# CAPACIDAD ERGODICA DE SISTEMAS MIMO BASADOS EN ANTENAS CON POLARIZACION DUAL

Jesús Pérez, Jesús Ibáñez, Luis Vielva, Ignacio Santamaría Departamento de Ingeniería de Comunicaciones Universidad de Cantabria e-mail: jperez@gtas.dicom.unican.es

*Abstract*— MIMO systems based on dual-polarized antennas at transmitter and receiver constitute an interesting alternative to conventional MIMO configurations. This paper analyzes the ergodic capacity of such systems in urban micro- and picocellular environments. The MIMO channel is modeled by using a site-specific ray-tracing propagation tool. This technique permits to analyze the impact of environmental parameters, like antennas location and orientation, on the system performance. Ergodic capacity estimations in a specific urban environment are presented.

# I. INTRODUCCIÓN

Los sistemas MIMO (multiple-input multiple-output) constituyen una solución prometedora para obtener altas eficiencias espectrales en comunicaciones inalámbricas. La configuración convencional de los sistemas MIMO se basa en el uso de múltiples antenas con polarización simple en el transmisor y en el receptor. Para explotar los beneficios potenciales de los sistemas MIMO, las antenas deben estar suficientemente separadas para garantizar baja correlación entre las señales recibidas. Pero en entornos pico- y micro-celulares el espacio disponible para las antenas suele ser limitado. Una alternativa simple y compacta consiste en utilizar una antena con polarización dual en el transmisor y el receptor. De esta forma se consigue un sistema MIMO 2x2 utilizando las polarizaciones ortogonales de las antenas. Trabajos recientes han mostrado las prestaciones potenciales de esta configuración en canales Rayleigh y Rice [1], [2], [3].

En este trabajo se analiza la capacidad ergódica de estos sistemas en canales arbitrarios de entornos urbanos picoy micro-celulares. Para ello, el canal MIMO es modelado mediante una herramienta determinista de propagación [4]. De esta forma es posible estimar la capacidad del sistema en áreas locales específicas y analizar la influencia de las características de las antenas y del esceneario de propagación en la capacidad.

En la sección II se describe brevemente el modelo determinista de radio-propagación. La sección III describe el modelado del canal MIMO a partir de los resultados del modelo de radiopropagación. La caracterización de las prestaciones del sistema en términos de capacidad se presenta en la sección IV. Finalmente, en la sección V se muestran resultados de capacidad ergódica para un esquema de polarización determinado en un entorno micro-celular específico.

# II. MODELO DE RADIO-PROPAGACIÓN

Para estimar el campo en la antena receptora se utiliza un modelo determinista tridimensional de propagación basado en teoría de rayos. En [4] se puede encontrar información detallada de este modelo de propagación, mientras que en [5], [6], [7], [8] se describen otros modelos similares. Para una antena transmisora dada, el modelo determina el campo eléctrico asociado a cada rayo que llega al receptor.

Conocido el campo del rayo i-ésimo a la entrada de la antena receptora, la señal inducida en el receptor viene dada por

$$h^i = \vec{E}^i \cdot \vec{E}^a \tag{1}$$

donde  $\vec{E}^i$  es el campo eléctrico a la entrada de la antena receptora debido al rayo i-ésimo y  $\vec{E}^a$  es el vector de polarización de la antena receptora [9] en la dirección de incidencia del rayo. El vector de polarización determina inequivocamente las características de radiación y de polarización de la antena. En el caso de antenas con polarización dual se tendrán dos vectores de polarización en cada una.

El modelo de propagación proporciona predicciones deterministas del campo en el receptor. Pero las fases de los campos asociados a cada componente de la propagación multi-camino (rayo) no pueden determinarse con precisión, especialmente a frecuencias del orden de los GHz. Por tanto las fases de las contribuciones  $h^i$  de los rayos se modelan como variables aleatorias uniformes e incorreladas[10], [11]. Estos trabajos demuestran que este modelo es capaz de predecir la estadística de los desvanecimientos del canal radio.

La envolvente compleja de la respuesta del canal viene dada por la superposición de las contribuciones  $h^i$  debidas a todos los rayos (ver por ejemplo [4]). De esta forma se tiene un modelo que proporciona realizaciones de la envolvente compleja del canal teniendo en cuenta las características específicas de las antenas y del escenario de propagación.

# III. MODELADO DEL CANAL MIMO

Se supone que el canal es plano en la banda frecuencial y estacionario durante la duración de una trama (canal cuasiestático). Los elementos de la matriz del canal MIMO son las envolventes complejas de las respuestas del canal para las distintas combinaciones de polarizaciones de las antenas transmisora y receptora:

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}.$$
 (2)

Los elementos de la diagonal de H corresponden a la transmisión y recepción con la misma polarización, mientras que los elementos de la anti-diagonal corresponden a transmisión y recepción utilizando polarizaciones diferentes. De acuerdo con lo descrito en la sección anterior, los elementos de H se pueden expresar así

$$h_{jk} = \sum_{i=1}^{N} h_{jk}^{i} \exp(j\phi_i) \tag{3}$$

donde N es el número de rayos que llegan a la antena receptora, los términos  $h_{jk}^i$  se obtienen a partir de (1) para la combinación de polarizaciones correspondiente y vienen dados por el modelo de propagación determista. Las fases  $\phi_i$  son variables aleatorias uniformes e incorreladas, cada una de ellas asociada a un rayo. Cada realización de estas fases determina una realización de la matriz H. La correlación potencial entre los elementos de H está incluida implicitamente en los valores de los términos  $h_{jk}^i$ .

