

Facultad
de
Ciencias

Dinámica de electrones runaway en disrupciones Tokamak

(Dynamics of runaway electrons in Tokamak disruptions)

Trabajo de Fin de Grado
para acceder al

GRADO EN FÍSICA

Autor: Mikel González Garmendia

Director: José Ángel Mier Maza

Junio 2025

*Nire gurasoei, anaiari eta aitona-amonei.
Maite zaituztet.*



Agradecimientos

Mediante estas palabras, me gustaría agradecer a muchas personas que han sido extremadamente importantes para mí en estos últimos años.

En primer lugar, me gustaría agradecer a todos los profesores de la Universidad de Cantabria que me han transmitido su pasión por la física. En especial, al director de este trabajo, José Ángel Mier, por ayudarme en todo momento, por esforzarse en proporcionarme lo necesario para sacar el trabajo adelante y por resolver cualquier duda que me haya surgido a lo largo de todo este proceso.

Han sido cuatro años de duro trabajo, en los que he pasado por buenos y malos momentos. Por eso, me gustaría agradecer a mis padres, a mi hermano Josu y a mis abuelos por hacer que todo esto fuese más fácil de llevar, ya sea con su apoyo incondicional, con bromas o con un simple gesto de cariño. Sin vosotros no habría podido lograr nada. Siempre sois los primeros en creer en mí y en darme ese pequeño empujón que me hace seguir adelante.

Por otro lado, quiero dar las gracias a todos mis amigos del Colegio Mayor Torres Quevedo por hacerme reír cuando más lo necesitaba y hacerme sentir como en casa. También quiero agradecer a mis compañeros de carrera, que en muchos momentos me han ayudado, especialmente a esas personas que no solo me han acompañado en lo académico, sino que también han pasado a ser parte de mi vida: Ana, Celia, Guillermo, Johan y Lucía. Igualmente, quiero agradecer a todos mis amigos de Andoain, quienes han estado a mi lado desde que tengo uso de razón, ayudándome a ser quien soy hoy en día.

Por último, quiero agradecer a mi pareja, Sara, por estar siempre ahí, apoyándome en todo, cuidándome cuando he estado mal, animándome cuando más lo he necesitado y haciéndome mejor persona día tras día. No hay palabras suficientes en este mundo para describir la increíble persona que eres y lo orgulloso que estoy de ti.

Resumen

Este trabajo se centra en el estudio de la dinámica de electrones *runaway* generados durante disrupciones en dispositivos de fusión tipo Tokamak, particularmente en el contexto del futuro Tokamak ITER. Estos electrones, acelerados a energías relativistas, pueden causar daños significativos en las paredes internas del dispositivo si no se controlan adecuadamente. El objetivo principal es analizar condiciones óptimas que minimicen la energía depositada por estos electrones, dado su efecto potencialmente pernicioso sobre los componentes internos del reactor, especialmente en la primera pared del Tokamak.

Para ello, se emplea un modelo simplificado de tres lazos, basado en propuestas previas, que describe el movimiento vertical del plasma y las corrientes asociadas. El modelo incorpora diversos mecanismos de generación de *runaways*, como la generación primaria (Dreicer), secundaria (avalancha), por decaimiento de tritio y por *Compton scattering*. La resolución numérica del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias se realiza mediante el método de Runge-Kutta de cuarto orden, lo que permite obtener resultados con un equilibrio adecuado entre precisión y coste computacional.

Otro objetivo fundamental es evaluar la influencia del tiempo característico de deconfinamiento, τ_d , sobre variables como la corriente *runaway* al impactar la pared (I_r), la energía transferida a estos electrones (ΔW_r), y el área mínima necesaria para evitar que los materiales estructurales superen su temperatura de fusión (A_{min}). Los resultados muestran que valores bajos de τ_d permiten reducir significativamente la corriente *runaway* y, por tanto, mitigar los daños en las paredes internas del reactor. Asimismo, se ha desarrollado un código que permite calcular el área mínima de contacto requerida para evitar el sobrecalentamiento de los materiales empleados en las paredes internas, considerando berilio y wolframio. Estos resultados presentan una clara aplicabilidad en el diseño de componentes de futuros dispositivos.

Palabras clave: Electrones runaway, ITER, disrupción, modelo de tres lazos y deconfinamiento.

Abstract

This work focuses on the study of the dynamics of *runaway* electrons generated during disruptions in Tokamak-type fusion devices, particularly in the context of the future ITER Tokamak. These electrons, accelerated to relativistic energies, can cause significant damage to the inner walls of the device if not properly controlled. The main objective is to analyze optimal conditions that minimize the energy deposited by these electrons, given their potentially harmful effects on the internal components of the reactor, especially on the Tokamak's first wall.

To this end, a simplified three-loop model is used, based on previous proposals, which describes the vertical motion of the plasma and the associated currents. The model incorporates various *runaway* generation mechanisms, such as primary (Dreicer), secondary (avalanche), tritium decay, and *Compton scattering*. The numerical solution of the system of ordinary differential equations is carried out using the fourth-order Runge-Kutta method, which provides a good balance between accuracy and computational cost.

Another key objective is to evaluate the influence of the characteristic deconfinement time, τ_d , on variables such as the *runaway* current at wall impact (I_r), the energy transferred to these electrons (ΔW_r), and the minimum area required to prevent structural materials from exceeding their melting temperature (A_{min}). The results show that low values of τ_d can significantly reduce the *runaway* current and, therefore, help mitigate damage to the reactor's inner walls. Additionally, a code has been developed to calculate the minimum contact area needed to prevent overheating of the materials used in the inner walls, considering beryllium and tungsten. These results have clear applicability in the design of components for future devices.

Keywords: Runaway electrons, ITER, disruption, three-loop model and deconfinement.

Índice

1	Introducción	1
1.1	Fusión Nuclear:	1
1.1.1	Criterio de Lawson	3
1.2	Confinamiento del plasma	4
1.2.1	Tokamak	5
1.2.2	ITER	6
1.3	Los electrones runaway	8
1.4	Mecanismos de generación de electrones runaway	10
1.4.1	Generación primaria (Dreicer)	10
1.4.2	Generación secundaria (avalancha)	11
1.4.3	Otros tipos de mecanismos	12
2	Modelo	14
3	Resolución numérica	18
4	Resultados	20
4.1	Estudio del tiempo característico de deconfinamiento	20
4.2	Área mínima	23
5	Conclusiones	27

5.1 Trabajos a futuro	28
Apéndice A: Componentes de la matriz de masa \mathbb{M}	29
Apéndice B: Corriente runaway de contacto (I_r)	31
Referencias	33

1

Introducción

1.1. Fusión Nuclear:

La fusión nuclear es el proceso por el cual se combinan dos núcleos ligeros para formar un núcleo más pesado. En general, la masa total al final del proceso es menor que la masa total inicial. Para que este proceso suceda, se debe aportar energía suficiente a los núcleos como para que estos superen la repulsión de Coulomb, o al menos alcancen la energía suficiente como para que suceda el efecto túnel a través de la barrera de potencial. La fusión sucede en las estrellas debido a la enorme presión gravitatoria y temperaturas. En la Tierra, en cambio, al no disponer de tales presiones, la temperatura debe aumentar hasta $\sim 10^8$ K. A estas temperaturas, la materia se encuentra en estado de plasma. El plasma se define como "un gas cuasineutro compuesto de partículas con carga y neutras que exhiben un comportamiento colectivo" [1].

Según la ley de Einstein, $E = m \cdot c^2$, la diferencia de masa, m , se transforma en energía, E . Dicha energía es la energía de ligadura y se define como: la energía necesaria para separar los nucleones de un núcleo. Por lo tanto, la energía liberada a lo largo del proceso de fusión no es más que la diferencia de las energías de ligadura inicial y final. En consecuencia, para que el proceso de fusión nuclear suceda, la energía de ligadura de los productos debe ser mayor que la de los núcleos iniciales. Observando la Figura 1.1, se puede ver que los núcleos ligeros son los que mejor cumplen esta condición de fusión, pues su energía de ligadura es baja, pero aumenta drásticamente al añadir nucleones.

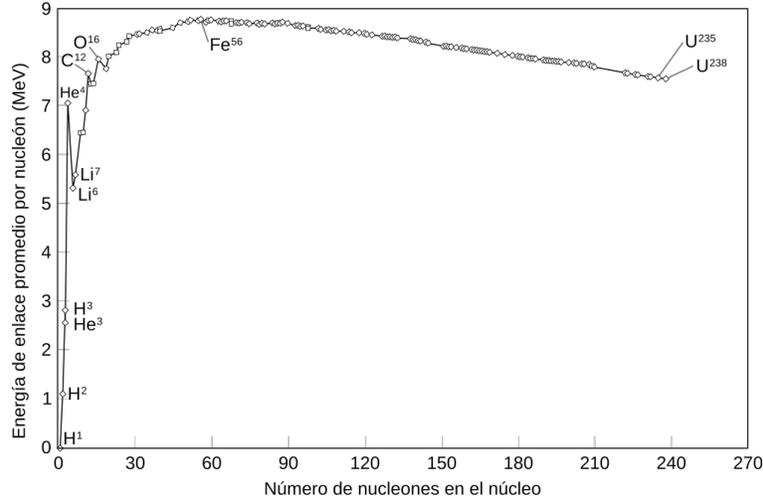


Figura 1.1: Energía de enlace promedio por nucleón de los elementos y sus isótopos. Los de mayor interés están señalizados. Imagen de [2].

En las estrellas, el hidrógeno es el combustible de las reacciones de fusión, puesto que este es el elemento ligero con menor carga nuclear eléctrica. Sabiendo esto, se estudian las secciones eficaces de los diferentes procesos de fusión de los isótopos del hidrógeno, obteniendo la siguiente figura.

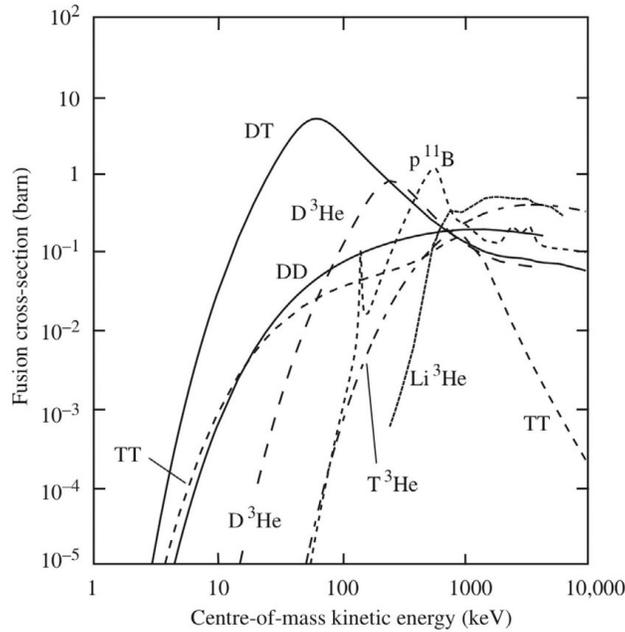


Figura 1.2: Sección eficaz de cada reacción en función de la energía cinética. Imagen de [3].

La reacción con mayor sección eficaz es la de deuterio (D) y tritio (T). Por otro lado, la energía cinética necesaria para alcanzar su máximo es mucho menor que cualquier otra reacción. La estequiometría de la reacción de fusión deuterio-tritio es la siguiente:



donde ${}^4_2\text{He}$ es un núcleo de helio y n un neutrón.

