1	912,46	B-Model Total Deformation Type: Total Deformation Frequency: 912.46 Hz Unit: mm 20/08/2025 12:19 0.002122 Max 0.001887 0.001881 0.001875 0.001879 0.002000 0.002077 0.002073 0.001816 0 Min
2	1004,1	B-Model Total Deformation 2 Type: Total Deformation Frequency: 1004.1 Hz Unit: mm 20/08/2025 12:19 0.001916 Max 0.001834 0.001805 0.001776 0.001846 0.001817 0.001888 0.001859 0.001829 0 Min
3	1080,2	B-Model Total Deformation 3 Type: Total Deformation Frequency: 1080.2 Hz Unit: mm 20/08/2025 12:20 0.0014636 Max 0.001309 0.001185 0.001051 0.000917 0.000783 0.000649 0.000515 0.000381 0 Min
4	1147,7	B-Model Total Deformation 4 Type: Total Deformation Frequency: 1147.7 Hz Unit: mm 20/08/2025 12:20 0.0012194 Max 0.001019 0.000842 0.000693 0.000544 0.000395 0.000246 0.000097 0.000000 0 Min

5	1279,2	H1 Model Total Deformation 5 Type: Total Deformation Frequency: 11752.1 Hz Units: mm 2D/3D/2D/5 12:21 0.98051 Max 0.8769 0.76708 0.65767 0.54806 0.43845 0.32884 0.21923 0.10961 0 Min 
6	1304,5	H1 Model Total Deformation 6 Type: Total Deformation Frequency: 11043.1 Hz Units: mm 2D/3D/2D/5 12:21 0.84911 Max 0.75112 0.66273 0.56504 0.47195 0.37756 0.28317 0.18876 0.09438 0 Min 
7	2224,4	H1 Model Total Deformation 7 Type: Total Deformation Frequency: 2226.4 Hz Units: mm 2D/3D/2D/5 12:21 1.1086 Max 0.9541 0.8224 0.72366 0.61588 0.48271 0.36853 0.24651 0.12318 0 Min 
8	2533,1	H1 Model Total Deformation 8 Type: Total Deformation Frequency: 2733.1 Hz Units: mm 2D/3D/2D/5 12:22 0.94432 Max 0.8194 0.72447 0.62975 0.51482 0.4197 0.31477 0.20965 0.10452 0 Min 
9	2590,1	H1 Model Total Deformation 9 Type: Total Deformation Frequency: 2382.1 Hz Units: mm 2D/3D/2D/5 12:22 1.1428 Max 1.0758 0.88862 0.76184 0.62467 0.5079 0.39262 0.27339 0.15897 0 Min 



8.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS

A continuación se presenta a modo de resumen, en forma de tabla, el rango de frecuencias naturales obtenido para cada geometría, tanto en la etapa ordinaria helicoidal como en la planetaria. Esta información permite comparar directamente el comportamiento dinámico de las distintas configuraciones y evaluar posibles coincidencias con las frecuencias de excitación del sistema.

Tabla 34: Rango de frecuencias naturales de la etapa planetaria según la geometría de aligeramiento

Geometría	Rango de frecuencias naturales (Hz)
Básica	7283 - 9747
Aligeramiento 1	3140 – 5176
Aligeramiento 2	2171 – 4917
Aligeramiento 3	2063 - 4877
Aligeramiento 4	2058 - 4972
Aligeramiento 5	4280 - 6128
Aligeramiento 6	3584 - 5503

Tabla 35: Rango de frecuencias naturales de la etapa ordinaria helicoidal según la geometría de aligeramiento

Geometría	Rango de frecuencias naturales (Hz)
Básica	1792 - 6645
Aligeramiento 1	599 – 4553
Aligeramiento 2	490 – 4073
Aligeramiento 3	508 – 4153
Aligeramiento 4	495 - 3855
Aligeramiento 5	1067 - 4558
Aligeramiento 6	912 - 2781

Se observa que las frecuencias naturales de las geometrías aligeradas son inferiores a las del engranaje básico. Esto se debe a que, aunque la reducción de masa tiende a aumentar las frecuencias, el aligeramiento también reduce la rigidez de la pieza en ciertas zonas críticas. Como la disminución en la rigidez es mayor que la de masa, resultan frecuencias naturales más bajas. Este comportamiento es típico en piezas donde el material retirado afecta a la integridad estructural global, y por ello es clave al evaluar el comportamiento dinámico de las geometrías aligeradas.

Esto también explica por qué las frecuencias naturales de las distintas geometrías aligeradas son muy similares entre sí: la variación de masa y rigidez entre ellas es pequeña, de modo que su respuesta dinámica frente a las frecuencias de excitación será prácticamente equivalente.

Dado que no existen diferencias significativas entre las geometrías en este aspecto, el comportamiento modal no se considera un criterio de comparación. En cambio, se trata de un requisito a cumplir, un aspecto que todas las geometrías deben satisfacer para garantizar que la etapa funcione correctamente desde el punto de vista dinámico. Es decir, todas las opciones evaluadas cumplen de manera satisfactoria este requisito, y por tanto no influye en la selección final de la geometría.

Para determinar el comportamiento de las geometrías se comparan sus frecuencias naturales con las de excitación. A continuación se presentan resumidas en forma de tabla las frecuencias de excitación calculadas anteriormente en el apartado 5 “CÁLCULO DE LAS FRECUENCIAS DE EXCITACIÓN” de este documento. Se recuerda que las frecuencias de excitación que se presentan han sido calculadas para 50.000 rpm. Dado que en servicio la máquina girará entre 0 y 50.000 rpm, las frecuencias de excitación para cada velocidad se obtendrán reduciendo proporcionalmente los valores mostrados según la velocidad instantánea.

Tabla 36: Frecuencias de excitación de la etapa planetaria

Excitación	Frecuencia (Hz)
Velocidad de rotación del sol	833,33
Velocidad de rotación del planeta	218,69

Frecuencia de engrane Etapa Planetaria	17714,3
---	---------

Tabla 37: Frecuencias de excitación de la etapa ordinaria helicoidal

Excitación	Frecuencia (Hz)
Velocidad de rotación del piñón	95,24
Velocidad de rotación de la corona	23,81
Frecuencia de engrane Etapa Ordinaria Helicoidal	1428,6

Según Shigley (2021), para evitar resonancias críticas, las frecuencias de excitación deben estar a una distancia de un tercio respecto de la frecuencia natural.

Si comparamos el rango de frecuencias naturales de la etapa planetaria tras implementar las diferentes geometrías de aligeramiento (Tabla 34) con las frecuencias de excitación cuando la máquina eléctrica gira a 50.000 rpm (Tabla 36), se observa que ambos rangos son muy diferentes. Mientras que las frecuencias de excitación ocasionadas por la velocidad de giro de los engranajes son muy inferiores a las frecuencias naturales y por supuesto quedan fuera del límite de un tercio del valor de la frecuencia natural, por lo que no existe coincidencia; la frecuencia de malla o engrane es considerablemente superior, de forma que cuando el vehículo circule despacio y por tanto las revoluciones por minuto de la máquina eléctrica sean mucho menores sí se producirá resonancia.

Como ya se ha mencionado, esta configuración de la etapa planetaria priorizaba su comportamiento a nivel modal. En caso de haber seleccionado una hipótesis con engranajes de dimensiones más reducidas, este comportamiento habría empeorado considerablemente. Esto es debido a que al reducir estas dimensiones, aunque la masa sería menor, aumentaría la rigidez del componente. Al aumentar la relación rigidez-masa lo hacen también las frecuencias naturales del sistema. Esto, junto con frecuencias de malla más bajas al ser engranajes de menor número de dientes, provocaría que la coincidencia entre las frecuencias naturales y de excitación se

produjera a velocidades de giro mucho más elevadas, lo que es mucho peor para la transmisión.

Es preferible que la coincidencia entre las frecuencias naturales del sistema y las frecuencias de excitación suceda a bajas revoluciones por minuto. Esto se debe a que, a bajas rpm, las fuerzas y tensiones generadas son menores, por lo que el impacto de una posible resonancia es menos crítico para la integridad estructural del engranaje. Por el contrario, si la resonancia ocurriese a altas rpm, donde las cargas y velocidades son mayores y el tiempo de operación es en muchas ocasiones más prolongado (como en la circulación por autopista), el riesgo de fallo debido a vibraciones sería mucho mayor. Por ello, en el diseño de la etapa planetaria se busca que cualquier coincidencia de frecuencias tenga lugar en el rango de bajas revoluciones, asegurando un funcionamiento seguro y fiable durante todo el régimen de operación.

Además, como las geometrías de aligeramiento ya han reducido significativamente la masa, reducir aún más las dimensiones de los engranajes tendría un efecto limitado sobre el peso total, ya que no reduciría mucho la masa, y empeoraría el comportamiento modal. Por tanto, esta hipótesis que actúa en beneficio del comportamiento modal es la óptima.

Aunque no es estrictamente necesario (pues las frecuencias de excitación de una etapa se atenúan significativamente antes de transmitirse a la siguiente y su influencia directa en la resonancia es mínima), si se compararan las frecuencias naturales de la etapa planetaria con las generadas en la etapa ordinaria helicoidal, se observa que estas de nuevo son más bajas que las frecuencias naturales de los engranajes y fuera del margen de un tercio de la frecuencia natural, de forma que nunca provocarán resonancia.

En cuanto a la etapa ordinaria helicoidal, se observa que la coincidencia entre las frecuencias naturales (Tabla 35) y las frecuencias de excitación (Tabla 37) es inevitable a lo largo de prácticamente todo su rango operativo. Esta situación implica que la resonancia no puede ser evitada mediante el diseño geométrico o la selección de dimensiones.

8.3 CONCLUSIÓN MODAL

Dado que en el comportamiento modal no se han identificado diferencias entre las distintas geometrías al tener todas frecuencias naturales muy similares y por tanto una respuesta dinámica prácticamente idéntica, este parámetro no aporta capacidad de diferenciación en el proceso de selección. En lugar de tratarse de un criterio comparativo, se clasifica como condición mínima de diseño, la cual debe cumplirse para asegurar un funcionamiento dinámico adecuado. Todas las geometrías analizadas satisfacen esta condición, por lo que el análisis modal se limita a validar el cumplimiento del requisito, sin influir de forma directa en la decisión final.

La geometría seleccionada para la etapa planetaria ha permitido reducir los efectos de la resonancia, dado que esta solo se produce a bajas revoluciones; en contraste, en la etapa ordinaria helicoidal, la resonancia es inevitable a lo largo de prácticamente todo el rango de funcionamiento.

Como en ambas etapas se produce una coincidencia entre las frecuencias naturales del sistema y las frecuencias de excitación (en el caso de la etapa ordinaria helicoidal durante todo el funcionamiento, mientras que en el caso de la etapa planetaria solo a bajas velocidades angulares), es decir, ocurre resonancia; es necesario implementar medidas específicas para mitigar sus efectos. La resonancia puede causar amplificaciones significativas en las vibraciones, lo que se traduce en daños estructurales, incremento de ruido y reducción de la vida útil del sistema.

Aunque el análisis detallado y la aplicación de soluciones específicas quedan fuera del alcance de este trabajo y constituyen un área para futuros estudios, es importante mencionar algunas estrategias habituales en distintos sectores industriales:

- Aumento del amortiguamiento: mediante materiales viscoelásticos, capas especiales o elementos diseñados para disipar energía vibratoria, reduciendo la amplitud de las vibraciones en condiciones de resonancia.
- Uso de aisladores antivibratorios: que desacoplan la estructura del entorno o soporte, como soportes específicos en automoción que aíslan la caja de

engranajes del chasis, mejorando la durabilidad de los componentes y el confort acústico y vibracional.

Estas técnicas, aunque no se abordan en detalle en este trabajo, son fundamentales para la gestión eficiente de la resonancia y se aplican ampliamente no solo en automoción, sino también en sectores como la generación de energía, la maquinaria industrial o la construcción naval.

El análisis de estas opciones y la selección de la más adecuada para este caso serán objeto de futuros estudios.

