

Facultad
de
Ciencias

**Estimación del efecto de agujeros negros
primordiales en el sol**

(Estimation of the Effect of Primordial Black Holes on the Sun)

Trabajo de Fin de Grado
para acceder al

GRADO EN FÍSICA

Autor: Jesús López Villafruela

Director: Francisco J. Carrera Troyano

Codirector: Bradley J. Kavanagh

Junio - 2025

Agradecimientos

En primer lugar, quiero expresar mi más sincero agradecimiento a uno de los pilares fundamentales de mi vida, mi familia, pero aún más especialmente a mis padres y hermanos. Todas vuestras enseñanzas, apoyo y cariño me han servido para crecer hasta ser la persona que soy hoy en día, con mis defectos y mis virtudes. Sin vosotros nada tendría sentido y no hubiera podido afrontar con la exigencia que se merece este tipo de retos. Os quiero.

Tampoco me puedo olvidar de mi Andrea. Esta carrera me ha brindado la oportunidad de conocer a una de las personas más especiales de mi vida y es muy posible que sin ella no hubiera recorrido este camino. Tu amor y apoyo incondicional hacen que hasta los malos momentos sean menos malos. Te quiero mucho.

Llega el momento de agradecer a mis amigos de toda la vida. Sois imprescindibles ya que aunque nuestras obligaciones nos impiden vernos más a menudo, cada vez que nos juntamos se crea ese ambiente perfecto para desconectar del resto de preocupaciones del día a día. Es increíble sentirse en casa allá donde vayamos.

Si hablamos de la carrera es imposible olvidarse de la segunda familia que hemos construido en esta facultad. Nunca pensé que haría tan buenos amigos durante estos años. Habéis conseguido incluso que tuviera ganas de pasar 12 horas metido en la sala búho. Todos los momentos currando codo con codo y los otros tantos vividos fuera de la facultad son imborrables. Tampoco se me olvida que somos campeones del torneo de fútbol sala jeje.

Finalmente, quería agradecer a Francisco J. Carrera por su impecable trabajo como director. Yo estaba un poco perdido, no encontraba un TFG que me gustara, pero tú me ofreciste desarrollar una idea que reunía muchas de las cosas por las que yo entré en esta carrera y por ello te estoy agradecido. Tu implicación con el trabajo ha sido espectacular desde el primer día y he aprendido a pensar como un físico gracias a ti. Many thanks also to Bradley J. Kavanagh for his great help as codirector. I really appreciate your ability to solve the problems that came up and the interest you showed from day one. Ha sido un placer trabajar con ambos, he aprendido mucho de vuestros consejos.

Gracias a todos.

Resumen

En este trabajo se estudia la interacción entre agujeros negros primordiales (PBHs) y el Sol, con el objetivo de evaluar su viabilidad como candidatos a materia oscura. Para ello, se implementa un modelo simplificado basado en suposiciones astrofísicas razonables, mediante el cual se calcula la probabilidad de colisión a partir de un análisis cinemático angular, y se estima el número total de impactos a lo largo de la vida del sistema solar, es decir, $5 \cdot 10^9$ años, considerando un intervalo de masas comprendido entre 10^{17} y 10^{24} kg, junto con las restricciones observacionales actuales. Además, se modela la pérdida de velocidad que experimenta un PBH al atravesar el interior solar tras un impacto, considerando tanto la fricción dinámica gravitacional como la acreción de materia. Los resultados indican que, aunque la fricción domina ampliamente el proceso de frenado, la pérdida de energía resultante no es suficiente para que el PBH quede gravitacionalmente ligado al Sol, incluso en configuraciones óptimas. Se concluye, por tanto, que los impactos entre PBHs y el Sol, aunque posibles en ciertos rangos de masa y fracción de abundancia f_{PBH} , no conducen a la captura gravitacional ni generan efectos observacionales detectables. Como resultado, este estudio no impone restricciones adicionales sobre la contribución de los PBHs al presupuesto de materia oscura, pero sí confirma que su existencia es compatible con las propiedades observadas del entorno solar.

Palabras clave: agujeros negros primordiales, materia oscura, fricción dinámica, acreción gravitacional, interacción PBH-Sol, modelo astrofísico, captura gravitacional.

Abstract

This study explores the interaction between primordial black holes (PBHs) and the Sun, aiming to assess their plausibility as dark matter candidates. A simplified yet physically motivated model is developed to compute the probability of collision based on angular kinematic considerations. Using this framework, the expected number of PBH-Sun encounters over the solar system's lifetime ($5 \cdot 10^9$ years) is estimated for a mass range between 10^{17} and 10^{24} kg, taking into account current observational constraints. The dynamical interaction is further analyzed by modeling the velocity loss experienced by a PBH during its passage through the solar interior. Both gravitational dynamical friction and accretion are considered. The results show that although friction is by far the dominant braking mechanism, the resulting energy loss is insufficient for the PBH to become gravitationally bound to the Sun, even under the most favorable conditions. These findings suggest that while PBH impacts with the Sun are not entirely negligible within certain mass and abundance ranges (f_{PBH}), they do not result in capture or produce detectable observational signatures. Consequently, this study does not place additional constraints on the contribution of PBHs to the dark matter budget, but supports their compatibility with current solar observations.

Key words: primordial black holes, dark matter, dynamical friction, gravitational accretion, PBH-Sun interaction, astrophysical model, gravitational capture.

Índice

1. Introducción	5
2. Objetivos	10
3. Metodología	11
3.1. Agujeros negros	11
3.2. Probabilidad de impacto	12
3.3. Estimación del número total de impactos	20
3.4. Efectos físicos del impacto de un PBH con el Sol	21
3.4.1. Fricción dinámica	22
3.4.2. Acreción de materia	24
3.5. Valores iniciales y suposiciones	25
4. Resultados y discusión	28
4.1. Límites en el intervalo de masas estudiado	28
4.2. Probabilidad de impacto	30
4.3. Estimación del número total de impactos	32
4.4. Efectos físicos del impacto de un PBH con el Sol	33
5. Conclusiones	40
6. Referencias	42
7. Anexo	44

1. Introducción

La existencia en el universo de una componente gravitatoria, fría y no bariónica, es decir, que no emite ni absorbe radiación electromagnética, representa uno de los problemas más profundos y aún no resueltos de la física moderna y la cosmología. Diversas observaciones astronómicas y cosmológicas indican que aproximadamente el 85 % de la materia total del universo no está formada por bariones, es decir, por la materia ordinaria que compone planetas, estrellas y seres vivos, sino por una forma de materia cuya naturaleza aún se desconoce y que ha sido denominada como materia oscura (DM, por sus siglas en inglés) [1, 2].

Por lo tanto, conocer la naturaleza de la materia oscura es fundamental para completar nuestro entendimiento del universo ya que existe una proporción de materia oscura aproximadamente cinco veces mayor que la de materia bariónica en el universo. Aunque esta sustancia no interactúa con la radiación electromagnética, lo que impide su detección directa mediante observaciones tradicionales, su existencia queda firmemente respaldada por múltiples evidencias indirectas que revelan su influencia gravitatoria sobre la dinámica de diversos sistemas astrofísicos.

Una de las principales líneas de evidencia para la existencia de materia oscura proviene de la discrepancia entre la materia visible y la dinámica observada a diversas escalas cósmicas. Uno de los primeros y más sólidos indicios lo constituyen las curvas de rotación de las galaxias espirales. En un sistema gravitacional dominado por materia visible, se esperaría que la velocidad de rotación de la galaxia disminuyera con la distancia al centro galáctico, al igual que los planetas en el Sistema Solar. Sin embargo, las observaciones muestran que estas curvas tienden a ser planas o incluso crecientes en las regiones externas, lo cual implica la presencia de una masa invisible que se extiende más allá del disco galáctico visible. Esta masa se asocia con una estructura difusa conocida como halo galáctico, una región que abarca un volumen mucho mayor que el del disco visible y que está compuesta principalmente por materia oscura. La forma precisa del halo galáctico puede variar según los modelos y observaciones, adoptando configuraciones esféricas, oblatas o incluso triaxiales [3].

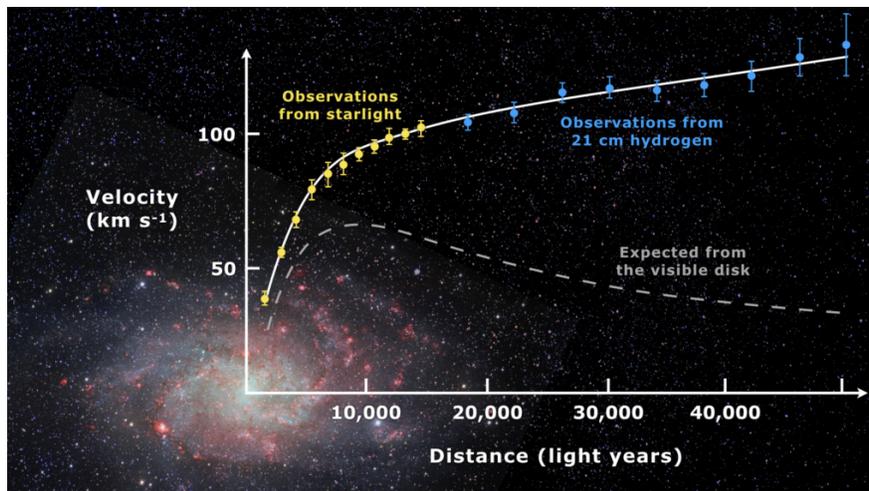


Figura 1: Curva de rotación observada de la galaxia espiral Messier 33. Imagen adaptada de la Fig. 1 de la Ref. [4], realizada por *Mario De Leo* y disponible en Wikimedia Commons, bajo licencia *CC BY-SA 4.0*.

La Fig. 1, ha sido seleccionada por su mayor calidad visual, pero se basa en los mismos datos que la figura original. En ella se representa la curva de rotación de la galaxia espiral M33, que ilustra de forma clara la discrepancia entre la distribución de masa visible, en cualquier longitud de onda, y el comportamiento dinámico observado en las regiones externas. En particular, se observa que la velocidad de rotación de las estrellas y del gas de hidrógeno neutro no disminuye con la distancia al centro galáctico, en contradicción con las predicciones de la dinámica newtoniana bajo el supuesto de que sólo hay materia bariónica. Esta desviación constituye una de las evidencias más directas de la existencia de materia oscura en las galaxias espirales.

Otro de los métodos más potentes para inferir la presencia de materia oscura es el fenómeno de lente gravitacional, predicho por la teoría de la relatividad general. Este efecto se manifiesta cuando la luz de un objeto distante se curva al atravesar el campo gravitatorio de una concentración masiva de materia. El análisis detallado de la imagen producida, permite reconstruir la distribución de masa en estructuras galácticas y extragalácticas, revelando la existencia de componentes invisibles cuya masa excede notablemente la de la materia bariónica observable [5].

Por otro lado, el análisis de las anisotropías del fondo cósmico de microondas (CMB), a partir de los datos proporcionados por el satélite Planck, constituye uno de los métodos más precisos para inferir la composición del universo. Estas anisotropías dependen de manera sensible de la densidad de materia oscura presente en el universo primitivo, lo que permite determinar su fracción con alta precisión mediante la comparación con las predicciones del modelo cosmológico estándar Λ CDM [6]. Este modelo, basado en la relatividad general, describe un universo compuesto por materia ordinaria, materia oscura fría (Cold Dark Matter) y una constante cosmológica Λ , asociada a la energía oscura. Esta última es una forma de energía cuya naturaleza aún se desconoce, pero que, tal y cómo describe el modelo, es la responsable de la aceleración en la expansión del universo. Según los resultados más recientes de Planck [7], la densidad de energía del universo se distribuye aproximadamente en un 4,9 % de materia bariónica (Ω_b), un 26,7 % de materia oscura fría (Ω_c) y un 68,4 % de energía oscura (Ω_Λ). Aquí, cada parámetro Ω representa la densidad de energía correspondiente expresada en unidades de la densidad crítica, definida como el valor necesario para que el universo sea espacialmente plano.

$$\Omega_{\text{total}} = \Omega_b + \Omega_c + \Omega_\Lambda \approx 0,049 + 0,267 + 0,684 = 1 . \quad (1)$$

Finalmente, la distribución de galaxias a gran escala y la dinámica de los cúmulos galácticos también ofrecen evidencia crucial de la existencia de materia oscura. Las observaciones muestran que las velocidades de dispersión de las galaxias dentro de los cúmulos, así como la cantidad de masa necesaria para mantenerlos gravitacionalmente ligados, exceden ampliamente la que puede explicarse con materia bariónica. Además, el modelo jerárquico de formación de estructuras, validado por simulaciones numéricas y múltiples conjuntos de datos cosmológicos, reproduce con éxito la evolución y morfología de las grandes estructuras del universo sólo si se asume la existencia de una componente dominante de materia oscura fría y no bariónica. Sin esta contribución, las estructuras no hubieran tenido tiempo de formarse como lo han hecho, dado el ritmo de expansión del universo [5].

Pese a la solidez de las evidencias observacionales que respaldan la existencia de la materia oscura, su naturaleza intrínseca continúa siendo un enigma. La comunidad científica ha propuesto numerosos candidatos para explicar esta componente invisible del cosmos, siendo los más destacados las partículas masivas débilmente interaccionantes (WIMPs), los axiones y los neutrinos estériles [8, 9, 10].

Estos candidatos emergen de teorías que extienden el Modelo Estándar de la física de partículas y han motivado un gran número de experimentos de detección directa e indirecta. No obstante, hasta la fecha, ninguna de estas partículas ha sido confirmada experimentalmente.

Ante la ausencia de detecciones concluyentes de partículas candidatas a materia oscura, ha cobrado creciente interés la posibilidad de que la materia oscura esté compuesta, total o parcialmente, por agujeros negros primordiales (PBHs, por sus siglas en inglés). Esta idea no es nueva, ya que se remonta a los trabajos pioneros de los años 60 y 70 [11], [12], pero ha experimentado un resurgir notable desde la detección de ondas gravitacionales por parte del experimento LIGO-Virgo en 2016, evento que confirmó la existencia de fusiones de agujeros negros de decenas de masas solares [13].

Los PBHs son agujeros negros que no se forman a partir del colapso de estrellas masivas, como ocurre con los agujeros negros astrofísicos, sino que se originan en las etapas más tempranas del universo, como consecuencia del colapso gravitacional de regiones con sobredensidades anómalas. Dado que se forman antes de la nucleosíntesis primordial, no están sujetos a las restricciones del límite bariónico impuesto por este proceso, por lo que se consideran objetos no bariónicos [13]. Esta propiedad los convierte en candidatos naturales a materia oscura.

Existen múltiples mecanismos propuestos para la formación de PBHs. El más estudiado es el colapso directo de grandes perturbaciones de densidad generadas durante la inflación. Si una de estas sobredensidades supera un umbral crítico, la presión de radiación no logra contrarrestar su propia gravedad, colapsando en un agujero negro. Otros escenarios alternativos incluyen colisiones de burbujas durante transiciones de fase en el universo temprano o la formación a partir del colapso de cuerdas cósmicas [13, 14]. Cada uno de estos mecanismos predice distribuciones de masas características, lo cual permite restringirlos mediante observaciones.

Entre las ventajas de los PBHs frente a las partículas propuestas en otros modelos, destaca que su existencia no requiere la introducción de nueva física más allá del Modelo Estándar. Los PBHs pueden describirse utilizando únicamente la relatividad general y la física del universo temprano, aunque su formación sí sugiere la presencia de fenómenos físicos que aún no comprendemos completamente, como procesos inflacionarios extremos o transiciones de fase exóticas. Por tanto, su estudio no solo es relevante como posible solución al enigma de la materia oscura, sino también como ventana a una mejor comprensión del universo primitivo [13].

La abundancia de agujeros negros primordiales (PBHs) como posibles constituyentes de la materia oscura está fuertemente acotada por un amplio conjunto de observaciones astrofísicas y cosmológicas. En la actualidad, se han impuesto numerosas restricciones experimentales que descartan que los PBHs puedan representar la totalidad del contenido de materia oscura en la mayor parte del rango de masas consideradas. En consecuencia, se define el siguiente parámetro:

$$f_{\text{PBH}} = \Omega_{\text{PBH}}/\Omega_{\text{DM}} , \quad (2)$$

siendo Ω_{PBH} la densidad relativa de energía en el universo debida a los PBHs, Ω_{DM} la densidad relativa de energía total en forma de materia oscura y, por lo tanto, f_{PBH} es la fracción de la materia oscura que estaría constituida por PBHs.

Una recopilación exhaustiva de estos límites puede encontrarse en la Fig. 3 de la Ref. [13], donde se presenta un gráfico de síntesis que recoge las principales restricciones observacionales en función de

la masa de los PBHs. Dado que los códigos y los datos digitalizados utilizados para generar dichas gráficas están disponibles en línea, se ha generado una versión actualizada del gráfico original de la Ref. [13], que se puede observar en la Fig. 2.

