Universidad de Cantabria

Facultad
de
Ciencias

Estudio experimental de la fase óptica de la luz emitida por un láser de semiconductor

(Experimental study of the optical phase of light emitted by a semiconductor laser)

Trabajo de Fin de Grado
para acceder al

GRADO EN FÍSICA

Autora: Paula Pérez Cobo
Director: Ángel Alberto Valle Gutiérrez

Julio-2024

Agradecimientos

Quiero expresar mi profundo agradecimiento a mi director, Ángel Valle, por su ayuda, esfuerzo dedicado, constante disponibilidad y su generosidad al compartir sus conocimientos y experiencia.

Igualmente, quiero agradecer a mi madre, a mi familia y a mis amigos su continuo apoyo y aliento.

Resumen

En el presente trabajo se ha estudiado experimentalmente la fase óptica de dos tipos de láseres de semiconductor. Se ha estudiado cómo la dinámica de estos láseres puede describirse a partir de las ecuaciones diferenciales estocásticas definidas mediante fuentes de ruido de Langevin. Se ha probado, de esta manera, que el ruido en fase de los láseres de semiconductor tiene estadística Gaussiana. Asimismo, se ha evidenciado una mayor difusión de la fase para una corriente inducida menor. De esta manera, en este trabajo se ha pretendido verificar un comportamiento de la fase óptica de los láseres de semiconductor aleatorio, cuya principal utilidad es el desarrollo de sistemas de generación cuántica de números aleatorios y de distribución cuántica de clave.

Palabras clave: Fase óptica, aleatoriedad, láser de cavidad vertical, láser de modo discreto, generación cuántica de números aleatorios, distribución cuántica de claves.

Abstract

In the following essay, the optical phase of two types of semiconductor lasers has been experimentally studied. It has been studied how the dynamics of these lasers can be described by stochastic differential equations defined by Langevin noise sources. It has thus been proven that the phase noise of semiconductor lasers has Gaussian statistics. Additionally, a greater phase diffusion for a lower induced current has been evidenced. Thus, this study has been done with the intention of verifying the random optical phase behavior of semiconductor lasers, whose main utility lies in the development of quantum random number generation and quantum key distribution systems.

Keywords: Optical phase, randomness, vertical-cavity surface-emitting laser, discrete mode laser, quantum random number generation, quantum key distribution.

Índice general

1. Motivación, objetivos y estructura del trabajo **1**

2. Introducción **2**

2.1. Láseres de semiconductor 2

2.1.1. Tipos de láseres de semiconductor 3

2.1.2. Ecuaciones de balance 4

2.2. Generación Cuántica de Números Aleatorios (QRNG) 7

2.3. Distribución Cuántica de Claves (QKD) 9

3. Descripción experimental **11**

3.1. Montajes experimentales 11

3.2. Descripción del equipamiento 12

4. Estudio de la fase óptica de la luz emitida por un VCSEL **15**

4.1. Curva Luz-Intensidad 15

4.2. Espectros ópticos 16

4.3. Fase óptica 17

4.3.1. Algoritmo de obtención de la fase 18

4.3.2. Resultados 20

5. Estudio de la fase óptica de la luz emitida por un DML **25**

5.1. Curva Luz-Intensidad 25

5.2. Análisis del cambio de $\Delta\omega$ con λ_{TL} 25

5.3. Fase óptica 26

6. Discusión y Conclusiones **31**

Bibliografía **33**

Apéndice **36**

Capítulo 1

Motivación, objetivos y estructura del trabajo

El estudio experimental de la fase de un láser de semiconductor representa un área de investigación de gran interés no solamente en la física sino también en la criptografía moderna.

La criptografía es esencial para garantizar la confidencialidad y seguridad en conversaciones privadas. Las comunicaciones encriptadas se tratan de mensajes cifrados mediante una clave, anteriormente distribuida entre un receptor y un emisor. La distribución de la clave se puede realizar usando la transmisión de estados cuánticos aleatorios. Este carácter cuántico aleatorio los hace imposibles de copiar o medir sin ser perturbados. De esta manera, en este ámbito, la aleatoriedad es un componente crucial y los sistemas de generación de números aleatorios y distribución cuántica de claves (QKD) son necesarios para los sistemas de criptografía cuántica.

Dada la disponibilidad y el alto desarrollo de láseres de semiconductor, se tiene que estos están en la base de los generadores de números aleatorios más utilizados hoy en día. Además, estos presentan grandes ventajas, claves para las comunicaciones modernas, como son las altas velocidades en generación de pulsos, tamaño pequeño, bajo coste y la posibilidad de integración en sistemas de pequeña escala.

Así, en este trabajo se aborda el estudio experimental del ruido en fase de dos láseres de semiconductor, estudiándose su posible uso como tipos de generadores cuánticos de números aleatorios a través del análisis de sus propiedades estadísticas. La investigación del comportamiento de estos láseres proporcionará una comprensión más profunda de sus bases físicas y, además, el estudio de la aleatoriedad de su ruido en fase será clave de cara a su papel en las redes de comunicación. Especialmente en las comunicaciones coherentes cuando el láser está operando por encima de su corriente umbral [1] o en los sistemas QKD cuando el láser está operando por debajo de su corriente umbral [2].

De esta forma, el primer objetivo de este trabajo es comprender la base teórica detrás del funcionamiento del láser de semiconductor; el segundo objetivo es la adquisición de datos en el laboratorio para dos láseres diferentes y para diferentes condiciones de estudio; y el tercer, y último objetivo, es el análisis y comprensión del comportamiento de la fase estudiándose su difusión y propiedades estadísticas.

Finalmente, se tiene que el trabajo está estructurado en seis diferentes capítulos. En el capítulo 2 se realiza una breve introducción de los láseres de semiconductor, describiéndose su funcionamiento y su base teórica, y se introducen los conceptos de generación cuántica de números aleatorios (QRNG) y una de sus principales aplicaciones ya mencionada, la distribución cuántica de claves. En el capítulo 3 se realiza la descripción del equipamiento utilizado y el procedimiento experimental desarrollado. En el capítulo 4 se proporcionan los resultados obtenidos para el láser de tipo cavidad vertical (VCSEL), estudiado para una única corriente, mientras que en el capítulo 5 los resultados para el láser de tipo modo discreto (DML) realizados para dos corrientes diferentes de estudio. Finalmente, en el capítulo 6 se realiza una discusión de los resultados obtenidos y se detallan las conclusiones alcanzadas.

Capítulo 2

Introducción

2.1. Láseres de semiconductor

Un láser es un dispositivo que emite luz coherente mediante un proceso de amplificación óptica basado en emisión estimulada. Así, sus componentes básicos son un medio activo y un resonador óptico, donde se producen la emisión estimulada de fotones y las múltiples reflexiones, respectivamente, produciéndose finalmente la eficiente amplificación de la onda.

Los láseres de semiconductor son láseres de estado sólido en los que el medio activo es un material semiconductor, teniéndose que la emisión se debe a la recombinación de pares electrón-hueco en la región activa de este material.

Así, la emisión se produce debido a las transiciones electrónicas entre bandas del semiconductor. La banda de valencia del cristal se trata de la banda de energía más alta que está completamente repleta de electrones en el cero absoluto. Si un electrón de esta banda absorbe un fotón con energía mayor o igual a la diferencia de energías entre bandas, este se desliga del átomo y pasa a ser un electrón libre de la llamada banda de conducción. De esta manera, esta absorción genera un par electrón-hueco, dada la creación de un hueco en la banda de valencia, como se observa en la Figura 2.1(a). Posteriormente, como se ilustra en la Figura 2.1(b), la desexcitación del electrón causa su regreso a la banda de valencia produciéndose una recombinación del par y la emisión, llamada espontánea, de un fotón. Por otra parte, esta desexcitación puede ser inducida por un fotón, causando la emisión, ahora estimulada, de un fotón idéntico al incidente en el decaimiento del electrón a la banda de valencia, siendo este el caso mostrado en la Figura 2.1(c).

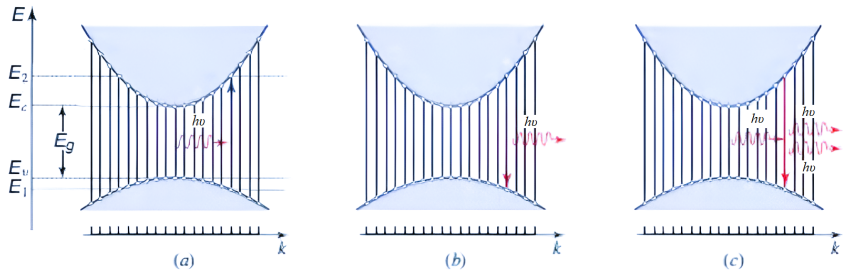

Figura 2.1: **(a)** Absorción de un fotón, dando lugar a la generación de un par electrón-hueco. **(b)** Recombinación de un par electrón-hueco por emisión espontánea **(c)** Recombinación de un par electrón-hueco por emisión estimulada [3].

En equilibrio térmico, la distribución de energía del electrón viene dada por la estadística de Fermi-Dirac [4], teniéndose una mayor población de electrones en los niveles de baja energía. De esta forma, como para todo láser, es necesario realizar una inversión de población para obtener mayor emisión que absorción al incidir luz sobre el material. En los láseres de semiconductor se induce una corriente directa en la unión p-n, creada en el material semiconductor mediante el dopaje de los diferentes cristales que lo componen, para producir numerosos pares electrón-hueco en la capa activa. Al inducir esta corriente lo que ocurre es que el exceso de electrones en la capa n y de huecos de la capa p se difunden hacia la capa activa situada entre ambas.

Así, se define la corriente umbral I_{th} como la mínima corriente eléctrica necesaria para que el láser emita de manera efectiva. De esta manera, para una corriente mayor a la umbral del láser se produce una inversión de población óptima y una consecuente emisión eficiente de luz del láser.

Por su parte, de manera general, en los láseres de semiconductor es el propio material semiconductor el que forma la cavidad óptica. Los extremos de la región activa actúan como superficies reflectantes fruto de la diferencia entre los índices de refracción del material semiconductor y el aire, amplificando así la onda mediante diversas reflexiones.

Para una unión p-n simple el uso de láseres está limitado a oscilaciones pulsadas a bajas temperaturas dada la alta densidad de corriente necesaria a inducir (unos 50kA/cm^2) [4]. Una forma de reducir esta corriente es el uso de la doble heteroestructura representada en la Figura 2.2. Esta se trata de dos uniones de diferentes materiales caracterizados por diferentes gap de energía. Como consecuencia, al tener en la capa activa un material con menor gap de energía se generan barreras de potencial dando lugar a un pozo de potencial cuántico en la capa activa que confina a los portadores. Además, en muchos semiconductores, el índice de refracción aumenta con la disminución del gap de energía, generando, igualmente, un confinamiento de la onda óptica en la capa activa mediante sucesivas reflexiones internas totales en las uniones de las capas [5].

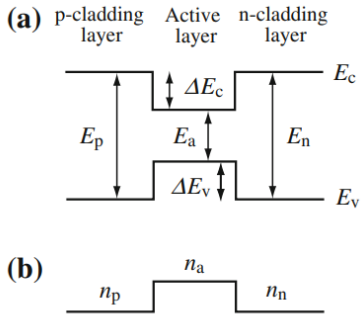

Figura 2.2: Doble heteroestructura. **(a)** Diferencia de gaps de energía entre las diferentes capas. **(b)** Diferencia de los índices de refracción de las diferentes capas [5].

2.1.1. Tipos de láseres de semiconductor

Existen dos tipos de configuraciones para los láseres de semiconductor: láseres de emisión de borde (Figura 2.3(a)) y de emisión de superficie (Figura 2.3(b)). En los láseres de emisión de borde la cavidad óptica es paralela al sustrato, emitiendo un haz de luz elíptico desde el borde del sustrato. En contraste, en los láseres de emisión de superficie, más concretamente, de cavidad vertical (VCSEL), su cavidad óptica está orientada de manera que su eje es perpendicular a la superficie del sustrato, emitiéndose un haz de luz circular.

Ambos tipos de láseres cuentan con pozos de potencial cuánticos en el medio activo, como los explicados con anterioridad, responsables de la ganancia óptica. Sin embargo, en los VCSEL la región activa se encuentra entre dos espejos basados en reflectores de Bragg. Estos son estructuras ópticas compuestas de múltiples láminas delgadas de materiales con diferentes índices de refracción, dispuestas alternadamente, para potenciar al máximo la reflectividad. Esta maximización ocurre cuando el espesor de cada capa es la cuarta parte de la longitud de onda del láser dentro de cada capa, produciéndose una suma en fase de todas las reflexiones de luz en las separaciones de las capas de tal forma que la onda reflejada tiene una amplitud máxima. Por su parte, los láseres de emisión de bordes cuentan con recubrimientos especia-

les, de alta reflectividad (HR) o antirreflectantes (AR) en sus superficies de reflejo y emisión, respectivamente, para mejorar la eficiencia del láser.

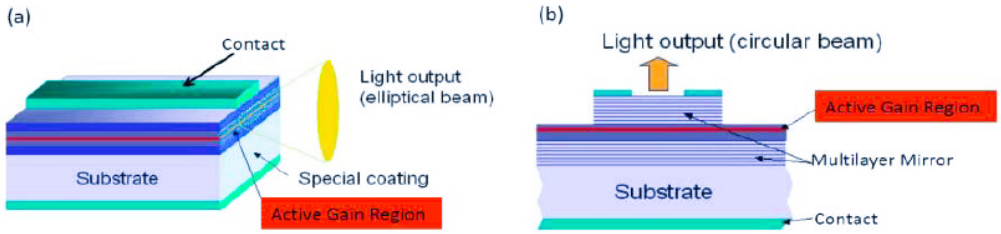

Figura 2.3: **(a)** Láser de emisión de bordes **(b)** Láser VCSEL [6].

2.1.2. Ecuaciones de balance

Se ha modelado la dinámica de la luz emitida por el láser de semiconductor mediante un sistema de ecuaciones de balance estocásticas [7],[8],[9]:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I(t)}{e} - (AN + BN^2 + CN^3) - \frac{G_N(N - N_t)P}{1 + \epsilon P} \tag{2.1}$$

$$\frac{dP}{dt} = \left(\frac{G_N(N - N_t)}{1 + \epsilon P} - \frac{1}{\tau_p}\right) P + \beta BN^2 + \sqrt{2\beta BP} N F_p(t) \tag{2.2}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\alpha}{2}\left(G_N(N - N_t) - \frac{1}{\tau_p}\right) + \sqrt{\frac{\beta B}{2P}} N F_\phi(t) \tag{2.3}$$

Donde P es el número de fotones dentro del láser, N es el número de portadores en la región activa y ϕ es la fase óptica en el marco de referencia de la frecuencia umbral ω_{th} (marco bien definido y estable). El resto de parámetros son: I la corriente inyectada; e la carga del electrón; A, B y C los coeficientes de recombinación no radiativa, espontánea y Auger, respectivamente; G_N la ganancia diferencial; N_t el número de portadores en transparencia; ϵ el coeficiente de saturación; τ_p la vida media de los fotones; β la fracción de emisión espontánea acoplada al modo de láser; α el factor de ensanchamiento de línea y $F_\phi(t)$ y $F_p(t)$ fuentes de ruido Langevin. El número de portadores en el umbral, N_{th}, se puede obtener a partir de la condición de que la ganancia iguale a las pérdidas en (2.2), obteniéndose $N_{th} = N_t + 1/(G_N\tau_p)$ [7].

Se tiene que (2.1) y (2.2) surgen del balance entre pérdidas y ganancias de portadores en la región activa y fotones en el láser, respectivamente.

Así, en primer lugar, en (2.1) el primer término corresponde a la inyección de portadores al inducir una corriente I. Por su parte, se tiene que las pérdidas de portadores pueden ser radiativas o no radiativas. Las emisiones radiativas son la emisión espontánea, dada por una tasa de recombinación $R_{sp} = BN^2$, y la emisión estimulada, caracterizada por el número de fotones y el factor de ganancia del láser. Esta ganancia óptica viene dada por la expresión lineal $G(N) = G_N(N - N_t)$, que define una ganancia positiva para un número de portadores mayor a N_t, cuya linealidad viene modulada por el coeficiente de saturación ϵ [4].

Por otro lado, se tienen emisiones no radiativas debidas a emisión de fonones a redes cristalinas o a electrones atrapados en defectos de superficie, siendo su tasa de recombinación $R_{sd} = AN$, y emisiones debidas a procesos Auger con tasa de recombinación $R_{Aug} = CN^3$ [4].

El número de fotones, descrito en (2.2), aumentará, por un lado, con la emisión estimulada proporcional al producto de la ganancia por el número de fotones; y, por otro lado, con la emisión

espontánea acoplada al modo de láser específico (caracterizada por β), es decir, aumentará con el número de fotones emitidos espontáneamente en la misma dirección que la del haz incidente dado que estos contribuirán a la generación de más fotones. Por otra parte, el número de fotones disminuirá con su escape del medio activo, caracterizado mediante la vida media, τ_p.