En conclusión, el diseño de la etapa planetaria cumple eficazmente con los objetivos de comportamiento modal, mientras que en la etapa ordinaria helicoidal la resonancia es inevitable. Además, todas las geometrías aligeradas muestran comportamientos similares, por lo que este análisis modal se clasifica como una condición mínima de diseño en lugar de como un criterio comparativo. Deberán realizarse estudios futuros sobre estrategias de mitigación de resonancia, incluyendo aumento del amortiguamiento, aislamiento antivibratorio y otras técnicas de control vibracional, para garantizar la durabilidad, el confort y el correcto funcionamiento de la transmisión bajo todo el rango operativo.

9 CONCLUSIÓN

En este documento se han recopilado los cálculos analíticos, simulaciones numéricas y evaluaciones geométricas necesarias para caracterizar el comportamiento de los engranajes de ambas etapas según las geometrías propuestas.

A partir de estos resultados se han establecido las primeras conclusiones sobre la validez de los materiales y geometrías analizadas, identificando cuáles cumplen y en qué grado los requisitos de resistencia a fatiga, comportamiento modal y reducción de peso, y cuáles deben descartarse.

La comparativa global, junto con la selección final de la geometría y el material más adecuados, se desarrolla en el Documento I: “Memoria”, donde se integran además

criterios de fabricación y coste con el fin de justificar la solución óptima para la transmisión.

10 REFERENCIAS

ANSYS, Inc. 2025. Modal Analysis in ANSYS Mechanical. Innovation Space. [Consulta:26-04-2025].

<https://innovationspace.ansys.com/courses/courses/modal-analysis-in-ansys-mechanical/lessons/how-to-perform-modal-analysis-lesson-1-2/>

Avilés González, R. 2015. *Métodos de cálculo de fatiga para ingeniería*, Paraninfo, Madrid. ISBN 978-84-283-3518-8.

Budynas, R.G., Nisbett, J.K. & Shigley, J.E. 2021. *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley, Undécima ed.; Novena en español*, McGraw-Hill Interamericana Editores, Ciudad de México. ISBN 978-1-4562-8761-0.

Cortizo Rodríguez, J.L.; Rodríguez Ordóñez, E.; Fernández Rico, J.E.; Sierra Velasco, J.M.; Fernández Rodríguez, M.R.; Vijande Díaz, R. 2010. *Elementos de máquinas: teoría y problemas, 3ª edn*, Ediciones de la Universidad de Oviedo, Oviedo. ISBN 978-84-8317-814-0.

Decker, K. & Miguel Uñon, E.d. 1980, *Elementos de máquinas*, Urmo, Bilbao. ISBN 84-314-0340-3.

Deutsches Institut für Normung. 1987. DIN 3990: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern. Berlin: DIN. [Consulta: 16-08-2025]. <https://www.din.de>

Deutsches Institut für Normung. 1979. DIN 780 Serie 1: Zahnriemen — Trapezprofil. Berlin: DIN. [Consulta: 02-03-2025]. <https://www.din.de>

Hu, Y., Talbot, D. y Kahraman, A. 2018. *A Load Distribution Model for Planetary Gear Sets. Journal of Mechanical Design*, 140(5), pp. 1-14. <https://doi.org/10.1115/1.4039337>

Kahraman, A., Kharazi, A.A. y Umrani, M. 2003. *A deformable body dynamic analysis of planetary gears with thin rims. Journal of Sound and Vibration*, 262(3), pp. 752-768. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(03\)00122-6](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00122-6)

Kalyani Transmission Technology Ltd. 2025. Single Speed EV Gear Box – EGDK Series (dry weight approx. 8 kg to 25 kg). [Consulta: 02-03-2025]. <https://kalyanitransmissiontechnology.com/aggregates/single-and-two-speed-ev-gear-box/>

- Lee, H. 2018, Finite element simulations with ANSYS Workbench 19: theory, applications, case studies, SDC Publications, Mission, Kansas.
- Less Boring Lectures. 2020. Lewis bending stress at the teeth of a gear in just over 12 minutes [vídeo]. 12 minutos. [Consulta 12-03-2025]. <https://www.youtube.com/watch?v=J1i29j43trM>
- Less Boring Lectures. 2020. Gear PITTING – Surface contact stress fatigue failure in just over 10 minutes [vídeo]. 10 min. [Consulta 12-03-2025]. <https://www.youtube.com/watch?v=g2q-S6SJ9n4>
- MatWeb LLC. MatWeb: Online Materials Information Resource. [Consulta: 16-03-2025]. <https://www.matweb.com/index.aspx>
- Mott, R.L. 2006, *Diseño de elementos de máquinas*, 4ª edn, Prentice Hall, México. ISBN 978-970-26-0812-7.
- Niemann, G. 1973, *Tratado teórico-práctico de elementos de máquinas: cálculo, diseño y construcción*, 2ª edn, Labor, Barcelona. ISBN 84-335-6287-8.
- Niemann, G., Fenellosa Coral, J. & Hirt, M. 1987, *Elementos de máquinas*, Labor, Barcelona. ISBN 84-335-6326-2.
- Schweigert, D., Gerlach, M. E., Hoffmann, A., Tripps, A., Lohner, T., Otto, M., Ponick, B., Morhard, B., & Stahl, K. 2020. *On the impact of maximum speed on the power density of electromechanical powertrains. Vehicles*, 2(2), 366–397. <https://doi.org/10.3390/vehicles2020020>
- Schweigert, D.; Morhard, B.; Oberneder, F.; Pointner-Gabriel, L.; Otto, M.; Stahl, K. 2024. *Numerical and experimental investigations on the vibration behavior of a high-speed planetary gearbox. Forschung im Ingenieurwesen*, 88(7), pp. 1-14. <https://doi.org/10.1007/s10010-024-00727-5>
- Zhang, Y.; Du, J.; Mao, J.; Xu, M. 2020. *Dynamic Analysis of High-Speed Helical Gear Transmission in Pure Electric Vehicle Gearbox. Shock and Vibration*, Article ID 6639372, 19 pp. <http://dx.doi.org/10.1155/2020/6639372>