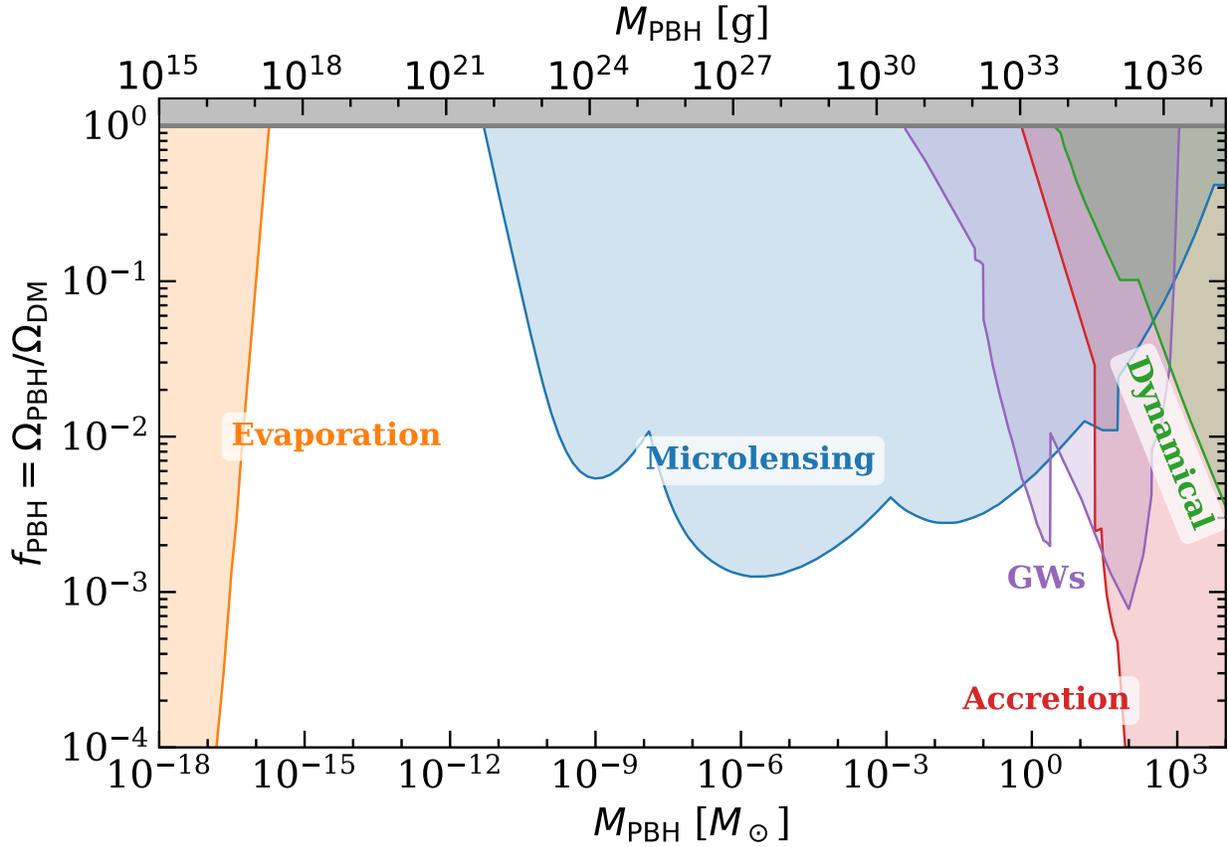


Figura 2: Resumen de las restricciones actuales sobre la fracción de materia oscura en forma de agujeros negros primordiales, $f_{\text{PBH}} = \Omega_{\text{PBH}}/\Omega_{\text{DM}}$, en función de su masa M_{PBH} . Se muestran los límites derivados de distintos métodos observacionales: evaporación por radiación de Hawking (Evaporation), Microlensing, acreción y distorsión del CMB (Accretion), ondas gravitacionales (GWs), y restricciones dinámicas (Dynamical).

Cómo se puede observar en la Fig. 2, en el extremo de bajas masas, los PBHs deberían evaporarse por radiación de Hawking, y la ausencia de señales asociadas a este proceso, como rayos gamma, electrones u otros efectos de calentamiento debidos a la inyección de energía, imponen límites estrictos en ese régimen. En masas intermedias, la técnica de microlente gravitacional, basada en la amplificación temporal del brillo de estrellas cuando un PBH atraviesa su línea de visión actuando como lente, ha sido utilizado por colaboraciones como EROS [15], MACHO [16] y OGLE [17] para buscar estos objetos compactos. Para PBHs más masivos, su posible acreción de gas y la emisión asociada afecta el fondo cósmico de microondas (CMB), proporcionando restricciones derivadas del análisis de las anisotropías medidas por Planck. Asimismo, la detección de ondas gravitacionales por LIGO/Virgo permite acotar la tasa de fusiones compatibles con PBHs. Por último, restricciones dinámicas derivadas de la estabilidad de cúmulos estelares y galaxias enanas descartan la existencia de poblaciones significativas de PBHs muy masivos, que perturbarían gravitacionalmente estos sistemas.

Una vez planteada la hipótesis de que los PBHs constituyen una fracción significativa de la materia oscura, resulta imprescindible evaluar las consecuencias observacionales que esta propuesta implicaría. Dado que estos objetos compactos atravesarían con cierta frecuencia regiones densas del medio interestelar y estructuras gravitacionalmente ligadas, es natural preguntarse qué efectos tendría su posible interacción. En este trabajo nos centramos en el entorno de la Vía Láctea como escenario para analizar la interacción entre PBHs y el Sol. Nuestra galaxia está inmersa en un halo galáctico cuya forma exacta aún es desconocida, no obstante, en el entorno local, correspondiente a la vecindad del Sol, a una distancia galactocéntrica $R_{\text{gal}} \sim 8 \text{ kpc}$, el halo galáctico puede considerarse aproximadamente esférico [3].

Dentro de este marco, se modela el movimiento relativo entre el Sol y una población de PBHs distribuidos isotrópicamente en el halo galáctico. El estudio se ha centrado en una región de interés en torno al Sol con el objetivo de estimar la probabilidad de colisión entre un PBH y el astro, así como el número total de impactos esperados a lo largo de la vida del sistema solar. Finalmente, se analiza el escenario en el que se produce un impacto, evaluando las consecuencias físicas asociadas. Para ello, se ha modelado el paso de un PBH a través del interior solar, considerando los efectos combinados de la fricción dinámica gravitacional y la acreción de materia, los cuales se desarrollarán en detalle en secciones posteriores.

Este trabajo se enfoca en el sistema solar como entorno de estudio debido a la precisión y riqueza de los datos disponibles, tanto sobre la estructura interna del Sol como sobre la dinámica orbital de los planetas. Un impacto PBH-Sol podría generar fenómenos físicamente detectables, tales como una liberación energética anómala, perturbaciones en la estructura interna del Sol o alteraciones gravitatorias observables. La ausencia de tales señales en los datos actuales permitiría imponer restricciones adicionales a la abundancia de PBHs, contribuyendo así a evaluar su viabilidad como candidatos a materia oscura.

2. Objetivos

El presente trabajo tiene como objetivo general analizar la interacción entre PBHs y el Sol, evaluando si dicha interacción puede dar lugar a consecuencias observables que permitan restringir la hipótesis de los PBHs como candidatos a materia oscura. Esta investigación se enmarca dentro del contexto cosmológico en el que los PBHs se proponen como posibles constituyentes no bariónicos de la materia oscura, y se focaliza en estudiar sus efectos en un entorno bien caracterizado y observacionalmente accesible: el sistema solar. Para ello se marcan una serie de objetivos específicos descritos a continuación.

En primer lugar, se plantea calcular la probabilidad de impacto de un PBH con el Sol. Para ello, se implementa un modelo cinemático simplificado, cuyos detalles se muestran en la respectiva sección de la metodología. Esta primera etapa permite establecer un marco teórico desde el cual estimar potenciales interacciones.

En segundo lugar, se pretende estimar el número total de impactos acumulados a lo largo de la vida del Sol. Esta estimación se basa en la densidad local de materia oscura determinada por observaciones astrofísicas, y se evalúa para diferentes valores de la fracción relativa f_{PBH} .

El tercer objetivo específico consiste en modelizar el efecto que tendría un PBH al atravesar el interior del Sol, con especial atención a la pérdida de energía que experimenta debido a la fricción dinámica y la acreción de materia solar. A partir de este análisis, se evalúa si dicha pérdida de velocidad sería suficiente para que el PBH quede gravitacionalmente ligado al Sol tras el impacto, lo que podría tener implicaciones dinámicas adicionales.

Por último, se estudia si las consecuencias físicas derivadas del paso de un PBH por el interior solar serían compatibles con las observaciones actuales. En caso de que se predijeran efectos incompatibles con la estabilidad solar, se podrían establecer nuevas restricciones observacionales a la población de PBHs. Si, por el contrario, no se predicen consecuencias observables, ello reforzaría la viabilidad de los PBHs como candidatos a materia oscura fría no bariónica.

3. Metodología

La presente sección describe de forma detallada la metodología empleada para abordar el problema de la interacción entre agujeros negros primordiales y el Sol, partiendo, para ello, de un planteamiento teórico basado en relatividad general, mecánica orbital y dinámica de medios astrofísicos. En primer lugar, se definen las propiedades fundamentales de los agujeros negros no rotantes, así como su sección eficaz de interacción gravitatoria. A continuación, se desarrolla un modelo cinemático en el que se construye un espacio de parámetros que recoge todas las configuraciones iniciales posibles con las que un PBH puede ingresar en el entorno solar. Dentro de este marco se calcula la fracción de dicho espacio que conduce a una colisión efectiva con el Sol. Posteriormente, se estima el número total de impactos esperados en escalas de tiempo astronómicas, teniendo en cuenta la densidad local de materia oscura y f_{PBH} . Finalmente, se estudia la evolución dinámica de un PBH durante su cruce por el interior solar, considerando los mecanismos de fricción gravitacional y acreción de materia como fuentes de desaceleración, con el fin de evaluar si dichas interacciones pueden dar lugar a una captura gravitatoria.

3.1. Agujeros negros

Un agujero negro es una región del espacio-tiempo con un campo gravitatorio tan intenso que nada, ni siquiera la luz, puede escapar de su interior. Desde el punto de vista de la relatividad general, los agujeros negros aparecen como soluciones exactas de las ecuaciones de campo de Einstein bajo ciertas condiciones de simetría. La primera de estas soluciones fue encontrada por Karl Schwarzschild en 1916 y describe el espacio-tiempo generado por una masa puntual, no cargada y sin rotación [18]. Esta solución se corresponde con el tipo de agujero negro considerado en el presente trabajo.

Una manera sencilla e intuitiva de estimar el radio característico de un agujero negro es recurrir al marco clásico de la velocidad de escape. Si bien este enfoque no constituye una derivación rigurosa desde la relatividad general, permite obtener de forma fundada el valor del radio de Schwarzschild utilizando únicamente conceptos newtonianos. La idea consiste en calcular a qué distancia r de una masa M la velocidad de escape es igual a la velocidad de la luz c . Esto define un umbral natural, ya que si ni siquiera la luz puede escapar desde esa distancia, el objeto debe estar completamente confinado gravitacionalmente.

La velocidad de escape v_e se obtiene imponiendo que la energía cinética sea igual, en valor absoluto, a la energía potencial gravitatoria:

$$\frac{1}{2}mv_e^2 = \frac{GMm}{r} \quad \Rightarrow \quad v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} . \quad (3)$$

Si se impone que $v_e = c$, se puede despejar la distancia crítica a partir de la cual la velocidad de escape supera la velocidad de la luz. Esta condición conduce a la expresión del radio de Schwarzschild,

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} , \quad (4)$$

donde G es la constante de gravitación universal, M es la masa del objeto y c es la velocidad de la luz en el vacío. Si un cuerpo compacto tiene todo su contenido de masa dentro de un radio menor o igual a R_S , se forma un agujero negro.

Este radio define una superficie esférica conocida como el horizonte de sucesos. Todo lo que ocurra dentro de esta superficie queda causalmente desconectado del exterior, ya que la velocidad de escape en cualquier punto sobre ella es exactamente igual a c . Por tanto, el horizonte de sucesos se interpreta como la “superficie” del agujero negro, aunque en realidad no es una superficie material, sino una frontera geométrica del espacio-tiempo que marca el límite de lo observable.

Una manera de calcular la sección eficaz de un agujero negro consiste en considerar un sistema de referencia en el que el agujero negro permanece en reposo mientras una corriente de partículas se aproxima hacia él con una velocidad relativa v . En este modelo, la interacción no se limita a las partículas cuya trayectoria incide directamente sobre el horizonte de sucesos, sino que incluye también aquellas que, debido a la atracción gravitatoria, son desviadas de su trayectoria inicial y terminan siendo capturadas. Esta ampliación del área efectiva de captura se cuantifica mediante el radio de acreción, R_{acc} , definido como la distancia máxima desde la cual una partícula puede ser atraída lo suficiente como para colisionar con el agujero negro. A partir de este radio, se obtiene la expresión de la sección eficaz total [19]:

$$\sigma_{\text{BH}} = \pi R_{\text{acc}}^2 = \pi \left(1 + \frac{c^2}{v^2} \right) \left(\frac{4GM}{c^2} \right)^2, \quad (5)$$

donde v es la velocidad relativa entre el PBH y las partículas del medio y M es la masa del agujero negro. Esta expresión muestra cómo el efecto gravitacional amplifica de forma significativa la sección de interacción, especialmente cuando v es pequeño en comparación con c .

3.2. Probabilidad de impacto

Para analizar la probabilidad de colisión entre agujeros negros primordiales y el Sol, es necesario establecer primero un sistema de referencia adecuado que permita describir las posiciones iniciales y las velocidades relativas de los objetos involucrados. Este sistema de referencia debe ser válido tanto a escala galáctica como en el entorno local del sistema solar.

A escala galáctica, se parte del hecho de que el Sol describe una órbita circular alrededor del centro de la galaxia, contenida dentro del plano galáctico. Bajo esta suposición, se define un sistema de coordenadas cartesianas donde el eje X se orienta en la dirección de la velocidad instantánea del Sol, es decir, tangente a su trayectoria orbital. El eje Y se encuentra también contenido en el plano galáctico, siendo ortogonal al eje X , mientras que el eje Z es perpendicular al plano galáctico.

A continuación, se restringe el análisis al entorno local del Sol, ya que constituye el punto de interés específico de este estudio. En particular, se busca analizar qué ocurre con aquellos PBHs que ingresan en una región concreta del espacio solar, suficientemente próxima como para que sus trayectorias puedan verse significativamente afectadas por la presencia del Sol. Para ello, se considera una esfera de entrada centrada en el Sol y de radio $R_0 = 40$ UA, valor comparable al radio medio de la órbita de Plutón. Esta elección abarca parte del sistema solar y permite estudiar con precisión el comportamiento de los PBHs que acceden a esta región. Para ilustrar la configuración espacial del sistema se presentan dos esquemas en la Fig. 3.

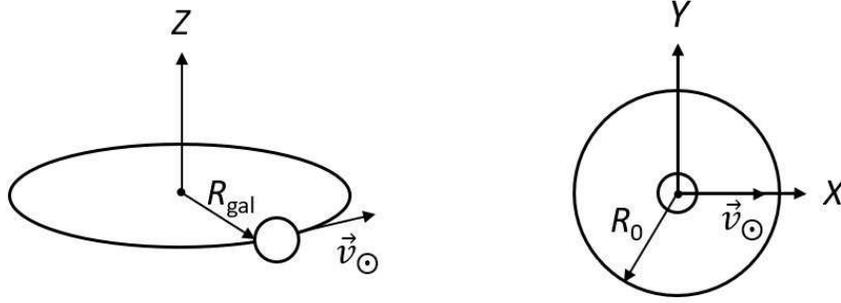


Figura 3: El esquema de la izquierda muestra una vista lateral de la galaxia, en la que se observa la posición y velocidad del Sol en su órbita circular alrededor del centro galáctico. Se puede apreciar que el Sol se desplaza dentro del plano galáctico, con el eje Z definido como perpendicular a dicho plano. Por otro lado, el esquema de la derecha presenta una vista desde el eje Z de la región de interés, de radio R_0 , centrada en la posición del Sol. En esta proyección cenital del plano XY , se observa que el vector velocidad del Sol es paralelo al eje X y perpendicular al eje Y .

Con el fin de describir las posiciones iniciales de los PBHs sobre esta esfera de entrada, se introduce un sistema de coordenadas esféricas centrado en el Sol. En este sistema, las posiciones se parametrizan mediante los ángulos θ y ϕ . El ángulo θ se corresponde con el ángulo polar, se mide desde el eje Z , perpendicular al plano galáctico, y toma valores en el intervalo $\theta \in [0^\circ, 180^\circ]$. Por su parte, el ángulo ϕ es el ángulo azimutal, medido en el plano XY desde el eje X , es decir, desde la dirección del movimiento solar, y se encuentra en el intervalo $\phi \in [0^\circ, 360^\circ)$, en sentido antihorario. El vector unitario radial que señala la dirección desde el Sol hacia un punto sobre la superficie de la esfera se expresa como:

$$\hat{u}_r = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta) . \quad (6)$$

Como se ha definido anteriormente, se considera que el Sol se desplaza exclusivamente en la dirección positiva del eje X , con velocidad constante. Según los datos proporcionados por [20], esta velocidad se fija en:

$$\vec{v}_\odot = v_\odot(1, 0, 0), \quad v_\odot = 229 \text{ km/s} . \quad (7)$$

En cuanto a los PBHs, para simplificar el modelo, se asume que describen órbitas circulares alrededor del halo galáctico, pero sin restricción en su inclinación respecto al plano de la galaxia. Además, se impone que los vectores velocidad de los PBHs estén contenidos en el plano XZ . Se introduce así el ángulo α , que representa el ángulo entre la dirección del vector velocidad del PBH y el eje X , medido dentro del plano XZ . En la Fig. 4 se observa un esquema de lo que representa el ángulo α geoméricamente.

Cabe preguntarse qué tan realista es esta aproximación en relación con un escenario físico más completo. En un sistema real, los PBHs describirían órbitas elípticas y tridimensionales, afectadas además por perturbaciones debidas a inhomogeneidades del halo. Sin embargo, al centrarse en un análisis estadístico del flujo de PBHs hacia el entorno solar, esta simplificación captura las características principales del problema con un coste computacional reducido.

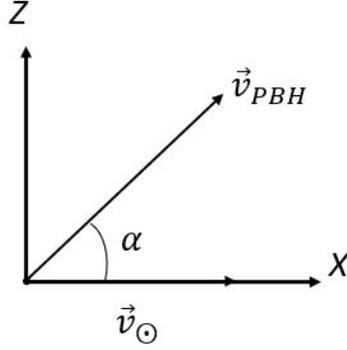


Figura 4: Esquema que muestra geoméricamente lo que representa el ángulo α . Se aprecia cómo \vec{v}_{\odot} y el eje X son paralelos. Se muestra el vector velocidad del PBH (\vec{v}_{PBH}), contenido en el plano XY .

