Optimización con enjambre de partículas aplicada a la reconstrucción del diagrama de radiación de antenas

Jesús R. Pérez

ETSIIT. Dpto. Ingeniería de Comunicaciones Universidad de Cantabria e-mail : perezjr@unican.es

Abstract- A particle swarm optimization (PSO) based algorithm applied to antenna far-field radiation pattern prediction from planar near-field data is presented. The radiation of the antenna is modelled using equivalent magnetic surface currents (EMC) whose components are optimized using a global PSO with asynchronous updates of the swarm. A general overview of the PSO algorithm is included and the most widely used schemes of the optimizer are presented and discussed. A parametric study of the main parameters to be tuned in PSO, along with results of near-field to far-field transformation are also included to demonstrate the usefulness of the optimization method.

I. INTRODUCCIÓN

La optimización con enjambre de partículas, más conocida en la literatura científica con el acrónimo de PSO, es un método estocástico de cómputo evolutivo inspirado en el comportamiento social de organismos tales como las bandadas de aves o los bancos de peces [1]. El método ha sido recientemente introducido en el campo del electromagnetismo computacional y aplicado con éxito a la optimización de problemas multidimensionales complejos, erigiéndose en alternativa eficiente y atractiva a otros métodos estocásticos mucho más extendidos, tales como los algoritmos genéticos (GA) [2].

En este artículo, la aplicación conjunta del teorema de equivalencia y del PSO se propone como una técnica de transformación de campo cercano a campo lejano (CC-CL) aplicado a la medida de antenas sobre geometría plana. Para abordar el problema inverso que se plantea, se utiliza un esquema de PSO con actualizaciones asíncronas de la población y topología global [2]. No obstante, existen diversos esquemas alternativos de PSO, los cuales se centran principalmente en modificar la topología de la población para evitar el riesgo inherente a la topología global de converger hacia una solución local. Parámetros tales como el tamaño del enjambre, el modelo de peso inercial o la velocidad máxima permitida a las partículas, condicionan la convergencia y rendimiento del algoritmo PSO y, en consecuencia, del método de transformación de campo [3]. Todo este conjunto de parámetros a sintonizar depende directamente del tipo de problema al que se aplique, siendo preciso realizar un estudio paramétrico preliminar que permita seleccionar la configuración idónea en base a la relación entre precisión del diagrama de antena reconstruido y el coste computacional asociado.

José Basterrechea

ETSIIT. Dpto. Ingeniería de Comunicaciones Universidad de Cantabria e-mail : basterrj@unican.es

II. FORMULACIÓN CC-CL

La aplicación del segundo principio de equivalencia permite, bajo ciertas restricciones, representar la radiación de una antena bajo prueba (ABP) cuya apertura esté contenida en un plano, utilizando un modelo equivalente formado por EMC distribuidas sobre una superficie equivalente *Se* que contiene a la apertura de la antena, de acuerdo con la Fig. 1 y cuya formulación base está dada por (1) [4],

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = -\iint_{Se} \boldsymbol{M}(\boldsymbol{r'}) \times \nabla' \boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r'}) \, ds' \tag{1}$$

donde E(r) representa el campo eléctrico en un punto de campo cercano r, M(r') es la EMC en cada punto de la fuente r' dentro de Se, ∇ es el operador gradiente y g(r,r') es la función de Green. Para el caso de medida sobre geometría plana, la eq. (1) puede expresarse en términos de dos expresiones desacopladas para las componentes E_x , E_y de campo cercano. Adicionalmente, si se aproximan las componentes M_x y M_y por N pulsos 2D, la ecuación integral se simplifica, pudiéndose expresar de forma matricial [4]. El objetivo es obtener, utilizando PSO, aquellas componentes de la EMC que mejor asemejan su radiación a la de la ABP, utilizando como referencia muestras del campo cercano radiado por ésta, $E_p(cc)$, previamente obtenidas en P puntos distribuidos arbitrariamente sobre una superficie S_{cc}. Para el problema inverso propuesto, en (2) se muestra el vector a optimizar, formado por la excitación de los parches de corriente que definen la EMC y en (3) se presenta la función de fitness utilizada para evaluar la calidad de una solución dada X. El objetivo es optimizar el vector en (2) para maximizar (3), de forma que el campo eléctrico generado por los N parches de corriente en cada punto p $(E_p(X))$, sea lo más parecido posible a la muestra de referencia $(E_p(cc))$.

$$X = \begin{pmatrix} |M_{x1}|, \arg(M_{x1}), ..., |M_{xN}|, \arg(M_{xN}), |M_{y1}|, \\ \arg(M_{y1}), ..., |M_{yN}|, \arg(M_{yN}) \end{pmatrix} (2)$$

$$F = P - \sum_{p=1}^{P} \frac{1}{1 + |\mathbf{E}_{p}(nf) - \mathbf{E}_{p}(X)|^{2}}$$
(3)



Fig. 1. Problema equivalente. La ABP se reemplaza por EMC que residen en el plano xy y encierran a la apertura de la antena.