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN**

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



Trabajo Fin de Grado

**ANÁLISIS DE ENGRANAJES ULTRALIGEROS EN
LA TRANSMISIÓN DE MOTORES ELÉCTRICOS
DE ALTA VELOCIDAD**

DOCUMENTO III: PLANOS

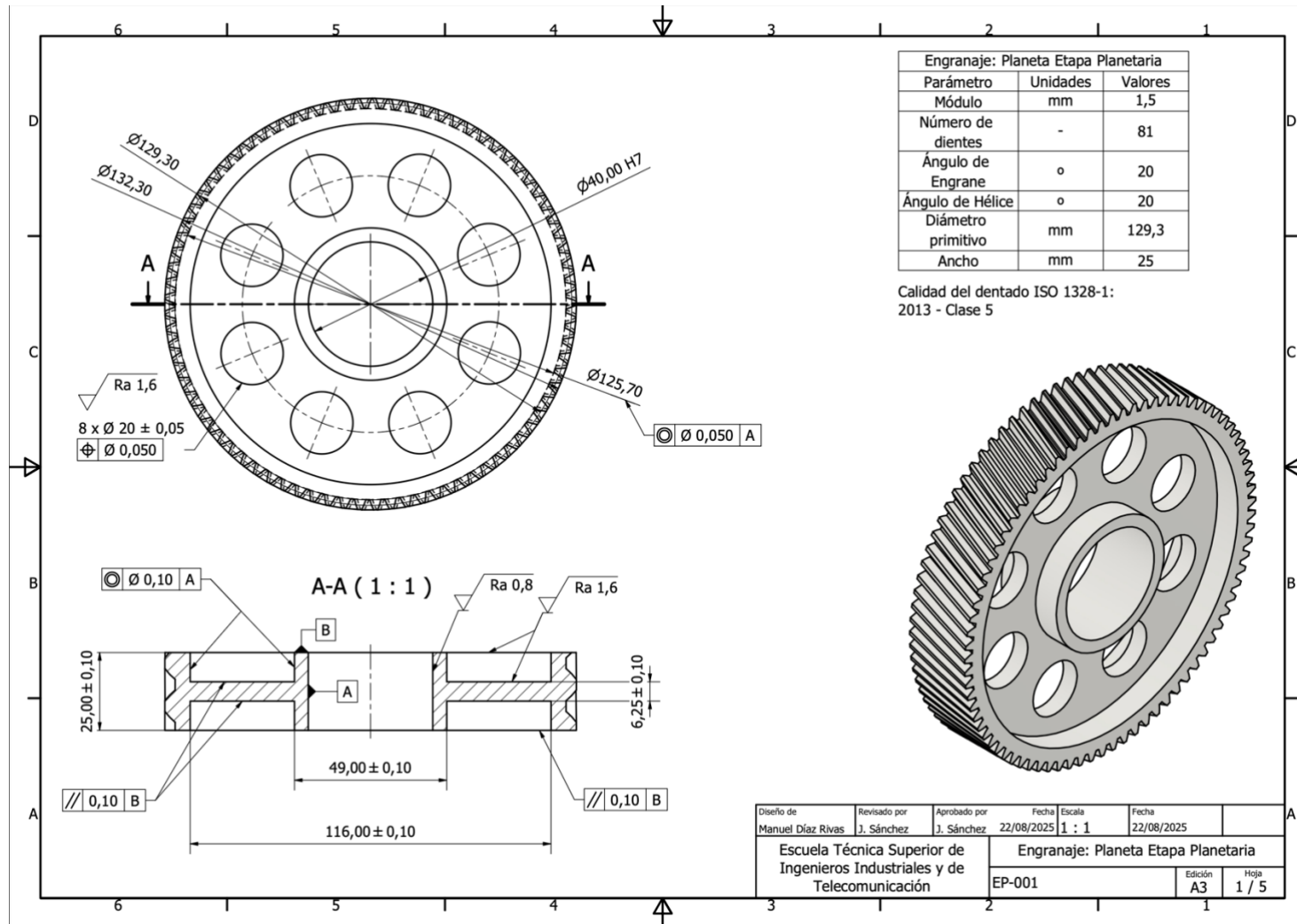
Autor: Manuel Díaz Rivas

Septiembre – 2025

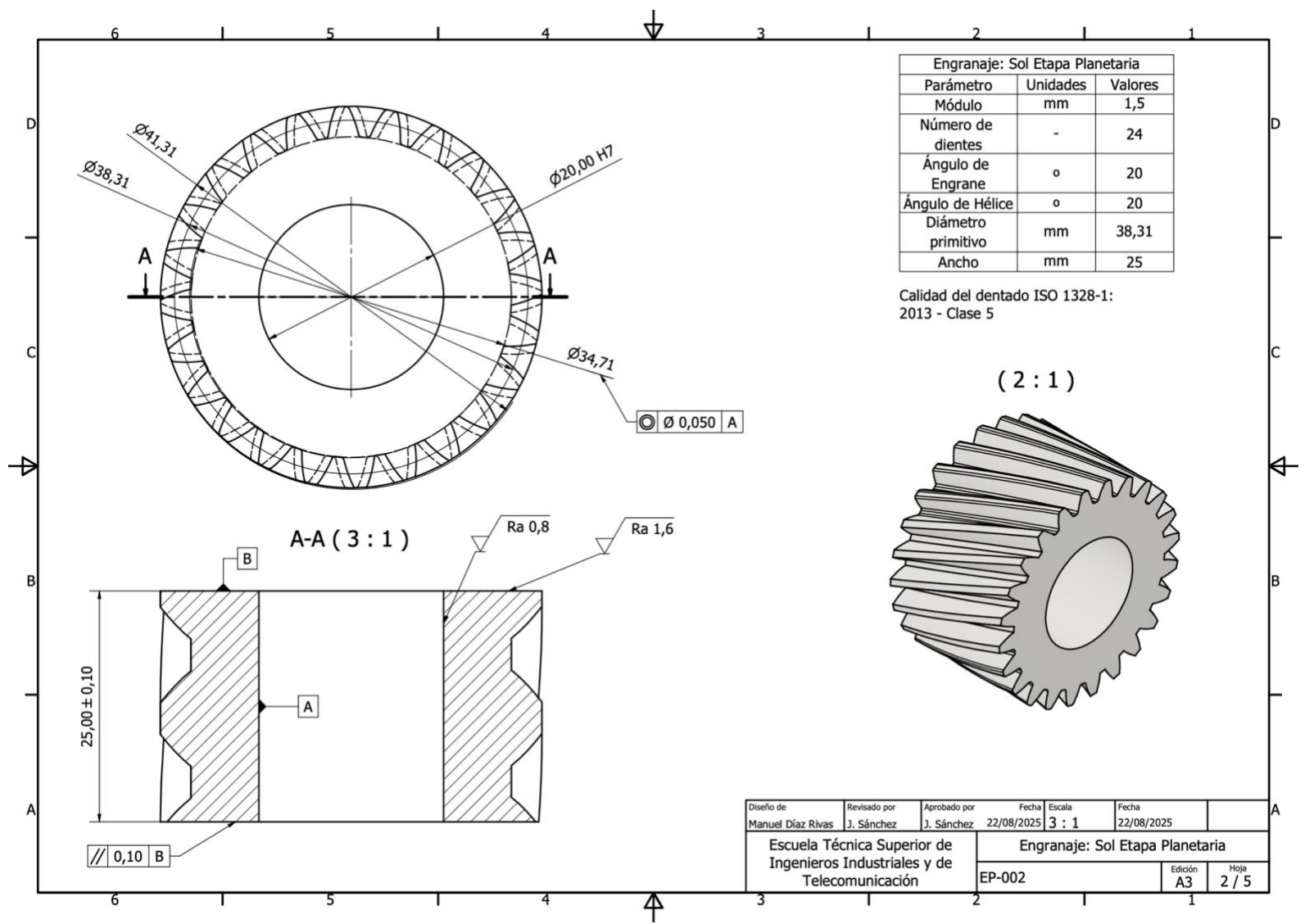
ÍNDICE

1	PLANO I: PLANETA ETAPA PLANETARIA	3
2	PLANO II: SOL ETAPA PLANETARIA.....	4
3	PLANO III: ANILLO ETAPA PLANETARIA	5
4	PLANO IV: CORONA ETAPA ORDINARIA HELICOIDAL	6
5	PLANO V: PIÑÓN ETAPA ORDINARIA HELICOIDAL.....	7

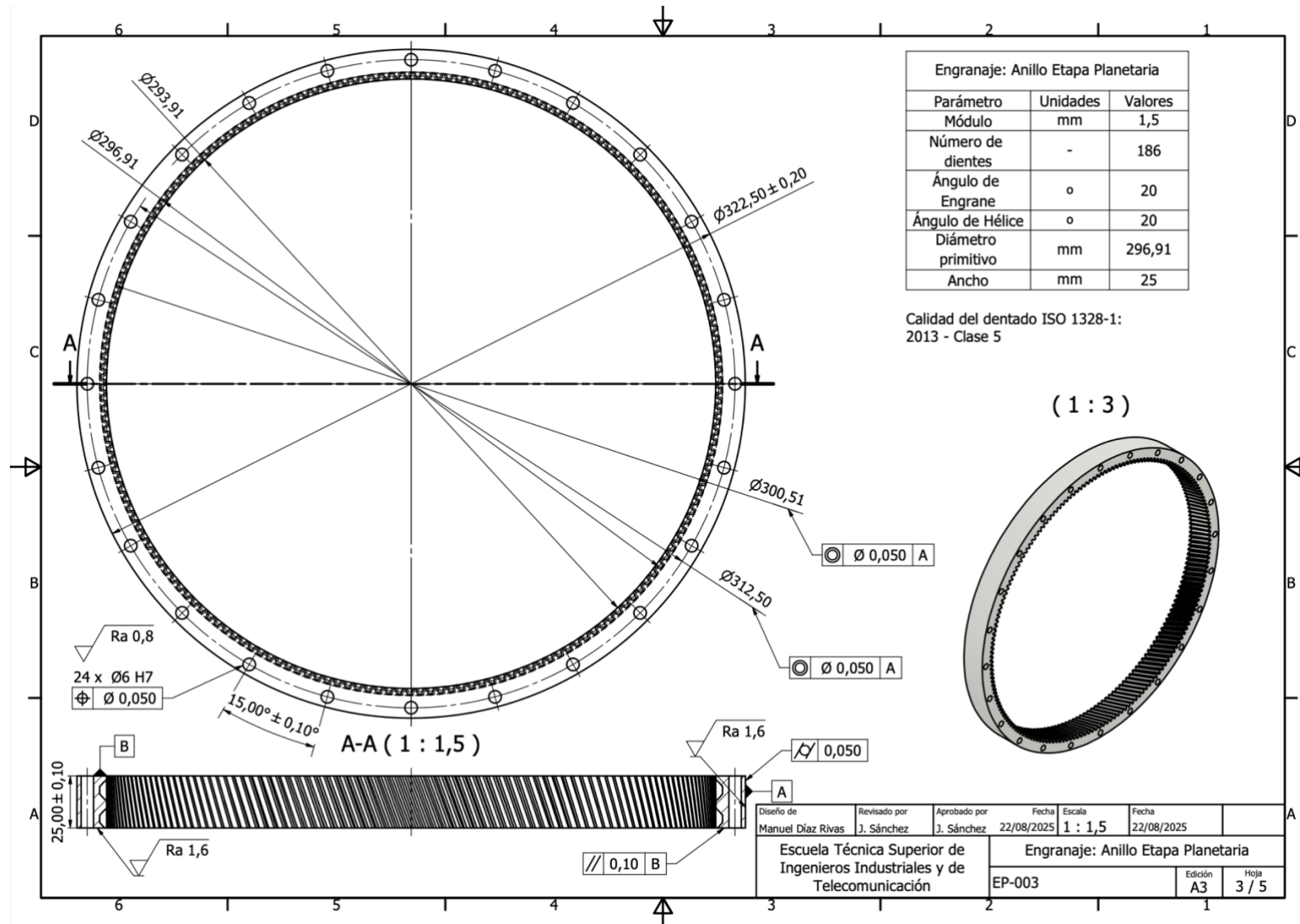
1 PLANO I: PLANETA ETAPA PLANETARIA



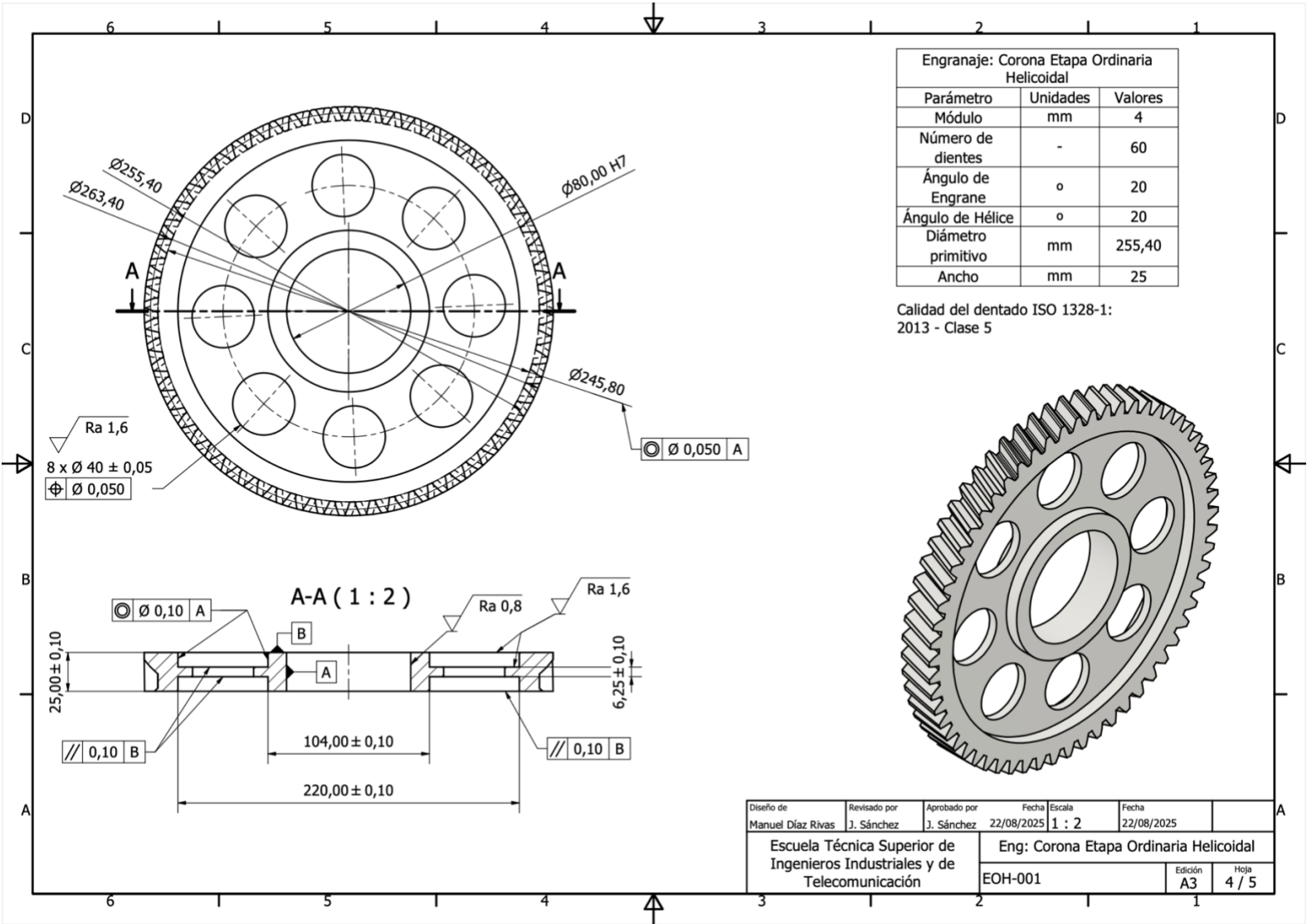
2 PLANO II: SOL ETAPA PLANETARIA



3 PLANO III: ANILLO ETAPA PLANETARIA



4 PLANO IV: CORONA ETAPA ORDINARIA HELICOIDAL



Engranaje: Piñón Etapa Ordinaria Helicoidal

Parámetro	Unidades	Valores
Módulo	mm	4
Número de dientes	-	15
Ángulo de Engrane	°	20
Ángulo de Hélice	°	20
Diámetro primitivo	mm	63,85
Ancho	mm	25

Calidad del dentado ISO 1328-1:
2013 - Clase 5

(1,5 : 1)

Technical drawing of a helical gear (Engranaje: Piñón Etapa Ordinaria Helicoidal) showing front view, cross-section A-A (2:1), and isometric view.

