

Modulación de señales digitales usando mapas caóticos

David Luengo, Carlos Pantaleón, Ignacio Santamaría, Jesús Ibáñez

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE COMUNICACIONES (DICOM)
ETSII y Telecomunicaciones de Santander, UNIVERSIDAD DE CANTABRIA
AVENIDA DE LOS CASTROS, 39005 SANTANDER
Tlfno 942-201392 Ext. 15, Fax 942-201488, Correo electrónico: david@gtas.dicom.unican.es

Abstract

Durante los últimos años se ha aplicado la teoría del caos en muy diversos campos. En comunicaciones, la modulación usando señales generadas por sistemas caóticos resulta de gran interés por su naturaleza de banda ancha y semejanza con el ruido. En este artículo se muestra una manera de implementar un modulador digital usando un mapa caótico (tent-map), y se comparan diferentes alternativas de detección, obteniéndose para cada una las curvas de probabilidad de error frente a la relación señal a ruido.

1. Introducción

Durante los últimos años se está realizando un gran trabajo en la aplicación de la teoría del caos en muy diversos campos. En comunicaciones, la modulación usando señales caóticas (señales generadas por un sistema no lineal en estado caótico) resulta potencialmente muy interesante en aplicaciones de espectro ensanchado y comunicaciones seguras debido a su naturaleza de banda ancha y aspecto similar al ruido. Además, las señales caóticas resultan sencillas de generar.

Existen diversas formas de explotar las características de las señales caóticas en modulación. Una posibilidad es usar la propiedad de sincronización de algunos sistemas caóticos [1]. Sin embargo, esta alternativa presenta la desventaja de no permitir una comunicación multiusuario. Otra posibilidad es usar un mapa no lineal modulando alguno de sus parámetros dentro de la región en que se comporta de manera caótica. En el receptor se pueden plantear igualmente múltiples alternativas. Una posibilidad es estimar el parámetro del mapa caótico modulador usando el mapa inverso [2], aplicando posteriormente un umbral duro para la detección. Otra posibilidad es utilizar métodos adaptativos como el LMS o RLS [3].

En este artículo se considera la modulación de señales digitales, transmitiendo por cada bit una secuencia de muestras generadas usando un mapa caótico (tent-map) con un parámetro diferente. En el receptor se considera tanto la detección usando estimadores basados en la forma del mapa caótico y un umbral duro para discriminar, como la estimación de máxima verosimilitud de la secuencia enviada, obteniéndose para cada detector las curvas de probabilidad de error frente a la relación señal a ruido.

2. Esquema de modulación considerado

El esquema de modulación considerado en este artículo se basa en conmutar entre dos parámetros de un mapa no lineal en estado caótico [1]. La muestra n -ésima de un mapa unidimensional vale

$$x[n] = F(x[n-1], \mathbf{p}) = F^{(n)}(x[0], \mathbf{p}) \quad (1)$$

donde \mathbf{p} es un vector con los parámetros de $F(\cdot)$, y $F^{(n)}$ es la composición n -ésima de $F(\cdot)$, y como mapa modulador se ha utilizado el tent-map simétrico

$$F(x, \beta) = \beta - 1 - \beta |x| \quad (2)$$

El parámetro β debe hallarse en el rango $(\sqrt{2}, 2]$ para que el mapa sea caótico, y el valor de x se halla en el rango $(-1, \beta-1)$ para cualquier valor de $x[0]$. La modulación se implementa conmutando entre dos valores de β (β_0 y β_1) según que el bit a enviar sea un cero o un uno. La secuencia modulada resulta

$$x_m[N(n-1) + k] = F^{(k)}(x_m[N(n-1)], \beta_{x_b[n]}) \quad (3)$$

Donde N es el número de muestras del mapa caótico transmitidas por símbolo, $x_m[0]$ el punto inicial del mapa caótico, que puede ser cualquiera, $x_b[n]$ la señal binaria moduladora, y el valor de β con el que se genera la secuencia n -ésima es β_0 o β_1 dependiendo de si $x_b[n]$ es un cero o un uno.

3. Detección basada en el mapa inverso

El problema considerado es la detección de la secuencia binaria moduladora $x_b[n]$ en ruido aditivo blanco Gaussiano (AWGN). La señal recibida es

$$x_r[n] = x_m[n] + r[n] \quad (4)$$

donde $r[n]$ es AWGN, de media nula y varianza σ^2 . La manera más simple de realizar la detección de los bits transmitidos en el receptor es aprovechando que se conoce la relación entre $x_m[n+1]$ y $x_m[n]$ para plantear estimadores basados en el mapa inverso (IM) [2]. Para una secuencia de N muestras se dispone de $N-1$ estimaciones, que, promediadas dan

$$\hat{\beta}_{IM} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-2} \frac{1 + x_r[n+1]}{1 - |x_r[n]|} \quad (5)$$

Posteriormente se usa un umbral duro para la detección. El estimador IM presenta el problema de la extrema sensibilidad al ruido, debido a la división por $1-|x_r[n]|$. Este problema puede corregirse parcialmente empleando un estimador basado en el método de los momentos (MBE) [4], que promedia en el numerador y el denominador por separado

$$\hat{\beta}_{MBE} = \left(\sum_{k=1}^{N-1} (1 + x_r[k]) \right) \left(\sum_{k=0}^{N-2} (1 - |x_r[k]|) \right)^{-1} \quad (6)$$

Como tercera alternativa usando la forma del mapa caótico, se puede tratar de minimizar el error cuadrático medio para las $N-1$ parejas de puntos disponibles, obteniéndose el estimador LS. Sin embargo, el LS considera ruido únicamente en las observaciones $(x_r[n])$, mientras que en este caso existe ruido tanto en las observaciones como en la señal deseada $(x_r[n+1])$, por lo que resulta mejor usar como método de estimación el TLS [5]. Este método encuentra la solución de β que minimiza el error cuadrático medio suponiendo la existencia de error en ambos lados del sistema de $N-1$ ecuaciones.