Por su parte, se puede definir el campo eléctrico en el marco de referencia de la corriente umbral como $E(t) = \sqrt{P(t)}e^{i(\omega_{th}t+\phi(t))}$, donde $P(t)$ es el número de fotones en el interior del láser, que es proporcional a la potencia del láser, y $\phi(t)$ es la fase óptica definida con anterioridad. Así, para una corriente diferente a la umbral se tendrá una frecuencia angular diferente, ω, y el campo eléctrico vendrá dado por $E(t) = \sqrt{P(t)}e^{i(\omega t+\varphi(t))}$, donde $\varphi(t)$ representa la fluctuación de la fase. De esta forma, $\phi(t)$ se relaciona con $\varphi(t)$ de la siguiente manera:

$$\phi(t) = (\omega - \omega_{th})t + \varphi(t) \tag{2.4}$$

Se tiene que la frecuencia angular varía debido a la variación en el índice de refracción causada por la variación en la ganancia del láser (relación de Kramers-Kronig [4]). Ocurre que un aumento en la ganancia genera una disminución en el índice de refracción y, por tanto, un aumento de la frecuencia angular. De esta forma, cuando aumenta el número de portadores, aumentará el número de fotones generados y la ganancia aumenta. Si, en cambio, hay pérdidas de fotones la ganancia disminuirá. Así, cuando aumenta o disminuye la ganancia, aumentará o disminuirá la fase óptica, respectivamente. Finalmente, para obtener (2.3) a partir de estas contribuciones, es necesario introducir la escala de la tasa de cambio de fase ajustada mediante el parámetro α, característico de cada láser y medio activo, explicado en profundidad en [9].

Tanto la fluctuación en la fase óptica como en el número de fotones se introduce mediante las fuentes de ruido Langevin (no se tiene en consideración ruido en el número de portadores debido a que su efecto en las estadísticas de la fase es pequeño [10]). Estos se tratan de ruidos blancos Gaussianos independientes al estar determinados por dos variables aleatorias independientes que siguen una distribución normal estándar [2]. Por su parte, al ser ruidos blancos, cumplen la relación $\langle F_i(t)F_j(t')\rangle = \delta_{ij}\delta(t-t')$ donde $\delta(t)$ es la función delta de Dirac y δ_{ij} la delta de Kronecker, donde i, j son p, ϕ en este caso. Así, estos ruidos se caracterizan por un promedio cero $\langle F_p(t)\rangle = \langle F_\phi(t)\rangle = 0$ [10] y una autocorrelación nula cuando $t \neq t'$ e infinita cuando $t = t'$.

Ocurre que para una intensidad $I < I_{th}$, el número de fotones disminuye de tal manera que $\phi(t)$ está dominada por el término de ruido, y su comportamiento se puede aproximar a un movimiento Browniano unidimensional [11]:

$$\frac{d\phi}{dt} \approx \sqrt{\frac{\beta B}{2\bar{P}}}\bar{N}F_\phi(t) \tag{2.5}$$

donde $\bar{P}$ y $\bar{N}$ son los promedios de P y N, respectivamente.

Se ha de mencionar que dado que la única aleatoriedad en $\phi(t)$ viene dada por $\varphi(t)$, la varianza y el tipo de función densidad de probabilidad de $\phi(t)$ serán equivalentes a las de $\varphi(t)$. Por su parte, los promedios diferirán en $(\omega - \omega_{th})t$.

Asimismo, son los términos dados por las fuentes de ruido en (2.2) y (2.3) los que caracterizan a estas ecuaciones de balance como estocásticas, teniéndose que no se pueden resolver utilizando integraciones numéricas estándar y requieren de métodos de integración numéricos estocásticos. El más simple de ellos es el conocido método de Euler-Maruyama [2].

A modo de ejemplo, la Figura 2.4 representa los resultados numéricos obtenidos utilizando el algoritmo de Euler-Maruyama desarrollado en [12], al resolver las ecs. (2.1)-(2.3) mediante un paso temporal de integración numérica de 0.01ps para el láser DML. El DML tiene una corriente

umbral $I_{th} = 14.14$mA a $T = 25°$C. De esta forma, induciéndose una corriente $I_{on} = 30$mA durante 2ns y apagando el láser con una corriente por debajo del umbral de $I_{off} = 14$mA, se obtiene la evolución con el tiempo del número de fotones (Figura 2.4(a)), de la fase óptica (Figura 2.4(b)), del número de portadores (Figura 2.4(c)) y de la frecuencia óptica, donde $\nu(t) - \nu_{th} = 1/2\pi \cdot d\phi/dt$ (Figura 2.4(d)).

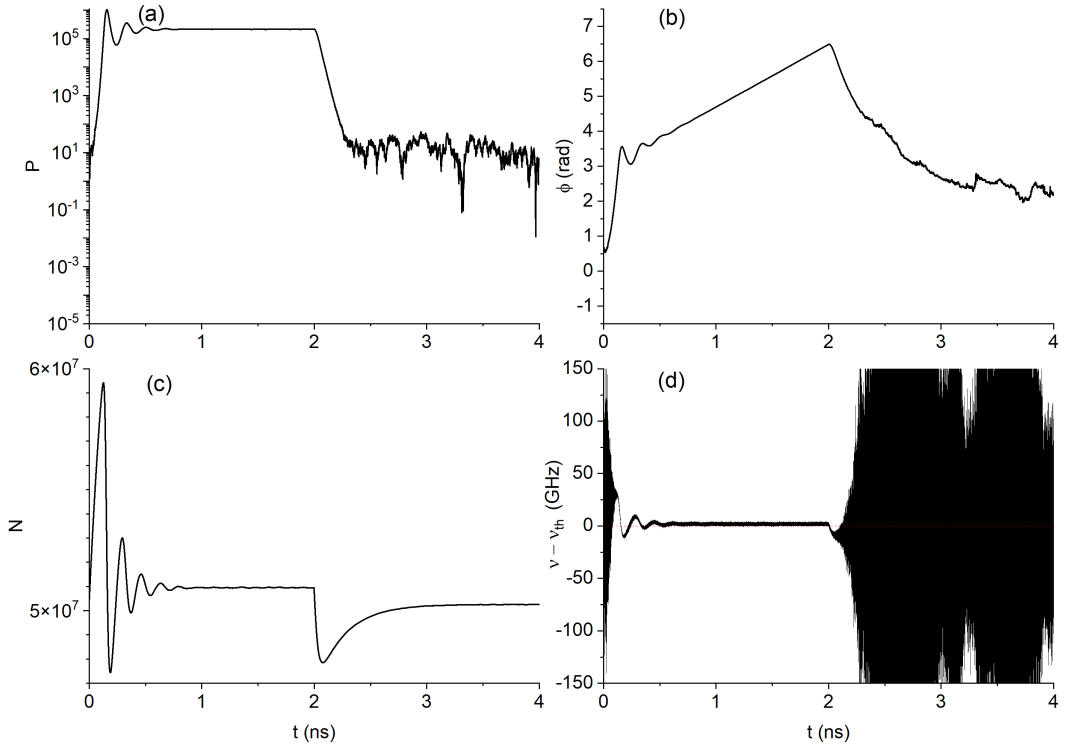

Figura 2.4: **(a)** $P(t)$, **(b)** $\phi(t)$, **(c)** $N(t)$ y **(d)** $\nu(t) - \nu_{th}$ obtenidas numéricamente por el algoritmo de Euler-Maruyama desarrollado en [12] para una corriente inyectada $I_{on} = 30$mA durante 2ns y una corriente de apagado $I_{off} = 14$mA durante otros 2ns.

Al inducir una alta corriente incrementa el número de portadores N al ser estos inyectados en la capa activa, pero su aumento genera a su vez un aumento en su recombinación generando un gran número de fotones P y, por tanto, una disminución en portadores. Este balance entre fotones y portadores genera las llamadas oscilaciones de relajación observadas en los primeros 0.5ns en la Figura 2.4(a) y Figura 2.4(c). Seguidamente, una vez el láser se estabiliza, el número de portadores y de fotones se mantiene constante, emitiendo el láser eficientemente hasta $t = 2$ns en el que el láser se apaga por debajo de la corriente umbral.

Con respecto a la fase, se tiene que estas oscilaciones iniciales en el número de portadores genera las oscilaciones observadas. Una vez transcurrida esta fase transitoria, el láser comienza a emitir de manera estable y la fase óptica aumenta linealmente con el tiempo con una pendiente $(\omega - \omega_{th})$, dada (2.4), pues el promedio de $\frac{d\varphi}{dt}$ es cero, como se verá en el Capítulo 4. Ocurre que las condiciones iniciales son aleatorias dada la condición de emisión espontánea inicial previa al encendido del láser, y la derivada temporal de la fase (equivalente a la frecuencia óptica) varía presentando altas fluctuaciones en un inicio, estabilizándose posteriormente.

Finalmente, cuando el láser se apaga a los 2ns se produce una caída brusca del número de portadores debido al cese de inyección y una caída más gradual del número de fotones. Al apagar

el láser, el número de recombinaciones no aumenta al disminuir la inyección de pares, pero los fotones restantes de la cavidad siguen siendo emitidos por emisión espontánea. Ocurre que en este régimen el número de fotones es pequeño y el ruido, caracterizado por $F_p(t)$, domina dando lugar a las fluctuaciones en P, como se ve en la Figura 2.4(a). Igualmente, en estos instantes, la fase está dominada por la emisión espontánea, dominando el término de ruido en (2.3) al estar multiplicado por un término $P^{-1/2}$ que es muy grande al ser P muy pequeño, teniéndose que su derivada temporal ($\nu(t) - \nu_{th}$ en la Figura 2.4(d)) fluctúa como un ruido blanco Gaussiano. Por su parte, la fase disminuye dada la ganancia negativa que se produce al ser el número de portadores menor que el umbral, $N < N_{th}$, en este régimen.

De esta manera, es en este último régimen, de inducción de intensidades menores a la umbral, en donde se va a enfocar el estudio, dado el dominio del ruido en la fase y dado que se trata del régimen de operación en el que se genera la aleatoriedad en sistemas QRNG basados en láseres de semiconductor [2].

Se ha de mencionar que este proceso de inducción de corrientes por encima y por debajo del umbral realizado periódicamente es el llamado *gain switching* al que posteriormente se volverá.

2.2. Generación Cuántica de Números Aleatorios (QRNG)

La generación de números aleatorios mediante algoritmos computacionales resulta ser predecible y determinista. De esta manera, una de las formas de generar números realmente aleatorios es basándose en fenómenos físicos. Además, si el fenómeno físico proviene de efectos cuánticos esto asegura al completo su impredecibilidad debido a la incertidumbre cuántica [13].

La gran mayoría de sistemas QRNG están basados en fenómenos ópticos. Es más, los láseres de semiconductor son comúnmente utilizados en QRNG debido a la necesidad de altas velocidades requerida, proporcionada por su capacidad de generar y modular pulsos a alta velocidad. Además, son altamente eficientes y más pequeños y livianos que otros tipos de fuentes de luz, haciéndolos ideales para una posible integración en sistemas de menor escala [14].

Uno de los primeros sistemas QRNG ópticos es el proveniente de fuentes de fotones individuales. Al atravesar estos fotones un divisor de haz, la mitad de ellos se transmitirán y la otra mitad serán reflejados. De esta forma, la dirección de cada fotón individual después de atravesar el divisor de haz es completamente aleatoria, pudiendo generar los diferentes bits aleatorios, asignando a la dirección de transmisión un bit uno y a la de reflexión un bit cero [14].

Por su parte, existen las fuentes de multifotón en el que ahora a través de un divisor de haz balanceado se hace pasar un haz láser, estableciendo en este caso como bit aleatorio el signo de la diferencia entre las dos intensidades medidas de cada haz resultante [14].

Finalmente, una de las técnicas más desarrolladas en QRNG es el uso del ruido en fase de láseres, generado por la emisión espontánea, como fuente de números aleatorios. Un ejemplo de esta técnica es el proceso llamado *gain switching* altamente desarrollado [13]. Así, se han desarrollado QRNGs basados en *gain switching* de láseres de semiconductor de los dos tipos descritos en la sección 2.1.1., en láseres de emisión de borde [13] y en VCSELs [15].

Dado que los portadores en los láseres de semiconductor tienen típicamente vidas medias del orden de nanosegundos es posible alcanzar tasas de repetición del orden de los GHz en la generación de pulsos mediante *gain switching* [2]. Este método se basa en la modulación periódica del potencial de bombeo eléctrico, llevando al láser por encima y debajo de su umbral causando emisiones periódicas de luz, como se ha explicado en la sección anterior.

Si el pulso eléctrico inducido es corto, la emisión de fotones se puede extinguir después de

la primera oscilación. Como ya se ha mencionado, la emisión espontánea inicial establece las condiciones iniciales aleatorias para la fase de los pulsos generados y una vez que el láser ha alcanzado un estado estable y la corriente se apaga, la contribución de la emisión espontánea se vuelve dominante de nuevo, teniéndose un pulso de luz con fase aleatoria. De esta forma, mediante esta técnica se pueden producir trenes de pulsos con fases aleatorias dada la aleatoriedad de la emisión espontánea, como se observa en la Figura 2.5.

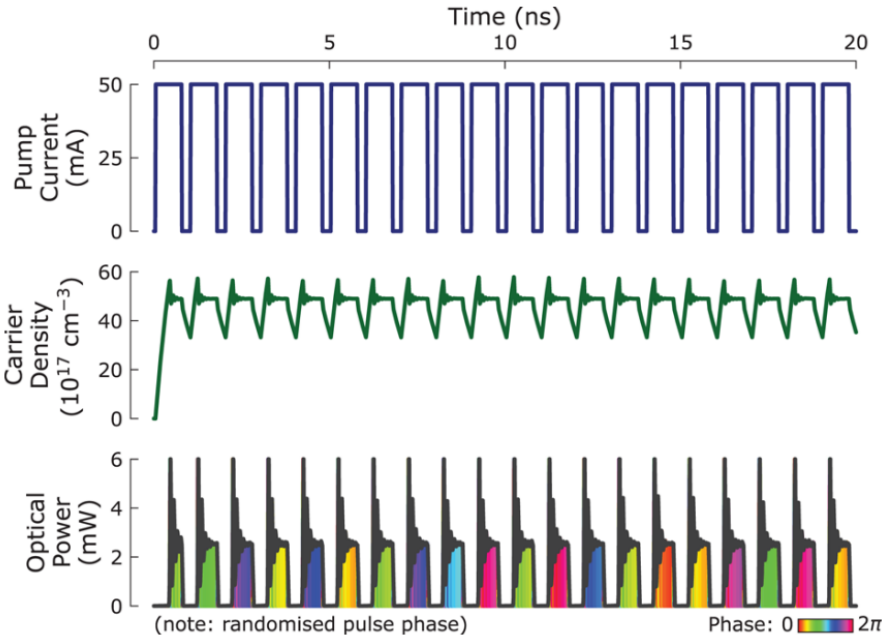

Figura 2.5: Dinámica simulada del proceso gain-switching mostrando la generación de un tren de pulsos con fases aleatorias [2].

Se tiene que la interferencia de dos pulsos de fase aleatoria genera un nuevo pulso de amplitud aleatoria, obteniéndose un número aleatorio de fotones para cada pulso. Así, detectando el número de fotones en un fotodetector se puede generar una secuencia de bits aleatorios mediante un Convertidor Analógico a Digital (ADC). La amplitud de los pulsos obtenidos en la interferencia sigue una distribución de tipo arcoseno [13]. Al muestrear los pulsos cerca de su máximo se obtienen números aleatorios de 14 bits. Estos números aleatorios (números aleatorios "en crudo") no pasan los tests estadísticos de aleatoriedad. Es necesario aplicarles un post-procesado mediante un extractor de aleatoriedad que permita obtener números aleatorios útiles [2]. Un extractor de aleatoriedad es un algoritmo que iguala la probabilidad de obtener bits "1" y "0" en una cadena binaria de bits. Ejemplos de extractores son el algoritmo de Von Neumann o los algoritmos Hash. La aplicación de estos algoritmos reduce el número de bits con respecto al número de bits "en crudo". La aplicación posterior de un extractor de aleatoriedad lleva a obtener números aleatorios de 7 bits que ya pasan los tests estándar de aleatoriedad [13].

La generación de números aleatorios tiene numerosas y diferentes aplicaciones como son en simulaciones de Monte Carlo, en pruebas de verificación de experimentos físicos fundamentales, en deportes y juegos para garantizar la equidad entre equipos competidores o en selección aleatoria de jurados y reclutamiento militar obligatorio [14]. Además, en la transmisión de datos privados, el cifrado es indispensable y para implementarlo se requiere de un sistema de clave de cifrado/descifrado desarrollado mediante sistemas de generación de números aleatorios de alta velocidad (para mantenerse al ritmo de la velocidad de transmisión de datos). Así, la principal aplicación de QRNG es la criptografía cuántica y la distribución cuántica de claves.

2.3. Distribución Cuántica de Claves (QKD)

Las comunicaciones cuánticas, es decir, la codificación y transferencia de estados cuánticos, están destinadas a ocupar un lugar central en el futuro del intercambio y procesamiento de información [2].