Front View Dimensions:

- Outer Diameter: $\varnothing 71,85$
- Primitive Diameter: $\varnothing 63,85$
- Root Diameter: $\varnothing 25,00 \text{ H7}$
- Central Hole Diameter: $\varnothing 54,25$
- Surface Texture: $Ra 0,050$ at location A

Cross-section A-A (2:1) Dimensions:

- Width: $25,00 \pm 0,10$
- Surface Texture: $Ra 0,8$ and $Ra 1,6$
- Fillet Radius: $R0,10$ at location B

Isometric View: (1,5 : 1)

Diseño de	Revisado por	Aprobado por	Fecha	Escala	Fecha	
Manuel Díaz Rivas	J. Sánchez	J. Sánchez	22/08/2025	2 : 1	22/08/2025	

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales y de Telecomunicación		Eng: Piñón Etapa Ordinaria Helicoidal	
EHOH-002		Edición A3	Hoja 5 / 5

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN**

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



Trabajo Fin de Grado

**ANÁLISIS DE ENGRANAJES ULTRALIGEROS EN
LA TRANSMISIÓN DE MOTORES ELÉCTRICOS
DE ALTA VELOCIDAD**

**DOCUMENTO IV: PLIEGO DE
CONDICIONES**

Autor: Manuel Díaz Rivas

Septiembre – 2025

ÍNDICE

1	DISPOSICIONES GENERALES	5
1.1	OBJETO DEL PLIEGO	5
1.2	COMPATIBILIDAD Y RELACIÓN ENTRE DOCUMENTOS	5
1.3	PARTICIPANTES	5
1.3.1	La Propiedad	5
1.3.2	Ingeniero Técnico Industrial	6
1.3.3	Contratista de fabricación	6
1.3.4	Equipo de integración y montaje	6
2	CONDICIONES TÉCNICAS	6
2.1	DOCUMENTOS DE SOPORTE	7
3	MATERIALES	7
3.1	DISCOS DE ACERO 20MnCr5 PARA PROTOTIPO	7
3.2	BARRAS DE ACERO PARA PRODUCCIÓN EN SERIE	8
4	ESPECIFICACIONES DE EJECUCIÓN	8
4.1	CORTE DE MATERIA PRIMA	8
4.2	TORNEADO CNC	9
4.3	MECANIZADO CNC	9
4.4	TALLADO DE DIENTES	9
4.5	CEMENTACIÓN Y TRATAMIENTO TÉRMICO	9
4.6	RECTIFICADO FINAL DE DIENTES	10
4.7	FORJA EN MATRIZ CERRADA (PRODUCCIÓN EN SERIE)	10
4.8	CONTROL DE CALIDAD	10
4.9	TRANSPORTE	10
5	PLIEGO DE CONDICIONES ECONÓMICAS	10
5.1	PRECIOS	11
5.2	GARANTÍA	11
5.3	GASTOS E IMPUESTOS	11
5.4	RECLAMACIÓN POR AUMENTO DE PRECIOS	11
5.5	REVISIÓN DE PRECIOS	12
5.6	PAGOS	12
6	CONDICIONES LEGALES	12
6.1	MARCO JURÍDICO	12
6.2	ACCIDENTES DE TRABAJO Y DAÑOS A TERCEROS	12

6.3	RESPONSABILIDAD CIVIL	13
6.4	PERMISOS Y CERTIFICADOS	13
6.5	RESCISIÓN DEL CONTRATO	13
7	ESTUDIO DE SEGURIDAD EN EL TRABAJO	13
7.1	OBJETO DEL ESTUDIO	13
7.2	TIPOS DE PELIGROS EXISTENTES	14
7.2.1	Peligros mecánicos	14
7.2.2	Peligros eléctricos	15
7.2.3	Peligros térmicos.....	16
7.2.4	Peligros por ruidos y vibraciones.....	16
7.2.5	Peligros por sustancias peligrosas	17
7.3	MEDIDAS DE PREVENCIÓN DE RIESGOS LABORALES	18
7.3.1	Medidas preventivas para el personal.....	18
7.3.2	Medidas preventivas en maquinaria.....	19
8	CONTROL DE CALIDAD	19
8.1	CONTROL DE CALIDAD DE LA DOCUMENTACIÓN.....	20
8.2	CONTROL DE CALIDAD DURANTE LA FABRICACIÓN.....	20

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Señalización de peligros mecánicos	15
Figura 2: Señalización de peligros eléctricos	15
Figura 3: Señalización de peligros térmicos.....	16
Figura 4: Señalización de peligros por ruidos y vibraciones.....	17
Figura 5: Señalización de peligros por sustancias	17
Figura 6: Señalización de normativa de EPI	19

1 DISPOSICIONES GENERALES

1.1 OBJETO DEL PLIEGO

El presente pliego de condiciones tiene como finalidad establecer las especificaciones técnicas, administrativas y legales necesarias para la correcta ejecución del proyecto “Análisis de Engranajes Ultraligeros en la transmisión de motores eléctricos de Alta Velocidad”. Este documento garantiza que el desarrollo del mismo se realice conforme a los criterios definidos, evitando posibles interpretaciones erróneas que puedan comprometer la funcionalidad, seguridad o calidad del resultado final.

1.2 COMPATIBILIDAD Y RELACIÓN ENTRE DOCUMENTOS

El proyecto técnico está estructurado de forma que todos los documentos que lo componen son coherentes entre sí y se complementan mutuamente. El Pliego de Condiciones forma parte del conjunto documental junto con la “Memoria”, “Planos”, “Cálculos” y el “Presupuesto”; de forma que con los tres primeros y el presente pliego el proyecto pueda ser ejecutado de manera íntegra.

Desde el punto de vista técnico, los documentos más relevantes son la Memoria, los Planos y los Cálculos. En lo referente a aspectos administrativos y contractuales, el Pliego de Condiciones y el Presupuesto constituyen los documentos de referencia.

1.3 PARTICIPANTES

A continuación se definen los principales agentes intervinientes en el desarrollo y ejecución del proyecto, junto con sus funciones y responsabilidades.

1.3.1 La Propiedad

Suele tratarse de una empresa o fabricante de vehículos eléctricos interesada en mejorar la densidad de potencia de sus transmisiones y las prestaciones del vehículo.

Es la entidad que financia y encarga el desarrollo de la transmisión para el vehículo eléctrico. Asume los costes de diseño, fabricación y validación del prototipo, así como la definición de los requisitos funcionales y de rendimiento.

1.3.2 Ingeniero Técnico Industrial

Es el responsable de la redacción técnica del proyecto, del cumplimiento de las normativas de diseño vigentes, del análisis y la verificación de los cálculos estructurales y de resistencia de los engranajes, así como de asegurar que los materiales y geometrías seleccionados satisfacen los criterios de seguridad, eficiencia y viabilidad técnica.

1.3.3 Contratista de fabricación

Es el responsable de la fabricación de los engranajes, conforme a los planos, especificaciones técnicas, materiales y procesos de fabricación definidos por el Ingeniero Técnico Industrial. Será responsable de verificar el cumplimiento de las condiciones de fabricación.

1.3.4 Equipo de integración y montaje

Encargado de ensamblar los engranajes dentro del sistema de transmisión del tren motriz eléctrico. Debe seguir los planos, procedimientos e instrucciones técnicas de montaje, definidos por el ingeniero responsable, garantizando la correcta instalación y funcionamiento del conjunto.

2 CONDICIONES TÉCNICAS

Para garantizar el correcto desarrollo del sistema de transmisión con engranajes sometidos a altas velocidades de rotación, todos los agentes involucrados deberán tener acceso a la información técnica necesaria y precisa del proyecto.

Durante el desarrollo del proyecto, los informes deberán reflejar de forma detallada tanto los resultados obtenidos como las fases de diseño y análisis seguidas.

Los procedimientos de cálculo están descritos en el “Documento II: Cálculos”, donde se incluyen tanto los criterios de dimensionado como las comprobaciones de resistencia, fatiga, vibración y vida útil, con especial atención al comportamiento mecánico bajo condiciones de alta velocidad de giro.

En caso de que el contratista delegue parte del proceso de fabricación a terceros, deberá comunicarlo previamente a la Propiedad y al Ingeniero Técnico Industrial. La subcontrata deberá garantizar el cumplimiento de las especificaciones técnicas, estándares de calidad y plazos de entrega establecidos por La Propiedad y el Ingeniero Técnico Industrial.

2.1 DOCUMENTOS DE SOPORTE

El presente proyecto se sustenta en los siguientes documentos técnicos, que deben ser considerados de forma conjunta y coordinada:

- Documento I – Memoria: Describe el contexto, objetivos, metodología, criterios de selección de materiales y diseños de engranajes, análisis comparativo de alternativas y justificación de las soluciones adoptadas.
- Documento II – Cálculos: Recoge los cálculos de diseño y verificación estructural de los engranajes, incluyendo resistencias a flexión, contacto, fatiga, análisis de tensiones, comportamiento dinámico a alta velocidad, etc.
- Documento III – Planos: Incluye los planos acotados necesarios para la fabricación de todos los componentes diseñados.
- Documento IV – Pliego de condiciones: Establece los requisitos técnicos, contractuales, de calidad y seguridad que deben regir la ejecución del proyecto.
- Documento V – Presupuesto: Este documento establece el coste total estimado de ejecución del proyecto. Su finalidad es servir como referencia orientativa para la planificación económica.

3 MATERIALES

Los materiales empleados en la fabricación de los engranajes del prototipo y en la futura producción en serie se detallan a continuación.

3.1 DISCOS DE ACERO 20MnCr5 PARA PROTOTIPO

Para la construcción del prototipo se emplearon discos de acero aleado 20MnCr5, con diámetros ligeramente superiores a los de los engranajes y una altura de 40 mm, elegidas para asegurar margen suficiente en el mecanizado final.

En lugar de adquirir barras comerciales de varios metros de longitud, se solicitó al proveedor el suministro de discos cortados a medida, lo que facilitó la fabricación pero supuso un sobre coste, tanto por el reducido volumen de pedido como por la necesidad de dimensiones no estándar.

Las propiedades mecánicas y de resistencia aplicables al cálculo de engranajes fabricados con este acero se recogen en las Tablas 25-27 de la memoria.

3.2 BARRAS DE ACERO PARA PRODUCCIÓN EN SERIE

Para la producción en serie se utilizarán barras también de acero 20MnCr5 como materia prima para alimentar el proceso de forja en matriz cerrada.

Estas barras se adquirirán en grandes volúmenes (varias toneladas), lo que permite aprovechar economías de escala y descuentos por volumen, reduciendo significativamente el coste unitario frente al material del prototipo.

El cálculo del volumen de pedido se ha realizado considerando el peso total de las piezas necesarias para la fabricación de 100.000 transmisiones completas, al que se ha añadido un coeficiente de seguridad del 25% para cubrir desperdicios de material o desviaciones en el proceso.

Las propiedades mecánicas y de resistencia aplicables al cálculo de engranajes fabricados con este acero se presentan en las Tablas 25-27 de la memoria.

4 ESPECIFICACIONES DE EJECUCIÓN

Para la fabricación de los engranajes de la transmisión, se deben seguir los procedimientos descritos a continuación.

4.1 CORTE DE MATERIA PRIMA

El material base del prototipo, los discos de acero 20MnCr5, se cortarán mediante sierra de cinta, con el objetivo de obtener secciones próximas a las dimensiones finales de las piezas, dejando margen suficiente para el mecanizado posterior. Se deberá minimizar el daño superficial y las deformaciones durante el corte.

4.2 TORNEADO CNC

Los engranajes se mecanizarán mediante torneado CNC con el objetivo de garantizar tolerancias precisas en los diámetros y superficies de ajuste. En el caso de los engranajes aligerados, los rebajes se realizarán también en esta operación, dejándolos con la precisión necesaria y preparados para el posterior taladrado de los orificios.

4.3 MECANIZADO CNC

Los orificios internos, el sistema de acoplamiento al eje y los orificios de aligeramiento se realizarán mediante mecanizado CNC, asegurando el cumplimiento de las tolerancias dimensionales y geométricas definidas en los planos y documentos de cálculo.

También se mecanizan mediante CNC los agujeros de fijación en el anillo, distribuidos en su circunferencia, necesarios para permitir la unión del engranaje a la carcasa. Estas operaciones de taladrado se llevan a cabo manteniendo el margen definido respecto a la base de los dientes, de modo que no comprometan la rigidez ni la correcta distribución de tensiones en la raíz.

4.4 TALLADO DE DIENTES.

Los dientes de los engranajes se generarán mediante tallado con fresa madre helicoidal, empleando herramientas adecuadas a los diferentes módulos de cada etapa de la transmisión. En el caso del anillo de la etapa planetaria, se realizará un tallado interior, garantizando tanto la correcta geometría del dentado como la precisión de la relación de transmisión entre etapas.

4.5 CEMENTACIÓN Y TRATAMIENTO TÉRMICO

Los engranajes se someterán a un proceso de cementación en hornos industriales de atmósfera controlada, seguido de los tratamientos térmicos correspondientes (temple y revenido). Estos equipos, permiten obtener la dureza superficial y la tenacidad en núcleo requeridas para cumplir con las especificaciones de resistencia a fatiga y carga de contacto.

4.6 RECTIFICADO FINAL DE DIENTES

Tras el tratamiento térmico, los dientes deberán rectificarse en máquinas rectificadoras de engranajes. Este proceso asegura la exactitud geométrica y la rugosidad superficial adecuada de los engranajes en ambas etapas de la transmisión.