III. OPTIMIZACIÓN CON PSO

En PSO un enjambre o población de partículas evoluciona hacia una solución global mediante la cooperación y competición entre los propios individuos, basado en el movimiento que exhiben comunidades de seres vivos, entre las cuales se puede incluir con un cierto grado de abstracción a los seres humanos. Supongamos una población de K partículas, en la cual cada partícula $X_k = (x_{k1}, ..., x_{kD})$ representa una solución potencial y se define como un punto en un espacio D-dimensional. Los límites de los parámetros x_{kd} a optimizar establecen el espacio de búsqueda en D dimensiones. Iterativamente, cada partícula k del enjambre sobrevuela el espacio de soluciones hacia nuevas posiciones X_k , con un vector de velocidad $V_k = (v_{k1}, ..., v_{kD})$. El movimiento del enjambre y cómo este atraviese el espacio de soluciones está íntimamente ligado con el esquema de PSO utilizado. Para el caso particular del PSO global con actualizaciones asíncronas de la población, la Fig. 2 muestra el diagrama de flujo del algoritmo. Básicamente, los pasos que rigen el funcionamiento del algoritmo son por este orden:

- (i) Inicializar la población de K partículas con posiciones y velocidades aleatorias, X_k y V_k , respectivamente.
- (ii) Clasificar partículas. Calcular su F_k , y asignar las mejores posiciones históricamente visitadas por la partícula, *pbest_k*, y por todo el enjambre, *gbest*.
- (iii) Actualizar la velocidad de la partícula k, acotada por un valor máximo impuesto en cada dimensión, V_{dmax} , de acuerdo con

$$V_{k} = wV_{k} + c_{1}r_{1}(pbest_{k} - X_{k}) + c_{2}r_{2}(gbest - X_{k}), V_{k} \leq V_{dmax} \forall d$$

$$(4)$$

donde *w* es el peso inercial, c_1 y c_2 son las denominadas constantes de aceleración que determinan en que medida la partícula es influenciada en su desplazamiento por su propia memoria (*pbest_k*) y por la cooperación social (gbest); y r_1 y r_2 representan dos números aleatorios con distribución uniforme U[0,1], cuyo objetivo es introducir el comportamiento estocástico y un tanto impredecible que adoptan ciertos organismos en su desplazamiento.

(iv) Actualizar la posición de la partícula k de acuerdo con (5), donde el paso temporal, Δt , normalmente se considera unidad, y forzar que la nueva posición X_k quede dentro de los límites del espacio de soluciones.

$$X_k = X_k + V_k \cdot \varDelta t \tag{5}$$

- (v) Evaluar el fitness de la partícula, F_k , y actualizar si procede su memoria $pbest_k$, y/ó la mejor solución de conjunto *gbest*, respectivamente.
- (vi) Volver a (iii) hasta que se complete el movimiento de todas las partículas del enjambre.
- (vii) Volver a (iii) y realizar una nueva iteración hasta que se cumpla el criterio de terminación. En este último caso salvar la solución *gbest* como solución al problema antes de detener el algoritmo.



Fig. 2. Diagrama de flujo del esquema de PSO con actualizaciones asíncronas de la población.

Como alternativa al PSO global con actualizaciones asíncronas de la población mostrado en la Fig. 2, también se ha investigado el potencial de otros esquemas alternativos tales como el PSO global con actualizaciones síncronas o la variante local de PSO con actualizaciones síncronas o asíncronas. En la versión síncrona, la evaluación del mejor global, *gbest*, se lleva a cabo entre iteraciones, de forma que todas las partículas se mueven en paralelo utilizando la misma información de *gbest*, posteriormente se actualiza si procede el *gbest* y se ejecuta la siguiente iteración. Este comportamiento ralentiza la convergencia respecto a la versión asíncrona, donde cada partícula se beneficia de los hallazgos asociados con el movimiento reciente de cualesquiera de los convecinos que la preceden. En la versión local de PSO cada partícula se mueve influenciada por el mejor de sus vecinos, *lbest*, y no por el mejor de toda la población, *gbest* [5]; con un número óptimo de vecinos N_{ν} que suele variar entre el 10 y el 20% de la población. La versión local elimina en parte las limitaciones de su homónima global, que puede converger hacia una solución local dado que las partículas siguen a una cierta *gbest* que podría apuntar a una solución errónea. Sin embargo, en problemas multidimensionales complejos, el PSO local necesita mucho más tiempo de CPU que el global para explorar el espacio de soluciones y alcanzar una solución próxima al valor óptimo.