De acuerdo con los valores adoptados en [20], se fija la velocidad de los PBHs en $v_{PBH} = 280$ km/s, valor característico del movimiento de objetos dentro del halo galáctico. Este valor corresponde al módulo de la velocidad de los PBHs en el instante en que cruzan la esfera de entrada de radio R_0 , es decir, cuando aún no se encuentran bajo la influencia significativa del campo gravitatorio del Sol. A medida que se aproximan al centro del sistema, la atracción gravitatoria solar provoca un incremento en su velocidad. La expresión del vector velocidad del PBH en el instante en el que ingresa en la región de interés queda entonces dado por:

$$\vec{v}_{PBH} = v_{PBH}(\cos \alpha, 0, \sin \alpha) . \quad (8)$$

La velocidad relativa entre un PBH y el Sol se define como la diferencia entre sus respectivos vectores velocidad:

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{PBH} - \vec{v}_{\odot} = (v_{PBH} \cos \alpha - v_{\odot}, 0, v_{PBH} \sin \alpha) . \quad (9)$$

El módulo de esta velocidad relativa se obtiene mediante la norma euclídea:

$$v_0^2 = v_{PBH}^2 + v_{\odot}^2 - 2v_{PBH}v_{\odot} \cos \alpha . \quad (10)$$

De esta expresión se deduce que la velocidad relativa está acotada dentro del intervalo:

$$v_0 \in [v_{PBH} - v_{\odot}, v_{PBH} + v_{\odot}] . \quad (11)$$

Por lo tanto, la caracterización cinemática de un PBH en el entorno del Sol queda completamente determinada por tres variables independientes: su posición inicial sobre la esfera de entrada de radio $R_0 = 40$ UA, definida por los ángulos θ y ϕ , y la dirección de su velocidad, especificada por el ángulo α . Estas tres variables conforman lo que denominamos el espacio de parámetros del problema, un dominio tridimensional que recoge todas las combinaciones posibles de configuraciones iniciales.

Este espacio de parámetros representa el conjunto completo de estados con los que un PBH puede ingresar en la región de estudio, y constituye la base sobre la que se construye el análisis probabilístico de impacto. A partir de este planteamiento, se define el volumen total del espacio de parámetros como:

$$V_{\text{total}} = \int_0^{\pi} \sin \theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{2\pi} d\alpha = 8\pi^2 . \quad (12)$$

El siguiente paso es introducir el ángulo β , que representa el ángulo entre \vec{v}_0 y el vector radial \hat{u}_r que conecta el centro del Sol con la posición inicial del PBH en la esfera de radio R_0 . Este ángulo indica cuán alineada está la trayectoria del PBH con respecto al centro solar, es decir, cuanto menor sea β , más directa es la trayectoria hacia el Sol. En la Fig. 5 se observa un esquema de lo que representa el ángulo β geoméricamente.

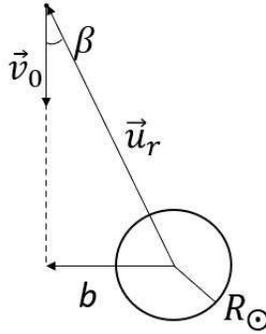


Figura 5: Esquema que muestra geoméricamente lo que representa el ángulo β . La esfera representa el Sol de radio R_\odot . Se aprecia cómo el PBH parte de la esfera de radio R_0 con velocidad \vec{v}_0 . Además, b es el parámetro de impacto, que cobrará más importancia más adelante.

Se define el ángulo máximo β_{\max} como el valor límite del ángulo β entre los vectores \vec{v}_0 y \hat{u}_r . Este ángulo delimita las trayectorias que pueden conducir a una colisión con el Sol. Si $\beta < \beta_{\max}$, la dirección de entrada está suficientemente alineada con el eje radial como para permitir el impacto; en cambio, si $\beta > \beta_{\max}$, el PBH pasará demasiado lejos del Sol. Esta condición se traduce en el requisito geométrico para que la distancia mínima q al centro solar, es decir, el perihelio de la trayectoria, cumpla:

$$q < R_\odot, \quad (13)$$

donde R_\odot es el radio físico del Sol. Esta desigualdad constituye el umbral a partir del cual se considera que se produce una colisión efectiva.

A continuación, para un valor dado de la velocidad relativa v_0 se va a determinar la distancia al perihelio q . Este análisis se enmarca en el contexto del problema clásico de dos cuerpos, bajo la hipótesis de que el PBH se mueve en el campo gravitatorio de una masa central fija, el Sol, cuya masa M_\odot domina la dinámica del sistema. En este escenario, la evolución orbital del PBH queda completamente determinada por la conservación de dos magnitudes fundamentales: la energía mecánica específica E y el momento angular específico L .

En este contexto, la energía mecánica específica del PBH viene dada por la suma de su energía cinética y su energía potencial gravitatoria en el campo del Sol. Evaluando esta magnitud en el instante inicial, cuando el objeto se encuentra a una distancia R_0 del Sol con velocidad relativa v_0 , se obtiene:

$$E_i = \frac{1}{2}v_0^2 - \frac{GM_\odot}{R_0}, \quad (14)$$

donde v_0 es el módulo de la velocidad relativa entre el PBH y el Sol. Esta constante permite determinar la energía total del sistema y, en consecuencia, el tipo de órbita y la distancia mínima a la que el PBH alcanzará al Sol.

Por otro lado, también se conserva el momento angular específico del PBH, como consecuencia del principio de conservación del momento angular. Este establece que, en ausencia de torques externos, el momento angular total de un sistema aislado permanece constante. En este caso, al tratarse de una interacción puramente gravitatoria de tipo central, no existe ningún torque neto sobre el PBH. El momento angular específico (por unidad de masa) se puede expresar, en el instante inicial, como:

$$L_i = |\hat{u}_r \times \vec{v}_0| = R_0 v_0 \sin \beta. \quad (15)$$

Además, haciendo uso de la conservación de estas magnitudes, es posible evaluar las expresiones del momento angular y de la energía mecánica específica en el punto de máximo acercamiento al Sol, es decir, en el perihelio de la órbita. Denotando por V_q el módulo de la velocidad relativa del PBH en ese punto, las expresiones correspondientes para las magnitudes conservadas se escriben como:

$$E_f = \frac{1}{2}V_q^2 - \frac{GM_\odot}{q}, \quad (16)$$

$$L_f = q V_q. \quad (17)$$

Igualando las expresiones del momento angular específico en el punto inicial y en el perihelio, se obtiene:

$$L_i = L_f = R_0 v_0 \sin \beta = q V_q. \quad (18)$$

De donde se puede despejar el módulo de la velocidad relativa en el perihelio:

$$V_q = \frac{R_0 v_0 \sin \beta}{q}. \quad (19)$$

A continuación, se igualan las expresiones de la energía mecánica específica en los dos instantes, haciendo uso de la conservación de la energía y sustituyendo (19):

$$\frac{1}{2}v_0^2 - \frac{GM_\odot}{R_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{R_0^2 v_0^2 \sin^2 \beta}{q^2} \right) - \frac{GM_\odot}{q}. \quad (20)$$

Reordenando la Ec. (20) se llega a una solución cuadrática en q , de la cual se toma únicamente la raíz positiva, ya que q representa una distancia física y solo valores reales y positivos tienen sentido en el contexto del problema. De este modo, se obtiene la Ec.(21).

$$q = \frac{-GM_\odot + \sqrt{(GM_\odot)^2 + 2 \left(\frac{1}{2}v_0^2 - \frac{GM_\odot}{R_0} \right) R_0^2 \sin^2 \beta v_0^2}}{v_0^2 - \frac{2GM_\odot}{R_0}}. \quad (21)$$

Llegados a este punto, se puede imponer la condición límite de impacto, que se corresponde con el caso en el que el PBH roza la superficie del Sol. En este escenario, la distancia al perihelio es exactamente igual al radio solar, es decir, $q = R_\odot$. Además, el ángulo β adopta su valor máximo

admisible, $\beta = \beta_{\max}$. El razonamiento es que, si se fuerza a $\beta = \beta_{\max}$, se está considerando la trayectoria más desviada posible que aún toca tangencialmente la superficie solar. Sustituyendo ambas condiciones en la Ec.(21), se obtiene:

$$R_{\odot} = \frac{-GM_{\odot} + \sqrt{(GM_{\odot})^2 + 2\left(\frac{1}{2}v_0^2 - \frac{GM_{\odot}}{R_0}\right)R_0^2 \sin^2 \beta_{\max} v_0^2}}{v_0^2 - \frac{2GM_{\odot}}{R_0}}. \quad (22)$$

A partir de la expresión (22), despejando $\sin^2 \beta_{\max}$ y reordenando se obtiene:

$$\sin^2 \beta_{\max} = \left(\frac{R_{\odot}}{R_0}\right)^2 + \frac{2GM_{\odot}}{v_0^2 R_0} \left[\frac{R_{\odot}}{R_0} - \left(\frac{R_{\odot}}{R_0}\right)^2\right]. \quad (23)$$

El análisis de la ecuación (23) permite observar que este ángulo es muy pequeño para prácticamente todos los valores de α , incluso en el caso extremo $v_0 = v_{\text{PBH}} - v_{\odot}$, donde β_{\max} alcanza su valor máximo. En particular, se encuentra:

$$\beta_{\max} \in [0,011^{\circ}, 0,081^{\circ}]. \quad (24)$$

Esto implica que el parámetro de impacto permitido para colisión es muy reducido, y por tanto, que la desviación angular β respecto a la trayectoria radial debe ser extremadamente pequeña para que el PBH alcance el perihelio dentro del radio solar. Esta observación justifica que, al construir la región del espacio de parámetros que conduce a colisión, se deba considerar únicamente un entorno angular reducido alrededor de la trayectoria radial para cada α .

Dado que el valor de β_{\max} resulta ser considerablemente pequeño para la mayoría de los ángulos α , es razonable aplicar una aproximación de primer orden. En particular, puede utilizarse que $\sin^2 \beta_{\max} \approx \beta_{\max}^2$ cuando $\beta_{\max} \ll 1$ radianes. Aplicando esta aproximación a la Ec.(23) y sustituyendo v_0^2 por (10) se obtiene:

$$\beta_{\max}^2 = \left(\frac{R_{\odot}}{R_0}\right)^2 + \frac{2GM_{\odot}}{(v_{\text{PBH}}^2 + v_{\odot}^2 - 2v_{\text{PBH}}v_{\odot} \cos \alpha)R_0} \left[\frac{R_{\odot}}{R_0} - \left(\frac{R_{\odot}}{R_0}\right)^2\right]. \quad (25)$$

Para cada valor de α , las posiciones iniciales de los PBHs que resultan en colisión se encuentran contenidas dentro de un pequeño casquete angular, centrado en la dirección radial correspondiente a α , caracterizado por los ángulos $\theta_0(\alpha)$ y $\phi_0(\alpha)$. Este casquete tiene forma de una circunferencia angular de radio $\beta_{\max}(\alpha)$ sobre la superficie de la esfera de entrada de radio R_0 . Esto implica que, para cada α , se puede asociar un área angular efectiva que representa la sección angular de entrada correspondiente a las configuraciones que generan colisión. La expresión de dicho área angular se corresponde con:

$$A(\alpha) = \pi \beta_{\max}^2(\alpha). \quad (26)$$

Por otro lado, se ha restringido el análisis a posiciones iniciales sobre el plano XZ , es decir, aquellas que cumplen $\phi_0 = 0$ o $\phi_0 = \pi$. Esta elección no es arbitraria, sino que responde a la combinación de dos condiciones físicas fundamentales, por un lado, el requisito de que las trayectorias de los PBHs sean prácticamente radiales para que se produzca un impacto y, por otro, la suposición de que el vector velocidad de los PBHs está contenido en el plano XZ . Como resultado, solo las posiciones iniciales cuyo vector radial también esté contenido en el plano XZ pueden dar lugar a trayectorias suficientemente alineadas con la dirección de movimiento, cumpliendo la condición de impacto. En

cambio, posiciones iniciales fuera de ese plano, por ejemplo, con $\phi = \pi/2$ darían lugar a una orientación radial incompatible con el vector velocidad permitido, imposibilitando la colisión.

Con el objetivo de identificar, para cada dirección α , cuál sería la trayectoria radial que conduce a un impacto, se introduce el ángulo γ , definido como el ángulo entre el eje Z y el vector velocidad relativa \vec{v}_0 . Este ángulo permite determinar el valor de θ_0 correspondiente a una trayectoria estrictamente radial. Para obtener γ , se parte del producto escalar geométrico entre el vector velocidad relativa y el vector \hat{u}_z :

$$\vec{v}_0 \cdot \hat{u}_z = v_0 \cos \gamma . \quad (27)$$

Por otro lado, resolviendo el producto escalar por componentes entre \vec{v}_0 y \hat{u}_z :

$$\vec{v}_0 \cdot \hat{u}_z = v_{0z} = v_{\text{PBH}} \cdot \sin \alpha . \quad (28)$$

Igualando ambas expresiones:

$$\cos \gamma = \frac{v_{z0}}{v_0} = \frac{v_{\text{PBH}}}{v_0} \cdot \sin \alpha . \quad (29)$$

Por tanto, γ puede obtenerse directamente como:

$$\gamma = \arccos \left(\frac{v_{\text{PBH}}}{v_0} \cdot \sin \alpha \right) . \quad (30)$$

A continuación, se han llevado a cabo dos representaciones sencillas de la geometría del sistema, a partir de las cuáles se obtienen los valores de θ_0 y ϕ_0 .

En primer lugar, si $v_{0x} \geq 0$, el vector velocidad relativa del PBH apunta hacia el hemisferio $X > 0$, por lo tanto el PBH debe tener un valor inicial $\phi_0 = \pi$. Como la trayectoria es radial, el vector velocidad relativa y el vector radial están alineados, por lo que prolongando el vector \vec{v}_0 al primer cuadrante, queda definido γ . Como θ_0 se define como el ángulo entre el vector velocidad y el eje Z , por geometría, queda definido como $\theta_0 = \pi - \gamma$, como se ilustra en la Fig. 6.

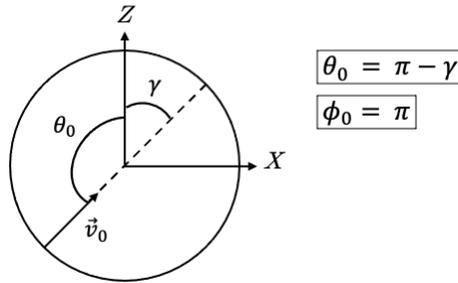


Figura 6: Configuración en la que $v_{0x} \geq 0$, con $\phi_0 = \pi$. El ángulo polar se obtiene como $\theta_0 = \pi - \gamma$.

En segundo lugar, si $v_{0x} < 0$, el vector apunta hacia $X < 0$, por lo que se adopta $\phi_0 = 0$. Siguiendo el mismo procedimiento de antes, se vuelve a obtener que $\theta_0 = \pi - \gamma$ según la Fig 7.

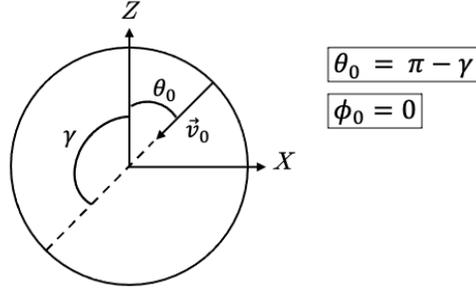


Figura 7: Configuración en la que $v_{0x} < 0$, con $\phi_0 = 0$. El ángulo polar también se define como $\theta_0 = \pi - \gamma$.

De este modo, para cada valor de α , se determina de forma unívoca la dirección angular (θ_0, ϕ_0) correspondiente a una trayectoria de impacto, lo cual resulta fundamental para construir el casquete angular asociado a colisión dentro del espacio de parámetros.

Una vez determinadas las regiones del espacio de parámetros que conducen a una colisión real, se procede al cálculo del volumen del espacio de parámetros asociado a dichas configuraciones. Este volumen corresponde a la suma de todas las áreas angulares efectivas sobre la superficie de la esfera de entrada, es decir, a la integral de la expresión (26) evaluada para todos los posibles valores del ángulo α :

$$V_{\text{impacto}} = \int_0^{2\pi} A(\alpha) d\alpha . \quad (31)$$

Sustituyendo la Ec.(25) en la Ec.(31), se obtiene:

$$V_{\text{impacto}} = \int_0^{2\pi} \pi \left[\left(\frac{R_{\odot}}{R_0} \right)^2 + \frac{2GM_{\odot}}{R_0 (v_{\text{PBH}}^2 + v_{\odot}^2 - 2v_{\text{PBH}}v_{\odot} \cos \alpha)} \left(\frac{R_{\odot}}{R_0} - \left(\frac{R_{\odot}}{R_0} \right)^2 \right) \right] d\alpha . \quad (32)$$

Esta integral se descompone en dos términos, uno constante y otro dependiente de $\cos \alpha$. El primero se integra de forma inmediata, mientras que el segundo puede resolverse analíticamente mediante una identidad clásica para integrales racionales de funciones trigonométricas. En concreto, se utiliza el resultado:

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{a - b \cos \alpha} d\alpha = \frac{2\pi}{\sqrt{a^2 - b^2}}, \quad \text{válido para } a > b , \quad (33)$$

donde, en este caso:

$$a = v_{\text{PBH}}^2 + v_{\odot}^2, \quad b = 2v_{\text{PBH}}v_{\odot} .$$

Con esta identidad, se integra el término que depende del ángulo α , contenido en el denominador $v_0^2(\alpha) = a - b \cos \alpha$, y tras evaluar la integral completa se obtiene una expresión cerrada para el volumen del espacio de parámetros que conduce a impacto, mostrada en la Ec.(34).

$$V_{\text{impacto}} = 2\pi^2 \left(\frac{R_{\odot}}{R_0} \right)^2 + \frac{4\pi^2 GM_{\odot} \left[\left(\frac{R_{\odot}}{R_0} \right) - \left(\frac{R_{\odot}}{R_0} \right)^2 \right]}{R_0 (v_{\text{PBH}}^2 - v_{\odot}^2)} . \quad (34)$$

Finalmente, la probabilidad de que ocurra una colisión entre un PBH y el Sol se define como la fracción del espacio de parámetros total que conduce a impacto, es decir, el cociente entre el volumen de impacto (34) y el volumen total del espacio de parámetros definido en la expresión (12):

$$P_{\text{impacto}} = \frac{V_{\text{impacto}}}{V_{\text{total}}} . \quad (35)$$

3.3. Estimación del número total de impactos

Una vez determinada la probabilidad de impacto a partir del espacio de parámetros, el siguiente objetivo consiste en estimar el número total de colisiones esperadas entre PBHs y el Sol a lo largo de su historia. Para ello, como se ha definido en la sección anterior, se considera que el Sol describe una órbita circular alrededor del centro de la galaxia, contenida en el plano galáctico, con un radio R_{gal} y una velocidad constante $v_{\odot} = 229 \text{ km/s}$ [20]. A lo largo de esta trayectoria, el Sol completa múltiples órbitas durante un intervalo de tiempo $t_{\odot} = 5 \text{ Gyr}$, que se toma como estimación de la edad del sistema solar.