La distribución cuántica de claves es esencial en estas comunicaciones dado que proporciona un protocolo de comunicación basado en una encriptación fiable y segura. Esta se basa en la creación de una clave conocida solamente por el emisor y el receptor que posteriormente es utilizada para la decodificación de la información. El objetivo principal de QKD es, por tanto, codificar estados cuánticos en pulsos de luz de una forma eficiente. Para ello, los pulsos tienen que ser indistinguibles y aleatorios haciendo detectable cualquier intercepto de información.

La unidad de información cuántica es el llamado qubit. Este se trata de una superposición de estados cuánticos $|0\rangle$ y $|1\rangle$ en un espacio de Hilbert bidimensional. De esta forma, se tiene que estos qubits, al ser estados cuánticos, son imposibles de copiar (teorema de no clonado) o medir sin ser perturbados.

Los fotones son los portadores de información más versátiles debido a que son fáciles de generar, manipular y transmitir a largas distancias. Además, estos ofrecen múltiples grados de libertad para codificar información en qubits, como son la polarización, la frecuencia, el tiempo o el momento angular orbital [2].

El protocolo BB84 es uno de los primeros y más utilizados en QKD. La distribución de clave se quiere realizar entre una emisora Alice y un receptor Bob como se observa en la Figura 2.6. En primer lugar, Alice genera fotones en estados de polarización aleatorios, eligiendo aleatoriamente entre dos bases ortogonales (por ejemplo, rectilínea (Z) y diagonal (X)), pudiendo generar cuatro estados de polarización: horizontal, vertical, diagonal y antidiagonal. Posteriormente Bob mide los fotones aleatoriamente en una de las dos bases. Solamente si Bob elige la misma base obtendrá el estado correcto; si utiliza una base distinta, Bob obtendrá un resultado indeterminado dada la superposición de estados en esa base. Por ejemplo, si Alice prepara en la base diagonal el estado diagonal $|+\rangle$, Bob en la base diagonal obtendrá $|+\rangle$, en cambio, en la base rectilínea el estado es $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ y Bob obtendrá con probabilidad $1/2$ cualquiera de los dos estados. De esta forma, los qubits medidos en la misma base se utilizan para construir la clave cuántica. Si un interceptor, Eve, mide los estados utilizando la base equivocada causa el colapso de la superposición de estados generando un error detectable el 50 % de los casos. El proceso de comparación de Bob y Alice se realiza mediante comunicación encriptada clásicamente. Es en este proceso de comparación cuando Bob y Alice pueden detectar que hay un exceso de errores sobre los valores esperados en ausencia de intervención de Eve. Si el porcentaje de errores es alto, Alice y Bob deberán cambiar de sistema QKD a otro más seguro.

Figura 2.6: Protocolo BB84. En la transmisión de estados cuánticos entre Alice y Bob, Eve realiza un ataque sobre algunos de los fotones transmitidos (columnas sombreadas), midiendo en la base Z. Esto genera un cambio de bit en la base X un 50 % de las veces [2].

Debido a la dificultad de generar fuentes eficientes de fotones individuales, se introdujo un enfoque más práctico basado en pulsos coherentes débiles generados por láseres. De esta forma, a los pulsos se les atenúa para evitar múltiples fotones y obtener fuentes de fotones individuales. La relevancia del método de *gain switching* en este contexto se debe a las altas velocidades alcanzadas en la generación de pulsos y el proceso de aleatorización de la fase de los pulsos debido a la emisión espontánea, clave para su utilidad en las comunicaciones cuánticas, que compensa el pequeño número de fotones obtenido debido a la atenuación.

De esta manera, la seguridad de estas comunicaciones está garantizada mediante la indiscernibilidad de los estados cuánticos dado por su carácter aleatorio. Es por ello por lo que es clave el estudio de la aleatoriedad de la fase de los pulsos para el desarrollo de *gain switching* como parte de un sistema de distribución de clave cuántica.

Capítulo 3

Descripción experimental

3.1. Montajes experimentales

El montaje experimental utilizado para el láser de emisión de bordes de modo discreto (DML) es el mostrado en la Figura 3.1. Por su parte, en la parte inferior se encuentra el esquema correspondiente a este montaje.

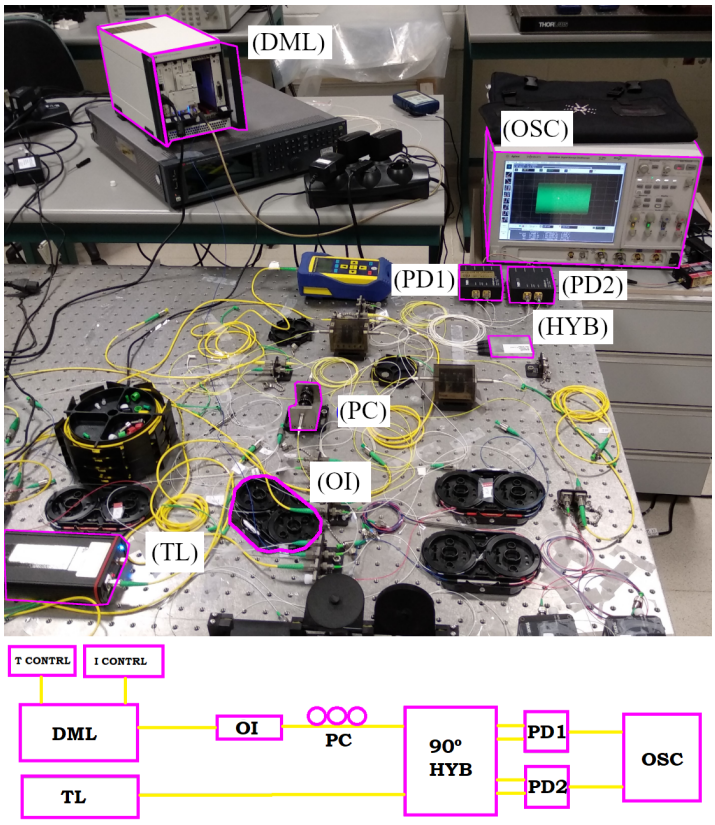

Figura 3.1: Montaje experimental y esquema correspondiente para el estudio del láser DML. (DML): Láser de Modo Discreto; (TL): Láser Sintonizable; (OI): Aislante Óptico; (PC): Controlador de Polarización; (PD1) Fotodetector 1; (PD2): Fotodetector 2; (HYB): Híbrido y (OSC): Osciloscopio.

En primer lugar, la temperatura y la intensidad de corriente del DML se controlan mediante los controladores de temperatura y corriente, respectivamente.

Para minimizar efectos de retroalimentación óptica en el DML se dispone de un aislante óptico **(OI)**. Se ha de mencionar que para el láser sintonizable **(TL)** el aislante viene incorporado en el propio láser por lo que no es necesario.

Por su parte, se dispone de un controlador de polarización **(PC)** que permite el cambio manual del estado de polarización de la luz emitido por el DML, con el objetivo de hacer máxima la interferencia entre las señales de los láseres.

Así, la luz emitida por el DML entra por una de las entradas del híbrido **(HYB)** y la emitida por el sintonizable por la otra entrada.

Las salidas de este híbrido van a dos fotodetectores balanceados **(PD1 y PD2)** donde se transforman las señales ópticas a señales eléctricas, pudiendo ser estas registradas en tiempo real en un osciloscopio **(OSC)**.

Por su parte, todos los elementos del montaje están conectados mediante fibras ópticas monomodo.

Por otro lado, el montaje experimental para el VCSEL es idéntico salvo por los dispositivos de control de temperatura y de corriente. Ahora, la temperatura y la intensidad se controlan mediante dos dispositivos THORLABS, como se puede observar en la siguiente figura:

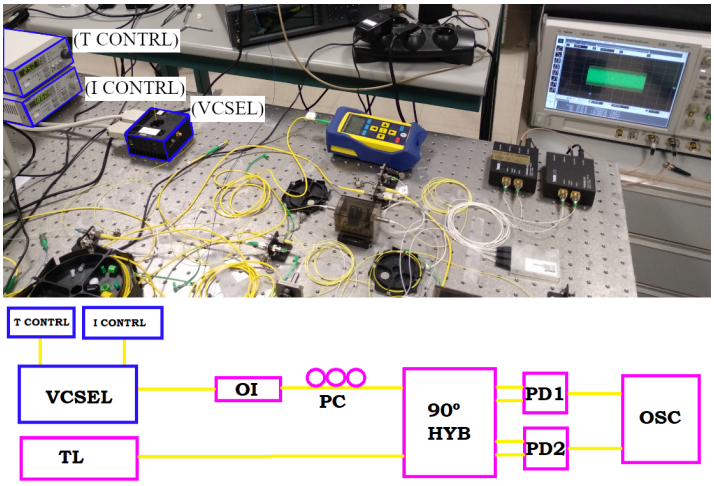

Figura 3.2: Montaje experimental y esquema correspondiente para el estudio del láser VCSEL. (VCSEL): Láser de Emisión Superficial de Cavidad Vertical; (T CONTRL): Controlador de Temperatura y (I CONTRL): Controlador de Corriente.

3.2. Descripción del equipamiento

Se ha dispuesto de tres montajes experimentales para la total realización del trabajo. Los dos mencionados con anterioridad están conformados por los siguientes dispositivos:

DML: Un láser de modo discreto se caracteriza por la inducción de perturbaciones de índice de refracción que restringen la emisión del láser a un solo modo en la cavidad Fabry-Pérot que forman, obteniéndose una operatividad en un único modo longitudinal [16]. El láser dispuesto en este estudio opera a una longitud de onda de aproximadamente 1550nm (Eblana Photonics EP1550-0-DM-H19-FM [17]). La corriente umbral a una temperatura de 25°C es, de fábrica, $I_{th} = 14\text{mA}$.

VCSEL: Se trata de un láser de cavidad vertical monomodo (RayCan [18]) de longitud de onda de 1550 nm aproximadamente. La corriente umbral a una temperatura de 25°C es, de fábrica, $I_{th} = 2\text{mA}$.

Fuentes de corriente: El láser DML se conecta a la montura LDC/E-Mont de Luz Wavelabs que a su vez se conecta a un controlador de corriente LDC/E-Current 200. A través de la aplicación Luz Wavelabs LDC se pueden establecer corrientes entre 0 y 200 mA con una precisión de 0.2 μA. Por su parte, la corriente del láser VCSEL es controlada por una fuente Thorlabs LDC 200C [19]. Esta última permite resoluciones de entrada de hasta 1 μA en un

rango de corrientes de 0 a 20mA.

Controladores de temperatura: Para el DML, de la misma manera que para la corriente, la montura se conecta a un controlador de temperatura LuzWavelabs LDC/E-Temp 3, pudiendo establecerse temperaturas desde 0 a 40°C con una precisión de 0.01°C. Por su parte, la temperatura del VCSEL es controlada mediante un dispositivo Thorlabs TED 200C [20] con igual resolución y rango de operación.

Láser sintonizable: Este láser (Cobrite DX1 [21]) permite la variación tanto de su longitud de onda como de su potencia de emisión, emitiendo un haz linealmente polarizado. Cuenta con una anchura de banda menor a 25GHz, cubriendo un rango de longitudes de onda de 1524.5 a 1572nm y alcanzando potencias ópticas hasta de 16dBm en un rango de 0 a 40°C.

Fotodetectores: Los fotodetectores convierten las señales ópticas incidentes en señales eléctricas. Los utilizados son dos Thorlabs PDB480C-AC [22] con ancho de banda de 1.6 GHz y longitud de onda de operación de 1300nm, con un rango de 1200 a 1700nm.

Controlador de polarización: El controlador de polarización utilizado consiste en tres láminas retardadoras situadas entre los dos colimadores de fibra óptica. Las dos láminas exteriores corresponden con dos $\lambda/4$ mientras que la lámina interior es un $\lambda/2$, desfasando 90 y 180 grados a la onda, respectivamente. La polarización deseada se logra rotando las láminas manualmente.

Híbrido: Se trata de un híbrido de 90° para una única polarización (Kylia COH24 [23]) que permite extraer la fase y la amplitud de una señal de polarización única al realizar cuatro interferencias desfasadas 90° entre la señal (S) y un oscilador local (LO).

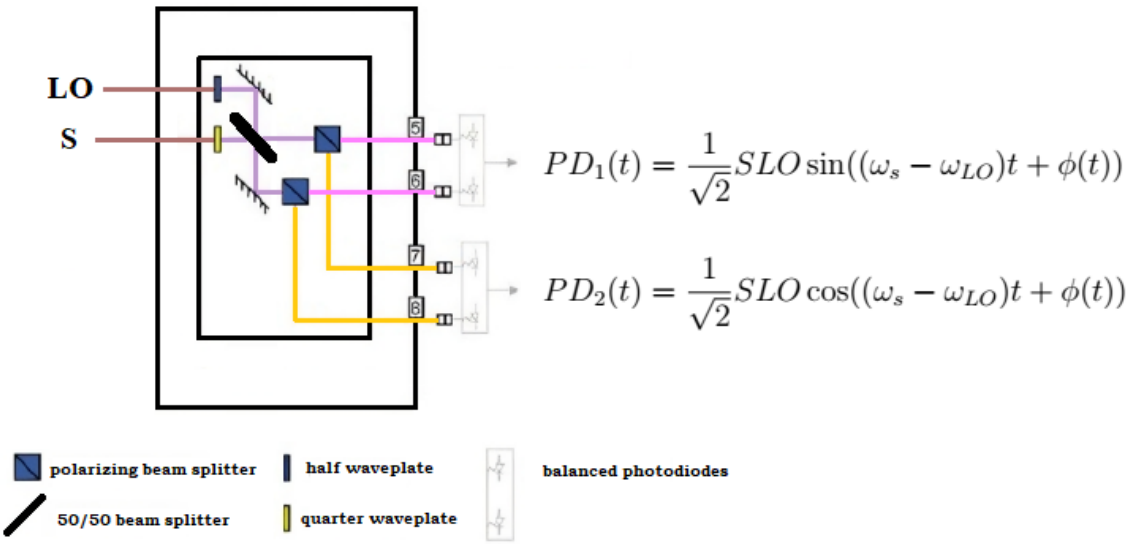

Figura 3.3: Esquema del funcionamiento del híbrido COH24 a partir de la simplificación del funcionamiento del híbrido COH28 para señales con cualquier polarización [23]. El significado de los símbolos que aparecen en las ecuaciones de la figura se explicarán en la sección 4.3.

Como se observa en la Figura 3.3, el híbrido está compuesto por divisores de haz polarizantes, que transmiten una componente de polarización y reflejan la componente de polarización ortogonal; divisores de haz 50/50, donde la mitad de la intensidad del haz incidente se refleja y la otra mitad se transmite; y láminas de media y de cuarto de onda. Las señales generadas al atravesar cada diferente dispositivo descrito y los productos de las interferencias de los distintos haces están más detallados en el manual del híbrido [23].

Aislante óptico (OI): Este dispositivo permite viajar a la luz en una dirección mientras

que la bloquea en la dirección opuesta. De esta manera se evita que las posibles reflexiones que tengan lugar en el experimento se acoplen de nuevo al láser.

Osciloscopio (OSC): El osciloscopio utilizado (Keysight Infiniium DSO91204A [24]) permite visualizar y analizar las señales de alta frecuencia generadas, con un ancho de banda de 12 GHz. La frecuencia de muestreo utilizada ha sido de 2GSa/s, pudiendo este alcanzar hasta 40GSa/s como máximo. De esta manera, este osciloscopio permitía la generación de archivos registrando las amplitudes de cada señal y su tiempo de medida correspondiente.

Finalmente, para una parte del estudio se ha realizado el análisis de espectros ópticos mediante un analizador de espectro óptico de alta precisión (BOSA) de las siguientes características:

Analizador de espectro óptico de alta resolución (BOSA): Utiliza el efecto de dispersión estimulada de Brillouin. Incorpora un láser sintonizable con longitud de onda ajustable a lo largo del rango espectral de interés. Este láser actúa como una señal sonda, viajando en dirección contraria a la señal que se desea estudiar, conocida como señal problema.

Cuando la señal problema atraviesa la fibra óptica, interactúa con los electrones del material de la fibra, generando ondas acústicas (fonones) que se propagan a través del material. Estas ondas acústicas inducen una modulación periódica en la densidad electrónica del material, modulando el índice de refracción y creando una red de difracción en la fibra [25].

El espectro resultante muestra la intensidad de la señal sonda dispersada por esta red de difracción para cada longitud de onda de la señal. La dispersión de Brillouin es eficiente cuando las longitudes de onda de la señal sonda y la señal problema son cercanas entre sí. Esto permite inferir las longitudes de onda de emisión de la señal problema analizando los picos del espectro obtenido [25].

Los espectros del BOSA utilizado (Aragon Photonics BOSA 210 [26]) tienen una resolución óptica de 0.08 pm (10 MHz), un rango de longitud de onda con una precisión de 0.5pm y unas potencias que superan los 80 dBm y alcanzan muy bajos niveles, de hasta -70dBm.

Capítulo 4

Estudio de la fase óptica de la luz emitida por un VCSEL

4.1. Curva Luz-Intensidad

En primer lugar, se ha realizado el estudio de la curva Luz-Intensidad del VCSEL, obteniéndose la potencia total emitida en función de la corriente mediante el BOSA. Además, se ha realizado el ajuste de la curva para obtener la corriente umbral.