4.7 FORJA EN MATRIZ CERRADA (PRODUCCIÓN EN SERIE)

Para la fabricación en serie, los engranajes se producirán mediante forja en matriz cerrada, utilizando barras de acero 20MnCr5 como materia prima. En este proceso, la barra se calienta hasta alcanzar la temperatura de forja y se introduce en un molde que reproduce la geometría final del engranaje. La forja en matriz cerrada permite producir grandes cantidades de engranajes con alta repetibilidad, excelente densidad y resistencia mecánica, además de reducir el desperdicio de material frente a mecanizado desde barra maciza.

Dadas las dimensiones de los engranajes, se estima que cada matriz tendrá una vida útil de algo más de 100.000 usos. Por esta razón, para el engranaje del planeta se requerirán tres matrices, asegurando así la producción completa sin comprometer la precisión o la geometría de los dientes.

4.8 CONTROL DE CALIDAD

Se realizarán inspecciones verificando dimensiones, tolerancias, geometría de dientes, acabado superficial y dureza, mediante técnicas apropiadas.

4.9 TRANSPORTE

Los componentes fabricados se almacenarán y transportarán con protecciones adecuadas para evitar daños, deformaciones o contaminación, garantizando la integridad de las piezas hasta su ensamblaje final.

5 PLIEGO DE CONDICIONES ECONÓMICAS

Este apartado establece los criterios económicos aplicables a la fabricación, con especial atención a los métodos de pago y plazos. Todas las condiciones aquí

expuestas deberán quedar recogidas en los contratos firmados entre las partes implicadas, la Propiedad y el Contratista, garantizando un marco económico claro para la ejecución del proyecto.

5.1 PRECIOS

Los precios correspondientes a la adquisición de materias primas y procesos de fabricación estarán detallados en el “Documento V – Presupuesto”.

El pago de cada fase se efectuará una vez verificada la conformidad de los componentes fabricados con los requisitos técnicos recogidos en este pliego y previamente establecidos por parte de la Propiedad y el Ingeniero Técnico Industrial.

5.2 GARANTÍA

El periodo de garantía se estipulará mediante el contrato. En caso de reclamaciones por defectos de fabricación, el contratista asumirá todos los gastos derivados, incluyendo material y mano de obra.

5.3 GASTOS E IMPUESTOS

Todos los gastos correspondientes a cualquier gravamen interpuesto por autoridades locales, autonómicas y nacionales corren a cargo del contratista. El IVA queda exento de dichos impuestos.

5.4 RECLAMACIÓN POR AUMENTO DE PRECIOS

No se admitirán reclamaciones por parte del contratista por desviaciones en los precios una vez firmado el contrato, salvo que dichas variaciones hayan sido previamente notificadas y justificadas, y cuenten con la aprobación expresa de la Propiedad.

Errores en el uso de materiales, en la interpretación de planos o en el número de piezas fabricadas podrán corregirse durante el proyecto sin que esto invalide el contrato.

5.5 REVISIÓN DE PRECIOS

En caso de que el coste total de ejecución del proyecto experimente una desviación superior al 10% respecto al valor previsto en el Presupuesto Estimado, se podrá proceder a una revisión económica consensuada entre la Propiedad y el Contratista.

Si la Propiedad no está de acuerdo con el nuevo presupuesto propuesto por el Contratista, se abrirá una nueva negociación para valorar posibles ajustes técnicos o económicos, considerando los factores de mercado.

5.6 PAGOS

Los pagos serán efectuados por el Propietario al contratista conforme a los plazos acordados en el contrato.

6 CONDICIONES LEGALES

6.1 MARCO JURÍDICO

Para el desarrollo del proyecto se deberá cumplir la normativa técnica y legal vigente relacionada con el diseño y fabricación de componentes mecánicos para vehículos eléctricos. Es responsabilidad del Ingeniero Técnico Industrial y de la Propiedad garantizar dicho cumplimiento, bajo las condiciones establecidas en el contrato.

6.2 ACCIDENTES DE TRABAJO Y DAÑOS A TERCEROS

Durante la fabricación de los componentes, el contratista será responsable de la seguridad del proceso y de evitar cualquier tipo de daño a personas o bienes. Durante el montaje, esta responsabilidad recaerá en el equipo encargado de la integración del sistema. Cada parte deberá aplicar las medidas y proporcionar el equipo necesarios para prevenir accidentes.

En caso de accidente en la fabricación o ensamblaje, la responsabilidad será del contratista y del equipo de montaje respectivamente.

6.3 RESPONSABILIDAD CIVIL

Es responsabilidad tanto del contratista como del equipo de montaje disponer de un seguro de responsabilidad civil que cubra posibles daños ocasionados a terceros durante las fases de fabricación o ensamblaje.

En caso de accidente laboral durante la fabricación, la indemnización corre a cargo del contratista.

6.4 PERMISOS Y CERTIFICADOS

Es responsabilidad del contratista contar con todos los permisos necesarios para la ejecución del trabajo, así como de cumplir con las normativas locales, autonómicas y estatales aplicables.

6.5 RESCISIÓN DEL CONTRATO

La rescisión del contrato será considerada válida si se incumplen los plazos de entrega, se utilizan materiales no conformes con lo estipulado en el proyecto, o si tras una revisión de precios no se alcanza un acuerdo satisfactorio entre las partes.

7 ESTUDIO DE SEGURIDAD EN EL TRABAJO

7.1 OBJETO DEL ESTUDIO

Durante todo el proceso de fabricación y montaje de los engranajes, se deberá seguir estrictamente la Ley de Riesgos Laborales, incluyendo:

- Derecho de los trabajadores a la protección frente a riesgos laborales.
- Identificación y evaluación de posibles riesgos asociados a cada etapa del proyecto.
- Elaboración y aplicación de un plan de prevención de riesgos.
- Planificación de actividades preventivas específicas para cada operación.
- Definición de las responsabilidades de los servicios de prevención.
- Actuación frente a situaciones de riesgo grave o inminente para la salud.

Los posibles riesgos o daños laborales se pueden clasificar en:

- Accidentes laborales.
- Enfermedades relacionadas o no con la actividad laboral.
- Estrés, fatiga u otros malestares o enfermedades, físicos o psicológicos, derivados de la actividad.

Para minimizar estos riesgos, se debe implementar un plan de prevención que contemple:

- Medidas preventivas adecuadas a cada proceso.
- Designación de responsables de seguridad y prevención.
- Protocolos claros de actuación ante incidencias.
- Recursos necesarios para la implementación de las medidas preventivas.

La correcta ejecución del plan implica la constante evaluación de riesgos y la planificación de actividades preventivas, asegurando la seguridad de todos los participantes en el proyecto.

7.2 TIPOS DE PELIGROS EXISTENTES

En esta sección se identifican los principales riesgos asociados a cada una de las fases del proceso de fabricación y montaje del proyecto.

7.2.1 Peligros mecánicos

Los riesgos mecánicos incluyen todos aquellos accidentes o lesiones que pueden derivarse del contacto con maquinaria, herramientas o elementos mecánicos durante el proceso de fabricación y montaje.

Algunos de los riesgos mecánicos durante el proceso de fabricación de los engranajes incluyen atrapamientos, cortes y proyección de virutas; especialmente frecuentes en operaciones de corte con sierra de cinta, mecanizado y tallado de dientes

Los tipos de riesgos existentes en el proceso de fabricación se muestran en la Figura 1:



Figura 1: Señalización de peligros mecánicos

En todos los casos, es responsabilidad del contratista establecer procedimientos de seguridad, uso de protecciones y pautas de operación para minimizar estos riesgos.

7.2.2 Peligros eléctricos

Los riesgos eléctricos comprenden peligros mortales y no mortales, provocados por contactos con alta tensión, fallos en maquinaria o cortocircuitos. Estos peligros están presentes en casi todas las etapas del proceso de fabricación, dado que la sierra de cinta, los tornos CNC, las fresas, los hornos de cementación, etc. dependen de electricidad.

Los tipos de riesgos existentes en el proceso de fabricación se muestran en la Figura 2:



Figura 2: Señalización de peligros eléctricos

Por ello, corresponde al contratista establecer medidas preventivas y protocolos de actuación frente a posibles accidentes eléctricos, como humedad en las instalaciones o circuitos expuestos.

7.2.3 Peligros térmicos

Se consideran aquellos riesgos que pueden causar quemaduras o iniciar un incendio en el área de trabajo. En el contexto de este proyecto, es posible que se produzcan quemaduras durante procesos como el cementado o la forja, así como riesgos de incendio en zonas con materiales inflamables. Para prevenir accidentes, se deben colocar señales de advertencia apropiadas en las zonas donde se lleven a cabo estos trabajos. La señalización correspondiente se muestra en la Figura 3:



Figura 3: Señalización de peligros térmicos

En todos los casos, es responsabilidad del contratista establecer procedimientos de seguridad, uso de protecciones y pautas de operación para minimizar estos riesgos térmicos.

7.2.4 Peligros por ruidos y vibraciones

El mecanizado de componentes metálicos, especialmente en series largas o con operaciones de gran arranque de viruta, puede generar niveles elevados de ruido y vibración; lo cual puede conllevar a:

- Pérdida de audición tanto de manera parcial como total.
- Trastornos neurológicos o vasculares.

Se recomienda el uso de protectores auditivos adecuados, el mantenimiento preventivo de las máquinas para reducir vibraciones (especialmente el torno y mecanizado CNC, muy propensas a las vibraciones), y la evaluación periódica del entorno de trabajo mediante sonómetros y acelerómetros. La señalización correspondiente se muestra en la Figura 4.



Figura 4: Señalización de peligros por ruidos y vibraciones

Es responsabilidad del contratista establecer procedimientos de seguridad, uso de protecciones y pautas de operación para minimizar estos riesgos sonoros.

7.2.5 Peligros por sustancias peligrosas

Algunos procesos requieren del uso de lubricantes, aceites refrigerantes o productos anticorrosivos. El contacto directo o prolongado con estas sustancias puede generar riesgos cutáneos o respiratorios.

Deberá disponerse de hojas de datos de seguridad de todas las sustancias utilizadas y cumplirse estrictamente las indicaciones de almacenamiento, manipulación y eliminación. La señalización correspondiente se muestra en la Figura 5:



Figura 5: Señalización de peligros por sustancias

En todos los casos, es responsabilidad del contratista establecer procedimientos de seguridad, uso de protecciones y pautas de operación para minimizar estos riesgos.

7.3 MEDIDAS DE PREVENCIÓN DE RIESGOS LABORALES

La prevención de riesgos laborales busca minimizar la exposición a peligros en el entorno de trabajo y reducir la probabilidad de accidentes. Para ello, se deben implementar medidas de seguridad aplicables a todo el personal involucrado en el proyecto.

7.3.1 Medidas preventivas para el personal

Todo el personal involucrado en la producción y montaje de los engranajes deberá recibir formación específica en prevención de riesgos laborales y en el uso correcto de los equipos de protección individual (EPI). Corresponde al propietario, al contratista y al equipo de proyecto asegurar que todos los operarios y personal expuesto a posibles riesgos dispongan del equipo de protección individual adecuado para cada etapa del proceso de fabricación y montaje.

Los EPI mínimos requeridos incluyen:

- Casco de protección
- Guantes adecuados al tipo de trabajo (térmicos, anticorte, químicos)
- Calzado de seguridad con suela antideslizante y puntera metálica
- Protección auditiva (orejeras o tapones)
- Gafas de seguridad o pantalla facial según el proceso

La falta de uso de los EPI, así como su uso incorrecto, podrá ser motivo de sanción según el protocolo interno de seguridad. La señalización correspondiente se muestra en la Figura 6:



Figura 6: Señalización de normativa de EPI

7.3.2 Medidas preventivas en maquinaria

Toda maquinaria utilizada deberá estar equipada con dispositivos de seguridad como:

- Resguardos fijos o móviles
- Sistemas de parada de emergencia accesibles
- Señalización clara de zonas peligrosas

Además, cada máquina deberá contar con su manual de instrucciones en idioma oficial, donde se detallen las tareas de mantenimiento, procedimientos de emergencia y especificaciones de instalación; además de instrucciones para la instalación, montaje, desmontaje y transporte, instrucción de puesta en servicio e instrucciones de realización de operaciones

Se deberá realizar una inspección de seguridad previa a la puesta en marcha de cada máquina, así como una revisión periódica según las normativas aplicables.