Durante su movimiento, el Sol se encuentra inmerso en el halo galáctico, una región extensa donde se distribuye de forma homogénea la materia oscura. Se va a suponer que la densidad de la materia oscura es constante en la vecindad solar. Se adopta para este entorno una densidad típica de $\rho_{\text{DM}} = 0,42 \text{ GeV/cm}^3$, de acuerdo con estimaciones actuales [3].

Bajo la hipótesis de que una fracción f_{PBH} de esta materia oscura está compuesta por PBHs, es posible calcular su densidad numérica. Para un valor de masa m_{PBH} dado, esta se expresa como:

$$n_{\text{PBH}} = \frac{\rho_{\text{DM}}}{m_{\text{PBH}}} \cdot f_{\text{PBH}} . \quad (36)$$

Por otro lado, como se definió en la sección anterior, se considera una región de interés centrada en el Sol con forma esférica y radio $R_0 = 40 \text{ UA}$, que representa el dominio espacial donde pueden producirse colisiones efectivas entre PBHs y el Sol. Esta esfera define una sección transversal de área πR_0^2 , que se mueve solidariamente con el Sol a lo largo de su trayectoria orbital.

Dado que el Sol describe una órbita circular de longitud $2\pi R_{\text{gal}}$, el volumen barrido por la región de interés en una vuelta completa es:

$$V_{\text{una vuelta}} = \pi R_0^2 \cdot 2\pi R_{\text{gal}} . \quad (37)$$

El número de vueltas completadas durante el intervalo t_{\odot} se obtiene dividiendo la distancia total recorrida por el Sol entre la longitud de una órbita:

$$N_{\text{vueltas}} = \frac{v_{\odot} \cdot t_{\odot}}{2\pi R_{\text{gal}}} . \quad (38)$$

Multiplicando el volumen barrido en una órbita por el número total de vueltas, se obtiene el volumen total barrido durante la vida del sistema solar:

$$V_{\text{barrido}} = \pi R_0^2 \cdot 2\pi R_{\text{gal}} \cdot \left(\frac{v_{\odot} \cdot t_{\odot}}{2\pi R_{\text{gal}}} \right) = \pi R_0^2 \cdot v_{\odot} \cdot t_{\odot} . \quad (39)$$

Este volumen representa la región del halo galáctico que ha sido atravesada por la superficie de interacción del sistema solar a lo largo de su vida. En este dominio se encuentran PBHs con densidad

n_{PBH} según la Ec.(36), cuyas trayectorias tienen una probabilidad P_{impacto} de colisionar con el Sol, como refleja la Ec.(35).

El número total esperado de impactos a lo largo de la vida del Sol se calcula entonces como el producto entre la densidad numérica de PBHs, el volumen total barrido y la probabilidad de impacto:

$$N_{\text{impactos}} = P_{\text{impacto}} \cdot V_{\text{barrido}} \cdot n_{\text{PBH}} . \quad (40)$$

3.4. Efectos físicos del impacto de un PBH con el Sol

Una vez analizada la probabilidad de impacto y estimado el número total de colisiones a lo largo de la vida del sistema solar, el siguiente paso consiste en estudiar qué ocurre con un PBH que efectivamente impacta con el Sol. En particular, se desea determinar si, tras atravesar el interior solar, el PBH puede quedar gravitacionalmente ligado al Sol como consecuencia de la pérdida de velocidad inducida por su interacción con el medio solar.

Durante el cruce de un agujero negro primordial por el interior del Sol, se producen interacciones con el plasma solar que pueden dar lugar a una pérdida significativa de velocidad. Este efecto se modela considerando dos mecanismos principales de desaceleración: la fricción dinámica gravitacional y la acreción de materia. Ambos procesos dependen directamente de la densidad local del medio, que varía con la profundidad dentro del Sol. Para describir un perfil de densidad realista, se emplea el modelo estelar BP2004 [21], el cual proporciona datos tabulados de densidad en función del radio fraccional r/R_{\odot} . A partir de estos datos, se construye una función continua $\rho(r)$ mediante interpolación, que se utilizará en las expresiones diferenciales correspondientes. En la Ec. (41) se muestra la pérdida total de velocidad experimentada por el PBH, obtenida como la suma de las contribuciones debidas a ambos mecanismos.

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)_{\text{total}} = \left(\frac{dv}{dt}\right)_{\text{fricción}} + \left(\frac{dv}{dt}\right)_{\text{acreción}} . \quad (41)$$

Con el objetivo de analizar si un PBH puede quedar gravitacionalmente ligado al Sol tras atravesarlo, es necesario estudiar las condiciones bajo las cuales la pérdida de velocidad inducida por el cruce solar es suficiente para que el PBH no logre escapar del campo gravitatorio solar. Para ello, se compara la velocidad del PBH al salir del Sol con la velocidad de escape en la superficie solar. Si, tras experimentar una pérdida total de velocidad Δv , la velocidad final del PBH es menor que la velocidad de escape, entonces el objeto quedará ligado al sistema solar.

Con este objetivo, se considera el caso más favorable para la captura. Para ello, se analiza una configuración límite que maximiza los efectos disipativos durante el cruce solar. En particular, se considera que el PBH sigue una trayectoria rectilínea que atraviesa el centro del Sol, lo que incrementa tanto el tiempo de cruce como la densidad media del plasma atravesado. Además, se adopta la velocidad relativa inicial mínima posible entre el PBH y el Sol, lo cual favorece la desaceleración gravitacional y maximiza la probabilidad de captura. Según el modelo cinemático desarrollado previamente, esta situación corresponde a una dirección de entrada definida por los parámetros $\alpha = 0$, $\theta_0 = \pi/2$ y $\phi_0 = \pi$, lo que conduce a una velocidad relativa inicial de $v_0 = 51$ km/s.

Aplicando las leyes de conservación de la energía mecánica y del momento angular específico, ecuaciones (16) y (17), respectivamente, se determina la velocidad del PBH justo en el instante en el que alcanza la superficie del Sol, denotada como V_q . En el caso al que nos hemos restringido, este valor es constante e independiente de la masa del PBH, dado que las fuerzas consideradas son conservativas y no se ha incluido aún ninguna disipación:

$$V_q = 619,65 \text{ km/s} . \quad (42)$$

Este valor será empleado como condición inicial para evaluar el efecto neto de la fricción dinámica y la acreción durante el cruce. La comparación se realiza con la velocidad de escape desde la superficie solar, definida en la ecuación (3). Dicha velocidad adopta el siguiente valor:

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM_{\odot}}{R_{\odot}}} \approx 617,5 \text{ km/s} . \quad (43)$$

El criterio de captura se resume, por tanto, en la condición:

$$V_q - \Delta v < v_{\text{escape}} \quad (44)$$

Si esta desigualdad se cumple, el PBH quedará vinculado gravitacionalmente al Sol tras el cruce. El siguiente paso consiste en calcular el valor de Δv a partir de los mecanismos de interacción previamente definidos, evaluando su dependencia con la masa del PBH y con la estructura del medio solar atravesado.

3.4.1. Fricción dinámica

La fricción dinámica se define como la fuerza de arrastre gravitacional que actúa sobre un objeto masivo en movimiento, causada por la atracción gravitacional entre dicho objeto y su estela inducida en un medio gaseoso uniforme, como es el plasma solar. Esta fuerza tiene dirección opuesta al movimiento del objeto y depende del régimen de velocidad [22]. El régimen en el que opera esta fricción depende de la relación entre la velocidad del PBH y la velocidad del sonido en el medio. Para cuantificarlo, se define el número de Mach:

$$\mathcal{M} = \frac{v}{c_s} , \quad (45)$$

donde v es la velocidad del PBH y c_s es la velocidad local del sonido. Para estimar esta última, se adopta la temperatura y densidad características del núcleo solar. Esta elección permite obtener una cota superior para la velocidad del sonido, y por tanto, una estimación conservadora del número de Mach. La velocidad del sonido se calcula mediante la expresión:

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma k_B T_c}{\mu m_p}} \approx 580 \text{ km/s} , \quad (46)$$

donde $\gamma = 5/3$ es el índice adiabático para un gas ideal monoatómico completamente ionizado, k_B es la constante de Boltzmann, T_c es la temperatura central del Sol, μ es el peso molecular medio, en unidades de masa del protón, para una mezcla ionizada de hidrógeno y helio, y m_p es la masa del protón.

En función del número de Mach, se distinguen dos regímenes:

$$\text{Si } \begin{cases} \mathcal{M} < 1 & \Rightarrow \text{régimen subsónico} \\ \mathcal{M} > 1 & \Rightarrow \text{régimen supersónico} \end{cases} \quad (47)$$

Dado que la velocidad de impacto del PBH con la superficie del Sol es $V_q \approx 619,65$ km/s, y que la velocidad del sonido en el núcleo solar es del orden de $c_s \approx 580$ km/s, al sustituir estos valores en la Ec.(45) se obtiene un número de Mach $\mathcal{M} \approx 1$. Esto indica que el cruce se produce en un régimen intermedio que se denomina transónico.

Aunque estrictamente este valor se sitúa en la transición entre los regímenes subsónico y supersónico, se adoptará la expresión correspondiente al régimen supersónico, que es válida en el límite $\mathcal{M} \gg 1$. Esta elección se justifica porque, como se verá más adelante, la pérdida neta de velocidad durante el cruce solar no es especialmente significativa, de modo que las correcciones de primer orden asociadas al régimen transónico no alteran sustancialmente el resultado.

Además, se adopta el supuesto de que el interior solar puede tratarse como un medio continuo, en coherencia con el uso de una función de densidad $\rho(r)$ obtenida por interpolación del modelo BP2004. Esta aproximación es válida siempre que el volumen efectivo de interacción del PBH, caracterizado por su radio de Schwarzschild (4), contenga un número suficientemente grande de partículas del plasma solar. Para que el tratamiento continuo sea aplicable, se exige típicamente que dicho número sea $N \gtrsim 1000$.

Bajo esta hipótesis, y tomando como valor representativo la densidad central del Sol, el número de partículas contenido en el volumen efectivo del PBH se estima mediante:

$$N = n \cdot V_{\text{eff}} = \left(\frac{\rho_{\text{núcleo}}}{m_p} \right) \cdot \left(\frac{4}{3} \pi R_s^3 \right), \quad (48)$$

donde n es la densidad numérica de partículas, $\rho_{\text{núcleo}}$ es la densidad central del Sol, m_p es la masa del protón y R_s es el radio de Schwarzschild del PBH.

En consecuencia, y bajo las suposiciones mencionadas, la fuerza de fricción dinámica experimentada por el PBH se expresa, según la Ref. [22], como:

$$F_{\text{df}} = -4\pi \frac{(GM)^2 \rho_0}{V^2} \ln \left(\frac{Vt}{r_{\text{mín}}} \right). \quad (49)$$

Aplicando la segunda ley de Newton, esta fuerza se traduce en una desaceleración para el PBH:

$$F_{\text{df}} = m_{\text{PBH}} \frac{dv}{dt}. \quad (50)$$

Sustituyendo y considerando el perfil de densidad solar $\rho(r)$, se obtiene la expresión diferencial:

$$\left(\frac{dv}{dt} \right)_{\text{fricción}} = -4\pi \frac{G^2 m_{\text{PBH}} \rho(r)}{v^2} \ln \left(\frac{vt}{r_{\text{mín}}} \right), \quad (51)$$

donde $r_{\text{mín}}$ representa una escala de corte inferior asociada al radio de interacción gravitacional del PBH. El término logarítmico refleja la acumulación temporal de la estela gravitacional generada. Sin embargo, para simplificar el análisis, se sustituye el logaritmo dependiente del tiempo por el llamado logaritmo de Coulomb [19]:

$$\ln \Lambda = \ln \left(\sqrt{\frac{b_{\text{máx}}^2 + b_{90}^2}{b_{\text{mín}}^2 + b_{90}^2}} \right). \quad (52)$$

Aquí, b_{90} se trata de un caso particular del parámetro de impacto (b), definido como la distancia perpendicular entre la trayectoria inicial de una partícula incidente y el centro de masas de la partícula objetivo, en ausencia de interacción. Este parámetro se observa en la Fig. 5 y permite caracterizar geoméricamente la desviación inducida por una interacción gravitacional. En particular, b_{90} corresponde al valor de dicho parámetro que produce una deflexión de 90° , y constituye por ello una escala física razonable para acotar la región de interacción más eficaz dentro del medio.

En muchas aplicaciones, se adopta la aproximación estándar en la que $b_{\text{mín}} \ll b_{90} \ll b_{\text{máx}}$, bajo la cual el logaritmo se simplifica como:

$$\ln \Lambda \approx \ln \left(\frac{b_{\text{máx}}}{b_{90}} \right). \quad (53)$$

En este trabajo, se hace uso de esta expresión aproximada. Se adopta como escala máxima $b_{\text{máx}} \approx R_\odot$, correspondiente al radio solar, y se identifica b_{90} , según la Ref. [23], como:

$$b_{90} = \frac{G(m_{\text{PBH}} + m_p)}{v^2}. \quad (54)$$

Esta expresión se obtiene igualando la energía cinética con la energía potencial gravitatoria característica de una desviación de 90° , y permite estimar el umbral a partir del cual la interacción gravitacional entre el PBH y las partículas del medio solar se vuelve suficientemente intensa como para provocar deflexiones significativas.

Finalmente, sustituyendo esta definición en la Ec. (52), se obtiene la forma explícita adoptada en este estudio:

$$\Lambda = \frac{R_\odot v^2}{G(m_{\text{PBH}} + m_p)}. \quad (55)$$

Y, en consecuencia, la expresión final para la desaceleración por fricción dinámica se expresa como:

$$\left(\frac{dv}{dt} \right)_{\text{fricción}} = - \frac{4\pi G^2 m_{\text{PBH}} \rho(r) \ln \Lambda}{v^2}. \quad (56)$$

3.4.2. Acreción de materia

Por otro lado, un PBH en movimiento a través de un medio continuo experimenta una desaceleración adicional como consecuencia del proceso de acreción de materia. Esta interacción con el entorno implica una transferencia de masa desde el medio hacia el objeto, lo que se traduce en un aumento de su masa total. Además, la conservación del momento lineal establece que, en ausencia de fuerzas externas, la cantidad de movimiento de un sistema permanece constante. En forma vectorial, se expresa como:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}. \quad (57)$$

En el contexto de un PBH que acreta masa del medio, esta conservación implica que un aumento de masa produce una reducción en su velocidad, de modo que:

$$m \cdot v = (m + \Delta m) \cdot (v + \Delta v), \quad (58)$$

donde m es la masa del PBH antes de la interacción, v su velocidad en ese instante, Δm la masa captada en un intervalo de tiempo Δt , y Δv la variación correspondiente de su velocidad durante dicho intervalo.

Para estimar la masa acumulada, consideramos que el PBH se desplaza una distancia durante el tiempo Δt expresada como:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t . \quad (59)$$

A lo largo de este recorrido, el objeto barre un volumen de materia del medio, aproximado como un cilindro con área de sección transversal efectiva πR^2 , donde R representa el radio gravitacional de acreción definido en la ecuación (5). De esta forma, el volumen total de materia interceptado es:

$$\Delta V = \pi R_{\text{acc}}^2 \cdot v \cdot \Delta t . \quad (60)$$

Suponiendo que la densidad del medio es ρ , se obtiene la masa acumulada como:

$$\Delta m = \rho \cdot \Delta V = \rho \cdot v \cdot \Delta t \cdot \pi R_{\text{acc}}^2 . \quad (61)$$

Esta expresión corresponde a un régimen de acreción idealizado, en el que se considera que todo el material contenido en el volumen barrido es efectivamente capturado por el PBH.

A partir de la ecuación de conservación del momento lineal, Ec.(58), sustituyendo el valor de densidad constante ρ por el perfil de densidad realista descrito anteriormente $\rho(r)$ y despreciando términos de segundo orden ($\Delta m \cdot \Delta v$), se obtiene la desaceleración inducida por la acreción:

$$\left(\frac{dv}{dt} \right)_{\text{acreción}} = - \frac{\pi \rho(r) R_{\text{acc}}^2 v^2}{m_{\text{PBH}}} . \quad (62)$$

El valor del radio de acreción R_{acc} , se obtiene a partir de la ecuación (5) y se expresa como:

$$R_{\text{acc}}^2 = \left(1 + \frac{c^2}{v^2} \right) \cdot \frac{16G^2 m_{\text{PBH}}^2}{c^4} . \quad (63)$$

Por último, la tasa de incremento de masa del PBH debido a la acreción puede obtenerse a partir de la siguiente derivada temporal, extraída de la Ec.(61):

$$\left(\frac{dm}{dt} \right)_{\text{acreción}} = \pi \rho(r) R_{\text{acc}}^2 v . \quad (64)$$

3.5. Valores iniciales y suposiciones

Esta sección recoge de forma sistemática todas las constantes astronómicas empleadas y valores de ciertos parámetros asumidos en el modelo, así como las suposiciones fundamentales utilizadas a lo largo del desarrollo metodológico. A continuación, se va a mostrar la Tabla 1, correspondiente a las constantes astronómicas, y la Tabla 2, correspondiente a los valores supuestos en el modelo y algunos parámetros relevantes.

Constantes astronómicas

Símbolo	Valor	Descripción
M_{\odot}	$1,989 \times 10^{30}$ kg	Masa del Sol
R_{\odot}	$6,96 \times 10^8$ m	Radio del Sol
$\rho_{\text{núcleo}}$	$1,5 \times 10^5$ kg/m ³	Densidad central del Sol (aproximada)
T_c	$1,5 \times 10^7$ K	Temperatura central del Sol
R_{gal}	8,2 kpc	Distancia al centro galáctico
1 UA	$1,496 \times 10^{11}$ m	Unidad astronómica
1 Gyr	10^9 años	Unidad de tiempo

Tabla 1: Constantes astronómicas empleadas en el modelo

Valores supuestos de parámetros relevantes

Símbolo	Valor	Descripción
R_0	40 UA	Radio de la esfera de entrada
v_{\odot}	229 km/s	Velocidad del Sol en el halo galáctico
v_{PBH}	280 km/s	Velocidad inicial de los PBHs
ρ_{DM}	0,42 GeV/cm ³	Densidad local de materia oscura
t_{\odot}	5 Gyr	Edad del sistema solar

Tabla 2: Valores supuestos para ciertos parámetros relevantes en los cálculos realizados.