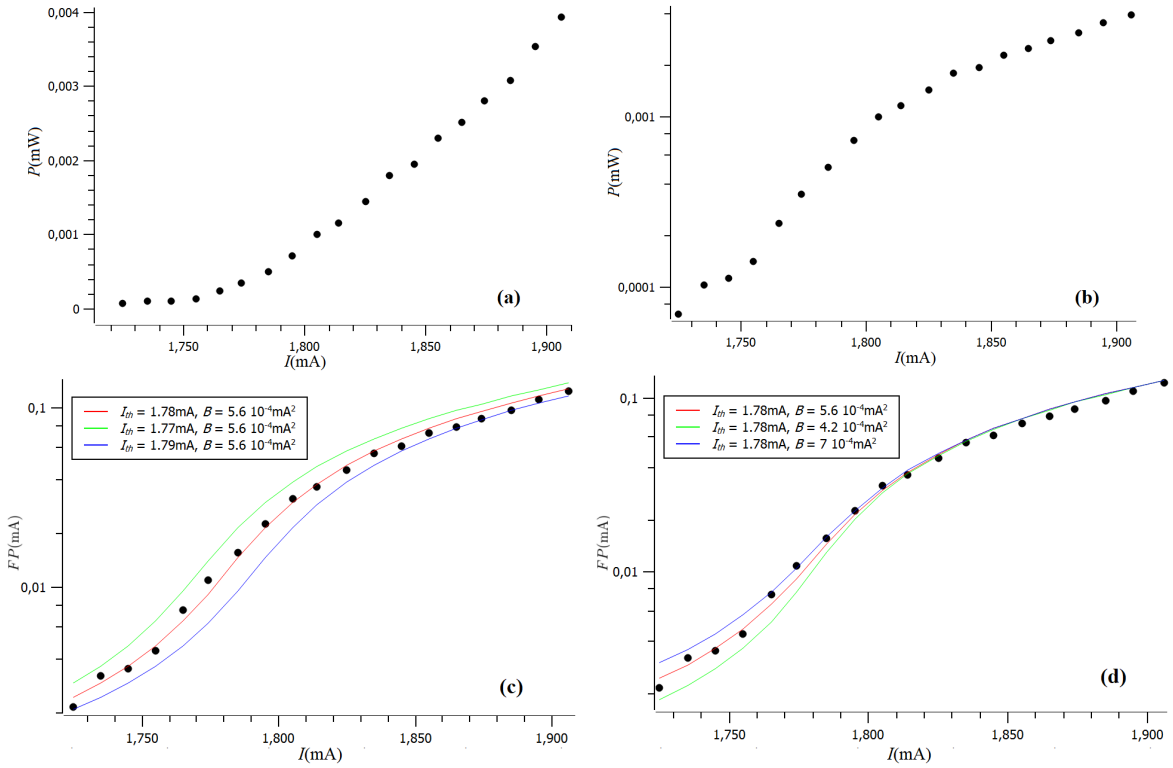

Figura 4.1: Curva L-I del VCSEL para $T = 25.01$°C en **(a)** escala lineal y **(b)** semi-logarítmica y ajuste realizado a la curva a partir de [27] para tres posibles valores de **(c)** I_{th} y **(d)** B.

Se ha realizado el ajuste aplicando $FP = \frac{1}{2}(I - I_{th} + \sqrt{(I - I_{th})^2 + B})$ [27], donde F se calcula a partir de la pendiente del ajuste lineal de las siete últimas corrientes que forman la región lineal por encima del umbral, siendo esta pendiente $1/F = (0.0319 \pm 0.0014)$mW/mA. Así, se ha obtenido $I_{th} = (1.78 \pm 0.01)$mA y $B = (5.6 \pm 1.4)$mA^2. El error de estas variables se ha estimado como la diferencia de sus valores entre los ajustes próximos realizados en la Figura 4.1(c),(d).

Por su parte, se observa en la Figura 4.1(a) que la potencia aumenta de forma lineal con la corriente una vez superada la corriente umbral, dominando en este régimen la emisión estimulada. En un principio, la potencia parece nula hasta que se alcanza el umbral. Es en escala semi-logarítmica (Figura 4.1(b)), donde se ve que, realmente, la potencia no es completamente

nula y, además, aumenta con la corriente. Se tiene que en este rango de intensidades domina la emisión espontánea.

4.2. Espectros ópticos

Se ha utilizado igualmente el BOSA para obtener los espectros ópticos en el VCSEL en dos corrientes de operación, una por debajo y otra por encima del umbral.

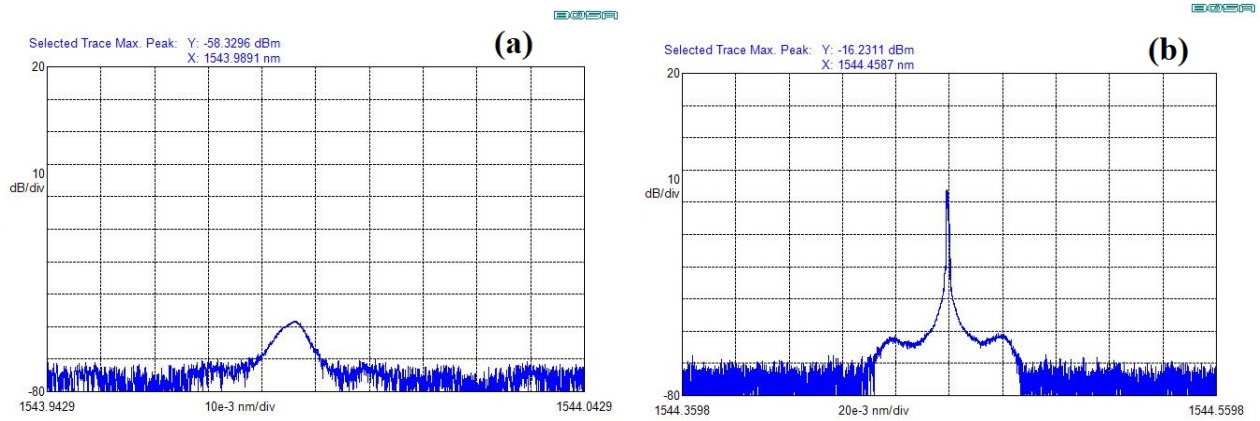

Figura 4.2: Espectros ópticos del VCSEL para una temperatura $T = 25.01°\text{C}$ y una corriente **(a)** $I = 1.740\text{mA}$ y **(b)** $I = 4.481\text{mA}$.

En ambos espectros de la Figura 4.2 se observa la existencia de un único pico correspondiente al único modo longitudinal del VCSEL que emite con potencia apreciable.

En el espectro de la izquierda, la corriente aplicada al VCSEL está por debajo del umbral. Como resultado, se observa un pico relativamente bajo dada la menor densidad de portadores y fotones en el interior del láser. Este pico es más ancho debido a que se trata de una señal con más ruido, dominada en este rango por la emisión espontánea.

En cambio, para el espectro de la derecha, se tiene una corriente significativamente por encima de la corriente umbral. El espectro muestra un pico central más pronunciado y más estrecho en comparación, debido a la mayor estabilidad y coherencia temporal proporcionada por la emisión estimulada. Al aumentar la corriente, se produce un mayor número de pares disponibles para la recombinación y la generación de fotones, y, por lo tanto, aumenta la potencia.

Se corrobora de esta manera la relación Schawlow-Townes que establece la relación inversamente proporcional entre el ancho de línea y la potencia emitida [28].

Por su parte, se ha producido un desplazamiento de la longitud de onda al aumentar la corriente (la longitud de onda en el máximo del pico se ha desplazado de 1543.9891nm a 1544.4587nm). Esto es debido a que el aumento de la corriente provoca un aumento de la temperatura del láser debido al efecto Joule. Ocurre que la corriente ha de atravesar los dos espejos DBR que tienen una cierta resistencia eléctrica, R. La potencia disipada en forma de calor es $P_{\text{heat}} = I^2R$ [29]. Esto hace que al aumentar I, aumente P_{heat} con el consecuente aumento de temperatura. A medida que la temperatura aumenta, el índice de refracción también aumenta (típico de materiales semiconductores), lo que provoca un desplazamiento de la longitud de onda de emisión hacia longitudes de onda más altas (corrimiento al rojo).

Finalmente, se pueden observar las oscilaciones de relajación mencionadas con anterioridad, siendo estas las causantes de los picos que sobresalen a los lados del pico dominante en la Figura 4.2(b).

4.3. Fase óptica

Las señales del láser estudiado, $S(t)$, y el láser sintonizable, $TL(t)$, pueden ser descritas de la siguiente manera:

$$S(t) = A_s e^{i(\omega_s t + \varphi(t))} \tag{4.1}$$

$$TL(t) = A_{TL} e^{i\omega_{TL} t} \tag{4.2}$$

Donde A_s y A_{TL} son las amplitudes y ω_s y ω_{TL} las frecuencias ópticas angulares de las señales del láser estudiado y el sintonizable, respectivamente. La fase que se quiere estudiar es justamente $\varphi(t)$.

Se ha de mencionar que el ruido en fase del sintonizable se ha despreciado frente a los láseres estudiados dado que el ancho del espectro óptico del sintonizable es 75kHz [21] frente a los GHz del VCSEL o del DML para las corrientes de estudio utilizadas.

Una vez interactúan en el híbrido, las señales resultantes en los fotodetectores 1 y 2 (PD1 y PD2) vienen dadas por las siguientes expresiones [23]:

$$PD_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} A_s A_{TL} \sin((\omega_s - \omega_{TL})t + \varphi(t)) \tag{4.3}$$

$$PD_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} A_s A_{TL} \cos((\omega_s - \omega_{TL})t + \varphi(t)) \tag{4.4}$$

Como se observa en la Figura 4.3 se obtienen, efectivamente, dos señales senoidal y cosenoidal para cada canal.

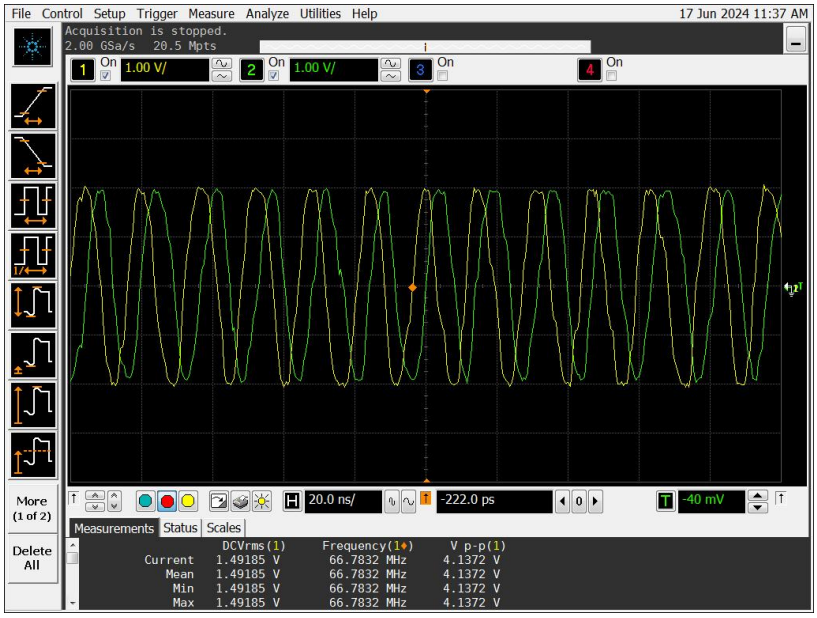

Figura 4.3: Señales de cada fotodetector registradas en el osciloscopio para I =4.481mA en el VCSEL.

Si ahora se define $\Delta\omega = \omega_s - \omega_{TL}$, la fase de estas señales, llamada a partir de ahora $\theta(t)$, y su derivada temporal vienen dadas por:

$$\theta(t) = \Delta\omega t + \varphi(t) \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \Delta\omega + \frac{d\varphi}{dt} \tag{4.5}$$

Si se realiza un promedio sobre realizaciones se tiene:

$$\frac{d\theta}{dt} = \Delta\omega + \frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow \langle\frac{d\theta}{dt}\rangle = \Delta\omega + \langle\frac{d\varphi}{dt}\rangle \tag{4.6}$$

Debido a que la derivada de la fase del láser, $\omega_s + \frac{d\varphi}{dt}$, promediada en las diferentes realizaciones debe ser igual a su frecuencia angular, ω_s, se tiene, de esta manera, $\langle\frac{d\varphi}{dt}\rangle = 0$ y, por tanto:

$$\langle\frac{d\theta}{dt}\rangle = \Delta\omega \tag{4.7}$$

Por su parte, dado que las propiedades estadísticas de $d\theta/dt$ no varían con el tiempo, el proceso es estacionario y realizar una media sobre realizaciones es equivalente a una media temporal:

$$\Delta\omega = \langle\frac{d\theta}{dt}\rangle = \overline{\frac{d\theta}{dt}} \tag{4.8}$$

Finalmente, a partir del $\Delta\omega$ calculado se puede obtener φ aplicando la siguiente expresión:

$$\varphi(t) = \theta(t) - \Delta\omega t \tag{4.9}$$

4.3.1. Algoritmo de obtención de la fase

En el Apéndice se dispone del algoritmo desarrollado en lenguaje Python para la obtención de la fase a partir de los archivos registrados en el osciloscopio. Se procede, por su parte, a describir su funcionamiento en términos generales.

En primer lugar, a partir de (4.3) y (4.4) se infiere que la fase de las señales viene dada por la arcotangente de las señales, $\theta(t) = \arctan\left(PD_2(t)/PD_1(t)\right)$.

Dado que la arcotangente está definida entre $-\pi/2$ y $\pi/2$, se debe considerar el número de veces que la trayectoria cruza el eje vertical del plano XY ($PD1 = 0$) para así obtener una fase continua definida en todo $\mathbb{R}$ [12].

De esta manera, definiendo n como el número total de cruces antihorarios hasta t y m el número total de cruces horarios hasta t, se tiene que la fase viene dada por [12]:

$$\theta(t) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{PD_2(t)}{PD_1(t)}\right) + (n-m)\pi - \pi/2 & \text{si } PD_1(0) > 0 \\ \arctan\left(\frac{PD_2(t)}{PD_1(t)}\right) + (n-m+1)\pi - \pi/2 & \text{si } PD_1(0) < 0 \end{cases} \tag{4.10}$$

Los términos $-\pi/2$ se añaden para definir la fase en $[-\pi, \pi)$.

Es necesario considerar igualmente la posibilidad de cruces diagonales. Estableciéndose que es igual de probable un aumento o disminución del ángulo, se va a sumar o restar π con probabilidad $1/2$ cada vez que se observa uno de estos cruces, considerándose, así, equiprobables un cruce horario o antihorario.

Por su parte, se ha de mencionar que los cruces diagonales entre cuadrantes son solo un porcentaje pequeño del total de cruces. Además, se tiene que estos disminuyen a medida que aumenta la corriente, como se puede observar en la Figura 4.4.

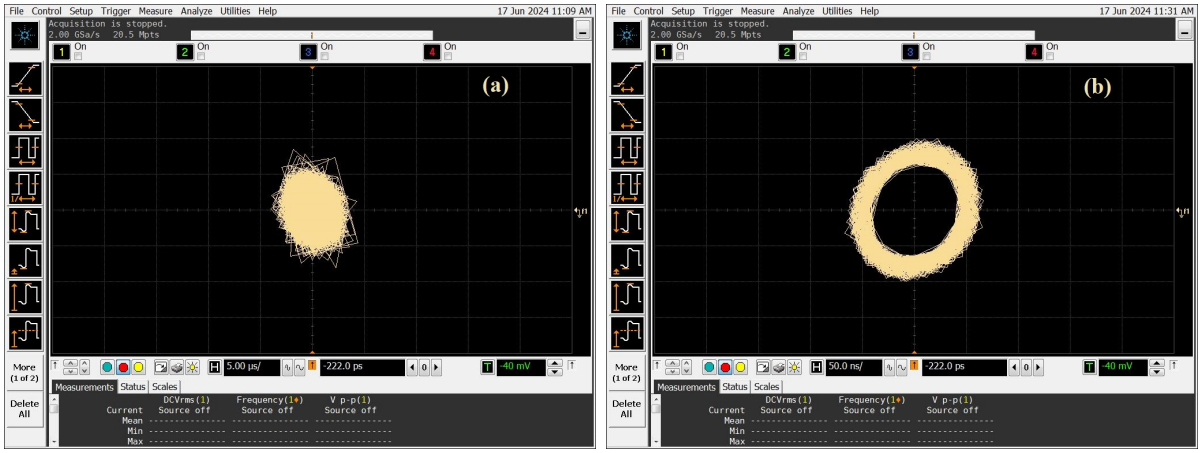

Figura 4.4: Señales del osciloscopio representadas en el plano XY para dos corrientes **(a)** $I = 1.740$mA y **(b)** $I = 4.481$mA, por debajo y por encima del umbral, respectivamente.