Conviene subrayar que la energía cinética de los iones está a su vez relacionada con la temperatura a la cual se encuentra el plasma. Representando la sección eficaz de cada proceso en función de T , se puede observar que las temperaturas necesarias para alcanzar probabilidades relevantes son elevadas. Por consiguiente, es necesario aportar mucha energía para llevar a cabo estos procesos nucleares. De ahí surge el problema fundamental de la fusión termo-nuclear controlada: la generación y el confinamiento de plasmas extremadamente calientes, con densidades lo suficientemente altas y durante tiempos suficientemente largos como para producir una cantidad significativa de reacciones de fusión y energía [4].

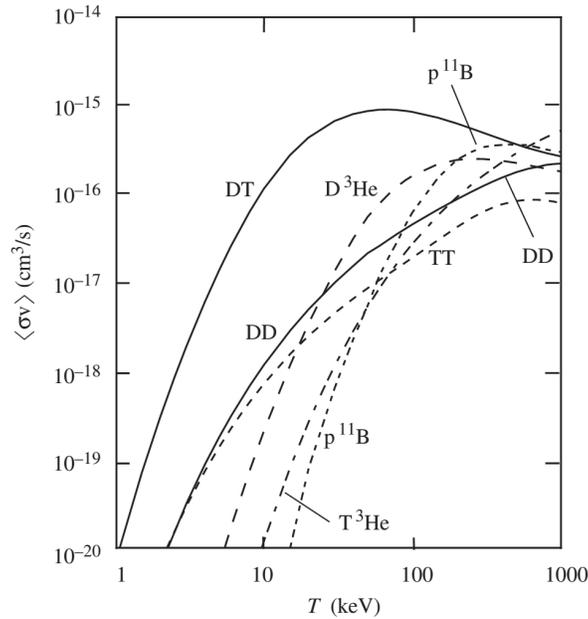


Figura 1.3: Valor esperado del producto de la sección eficaz σ y la velocidad v en función de la temperatura. Imagen de [5].

1.1.1. Criterio de Lawson

Durante el proceso de fusión, los electrones y los iones del plasma son acelerados, emitiendo así radiación. Además, existe una conducción de calor que disminuye la energía térmica. Si la energía proporcionada por las reacciones es igual a las pérdidas de energía, se alcanza un punto de equilibrio, cuya sostenibilidad vendrá dada por la condición de Lawson. Esta condición es la que determina si las reacciones en el plasma bajo ciertas condiciones son sostenibles o no. Dicha condición se describe como:

$$n\tau_E > \frac{12T}{Q_c \langle \sigma v \rangle} \quad (1.2)$$

donde n es la densidad del plasma, τ_E el tiempo de confinamiento, T la temperatura, Q_c la energía liberada en una reacción y $\langle \sigma v \rangle$ la media del producto de la sección eficaz y la

distribución de Maxwell de las velocidades a temperatura T . Considerando los siguientes valores:

- $T = 20 \text{ keV}$
- $\langle \sigma v \rangle = 7 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^3/\text{s}$
- $Q_c = 3.52 \text{ MeV}$

se obtiene que $n\tau_E > 1.7 \cdot 10^{14} \text{ s/cm}^3 = 1.7 \cdot 10^{20} \text{ s/m}^3$.

1.2. Confinamiento del plasma

Para disponer de un reactor de fusión, es necesario diseñar un dispositivo capaz de cumplir el criterio de Lawson y, finalmente, la ignición. Esto se producirá cuando la energía generada de la fusión de tritio y deuterio sea mayor que la energía necesaria para calentar y confinar el plasma. Además, la energía producida debe compensar la energía disipada por radiación y conducción térmica. Existen dos conceptos para conseguirlo: dispositivos basados en confinamiento inercial y dispositivos basados en confinamiento magnético.

Como en este trabajo se tratará el segundo concepto, se hablará brevemente del primero. La fusión por confinamiento inercial es un método en el cual se alcanza la fusión comprimiendo y calentando pequeñas pastillas de deuterio y tritio mediante láseres. Estos inciden a la vez sobre la superficie de la pastilla, comprimiéndola y dando lugar a la fusión. El dispositivo más prometedor se encuentra en Lawrence Livermore National Laboratory en Estados Unidos [6].

En el segundo tipo de dispositivos, los de confinamiento magnético, el plasma se encierra en un volumen mediante campos electromagnéticos. Las partículas con carga siguen las líneas de campo, trazando trayectorias helicoidales a lo largo de las mismas. Esto se debe a la fuerza de Lorentz (ecuación 1.3), la cual actúa perpendicularmente tanto a la velocidad de la partícula como al campo magnético.

$$\vec{F} = e \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \quad (1.3)$$

Dentro de este tipo de dispositivos existen dos tipos de configuraciones: abierta y cerrada. En este caso, los de configuración cerrada son los que han proporcionado resultados más prometedores. En ellos, las líneas de campo magnético se mantienen en el volumen de confinamiento, quedando así las partículas atrapadas en el dispositivo. Los diseños más relevantes a día de hoy son el Tokamak y el Stellarator. La diferencia entre ellos reside en la forma utilizada para generar las líneas del campo magnético en forma helicoidal alrededor del toro. En los Stellarator, este proceso se hace mediante bobinas externas, mientras que en los Tokamaks se genera por efecto transformador, haciendo circular una corriente por la columna de plasma.

1.2.1. Tokamak

El campo magnético generado por los imanes superconductores en un Tokamak está compuesto por la suma de tres componentes distintos; en la dirección toroidal \vec{B}_0 , en la vertical \vec{B}_{z0} y en la poloidal \vec{B}_p , debido al efecto transformador. La corriente eléctrica que circula en dirección toroidal dentro del plasma se genera debido a la ley de Faraday. Esta ley establece que un cambio en el flujo magnético a través de un conductor cerrado produce una fuerza electromotriz que genera una corriente eléctrica, la cual se opone a ese cambio. Para asegurar que esta corriente siempre fluya en la misma dirección, se varía el flujo magnético incrementando la corriente en el circuito primario de un transformador. Así, se induce en el plasma una corriente estable que contribuye al confinamiento. Este aumento, idealmente, podría ser indefinido, pero, dado que existen restricciones, deberá tener un límite. Esto implica que el Tokamak funcionará mediante pulsos, denominados descargas o disparos. Estas descargas se distribuyen en tres fases distintas (Figura 1.4). El inicio de la descarga se denomina *ramp-up*, donde se generan la mayoría de electrones runaway. La fase en la que la corriente se mantiene constante se denomina *flat-top* y la fase final se denomina *ramp-down*, caracterizada por la pérdida de corriente.

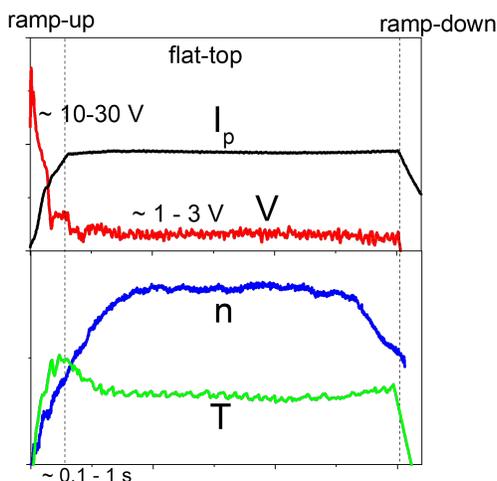
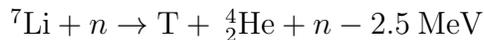
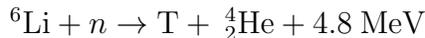


Figura 1.4: Esquema de una descarga de un Tokamak. En la parte de arriba se muestra la variación de la corriente y tensión del plasma en el tiempo. Abajo se muestra la evolución de la densidad y temperatura del plasma. Imagen de [4].

En la reacción de fusión deuterio-tritio, además de los núcleos de helio, se generan neutrones. Estas partículas carecen de carga eléctrica y, por tanto, no siguen los campos magnéticos y, en consecuencia, impactarán automáticamente contra las paredes del dispositivo. Ante esto, en la década de los 60, surgió la idea de usar un manto, denominado *breeding blanket*, para aprovechar este flujo de neutrones. El deuterio, al ser un isótopo estable, abunda en la naturaleza, pero el tritio no, pues su vida media es de unos 12.3 años. Debido a esto, es necesario producir artificialmente tritio para llevar a cabo la fusión. Para ello, se utilizan

capas de litio en las paredes del Tokamak para crear de forma artificial e in situ las cantidades de tritio necesarias mediante las siguientes reacciones:



Aún así, los neutrones pueden ser perniciosos, pues si tienen la energía suficiente, pueden transmutar los átomos. Por consiguiente, es de vital importancia estudiar la interacción entre los materiales usados en los dispositivos y los neutrones altamente energéticos.

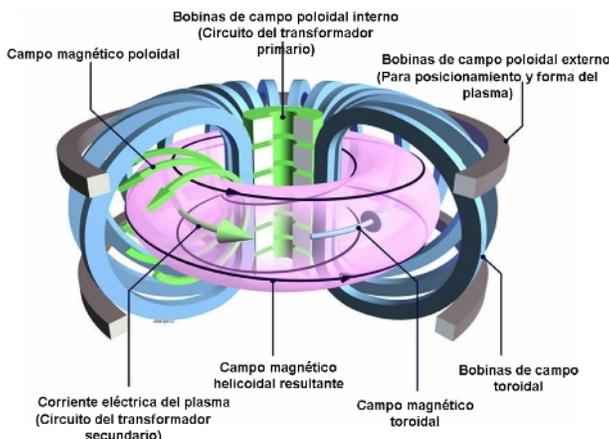


Figura 1.5: Esquema de un Tokamak. Imagen de [7].

1.2.2. ITER

El proyecto ITER comenzó a finales de la década de los 80. Su construcción, en cambio, no empezó hasta 2007 en Cadarache, Francia. Hoy en día participan hasta 35 países en el proyecto, entre los cuales están Estados Unidos, Rusia, China y la Unión Europea. Cada uno de ellos participa aportando componentes específicos del reactor, financiando la ingeniería, aportando personal o analizando resultados experimentales [8]. ITER está diseñado para ser un entorno de pruebas de tecnologías que en el futuro serán usadas en las plantas de fusión nuclear. Los objetivos principales del proyecto son los siguientes [9]:

1. Alcanzar un plasma de deuterio y tritio en el cual las condiciones de fusión son sostenidas por la energía emitida de la fusión (ignición).
2. Generar 500 MW de potencia de fusión en el plasma, diez veces más de la energía aportada ($Q = 10$).
3. Contribuir a la demostración del funcionamiento integrado de las tecnologías para una planta de energía de fusión.

4. Probar el mecanismo de suministro de tritio.
5. Demostrar las características de seguridad de un dispositivo de fusión.

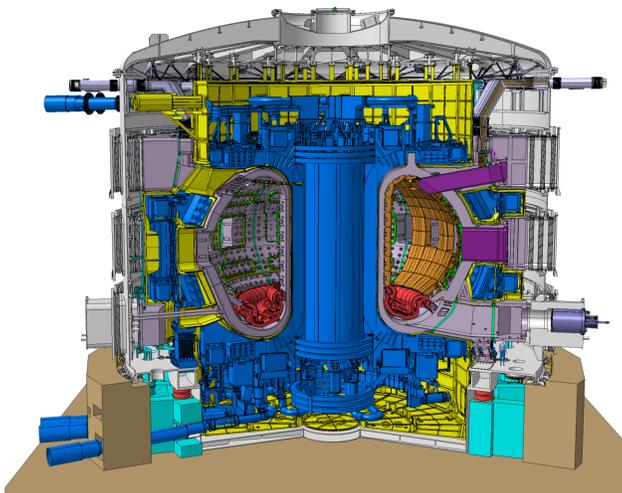


Figura 1.6: Esquema de ITER. Cada uno de los componentes viene diferenciado por un color distinto. El plasma quedaría confinado dentro del toroide con forma de D. Imagen obtenida de [10].