Suposiciones adoptadas en el modelo

1. Se supone que el Sol describe una órbita circular en el plano galáctico, con velocidad constante dirigida a lo largo del eje X . Esta velocidad es $v_{\odot} = 229$ km/s como se aprecia en la Tabla 2.
2. Se considera que los PBHs siguen órbitas circulares en el halo galáctico, con velocidades contenidas en el plano XZ , cuyo valor es $v_{\text{PBH}} = 280$ km/s, recogido en la Tabla 2.
3. A escala local se define un sistema de coordenadas esféricas centrado en el Sol. Se definen los ángulos polar y azimutal, $\theta \in [0, \pi]$ y $\phi \in [0, 2\pi)$, respectivamente. La componente radial se fija en $R_0 = 40$ UA, para definir de este modo la región de interés en el estudio de las interacciones PBH-Sol. La posición inicial de los PBHs se distribuye uniformemente en ϕ y $\cos \theta$.
4. Se considera que el único campo gravitatorio relevante es el generado por el Sol. Esta hipótesis convierte el problema en un sistema de dos cuerpos, lo que permite aplicar principios clásicos de conservación de energía y momento angular ya que la fuerza gravitatoria del Sol es una fuerza central y conservativa. Además, el sol se modela como una masa puntual hasta que el PBH alcanza su superficie.

5. Se asume que la densidad de materia oscura en el entorno solar es constante y homogénea, con un valor típico de: $\rho_{\text{DM}} = 0,42 \text{ GeV/cm}^3$ [3].
6. Para modelar el cruce solar, se emplea el perfil de densidad BP2004, que describe con precisión la variación de densidad del interior solar en función del radio $\rho(r)$.
7. Se considera el interior solar como un medio continuo. Esta aproximación se basa en que el volumen efectivo del PBH, caracterizado por el radio de Schwarzschild (4), contiene un número suficientemente grande de partículas del plasma solar ($N \gtrsim 1000$), asumiendo que la densidad media del Sol es la del núcleo.
8. En el análisis de la captura gravitacional del PBH por parte del Sol, se estudia el caso más favorable para la captura, que corresponde a una configuración cinemática donde la velocidad relativa inicial entre PBH y Sol es mínima: $v_0 = 51 \text{ km/s}$. Esta condición se obtiene para los valores $\alpha = 0$, $\theta_0 = \pi/2$ y $\phi_0 = \pi$. Además, el PBH traza una trayectoria que pasa a través del centro del Sol, lo que incrementa los efectos de desaceleración, debido a que es la trayectoria que atraviesa la zonas con mayor densidad de partículas posible.
9. La velocidad del sonido en el interior solar se estima utilizando la temperatura y densidad central del Sol, lo que proporciona una cota superior que permite obtener una estimación del número de Mach conservadora. El valor obtenido en la Ec. (46) es $c_s \approx 580 \text{ km/s}$.
10. El número de Mach obtenido en la Ec. (45) es $\mathcal{M} \approx 1$, lo que se corresponde con el régimen transónico. En este trabajo se va a suponer que el PBH se mueve en el régimen supersónico y se van a adoptar las ecuaciones correspondientes a este régimen extraídas de la Ref. [22]. Esto se justifica ya que la pérdida neta de velocidad durante el cruce solar no es especialmente significativa, de modo que las correcciones de primer orden asociadas al régimen transónico no alteran sustancialmente el resultado.
11. Se hace uso del logaritmo de Coulomb para modelar la acumulación gravitacional inducida por el PBH en el medio solar. Para ello, se introduce el parámetro de impacto b . En particular, se emplea b_{90} , que representa el valor del parámetro de impacto que genera una deflexión de 90° . Se adopta como escala máxima $b_{\text{máx}} \approx R_\odot$ y se supone que $b_{\text{mín}} \ll b_{90} \ll b_{\text{máx}}$. Por lo tanto, el logaritmo de Coulomb definido en la Ec. (52) queda definido como:

$$\ln \Lambda \approx \ln \left(\frac{b_{\text{máx}}}{b_{90}} \right), \quad \text{con} \quad b_{90} = \frac{G(m_{\text{PBH}} + m_p)}{v^2}.$$

4. Resultados y discusión

En esta sección se presentan y analizan los principales resultados obtenidos a lo largo del trabajo. Partiendo de las hipótesis físicas y formulaciones teóricas desarrolladas en las secciones anteriores, se han implementado cálculos para cuantificar la probabilidad de impacto de un PBH con el Sol, el número total de colisiones esperadas durante la historia del sistema solar, y los efectos dinámicos que dichos eventos inducen sobre los propios PBHs. Para ello, se ha considerado un intervalo de masas relevante desde el punto de vista tanto físico como observacional, junto con fracciones de abundancia compatibles con las restricciones más recientes sobre la densidad de PBHs como componente de materia oscura.

Cada una de las subsecciones siguientes desarrolla un aspecto específico del análisis: desde la justificación del intervalo de masas adoptado, hasta el estudio detallado de la pérdida de velocidad por fricción dinámica y acreción. Los resultados se contextualizan a la luz de la Fig. 2, y se discuten en términos de su relevancia astrofísica. El objetivo final es evaluar la plausibilidad de que los PBHs hayan interactuado de forma significativa con el Sol a lo largo de su historia, así como determinar bajo qué condiciones tales interacciones podrían haber tenido consecuencias observables o detectables.

4.1. Límites en el intervalo de masas estudiado

El presente trabajo se ha centrado en el estudio del impacto y posible captura de PBHs por parte del Sol, para un intervalo de masas específico. La elección de dicho rango no es arbitraria, sino que responde a una serie de consideraciones físicas que establecen tanto un límite inferior como un límite superior, definidos a partir de la validez de las suposiciones y aproximaciones utilizadas y de las restricciones observacionales de la Fig. 2.

El límite inferior del intervalo de masas está determinado por la aplicabilidad del modelo de medio continuo empleado para describir el interior solar. En este trabajo, se ha supuesto que el plasma solar puede tratarse como un medio continuo, de modo que los efectos disipativos inducidos por el paso del PBH, en particular, la fricción dinámica gravitacional y la acreción de materia, puedan modelarse mediante ecuaciones diferenciales continuas, dependientes del perfil de densidad $\rho(r)$. Esta aproximación solo es válida si el volumen efectivo de interacción gravitacional del PBH, caracterizado por su radio de Schwarzschild (4), contiene un número suficientemente grande de partículas del plasma solar.

Para que la hipótesis de medio continuo sea físicamente razonable, se requiere que el número de partículas dentro de dicho volumen cumpla $N \approx 10^3$. Este número se estima a partir de la Ec.(48) descrita en la séptima suposición. A partir de esa expresión, se obtiene que el número de partículas excede el umbral mínimo únicamente para masas $m_{\text{PBH}} = 10^{17}$ kg y en adelante. Por tanto, este valor se adopta como límite inferior del intervalo de masas considerado. Para masas inferiores, los efectos cuánticos y la naturaleza discreta del plasma no pueden ser ignorados, lo que invalida la descripción continua y, en consecuencia, no se podría hacer uso de las ecuaciones diferenciales continuas que se han empleado.

Por otro lado, se impone un límite superior de masa de $10^{-6}M_{\odot}$ con el fin de garantizar que la influencia gravitacional del objeto sea suficientemente débil como para no perturbar de forma apreciable la dinámica del sistema solar. En particular, este umbral asegura que el movimiento del Sol

alrededor del centro galáctico no se vea alterado por la presencia del objeto, permitiendo mantener la validez de las aproximaciones utilizadas en los cálculos. Si la masa del astro fuera mayor, su campo gravitatorio podría inducir desplazamientos significativos en la posición del Sol o alterar las órbitas de los planetas, especialmente los exteriores, ya que describen órbitas menos gravitacionalmente ligadas. Por este motivo, se ha fijado como cota superior del intervalo de masas el valor $m_{\text{PBH}} = 10^{24}$ kg, correspondiente a aproximadamente $10^{-6} M_{\odot}$.

Teniendo en cuenta ambos límites, el análisis se restringe al intervalo:

$$10^{17} \text{ kg} \leq m_{\text{PBH}} \leq 10^{24} \text{ kg}$$

Este rango representa un compromiso entre la validez del modelo del Sol como medio continuo en el límite inferior y la compatibilidad con observaciones dinámicas en el límite superior. En este dominio, los efectos de fricción dinámica y acreción pueden evaluarse de forma consistente.

Una vez definido el intervalo, el estudio se lleva a cabo para un valor de masa por cada década estudiada ya que esto es suficiente para cubrir al completo las posibles variaciones. Los valores de masa de los PBHs y su respectiva fracción de abundancia se recogen en la Tabla 3:

Masa del PBH (kg)	Fracción f_{PBH}
1×10^{17}	1
1×10^{18}	1
1×10^{19}	0.8
1×10^{20}	0.04
1×10^{21}	0.007
1×10^{22}	0.01
1×10^{23}	0.003
1×10^{24}	0.002

Tabla 3: Valores de masa y fracción de abundancia de PBHs como materia oscura f_{PBH} utilizados en el estudio.

A continuación, resulta de interés analizar en detalle algunos valores específicos dentro de este rango, a la luz de las restricciones actuales mostradas en la Fig. 2. Esta selección cubre un total de ocho órdenes de magnitud en masa, lo cual permite capturar un amplio espectro de comportamientos dinámicos asociados a PBHs de diferentes escalas, tanto en su frecuencia de impacto como en su capacidad de interacción con el entorno solar.

Como se resume en la Tabla 3, los PBHs con masas en torno a 10^{17} – 10^{19} kg podrían constituir la totalidad de la materia oscura, lo que los convierte en un candidato especialmente interesante. En cambio, para masas intermedias como 10^{20} kg, las restricciones son más severas, limitando su fracción a valores residuales. Finalmente, aunque los PBHs más masivos (10^{23} – 10^{24} kg) están fuertemente restringidos en abundancia, su gran masa individual podría generar efectos gravitatorios detectables en el sistema solar. Esta selección, que cubre un amplio espectro de escalas, permite estudiar cómo varían la frecuencia de impactos, la eficiencia de la interacción gravitatoria con el Sol y las consecuencias dinámicas asociadas, proporcionando una base coherente para analizar el impacto astrofísico de los PBHs a lo largo de escalas temporales comparables con la edad del sistema solar.

4.2. Probabilidad de impacto

Antes de estimar cuántos impactos entre PBHs y el Sol podrían haber ocurrido a lo largo de la vida del sistema solar, o de analizar sus posibles consecuencias dinámicas, es necesario haber calculado primero la probabilidad fundamental de que uno de estos eventos ocurra. Este valor establece el marco estadístico sobre el que se basan los cálculos posteriores.

Recapitulando, tal como se desarrolla detalladamente en la Subsec.(3.2), el cálculo de dicha probabilidad se basa en el estudio del espacio de parámetros tridimensional definido por los ángulos θ , ϕ y α , los cuales caracterizan respectivamente la posición inicial del PBH sobre la esfera de entrada y la dirección de su vector velocidad relativa respecto al Sol. La probabilidad de impacto, P_{impacto} , se obtiene como el cociente entre el volumen de configuraciones que conducen a una colisión efectiva (V_{impacto}) y el volumen total de configuraciones cinemáticas posibles (V_{total}), de acuerdo con la Ec. (35).

A partir del desarrollo teórico mostrado en la metodología, se ha evaluado de forma analítica el volumen V_{impacto} , definido en la Ec. (34), que representa el subconjunto del espacio de parámetros donde las trayectorias de los PBHs conducen a una colisión efectiva con el Sol. Esta evaluación se ha llevado a cabo mediante la implementación computacional del Código 1, incluido en el Anexo, en el que se discretizan los valores del ángulo α y se calcula, para cada uno, el área angular asociada a colisiones posibles. Posteriormente, se integra esta cantidad sobre todo el dominio angular, de acuerdo con la expresión teórica correspondiente, Ec. (32).

El resultado obtenido para el volumen efectivo que conduce a impacto es:

$$V_{\text{impacto}} = 4,19 \times 10^{-6} \text{ rad}^3 .$$

Este valor debe compararse con el volumen total del espacio de parámetros, definido en la Ec. (12):

$$V_{\text{total}} = 8\pi^2 \approx 78,96 \text{ rad}^3 .$$

La diferencia de más de siete órdenes de magnitud entre ambos volúmenes pone de manifiesto que sólo una fracción minúscula de las configuraciones cinemáticas posibles dan lugar a un impacto con el Sol.

Para ilustrar gráficamente la geometría del espacio de parámetros que conduce a impacto, se ha representado en la Fig. 8 el conjunto de configuraciones que cumplen la condición de impacto, Ec. (13). En esta visualización tridimensional, se han definido las coordenadas cartesianas del espacio de parámetros como:

$$X = R_0 \sin \theta \cos \phi, \quad Y = \alpha, \quad Z = R_0 \cos \theta .$$

La Fig. 8 muestra una representación tridimensional del subconjunto del espacio de parámetros que conduce a impacto. Se puede observar que las trayectorias que conducen a colisión están confinadas en una estrecha banda en el espacio direccional, reflejando la fuerte restricción geométrica en el modelo adoptado.

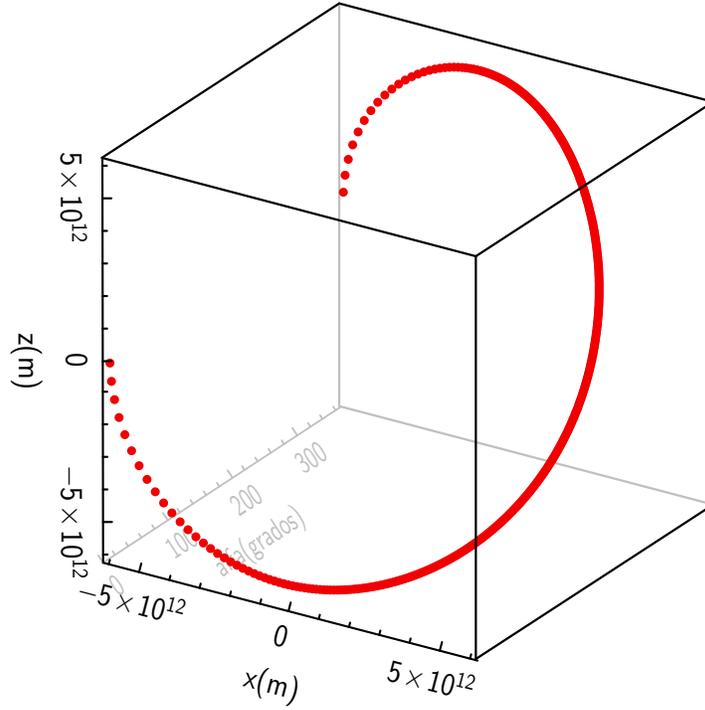


Figura 8: Representación tridimensional del subconjunto del espacio de parámetros que conduce a impacto. El plano vertical corresponde al plano geométrico XZ , donde se ubica la posición inicial sobre la esfera de entrada en coordenadas cartesianas. El otro eje, perpendicular a dicho plano, es un eje virtual que representa el ángulo α entre la velocidad del Sol y la del PBH, en grados. Cabe señalar que el tamaño de los puntos no refleja el área real del casquete angular correspondiente, el cual sería prácticamente invisible en esta escala.

A partir de la evaluación de los volúmenes descritos, aplicando la Ec. (35), se obtiene el siguiente valor para la probabilidad de impacto:

$$P_{\text{impacto}} = \frac{V_{\text{impacto}}}{V_{\text{total}}} = 5,31 \times 10^{-8} .$$

Este resultado representa la fracción de configuraciones iniciales que conducen a una colisión efectiva con el Sol. La comparación entre ambos volúmenes muestra que dichas trayectorias ocupan una región extremadamente reducida del espacio direccional, lo que evidencia lo improbable de un impacto directo. Sin embargo, incluso una probabilidad tan baja puede traducirse en una cantidad finita de eventos relevantes, al considerar el número total de PBHs que podrían haber atravesado la vecindad solar en los últimos 5 mil millones de años.

El origen físico de esta baja probabilidad radica en la geometría del problema. Para que se produzca una colisión efectiva, el ángulo β , que mide la desviación entre la velocidad relativa del PBH y la dirección radial hacia el Sol, debe ser extremadamente pequeño. En términos del ángulo β , esto implica que debe ser menor que un valor límite β_{max} , definido en la Ec. (25) y acotado en el intervalo dado por la Ec. (24). Solo aquellas trayectorias dentro de este estrecho rango, es decir, fuertemente alineadas con el Sol, logran cruzar la esfera de entrada con un perihelio inferior al radio solar, cumpliendo así el criterio de impacto directo establecido en la Ec. (13).

Además, esta dificultad geométrica se ve agravada por el hecho de que dado que los PBHs se mueven con velocidades típicas del halo galáctico ($v_{\text{PBH}} = 280\text{km/s}$) y pueden moverse en cualquier dirección con la misma probabilidad, sin que haya una orientación preferente en el espacio, las probabilidades de que un PBH cruce la región de interés del estudio con la orientación adecuada para alcanzar el perihelio dentro del radio solar son extremadamente bajas. Incluso para las combinaciones más favorables del ángulo α , los valores admisibles de θ y ϕ que conducen a colisión están confinados a un casquete esférico minúsculo, caracterizado por radios angulares β_{max} muy pequeños. Por tanto, aunque el Sol actúe como un potencial gravitatorio dominante en su vecindad, su capacidad para desviar significativamente la trayectoria de un PBH que no esté casi alineado con el eje radial es muy limitada.

En definitiva, aunque a priori parece despreciable el valor obtenido para la probabilidad de impacto, adquiere relevancia cuando se considera el enorme número de PBHs que podrían haber atravesado la región solar a lo largo de escalas de tiempo cosmológicas. Este resultado constituye por tanto un elemento fundamental en la estimación total de impactos, que se abordará en la siguiente subsección.

4.3. Estimación del número total de impactos

Se ha llevado a cabo el cálculo del número total de impactos que sufriría el Sol por parte de PBHs durante un intervalo temporal de 5 Gyr. Para ello, se ha utilizado la expresión analítica del número esperado de colisiones descrita en la Ec. (40), teniendo en cuenta tanto el caso en el que los PBHs constituyen la totalidad de la materia oscura ($f_{\text{PBH}} = 1$), como el escenario restringido donde su fracción relativa está limitada por las cotas observacionales mostradas en la Fig. 2.