IV. RESULTADOS

A. Rendimiento de diferentes esquemas de PSO

Tomando como base para la comparativa una suite de funciones comunes [3], en la Tabla 1 se resumen los resultados obtenidos al optimizar cada una de estas funciones con diversos esquemas de PSO: PSO síncrono global (PSO-SG), PSO asíncrono global (PSO-AG) y PSO síncrono local (PSO-SL) con un tamaño de 6 vecinos ($N_{\nu}=6$) para cada partícula. Se considera en todos los casos w=0.729 y $c_1 = c_2 = 1.49445$, así como una población de 30 partículas. Las cinco funciones tienen su mínimo global en el origen y se optimizan en 30 dimensiones salvo la función de Schaffer que se optimiza en 2 dimensiones, de acuerdo con [3]. Para cuantificar el rendimiento de cada uno de los esquemas investigados se realizaron 20 simulaciones independientes y se calculó el número medio de iteraciones que tarda en converger el algoritmo hacia el mínimo global, Nit, y la tasa de éxito, TE, es decir que porcentaje de las 20 realizaciones lograron encontrar el mínimo global en el transcurso de las 10000 iteraciones que se deja evolucionar el algoritmo.

Función	PSO-SG		PSO-AG		PSO-SL	
	Nit	TE	Nit	TE	Nit	TE
Griewank	296.4	100	281.1	100	400.0	100
Rosenbrock	380.1	100	353.0	100	486.2	100
Sphere	385.3	100	342.6	100	472.5	100
Rastrigin	220.5	70	207.6	75	624.9	95
Schaffer f6	463.4	80	194.3	80	626.8	100

Tabla 1. Comparación de tres versiones de PSO utilizando una suite de funciones típicas.

Atendiendo a los resultados de la Tabla 1, se puede concluir que el PSO-AG ofrece el mejor rendimiento si se combinan tasa de éxito alcanzada y velocidad de convergencia. En el extremo opuesto, la variante local, PSO-SL, es el más robusto de los 3 esquemas analizados, con tasas de convergencia del 95% para la función más compleja. Sin embargo, el número medio de iteraciones en el PSO-SL, dada su forma de explorar el espacio de soluciones, se dispara.

B. Estudio paramétrico de PSO

Supongamos como problema canónico para realizar la puesta a punto del método una bocina piramidal con dimensiones de la apertura $a_l \times b_l$, de la guía de ondas $a \times b$, y

ángulos de apertura ψ_e y ψ_h , donde a_1 =5.5λ, b_1 =2.75λ, $a=\lambda/2$, $b=\lambda/4$, ψ_e =12.9° y ψ_h =24.6°. Se considera un modelo equivalente para la fuente formado por N=17×15 parches de corriente 2D, distribuidos sobre una *Se* que coincide con el tamaño de la apertura de la bocina. Las componentes tangenciales del campo eléctrico radiado por la bocina fueron previamente sintetizadas sobre P= 3169 puntos de campo cercano, equiespaciados $\lambda/2$ sobre cinco planos [6]. El rango de los parámetros a optimizar (ΔR) define el espacio de soluciones y toma valores $x_{k,impar} \in [0,1.25]$ y $x_{k,par} \in [0,360)$, para la amplitud y fase de cada elemento de corriente en (2), respectivamente.

En PSO, el peso inercial w, las constantes c_1 y c_2 , el tamaño de la población K y la velocidad máxima de partícula resumen los parámetros a sintonizar para su aplicación en un problema dado. La optimización se ha llevado a cabo con distintos modelos equivalente de fuente y los resultados obtenidos han sido siempre satisfactorios para el mismo conjunto de parámetros (V_{dmax} , K, c_1 , c_2).