8 CONTROL DE CALIDAD

El control de calidad es fundamental para garantizar que los engranajes fabricados por el contratista cumplen con las especificaciones de diseño y las propiedades mecánicas requeridas por la propiedad y acordado por ambas partes en el contrato. Este control asegura que cada pieza sea conforme antes de integrarse en el conjunto o pasar a procesos posteriores.

Durante la fabricación, se emplearán técnicas y herramientas de inspección para verificar la conformidad dimensional y geométrica de los engranajes, así como la calidad superficial y la correcta ejecución de los tratamientos térmicos. Si se detecta algún defecto, la pieza deberá ser reemplazada y sometida nuevamente a los procesos de inspección antes de considerarla aceptable.

Es responsabilidad del Contratista seguir todos los procesos de control de calidad hasta obtener un resultado conforme a lo establecido por ambas partes.

8.1 CONTROL DE CALIDAD DE LA DOCUMENTACIÓN

Cada engranaje debe ir acompañado de la documentación técnica correspondiente, necesaria y suficiente para la producción; que incluirá planos completos con dimensiones y tolerancias, así como archivos CAD.

8.2 CONTROL DE CALIDAD DURANTE LA FABRICACIÓN

Se verificará que las piezas cumplen con las tolerancias indicadas en los planos y que los tratamientos térmicos han proporcionado las propiedades mecánicas deseadas. Para facilitar la inspección, se podrán usar técnicas avanzadas como escaneo 3D para comparar la pieza real con el modelo CAD.

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN**

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



Trabajo Fin de Grado

**ANÁLISIS DE ENGRANAJES ULTRALIGEROS
EN LA TRANSMISIÓN DE MOTORES
ELÉCTRICOS DE ALTA VELOCIDAD**

DOCUMENTO V: PRESUPUESTO

Autor: Manuel Díaz Rivas

Septiembre – 2025

ÍNDICE

1	DISTRIBUCIÓN DEL PRESUPUESTO.....	4
2	PRESUPUESTO DE FABRICACIÓN DEL PROTOTIPO.....	5
2.1	COSTE DE MATERIALES.....	6
2.2	COSTE DE MANUFACTURA.....	7
2.2.1	Corte con sierra de cinta.....	7
2.2.2	Torneado CNC.....	7
2.2.3	Mecanizado CNC.....	8
2.2.4	Tallado de dientes	9
2.2.5	Tratamiento térmico: Cementación.....	9
2.2.6	Rectificado final.....	10
2.2.7	Costes totales de manufactura de prototipo	11
2.3	COSTE DE OFICINA TÉCNICA.....	11
2.4	COSTE DE LICENCIA DE SOFTWARE	12
2.5	PRESUPUESTO FINAL DE EJECUCIÓN DE PROTOTIPO	13
3	PRESUPUESTO DE FABRICACIÓN EN SERIE	14
3.1	COSTE DE LOS UTILAJES DE FORJA EN MATRIZ CERRADA	15
3.2	COSTE DE MATERIALES	16
3.3	COSTE DE MANUFACTURA.....	17
3.3.1	Forja en matriz cerrada.....	17
3.3.2	Mecanizado CNC.....	17
3.3.3	Costes totales de manufactura para producción en serie	18
3.4	PRESUPUESTO FINAL DE PRODUCCIÓN EN SERIE.....	19
4	REFERENCIAS	21

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Coste de materiales para prototipo.....	6
Tabla 2: Coste de corte con sierra de cinta para prototipo.....	7
Tabla 3: Coste de torneado CNC para prototipo	8
Tabla 4: Coste de mecanizado CNC para prototipo	8
Tabla 5: Coste de tallado de dientes por fresa madre helicoidal para prototipo.....	9
Tabla 6: Coste de cementación de las piezas para prototipo.....	10
Tabla 7: Coste de rectificado de dientes para prototipo	10
Tabla 8: Coste total de manufactura.....	11
Tabla 9: Coste de oficina técnica.....	12
Tabla 10: Coste de licencias de Software	12
Tabla 11: Coste total de fabricación del prototipo	13
Tabla 12: Costes y presupuesto final de ejecución del prototipo	14
Tabla 13: Coste de moldes para producción en serie	15
Tabla 14: Cálculo de materiales a comprar para producción en serie	16
Tabla 15: Coste de materiales para producción en serie	16
Tabla 16: Coste de forja en matriz cerrada para producción en serie.....	17
Tabla 17: Coste total de manufactura para producción en serie	18
Tabla 18: Costes y presupuesto final de producción en serie	19

1 DISTRIBUCIÓN DEL PRESUPUESTO

En el presente documento se expone el presupuesto total estimado para la elaboración del proyecto. Una correcta gestión de los recursos económicos es fundamental para garantizar la viabilidad técnica y económica del proyecto, así como para evaluar la factibilidad de su implementación en producción en serie.

La estimación de los costes se ha realizado considerando los precios de mercado a la fecha de redacción de este trabajo. No obstante, es importante destacar que los valores presentados pueden verse afectados por factores externos, como inflación, fluctuaciones en el precio de los materiales o costes de manufactura. Por tanto, los costes reflejados en este documento deben considerarse como una estimación orientativa y sujetos a revisión conforme a las condiciones del mercado.

De acuerdo con los principios establecidos en el Documento IV: “Pliego de Condiciones”, tanto el propietario del proyecto como el contratista podrán solicitar una revisión de precios en caso de que los costes proyectados no se ajusten a los valores vigentes en el momento de la fabricación.

El cálculo del presupuesto ha considerado los siguientes factores:

- Coste del material en bruto: Se incluyen los discos y barras de acero aleado 20MnCr5, utilizados para la fabricación de los engranajes, tanto para prototipo como para producción en serie. Este coste contempla el material adicional necesario para mecanizados y rebajes de aligeramiento, así como las pérdidas inherentes a cortes, rectificadores y tratamientos térmicos.
- Oficina técnica: Se estima el coste asociado al tiempo destinado al diseño de los engranajes, incluyendo la concepción de geometrías optimizadas, cálculos y simulaciones en Software, elaboración de modelos y planos técnicos y redacción de los documentos pertinentes. Este coste se calcula en base a la tarifa por hora de ingenieros especializados en diseño mecánico.
- Coste de manufactura: Se considera el coste de la mano de obra asociada a la fabricación de las piezas, tanto en prototipo como en producción en serie. En ambos casos, la fabricación se subcontrata a talleres especializados, y los precios de cada etapa de mecanizado, tratamiento, etc. incluyen el margen de beneficio aplicado por la subcontrata.

- **Licencias de software:** Incluye el coste de adquisición de programas utilizados para modelado, simulación y cálculo de engranajes. Aunque el presente proyecto se ha desarrollado en un entorno académico con licencias educativas, los costes estimados reflejan el valor que tendría su uso en un entorno profesional.

Asimismo, se incorporan los costes de gastos generales, beneficio industrial e impuestos aplicables, garantizando una estimación completa del coste de ejecución para la ejecución del proyecto.

También se establece un presupuesto proyectado para la fabricación industrial de 100.000 lotes completos de engranajes para la transmisión.

2 PRESUPUESTO DE FABRICACIÓN DEL PROTOTIPO

El presupuesto del prototipo se ha elaborado considerando el proceso de fabricación seleccionado de mecanizado a partir de barra, que incluye corte de material, torneado, mecanizado, tallado de dientes, tratamiento térmico y rectificado final. Para esta fase, la prioridad principal ha sido obtener engranajes plenamente funcionales con las propiedades mecánicas y la precisión necesarias, sin que el coste unitario sea un factor determinante, dada la baja cantidad de unidades a fabricar.

Además, como ya se mencionó en la memoria, el prototipo de los engranajes no incluye aún modificaciones geométricas específicas de perfil ni acoplamientos al eje, ya que estos se incorporarán tras estudios posteriores y serán implementados para la fabricación en serie.

La fabricación del prototipo se subcontratará a un taller especializado, dado que las instalaciones universitarias no cuentan con todos los recursos necesarios para operaciones como cementación industrial, rectificado de precisión o ciertos tallados de engranajes..

Los precios de coste de fabricación subcontratada que se emplean para cada etapa ya incluyen el beneficio que obtiene la empresa que realiza el servicio. Esto significa que las tarifas por hora reflejan no solo el coste directo de mano de obra y operación de la máquina, sino también los gastos generales del taller y un margen de ganancia,

por lo que no es necesario añadir un beneficio adicional para la empresa subcontratada al calcular el coste total del prototipo.

2.1 COSTE DE MATERIALES

El presente apartado muestra el coste de los materiales necesarios para la fabricación del prototipo de los engranajes. Para ella, no se adquirieron barras comerciales de varios metros de longitud, sino que se solicitó al proveedor el suministro de discos de acero 20MnCr5 de 40 mm de espesor (ligeramente superior al ancho de los engranajes), en diferentes diámetros próximos a los de las piezas finales (diámetros y longitudes ligeramente superiores a los requeridos para los engranajes, con el fin de dejar margen para el mecanizado).

Esta estrategia permitió reducir material sobrante y facilitar el mecanizado, aunque implicó un sobrecoste debido al bajo volumen de pedido y a la solicitud de dimensiones especiales no estándar. Como resultado, el precio del material se fijó en 1,15 €/kg.

En caso de que el proveedor no pudiera suministrar los discos ya cortados, se debería recurrir a la compra de barras comerciales en su longitud mínima estándar, asumiendo una mayor compra y desperdicio de material y, en consecuencia, un incremento en el coste final del prototipo.

En la Tabla 1 se muestra el coste estimado de la materia bruta para los engranajes del prototipo.

Tabla 1: Coste de materiales para prototipo

Discos de acero 20MnCr5 (d x L) mm	Peso	Unidades	Precio (€/kg)	Coste total (€)	
40 x 40	0,39	1	1,15	0,45	
70 x 40	1,20	1		1,38	
130 x 40	4,14	3		14,29	
250 x 40	15,32	1		17,61	
300 x 40	22,05	1		25,36	
				Total: (€)	59,09

El coste de materiales para prototipo asciende a 59,09€ (cincuenta y nueve euros con nueve céntimos).

2.2 COSTE DE MANUFACTURA

El coste de manufactura corresponde al coste asociado al proceso de fabricación de cada engranaje del prototipo. Este coste depende directamente del tiempo requerido para ejecutar cada operación y de la maquinaria empleada para ello. Por tanto, para estimar correctamente el coste de manufactura, es necesario detallar el coste específico asociado a cada etapa del proceso de fabricación.

2.2.1 Corte con sierra de cinta

Todos los engranajes requieren un corte inicial del disco de acero antes de iniciar las operaciones de mecanizado. Atendiendo a los precios de mercado para el corte con sierra de cinta de discos de acero aleado como 20MnCr5, el coste estimado se sitúa en 0,03 €/mm de diámetro de disco. Este valor permite calcular de forma aproximada el coste de corte para cada pieza según el diámetro del disco seleccionado para el prototipo.

Tabla 2: Coste de corte con sierra de cinta para prototipo

Pieza	Diametro de la barra	Unidades	Tarifa (€/mm de diámetro)	Coste total	
Sol	40	1	0,03	1,2	
Anillo	70	1		2,1	
Planeta	130	3		11,7	
Piñón	250	1		7,5	
Corona	300	1		9	
				Total (€):	31,5

El coste de corte con sierra de cinta para prototipo asciende a 31,5€ (treinta y un euros con cincuenta céntimos).

2.2.2 Torneado CNC

En esta etapa se mecanizan las caras planas y el diámetro exterior de todos los engranajes. Además, para los engranajes con geometrías de aligeramiento, la operación incluye los rebajes internos, lo que incrementa el tiempo de mecanizado respecto a los engranajes sin aligeramientos.

El coste de torneado se estima en 50 €/hora, valor basado en tarifas de mercado para trabajos en torno CNC con materiales como el 20MnCr5. Este coste permite calcular el gasto específico por pieza considerando el tiempo necesario para cada geometría.