La Fig. 9 muestra el número esperado de impactos de PBHs con el Sol a lo largo de un periodo de 5 mil millones de años, como función de la masa de los PBHs. Se presentan dos escenarios contrastantes: uno optimista, en el que se asume que la totalidad de la materia oscura está compuesta por PBHs ($f_{\text{PBH}} = 1$), y otro más realista, basado en las cotas experimentales actuales ($f_{\text{PBH}} \leq 1$), extraídas de la Fig. 2.

En ambos casos, se observa una disminución pronunciada del número de impactos a medida que aumenta la masa del PBH. Esta relación inversa responde al hecho de que, para una densidad de materia oscura fija, una mayor masa implica una menor densidad numérica de objetos, como se observa en la Ec. (36). En el caso de $f_{\text{PBH}} = 1$, la curva sigue una ley de escala sencilla, dictada exclusivamente por la densidad de materia oscura y la masa. En cambio, la curva asociada al caso restringido ($f_{\text{PBH}} \leq 1$) presenta una caída mucho más acentuada para masas superiores a 10^{20} kg, debido a que las restricciones observacionales excluyen eficientemente la existencia de PBHs masivos en abundancia significativa.

El umbral representado por la línea roja horizontal corresponde a un único impacto durante la edad estimada del sistema solar. Este umbral define el límite práctico a partir del cual un impacto de un PBH con el Sol sería estadísticamente significativo. Bajo las restricciones más conservadoras, únicamente los PBHs con masas comprendidas entre 10^{17} y 10^{19} kg tendrían una probabilidad apreciable de colisionar con el Sol durante 5 Gyr. Esto demuestra que, aunque la probabilidad de impacto es baja, hay rangos de masas para los que el número de colisiones PBH-Sol no es despreciable.

Para masas mayores, el número de impactos cae por debajo del umbral, lo que refuerza la idea de que tales objetos serían extremadamente escasos.

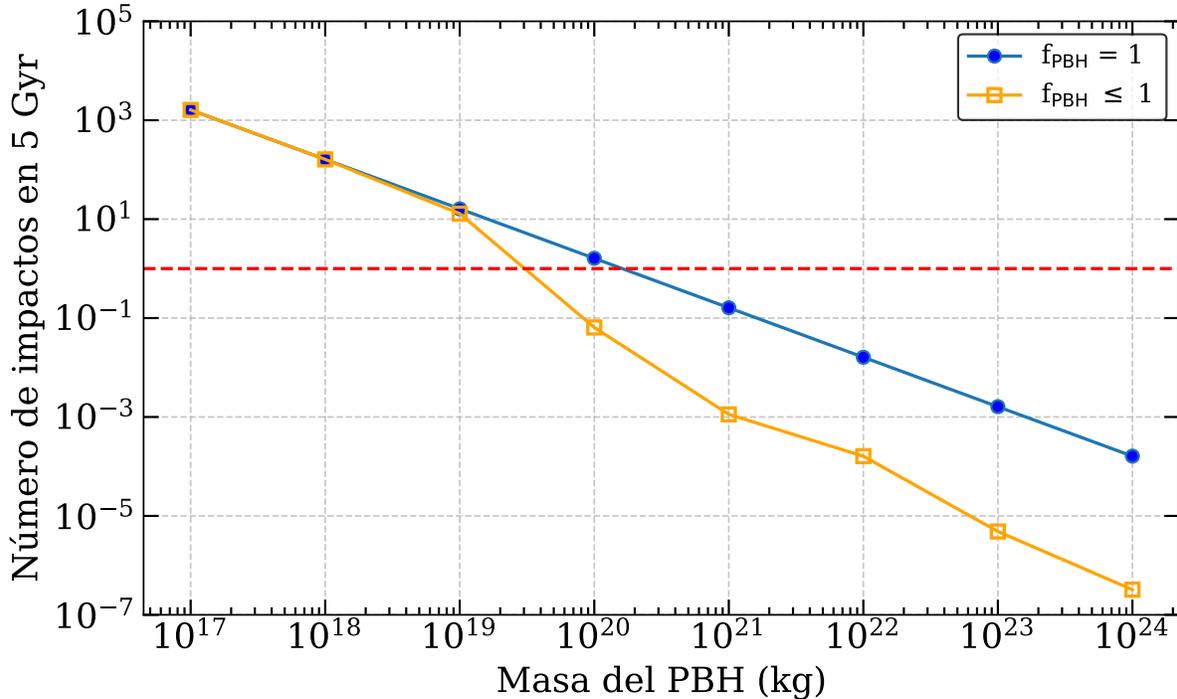


Figura 9: Número de impactos de PBHs con el Sol durante 5 Gyr en función de su masa. Se representan dos escenarios: $f_{\text{PBH}} = 1$ (línea azul) y $f_{\text{PBH}} \leq 1$ (línea naranja), este último basado en las cotas observacionales actuales para cada masa, obtenidas a partir de la Fig. 2. La línea roja discontinua horizontal indica el umbral de un impacto en 5 Gyr. Se ha obtenido a partir del código 2 del anexo.

4.4. Efectos físicos del impacto de un PBH con el Sol

Una vez evaluada la probabilidad de impacto y el número esperado de colisiones entre PBHs y el Sol a lo largo de su historia, resulta esencial analizar las consecuencias físicas que un evento de este tipo tendría sobre el propio PBH. En particular, se estudia la pérdida de velocidad que experimenta un PBH al atravesar el interior solar, como resultado de los dos mecanismos principales de frenado: la fricción dinámica gravitacional y la acreción de materia, definidos detalladamente en las subsecciones 3.4.1 y 3.4.2, respectivamente.

A partir de las ecuaciones diferenciales que describen ambos procesos, la Ec. (56) para la fricción dinámica y las ecuaciones Ec. (62) y Ec. (64) para la acreción gravitacional, es posible determinar la desaceleración que sufre un PBH al cruzar el plasma solar.

Dado que el movimiento del PBH considerado en este estudio es estrictamente radial y simétrico con respecto al centro del Sol, según la suposición número 8 del modelo, la trayectoria seguida atraviesa el núcleo solar pasando por su centro. En este escenario, la velocidad del PBH varía únicamente en función de la coordenada radial r , lo que permite reformular la derivada temporal de la velocidad

como una derivada espacial. Esta reformulación se basa en la aplicación de la regla de la cadena:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \cdot \frac{dr}{dt} = v \cdot \frac{dv}{dr} . \quad (65)$$

De esta expresión se puede despejar directamente:

$$\frac{dv}{dr} = \frac{1}{v} \cdot \frac{dv}{dt} . \quad (66)$$

Este cambio de variable resulta especialmente conveniente cuando las fuerzas involucradas dependen explícitamente del radio, a través del perfil de densidad solar $\rho(r)$.

Para modelizar cuantitativamente ambos mecanismos, se han planteado dos sistemas de ecuaciones diferenciales expresadas en función de la variable espacial. En el caso de la fricción dinámica, se resuelve una ecuación para la evolución de la velocidad $v(x)$, obtenida a partir de la Ec. (56). Aunque en la implementación (código 2) se incluye también la masa $m(x)$ como variable del sistema, esta permanece constante a lo largo de la trayectoria ($dm/dx = 0$) y no afecta al resultado, su presencia responde únicamente a la estructura general del código numérico. En cambio, para la acreción gravitacional, se plantea un sistema acoplado en el que tanto la velocidad como la masa del PBH evolucionan simultáneamente, conforme a las ecuaciones Ec. (62) y Ec. (64), de nuevo, tras la aplicación de la regla de la cadena.

Ambos sistemas se han resuelto numéricamente mediante el método de Runge-Kutta de orden 5(4), utilizando el integrador adaptativo `solve_ivp` del paquete `SciPy`, que ajusta automáticamente el tamaño del paso para mantener controlado el error local de integración. Toda la implementación numérica descrita está recogida en el Código 2 incluido en el Anexo, donde se detalla la formulación exacta de los sistemas dinámicos, los valores iniciales, las condiciones de contorno y el intervalo espacial de integración. En particular, se ha considerado una trayectoria rectilínea que recorre el eje solar desde $x = -0,946 R_{\odot}$ hasta $x = +0,946 R_{\odot}$, ya que los datos proporcionados por la Ref. [21] llegaban hasta ahí, lo que garantiza una simetría completa respecto al centro del Sol.

La Fig. 10 muestra el perfil radial del módulo del gradiente de velocidad, $|dv/dx|$, como función del radio fraccionario r/R_{\odot} , resultado directo de la integración numérica de los sistemas dinámicos planteados para la fricción gravitacional y la acreción de materia, evaluados para un único valor de masa intermedio ($m_{\text{PBH}} = 10^{20}$ kg). Este gradiente representa la variación local de la velocidad del PBH a lo largo de su trayectoria rectilínea a través del interior solar, y proporciona una medida directa de la intensidad de los mecanismos de frenado en función de la posición.

Como se observa, ambas curvas comparten una morfología general similar. Ambas presentan un crecimiento notable a medida que el PBH se aproxima al centro solar ($r/R_{\odot} \rightarrow 0$), donde la densidad del plasma es máxima, y decrecen rápidamente hacia la periferia ($r/R_{\odot} \rightarrow 1$), donde el medio se vuelve menos denso. Este comportamiento refleja la dependencia directa de ambos mecanismos con el perfil de densidad $\rho(r)$, adoptado a partir del modelo solar BP2004 [21]. La región central constituye, por tanto, la zona de mayor eficacia de frenado, mientras que las capas externas presentan un impacto dinámico prácticamente nulo en comparación.

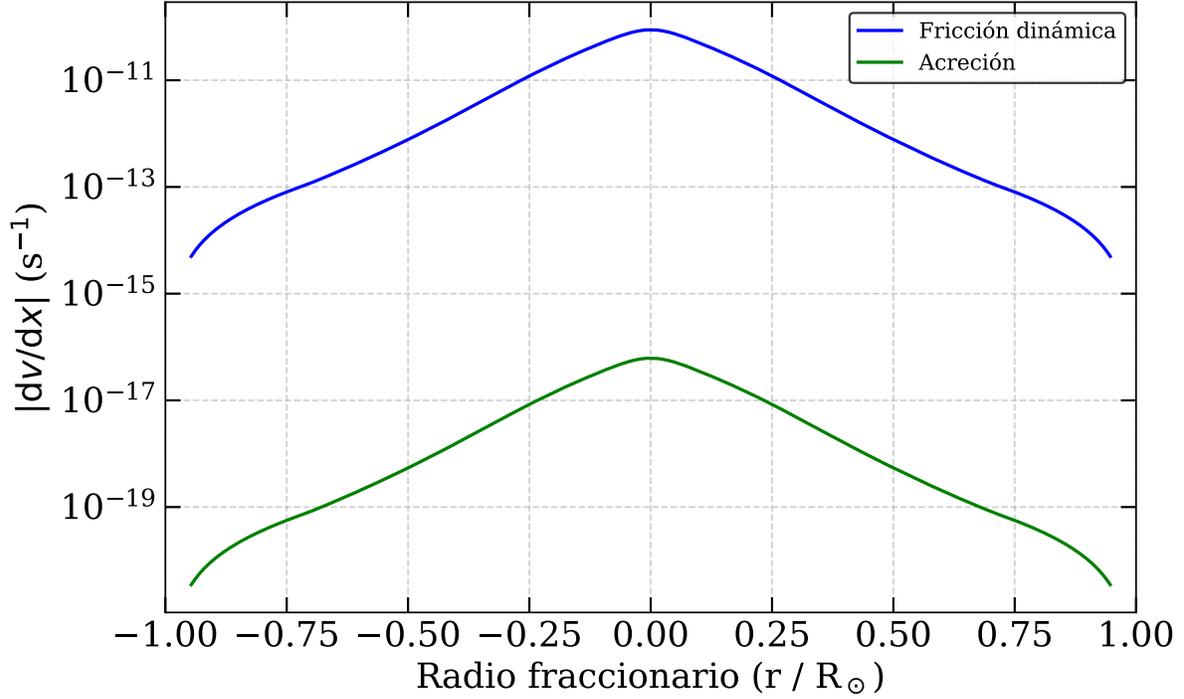


Figura 10: Perfil radial del módulo del gradiente de velocidad, $|dv/dx|$, en función del radio fraccionario r/R_{\odot} , para un valor de masa único ($m_{\text{PBH}} = 10^{20}$ kg). Para la contribución de la fricción dinámica (línea azul) y la contribución de la acreción de materia (línea verde). La escala logarítmica en el eje vertical permite observar con claridad las diferencias de varios órdenes de magnitud entre ambos mecanismos, así como su evolución en el dominio radial desde el centro del sistema ($r/R_{\odot} \rightarrow 0$) hacia la periferia ($r/R_{\odot} \rightarrow 1$). Se ha obtenido a partir del código 3 del anexo.

Sin embargo, a pesar de su similitud estructural, las curvas difieren de forma muy marcada en magnitud. La fricción dinámica genera valores de $|dv/dx|$ entre cinco y seis órdenes de magnitud superiores a los inducidos por la acreción en todo el rango radial. Esta diferencia constante en escala logarítmica evidencia el carácter dominante del primer mecanismo. En términos físicos, ello se justifica por la expresión teórica de la fricción gravitacional, Ec. (56), que incorpora un término logarítmico asociado a la estela inducida, así como una dependencia inversa con el cuadrado de la velocidad. Estas características acentúan la eficiencia del frenado en regiones de alta densidad, donde además la velocidad del PBH disminuye de forma progresiva.

En cambio, la contribución de la acreción, representada en la Fig.10 por la curva inferior, responde a la evolución simultánea de la masa y velocidad del PBH según las ecuaciones Ec. (62) y Ec. (64). Aunque su perfil funcional es prácticamente idéntico al de la fricción, con máximos centrados y decaimiento hacia los extremos, su efecto dinámico es mucho más tenue. Esto se debe a que el aumento de masa por absorción de fluido solar, aún considerando la ampliación efectiva de la sección de captura descrita en la Ec. (63), no introduce variaciones significativas en la cinemática del PBH. En consecuencia, la acreción debe interpretarse como una corrección secundaria frente al arrastre gravitacional dominante.

En conjunto, el análisis del perfil $|dv/dx|$ corrobora cuantitativamente que la fricción dinámica constituye el mecanismo dominante de frenado para un PBH que atraviesa el interior solar en régimen transónico. La diferencia de seis órdenes de magnitud frente a la acreción justifica que esta última pueda ser despreciada en la evaluación de la desaceleración neta, y por tanto, en los estudios de captura gravitacional que se abordan en los resultados posteriores. Así, en la ecuación global de desaceleración definida en la Ec. (41), el término asociado a la acreción puede ser omitido sin pérdida de precisión relevante.

Una vez analizada la desaceleración instantánea dada durante el trayecto por el interior solar, el siguiente paso consiste en determinar la pérdida total de velocidad que experimenta un PBH tras atravesar el Sol por completo. Este valor acumulado, denotado como Δv , se obtiene mediante la integración del perfil de desaceleración sobre la trayectoria rectilínea considerada, desde el punto de entrada hasta el punto de salida.

Una vez obtenido el valor de Δv para cada una de las masas m_{PBH} consideradas en el estudio, recogidas en la Tabla 3, se procede a evaluar si la pérdida total de velocidad es suficiente para posibilitar la captura gravitacional del PBH por parte del Sol. Para ello, tal como se detalló en la sección de Metodología, se ha definido un umbral de referencia basado en la velocidad de escape desde la superficie solar, cuyo valor es $v_{\text{escape}} = 617,4 \text{ km/s}$, calculado a partir de la Ec. (3).

Se considera que un PBH puede quedar capturado si, tras atravesar el Sol, su velocidad en el momento del impacto, cuyo valor es $V_q = 619,47 \text{ km/s}$, calculado a partir de la Ec. (19), se reduce por debajo del umbral definido por la velocidad de escape desde la superficie solar. El umbral de captura corresponde a una pérdida mínima de velocidad de $\Delta v_{\text{umbral}} = V_q - v_{\text{escape}} = 2,07 \text{ km/s}$. Por tanto, atendiendo al criterio de captura establecido en la Ec. (44), se evaluará para cada masa m_{PBH} si el valor de Δv obtenido supera dicho umbral, condición necesaria para que el PBH quede gravitacionalmente ligado al Sol.

Una vez establecido el criterio de captura gravitacional en función del umbral mínimo de velocidad que debe perder un PBH durante su cruce a través del Sol, se procede a representar gráficamente los resultados obtenidos para la pérdida total de velocidad Δv en función de la masa del PBH, tal y como se observa en la Fig. 11. Esta representación permite evaluar de forma directa qué configuraciones, dentro del intervalo de masas considerado, podrían cumplir la condición de captura desarrollada en el apartado anterior.

Tal como se aprecia en la Fig. 11, la pérdida total de velocidad Δv crece monótonamente con la masa del PBH, en coherencia con la dependencia cuadrática que presenta la fricción dinámica respecto a la masa, según la Ec. (56). Sin embargo, resulta especialmente relevante señalar que la curva se mantiene por debajo del umbral de captura en todo el dominio de masas considerado. Esto implica que, incluso en las condiciones más favorables, trayectoria radial que pasa por el centro del Sol y velocidad relativa inicial mínima $v_0 = 51 \text{ km/s}$, la pérdida de energía cinética que experimenta el PBH durante su tránsito resulta insuficiente para reducir su velocidad por debajo del valor de escape desde la superficie solar.

