

Nuevas características de la propagación electromagnética en el interior de guías de onda que contienen medios quirales

Álvaro Gómez⁽¹⁾, Angel Vegas⁽¹⁾ y Miguel A. Solano⁽¹⁾.

gomezal@unican.es, vegasa@unican.es, solanom@unican.es.

⁽¹⁾ Dpto. de Ing. de Comunicaciones. Universidad de Cantabria. Plaza de la Ciencia S/N, 39005, Santander.

Resumen- In this paper the electromagnetic (EM) wave propagation inside a rectangular waveguide filled with an isotropic chiral material is revised with the EB formulation of the coupled mode method. This formulation, which can be easily extended to the analysis of the EM propagation in the unbounded isotropic chiral media, ensures de satisfaction of all boundary conditions of the electromagnetic field over the metallic walls of the waveguide. With the aid of this numerical tool some new features, previously no reported in the bibliography, of the EM wave propagation in chiral structures are shown. Some of these new results contradict those of other authors who analyzed analogous cases.

I. INTRODUCCIÓN

El estudio de la propagación electromagnética en el interior de una guía de ondas que contiene un medio quiral homogéneo e isótropo es un tema de sobra conocido en la literatura. Así, nos podemos encontrar numerosos artículos que lo analizan mediante diferentes herramientas numéricas y con distintos enfoques [1]–[6]. En algunos de estos trabajos, se establecieron una serie de premisas relativas a las posibles soluciones del problema que se podrían obtener y a la influencia de los parámetros constitutivos del medio (permitividad, permeabilidad y parámetro de quiralidad) sobre la propagación del campo electromagnético que, como veremos a lo largo de este trabajo, han resultado no ser del todo ciertas y, por tanto, se hacen preciso matizar. Para poder notificar alguna de estas afirmaciones contradictorias ha resultado ser clave el uso una herramienta numérica híbrida que hemos desarrollado formada por el método de modos acoplados y el método de adaptación modal, ya que ésta ha sido capaz de ofrecer soluciones que han podido ser desechadas por otros métodos numéricos.

II. EL MÉTODO DE MODOS ACOPLADOS

De forma muy resumida, el método de modos acoplados es un método semi-numérico que consiste en desarrollar en serie las componentes del campo electromagnético a partir de una serie de funciones que se corresponderán con los campos eléctrico y magnético de los modos base de la misma guía pero vacía [6]. Dependiendo de los desarrollos de partida elegidos, E y H o E y B, existen dos formulaciones diferentes del método de modos acoplados: la formulación EH y la EB. Tal y como se ha puede comprobar en [6], cuando se analiza la propagación electromagnética en el interior de una guía de onda que contiene un medio quiral formulación idónea es la EB. Por tanto, ésta ha sido la elegida para obtener los

resultados que se mostrarán en los siguientes apartados. Así, los desarrollos iniciales son:

$$\vec{E}_i = \sum_i V_i \vec{e}_i, \quad (1)$$

$$\vec{B}_i = \sum_i b_i \vec{h}_i, \quad (2)$$

$$E_z = \sum_i V_i^z e_{z_i}, \quad (3)$$

$$B_z = \sum_i b_i^z h_{z_i}, \quad (4)$$

donde \vec{e}_i, \vec{h}_i son, respectivamente, los campos eléctrico y magnético tangenciales de la guía vacía, e_{z_i} y h_{z_i} los campos longitudinales, y V, V^z, b e b^z los coeficientes de los diferentes desarrollos en serie.

Para determinar el valor de los coeficientes de los coeficientes anteriores, se sustituyen los desarrollos (1)–(4) en las ecuaciones de Maxwell y se sustituyen las relaciones de constitución de los medios quirales

$$\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} - j\kappa \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \vec{H}, \quad (5)$$

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} + j\kappa \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \vec{E}. \quad (6)$$

A continuación, se aplica el método de Galerkin para, finalmente, llegar a un problema de valores propios que viene dado por las *ecuaciones del Telegrafista Generalizadas* [6],

$$\{Z - \gamma_i U\} [V_i, b_i] = 0. \quad (7)$$

En el sistema anterior, Z se corresponde con la matriz del sistema de ecuaciones diferenciales y U es la matriz identidad. Por otro lado, la solución de (7) da como resultado el valor de las constantes de propagación de los modos propios de la guía (γ_i) y los coeficientes buscados (V_i, b_i) de los desarrollos de los campos E y B.

III. RESULTADOS

En esta sección presentaremos una serie de resultados obtenidos con la herramienta numérica introducida en el apartado anterior y que nos permitirán “atacar” los aspectos comentados en la introducción del trabajo. En primer lugar se muestra un análisis de la convergencia de las constantes de propagación del campo eléctrico para el caso en el que simulemos la propagación en un medio quiral isótropo

ilimitado. Para realizar las simulaciones pertinentes a la propagación en medio libre se ha partido de la guía de onda de la Fig. 1 y se han separado suficientemente las paredes, de tal forma que sus dimensiones resulten ser mucho más grandes que la longitud de onda del campo electromagnético que se propaga en su interior.