La representación de las señales registradas en el plano XY permite visualizar la coherencia y la fase del láser.

Para $I = 1.740$mA (Figura 4.4(a)) se observa una mancha irregular dado que el láser está operando por debajo del umbral y la fase está dominada por el ruido en fase. Por su parte, al aumentar en gran medida la corriente (Figura 4.4(b)) el anillo es mucho más regular y circular debido a que al estar el láser operando en condiciones óptimas emite luz con una fase y coherencia más estables.

Se observa, de esta manera, que para corrientes menores a la umbral, la emisión espontánea domina y las fluctuaciones de fase son más significativas y para corrientes superiores a la umbral, la emisión estimulada domina, disminuyéndose las fluctuaciones de fase.

El algoritmo se desarrolla a partir de la división de los datos en ventanas temporales, realizándose los cálculos para cada una de ellas por separado. De esta manera, para cada realización, es decir, para cada ventana temporal, se obtiene una trayectoria definida en un tiempo $t \in [0, T_w]$, donde T_w es el tiempo finito establecido para cada ventana. Así, para cada ventana se calcula $\Delta\omega$ usando (4.8), es decir, mediante el promedio temporal de $d\theta/dt$ sobre todos los puntos de cada ventana, ip:

$$\Delta\omega = \frac{1}{ip-1}\sum_{j=2}^{ip}\frac{\theta_j - \theta_{j-1}}{\Delta t} \tag{4.11}$$

Así, finalmente, se puede obtener $\varphi(t)$ de cada realización como:

$$\varphi_j = \theta_j - \Delta\omega \cdot (j \cdot \Delta t) \tag{4.12}$$

Se tiene que la condición inicial de cada ventana corresponde con la final de la ventana anterior pero trasladada al intervalo $[-\pi, \pi)$.

Las derivadas temporales se calculan igualmente para cada realización. Se obtienen finalmente las propiedades estadísticas de φ a partir del valor medio de todas las realizaciones.

En el osciloscopio se toman 20 millones de datos, y estos se dividen en 10000 ventanas de 1μs cada una. Se ha considerado un $\Delta t = 500 \cdot 10^{-12}$s, estableciéndose 2000 puntos en cada realización.

4.3.2. Resultados

Cuando el láser está por debajo del umbral se encuentra precisamente en el régimen en el cual ocurre la mayor parte de la aleatoriedad de fase, dominando el ruido. Es por ello por lo que el estudio se va a realizar para corrientes por debajo del umbral. En primer lugar, se ha estudiado el VCSEL para una corriente $I = 1.740\text{mA}$.

Estableciéndose una longitud de onda del sintonizable menor que la de emisión del VCSEL ($\omega_{TL} > \omega_s$), en la Figura 4.5 se puede observar como la fase $\theta(t)$ disminuye linealmente con el tiempo ($\Delta\omega < 0$) y presenta diversas fluctuaciones fruto del ruido en fase, $\varphi(t)$.

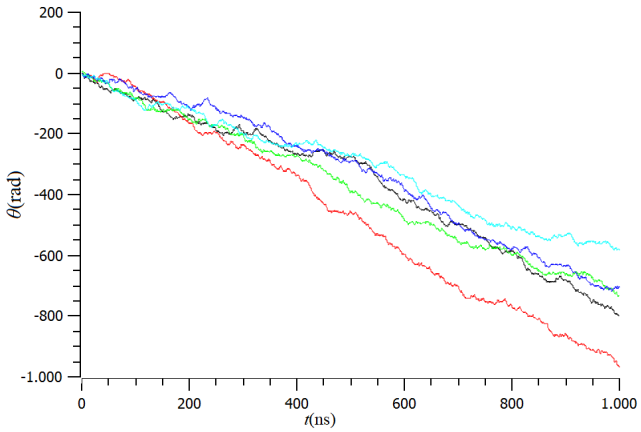

Figura 4.5: $\theta(t)$ con respecto al tiempo para 5 trayectorias diferentes en el VCSEL.

Por su parte, el carácter estacionario de la derivada temporal de θ puede corroborarse a partir de la evolución temporal de $d\theta/dt$ equivalente para estas mismas 5 trayectorias. Se observa, así, en la Figura 4.6 como, por tanto, la evolución de $d\theta/dt$ es la misma independientemente del tiempo.

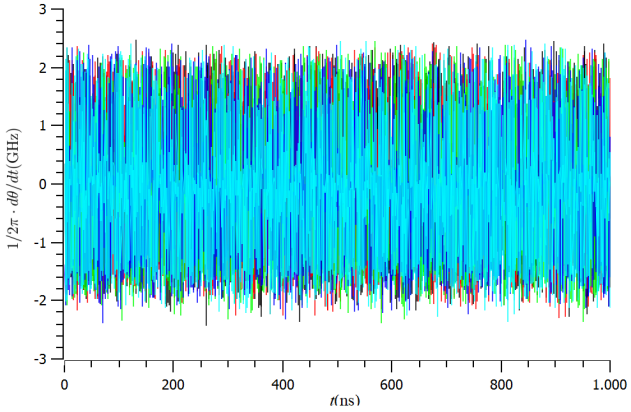

Figura 4.6: $1/2\pi \cdot d\theta/dt$ con respecto al tiempo para las 5 trayectorias anteriores en el VCSEL.

Ocurre que tanto ω_s como ω_{TL} fluctúan con el tiempo debido a fluctuaciones de la temperatura interna del láser que varían el índice de refracción y, por tanto, varían las frecuencias de resonancia en la cavidad. Además, fruto de diversas fluctuaciones propias de dispositivos electrónicos, como puede ser de fluctuaciones de intensidades, se cuenta con el llamado ruido $1/f$, que genera igualmente fluctuaciones en la fase. Así, se tiene, para un intervalo de 1000μs, es decir, para 1000 realizaciones, $1/2\pi \cdot \overline{\Delta\omega} = -113\text{MHz}$ con desviación estándar $\sigma_{\Delta\omega} = 20\text{MHz}$. Tratándose así de una fluctuación de un 18 % observable en la Figura 4.7.

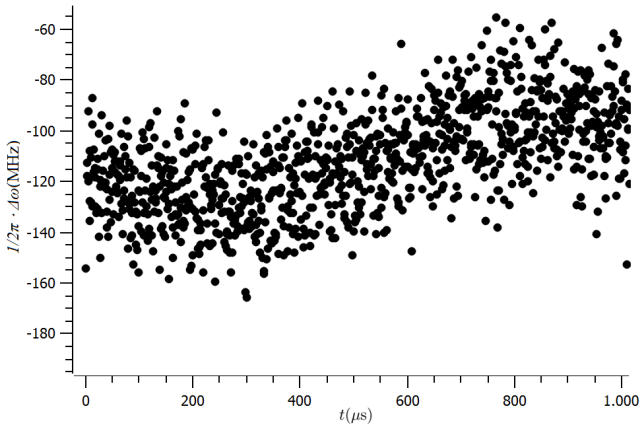

Figura 4.7: $1/2\pi \cdot \Delta\omega$ con respecto al tiempo para 1000 trayectorias diferentes en el VCSEL.

De esta manera, conociendo que las fluctuaciones son significativas en intervalos del orden de los milisegundos [1], se han tomado ventanas de 1μs, para poder considerar $\Delta\omega$ aproximadamente constante en este intervalo y, por tanto, para cada trayectoria.

Por su parte, sabiendo que $\langle d\varphi/dt\rangle = 0$ y que las características de $d\varphi/dt$ no varían con el tiempo, por tratarse de un proceso estacionario, se debe obtener:

$$\langle \frac{d\varphi}{dt} \rangle = \overline{\frac{d\varphi}{dt}} = 0 = \frac{1}{T_w}\int_0^{T_w} \frac{d\varphi}{dt} dt \Rightarrow \varphi(T_w) = \int_0^{T_w} \frac{d\varphi}{dt} dt = 0 \tag{4.13}$$

Así mediante este estudio se obtiene finalmente el ruido en fase $\varphi(t)$:

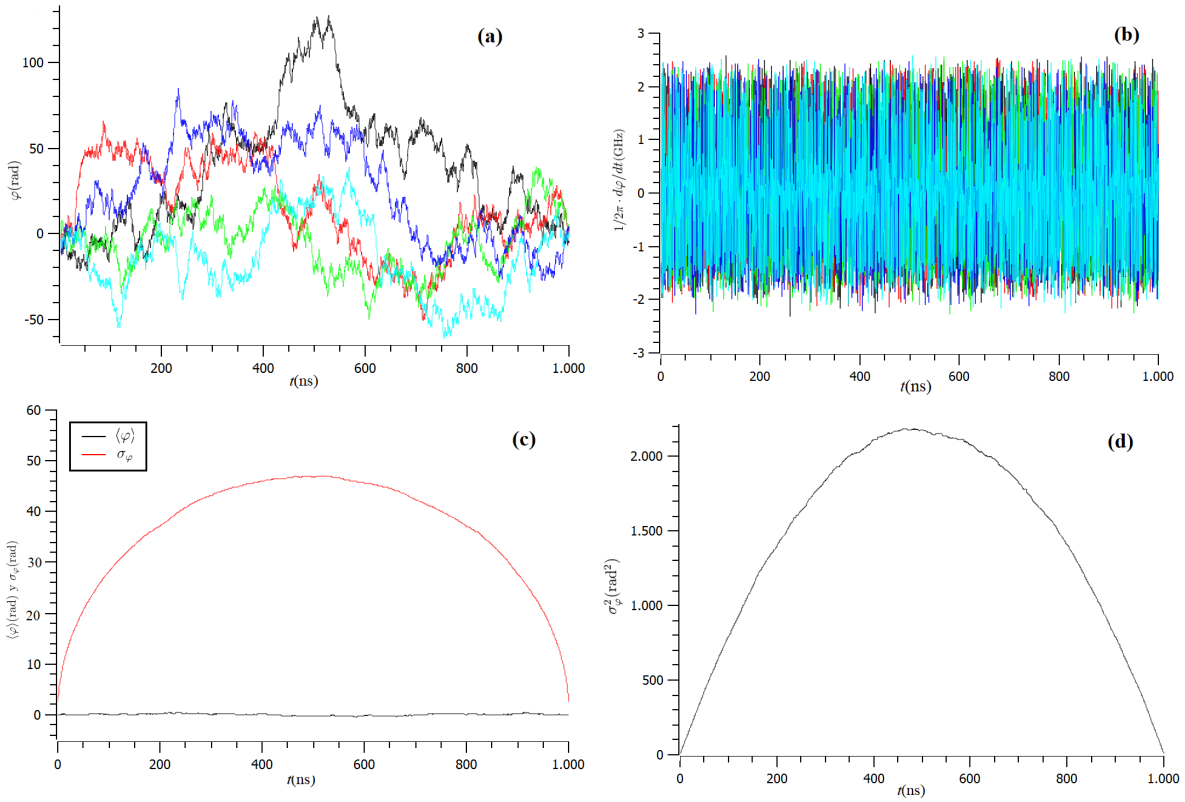

Figura 4.8: **(a)** $\varphi(t)$ y **(b)** $1/2\pi \cdot d\varphi/dt$ para las 5 trayectorias anteriores y **(c)** la desviación estándar $\sigma_\varphi(t)$ y el promedio $\langle\varphi(t)\rangle$ junto con **(d)** la varianza $\sigma^2_\varphi(t)$ para el VCSEL.

En la Figura 4.8 se puede observar, por un lado, la alta variación de la fase a lo largo

de la ventana dada su varianza y la visible apertura de las trayectorias. Se tiene que en los extremos de la ventana $\varphi(t) = 0$, como se ha demostrado en (4.13). Por su parte, se observa una derivada temporal que fluctúa alrededor de cero con una autocorrelación aparentemente nula para tiempos distintos. Igualmente, se observa un promedio de φ cero; y una evolución temporal de su derivada independiente del tiempo, teniéndose así, el carácter estacionario esperado.

El término de ruido en fase se trata, realmente, del producto de la función de Langevin F_ϕ y un término proporcional a la raíz cuadrada del coeficiente de difusión de la fase, D_ϕ. Este coeficiente es [8]:

$$D_\phi = \begin{cases} \frac{\beta B \bar{N}^2}{4\bar{P}} & \text{si } I < I_{th} \\ \frac{\beta B N_{th}^2}{4\bar{P}}(1+\alpha^2) & \text{si } I > I_{th} \end{cases} \tag{4.14}$$

De esta forma, el coeficiente de difusión determina la intensidad de la fuerza aleatoria actuando sobre la fase, F_ϕ, en función de las condiciones de operación. Las ecuaciones (2.1)-(2.3) son una aproximación de las ecuaciones derivadas de primeros principios [8]:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{e} - (AN + BN^2 + CN^3) - \frac{G_N(N - N_t)P}{1 + \epsilon P} \tag{4.15}$$

$$\frac{dP}{dt} = \left(\frac{G_N(N - N_t)}{1 + \epsilon P} - \frac{1}{\tau_p}\right) P + \beta B N^2 + \sqrt{2\beta B \bar{P}}\bar{N} F_p(t) \tag{4.16}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\alpha}{2}\left(G_N(N - N_t) - \frac{1}{\tau_p}\right) + \sqrt{\frac{\beta B}{2\bar{P}}}\bar{N} F_\phi(t) \tag{4.17}$$

Las ecuaciones (4.15)-(4.17) se han derivado para el caso en el que la corriente inyectada es constante. Cuando la corriente es una función del tiempo, como en el caso del *gain switching*, no se han derivado las ecuaciones correspondientes y, por tanto, se usan (2.1)-(2.3) como una aproximación a la dinámica del láser. Esta aproximación se ha demostrado válida para describir las propiedades estadísticas del número de fotones (por encima y debajo del umbral) y de la fase cuando la corriente es mayor que la umbral [7]. Sin embargo, cuando la corriente es menor que la umbral la estadística de la fase descrita por (2.1)-(2.3) es una estadística de Cauchy, mientras que la descrita por (4.15)-(4.17) es una estadistica Gaussiana [11],[12]. Esto se debe a que el campo eléctrico lleva a cabo un movimiento Browniano bidimensional en su plano (parte real, parte imaginaria) mientras que (4.17) es la ecuación del movimiento Browniano unidimensional de la fase. Así, en (4.17) es $\sqrt{2D_\phi}$ la constante que multiplica a F_ϕ y da lugar a este movimiento Browniano unidimensional, caracterizado por una estadística Gaussiana con una varianza que crece linealmente con el tiempo. De esta manera, la pendiente de esta variación lineal es $2D_\phi$ [30].

Asimismo, los coeficientes de difusión permiten calcular las fluctuaciones cuadráticas medias dada su siguiente relación con la varianza:

$$\sigma_\varphi^2 = \langle \varphi^2 \rangle - \langle \varphi \rangle^2 = 2D_\varphi t \tag{4.18}$$

Debido a que σ_φ^2 es equivalente a σ_ϕ^2 (ver (2.4)), ocurre que D_φ es equivalente a D_ϕ.

Por su parte, $\varphi(t)$ viene altamente determinada por los extremos de la ventana elegida, dado que se debe cumplir siempre $\varphi(T_w) = 0$. Y, por tanto, existe también esta dependencia para la varianza, como ya se observa en la Figura 4.8. De esta manera, los resultados son realmente fiables solamente para $t \ll T_w$, donde el tiempo finito establecido para cada ventana T_w no

afecta al estudio. Así, el cálculo del coeficiente de difusión se realiza para $t \in [0, 20]$ns, donde la varianza toma valores parecidos para diferentes T_w, como se observa en la Figura 4.9(b).

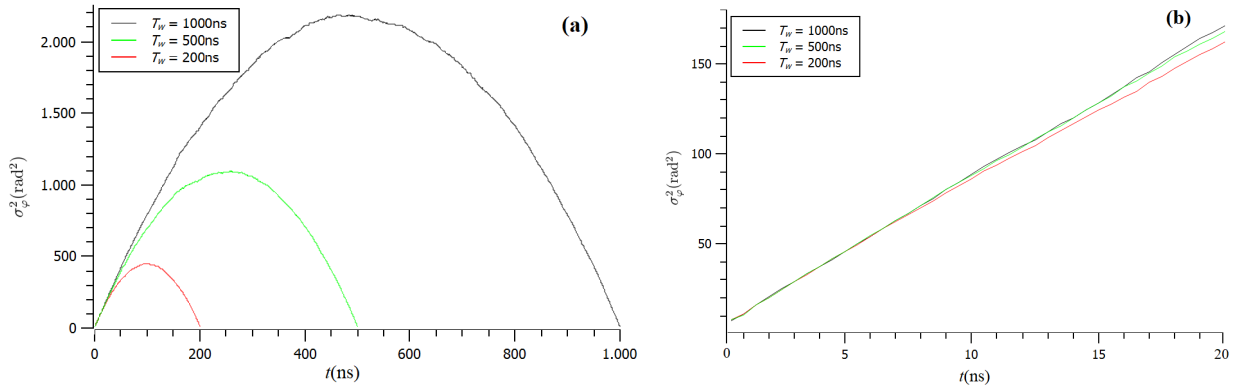

Figura 4.9: $\sigma^2_\varphi(t)$ con respecto al tiempo para tres intervalos temporales de ventana establecidos $T_w = 200, 500, 1000$ns para **(a)** $t \in [0, 1000]$ns y **(b)** $t \in [0, 20]$ns.