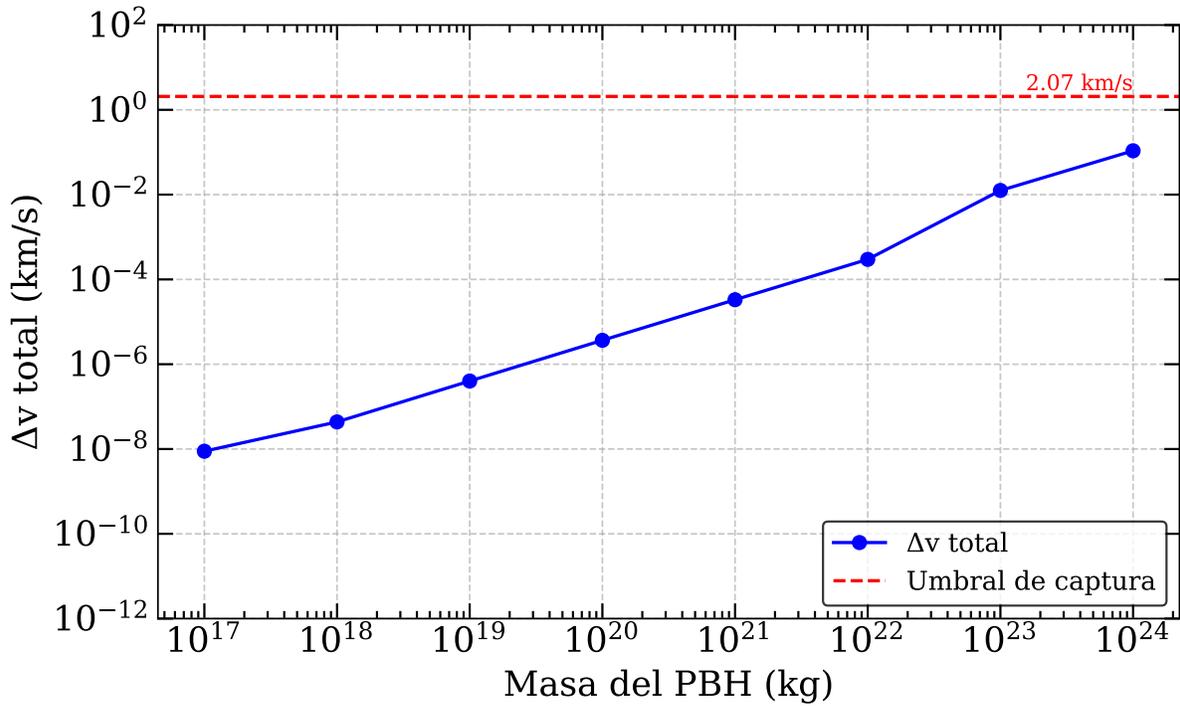


Figura 11: Velocidad total perdida Δv en función de la masa del PBH, expresada en kilogramos. La línea horizontal roja discontinua indica el umbral de captura, correspondiente a la diferencia entre la velocidad del PBH en el perihelio V_q y la velocidad de escape del Sol en su superficie. Se ha obtenido a partir del código 2 del anexo.

En consecuencia, bajo el modelo adoptado y las configuraciones exploradas, ninguna de las masas consideradas conduce a la captura gravitacional del PBH por parte del Sol. Este resultado establece una conclusión clara, la fricción gravitacional generada por el plasma solar, aun en las condiciones más favorables, no basta para retener objetos compactos de este tipo mediante un único cruce. Por tanto, se descarta la posibilidad de captura directa en primera aproximación para PBHs en el rango de masas analizado.

Este hallazgo resulta clave para la interpretación dinámica de las colisiones PBH–Sol, ya que impone una limitación física significativa: salvo que existan mecanismos adicionales, como interacciones con otras fuerzas o condiciones de densidad superiores a las estimadas, los PBHs que atraviesan el interior solar continuarán su trayectoria sin quedar ligados gravitacionalmente. En términos astrofísicos, este resultado permite acotar la eficacia real del Sol como mecanismo de retención de materia oscura compacta en escenarios galácticos realistas.

Una vez analizados por separado tanto el número esperado de impactos entre PBHs y el Sol a lo largo de 5 Gyr como la pérdida total de velocidad Δv asociada a cada masa, el siguiente paso consiste en integrar ambos resultados en un marco conjunto. Con ello se busca evaluar no solo qué masas conducirían, en principio, a un frenado más eficaz, sino también cuán probable es que dicho efecto ocurra con una frecuencia significativa a lo largo de la historia solar. Con este objetivo, se ha llevado a cabo la representación gráfica mostrada en la Fig. 12.

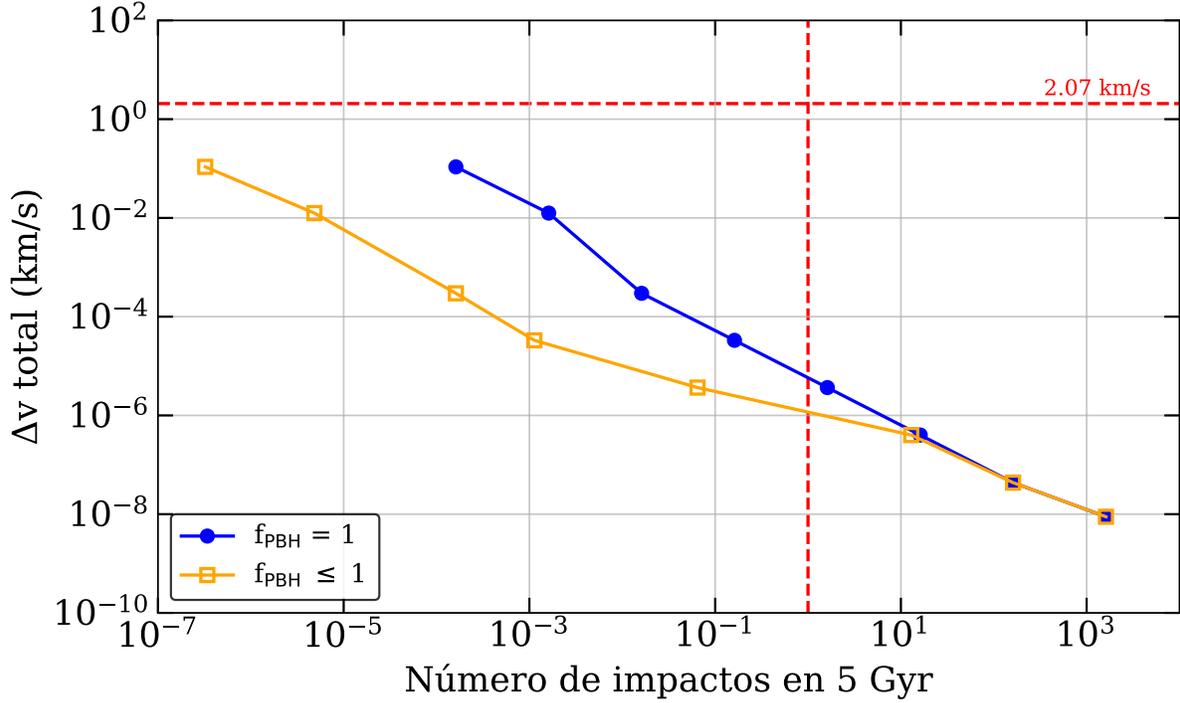


Figura 12: Pérdida de velocidad total Δv en función del número de impactos de PBHs a lo largo de 5 Gyr. Se representan dos escenarios: $f_{\text{PBH}} = 1$ (línea azul) y $f_{\text{PBH}} \leq 1$ (línea naranja), este último basado en las cotas observacionales actuales para cada masa, obtenidas a partir de la Fig. 2. La línea roja discontinua horizontal define el valor umbral de captura y la vertical indica el umbral de un impacto en 5 Gyr. Se ha obtenido a partir del código 2 del anexo.

En este espacio de representación, se ha delimitado mediante líneas discontinuas una región crítica en la esquina superior derecha de la Fig. 12. Esta “región peligrosa” define el conjunto de parámetros que cumplen simultáneamente las dos condiciones necesarias para una captura gravitacional eficaz. Por un lado, una pérdida de velocidad mayor al umbral de captura, línea horizontal roja $\Delta v = 2,07$ km/s, y, por otro lado, un número de impactos mayor a uno, cota que se ha adoptado a tener en cuenta como un número de impactos significativo. Esta zona corresponde, por tanto, a escenarios astrofísicamente relevantes, en los que no solo se alcanza la eficiencia dinámica requerida para la captura, sino que además dicha captura tendría lugar con una frecuencia no despreciable a lo largo de la historia solar.

Sin embargo, el análisis de las curvas revela que ninguno de los escenarios considerados penetra en dicha región crítica. Tanto en el caso extremo de $f_{\text{PBH}} = 1$, donde se maximiza la densidad numérica de PBHs, como en el escenario restringido por las cotas actuales ($f_{\text{PBH}} \leq 1$), todos los puntos se mantienen fuera del rectángulo delimitado. Esto implica que no existe, dentro del rango de masas estudiado, ninguna configuración que cumpla simultáneamente ambas condiciones. Los PBHs capaces de perder velocidad suficiente son extremadamente poco frecuentes, y aquellos con alta tasa de colisión no pierden velocidad en grado suficiente para ser capturados.

Este resultado refuerza la conclusión obtenida previamente de forma separada, aunque la fricción dinámica es capaz de frenar significativamente a los PBHs más masivos, su número de impactos es demasiado bajo como para representar un mecanismo de captura relevante. A la inversa, los PBHs más abundantes atraviesan el Sol con una pérdida de energía insuficiente. Por tanto, la región peligrosa permanece completamente vacía, lo que permite concluir que la captura gravitacional de PBHs por parte del Sol no es viable en los escenarios cosmológicos y parámetros físicos explorados en este trabajo.

5. Conclusiones

A lo largo de este trabajo se ha desarrollado un modelo teórico y computacional para estudiar la interacción entre agujeros negros primordiales (PBHs) y el Sol, con el objetivo de evaluar su viabilidad como posibles constituyentes de la materia oscura. Se ha calculado la probabilidad de impacto entre PBHs y el Sol, se ha estimado el número total de colisiones esperadas a lo largo de la vida del sistema solar, y se ha analizado con detalle la pérdida de velocidad que experimenta un PBH al atravesar el interior del Sol, considerando los mecanismos físicos de fricción dinámica gravitacional y acreción de materia. Todos los objetivos propuestos al inicio del estudio se han alcanzado satisfactoriamente, permitiendo extraer conclusiones robustas sobre el papel de los PBHs en contextos astrofísicos locales.

En primer lugar, se ha determinado que la probabilidad de impacto de un PBH con el Sol es extremadamente baja, como consecuencia directa de la fuerte direccionalidad requerida en las trayectorias para que estas conduzcan a una colisión efectiva. El análisis del espacio de parámetros ha revelado que solo un subconjunto muy restringido de configuraciones iniciales conduce a colisión efectiva, limitando severamente la sección angular efectiva. Las trayectorias viables están confinadas en un casquete angular centrado en la dirección radial, con desviaciones permitidas del orden de milésimas de radian.

A partir de esta probabilidad, se ha estimado el número total de impactos esperados a lo largo de la vida del Sol (5 Gyr), como función de la masa del PBH y de su fracción relativa de abundancia f_{PBH} . Los resultados muestran que, en algunos rangos de masa, especialmente entre 10^{17} y 10^{19} kg, el número de impactos no es despreciable. Estos valores, aunque bajos, son suficientes para justificar el análisis posterior del efecto físico que dichos eventos tendrían sobre los PBHs.

En cuanto a la interacción dinámica, se ha modelado la pérdida de velocidad que sufre un PBH durante su cruce por el interior solar. Se ha demostrado que la fricción dinámica constituye el mecanismo dominante frente a la acreción, contribuyendo en más de seis órdenes de magnitud al frenado total. Sin embargo, incluso en el caso más favorable, trayectoria que atraviesa el centro del Sol y velocidad relativa inicial mínima entre el PBH y el Sol, la pérdida de velocidad, y por ende, de energía cinética, resulta insuficiente para que el PBH quede ligado gravitacionalmente al Sol. Ninguna de las configuraciones exploradas alcanza el umbral necesario para la captura.

Por tanto, se concluye que los impactos entre PBHs y el Sol, aunque estadísticamente posibles para ciertos rangos de masa y fracción f_{PBH} , no inducen efectos observables significativos ni conducen a la captura gravitacional. Este resultado es plenamente compatible con la hipótesis de que los PBHs puedan formar parte, e incluso una fracción dominante, de la materia oscura, sin contradecir las observaciones solares actuales.

A partir del análisis realizado, se identifican varias líneas de mejora que podrían implementarse en futuras extensiones del modelo con el fin de aumentar su realismo físico. En primer lugar, aunque el presente estudio se ha centrado en trayectorias radiales contenidas en el plano XZ , sería conveniente generalizar el modelo para permitir trayectorias radiales orientadas en cualquier dirección del espacio tridimensional. Esto permitiría capturar de forma más completa el espectro angular de posibles impactos y proporcionar una estimación más precisa de la probabilidad de colisión, al no restringir artificialmente el sistema a un plano de simetría.

Otra mejora significativa consistiría en sustituir la velocidad adoptada para todos los PBHs ($v_{\text{PBH}} = 280 \text{ km/s}$) por una distribución realista de velocidades. En particular, el uso de una distribución de tipo Maxwell-Boltzmann, adaptada a las condiciones del halo galáctico, permitiría modelar estadísticamente una población más representativa de objetos. Esto no solo ampliaría el rango cinemático considerado, sino que también permitiría evaluar la sensibilidad del modelo a variaciones en la velocidad de entrada, un parámetro clave en la eficiencia de captura.

Por último, en el extremo inferior del intervalo de masas estudiado, el tratamiento del interior solar como un medio continuo deja de ser válido. Para PBHs muy ligeros, el volumen efectivo de interacción puede contener un número de partículas insuficiente como para justificar una descripción macroscópica basada en densidades continuas. En estos casos, sería necesario incorporar efectos cuánticos y recurrir a una formulación más refinada que tenga en cuenta la naturaleza discreta del plasma solar. Esto permitiría extender el modelo hacia escalas más pequeñas sin comprometer la validez física de las suposiciones empleadas.

La realización de este trabajo me ha permitido aplicar de forma integral conocimientos adquiridos en distintas áreas de la física, desde mecánica clásica y gravitación, hasta dinámica de sistemas astrofísicos, métodos numéricos y análisis de datos. A lo largo del proceso, he aprendido a establecer criterios físicos cuantitativos y a desarrollar un modelo coherente fundamentado en principios teóricos sólidos. El cálculo de la probabilidad de impacto desarrollado en la Sec. 3.2 es original de este trabajo, lo que ha supuesto un ejercicio especialmente enriquecedor de creatividad y aplicación rigurosa del razonamiento físico. La experiencia de diseñar, implementar y validar un modelo astrofísico, teniendo en cuenta las suposiciones adoptadas, me ha brindado una comprensión más profunda de su construcción y una apreciación crítica de sus limitaciones. En definitiva, este trabajo ha sido una valiosa oportunidad para consolidar herramientas teóricas y computacionales, al mismo tiempo que he ejercitado el razonamiento físico riguroso y la autonomía investigadora que caracterizan el perfil del físico.

6. Referencias

- [1] Gianfranco et al. Bertone. Particle dark matter: evidence, candidates and constraints. *Physics Reports*, 405(5-6):279–390, 2005.
- [2] Jonathan L. Feng. Dark matter candidates from particle physics and methods of detection. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 48:495–545, 2010.
- [3] Justin I. Read. The local dark matter density. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 41(6):063101, 2014. doi: 10.1088/0954-3899/41/6/063101.
- [4] Paolo Salucci. The distribution of dark matter in galaxies. *Astronomy and Astrophysics Review*, 27(1):2, 2019. doi: 10.1007/s00159-018-0113-1.
- [5] Gianfranco Bertone and Dan Hooper. History of dark matter. *Reviews of Modern Physics*, 90(4):045002, 2018. doi: 10.1103/RevModPhys.90.045002. URL <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.90.045002>.
- [6] Ofer Lahav. Dark energy: is it ‘just’ einstein’s cosmological constant ? *arXiv preprint*, arXiv:2009.10177, 2020. <https://arxiv.org/abs/2009.10177>.
- [7] Planck Collaboration. Planck 2018 results. vi. cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 641:A6, 2020. doi: 10.1051/0004-6361/201833910.
- [8] Gerard et al. Jungman. Supersymmetric dark matter. *Physics Reports*, 267(5–6):195–373, 1996. doi: 10.1016/0370-1573(95)00058-5. URL [https://doi.org/10.1016/0370-1573\(95\)00058-5](https://doi.org/10.1016/0370-1573(95)00058-5).
- [9] Leanne D. Duffy and Karl van Bibber. Axions as dark matter particles. *New Journal of Physics*, 11:105008, 2009. doi: 10.1088/1367-2630/11/10/105008. URL <https://arxiv.org/abs/0904.3346>.
- [10] Scott Dodelson and Lawrence M. Widrow. Sterile neutrinos as dark matter. *arXiv preprint hep-ph/9303287*, 1993. URL <https://arxiv.org/abs/hep-ph/9303287>.
- [11] Y. B. Zeldovich and I. D. Novikov. *Soviet Astronomy*, 10:602, 1967.
- [12] S. Hawking. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 152:75, 1971.
- [13] Anne M. Green and Bradley J. Kavanagh. Primordial black holes as a dark matter candidate. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 48(4):043001, 2021. doi: 10.1088/1361-6471/abc534. URL <https://doi.org/10.1088/1361-6471/abc534>.
- [14] M. Y. Khlopov. Primordial black holes. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 10:495–528, 2010. arXiv:0801.0116 [astro-ph].
- [15] P. Tisserand et al. Limits on the macho content of the galactic halo from the eros-2 survey of the magellanic clouds. *Astronomy Astrophysics*, 469:387–404, 2007. doi: 10.1051/0004-6361:20066017.

- [16] C. Alcock et al. (MACHO). *Astrophysical Journal*, 486:697, 1997.
- [17] A. Udalski et al. The optical gravitational lensing experiment. the early warning system: Real time microlensing. *Acta Astronomica*, 44:227–234, 1994.
- [18] Jiří Bičák. Selected solutions of einstein’s field equations: their role in general relativity and astrophysics. *arXiv preprint gr-qc/0004016*, 2000. URL <https://arxiv.org/abs/gr-qc/0004016>.
- [19] Theophanes K. Karydas, Bradley J. Kavanagh, and Gianfranco Bertone. Sharpening the dark matter signature in gravitational waveforms i: Accretion and eccentricity evolution. *arXiv preprint*, 2024. URL <https://arxiv.org/abs/2402.13053>.
- [20] Patrick G. Staudt et al. Sliding into dm: Determining the local dark matter density and speed distribution using only the local circular speed of the galaxy. *arXiv preprint arXiv:2403.04122*, 2024. URL <https://arxiv.org/abs/2403.04122>.
- [21] John N. et al. Bahcall. New solar opacities, abundances, helioseismology, and neutrino fluxes. *The Astrophysical Journal*, 621(1):L85–L88, 2005. doi: 10.1086/428929.
- [22] Eve C. Ostriker. Dynamical friction in a gaseous medium. *The Astrophysical Journal*, 513(1): 252–258, 1999. doi: 10.1086/306858. URL <https://doi.org/10.1086/306858>.
- [23] James Binney and Scott Tremaine. *Galactic Dynamics*. Princeton University Press, Princeton, NJ, USA, 2nd edition, 2008. ISBN 978-0-691-13026-2.