Tabla 3: Coste de torneado CNC para prototipo

Pieza	Tiempo por pieza (min)	Unidades	Tiempo total	Tarifa (€/h)	Coste total (€)
Sol	10	1	10	50	8,33
Anillo	50	1	50		41,67
Planeta	35	3	105		87,50
Piñón	15	1	15		12,50
Corona	55	1	55		45,83
Total:			235		195,83

El coste de torneado CNC para prototipo asciende a 195,83€ (ciento noventa y cinco euros con ochenta y tres céntimos).

2.2.3 Mecanizado CNC

En esta etapa se realizan los orificios internos para el eje. Para los engranajes con geometrías aligeradas (planeta y corona), el mecanizado es más complejo y requiere mayor tiempo que en engranajes simples, debido a los orificios de aligeramiento que también se realizan en esta etapa.

Adicionalmente, en el anillo se mecanizan mediante CNC los agujeros de fijación distribuidos en su circunferencia, necesarios para permitir la unión del engranaje a la carcasa.

El coste estimado del mecanizado CNC se sitúa en 60 €/hora. Este coste permite asignar un gasto específico por pieza según el tiempo empleado en cada operación.

Tabla 4: Coste de mecanizado CNC para prototipo

Pieza	Tiempo por pieza (min)	Unidades	Tiempo total (min)	Tarifa (€/h)	Coste total (€)
Sol	5	1	5	60	5
Anillo	60	1	60		60
Planeta	20	3	60		60
Piñón	7	1	7		7
Corona	40	1	40		40
Total:			172		172,00

El coste de mecanizado CNC para prototipo asciende a 172,00€ (ciento setenta y dos euros).

2.2.4 Tallado de dientes

En esta etapa se realiza el dentado de los engranajes mediante máquina de tallado por fresa madre helicoidal. Se deja un pequeño margen en el perfil de los dientes para el rectificado posterior, ya que el tratamiento térmico puede generar deformaciones.

El tiempo de tallado depende del módulo del engranaje y del número de dientes. En este caso, el piñón y la corona presentan un módulo mayor, lo que incrementa ligeramente el tiempo de mecanizado respecto a los engranajes planetarios, debido al mayor volumen de material a remover y a la longitud del contorno de los dientes.

El anillo presenta mayor complejidad debido a su dentado interno, lo que hace que el proceso sea más específico, incrementando el coste de tallado respecto a los exteriores.

El coste de esta operación se estima en 70 €/hora para los engranajes exteriores, y 80 €/hora para el engranaje interior.

Tabla 5: Coste de tallado de dientes por fresa madre helicoidal para prototipo

Pieza	Tiempo por pieza (min)	Unidades	Tiempo total (min)	Tarifa (€/h)	Coste total (€)
Sol	30	1	30	70	35,00
Anillo	70	1	70	80	93,33
Planeta	45	3	135	70	157,50
Piñón	45	1	45	70	52,50
Corona	75	1	75	70	87,50
Total:			355		425,83

El coste de tallado de dientes para prototipo asciende a 425,83€ (cuatrocientos veinticinco euros con ochenta y tres céntimos).

2.2.5 Tratamiento térmico: Cementación

Los engranajes de acero 20MnCr5 se someten a cementación para endurecer la superficie de los dientes y mantener un núcleo tenaz. Este proceso se realiza en hornos de cementación, donde se pueden introducir varios engranajes a la vez, optimizando el uso de energía y reduciendo costes. Tras la cementación, se realiza temple y revenido, donde el temple endurece la superficie y el revenido reduce tensiones internas, ajustando la dureza superficial y mejorando la tenacidad del engranaje.

El coste del tratamiento se calcula por peso de las piezas, incluyendo todos los engranajes del lote sometidos a cementación, excepto el engranaje interno (anillo),

que por sus grandes dimensiones y número de dientes no se somete a cementación para evitar abombamientos y deformaciones.

El coste estimado de la operación se sitúa en 12 €/kg, incluyendo en este precio tanto la cementación como los posteriores procesos de temple y revenido, aplicados a todo el lote de engranajes (excepto el anillo).

Tabla 6: Coste de cementación de las piezas para prototipo

Pieza	Peso por pieza (kg)	Unidades	Peso total (kg)		
Sol	0,16	1	0,16		
Planeta	0,92	3	2,76		
Piñón	0,53	1	0,53		
Corona	4,2	1	4,20	Tarifa (€/kg)	Coste total (€)
		Total:	7,65	12	91,83

El coste de cementación de las piezas para prototipo asciende a 91,83€ (noventa y un euros con ochenta y tres céntimos).

2.2.6 Rectificado final

Tras el tratamiento térmico, los engranajes pueden sufrir pequeñas deformaciones en los flancos de los dientes. Por ello, se realiza un rectificado final para asegurar la precisión geométrica y la correcta interacción entre dientes, aunque no se aplican modificaciones geométricas de perfil específicas en esta etapa del prototipo.

El rectificado se realiza en máquinas CNC de alta precisión, ajustando individualmente cada engranaje. El coste del rectificado se estima en 50 €/hora, considerando el tiempo adicional que requieren los engranajes de módulo mayor.

Tabla 7: Coste de rectificado de dientes para prototipo

Pieza	Tiempo por pieza (min)	Unidades	Tiempo total	Tarifa (€/h)	Coste total (€)
Sol	20	1	20	50	16,67
Anillo	55	1	55		45,83
Planeta	35	3	105		87,50
Piñón	40	1	40		33,33
Corona	65	1	65		54,17
		Total:	285		237,50

El coste de rectificado de dientes para prototipo asciende a 237,50€ (doscientos treinta y siete euros con cincuenta céntimos).

2.2.7 Costes totales de manufactura de prototipo

El coste total de manufactura del prototipo se obtiene sumando los costes estimados de cada etapa del proceso de fabricación.

Esta suma proporciona una estimación completa del coste necesario para obtener un engranaje funcional, con las propiedades mecánicas y dimensionales requeridas, listo para la validación experimental.

Tabla 8: Coste total de manufactura

Etapa de manufactura	Coste
Corte con sierra de cinta	31,5
Torneado CNC	195,83
Mecanizado CNC	172
Coste de tallado de dientes	425,83
Cementación	91,83
Rectificado	237,50
Coste total de manufactura (€)	1154,50

El coste total de manufactura asciende a 1.154,50€ (mil ciento cincuenta y cuatro euros con cincuenta céntimos).

2.3 COSTE DE OFICINA TÉCNICA

En el presente apartado se recoge el coste asociado al tiempo dedicado por el ingeniero técnico a las distintas etapas del proyecto. Esto incluye el estudio preliminar del proyecto, la realización de cálculos, análisis de hipótesis, modelado en CAD, simulaciones en Ansys y la redacción de la documentación técnica.

Para el cálculo del coste, se ha establecido que el coste por hora de un ingeniero técnico es de 47 €/h. En la Tabla 9 se muestra un desglose detallado del tiempo invertido en cada tarea y el coste correspondiente, lo que permite obtener una estimación completa del coste de oficina técnica del prototipo.

Tabla 9: Coste de oficina técnica

Tarea	Horas	Coste total (€)
Estudio preliminar del proyecto	40	1880
Cálculos iniciales	50	2350
Análisis de hipótesis	80	3760
Diseños CAD	60	2820
Análisis mediante elementos finitos	80	3760
Redacción de documentación	60	2820
Total	370	17390

El coste de oficina técnica asciende a 17.390,00€ (diecisiete mil trescientos noventa euros).

2.4 COSTE DE LICENCIA DE SOFTWARE

En el presente apartado se muestra el coste estimado de las licencias de software que serían necesarias para la realización del proyecto en un entorno profesional. Cabe destacar que, durante la realización del presente proyecto, se ha trabajado en un entorno académico, utilizando licencias educativas, cuyo coste es nulo para estudiantes, permitiendo realizar todos los modelos y simulaciones necesarias sin coste económico.

En caso de ejecutar el proyecto en un entorno industrial, sería necesario adquirir licencias comerciales de software. En particular, la licencia de ANSYS Mechanical, el software utilizado para el análisis por elementos finitos, es significativamente costosa, 18.790,86 €; por lo que, si la empresa ejecutora no dispone de ella, podría ser más rentable subcontratar este análisis a un tercero.

Por lo tanto, para efectos del presupuesto del prototipo, se considera nulo el coste de este software, aunque en un entorno profesional se debería incluir el coste de ANSYS Mechanical en caso de no subcontratar el análisis a un tercero; o el coste de la subcontratación en caso de hacerlo.

Tabla 10: Coste de licencias de Software

Software	Coste de licencia (€)
Autodesk Inventor	2826,00
ANSYS Mechanical	18790,86 (no considerada)

El coste de licencias de Software asciende a 2.826,00€ (dos mil ochocientos veintiséis euros).

2.5 PRESUPUESTO FINAL DE EJECUCIÓN DE PROTOTIPO

Para la ejecución del prototipo, además del coste directo de materiales, manufactura (incluido el coste de subcontratar), oficina técnica y licencias de software, es necesario incluir otros conceptos que reflejan la estructura económica completa del proyecto:

- **Gastos generales:** Representan los costes indirectos necesarios para el correcto funcionamiento del proyecto y la infraestructura que lo soporta, tales como alquiler de instalaciones, suministros (electricidad, agua, internet), mantenimiento de maquinaria, seguros, depreciación de equipos y salarios de personal administrativo o de supervisión. Estos costes se imputan como un porcentaje del coste total de fabricación, en este caso el 13% habitual.
- **Beneficio industrial:** Representa la ganancia prevista por la ejecución del proyecto, calculada como un porcentaje del coste total de fabricación. En este caso se considera el 6% habitual.
- **IVA:** Impuesto sobre el Valor Añadido aplicable a la totalidad del proyecto. En este caso, se aplica un 21% sobre la suma del coste de fabricación, los gastos generales y el beneficio industrial.

El coste de fabricación se entiende como la suma de las partidas individuales: coste de materiales, coste de manufactura, coste de oficina técnica y coste de licencias de software.

Tabla 11: Coste total de fabricación del prototipo

Concepto	Coste (€)
Coste de material	59,09
Coste de manufactura	1154,50
Coste de oficina técnica	17390
Coste de licencias de Software	2826,00
Coste de fabricación (€)	21429,59

El coste total de fabricación del prototipo asciende a 21.429,59€ (veintiún mil cuatrocientos veintinueve euros con cincuenta y nueve céntimos).

En la Tabla 12 se muestra el presupuesto final de ejecución del prototipo, que recoge la suma de los costes de fabricación, gastos generales, beneficio industrial e IVA. Este presupuesto refleja de manera completa y técnica el coste estimado para la ejecución del proyecto en un entorno profesional.

Tabla 12: Costes y presupuesto final de ejecución del prototipo

Concepto	Coste (€)
Coste de fabricación	21429,59
Gastos generales (13%)	2785,85
Beneficio industrial (6%)	1285,78
Coste total	25501,21
IVA (21%)	5355,25
Presupuesto final de ejecución (€)	30856,47

El presupuesto final de ejecución del prototipo asciende a 30.856,47€ (treinta mil ochocientos cincuenta y seis euros con cuarenta y siete céntimos).

3 PRESUPUESTO DE FABRICACIÓN EN SERIE

Se ha realizado una estimación del coste para la producción en serie de los engranajes de la transmisión, considerando la fabricación de grandes lotes (aproximadamente 100.000 paquetes de engranajes: un sol, un anillo, tres planetas, un piñón y una corona). De nuevo, la fabricación se subcontratará, dado que los volúmenes y las operaciones requeridas —como cementación industrial, tallado de engranajes grandes, rectificado de precisión y mecanizado en líneas automatizadas— exceden la capacidad de las instalaciones universitarias y requieren equipamiento especializado.

Para garantizar un coste unitario reducido manteniendo calidad y repetibilidad, se plantea la utilización de forja en matriz cerrada seguida de mecanizado y tratamiento térmico, ejecutada en líneas automatizadas con cargadores y manipuladores. Este enfoque permite minimizar tiempos de cambio, optimizar la consistencia de las piezas y mantener la precisión dimensional necesaria en grandes volúmenes.

En esta producción si se incluirán los estriados o chaveteros de acoplamiento al eje que se hayan seleccionado según los resultados de estudios adicionales sobre

esfuerzos y costes. Del mismo modo, el rectificado final incluirá las modificaciones geométricas de perfiles definidas tras los análisis correspondientes.