4. Detección basada en la estima ML de $x[0]$

Como alternativa al uso de estimadores basados en el mapa inverso se propone el tratar de obtener la estima de máxima verosimilitud (ML) de $x[0]$ para un determinado valor de β . En este caso, dado que se dispone de N muestras en AWGN, es equivalente a minimizar [6]

$$J(x[0], \beta) = \sum_{n=0}^{N-1} (x_r[n] - F^{(n)}(x[0], \beta))^2 \quad (7)$$

En [7] se describe un algoritmo iterativo para obtener el estimador ML de $x[0]$ dado β . Puesto que en este caso se desea discriminar entre dos valores de β distintos, el detector propuesto se basa en encontrar el valor de β de los dos posibles que proporciona un valor menor de (7).

$$\hat{\beta}_{ML} = \begin{cases} \beta_0 & \text{si } J(x_0[0], \beta_0) < J(x_1[0], \beta_1) \\ \beta_1 & \text{si } J(x_1[0], \beta_1) < J(x_0[0], \beta_0) \end{cases} \quad (8)$$

donde $x_0[0]$ y $x_1[0]$ son las estimas ML de $x[0]$ para β_0 y β_1 respectivamente.

5. Simulación del sistema

El esquema de modulación considerado se ha simulado usando los cinco detectores propuestos, usando $\beta_0=1.5$ y $\beta_1=1.9$. En la figura 1 se muestra la probabilidad de error frente a la SNR obtenida en una simulación para L bits modulados, $N=7$ y una relación señal a ruido entre 0 y 20 dB.

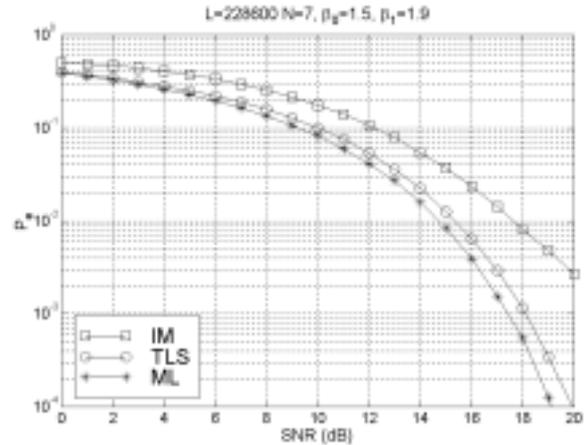


Figura 1 – Probabilidad de error frente a SNR

Se puede observar que el detector de máxima verosimilitud es el que proporciona una menor probabilidad de error para una determinada SNR, mientras que el basado en el mapa inverso resulta ser el peor. En un término medio se encuentra el TLS, con el LS y MBE (no mostrados) muy próximos.

6. Conclusiones

Se ha presentado un esquema de modulación de señales digitales usando un mapa caótico (tent-map). La señal modulada obtenida resulta de banda ancha y aspecto semejante al ruido. En el receptor se han comparado diversas alternativas de detección basadas en el mapa inverso, con una alternativa basada en la estimación ML de la secuencia transmitida. Se ha encontrado que el detector basado en la estimación ML de la secuencia transmitida es el que ofrece una menor probabilidad de error para una determinada SNR. De los basados en el mapa inverso, el TLS es el mejor, presentando una curva de probabilidad de error cercana a la del basado en la estima ML de $x[0]$.

Referencias

- [1] A.V. Oppenheim, G.W. Wornell, S.H. Isabelle, K.M. Cuomo, "Signal processing in the context of chaotic signals", *Proc. ICASSP*, vol. IV, pp. 117-120, 1992.
- [2] J. Elmirghiani, R.A. Cryan, "New chaotic based communication technique with multiuser provision", *Electronics Letters*, vol.30, n. 15, pp. 1206-1207, 1994.
- [3] H. Leung, J. Lam, "Design of demodulator for the chaotic modulation communication system", *IEEE Trans. on Circuits & Systems I*, vol. 44, n. 3, pp. 262-267, 1997.
- [4] S.M. Kay, "Fundamentals of statistical signal processing: estimation theory", Prentice Hall, 1993.
- [5] G.H. Golub, C.F. Van Loan, "Matrix computations", John Hopkins University Press, 1996.
- [6] S.H. Isabelle, G.W. Wornell, "Nonlinear maps", *The Digital Signal Processing Handbook*, CRC Press/IEEE Press, 1998.
- [7] H.C. Papadopoulos, G.W. Wornell, "Maximum-likelihood estimation of a class of chaotic signals", *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 41, n. 1, pp. 312-317, 1995.