A partir de (4.18) se obtienen $D_{\varphi,1000} = (4.20 \pm 0.02)$rad^2/ns, $D_{\varphi,500} = (4.14 \pm 0.02)$rad^2/ns y $D_{\varphi,200} = (4.00 \pm 0.02)$rad^2/ns, donde los errores son los obtenidos a partir del ajuste lineal. Asimismo, la necesidad de dividir los datos en ventanas temporales de tiempo finito, impuesta por las fluctuaciones de $\Delta\omega$, limita el estudio a los 20 nanosegundos iniciales de la evolución de la fase, pero se observa como los resultados obtenidos para estos tiempos son fiables dada su independencia con el intervalo temporal establecido a la ventana.

Finalmente, se ha corroborado que φ es un ruido Gaussiano a partir de tres diferentes ajustes Gaussianos realizados a la función distribución de probabilidad de φ para diferentes tiempos:

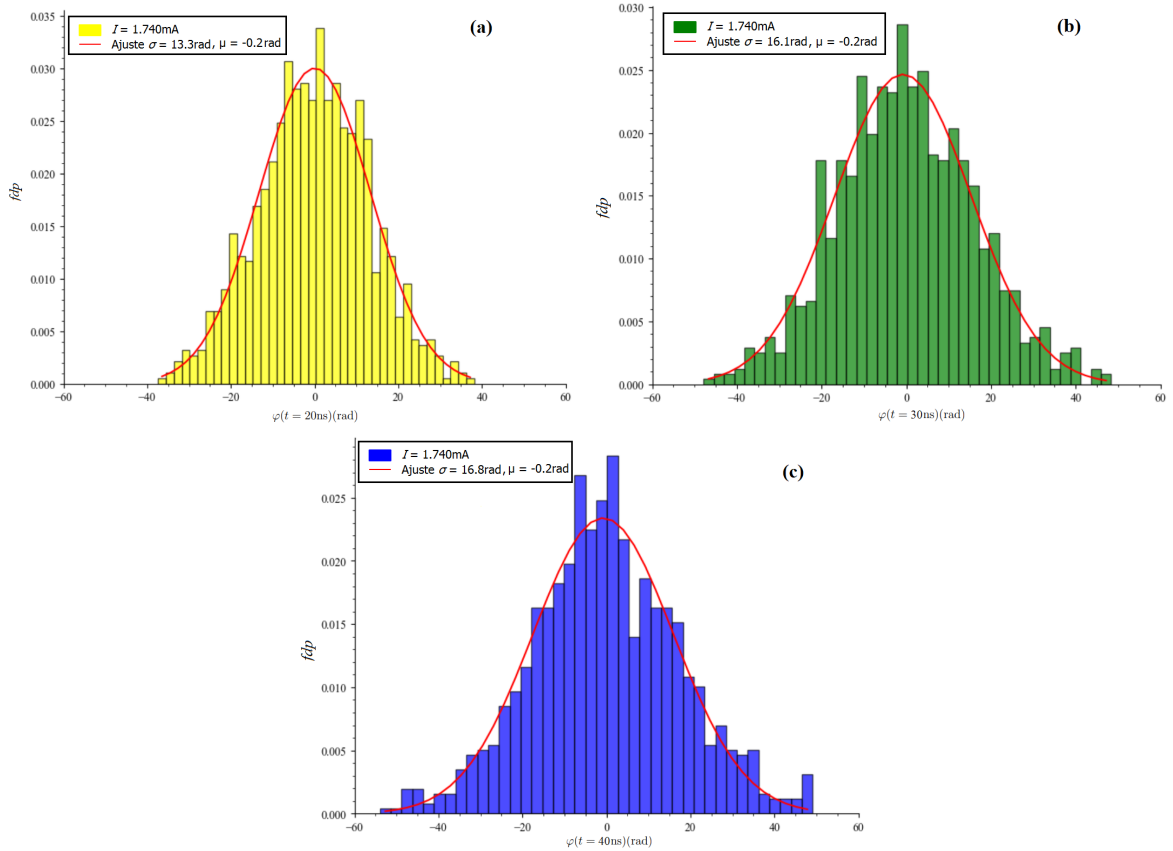

Figura 4.10: Distribuciones de probabilidad de $\varphi(t_0)$ en el VCSEL para **(a)** $t_0 = 20$ns, **(b)** $t_0 = 30$ns y **(c)** $t_0 = 40$ns, junto con el ajuste Gaussiano correspondiente.

En la evolución de la distribución de probabilidad para $\varphi(20\text{ns})$ (Figura 4.10(a)), $\varphi(30\text{ns})$ (Figura 4.10(b)) y $\varphi(40\text{ns})$ (Figura 4.10(c)), se observa un ensanchamiento de la Gaussiana al aumentar el tiempo, observándose, efectivamente, el aumento de la varianza con el tiempo.

Añadido a estos ajustes, se ha realizado el cálculo del coeficiente de curtosis, que permite discernir la forma de una distribución de probabilidad, como última verificación del carácter Gaussiano. Este viene dado por [31]:

$$g = \frac{\langle(\phi - \langle\phi\rangle)^4\rangle}{(\langle\phi^2\rangle - \langle\phi\rangle^2)^2} - 3 \tag{4.19}$$

Cuando el coeficiente de curtosis es igual a cero, se tiene que la distribución es Gaussiana. Así, se han obtenido $g = -0.2, -0.06$ y 0.09, para $\varphi(20\text{ns})$, $\varphi(30\text{ns})$ y $\varphi(40\text{ns})$, respectivamente.

Por consiguiente, el ruido en fase obtenido se trata efectivamente de un ruido Gaussiano cuya derivada temporal es independiente estadísticamente del tiempo y cuya varianza crece linealmente con el tiempo. Estas características indican que la evolución estadística del ruido en la fase es similar a la del movimiento Browniano unidimensional.

Capítulo 5

Estudio de la fase óptica de la luz emitida por un DML

5.1. Curva Luz-Intensidad

De manera análoga al estudio de la curva L-I del VCSEL (sección 4.1), se ha realizado el ajuste para la curva L-I del DML, obteniéndose una corriente umbral $I_{th} = (14.14 \pm 0.01)$mA, cuyo error se ha obtenido mediante un procedimiento equivalente al del VCSEL.

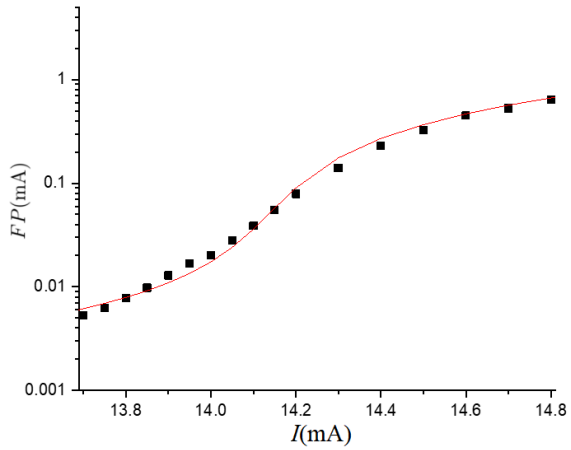

Figura 5.1: Curva L-I del DML para $T = 25°$C ajustada para una corriente umbral $I_{th} = (14.14 \pm 0.01)$mA.

5.2. Análisis del cambio de $\Delta\omega$ con λ_{TL}

En el experimento existe una complejidad añadida al estudiarse la interferencia entre dos láseres. Para obtener señales significativas es necesario maximizar la interferencia, teniendo que realizar un ajuste constante de la longitud de onda del láser sintonizable dada la variación en la longitud de onda del DML al cambiar la corriente. De esta forma, el estudio para diferentes corrientes se ha realizado estableciéndose diferentes λ_{TL}.

La variación en las longitudes de onda da lugar a dos escenarios posibles del signo de $\Delta\omega$, al estar este determinado en función de ω_s y ω_{TL}, es decir, de λ_s y λ_{TL}. Así, una manera de corroborar una correcta obtención de los datos es observar los espectros ópticos en el BOSA para la misma corriente inducida en el DML y dos longitudes de onda del sintonizable, y estudiar si el signo del $\Delta\omega$ obtenido es el congruente con lo observado.

En la Figura 5.2 el pico con menor anchura es el correspondiente al sintonizable. De esta manera, la diferencia de anchuras es una demostración de que el ruido en fase del láser sintonizable es despreciable para este rango de corrientes inducidas frente al ruido en fase del DML, pues el ancho del espectro óptico es directamente proporcional al coeficiente de difusión de la fase [7]. Así, para $\lambda_{TL} < \lambda_s$ (Figura 5.2(a)) se tiene $\omega_{TL} > \omega_s$ y, por tanto, se debe obtener

$\Delta\omega < 0$. En cambio, para $\lambda_{TL} > \lambda_s$ (Figura 5.2(b)) se tiene $\omega_{TL} < \omega_s$ y, por tanto, $\Delta\omega > 0$.

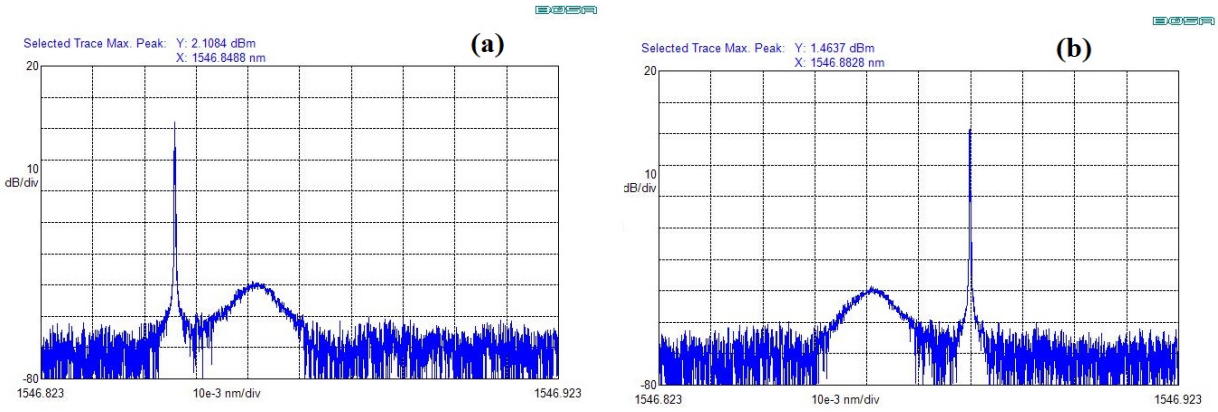

Figura 5.2: Espectros ópticos del DML y el TL, para una temperatura $T = 25°\text{C}$ y una intensidad $I = 14.05\text{mA}$ en el DML y una longitud de onda del TL de **(a)** $\lambda_{TL} = 1546.855\text{nm}$ y **(b)** $\lambda_{TL} = 1546.890\text{nm}$.

Mediante el algoritmo anteriormente explicado (sección 4.3.1), para estas condiciones de estudio, se obtiene el comportamiento esperado. Para $\lambda_{TL} = 1546.855\text{nm}$, $1/2\pi \cdot \overline{\Delta\omega} = -150\text{MHz}$ con desviación estándar $\sigma_{\Delta\omega} = 14\text{MHz}$; y para $\lambda_{TL} = 1546.890\text{nm}$, $1/2\pi \cdot \overline{\Delta\omega} = 86\text{MHz}$ con desviación estándar $\sigma_{\Delta\omega} = 14\text{MHz}$. Así, la pendiente de θ es negativa y positiva para $\lambda_{TL} = 1546.855\text{nm}$ (Figura 5.3(a)) y $\lambda_{TL} = 1546.890\text{nm}$ (Figura 5.3(b)), respectivamente.

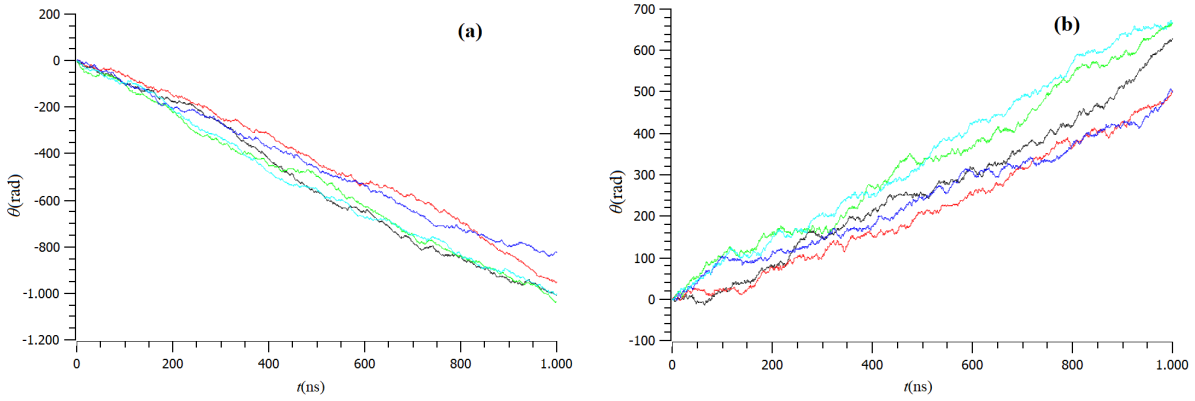

Figura 5.3: $\theta(t)$ con respecto al tiempo para 5 trayectorias diferentes en el DML para $I = 14.05\text{mA}$ y longitudes de onda en el TL **(a)** $\lambda_{TL} = 1546.855\text{nm}$ y **(b)** $\lambda_{TL} = 1546.890\text{nm}$.

5.3. Fase óptica

Se ha realizado el estudio para dos corrientes $I_1 = 14.025\text{mA}$ y $I_2 = 14.150\text{mA}$, por debajo y por encima del umbral, respectivamente, con el objetivo de comparar el ruido en fase y su difusión según la corriente inducida.

Debido a lo explicado con anterioridad, para $I_1 = 14.025\text{mA}$ (Figura 5.4(a)) dada la pendiente de $\theta(t)$ positiva ($\Delta\omega > 0$), se tuvo consecuentemente $\lambda_{TL} > \lambda_s$ y para $I_2 = 14.150\text{mA}$ (Figura 5.4(b)) dada la pendiente de $\theta(t)$ negativa ($\Delta\omega < 0$), $\lambda_{TL} < \lambda_s$. Teniéndose, así, los dos escenarios posibles de estudio cuyo análisis es análogo.

En primer lugar, para la corriente por debajo del umbral (Figura 5.4(a)) la apertura de las trayectorias al inicio de la ventana es mayor a la apertura de las trayectorias para la corriente por

encima del umbral (Figura 5.4(b)). Se observa igualmente como las trayectorias en $t = 1000$ns se alejan 100 radianes más para la corriente menor.

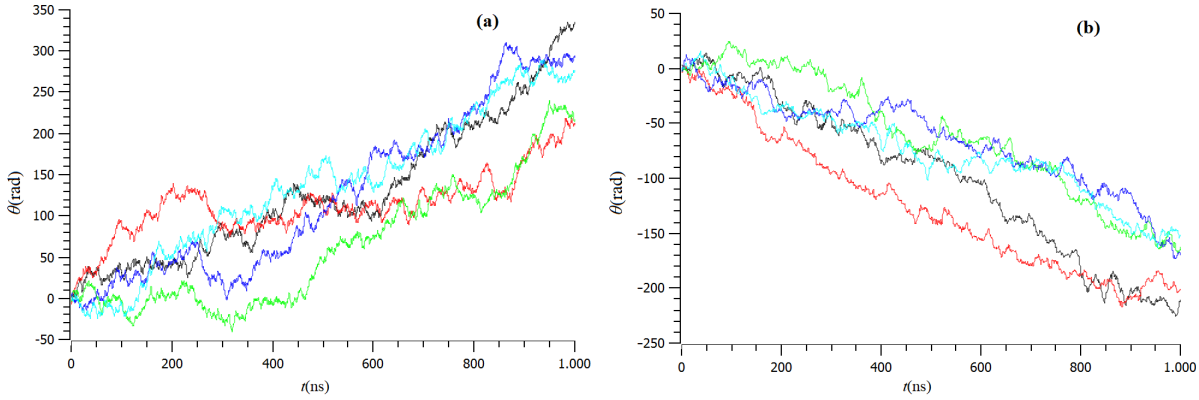

Figura 5.4: $\theta(t)$ con respecto al tiempo para 5 trayectorias diferentes en el DML para **(a)** $I_1 = 14.025$mA y **(b)** $I_2 = 14.150$mA.

Por su parte, se tiene de nuevo un carácter estacionario de las derivadas temporales de θ en la Figura 5.5, dada su evolución independiente del tiempo.