Los parámetros de ITER vienen dados en la siguiente tabla:

Parámetro	Descripción	Valor
R_0	Radio mayor	6.2 m
a	Radio menor del plasma	2.72 m
S	Sección eficaz poloidal del plasma	22 m ²
τ_{wall}	Tiempo de resistividad de la pared	0.5 s
L_P	Inductancia propia del plasma	$12 \cdot 10^{-6}$ H
l_i	Inductancia interna del plasma $l_i = 2L_P/\mu_0 R_0$	1.2
$l_w = L_w/L_P$	Inductancia normalizada de la pared	1.0
$l_{12} = L_{12}/L_P$	Inductancia mutua normalizada de las dos paredes conductoras.	0.4
$l_{wp} = L_{wp}/L_P$	Inductancia mutua pared-plasma normalizada	0.6
I_{p0}	Corriente inicial del plasma	15.0 MA
$i_{10} = I_{10}/I_{p0}$	Corriente inicial normalizada en la primera pared conductora.	0.01
$i_{20} = I_{20}/I_{p0}$	Corriente inicial normalizada en la segunda pared conductora.	0.008
$i_{re0} = I_{re0}/I_{p0}$	Semilla de corriente de electrones runaway normalizada	0.01
n_{e0}	Densidad de electrones	10^{20}m^{-3}
i_e	Corriente normalizada en los conductores externos	0.2

Tabla 1.1: Tabla con los parámetros principales de ITER. Tabla de [11].

1.3. Los electrones runaway

C.T.R. Wilson en 1925 fue el primero en documentar y estudiar este efecto. En la naturaleza se da en tormentas eléctricas y en las llamaradas solares de las estrellas. Además, se han observado y estudiado casos en áreas más allá de la física de plasmas, como la física de estado sólido. En los Tokamaks, se observó este efecto a partir de la segunda mitad del siglo XX. Desde entonces, han sido objeto de muchas investigaciones debido a su importancia, pues son capaces de dañar componentes de los futuros reactores si no se controlan (véase la Fig. 1.7).

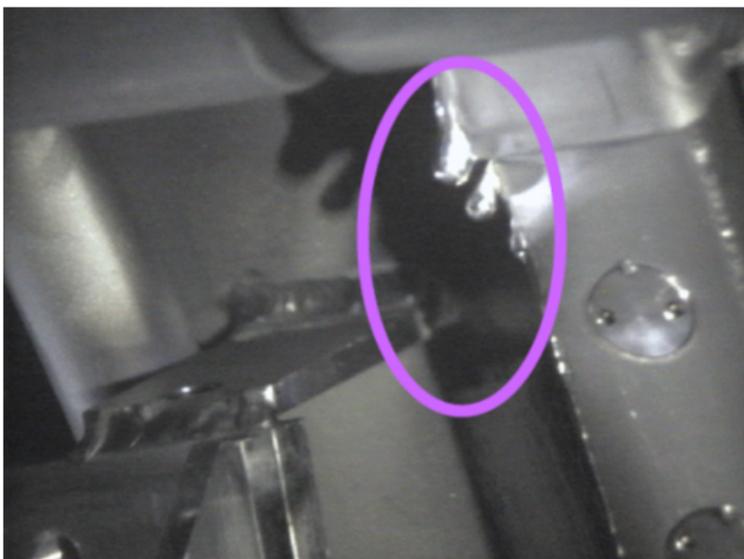


Figura 1.7: Daño generado por la interacción de los electrones runaway con el dispositivo. Imagen de [12].

El plasma en el interior del Tokamak está sujeto a dos fuerzas principales: la fuerza eléctrica debido al campo eléctrico toroidal, que acelera los electrones, y la fuerza de fricción debido a las colisiones de Coulomb entre los iones del plasma y los electrones. A velocidades altas, debido a la dependencia de la fuerza de fricción con la velocidad, los electrones sufrirán menos colisiones con otras partículas.

$$F_{coll} \sim \frac{n_e e^4 \ln \Lambda}{4\pi \varepsilon_0^2 m_e} \cdot \frac{1}{\nu^2} \quad (1.4)$$

donde n_e es la densidad electrónica, e la carga del electrón, $\ln \Lambda$ el logaritmo de Coulomb [13][14][15], ε_0 la permitividad eléctrica del vacío, m_e la masa del electrón y ν la velocidad del electrón.

El efecto, por lo tanto, se dará cuando los electrones alcancen una velocidad crítica ν_c para la cual la fuerza de fricción es igual a la fuerza aceleradora debido al campo eléctrico $F_{coll} = eE_{||}$.

$$\nu_c \sim \sqrt{\frac{n_e e^3 \ln \Lambda}{4\pi \varepsilon_0^2 m_e E_{||}}} \quad (1.5)$$

Si el electrón alcanza dicha velocidad, las colisiones no lo frenarán y seguirá aumentando su velocidad hasta un cierto valor límite. De la misma forma, se puede definir el campo eléctrico crítico E_R como el necesario para hacer que un electrón de velocidad $\sim c$ pase a ser runaway.

$$E_R = \frac{n_e e^3 \ln \Lambda}{4\pi \varepsilon_0^2 m_e c^2} \quad (1.6)$$

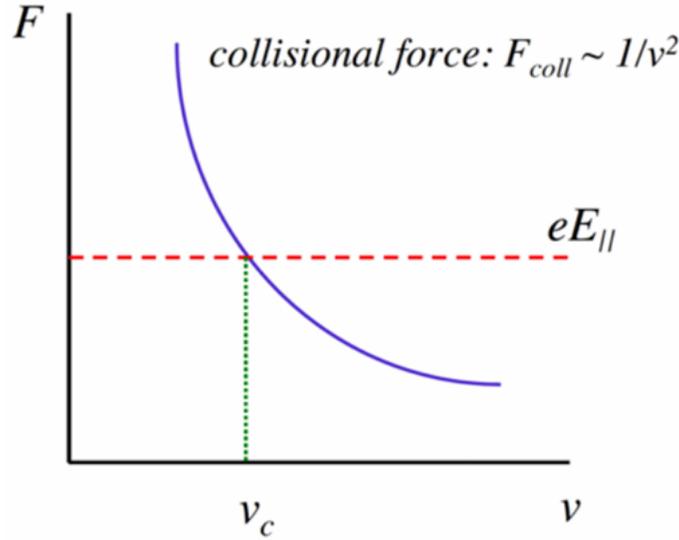


Figura 1.8: Fuerza de rozamiento debido a las colisiones de Coulomb en función de la velocidad del electrón. v_c es la velocidad crítica y $E_{||}$ el campo eléctrico. Cabe destacar que, tal y como se mencionó previamente, para v_c la fuerza de rozamiento equivale a la aceleración debido al campo eléctrico. Imagen de [4].

Además, cabe la posibilidad de la existencia de un campo eléctrico suficientemente intenso como para convertir cualquier electrón en runaway. Para convertir un electrón térmico en runaway, la energía cinética deberá ser igual a la temperatura electrónica.

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{T_e}{2} \rightarrow v^2 = \frac{T_e}{m_e} \rightarrow E_D = \frac{n_e e^3 \ln \Lambda}{4\pi \varepsilon_0^2 T_e} \quad (1.7)$$

Este campo E_D puede expresarse en función de E_R de la siguiente forma:

$$\frac{E_R}{E_D} = \frac{T_e}{m_e c^2} \quad (1.8)$$

Es importante señalar que este campo eléctrico es mucho mayor que el crítico y nunca se genera en los Tokamaks.

Como al inicio de las descargas el campo eléctrico paralelo inducido es mayor que el campo eléctrico crítico, se genera una cantidad sustancial de electrones runaway. Esto crea una

corriente runaway, I_r , que va aumentando a medida que la población de electrones de este tipo se incrementa, hasta sustituir casi por completo la corriente del plasma (ver figura 1.9).

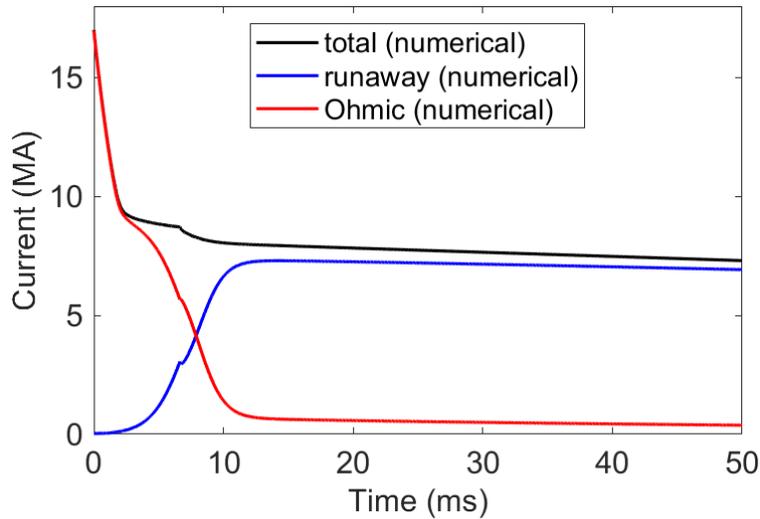


Figura 1.9: Cálculo numérico de la variación de la corriente runaway, I_r .

1.4. Mecanismos de generación de electrones runaway

Existen dos mecanismos principales de generación de electrones runaway. El primario o también conocido como mecanismo Dreicer y el secundario o mecanismo de avalancha. Aun así, existen más métodos de generación de runaways, entre los cuales destacan: el decaimiento de tritio y el *Compton scattering*.

Teniendo esto en cuenta, se puede describir el aumento de la población de electrones runaway mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{dn_r}{dt} = \left(\frac{dn_r}{dt}\right)_{Dreicer} + \left(\frac{dn_r}{dt}\right)_{Av} + \left(\frac{dn_r}{dt}\right)_T + \left(\frac{dn_r}{dt}\right)_{Compton} \quad (1.9)$$

Cada uno de los mecanismos generará mayor o menor cantidad de electrones runaway dependiendo de las condiciones en las que se encuentre el plasma.

1.4.1. Generación primaria (Dreicer)

El mecanismo Dreicer produce electrones mediante difusión en el espacio de velocidades hacia la velocidad crítica, o región runaway (ver Fig. 1.10). Este mecanismo da lugar a un crecimiento lineal de la población. Suponiendo un estado cuasi-estático para la distribución de electrones, el ratio de generación de electrones runaway mediante este mecanismo se describe como:

$$\left(\frac{dn_r}{dt}\right)_{Dreicer} = n_e \nu_{coll} \left(\frac{m_e c^2}{2T_e}\right)^{3/2} \varepsilon^{-\frac{3(1+Z_{eff})}{16}} \exp\left(-\frac{1}{4\varepsilon} - \sqrt{\frac{(1+Z_{eff})}{\varepsilon}}\right) \quad (1.10)$$

donde $\varepsilon = E_D/E_{||}$, $\nu_{coll} = n_e e^4 \ln \Lambda / 4\pi \varepsilon_0^2 m_e^2 c^3$ es la frecuencia de colisión para electrones relativistas y $\varepsilon \equiv E_{||}/E_D$ [16][17].