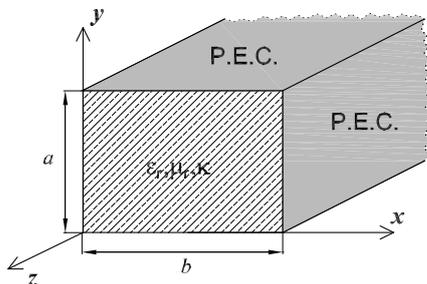


Fig. 1. Esquema de una guía rectangular rellena totalmente con un material quirral isotrópico caracterizado por ϵ_r , μ_r y κ .

Posteriormente, se analizará el diagrama de dispersión del modo fundamental del campo electromagnético en el interior de una guía de onda rectangular en banda X llena de un medio quirral isotrópico. Tal y como se verá en los apartados correspondientes, las conclusiones obtenidas a partir de los resultados obtenidos con nuestro método numérico complementarán a aquellas que aparecen en [1]–[4].

A. Solución en medio libre

Antes de abordar el análisis de la convergencia conviene revisar brevemente las principales características de la propagación electromagnética en el interior de un medio quirral isotrópico ilimitado. Es de sobra conocido que en el interior de este tipo de material, y bajo la condición de propagación en medio libre, el campo electromagnético se puede descomponer en dos ondas circularmente polarizadas, una a derechas (CPD) y otra a izquierdas (CPI), cuyos números de onda vienen dados, respectivamente, por

$$k_{\pm} = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \left(1 \pm \frac{\kappa}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \right), \quad (8)$$

siendo, k_+ es el número de ondas de la onda CPD, y k_- el de la CPI [6].

B. Convergencia de las constantes de propagación

Una vez recordados los aspectos más importantes de la propagación en medio libre, el siguiente paso consistirá en analizar dicho problema con el método de modos acoplados propuesto. Así, en la Fig. 2 se muestra la variación de la constante de propagación, normalizada respecto al número de onda del vacío k_0 , del modo fundamental, Fig. (2a), y del modo de orden superior, Fig. (2b), con respecto al número de términos que se introducen en el desarrollo de los campos (modos base), para el caso de una guía de onda cuadrada de dimensiones muy grandes simulando el espacio libre, $a = b = 10$ m, llena con un medio quirral isotrópico caracterizado por $\epsilon_r = 4$, $\mu_r = 1$ y $\kappa = 0,5$.

Sustituyendo en (8) el valor de los parámetros constitutivos del medio quirral, resulta directo comprobar que el valor de la constante de propagación del modo fundamental, Fig. 2(a), se corresponde con el de la onda CPD mientras que el del modo de orden superior se corresponde

con el de la onda CPI, Fig. 2(b). Por tanto, con nuestra herramienta hemos sido capaces de obtener la solución de ambas ondas circularmente polarizadas a partir de una única simulación.

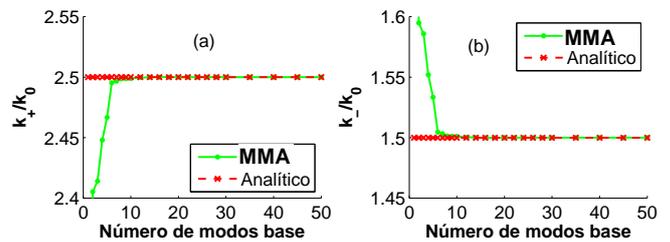


Fig. 2. Diagramas de convergencia de k_+ y k_- , normalizados a los valores del número de ondas en propagación libre, en función del número de modos base de la estructura de la Fig. 1. Datos: $\epsilon_r = 4$, $\mu_r = 1$ y $\kappa = 0,5$, luego $k_+/k_0 = 2,5$ y $k_-/k_0 = 1,5$. $a = b = 10$ m y $f = 9$ GHz.

Esta obtención de la solución completa en medio libre a partir de una única solución, que resulta obvia aplicando el método de modos acoplados, parece estar en contradicción con algunas de las conclusiones realizadas en [1]–[4], donde se establecía que para frecuencias mucho mayores que la frecuencia de corte, el valor numérico de la constante de propagación de los modos propagantes de la guía convergían a k_+ de la onda CPD (k_- de la onda CPI) para un valor positivo (negativo) del parámetro de quiralidad κ . De tal forma que, a partir de esta afirmación, uno podría establecer que no se puede obtener ambas soluciones a la vez, lo cual se ha demostrado que sí es posible (ver Fig. 2).

C. Dispersión de las constantes de propagación

Otro punto tratado en la bibliografía y que también resulta conveniente comentar es cómo varía la constante de propagación de los diferentes modos propios de la guía en función del valor del parámetro de quiralidad. A la vista [1]–[4] se podía concluir que este comportamiento resultaba ser análogo al de la permitividad y la permeabilidad, de tal forma que, al aumentar κ , la constante de propagación debería aumentar o, lo que es lo mismo, la frecuencia de corte del modo propio de la guía debería disminuir [1]. Tal y como veremos a continuación esta afirmación no es siempre cierta y requiere una serie de matices.