# IV. CAPACIDAD ERGODICA

Se considera que el canal es conocido en el receptor pero no en el transmisor. Entonces la capacidad ergódica (en bps/Hz) se puede estimar promediando los valores de capacidad instantanea que se obtienen para cada realización del canal

$$C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \log_2 \det \left( I_2 + \frac{E_s}{2\sigma_n^2} H_i H_i^H \right) \tag{4}$$

donde  $I_2$  es la matriz identidad  $2 \times 2$ , las  $H_i$  son las realizaciones de la matriz del canal, N es el número de realizaciones de la matriz del canal,  $E_s$  es la energía total promedio transmitida durante un intervalo de símbolo y  $\sigma_n^2$  es la potencia de ruido AWGN en el receptor.

El modelo de propagación predice tanto los desvanecimientos a gran escala como a pequeña escala. En general, la capacidad será mayor en localizaciones del receptor con mayor potencia recibida. Con el fin de analizar sólo los efectos de los desvanecimientos a pequeña escala, el canal es normalizado eliminando las pérdidas de propagación promedio. Así, para cada realización del canal, la matriz normalizada será

$$\overline{H}_i = \frac{H_i}{\sqrt{L}} \tag{5}$$

donde L son las pérdidas de propagación promedio dadas por

$$L = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{\|H_i\|_F^2}{4}$$
(6)

donde el operador  $\|\cdot\|_F^2$  es el cuadrado de la norma Frobenious. Después de la normalización la potencia promedio recibida es igual a la potencia transmitida, con lo que la relación señal a ruido promedio a la entrada del receptor será igual a  $E_s/\sigma_n^2$ . En los resultados que se presentan a continuación se considera siempre que el canal está normalizado.

# V. RESULTADOS

La metodología descrita en las secciones anteriores puede usarse para estimar la capacidad ergódica en cualquier escenario pico- o micro-celular y para cualquier esquema de polarización. Como ejemplo, la figura 1 muestra una vista en planta de un escenario micro-celular formado por 48 edificios con altura uniforme (25 metros) discribuidos uniformente. Los tejados de los edificios se suponen planos. El área de la microcelula es de  $900 \times 500 \ m^2$ . Este entorno presenta características de propagación especiales. Cuando ambas antenas están bajo los tejados de los edificos la mayoría de la potencia se propaga a lo largo de las calles. Por contra, cuando la antena transmisora está situada por encima de los edificios, en general la mayor parte de la potencia se propaga por encima de los tejados.



Fig. 1. Vista en planta del entorno de propagación y localización de las antenas.

En principio, las antenas transmisora y receptora se encuentran a alturas de 20 m y 1.5 m. Ambas antenas se consideran omnidireccionales, con polarización dual vertical-horizontal y orientadas verticalmente. En principio se considera que la discriminación en polarización de ambas antenas es total  $(XPD = \infty)$ . La frecuencia de la portadora es de 1.8 GHz y los valores de capacidad ergódica que se presentan consideran una relación señal a ruido en el receptor de 15 dB.

# A. Comparación entre casos LOS y NLOS

La figura 2 muestra la capacidad ergódica cuando la antena receptora se desplaza a lo largo de la línea-1. Como es de esperar, la capacidad aumenta significativamente al pasar de una situación NLOS a LOS. La curva también muestra variaciones importantes de la capacidad entre distintas localizaciones NLOS. Como referencia, la gráfica también muestra la capacidad que tendría un canal Rayleigh incorrelado.

#### B. Influencia de la XPD de las antenas

La figura 3 muestra las curvas de las capacidades ergódicas cuando la antena transmisora presenta, para ambas polarizaciones, unos valores de  $XPD = \infty$  y XPD = 10dB.



Fig. 2. Capacidad ergódica a lo largo de la línea-1 de la figura 1.

Como se espera, valores menores de XPD provocan mayor correlación entre las señales recibidas y, por tanto, valores menores de capacidad. Se puede apreciar un aumento de unos 0.4 bps/Hz entre ambas curvas, independientemente de la localización de la antena receptora.



Fig. 3. Capacidad ergódica a lo largo de la línea-1 de la figura 1 cuando la antena receptora presenta una XPD de 10 dB y una XPD infinita.

#### C. Capacidad en calles paralelas

La figura 4 muestra las curvas de las capacidades ergódicas obtenidas a lo largo de trayectorias paralelas a la línea-1 pero en otras calles. Se puede ver que las curvas son muy similares debido a la simetría del entorno de propagación.