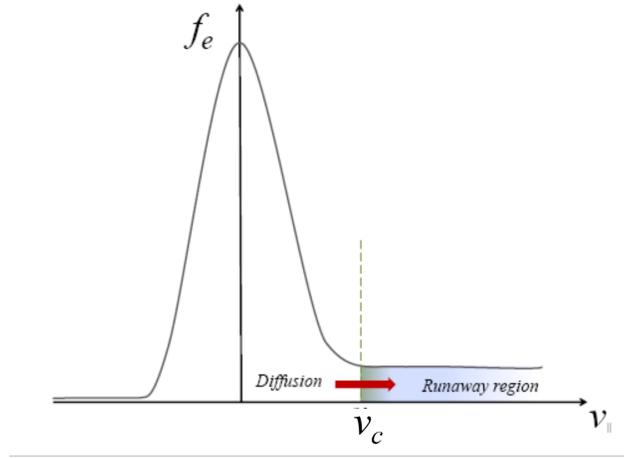


Figura 1.10: Esquema de la generación Dreicer. Imagen tomada de [12].

1.4.2. Generación secundaria (avalancha)

El mecanismo de avalancha, o secundario, genera electrones mediante colisiones de Coulomb entre electrones runaway y electrones térmicos. En dichas colisiones, el electrón runaway interactúa con el térmico, transmitiendo parte de su energía y convirtiendo así el térmico en otro electrón runaway. El crecimiento de la población mediante este mecanismo es exponencial y se describe como [18]:

$$\left(\frac{dn_r}{dt} \right)_{Av} = \frac{n_r}{\tau_s} \quad (1.11)$$

donde τ_s es el tiempo de avalancha que viene dado por la siguiente expresión:

$$\tau_s = \frac{4\pi \varepsilon_0^2 m_e^2 c^3}{e^4 n_e} \sqrt{\frac{3(5 + Z_{eff})}{\pi}} \left(\frac{E_{||}}{E_R} - 1 \right)^{-1} \approx \frac{m_e c \ln \Lambda (2 + Z_{eff})}{e E_{||}} \quad (1.12)$$

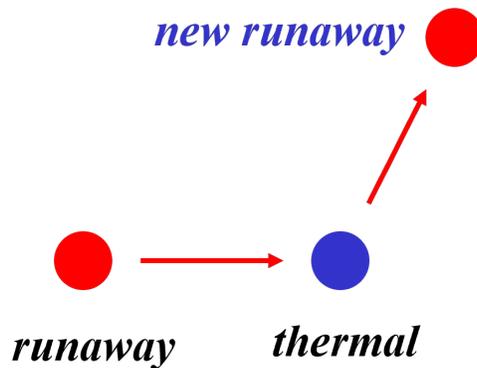
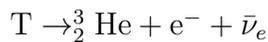


Figura 1.11: Esquema de generación secundaria. Imagen tomada de [12].

1.4.3. Otros tipos de mecanismos

Decaimiento de tritio

El tritio, un isótopo del hidrógeno, decae mediante una desintegración beta, con un tiempo de vida medio de $\tau_T = (4500 \pm 8)$ días, generando un átomo de helio-3



junto a un electrón, comúnmente denominado como electrón beta, y un antineutrino electrónico, $\bar{\nu}_e$. En consecuencia, se puede describir la producción de estos electrones como [19]:

$$\left(\frac{dn_\beta}{dt}\right)_T = \lambda_T \cdot n_T = \ln 2 \cdot \frac{n_T}{\tau_T} \quad (1.13)$$

donde n_T es la densidad de átomos de tritio y λ_T la constante de desintegración del tritio. De todos los electrones generados, únicamente los que tengan una energía superior a la energía crítica E_c contribuirán a aumentar la población de electrones runaway. Por lo tanto, el ratio de generación de electrones runaway mediante este mecanismo puede estimarse como:

$$\left(\frac{dn_r}{dt}\right)_T \approx n_T \cdot \nu_T(E_c) = \ln 2 \cdot \frac{n_T}{\tau_T} \cdot F_\beta(E_c) \quad (1.14)$$

donde $F_\beta(E_c)$ es

$$F_\beta(E_c) = \int_{E_c}^{E_{max}} f_\beta(E) dE \quad (1.15)$$

siendo $f_\beta(E)$ el espectro de energía-beta normalizado a uno y E_{max} la energía máxima de los electrones beta ($E_{max} = 18.6$ keV).

Si la energía crítica es menor que la energía máxima, habrá una contribución considerable de electrones runaway debido a los decaimientos de tritio. En caso contrario, la contribución será nula, tal y como se puede observar en la siguiente figura.

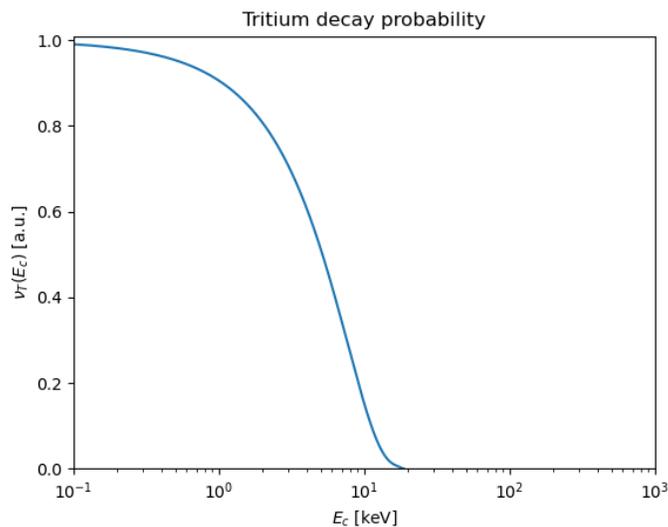


Figura 1.12: $\nu_T(E_c)$ frente a E_c normalizado a uno en $E_c = 0$. Imagen inspirada de [19].

Scattering Compton

En ITER, las reacciones de fusión siguen la Ec. (1.1) produciendo neutrones altamente energéticos. Estos neutrones impactan contra las paredes del interior, causando la activación de las mismas y emitiendo en consecuencia rayos- γ . Los rayos gamma pueden incrementar la población de electrones runaway mediante *Compton scattering*. El número de electrones runaway generados mediante este mecanismo viene dado por la siguiente ecuación [19]:

$$\left(\frac{dn_r}{dt}\right)_{Compton} \approx n_e \int \Gamma_\gamma(E_\gamma) \sigma(E_\gamma) dE_\gamma \quad (1.16)$$

donde E_γ es la energía del fotón, $\Gamma_\gamma(E_\gamma)$ el espectro de flujo de energía gamma y $\sigma(E_\gamma)$ la sección eficaz de Compton para fotones de energía E_γ .

La expresión de $\Gamma_\gamma(E_\gamma)$ se obtiene 'Usando un promedio de los cálculos realizados en cuatro ubicaciones poloidales diferentes en ITER utilizando cálculos de transporte de radiación' [19]. El resultado es que el espectro de flujo de energía gamma se puede ajustar como:

$$\Gamma_\gamma(E_\gamma) \propto \exp(-\exp(-z) - z + 1) \text{ donde } z \equiv \frac{\ln E_\gamma(\text{MeV}) + 1.2}{0.8} \quad (1.17)$$

Los electrones del scattering de Compton tardan décimas de milisegundos en perder su energía mediante colisiones. Esto hace que durante una disrupción, si el flujo de rayos gamma está presente antes del enfriamiento térmico, la población de electrones runaway sea dominada por electrones de scattering de Compton una vez finalice el enfriamiento [19].

Cabe destacar que, a diferencia de la generación por decaimiento del tritio, el scattering de Compton contribuye de manera significativa para valores de energía E_c mayores (ver Fig. 1.13).

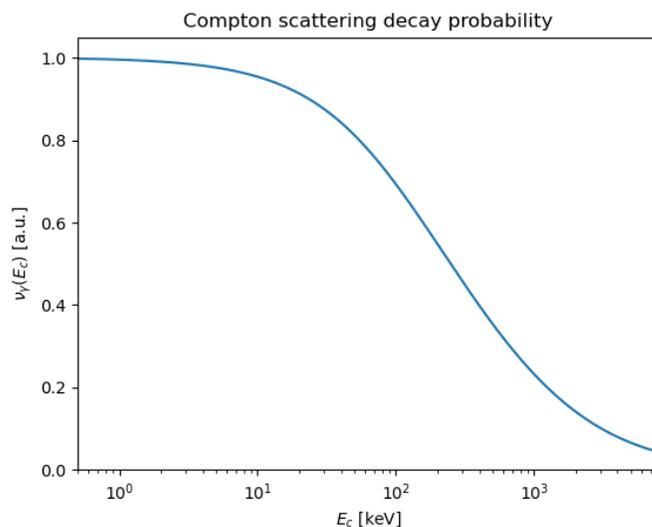


Figura 1.13: $\nu_\gamma(E_c)$ frente a E_c normalizado a uno en $E_c = 0$. Imagen inspirada de [19].

2

Modelo

En este apartado se introduce el modelo utilizado para describir el plasma, que es una ampliación del propuesto por D. I. Kiramov y B. N. Breizman en 2017 [11].

En este modelo se trata el sistema como un conjunto de tres lazos paralelos de mismo radio R_0 sobre los cuales circulan las corrientes. Los lazos exteriores son inmóviles, correspondiéndose así a las estructuras conductoras adyacentes del dispositivo. La distancia entre los dos lazos es $2a$ y se asume que esta es mucho menor que R_0 . Por otro lado, el lazo central se desplaza a lo largo del eje vertical y corresponde al plasma. Las observaciones sugieren que la columna de plasma se encuentra aproximadamente en un estado libre de fuerzas durante su desplazamiento vertical. De hecho, esta condición se considera explícitamente en los simuladores de disrupciones utilizados en la actualidad [20].

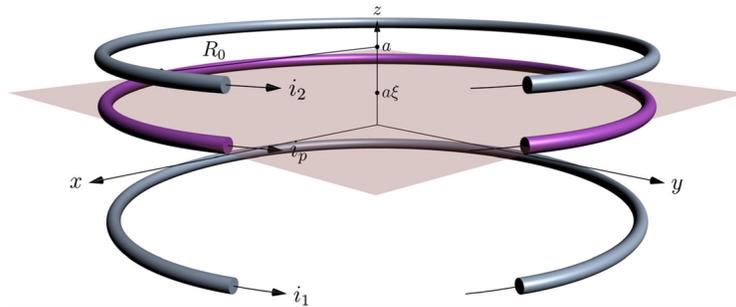


Figura 2.1: Esquema del modelo de tres lazos. $\xi = \frac{z}{a} \in [-1, 1]$ es el desplazamiento vertical del plasma normalizado. Imagen de [11].

Además, se asume que tanto las resistencias R_w como las inductancias L_w de las dos paredes son iguales. Para el plasma, en cambio, se asume una resistencia R_P y una inductancia propia L_P donde $L_P = L_{int} + L_{ext}$. Asimismo, la inductancia mutua de las dos paredes conductoras

es aproximadamente:

$$L_{12} \approx \mu_0 R_0 \left(\ln \frac{4R_0}{a} - 2 \right) \quad (2.1)$$

para $R_0/a \gg \sqrt{2}$. De igual forma, también se asume la existencia de dos lazos junto a las paredes conductoras sobre los cuales circula una corriente i_e . Esta corriente no varía en el tiempo y produce un campo magnético externo.