Todos los costes de manufactura reflejan los precios de subcontratación, que incluyen tanto la mano de obra como el margen de beneficio del proveedor, asegurando así una estimación realista del coste total de producción en serie. Además, en la producción en serie sí se considera el coste total anual del software de elementos finitos, dado que, en proyectos de esta índole, suele ser rentable para las empresas disponer de este tipo de herramientas para diversos proyectos. Los costes correspondientes se muestran en la Tabla 10.

3.1 COSTE DE LOS UTILAJES DE FORJA EN MATRIZ CERRADA

Pese a que la fabricación se subcontrata, se considera que los moldes necesarios para la producción de los engranajes corren a cargo de la propiedad.

Para los engranajes que presentan geometría de aligeramiento, los rebajes correspondientes ya se incluyen en el diseño del molde, por lo que no requieren torneado adicional posterior.

La vida útil de estos moldes se estima en más de 100.000 ciclos, por lo que resulta suficiente disponer de un molde por cada pieza, salvo en el caso de los planetarios, donde al fabricarse tres unidades por conjunto será necesario adquirir tres moldes.

En este caso, debido a la complejidad geométrica de las piezas, se estima que los costes asociados a los moldes de fundición son los indicados en la Tabla 13:

Tabla 13: Coste de moldes para producción en serie

Molde	Coste (€)	Unidades	Coste total por pieza (€)
Molde para el sol	2500,00	1	2500,00
Molde para el anillo	12000,00	1	12000,00
Molde para el planeta	11000,00	3	33000,00
Molde para el piñón	4000,00	1	4000,00
Molde para la corona	15000,00	1	15000,00
Total (€)			66500,00

El coste total de los moldes para producción en serie asciende a 66.500,00€ (sesenta y seis mil quinientos euros).

3.2 COSTE DE MATERIALES

Para la fabricación en serie, los engranajes se producirán mediante forja en matriz cerrada, utilizando barras de acero como materia prima para alimentar el proceso. Para estimar el coste de material, se ha calculado el peso de las geometrías de los engranajes tal y como se encuentran en los moldes: los engranajes sin el orificio interno y aquellos con aligeramientos considerando que su rebaje ya viene incluido en el molde.

El peso de cada tipo de engranaje se multiplica por el número de unidades previstas (aproximadamente 100.000 transmisiones completas) y se aplica un coeficiente de seguridad del 25% para cubrir posibles desperdicios o imprecisiones en la producción.

Dado que el material se compra en grandes cantidades (toneladas), el coste unitario se reduce significativamente respecto a la compra de piezas sueltas, aprovechando descuentos por volumen y economías de escala.

A continuación, se presentan los cálculos del peso total a comprar y el coste correspondiente:

Tabla 14: Cálculo de materiales a comprar para producción en serie

Pieza	Masa sin aligeramientos (kg)	Unidades	Peso total	
Sol	0,16	1	0,16	
Anillo	1,61	1	1,61	
Planeta	1,04	3	3,12	
Piñón	0,53	1	0,53	
Corona	4,66	1	4,66	
			Peso por lote:	10,08
			Lotes	100000
			Toneladas totales	1008,23
			Coef. Seguridad	25%
			Toneladas a comprar:	1260,28

Tabla 15: Coste de materiales para producción en serie

Toneladas requeridas (t)	Precio (€/t)	Coste total (€)
1265	649	820985

El coste de materiales para producción en serie asciende a 820.985,00€ (ochocientos veinte mil novecientos ochenta y cinco euros).

3.3 COSTE DE MANUFACTURA

El coste de manufactura corresponde al coste asociado al proceso de fabricación del conjunto de engranajes de la transmisión en su producción en serie. De nuevo, este coste depende directamente del tiempo requerido para ejecutar cada operación y de la maquinaria empleada para ello. Por tanto, para estimar correctamente el coste de manufactura, es necesario detallar el coste específico asociado a cada etapa del proceso de fabricación.

3.3.1 Forja en matriz cerrada

Además del coste del molde y de la materia prima, la forja en matriz cerrada conlleva un coste asociado a cada pieza forjada. Este coste depende de factores como la complejidad de la geometría, el volumen de producción, las dimensiones de los engranajes y el peso de cada uno de ellos. Para el presente proyecto, dadas las dimensiones y pesos de los engranajes, se han estimado costes unitarios de forja por pieza, que posteriormente se multiplican por el número de lotes totales a fabricar.

Tabla 16: Coste de forja en matriz cerrada para producción en serie

Pieza	Coste forja (€)	Unidades	Coste total por pieza (€)
Sol	4,00	1	4,00
Anillo	10,00	1	10,00
Planeta	12,00	3	36,00
Piñón	8,00	1	8,00
Corona	18,00	1	18,00
Total (€):			76,00

El coste de forja en matriz cerrada para producción en serie asciende a 76,00€ (setenta y seis euros).

3.3.2 Mecanizado CNC

En la fabricación en serie, el torneado CNC no es necesario, y el mecanizado CNC se ve considerablemente reducido respecto al prototipo. La forja en matriz cerrada ya proporciona geometrías muy cercanas a la final, por lo que no es necesario realizar operaciones como el torneado de superficies exteriores o el vaciado de material interior.

Sin embargo, en esta nueva etapa sí se realiza el mecanizado del acoplamiento al eje, ya sea mediante estriado o chavetero, en función de los resultados de estudios

adicionales. Esta operación implica un mecanizado extra que, en la práctica, compensa el ahorro obtenido en otras fases. Además, los agujeros en el anillo que permiten fijarle a la carcasa y los agujeros de aligeramiento sí deben mecanizarse en esta etapa.

Por ello, a efectos de estimación de costes, se ha considerado que el tiempo de mecanizado y, por tanto, el coste de esta etapa resulta equivalente al calculado previamente para el prototipo.

3.3.3 Costes totales de manufactura para producción en serie

En este punto conviene señalar que, en un escenario industrial real, los costes de las operaciones de mecanizado y procesos asociados se reducirían de manera apreciable al producir en serie, gracias al aprovechamiento de economías de escala, la automatización de operaciones y la amortización de utillajes en un gran número de piezas. Sin embargo, para mantener una estimación conservadora y evitar infraestimar el coste total de fabricación, en este trabajo se ha optado por considerar los mismos tiempos y costes unitarios que en la fase de prototipado.

Considerando que el resto del proceso de fabricación se lleva a cabo de manera análoga a lo realizado en el prototipo, y aplicando los mismos tiempos y costes unitarios de mecanizado y operaciones posteriores, los costes de manufactura para la producción en serie quedan reflejados de la siguiente forma:

Tabla 17: Coste total de manufactura para producción en serie

Etapa de manufactura	Coste
Forja en matriz cerrada	76,00
Mecanizado CNC	172,00
Coste de tallado de dientes	425,83
Cementación	91,83
Rectificado	237,50
Coste total de manufactura (€)	1003,16

El coste total de manufactura asciende a 1.003,16€ (mil tres euros con dieciséis céntimos).

Puede observarse que este planteamiento supone un ahorro frente al proceso de manufactura del prototipo, dado que el coste de los moldes se reparte entre un número muy elevado de unidades.

En la partida correspondiente al coste de manufactura del presupuesto final se considerará el valor indicado en la Tabla 17, multiplicado por los 100.000 paquetes de engranajes previstos para la producción en serie.

3.4 PRESUPUESTO FINAL DE PRODUCCIÓN EN SERIE

En la Tabla 18 se muestra el presupuesto final de producción en serie, que recoge la suma de los costes de fabricación, gastos generales, beneficio industrial e IVA. Este presupuesto permite estimar el coste unitario de fabricación en serie, sirviendo como base para la determinación del precio de venta y del margen de beneficio por unidad.

Tabla 18: Costes y presupuesto final de producción en serie

Concepto	Coste (€)
Coste de material	820985,00
Coste de manufactura	100316420,26
Coste de oficina técnica	17390
Coste de licencias de Software	21616,86
Coste de los moldes	66500,00
Coste total de fabricación	101242912,12
Gastos generales (13%)	13161578,58
Beneficio industrial (6%)	6074574,73
Coste total	120479065,42
IVA (21%)	25300603,74
Presupuesto final de producción en serie (€)	145779669,16

El presupuesto final de producción en serie asciende a 145.779.669,16€ (ciento cuarenta y cinco millones setecientos setenta y nueve mil seiscientos sesenta y nueve euros con dieciséis céntimos).

Los costes totales estimados para la fabricación en serie del mecanismo resultan muy elevados, lo cual es coherente con un escenario industrial realista en el que el proyecto hubiera sido encargado por una gran empresa automovilística. La subcontratación de la fabricación y la necesidad de maquinaria especializada implican inversiones iniciales significativas. Sin embargo, en un contexto industrial, estas

inversiones son asumibles, ya que se reparten entre un gran volumen de unidades y la empresa dispone de recursos suficientes. Además, el diseño de producción en serie permite que, una vez amortizadas las inversiones, se obtenga un beneficio considerable por unidad, justificando económicamente la ejecución del proyecto a gran escala.

De esta forma, dividiendo entre los 100.000 paquetes, el coste total unitario de cada paquete, que incluye los siete engranajes de la transmisión, asciende a 1.457,80€. Este valor, considerando que incluye todos los engranajes de la transmisión del vehículo eléctrico con una máquina eléctrica cuya velocidad de giro es muy superior a la habitual (50.000 rpm), se considera coherente con el mercado de componentes para transmisiones.

Se pretende obtener, en el precio de venta, un beneficio equivalente a 1,5 veces el coste de fabricación; por tanto, se establece el precio de venta del conjunto del mecanismo en 3.644,49€.

En consecuencia, el precio de venta de una unidad del mecanismo se fija en 3.644,49€ (tres mil seiscientos cuarenta y cuatro euros con cuarenta y nueve céntimos), con un beneficio neto de 2.186,70 € por unidad. Para cubrir los gastos de fabricación, sería necesaria la venta de 66.667 unidades.

4 REFERENCIAS

- Abrams Industries. s.f. Acero bonificado, de cementación y de nitruración, (20MnCr5) - Redondo 55 x 500 mm. [Consulta: 12-05-2025]. https://shop.premium-steel.eu/es_sp/acero-bonificado-de-cementacion-y-de-nitruracion/1-7147/rs-redondo-500-mm/1-7147-20mncr5-rund-55-x-500-mm.html
- Anebon Precision Metal Fabrication. 2025. *¿Cuánto cuesta el mecanizado CNC?*. 7 marzo 2025. [Consulta: 12-05-2025]. <https://www.anebon.com/es/news/how-much-does-cnc-machining-cost/>
- Autodesk. s.f. Autodesk Inventor: software de modelado 3D para diseñadores e ingenieros, Comprar Inventor. [Consulta: 12-05-2025]. <https://www.autodesk.com/es/products/inventor/overview>
- CXIN Forging Technology. s.f. Fabricación de matrices de forja, molde personalizado. [Consulta: 12-05-2025]. <https://www.cxinfoforging.com/es/custom-mold/>
- Djadoudi, H. 2025. *Ansys Mechanical Expert Review, Pricing, and Alternatives – 2025*. En: WorQuick, 1 enero 2025. [Consulta: 12-05-2025]. <https://www.worquick.com/post/ansys-review>
- Linyi Sino Steel Co. 2023. *20MnCr5 Round Steel Bar Price*. En: *spanish.alibaba.com*. [Consulta: 12-05-2025]. <https://spanish.alibaba.com/product-detail/20mncr5-round-steel-bar-price-34crnimo6-1601114670365.html>
- Paulo. 2024. *Cómo leer y comparar presupuestos de tratamiento térmico*. 30 septiembre 2024. [Consulta: 12-05-2025]. <https://www.paulo.com/es/recursos/como-leer-y-comparar-presupuestos-de-tratamiento-termico-2/>
- Wibowo, M. 2022. *CNC Programming And CNC Machining Complete Costs Breakdown: all you need to know*. En: Cad Crowd, CAD Design, 19 diciembre 2022. [Consulta: 12-05-2025]. <https://www.cadcrowd.com/blog/cnc-programming-costs-cnc-machining-service-rates-for-companies/>