7. Anexo

Código 1: Cálculo de la probabilidad de impacto

```
1 import numpy as np
2 import pandas as pd
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
5
6
7 G = 6.67430e-11          # m3 kg-1 s-2
8 M_sun = 1.989e30        # kg
9 R_sun = 6.9634e8        # m
10 R_0 = 40 * 1.496e11     # 40 UA en metros
11 v_pbh = 280e3          # m/s
12 v_sun = 229e3          # m/s
13 t_gyr = 5e9 * 365 * 24 * 3600 # 5 Gyr en segundos
14 R_gal = 8*3.086e19      # m
15 m_ceres = 9.3835e20    # kg
16 rho_DM = 0.42 * 1.78266192e-27 * 1e6 # kg/m3
17
18 # Densidad numérica de PBHs
19 n_pbh = rho_DM / m_ceres # 1/m3
20
21 alpha_deg = np.arange(0, 360, 1)
22 alpha_rad = np.radians(alpha_deg)
23
24 # Velocidad relativa
25 v0x = v_pbh * np.cos(alpha_rad) - v_sun
26 v0z = v_pbh * np.sin(alpha_rad)
27 v0_sq = v0x**2 + v0z**2
28 v0 = np.sqrt(v0_sq)
29
30 # beta_max2 analítica
31 delta = R_sun / R_0
32 term1 = delta**2
33 term2 = (2 * G * M_sun) / (v0_sq * R_0)
34 term3 = delta - delta**2
35 beta_max_sq = term1 + term2 * term3
36 beta_max_deg = np.degrees(np.sqrt(beta_max_sq))
37
38 # Cálculo del perihelio
39 b_vals = R_0 * np.sqrt(beta_max_sq)
40 E_m = 0.5 * v0_sq - G * M_sun / R_0
41 discriminant = (G * M_sun)**2 + 2 * E_m * b_vals**2 * v0_sq
42 sqrt_term = np.sqrt(discriminant)
43 denominator = v0_sq - (2 * G * M_sun / R_0)
44 q_vals = (-G * M_sun + sqrt_term) / denominator
45 q_Rsun = q_vals / R_sun
46
47 Area_deg2 = np.pi * beta_max_deg**2
48
49 # Cálculo de gamma
50 cos_gamma = np.clip(np.sin(alpha_rad) * v_pbh / v0, -1, 1)
```

```

51 gamma_rad = np.arccos(cos_gamma)
52 theta0_deg = np.degrees(np.pi - gamma_rad)
53
54 # phi0 sólo depende de v0x, ya que sólo vale 180 o 0
55 phi0_deg = np.where(v0x >= 0, 180.0, 0.0)
56
57 cos_theta = np.cos(np.radians(theta0_deg))
58
59 # Coordenadas cartesianas
60 theta_rad = np.radians(theta0_deg)
61 phi_rad = np.radians(phi0_deg)
62
63 x = R_0 * np.sin(theta_rad) * np.cos(phi_rad)
64 y = R_0 * np.sin(theta_rad) * np.sin(phi_rad)
65 z = R_0 * np.cos(theta_rad)
66
67
68 df = pd.DataFrame({
69     "alpha_deg": alpha_deg,
70     "V0_kms": v0 / 1e3,
71     "V0x_kms": v0x / 1e3,
72     "V0z_kms": v0z / 1e3,
73     "betamax_deg": beta_max_deg,
74     "theta0_deg": theta0_deg,
75     "phi0_deg": phi0_deg,
76     "Area_deg2": Area_deg2,
77     "q_Rsun": q_Rsun,
78     "cos_theta": cos_theta,
79     "x_m": x,
80     "y_m": y,
81     "z_m": z
82 })
83
84 df = df.round(4)
85 df["Area_deg2"] = df["Area_deg2"].map(lambda x: float(f"{x:.4e}"))
86
87 # Guardar CSV
88 df.to_csv("PBH_impact_parameters.csv", index=False, sep=';')
89
90 # Volumen analítico
91 vol_analitico = (
92     2 * np.pi**2 * delta**2 +
93     (4 * np.pi**2 * G * M_sun * (delta - delta**2)) /
94     (R_0 * (v_pbh**2 - v_sun**2))
95 )
96 vol_total = 8 * np.pi**2
97 P_impacto = vol_analitico / vol_total

```

Código 2: Estimación del número total de impactos en 5 Gyr y efectos físicos del impacto PBH-Sol.

```

1 import numpy as np
2 import pandas as pd

```

```

3 import matplotlib.pyplot as plt
4 from scipy.interpolate import interp1d
5 from scipy.integrate import solve_ivp
6 import os
7 from matplotlib.ticker import LogLocator
8
9
10 # Constantes
11 G = 6.67430e-11 # m3.kg-1.s-2
12 c = 2.99792458e8 # m/s
13 R_sun = 6.9634e8 # m
14 m_p = 1.6726219e-27 # kg
15 v_sun = 229e3 # m/s
16 v_pbh = 280e3 # m/s
17 R_0 = 40 * 1.496e11 # m
18 R_gal = 8 * 3.086e19 # m
19 t_gyr = 5e9 * 365 * 24 * 3600 # s
20 M_sun = 1.98847e30
21 rho_DM = 0.42 * 1.78266192e-27 * 1e6 # kg/m3
22 v_escape = 617400 # m/s
23 v_surface = 619470 # m/s
24
25
26 os.makedirs("graficos_pdf", exist_ok=True)
27
28 masses = np.array([1e17, 1e18, 1e19, 1e20, 1e21, 1e22, 1e23, 1e24])
29 fraction_pbh = np.array([1e0, 1e0, 8e-1, 4e-2, 7e-3, 1e-2, 3e-3, 2e-3])
30 P_impacto = 5.31e-8
31
32 # Cargar perfil solar
33 with open("bp2004stdmodel.dat.txt", "r") as f:
34     lines = f.readlines()
35
36 radius_fraction = []
37 density = []
38 for line in lines:
39     parts = line.strip().split()
40     try:
41         r_frac = float(parts[1])
42         rho_val = float(parts[3])
43         radius_fraction.append(r_frac)
44         density.append(rho_val)
45     except (ValueError, IndexError):
46         continue
47
48 radius_fraction = np.array(radius_fraction)
49 density = np.array(density) * 1000
50 density_interp = interp1d(radius_fraction, density, kind='cubic', bounds_error=False,
51 ↪ fill_value=0.0)
52
53 # Trayectoria
54 r_half = np.linspace(0.00649, 0.94676, 1000)
55 r_full = np.concatenate((-r_half[::-1], r_half))

```

```

55 x_full = r_full * R_sun
56
57 results = []
58
59 for m_pbh, f_pbh in zip(masses, fraction_pbh):
60
61
62     def friction_rhs(x, y):
63         v, m = y
64         if v <= 0:
65             return [0.0, 0.0]
66         r_frac = np.abs(x) / R_sun
67         if r_frac > 1:
68             return [0.0, 0.0]
69         rho = density_interp(r_frac)
70         Lambda = (R_sun * v**2) / (G * (m + m_p))
71         ln_Lambda = np.log(np.maximum(Lambda, 1))
72         dv = -4 * np.pi * G**2 * m * rho * ln_Lambda / v**3
73         return [dv, 0.0]
74
75     sol_friction = solve_ivp(friction_rhs, [x_full[0], x_full[-1]], [v_surface, m_pbh],
76                             t_eval=x_full, method='RK45', rtol=1e-8, atol=1e-10)
77     v_friction = sol_friction.y[0]
78     delta_v_friction = abs(v_friction[-1] - v_friction[0]) / 1e3
79
80     def accretion_rhs(x, y):
81         v, m = y
82         if v <= 0:
83             return [0.0, 0.0]
84         r_frac = np.abs(x) / R_sun
85         if r_frac > 1:
86             return [0.0, 0.0]
87         rho = density_interp(r_frac)
88         R2_acc = (1 + (c**2 / v**2)) * (16 * G**2 * m**2) / c**4
89         dv = -np.pi * rho * R2_acc * v / m
90         dm = np.pi * rho * R2_acc
91         return [dv, dm]
92
93     sol_accretion = solve_ivp(accretion_rhs, [x_full[0], x_full[-1]], [v_surface,
94     ↪ m_pbh],
95                             t_eval=x_full, method='RK45', rtol=1e-8, atol=1e-10)
96     v_accretion = sol_accretion.y[0]
97     m_accretion = sol_accretion.y[1]
98     delta_v_accretion = abs(v_accretion[-1] - v_accretion[0]) / 1e3
99     delta_m = m_accretion[-1] - m_accretion[0]
100     percent_gain = (delta_m / m_accretion[0]) * 100
101
102     delta_v_total = delta_v_friction + delta_v_accretion
103     delta_v_threshold = v_surface / 1e3 - v_escape / 1e3
104
105     n_pbh = rho_DM / m_pbh
106     n_pbh_frac = n_pbh * f_pbh

```

```

107     num_orbits = t_gyr * v_sun / (2 * np.pi * R_gal)
108     A_cross_section = np.pi * R_0**2
109     V_barrido = A_cross_section * (2 * np.pi * R_gal) * num_orbits
110     N_impact = P_impacto * V_barrido * n_pbh
111     N_impact_corr = P_impacto * V_barrido * n_pbh_frac
112
113     results.append({
114         "m_PBH (kg)": m_pbh,
115         "f_PBH": f_pbh,
116         "deltaV_friction (km/s)": delta_v_friction,
117         "deltaV_accretion (km/s)": delta_v_accretion,
118         "deltaV_total (km/s)": delta_v_total,
119         "deltaV_capture_threshold (km/s)": delta_v_threshold,
120         "delta_m (kg)": delta_m,
121         "percent_mass_gain (%)": percent_gain,
122         "N_impact (sin f_PBH)": N_impact,
123         "N_impact (con f_PBH)": N_impact_corr
124     })
125
126 df = pd.DataFrame(results)
127
128
129 # Gráfico 1: N_impact vs m_PBH
130 plt.figure(figsize=(8, 5))
131 plt.loglog(df["m_PBH (kg)"], df["N_impact (sin f_PBH)"], 'o-',
132           ↪ label="f$_{\mathrm{PBH}}$ = 1", markerfacecolor='blue')
133 plt.loglog(df["m_PBH (kg)"], df["N_impact (con f_PBH)"], 's-',
134           ↪ label="f$_{\mathrm{PBH}}$ $ \leq$ 1", markerfacecolor='none',
135           ↪ markeredgecolor='orange', color='orange', markeredgewidth=1.5)
136 plt.axhline(y=1, color='red', linestyle='--', linewidth=1.5)
137 plt.xlabel("Masa del PBH (kg)")
138 plt.ylabel("Número de impactos en 5 Gyr")
139 plt.ylim(1e-7, 1e5)
140 plt.grid(True, which="major", linestyle="--", alpha=0.7)
141 plt.grid(False, which="minor")
142 plt.legend(fontsize=12)
143 plt.tight_layout()
144 plt.savefig("graficos_pdf/Numero de impactos vs Masa PBH/numero_impactos_vs_masa.pdf")
145 plt.show()
146
147 # Gráfico 2: delta_v vs m_PBH
148 plt.figure(figsize=(8, 5))
149 plt.loglog(df["m_PBH (kg)"], df["deltaV_total (km/s)"], 'o-', label="v total",
150           ↪ markerfacecolor='blue', color='blue', zorder=2)
151 umbral = df["deltaV_capture_threshold (km/s)"].iloc[0]
152 plt.axhline(y=umbral, color='red', linestyle='--', linewidth=1.5, label="Umbral de
153           ↪ captura", zorder=1)
154 plt.text(df["m_PBH (kg)"].max(), umbral * 1.1, f"{umbral:.2f} km/s", color='red',
155           ↪ fontsize=10, ha='right', va='bottom')
156 plt.xlabel("Masa del PBH (kg)")
157 plt.ylabel("v total (km/s)")
158 plt.ylim(1e-12, 1e2)
159 plt.grid(True, which="major", linestyle="--", alpha=0.7)

```

```

155 plt.grid(False, which="minor")
156 plt.legend(loc="lower right", fontsize=12) # Mueve la leyenda
157 plt.tight_layout()
158 plt.savefig("graficos_pdf/dv vs masa PBH/dv_vs_masa.pdf")
159 plt.show()
160
161 # Gráfico 3: delta_v vs N_impact
162 plt.figure(figsize=(8, 5))
163 plt.loglog(df["N_impact (sin f_PBH)"], df["deltaV_total (km/s)"], 'o-',
164           ↪ label="f${\\mathrm{PBH}}$ = 1", markerfacecolor='blue', color='blue', zorder=2)
165 plt.loglog(df["N_impact (con f_PBH)"], df["deltaV_total (km/s)"], 's-',
166           ↪ label="f${\\mathrm{PBH}}$ $\\leq$ 1", markerfacecolor='none',
167           ↪ markeredgecolor='orange', color='orange', markeredgewidth=1.5, zorder=3)
168 plt.axhline(y=umbral, color='red', linestyle='--', linewidth=1.5, zorder=1)
169 plt.axvline(x=1, color='red', linestyle='--', linewidth=1.5, zorder=1)
170 plt.text(x=plt.xlim()[1], y=umbral * 1.2, s=f"{umbral:.2f} km/s",
171         color='red', fontsize=10, ha='right', va='bottom')
172
173 plt.xlim(0.5 * df["N_impact (con f_PBH)"].min(), 2 * df["N_impact (sin f_PBH)"].max())
174 plt.ylim(1e-10, 1e2)
175 plt.minorticks_on()
176 plt.xlabel("Número de impactos en 5 Gyr")
177 plt.xlim(1e-7, 1e4)
178 plt.ylabel("v total (km/s)")
179 plt.grid(True, which="major", linestyle="-", alpha=0.7)
180 plt.grid(False, which="minor")
181 plt.legend(fontsize=12)
182 plt.tight_layout()
183 plt.savefig("graficos_pdf/dv vs numero de impactos/dv_numero_impactos.pdf")
184 plt.show()

```

Código 3: Comparativa fricción dinámica y acreción de materia.

```

1 import numpy as np
2 import os
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 from scipy.interpolate import interp1d
5
6 # Constantes
7 G = 6.67430e-11 # m³·kg⁻¹·s²
8 c = 2.99792458e8 # m/s
9 R_sun = 6.9634e8 # m
10 m_p = 1.6726219e-27 # kg
11 v_ini = 51e3 # m/s
12 R_0 = 40 * 1.496e11 # m
13 M_sun = 1.98847e30 #kg
14
15 output_folder = "Resultados dvdx"
16 os.makedirs(output_folder, exist_ok=True)
17
18 # Único valor de masa

```

```

19 m_pbh = 1e20 # kg
20
21 # Velocidad inicial en superficie solar
22 v_surface = np.sqrt(v_ini**2 + 2 * G * M_sun * (1 / R_sun - 1 / R_0))
23
24 # Cargar perfil solar
25 with open("bp2004stdmodel.dat.txt", "r") as f:
26     lines = f.readlines()
27
28 radius_fraction = []
29 density = []
30 for line in lines:
31     parts = line.strip().split()
32     try:
33         r_frac = float(parts[1])
34         rho_val = float(parts[3])
35         radius_fraction.append(r_frac)
36         density.append(rho_val)
37     except (ValueError, IndexError):
38         continue
39
40 radius_fraction = np.array(radius_fraction)
41 density = np.array(density) * 1000 # g/cm³ → kg/m³
42 density_interp = interp1d(radius_fraction, density, kind='cubic',
43                            bounds_error=False, fill_value="extrapolate")
44
45
46 # Trayectoria
47 r_half = np.linspace(0.00649, 0.94676, 1000)
48 r_full = np.concatenate((-r_half[::-1], r_half))
49 x_full = r_full * R_sun
50 v_full = np.full_like(x_full, v_surface)
51
52 # Evaluación de desaceleraciones
53 dv_dx_friction = []
54 dv_dx_accretion = []
55
56 for x, v in zip(x_full, v_full):
57     if v <= 0:
58         dv_dx_friction.append(0.0)
59         dv_dx_accretion.append(0.0)
60         continue
61
62     r_frac = np.abs(x) / R_sun
63     if r_frac > 1:
64         dv_dx_friction.append(0.0)
65         dv_dx_accretion.append(0.0)
66         continue
67
68     rho = density_interp(r_frac)
69
70     # Fricción dinámica
71     Lambda = (R_sun * v**2) / (G * (m_pbh + m_p))

```

```

72     ln_Lambda = np.log(np.maximum(Lambda, 1))
73     dv_f = -4 * np.pi * G**2 * m_pbh * rho * ln_Lambda / v**3
74     dv_dx_friction.append(dv_f)
75
76     # Acreción
77     R2_acc = (1 + (c**2 / v**2)) * (16 * G**2 * m_pbh**2) / c**4
78     dv_a = -np.pi * rho * R2_acc * v / m_pbh
79     dv_dx_accretion.append(dv_a)
80
81     dv_dx_friction = np.array(dv_dx_friction)
82     dv_dx_accretion = np.array(dv_dx_accretion)
83     dv_dx_total = dv_dx_friction + dv_dx_accretion
84
85     # Figura
86     plt.figure(figsize=(8, 5))
87     plt.plot(x_full / R_sun, -dv_dx_friction, label="Fricción dinámica", color='blue')
88     plt.plot(x_full / R_sun, -dv_dx_accretion, label="Acreción", color='green')
89     plt.yscale('log')
90     plt.xlim(-1, 1)
91     plt.xlabel("Radio fraccionario (r / R$_{\odot}$)")
92     plt.ylabel(r"$\frac{d}{dx} v$ (s$^{-1}$)")
93     plt.grid(True, which='both', linestyle='--', alpha=0.6)
94     plt.legend(fontsize=10, loc='upper right')
95     plt.tight_layout()
96
97
98     output_path = os.path.join(output_folder, "grafico_dvdx.pdf")
99     plt.savefig(output_path, format='pdf')
100
101     plt.show()

```