Teniendo en cuenta todo esto, el sistema de ecuaciones diferenciales que describe las corrientes es el siguiente:

$$\begin{aligned} L_w \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + L_{wp} \frac{d}{dt} [1 - \beta \ln(1 + \xi)] i_p &= -R_w i_1 \\ L_{12} \frac{di_1}{dt} + L_w \frac{di_2}{dt} + L_{wp} \frac{d}{dt} [1 - \beta \ln(1 - \xi)] i_p &= -R_w i_2 \\ L_{wp} \frac{d}{dt} [1 - \beta \ln(1 + \xi)] (i_e + i_1) + L_{wp} \frac{d}{dt} [1 - \beta \ln(1 - \xi)] (i_e + i_2) \\ &+ \frac{d}{dt} [L_p i_p] = -R_p i_p \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde i_1 e i_2 son las corrientes de los dos lazos inmóviles, i_p la corriente del lazo móvil y ξ el desplazamiento vertical normalizado del plasma

$$\xi = \frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2 + 2i_e} \quad (2.3)$$

Para facilitar el uso del sistema de ecuaciones (2.2), primero se hace la derivada temporal de ξ :

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2 + 2i_e} \right) = \frac{\left(\frac{di_1}{dt} - \frac{di_2}{dt} \right) (i_1 + i_2 + 2i_e) - (i_1 - i_2) \left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \right)}{(i_1 + i_2 + 2i_e)^2} \\ &= \frac{2(i_2 + i_e)}{(i_1 + i_2 + 2i_e)^2} \frac{di_1}{dt} - \frac{2(i_1 + i_e)}{(i_1 + i_2 + 2i_e)^2} \frac{di_2}{dt} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Sabiendo que $L_{int} = 5\mu H$, $L_{ext} = \mu_0 R_0 \left[\ln \left(\frac{8R_0}{a} \right) - 2 \right]$ y la derivada temporal de ξ , el sistema de ecuaciones (2.2) pasa a ser:

$$\begin{aligned} L_w \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + L_{wp} \frac{di_p}{dt} [1 - \beta \ln(1 + \xi)] - \frac{L_{wp} \beta i_p}{1 + \xi} \frac{d\xi}{dt} &= -R_w i_1 \\ L_{12} \frac{di_1}{dt} + L_w \frac{di_2}{dt} + L_{wp} \frac{di_p}{dt} [1 - \beta \ln(1 - \xi)] + \frac{L_{wp} \beta i_p}{1 - \xi} \frac{d\xi}{dt} &= -R_w i_2 \\ L_{wp} \frac{di_1}{dt} [1 - \beta \ln(1 + \xi)] - \frac{L_{wp} \beta (i_1 + i_e)}{1 + \xi} \frac{d\xi}{dt} + L_{wp} \frac{di_2}{dt} [1 - \beta \ln(1 - \xi)] \\ &+ \frac{L_{wp} \beta (i_2 + i_e)}{1 - \xi} \frac{d\xi}{dt} + L_p \frac{di_p}{dt} + \frac{\mu_0 R_0 i_p}{1 - \xi} \frac{d\xi}{dt} = -R_p i_p \end{aligned} \quad (2.5)$$

Finalmente, para completar el modelo, se hace uso de la ley de Ohm para el plasma. Para ello, se asume que la corriente de plasma está formada por una corriente óhmica, i_{OH} , y otra corriente de electrones runaway, i_r . La expresión que describe la variación de la corriente i_r es la siguiente:

$$\frac{1}{i_r} \frac{di_r}{dt} = \frac{e(E_{||} - E_R)}{m_e c \ln \Lambda a (Z_{eff})} \quad (2.6)$$

donde $E_{||}$ es el campo eléctrico toroidal, E_R el ya conocido campo eléctrico crítico, m_e la masa del electrón y $a(Z_{eff}) = \sqrt{3(5 + Z_{eff})/\pi}$.

Es importante señalar que, tal y como se explicó al comienzo del apartado, la columna de plasma se desplaza verticalmente, llegando a alcanzar la pared del tokamak. A esta fase se le llama *scraping-off* y se da cuando $\xi_c < \xi < 1$. Teniendo en cuenta este efecto en el modelo, se introduce por un lado un nuevo término del radio del plasma que describe cómo se va reduciendo tras entrar en contacto con la pared. La ecuación es la siguiente:

$$a = a_w (1 - \xi) \quad (2.7)$$

La variación del radio a a su vez influye en la resistencia del plasma, pues:

$$R_P = \eta \cdot \frac{l}{S} \quad (2.8)$$

donde $S = \pi a^2$ y $l = 2\pi R_0$. De la misma forma, conviene también describir la energía depositada en las paredes del tokamak por los electrones runaway durante la fase de *scraping-off*. Para ello, se añade el siguiente término:

$$\frac{\dot{a}}{a} = -\frac{\dot{\xi}}{1 - \xi} \quad (2.9)$$

donde \dot{X} representa la derivada temporal de la variable X . Teniendo en cuenta la Ec. (2.9), la Ec. (2.6) se convierte en:

$$\frac{1}{i_r} \frac{di_r}{dt} = \frac{e(E_{||} - E_R)}{m_e c \ln \Lambda a (Z_{eff})} + \frac{2\dot{a}}{a} = \frac{e(E_{||} - E_R)}{m_e c \ln \Lambda a (Z_{eff})} - \frac{2\dot{\xi}}{1 - \xi} \quad (2.10)$$

A esta ecuación se le puede añadir otro término de pérdida correspondiente a cuando la columna alcanza $q = 2$, $t \geq t_{q2}$.

$$\frac{1}{i_r} \frac{di_r}{dt} = \frac{e(E_{||} - E_R)}{m_e c \ln \Lambda a (Z_{eff})} - \frac{2\dot{\xi}}{1 - \xi} - \frac{1}{\tau_d} \quad (2.11)$$

donde τ_d es el tiempo característico de pérdida. Estas pérdidas comienzan tras el colapso térmico (*thermal quench*) y se mantienen activas durante un intervalo de tiempo τ a lo largo del colapso de corriente (*current quench*) [21]. q viene dado por la siguiente ecuación y, dependiendo de la geometría del dispositivo, tendrá una expresión distinta. Para ITER, que es el reactor de estudio en este trabajo, la expresión toma la siguiente forma:

$$q = 1.42 \cdot \frac{aB_0}{R_0 B_0(a)} = 1.42 \cdot \frac{2\pi a^2 B_0}{R_0 \mu_0 I} \approx 6.07 \cdot \frac{a^2}{I \text{ (MA)}} \quad (2.12)$$

donde $B_0 = 5.3$ T y $R_0 = 6.2$ m.

Finalmente, también se tiene en cuenta la generación Dreicer, el scattering de Compton y el decaimiento de tritio a la hora de describir la variación de i_r . Para ello, se multiplican las Ecs. (1.10), (1.16) y (1.14) por $e \cdot c \cdot S$ donde e es la carga del electrón, c la velocidad de la luz y $S = \pi a^2$. En el modelo, cada uno de los mecanismos puede activarse o desactivarse mediante variables booleanas (True o False) que actúan como interruptores lógicos.

3

Resolución numérica

Una vez definido el siguiente sistema de 5 ecuaciones diferenciales ordinarias, se busca un método numérico para resolverlo.

$$\begin{aligned}
 L_w \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + L_{wp} \frac{di_p}{dt} [1 - \beta \ln(1 + \xi)] - \frac{L_{wp} \beta i_p}{1 + \xi} \frac{d\xi}{dt} &= -R_w i_1 \\
 L_{12} \frac{di_1}{dt} + L_w \frac{di_2}{dt} + L_{wp} \frac{di_p}{dt} [1 - \beta \ln(1 - \xi)] + \frac{L_{wp} \beta i_p}{1 - \xi} \frac{d\xi}{dt} &= -R_w i_2 \\
 L_{wp} \frac{di_1}{dt} [1 - \beta \ln(1 + \xi)] - \frac{L_{wp} \beta (i_1 + i_e)}{1 + \xi} \frac{d\xi}{dt} + L_{wp} \frac{di_2}{dt} [1 - \beta \ln(1 - \xi)] \\
 + \frac{L_{wp} \beta (i_2 + i_e)}{1 - \xi} \frac{d\xi}{dt} + L_P \frac{di_p}{dt} + \frac{\mu_0 R_0 i_p}{1 - \xi} \frac{d\xi}{dt} &= -R_P (i_p - i_r) \\
 \frac{d\xi}{dt} - \frac{2(i_2 + i_e)}{(i_1 + i_2 + 2i_e)^2} \frac{di_1}{dt} + \frac{2(i_1 + i_e)}{(i_1 + i_2 + 2i_e)^2} \frac{di_2}{dt} &= 0 \\
 \frac{1}{i_r} \frac{di_r}{dt} - \frac{e(E_{||} - E_R)}{m_e c \ln \Lambda a (Z_{eff})} + \frac{2\dot{\xi}}{1 - \xi} + \frac{1}{\tau_d} - \frac{ec\pi a^2 n_T \ln 2}{\tau_T} F_\beta(E_R) - \\
 - ec\pi a^2 n_e \nu_{coll} \left(\frac{m_e c^2}{2T_e} \right)^{3/2} \varepsilon^{-\frac{3(1+Z_{eff})}{16}} \exp \left(-\frac{1}{4\varepsilon} - \sqrt{\frac{(1+Z_{eff})}{\varepsilon}} \right) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Existe una amplia variedad de métodos numéricos para resolver estos problemas, entre los cuales destacan dos: Método de Euler y Método de Runge-Kutta. El primero de los dos destaca por su sencillez a la hora de implementarse en un código, pero presenta imprecisiones para problemas donde el tamaño del paso h sea pequeño. El método Runge-Kutta, en cambio, es más complejo de implementar en un código, pero presenta un buen compromiso entre precisión y esfuerzo computacional. Por consiguiente, se decidió usar este método para resolver el sistema (3.1). El método de Runge-Kutta de cuarto orden es un algoritmo numérico utilizado para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de forma aproximada. Este método estima el valor de la solución en un punto futuro y_{n+1} utilizando una combinación ponderada

de pendientes, o derivadas, calculadas en varios puntos intermedios dentro de un intervalo de integración. En consecuencia, este método obtiene resultados con un error global de $\mathcal{O}(h^4)$.

El sistema (3.1) puede representarse como:

$$\mathbb{M}(t_n, y_n) \dot{y}_n = f(t_n, y_n) \quad (3.2)$$

donde $\mathbb{M}(t_n, y_n)$ es la matriz de masa 5×5 y $f(t_n, y_n)$ y \dot{y}_n son vectores columna 5×1 con funciones dependientes de las variables a resolver y sus derivadas temporales, respectivamente. Se puede reescribir la Ec. (3.2) de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \\ \dot{y}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

donde

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \\ \dot{y}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{di_1}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \\ \frac{di_p}{dt} \\ \frac{di_r}{dt} \\ \frac{d\xi}{dt} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Comparando el sistema (3.1) con la Ec. (3.3), se pueden determinar los elementos de la matriz $\mathbb{M}(t_n, y_n)$ y del vector columna $f(t_n, y_n)$ (ver Apéndice A).