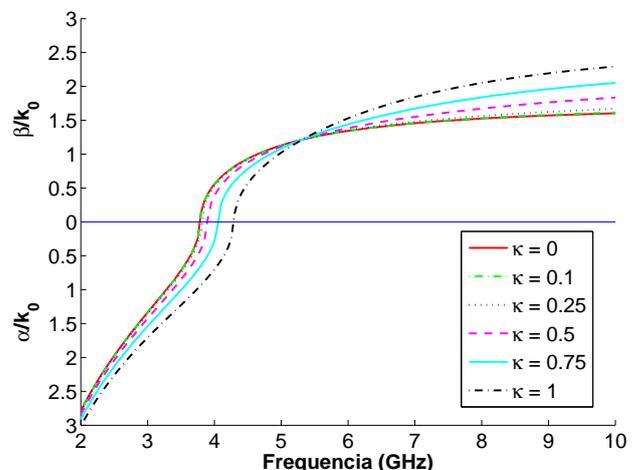


Fig. 2. Diagrama de dispersión del modo fundamental de la estructura de la Fig. 1 para $\epsilon_r = 3$ y diferentes valores de κ . Dimensiones en mm: $a \times b = 22,86 \times 10,16$ (Banda X).

De acuerdo a esta idea, en la Fig. 3 se muestra la variación de la constante de propagación con la frecuencia del modo fundamental de la estructura de la Fig. 1 para $\epsilon_r = 3$ y diferentes valores del parámetro de quiralidad que van desde $\kappa = 0$ (caso no quiral) hasta $\kappa = 1$. Los datos de la simulación aparecen en el pie de figura.

Inspeccionando la figura en detalle podemos llegar a dos conclusiones que, para nuestro conocimiento, no han sido comentadas con anterioridad, por lo que las podemos tildar a estas características de novedosas. El primer aspecto a comentar atañe al hecho de que todas las curvas de dispersión que se muestran en la Fig. 3 se cortan en un intervalo de frecuencias muy estrecho y que, a efectos prácticos y por conveniencia, podemos aproximar por una única frecuencia que llamaremos *frecuencia de cruce*. Con la introducción de la frecuencia de cruce podemos dividir el diagrama de dispersión en dos zonas delimitadas por el valor de esta frecuencia: una situada por encima de la frecuencia de cruce y otra por debajo. Realizando un análisis de estas dos regiones se extrae el segundo punto a comentar: dependiendo de en qué zona nos encontremos, el comportamiento del material con respecto a una variación del valor del parámetro de quiralidad diferirá completamente. Así, si nos situamos por encima de la frecuencia de cruce, al aumentar el parámetro de quiralidad el valor de la constante de propagación aumenta, lo cual está en concordancia con lo afirmado en los artículos citados y con el comportamiento de la onda cuando aumenta la permitividad o permeabilidad del material. En cambio, cuando nos encontramos por debajo de la frecuencia de cruce el comportamiento del material resultará completamente opuesto al esperado, puesto que al aumentar el parámetro de quiralidad el valor de la constante de propagación disminuye y, lo que es más importante, el valor de la frecuencia de corte del modo en cuestión aumenta.

IV. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado de forma resumida la formulación EB del método de modos acoplados, el cual sirve tanto para analizar la propagación en estructuras cerradas como en medio libre. Además, gracias a los resultados ofrecidos por nuestro método: (i) se han podido matizar ciertas conclusiones publicadas en artículos previos y que no resultaban ser del todo correctas, y (ii) se ha llegado a una serie de características novedosas que presenta la propagación electromagnética en el interior de estructuras que contienen medios quirales isótropos y que no habían sido constatadas con anterioridad.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por la Dirección General de Investigación del MICINN a través del proyecto TEC2010-21496-C03-01.

REFERENCIAS

- [1] N. Engheta, y P. Pellet: "Modes in chirowaveguides," Opt. Lett., Vol. 14, No. 11, pp. 593–595, 1989.
- [2] S. F. Mahmoud: "On mode bifurcation in chirowaveguides with perfect electric walls," J. Electromagnetic Waves Appl., Vol. 6, No. 10, pp. 1381–1392, 1992.
- [3] J. A. M. Svedin: "Propagation analysis of chirowaveguides using the finite-element method," IEEE Trans. Microw. Theory Tech., Vol. 38, No. 10, pp. 1488–1496, 1990.
- [4] P. Pelet y N. Engheta: "Modal analysis for rectangular chirowaveguides with metallic walls using the finite-difference method," J. Electromagnetic Waves Appl., Vol. 6, No. 9, pp. 1277–1285, 1992.
- [5] I.V. Lindell, A.H. Sihvola, S.A. Tretyakov and A.J. Vitanen, Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media, Artech House, Boston, 1994, Chapter 2.
- [6] Á. Gómez, A. Lakhtakia, A. Vegas y M. A. Solano: "Hybrid technique for analysing metallic waveguides containing isotropic chiral materials", IET Microw. Antennas Propag., Vol. 4, No. 3, pp. 305–315, 2010.