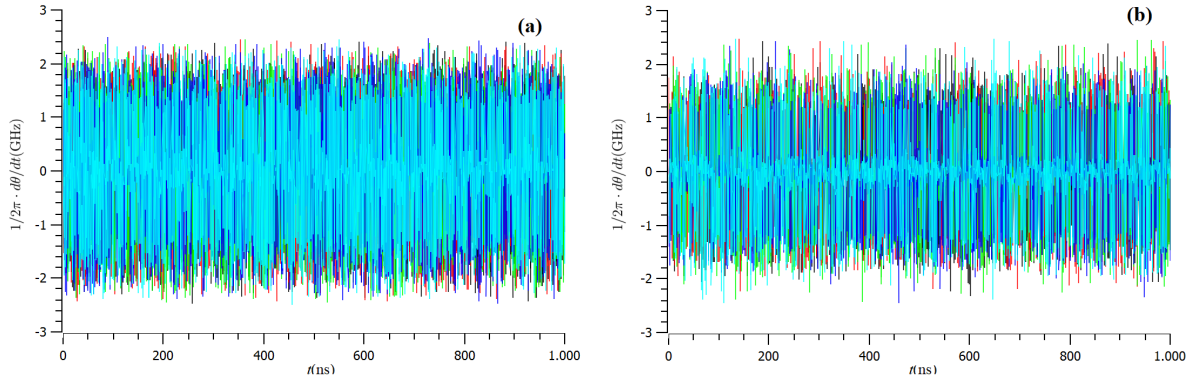

Figura 5.5: $1/2\pi \cdot d\theta/dt$ con respecto al tiempo para las 5 trayectorias anteriores en el DML para **(a)** $I_1 = 14.025$mA y **(b)** $I_2 = 14.150$mA.

En la Figura 5.6 se representan los valores de $1/2\pi \cdot \Delta\omega$ para ambas intensidades de estudio.

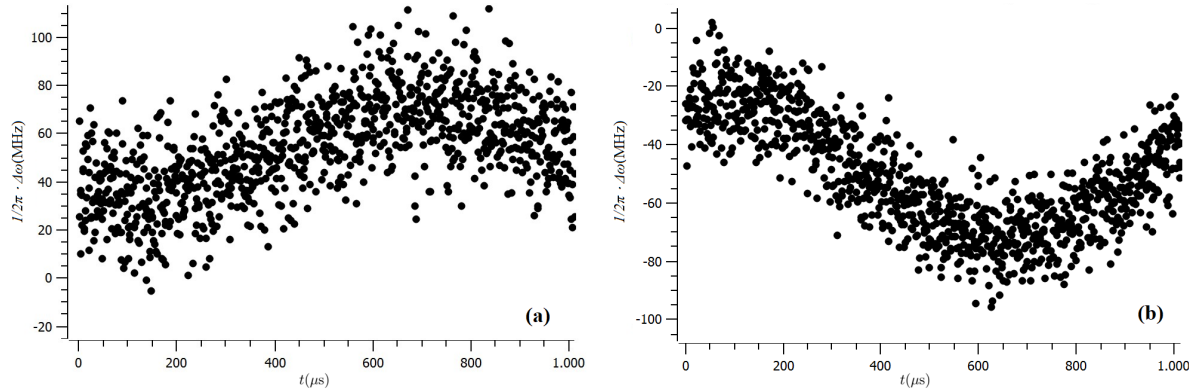

Figura 5.6: $1/2\pi \cdot \Delta\omega$ con respecto al tiempo para 1000 trayectorias diferentes en el DML para **(a)** $I_1 = 14.025$mA y **(b)** $I_2 = 14.150$mA.

Ahora, se obtiene para un intervalo de 1000μs, $1/2\pi \cdot \overline{\Delta\omega} = 51$MHz con desviación estándar $\sigma_{\Delta\omega} = 20$MHz para I_1 (Figura 5.6(a)) y $1/2\pi \cdot \overline{\Delta\omega} = -51$MHz con desviación estándar $\sigma_{\Delta\omega} = 19$MHz para I_2 (Figura 5.6(b)). Se ha de mencionar que se observan oscilaciones en $\Delta\omega$ a medida que aumenta el tiempo, cuyo origen aún no somos capaces de interpretar.

Dado que el estudio del ruido en fase es fiable para tiempos $t \ll T_w$, se compara $\varphi(t)$ tanto para $t \in [0, 1000]$ns (Figura 5.7(a),(b)) como para $t \in [0, 20]$ns (Figura 5.7(c),(d)).

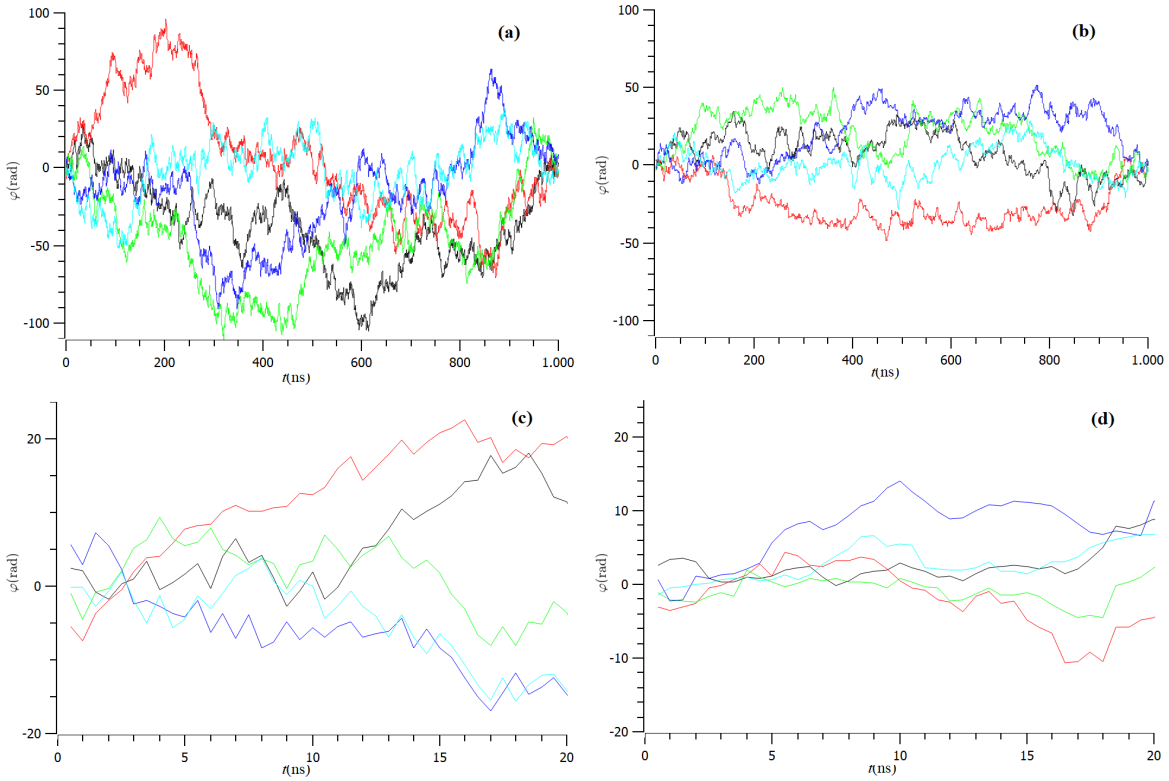

Figura 5.7: $\varphi(t)$ para las 5 trayectorias anteriores en el DML, para $t \in [0, 1000]$ns y **(a)** $I_1 = 14.025$mA y **(b)** $I_2 = 14.150$mA; y para $t \in [0, 20]$ns y **(c)** $I_1 = 14.025$mA y **(d)** $I_2 = 14.150$mA.

Las fluctuaciones y la difusión de la fase son mayores para la intensidad menor debido a que la emisión espontánea domina en el régimen de corrientes menores, por debajo del umbral, y la difusión es mayor cuánto más domina el ruido, es decir, más domina la emisión espontánea.

Asimismo, las derivadas temporales de φ calculadas (Figura 5.8) tienen una evolución temporal equivalente independientemente del tiempo.

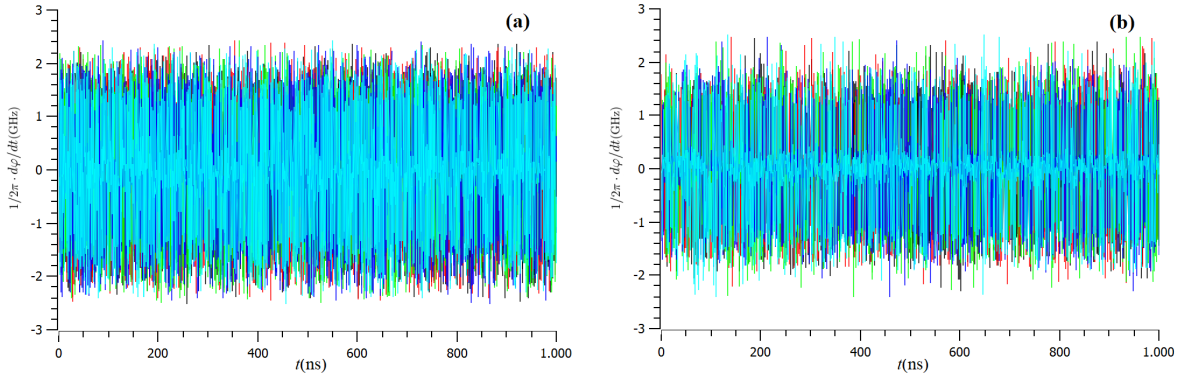

Figura 5.8: $1/2\pi \cdot d\varphi/dt$ con respecto al tiempo para las 5 trayectorias anteriores en el DML para **(a)** $I_1 = 14.025$mA y **(b)** $I_2 = 14.150$mA.

Por otro lado, se han calculado la desviación estándar σ_φ y el promedio de φ, $\langle\varphi\rangle$, para ambas intensidades, por debajo del umbral (Figura 5.9(a)) y por encima del umbral (Figura 5.9(b)).

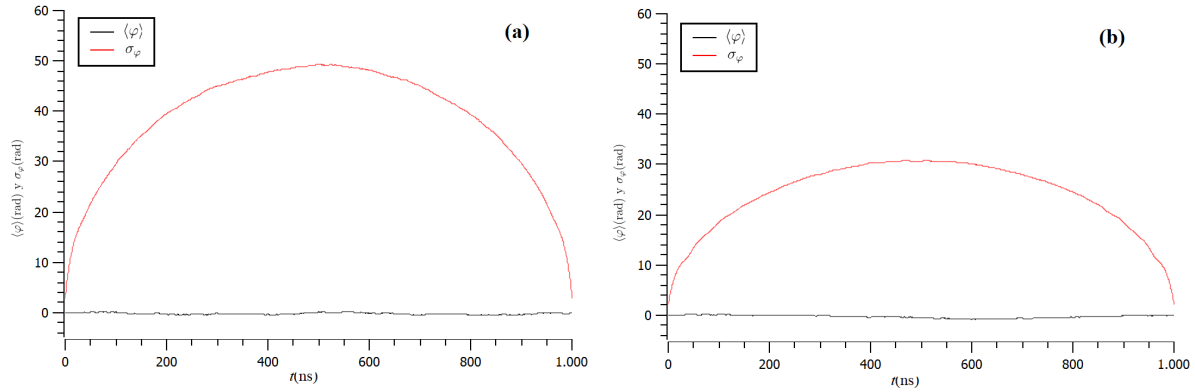

Figura 5.9: $\sigma_\varphi(t)$ y $\langle\varphi(t)\rangle$ con respecto al tiempo en el DML para **(a)** $I_1 = 14.025$mA y **(b)** $I_2 = 14.150$mA.

Así, se obtiene, de manera equivalente a lo obtenido en el VCSEL, un promedio cero del ruido en fase. Adicionalmente, la desviación estándar es mayor para la corriente menor.

Por su parte, se ha obtenido la varianza para ambas intensidades (Figura 5.10(a)), pudiendo calcular a partir de (4.18) los coeficientes de difusión mediante el ajuste lineal para las varianzas en $t \in [0, 20]$ns (Figura 5.10(b)).

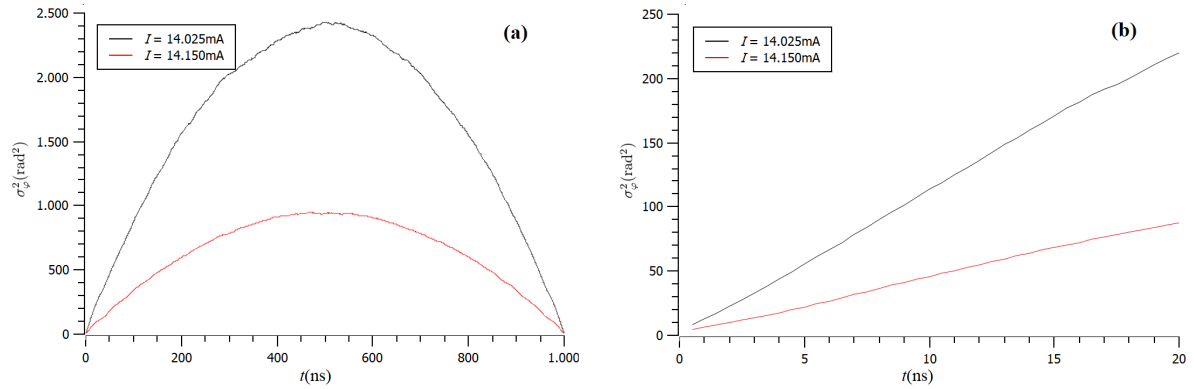

Figura 5.10: $\sigma^2_\varphi(t)$ con respecto al tiempo en el DML para **(a)** $t \in [0, 1000]$ns y **(b)** $t \in [0, 20]$ns, para las dos corrientes de estudio.

Se han obtenido $D_{\varphi,1} = (5.60 \pm 0.05)\text{rad}^2/\text{ns}$, $D_{\varphi,2} = (2.21 \pm 0.02)\text{rad}^2/\text{ns}$. De esta manera, el coeficiente de difusión es mayor cuanto menor es la intensidad inducida, siendo en el régimen por debajo del umbral donde se alcanzan mayores coeficientes de difusión de la fase.

Finalmente, se ha corroborado, de nuevo, una distribución Gaussiana de φ, que evoluciona con el tiempo aumentando su varianza, mediante el estudio de las distribuciones de probabilidad de $\varphi(20\text{ns})$ (Figura 5.11(a)), $\varphi(30\text{ns})$ (Figura 5.11(b)) y $\varphi(40\text{ns})$ (Figura 5.11(c)).

El aumento de la varianza con el tiempo se refleja claramente en la anchura creciente de las distribuciones observadas para cada tiempo en cada histograma. Este aumento en la varianza sugiere que las fluctuaciones de fase del láser semiconductor se vuelven más amplias y menos predecibles con el paso del tiempo, debido a la acumulación de ruido en fase.

Igualmente, se observa, de nuevo, que para la corriente menor, la varianza es mayor dado el predominio de la emisión espontánea en condiciones de baja intensidad.

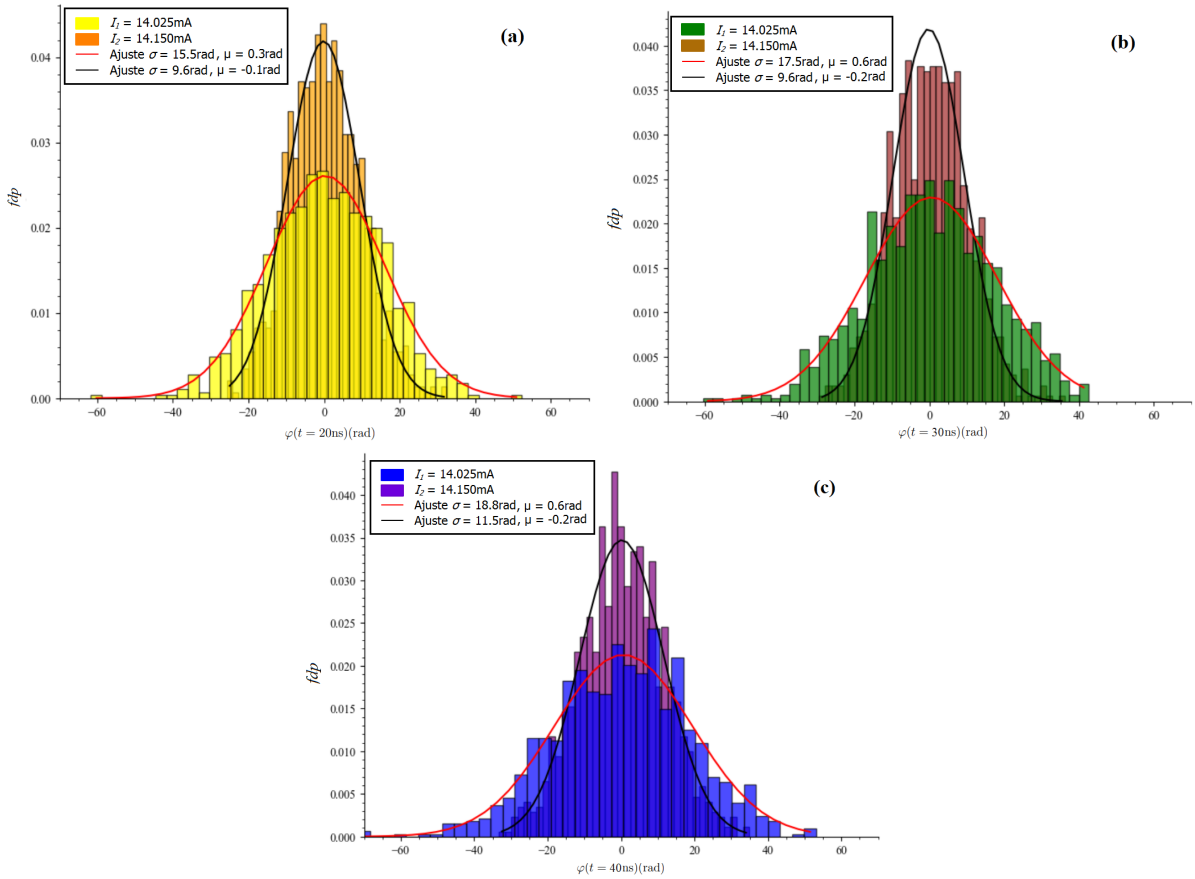

Figura 5.11: Distribuciones de probabilidad de $\varphi(t_0)$ en el DML para **(a)** $t_0 = 20$ns, **(b)** $t_0 = 30$ns y **(c)** $t_0 = 40$ns para ambas intensidades, junto con el ajuste Gaussiano correspondiente.