Para obtener la solución desde una condición inicial

$$y(t=0) = \begin{pmatrix} y_1(t=0) \\ y_2(t=0) \\ y_3(t=0) \\ y_4(t=0) \\ y_5(t=0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_1(t=0) \\ i_2(t=0) \\ i_p(t=0) \\ i_r(t=0) \\ \xi(t=0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ i_{p0} \\ i_{r0} \\ \xi_0 \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

se multiplica la Ec. 3.2 por la inversa de la matriz de masa

$$\dot{y}_n = \frac{y_{n+1} - y_n}{\Delta t} = \mathbb{M}^{-1}(t_n, y_n) f(t_n, y_n) \quad (3.6)$$

para finalmente usar el método Runge-Kutta de cuarto orden:

$$\begin{aligned} k_1 &= \Delta t \mathbb{M}^{-1}(t_n, y_n) f(t_n, y_n) \\ k_2 &= \Delta t \mathbb{M}^{-1}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right) f\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right) \\ k_3 &= \Delta t \mathbb{M}^{-1}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right) f\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right) \\ k_4 &= \Delta t \mathbb{M}^{-1}\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{k_3}{2}\right) f\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{k_3}{2}\right) \\ y_{n+1} &= y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) + \mathcal{O}(\Delta t^5) \end{aligned} \quad (3.7)$$

el cual devuelve una solución para un instante de tiempo $t_{n+1} = t_n + \Delta t (y_{n+1})$.

4

Resultados

Hasta este punto, se ha introducido un fenómeno físico observado en distintos escenarios experimentales y se ha hablado sobre el modelo teórico capaz de reproducir estos resultados. Posteriormente, se explicó el método numérico implementado para resolver las ecuaciones del modelo mediante un código de simulación.

El siguiente paso consiste en utilizar dicho código para verificar la validez del modelo comparando sus predicciones con los datos observados. Además, se busca ampliar el conocimiento existente sobre el fenómeno y demostrar que el código no se limita a ser un ejercicio académico, sino que posee un valor práctico real, especialmente en el contexto del proyecto ITER.

En esta sección se presentan y analizan los resultados obtenidos a partir de las simulaciones numéricas. El código implementado incluye los distintos mecanismos de generación de electrones runaway, con especial atención al mecanismo de avalancha que tiene lugar durante una disrupción en un Tokamak de tipo ITER.

4.1. Estudio del tiempo característico de deconfinamiento

Tal y como se muestra en la Ec. (2.11), se añade un término de pérdida en la ecuación de la corriente runaway i_r . Este término de pérdida es el tiempo característico de deconfinamiento τ_d y tan solo afecta una vez la columna de plasma alcanza $q = 2$ (ver Ec. 2.12).

El principal objetivo es predecir bajo qué condiciones la generación de los electrones runaway es menor; por tanto, el estudio de la influencia de τ_d es de gran relevancia.

Un primer paso de estudio es la representación de la corriente runaway cuando el plasma entra en contacto con la pared, I_r en función de τ/τ_d . Para ello, se ha hecho uso de seis valores distintos del tiempo característico de deconfinamiento: $\tau_d = 0.5, 0.75, 1, 1.5, 2$ y 3 ms.

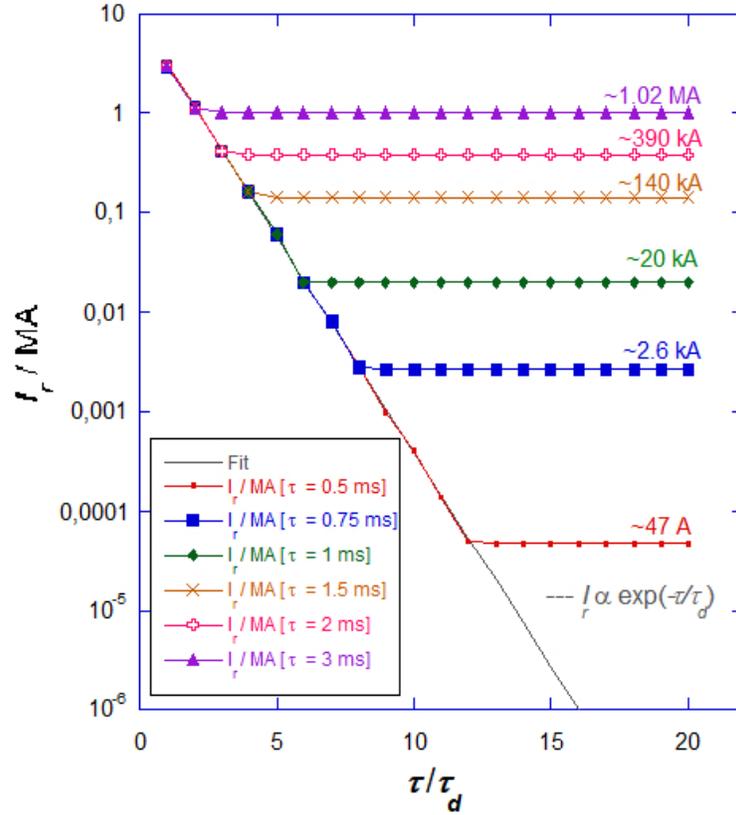


Figura 4.1: Corriente runaway cuando el plasma toca la pared en función de τ/τ_d . Las condiciones de disrupción son: $T_e = 5$ eV, $i_{p0} = 17$ MA, $i_{r0} = 0.3$ MA, $n_e = 10^{22}$ m $^{-3}$ y $\tau_w = 0.5$ s.

Como se puede observar, al estar en escala semi-logarítmica, los puntos muestran un comportamiento exponencial decreciente con τ/τ_d . Esto concuerda con lo obtenido una vez resuelta la Ec. (2.11) (ver Capítulo B). No obstante, este comportamiento no se replica para todos los puntos, pues, cuando τ es mayor que el tiempo necesario para alcanzar la pared t_c , la corriente runaway satura en un valor concreto para cada τ_d . Dicho valor se corresponde con las líneas horizontales que se muestran en la Fig. (4.1). Conviene subrayar que los resultados muestran que para valores de τ_d menores, la corriente runaway satura a valores menores. Además, cuanto menor es τ_d , mayor es el valor necesario de τ/τ_d para alcanzar la saturación.

Otro punto de estudio es la energía transferida a los electrones runaway a lo largo de la fase de *scrapping-off*, ΔW_r . En este caso también se ha hecho uso de los mismos seis tiempos característicos de deconfinamiento bajo las condiciones de disrupción previamente mencionadas.

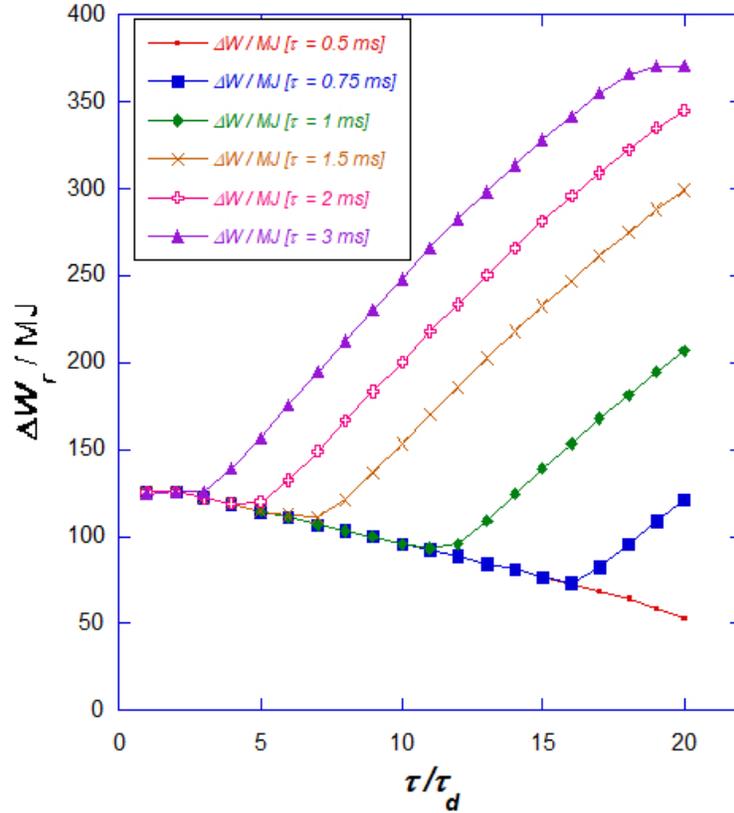


Figura 4.2: Energía transferida a los electrones runaway durante el *scrapping-off* en función de τ/τ_d . Las condiciones de disrupción son: $T_e = 5 \text{ eV}$, $i_{p0} = 17 \text{ MA}$, $i_{r0} = 0.3 \text{ MA}$, $n_e = 10^{22} \text{ m}^{-3}$ y $\tau_w = 0.5 \text{ s}$.

Analizando la Fig. (4.2), se puede ver que para tiempos mayores que t_c , la energía depositada en los electrones runaway incrementa, ya que la corriente runaway debida a las pérdidas en esta fase da lugar a un desplazamiento vertical más rápido y, por tanto, a un mayor campo eléctrico asociado [21]. Este campo eléctrico, a su vez, incrementa el número de electrones runaway generados mediante el mecanismo de avalancha, pues $i_r \propto E_{||}$ (ver Ec. 2.10). No obstante, si el tiempo característico de deconfinamiento es lo suficientemente pequeño, se puede evitar esta situación, tal y como puede observarse en la curva correspondiente a $\tau_d = 0.5 \text{ ms}$.

Una vez se alcanza $q = 2$, se da un deconfinamiento de los electrones runaway y en consecuencia, la energía depositada en los mismos disminuye.

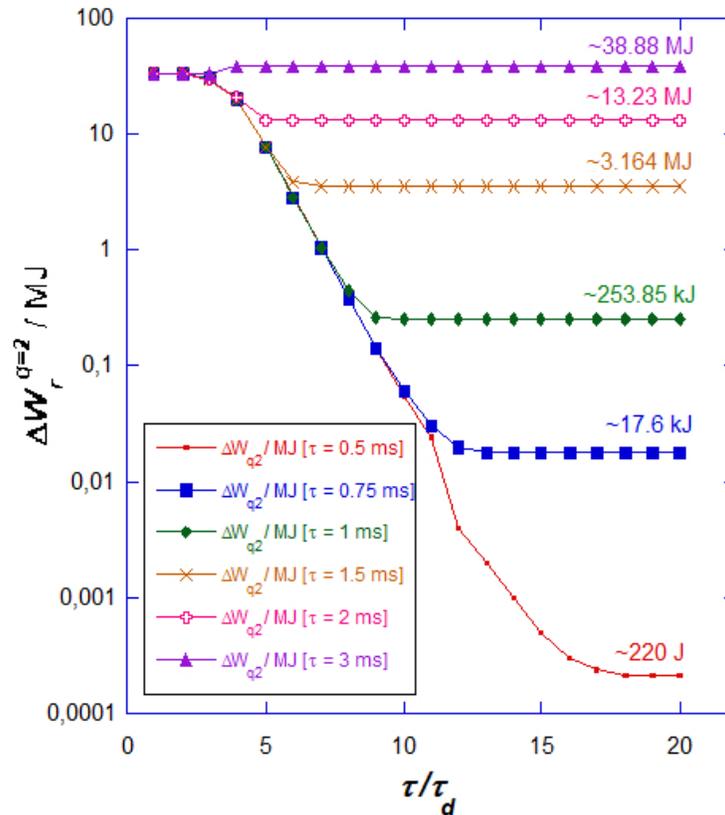


Figura 4.3: Energía transferida a los electrones runaway cuando se alcanza $q = 2$ en función de τ/τ_d . Las condiciones de disrupción son: $T_e = 5$ eV, $i_{p0} = 17$ MA, $i_{r0} = 0.3$ MA, $n_e = 10^{22}$ m $^{-3}$ y $\tau_w = 0.5$ s.