Para la ABP propuesta se ha analizado en primer lugar el efecto del peso inercial. Para los valores de *w* más comúnmente utilizados, la Fig. 3(a) revela que los valores altos de peso inercial promueven la exploración haciendo que las partículas se mantengan moviéndose alrededor de soluciones previas, mientras que valores pequeños de *w* favorecen la búsqueda local, acelerando la convergencia, dado que las partículas son atraídas hacia *pbest* y *gbest* de acuerdo con (4). Sin embargo, debe establecerse un compromiso entre exploración y coste computacional para un valor de fitness prefijado como objetivo, dado que para valores excesivamente grandes de *w* el tiempo de CPU crece exponencialmente.

El efecto de V_{dmax} es similar, tal y como se observa en la Fig. 3(b). Valores grandes de V_{dmax} facilitan la búsqueda global al permitir a las partículas moverse libremente dentro del espacio de soluciones. Por el contrario, valores pequeños cercanos al 35% del rango ΔR fuerzan la búsqueda local.

En lo que respecta al tamaño del enjambre, la Fig. 3(c) demuestra que poblaciones con 800 a 1000 partículas ofrecen un comportamiento eficiente, mientras que poblaciones muy pequeñas muestran una tendencia a estancarse y converger hacia una solución local. No obstante, para K>1000, aunque se explora en detalle el espacio de búsqueda, el número de iteraciones y el coste computacional crece exponencialmente. A modo de resumen, se puede concluir que el PSO global asíncrono con $w \in [0.3, 0.4], V_{dmax} = 0.35\Delta R, K \in [800, 1000], y c_1 = c_2 = 1.494$, ofrece los mejores resultados para el problema electromagnético bajo análisis.





Fig. 3. Evolución del fitness. (a) Efecto del peso inercial. K=900, $V_{dmax}=0.35\Delta R$. (b) Efecto de la velocidad máxima. K=900, w=400. (c) Efecto del tamaño de la población. w=0.4, $V_{dmax}=0.35\Delta R$.

C. Resultados de transformación de campo

En la Fig. 4 se muestran los dos cortes principales del diagrama de radiación de la bocina piramidal propuesta en la sección anterior, considerando w=0.4, K=1000, $V_{dmax}=0.35\Delta R$ y $c_1=c_2=1.494$. Por simple inspección sobre los resultados puede observarse la gran precisión del método, con pequeñas diferencias en la componente ϕ , que pueden considerarse despreciables, dado que el nivel ya está 40 dB por debajo del valor máximo.





Fig. 7. Componentes del diagrama de radiación reconstruido de la bocina. (a) Corte $\phi=90^{\circ}$, amplitud. (b) Corte $\phi=90^{\circ}$, fase. (c) Corte $\phi=0^{\circ}$, amplitud. (d) Corte $\phi=0^{\circ}$, fase.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un método de transformación CC-CL aplicado a la medida de antenas sobre geometría plana, utilizando EMC para representar la radiación de la fuente y un esquema de PSO global con actualizaciones asíncronas del enjambre para optimizar las componentes de dichas densidades de corriente equivalente.

Los resultados del estudio paramétrico realizado revelan que tamaños de población comprendidos entre 800 y 1000 partículas, con un peso inercial de valor 0.4 y una velocidad máxima de partícula entorno al 35% del rango dinámico de cada parámetro, conforman la mejor configuración del PSO aplicado a la reconstrucción del diagrama de radiación de diferentes antenas de tamaño medio investigadas.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por la beca AP2001-1325 de la Secretaría de Estado de Educación y Universidades.

REFERENCIAS

- J. Kennedy and R.C. Eberhart, "Particle swarm optimization", in *Proc* IEEE Int. Conf. Neural Networks, 1995, vol. 4, pp. 1942-1948.
- [2] D.W. Boeringer and D.H. Werner, "Particle swarm optimization versus genetic algorithms for phased array synthesis", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 52, no. 3, pp. 771-779, 2004.
- [3] A. Carlisle and G. Dozier, "An off-the-self PSO", *Workshop Particle Swarm Optimization*, Indianapolis, IN, pp. 1-6, 2001.
- [4] P. Petre and T.K. Sarkar, "Planar near-field to far-field transformation using an equivalent magnetic current approach", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 40, no. 11, pp. 1348-1356, 1992.
- [5] R.C. Eberhart and Y. Shi, "Particle swarm optimization: developments, applications and resources", in *Proc Congr. Evolutionary Computation*, 2001, vol. 1, pp. 81-86.
- [6] J.R. Pérez and J. Basterrechea, "Antenna far-field pattern reconstruction using equivalent currents and genetic algorithms", *Microwave. Opt. Technol. Lett.*, vol. 42, no. 1, pp. 21-25, 2004.