De manera adicional, se corrobora que se trata de una distribución Gaussiana mediante el cálculo de los coeficientes de curtosis descritos en (4.19). Para I_1, $g = -0.02, -0.14$ y 0.29 y para I_2, $g = -0.03, 0.03$ y -0.11, ambos para $\varphi(20\text{ns})$, $\varphi(30\text{ns})$ y $\varphi(40\text{ns})$, respectivamente.

Así, el ruido en fase φ es un ruido Gaussiano cuya varianza aumenta con la disminución de la intensidad inducida en el láser. De esta manera, se tiene que para lograr una aleatoriedad de fase más eficiente, objetivo de la criptografía cuántica, se debe inducir una corriente más baja, donde el dominio de la emisión espontánea es mayor.

Capítulo 6

Discusión y Conclusiones

En este trabajo se ha llevado a cabo un estudio experimental de la fase óptica en dos tipos de láseres de semiconductor, VCSEL y DML. Los resultados obtenidos muestran que la fase de ambos tipos de láseres sigue una distribución Gaussiana, cuya varianza aumenta linealmente con el tiempo. Además, su derivada temporal presenta una independencia estadística con el tiempo y una autocorrelación nula para diferenciales de tiempo muy próximos. Así, este comportamiento es consistente con la teoría desarrollada en las ecuaciones de balance (4.15)-(4.17) en las cuales la evolución estadística de la fase está descrita por un movimiento Browniano unidimensional. Consecuentemente, esto significa que estas ecuaciones son más adecuadas para modelar la dinámica de fase en estos sistemas, cuando la corriente está por debajo del umbral, que las ecuaciones (2.1)-(2.3) correspondientes al movimiento Browniano bidimensional.

Se ha de mencionar que el haber considerado un proceso de Markov, es decir, que las fuerzas aleatorias F_p y F_ϕ no tienen memoria y su autocorrelación es una delta de Dirac estaba previamente justificado debido a que la mayor parte de las fluctuaciones son debidas a emisión espontánea, donde solamente se tiene correlación para un tiempo de dispersión de portadores del orden de 10^{-13}s, un tiempo despreciablemente corto [32]. La descripción de la emisión espontánea a partir de fuerzas aleatorias surge, por su parte, debido a que esta hereda su fase electromagnética de la fase del vacío, totalmente aleatoria.

Por su parte, las soluciones numéricas realizadas para las ecuaciones de balance (2.1)-(2.3) muestran un comportamiento, para corrientes variables en el tiempo, equivalente al experimental, en cuanto a la observación de las oscilaciones de relajación en el espectro óptico, y al crecimiento lineal de la varianza del ruido en fase y al promedio cero de este ruido [12]. Siendo, así, los resultados proporcionados por el algoritmo de Euler-Maruyama una congruente descripción de la fase óptica de un láser de semiconductor en este contexto. Sin embargo, se ha de remarcar que al resolver numéricamente (2.1)-(2.3) se obtiene una estadística de Cauchy para el ruido en la fase [11], [12], que contrasta con la estadística Gaussiana que se obtiene tanto al resolver (4.15)-(4.17) como experimentalmente.

Para el caso del DML, se ha observado que las fluctuaciones y la aleatoriedad en la fase son más pronunciadas cuando se trabaja con corrientes menores, en el régimen por debajo del umbral. Esto se debe a que, en estas condiciones, la emisión espontánea tiene un papel más dominante, contribuyendo significativamente a la variabilidad y aleatoriedad de la fase. Así, cuánto menor es la corriente, mayor es la difusión de esta fase, siendo mayor su aleatoriedad.

Como ya se introdujo, este estudio no solo aporta evidencias experimentales valiosas para la comprensión de la dinámica de fase en láseres de semiconductor, sino que también proporciona una base sólida para el desarrollo de la criptografía cuántica basada en láseres de semiconductor.

La aleatoriedad obtenida para esta fase óptica proporciona al ruido en fase de láseres de semiconductor su utilidad en sistemas de generación cuántica de números aleatorios y distribución cuántica de claves. Concluyéndose, además, una operatividad más eficiente y óptima en el régimen por debajo del umbral.

Futuros estudios en este contexto podrían ser estudiar la dependencia de las fluctuaciones de fase con $\Delta\omega$ y obtener los coeficientes de difusión a lo largo de todo el rango de operación del láser teniendo esto en cuenta. Esto permitiría profundizar en la comprensión de cómo las

fluctuaciones de fase se comportan en respuesta a cambios en las condiciones de operación del láser, proporcionando conocimientos cruciales para optimizar la utilidad de estos láseres en sus diversas aplicaciones, entre ellas QRNG y QKD.

Bibliografía

[1] Kikuchi, K. "Characterization of semiconductor-laser phase noise and estimation of bit-error rate performance with low-speed offline digital coherent receivers". *Opt. Exp. 5291*, 20(5). (2012). DOI: 10.1364/OE.20.005291

[2] Paraïso, T. K., Woodward, R. I., Marangon, D. G., Lovic, V., Yuan, Z., & Shield, A. J. "Advanced Laser Technology for Quantum Communications (Tutorial Review)". *Advances in Quantum Technologies*, 4, 2100062. (2021). DOI: 10.1002/qute.202100062

[3] Saleh, B. E. A., & Teich, M. C. *Fundamentals of Photonics*. John Wiley and Sons, Inc. (2019).

[4] Suhara, T. *Semiconductor Laser Fundamentals*. Marcel Denker, Inc. (2004).

[5] Numai, T. *Fundamentals of Semiconductor Lasers*. Springer. (2004).

[6] Shan, G. C., Zhao, X. H., Hu, M. J., Shek, C.H., Huang W. "Vertical-external-cavity surface-emitting lasers and quantum dot lasers". *Frontiers of Optoelectronics*, 5(2), 157-170. (2012). DOI: 10.1007/s12200-012-0237-2

[7] Coldren, L. A., Corzine, S. W., Mashanovitch, M. L. *Diode Lasers and Photonic Integrated Circuits*. John Wiley and Sons, Inc. (2012).

[8] Quirce, A., Valle, A. "Phase diffusion in gain-switched semiconductor lasers for quantum random number generation". *Opt. Express*, 29(24), 39473–39485. (2021). DOI: 10.1364/OE.439337

[9] Henry, C. H. "Theory of the linewidth of semiconductor lasers". *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 18(2), 259-264. (1982). DOI: 10.1109/JQE.1982.1071522

[10] Valle, A. "Statistics of the Optical Phase of a Gain-Switched Semiconductor Laser for Fast Quantum Randomness Generation". *Photonics*, 8(388). (2021). DOI: 10.3390/photonics8090388

[11] Iker Pascual de Zulueta Barandiaran. Theoretical and experimental study of the optical phase statistics in semiconductor lasers. TFG Univ. Cantabria. (2024).

[12] Valle, A. "Divergence of the variance of the optical phase in gain-switched semiconductor lasers described by stochastic rate equations". *Phys. Rev. App.*, 19, 054005. (2023). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.19.054005

[13] Abellan, C., Amaya, W., Jofre, M., Curty, M., Acín, A., Capmany, J., Pruneri, V., Mitchell, M. W. "Ultra-fast quantum randomness generation by accelerated phase diffusion in a pulsed laser diode". *Opt. Express*, 22(2). (2014). DOI: 10.1364/OE.22.001645

[14] Alkhazragi, O., Lu, H., Yan, W., Almaymoni, N., Park, T.-Y., Wang, Y., Ng, T. K., Ooi, B. S. "Semiconductor emitters in entropy sources for quantum random number generation". *Ann Physics*, 2300289. (2023). DOI : 10.1002/andp.202300289

[15] Valle-Miñón, M., Quirce, A., Valle, A., & Gutiérrez, J. "Quantum random number generator based on polarization switching in gain-switched VCSELs.". *Opt. Continuum*, 1(10), 2156–2166 (2022). DOI: 10.1364/OPTCON.464530

[16] Herbert, C., Jones, D., Kaszubowska-Anandarajah, A., Kelly, B., Rensing, M., O'Carroll, J., Phelan, R., Anandarajah, P., Perry, P., Barry, L. P., & O'Gorman, J. "Discrete mode lasers for communication applications". *IET Optoelectronics*, 3(1), 1-17. (2008). DOI: 10.1049/iet-opt:20080028

[17] EBLANA PHOTONICS. 1550 nm DM LASER. Recuperado el 18/06/2024 de https://eblanaphotonics.com/wp-content/uploads/2020/11/EP1550-DM-B.pdf

[18] Raycan. 1550nm Vertical-Cavity Surface-Emitting Laser. Recuperado el 18/06/2024 en https://www.laserdiodesource.com/files/pdfs/laserdiodesource_com/product-1937/1550nm_1mW_TO_can_VCSEL_4Gbps_Raycan-1417705156.pdf

[19] THORLABS. Laser Diode Controller. LDC200C Series Operation Manual. Recuperado el 19/06/2024 en https://www.thorlabs.com/drawings/33515a82404aef3e-C1E06D4E-C43C-5409-CBCFB4E53D26ABE1/LDC200CV-Manual.pdf

[20] THORLABS. Thermoelectric Temperature Controller. TED200C. Operation Manual. Recuperado el 19/06/2024 en https://www.thorlabs.com/drawings/2c54109ce4a2e1b7-BD172BE2-9606-1916-8B6DDAAA863E8754/TED200C-Manual(English).pdf

[21] ID-PHOTONICS. Cobrite DX1-Tunable Laser. Recuperado el 16/06/2024 en https://www.id-photonics.com/images/stories/PDF/Data_sheet_CBDX1-x-x-xx.pdf

[22] THORLABS. Balanced Amplified Photodetectors. Operation Manual. Recuperado el 18/06/2024 en https://www.thorlabs.com/drawings/2c54109ce4a2e1b7-BD172BE2-9606-1916-8B6DDAAA863E8754/PDB480C-AC-Manual.pdf

[23] Kylia. 90° optical hybrids. COH. Recuperado el 18/05/2024 en https://kylia.com/api-website-feature/files/download/11117/datasheet-COH-V12.pdf

[24] Keysight Technologies. Infiniium 9000 Series Oscilloscopes. Data Sheet. Recuperado el 19/06/2024 en https://www.keysight.com/us/en/assets/7018-01734/data-sheets-archived/5989-7819.pdf

[25] Dispositivo analizador de espectros ópticos por difusión Brillouin y procedimiento de medida asociado (Patente N.º WO/2004/044538). PCT/ES2003/000392. (2004). Recuperado el 22/06/2024 de https://patentscope.wipo.int/search/es/detail.jsf?docId=WO2004044538

[26] ARAGON PHOTONICS. High Resolution Optical Spectrum Analyzer. ecuperado el 19/06/2024 en https://aragonphotonics.com/products/bosa/

[27] Pérez, P., Valle, A., Noriega, I. & Pesquera, L. "Measurement of the Intrinsic Parameters of Single-Mode VCSELs". *Journal of Lightwave Technology*, 32(8), 1601-1607. (2014). DOI: 10.1109/JLT.2014.2308303

[28] Schawlow, A. L. & Townes, C. H. "Infrared and Optical Masers". *Phys. Rev.*, 112. (1958). DOI: 10.1103/PhysRev.112.1940

[29] Griffiths, D. J. *Introduction to Electrodynamics*. Cambridge University Press. (2017).

[30] Gardiner, C. W. *Handbook of Stochastic Methods: for Physics, Chemistry and the Natural Sciences*. (1983).

[31] Dorić, D., Nikolić-Dorić, E., Jevremović, V., & Mališíc, J. "On measuring skewness and kurtosis". *Springer*. (2007). DOI: 10.1007/s11135-007-9128-9

[32] Henry, C. H. "Phase noise in semiconductor lasers". *Journal of Lightwave Technology*, 4(3), 298-311. (1986). DOI: 10.1109/JLT.1986.1074721

Apéndice

```
import numpy as np

def main():
    ifich = int(20000000) #Numero de puntos en el fichero
    ir = int(10000) #Numero de realizaciones
    ip = int(ifich/ir) #Numero de puntos en cada realizacion
    deltat = np.float64(500e-12) #Tiempo entre muestras consecutivas
    window = deltat * ip
    pi = np.float64(np.pi)

    faser = np.zeros(2000000, dtype=np.float64)
    fase = np.zeros(2000000, dtype=np.float64)
    fasm = np.zeros(2000000, dtype=np.float64)
    fasm2 = np.zeros(2000000, dtype=np.float64)
    varfas = np.zeros(2000000, dtype=np.float64)

    with open("u10.tsv", "r") as file11, \
        open("u10_phases.txt", "w") as file91, \
            open("u10_realizaciones.txt", "w") as file88, \
                    open("u10_shift.txt", "w") as file96, \
                        open("u10_derivada.txt", "w") as file95:

        for i in range(1,  ir+1):
            in_phase : int  = 0
            im_phase: int  = 0
            line = file11.readline()
            t, e1, e2 = map(float, line.split('\t'))
            t = np.float64(t)
            e1 = np.float64(e1)
            e2 = np.float64(e2)
            e10 = e1
            sumder = np.float64(0.0)

            for j in range(1, ip+1):
                line = file11.readline()
                t, en1, en2 = map(float, line.split('\t'))
                t = np.float64(t)
                en1 = np.float64(en1)
                en2 = np.float64(en2)
                if abs(en1) < 1e-5:
                    en1 = e1
                t1x = e1 * en1
                t2x = e2 * e1

                if t1x < 0.0: #si se corta el eje vertical
                    if t2x >= 0.0:
                        in_phase += 1
                        if e1 > 0.0 and en2 < 0.0: #si Q1-->Q3
                            masn = np.random.normal(0, 1)
                            if masn > 0.0:
                                in_phase -= 1
                                im_phase += 1
```

```
                    if e1 < 0.0 and en2 > 0.0: #si Q3-->Q1
                        masn = np.random.normal(0, 1)
                        if masn > 0.0:
                            in_phase -= 1
                            im_phase += 1
                else:
                    im_phase += 1
                    if e1 < 0.0 and en2 < 0.0: #si Q2-->Q4
                        masn = np.random.normal(0, 1)
                        if masn > 0.0:
                            in_phase += 1
                            im_phase -= 1
                    if e1 > 0.0 and en2 > 0.0: #si Q4-->Q2
                        masn = np.random.normal(0, 1)
                        if masn > 0.0:
                            in_phase += 1
                            im_phase -= 1
            if e10 >= 0.0:
                fase[j] = np.float64(np.arctan2(en2, en1)) +
                   (in_phase - im_phase) * pi - pi / 2 # Theta de
                   -pi a pi
            else:
                fase[j] = np.float64(np.arctan2(en2, en1)) +
                   (in_phase - im_phase + 1) * pi - pi / 2 #
                   Theta de -pi a pi
            p = en1 * en1 + en2 * en2
            if j >= 2:
                sumder += (fase[j] - fase[j - 1]) / deltat

            e1 = en1
            e2 = en2

        promder = np.float64(sumder / (ip - 1)) #Delta(omega)
        file96.write(f"{i * window},{promder / (2 * pi * 1e6)}\n")

        for j in range(1, ip + 1):
            faser[j] = fase[j] - promder *j* deltat #Phi
            if i <= 10:
                file91.write(f"{(j *
                   deltat)},{fase[j]},{faser[j]}\n")
            fasm[j] += faser[j]
            fasm2[j] += faser[j] * faser[j]
            if i == 1:
                file95.write(f"{(j * deltat)},{(fase[j] - fase[j
                   - 1]) / (deltat * 2 * pi) - promder / (2 *
                   pi)}\n") #Derivada Phi

    for j in range(1, ip + 1):
        fasm[j] /= ir #Valor medio Phi
        fasm2[j] /= ir #Valor medio Phi al cuadrado
        varfas[j] = fasm2[j] - fasm[j] * fasm[j] #Varianza de Phi
        file88.write(f"{(j * deltat)},{fasm[j]},{varfas[j]}\n")
```