Los resultados muestran que se da una saturación de $\Delta W_r^{q=2}$ para $\tau > t_c$. Los valores de saturación dependen de τ_d , aumentando para τ_d mayores. Además, al igual que con I_r , cuanto menor es τ_d , mayor es el valor necesario de τ/τ_d para alcanzar la saturación.

4.2. Área mínima

En secciones anteriores se ha mencionado que, a medida que avanza el tiempo, la columna de plasma se desplaza verticalmente hasta alcanzar las paredes del dispositivo Tokamak. Cuando se dé este suceso, es necesario estudiar las posibles consecuencias que tendría en el dispositivo. Se estima que las temperaturas dentro de un dispositivo como ITER serán de $\sim 10^8$ K, lo que implica que, si la columna de plasma entra en contacto con las paredes, existirá un serio riesgo de que estas alcancen su temperatura de fusión. Es por eso que analizar la energía depositada por los electrones runaway en los componentes que están en contacto con el plasma es de interés.

La energía depositada por los electrones runaway en los PFCs, *Plasma Facing Components*, viene dada por la siguiente ecuación:

$$W_{PFC} = \Delta W_r - W_{kin} \quad (4.1)$$

donde la energía cinética de los electrones runaway se describe como [21]

$$W_{kin} = \frac{2\pi R_0 m_e c^2 a(Z) \ln \Lambda}{ec} \cdot I_r \quad (4.2)$$

Asimismo, la potencia depositada por los electrones runaway en los PFCs también es una magnitud a tener en cuenta

$$P_r(t) = \frac{dW_{PFC}}{dt}. \quad (4.3)$$

Haciendo uso de W_{PFC} y $P_r(t)$, pueden obtenerse estimaciones simples del aumento de la temperatura superficial de los materiales de la primera pared de contacto utilizando la solución unidimensional de la ecuación de difusión de calor en un sólido semi-infinito. Teniendo en cuenta la profundidad de penetración de los electrones runaway en cada material y asumiendo que la deposición de energía a lo largo de la trayectoria se describe mediante una exponencial decreciente, se obtiene la siguiente ecuación [21]:

$$\Delta T = \frac{\kappa}{K\delta} \int_0^t q_r(t') \cdot e^{\kappa(t-t')/\delta^2} \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{\kappa(t-t')}}{\delta} \right) dt' \quad (4.4)$$

donde $\kappa = K/\rho c$, K es la conductividad térmica del sólido, c la capacidad térmica, ρ la densidad de masa, δ la profundidad de penetración, $\operatorname{erfc}(x)$ la función error complementaria y $q_r(t') = P_r(t')/A_w$ donde A_w es el área de contacto.

Teniendo en cuenta todo esto, se puede calcular el área mínima de contacto necesaria para no alcanzar la temperatura de fusión del material a lo largo del tiempo.

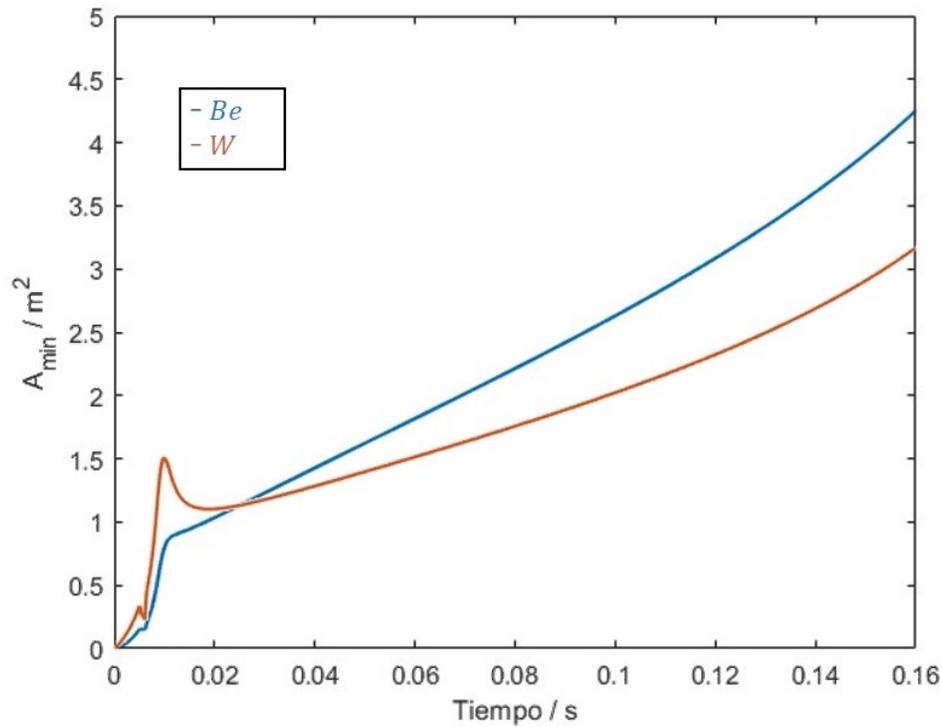
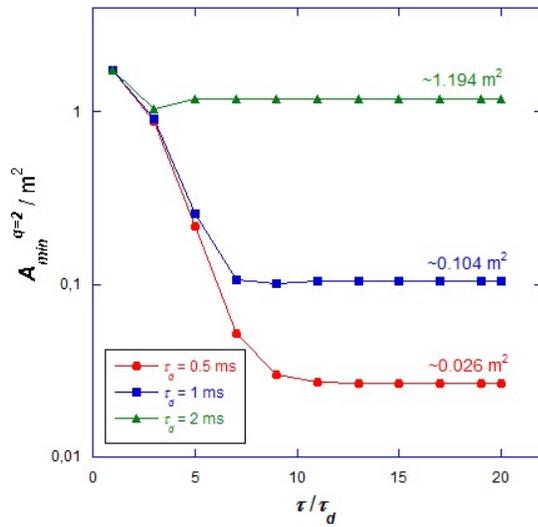


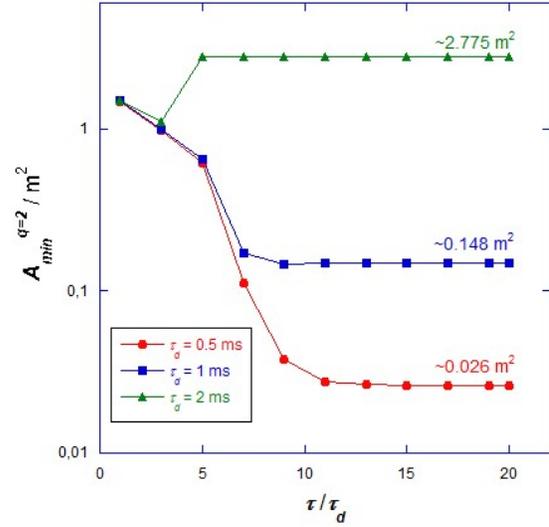
Figura 4.4: Área mínima de contacto en función del tiempo. El color azul corresponde al berilio (Be) mientras que el rojo al wolframio (W). Los valores de las variables propias del Berilio son: $\delta = 2$ mm, $\kappa = 65.3 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $K = 216$ W/(m · K) y $\Delta T = 1000$ K. Los valores de las variables propias del Wolframio son: $\delta = 0.09$ mm, $\kappa = 45.6 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $K = 127$ W/(m · K) y $\Delta T = 3200$ K.

Como se puede observar, cuando la columna alcanza $q = 2$ ($t \sim 0.02$ s), el área mínima necesaria en ambos casos es de ~ 1 m². Además, a medida que avanza el tiempo, el área mínima correspondiente al berilio aumenta más que para el wolframio debido a su menor temperatura de fusión. No obstante, es importante señalar que los valores a partir de $q = 2$ pueden no ser del todo veraces, ya que en dicha fase se dan fenómenos de turbulencia, los cuales no están representados en el código.

Siguiendo la misma línea de estudio que en la Sección 4.1, el área mínima cuando se alcanza $q = 2$ puede representarse en función de τ/τ_d .



(a) Área mínima de contacto en $q = 2$ en función del tiempo para el berilio (Be).



(b) Área mínima de contacto en $q = 2$ en función del tiempo para el wolframio (W).

Figura 4.5: Las condiciones de la disrupción son las mismas que en la Fig. 4.1.

Al igual que en anteriores figuras, a medida que τ/τ_d aumenta, el área mínima en $q = 2$ decrece hasta saturar en un valor concreto. Este valor de saturación a su vez, depende de τ_d , pues, para tiempos mayores, el valor de saturación es mayor. De igual forma, como se puede observar, para tiempos característicos de deconfinamiento menores, se tarda más en alcanzar dicho valor de saturación.

5

Conclusiones

A lo largo de este trabajo, se han mostrado una variedad de resultados obtenidos haciendo uso de un sencillo modelo de tres lazos que contempla el mecanismo de avalancha en una disrupción Tokamak como método principal de generación de electrones runaway. Resolviendo el sistema de ecuaciones (3.1) mediante el método Runge-Kutta, se han obtenido las corrientes de las paredes (i_1 y i_2), la corriente del plasma i_p , la corriente de electrones runaway i_r y el desplazamiento vertical normalizado del plasma ξ . Haciendo uso de todos estos datos, se ha centrado el estudio de este trabajo en la influencia del tiempo característico de deconfinamiento en un conjunto de variables.

En primer lugar se estudia la influencia de los distintos mecanismos de generación en la población de electrones runaway. Los resultados representados en las Figs. (1.12) y (1.13), indican que la generación por decaimiento de tritio tan solo es relevante para energías críticas menores a 18.6 keV. El scattering de Compton, en cambio, influye sustancialmente para energías críticas mayores.

Además, se ha estudiado la influencia del tiempo característico de deconfinamiento. Se ha podido observar que este parámetro, que conduce a la pérdida de los electrones runaway, puede tener un efecto notable en la corriente runaway final y, por consiguiente, en el daño que potencialmente podría llegar a provocar la población de los mismos en la primera pared del dispositivo. El objetivo principal ha sido tratar de predecir las condiciones óptimas en las cuales la deposición de energía no sea perniciosa a lo largo de la fase de *scrapping-off*.

En el apartado 4.1 se analiza la relación entre τ_d y ΔW_r e I_r en la fase de *scrapping-off*. Se ha constatado mediante las Figs. (4.1), (4.2) y (4.3) que valores suficientemente pequeños para τ_d combinados con valores elevados de τ dan lugar a deposiciones de energía asumibles por las paredes principales. Estas figuras pueden llegar a ser algo abstractas de interpretar; por tanto, al código previamente desarrollado se le incorporaron líneas adicionales que permiten

calcular el área mínima de contacto necesaria para evitar que las paredes alcancen su temperatura de fusión. De forma análoga a los casos anteriores, para τ/τ_d mayores, se observa una disminución del área mínima en $q = 2$ que tiende a estabilizarse en un valor de saturación para $\tau > t_c$. Asimismo, haciendo uso de las Fig. (4.5a)-(4.5b), se ha comprobado que las condiciones óptimas para tener un área mínima de contacto menor de 0.1 m^2 son tiempos de deconfinamiento $\tau_d < 1 \text{ ms}$ y $\tau/\tau_d > 5$.