#### D. Capacidad para distintas alturas de la antena transmisora

Cuando la antena transmisora se encuentra bajo los edificios su altura influye poco en los valores de capacidad. Pero si la antena pasa a situarse por encima de los edificios los valores de capacidad cambian significativamente en las localizaciones NLOS. Esto es debido a que los caminos de propagación



Fig. 4. Capacidad ergódica a lo largo de calles paralelas a las de la línea-1.

son muy diferentes en ambos casos. En localizaciones LOS los valores de capacidad son muy similares. En la figura 5 se muestran los valores de capacidad ergódica obtenidos a lo largo de la línea-1, cuando la antena transmisora está 5 metros por encima de los edificios y 5 metros por debajo de los edificios. En general, los valores de capacidad son mayores cuando la antena se sitúa por encima de los edificios.



Fig. 5. Capacidad ergódica a lo largo de calles paralelas a las de la línea-1 para distintas alturas de la antena transmisora.

### VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado una metodología general para estimar la capacidad ergódica de de sistemas MIMO basados en antenas con polarización dual. Para la obtención de las realizacónes del canal MIMO se utiliza un modelo estadístico de propagación basado en una herramienta de trazado de rayos, donde las fases de las componentes multicamino son variables aleatorias incorreladas. El método propuesto permite analizar la influencia del entorno de propagación y de las características de las antenas en la capacidad del sistema. Como ejemplo, se ha estudiado la capacidad ergódica en un entorno urbano micro-celular específico y unas antenas determinadas. Los resultados muestran que, en este caso, la capacidad en propagación LOS es mayor que en NLOS. La capacidad en situación NLOS es bastante dependiente de la localización específica de las antenas a lo largo de una calle. En puntos NLOS la discriminación en polarización de las antenas tiene una influencia significativa en los valores de capacidad, siendo estos mayores cuanto mayor es la XPD de las antenas. En este entorno de propagación los valores de capacidad no cambian significativamnte entre calles paralelas. Cuando la antena transmisora se encuentra bajo los edificios su altura influye poco en los valores de capacidad. Pero si la antena pasa a situarse por encima de los edificios, los valores de capacidad cambian significativamente en las localizaciones NLOS. Esto es debido a que los caminos de propagación son muy diferentes en ambos casos. En este entorno de propagación, los valores de capacidad son mayores cuando la antena se sitúa por encima de los edificios. Es importante señalar que muchas de estas conclusiones son específicas del entorno de propagación considerado, y pueden ser diferentes en otros escenarios. En cualquier caso, la metodología presentada es general ya que permite estimar la capacidad ergódica de cualquier sistema MIMO, basado en antenas con polarización dual, en cualquier entorno pico- y micro-celular.

### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado parcialmente por el Ministerio de Ciencia y Tecnología bajo el proyecto TIC2001-0751-C04-03.

#### REFERENCES

- R. U. Nabar, H. Bölcskei, V. Erceg, D. Gesbert, and A. J. Paulraj, "Performance of multiantenna signaling techniques in the presence of polarization diversity," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, pp. 2553–2562, October 2002.
- [2] A. Paulraj, R. Nabar, and D. Gore, *Introduction to Space-Time Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2003.
- [3] H. Bolcskei, R. U. Nabar, V. Erceg, D. Gesbert, and A. J. Paulraj, "Performance of spatial multiplexing in the presence of polarization diversity," in *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech,* and Signal Processing, vol. 4, Salt Lake City, UT, May 2001, pp. 2437– 2440.
- [4] M. F. Cátedra and J. Pérez, *Cell Planning for Wireless Communications*. Norwood, MA: Artech House, 1999.
- [5] S. Y. Tan and H. S. Tan, "A microcellular communications propagation model based on the uniform theory of diffraction and multiple image theory," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, pp. 1317–1326, October 1996.
- [6] V. Erceg, S. J. Fortune, J. Ling, A. J. Rustako, and R. A. Valenzuela, "Comparison of computer-based propagation prediction tool with experimental data collected in urban microcellular environments," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 15, pp. 677–684, May 1997.
- [7] S. C. Kim, B. J. Guarino, T. M. W. III, V. Erceg, S. J. Fortune, L. W. T. R. A. Valenzuela, J. Ling, and J. D. Moore, "Radio propagation measurements and prediction using three-dimensional ray tracing in urban environments at 908 mhz and 1.9 ghz," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 48, pp. 931–946, May 1999.
- [8] G. E. Athanasiadou, A. R. Nix, and J. P. McGeehan, "A microcellular ray-tracing propagation model and evaluation of its narrow-band and wide-band predictions," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 18, pp. 322–335, March 2000.

- [9] C. A. Balanis, Antenna Theory. Analysis and Design. John Wiley and Sons, 1997.
- [10] G. D. Durgin, Space-Time Wireless Channels. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall PTR, 2003.
- [11] H. Zhu, J. Takada, K. Araki, and T. Kobayashi, "A random-phaseassisted ray-tracing code for wireless channel modeling," *Applied Computational Electromagnetic Society Journal*, vol. 16, pp. 69–78, March 2001.