5.1. Trabajos a futuro

El presente trabajo no se limita a un enfoque teórico, sino que culmina con la obtención de resultados relevantes, los cuales poseen una clara aplicabilidad y un sentido físico bien fundamentado. En última instancia, el análisis de este modelo adquiere relevancia en el contexto de proyectos como ITER, dado que la finalidad esencial de un trabajo científico radica en la comprensión de fenómenos físicos y en la capacidad de prever resultados experimentales. Por ello, los resultados presentados deberían ser contrastados experimentalmente en instalaciones como ITER para evaluar su validez y potencial aplicabilidad.

El objetivo principal de este trabajo, como se ha señalado previamente, es el estudio de las condiciones más favorables para evitar la generación de electrones runaway, los cuales pueden resultar perjudiciales para las paredes del Tokamak. Asimismo, otras líneas de investigación relevantes incluyen el análisis de las propiedades del material que compone dichas paredes y su interacción con partículas altamente energéticas, como los propios electrones runaway.

Actualmente, diversos centros de investigación se dedican activamente al estudio de estos fenómenos. En particular, al momento de redactar el presente trabajo, se ha iniciado la construcción de IFMIF-DONES en Escúzar (Granada), un proyecto que representa la mayor inversión internacional en I+D+i en la historia de España. Su objetivo principal será el ensayo de materiales con vistas a su futura aplicación en reactores de fusión nuclear. Este hecho pone de manifiesto el alto interés y la relevancia de este campo de estudio.

Apéndice A: Componentes de la matriz de masa \mathbb{M}

Comparando el sistema de Ec. (3.1) y la Ec. (3.3), se determinan las componentes de la matriz de masa $\mathbb{M}(t_n, y_n)$ y el vector columna $f(t_n, y_n)$. Las componentes de la matriz de masa son las siguientes:

- $m_{11} = L_w$.
- $m_{12} = L_{12}$.
- $m_{13} = L_{wp}[1 - \beta \ln(1 + \xi)]$.
- $m_{14} = 0$.
- $m_{15} = -(L_{wp}\beta i_p)/(1 + \xi)$.
- $m_{21} = L_{12}$.
- $m_{22} = L_w$.
- $m_{23} = L_{wp}[1 - \beta \ln(1 - \xi)]$.
- $m_{24} = 0$.
- $m_{25} = (L_{wp}\beta i_p)/(1 - \xi)$.
- $m_{31} = L_{wp}[1 - \beta \ln(1 + \xi)]$.
- $m_{32} = L_{wp}[1 - \beta \ln(1 - \xi)]$.
- $m_{33} = L_p$.

- $m_{34} = 0.$
- $m_{35} = L_{wp}\beta(i_2 + i_e)/(1 - \xi) - L_{wp}\beta(i_1 + i_e)/(1 + \xi) + \mu_0 R_0 i_p/(1 - \xi).$
- $m_{41} = 0.$
- $m_{42} = 0.$
- $m_{43} = 0.$
- $m_{44} = 1/i_r.$
- $m_{45} = 2/(1 - \xi)$
- $m_{51} = -2(i_2 + i_e)/(i_1 + i_2 + 2i_e)^2.$
- $m_{52} = 2(i_1 + i_e)/(i_1 + i_2 + 2i_e)^2.$
- $m_{53} = 0.$
- $m_{54} = 0.$
- $m_{55} = 1.$

Cabe destacar que la componente m_{33} depende del radio del plasma a lo largo de la fase de *scrapping-off* y la componente m_{45} únicamente actúa durante esa misma fase. Las componentes del vector columna $f(t_n, y_n)$, en cambio, son las siguientes:

- $f_1 = -R_w \dot{i}_1.$
- $f_2 = -R_w \dot{i}_2.$
- $f_3 = -R_p(i_p - i_r).$
- $f_4 = e(E_{||} - E_R)/m_e c \ln \Lambda a(Z_{\text{eff}}) - 1/\tau_d + (e c \pi a^2 n_T \ln 2/\tau) F_\beta(E_R) +$
 $+ e c \pi a^2 n_e \nu_{\text{coll}} \left(\frac{m_e c^2}{2kT_e} \right) \varepsilon^{-3(1+Z_{\text{eff}})/16} \times \exp \left(-\frac{1}{4\varepsilon} - \sqrt{\frac{1+Z_{\text{eff}}}{\varepsilon}} \right).$
- $f_5 = 0.$

Apéndice B: Corriente runaway de contacto (I_r)

La Ec. (2.11) puede resolverse en un intervalo de tiempo entre $t = 0$ y $t = \tau$:

$$i_r(\tau) = I_{seed} \cdot \exp\left(\int_0^\tau \frac{ec(E_{\parallel} - E_R)}{m_e c^2 \ln \Lambda a(Z)} dt'\right) \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_d}\right) \quad (\text{B.1})$$

Cabe destacar que, como puede observarse, el término correspondiente al *scrapping-off* es nulo. Una vez hecha la integral, la ecuación obtenida es:

$$i_r(\tau) = I_{seed} \cdot \exp\left(\frac{ec(F_0 - F(\tau))}{2\pi R_0 m_e c^2 \ln \Lambda a(Z)}\right) \cdot \exp\left(-\frac{ecE_R}{m_e c^2 \ln \Lambda a(Z)}\tau\right) \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_d}\right) \quad (\text{B.2})$$

Posteriormente, se integra la Ec. (2.11) entre $t = \tau$ y $t = t_c$, obteniendo la siguiente ecuación:

$$I_r \equiv i_r(t_c) = i_r(\tau) \cdot \exp\left(\frac{ec(F(\tau) - F(t_c))}{2\pi R_0 m_e c^2 \ln \Lambda a(Z)}\right) \cdot \exp\left(-\frac{ecE_R}{m_e c^2 \ln \Lambda a(Z)}(t_c - \tau)\right) \quad (\text{B.3})$$

Sustituyendo la Ec. B.2 en Ec. B.3 se llega a la siguiente expresión y corresponde al ajuste hecho en la Fig. (4.1):

$$I_r = I_r^c \cdot \exp\left(-\frac{ecE_R}{m_e c^2 \ln \Lambda a(Z)}[t_c - t_c^{\tau_d \rightarrow \infty}]\right) \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_d}\right) \quad (\text{B.4})$$

donde $t_c^{\tau_d \rightarrow \infty}$ es el tiempo que tarda en tocar la pared para un desplazamiento vertical del plasma sin deconfinamiento ($\tau_d \rightarrow \infty$) y I_r^c es la corriente runaway cuando toca la pared en dicha situación. La expresión correspondiente a esa magnitud viene dada por Ec. (B.5).

$$I_r^c = I_{seed} \cdot \exp\left(\frac{ec(F_0 - F(t_c))}{2\pi R_0 m_e c^2 \ln \Lambda a(Z)}\right) \cdot \exp\left(-\frac{ecE_R}{m_e c^2 \ln \Lambda a(Z)}t_c^{\tau_d \rightarrow \infty}\right) \quad (\text{B.5})$$

Como puede observarse en la Ec. (B.4), I_r crece exponencialmente con τ/τ_d . Cabe destacar que el resto de los términos de la ecuación son constantes.

Referencias

- [1] Francis F. Chen. *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*. Springer Cham, 3 edition, 2016. Published: 29 December 2015.
- [2] Binding energy curve - common isotopes-es.svg, 2010. Acceso: 08/04/2025 o 8 de Abril de 2025. Disponible en: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=9781253>.
- [3] J. Ongena. Fusion: a true challenge for an enormous reward, 2018. Acceso: 08/04/2025 o 8 de Abril de 2025. Disponible en: https://www.researchgate.net/figure/Cross-sections-in-barn-as-a-function-of-the-centre-of-mass-energies-of-the-protect\penalty-\@Mreacting_fig2_328024871.
- [4] Žana Popović. *ITER Relevant Runaway Electron Studies in the FTU Tokamak*. Phd thesis, Universidad Carlos III de Madrid, 2019. Directed by Prof. José Ramón Martín-Solís and Dr. Basilio Esposito.
- [5] user68857 (https://physics.stackexchange.com/users/254591/user68857). Reactivity in nuclear fusion. Physics Stack Exchange. URL:https://physics.stackexchange.com/q/585583 (version: 2020-10-12).
- [6] M. S. Rubery, M. D. Rosen, N. Aybar, O. L. Landen, L. Divol, C. V. Young, C. Weber, J. Hammer, J. D. Moody, A. S. Moore, A. L. Kritcher, A. B. Zylstra, O. Hurricane, A. E. Pak, S. MacLaren, G. Zimmerman, J. Harte, and T. Woods. Hohlraum reheating from burning nif implosions. *Phys. Rev. Lett.*, 132:065104, Feb 2024.
- [7] Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares. <https://www.inin.gob.mx/temasdeinteres/fusionnuclear.cfm>, s.f. Consultado el 10 de abril de 2025.
- [8] ITER Organization. Iter members. <https://www.iter.org/about/iter-members>, 2025. Consultado el 27 de mayo de 2025.

-
- [9] ITER Organization. In a few lines. <https://www.iter.org/few-lines>, 2025. Consultado el 27 de mayo de 2025.
- [10] FusionWiki, CIEMAT. Imagen del reactor iter. <https://wiki.fusion.ciemat.es/wiki/File:ITER.jpg>, 2025. Consultado el 27 de mayo de 2025.
- [11] D. I. Kiramov and B. N. Breizman. Model of vertical plasma motion during the current quench. *Physics of Plasmas*, 24(10):100702, 09 2017.
- [12] I. Fernández Gómez. *Generación y dinámica de electrones runaway en plasmas tokamak*. Phd thesis, Universidad Carlos III de Madrid, 2013.
- [13] Mitsuru Honda. Coulomb logarithm formulae for collisions between species with different temperatures. *Japanese Journal of Applied Physics*, 52(10R):108002, sep 2013.
- [14] PlasmaPy Community. Coulomb logarithms — plasmapy documentation, 2025. Acceso: 2025-06-05 o 5 de Junio de 2025.
- [15] Richard Fitzpatrick. Coulomb logarithm, 2016. Accessed: 2025-06-05 o 5 de Junio de 2025.
- [16] J.W. Connor and R.J. Hastie. Relativistic limitations on runaway electrons. *Nuclear Fusion*, 15(3):415, jun 1975.
- [17] H. Knoepfel and D.A. Spong. Runaway electrons in toroidal discharges. *Nuclear Fusion*, 19(6):785, jun 1979.
- [18] R. Jayakumar, H.H. Fleischmann, and S.J. Zweben. Collisional avalanche exponentiation of runaway electrons in electrified plasmas. *Physics Letters A*, 172(6):447–451, 1993.
- [19] J.R. Martín-Solís, A. Loarte, and M. Lehnen. Formation and termination of runaway beams in iter disruptions. *Nuclear Fusion*, 57(6):066025, apr 2017.
- [20] S. Miyamoto, A. Isayama, I. Bandyopadhyay, S.C. Jardin, R.R. Khayrutdinov, V.E. Lukash, Y. Kusama, and M. Sugihara. Inter-code comparison benchmark between dina and tsc for iter disruption modelling. *Nuclear Fusion*, 54(8):083002, may 2014.
- [21] J.R. Martín-Solís, J.A. Mier, F.J. Artola, and A. Loarte. Magnetic energy conversion and runaway regeneration during fast deconfinement of vertically unstable disruption generated runaway beams. *Nuclear Fusion*, 65(7):076009, jun 2025.