



GRADO EN MAGISTERIO EN EDUCACIÓN INFANTIL

CURSO 2022/2023

Facultad de Educación. Universidad de Cantabria

*“Razonamiento probabilístico en Educación Infantil:
un acercamiento a los problemas de urnas y bolas”*

ANA GÓMEZ ARCE

ÍNDICE

1. Introducción.....	4
2. Antecedentes de la investigación.....	5
3. Objetivos.....	8
4. Marco teórico.....	9
4.1. Conocimiento del profesor de Educación Infantil y Educación Primaria sobre probabilidad.....	9
4.2. Probabilidad en educación primaria.....	10
4.2.1. Comprensión de ideas probabilísticas por parte del alumnado de educación primaria.....	10
4.2.2. Análisis del contenido de los libros de texto.....	11
4.2.3. Errores y dificultades relacionadas con la probabilidad manifestado por el alumnado de educación primaria...	12
4.3. Probabilidad en educación infantil.....	13
5. Metodología.....	14
5.1. Tipo de estudio.....	14
5.2. Participantes.....	15
5.3. Cuestiones planteadas.....	16
5.4. Protocolo y recogida de datos.....	17
6. Análisis y resultados.....	20
7. Conclusiones.....	24
8. Referencias bibliográficas.....	27
9. Anexos.....	30

RESUMEN

El razonamiento probabilístico es una habilidad esencial tanto en matemáticas como en la vida cotidiana, y es importante desarrollarla desde edades tempranas. La educación infantil proporciona una base sólida para construir habilidades matemáticas, y el aprendizaje de conceptos probabilísticos puede enriquecerse.

Este Trabajo de Fin de Grado examina cómo enseñar Probabilidad en el aula de educación infantil para establecer una base sólida para una intervención que busca mejorar el desarrollo de dichos conocimientos en los estudiantes de esta etapa. La propuesta se ha realizado para ver y analizar el razonamiento probabilístico que presentan seis niños de educación infantil del colegio María Torner.

Palabras clave: Probabilidad, Educación Infantil, Urnas, bolas

ABSTRACT

Probabilistic reasoning is an essential skill both in mathematics and in everyday life, and it is important to develop it from an early age. Early childhood education provides a solid foundation for building math skills, and learning probabilistic concepts can be enriched.

This Final Degree Project examines how to teach Probability in the early childhood education classroom to establish a solid base for an intervention that seeks to improve the development of said knowledge in students at this stage. The proposal has been made to see and analyze the probabilistic reasoning presented by six children from the María Torner school.

Keywords: Probability, Childhood education, ballot box, balls

1. INTRODUCCIÓN

La educación infantil es esencial para el desarrollo y la formación de los niños durante sus primeros años de vida. Representa una cantidad significativa de aprendizajes como el desarrollo cognitivo, físico y emocional (Gil y Sánchez, 2004).

En esta etapa se sientan las bases para el aprendizaje futuro, como el desarrollo de habilidades matemáticas. Como parte integral de las matemáticas, la probabilidad es un concepto crucial que debe abordarse en la educación infantil.

La enseñanza de la probabilidad en educación infantil es importante porque contribuye al desarrollo cognitivo de los alumnos. Además, su comprensión temprana puede sentar las bases para el pensamiento lógico y el razonamiento matemático (Cabrera et al., 2020). Al incorporar la probabilidad en la educación infantil, se busca que los niños aprendan a resolver problemas, a tomar decisiones y a comprender su entorno. Por lo que es importante que se vayan introduciendo conocimientos probabilísticos en el currículo de educación infantil.

Desde mi experiencia realizando mis prácticas de Magisterio Infantil en algunos colegios de Cantabria, he podido observar que apenas se trabaja el desarrollo del pensamiento probabilístico en educación Infantil. Sin embargo, considero que es importante trabajarlo desde esta etapa para que los estudiantes desarrollen habilidades matemáticas, promuevan el pensamiento lógico, el razonamiento crítico y la comprensión del mundo real. Además, en esta etapa es accesible introducir el pensamiento probabilístico mediante materiales manipulativos como juegos de azar, experimentos, juegos de clasificación, etc. Mediante el juego los estudiantes aprenden a experimentar, explorar, discutir, pero, sobre todo, a construir su comprensión de la probabilidad de manera significativa y lúdica. Por estas razones me ha parecido interesante realizar un trabajo de investigación sobre el pensamiento probabilístico en educación infantil.

Durante mis prácticas en el colegio “María Torner” realicé con algunos niños de la clase de 4 años una prueba sobre el desarrollo probabilístico. Esta prueba consistía en comparar dos urnas con bolas de dos colores, para saber que probabilidad había de sacar bolas de un color u otro. Después de realizar esta prueba he realizado un estudio exploratorio y descriptivo, analizando cada una de las respuestas que me han ofrecido los alumnos.

El trabajo está formado por diferentes partes: Antecedentes de la investigación, los objetivos de la investigación, el marco teórico con el que he fundamentado la información relevante, la metodología, el análisis y resultados de la investigación, y las conclusiones obtenidas.

2. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

Para llevar a cabo este trabajo de investigación me he apoyado en trabajos de investigación sobre el razonamiento probabilístico en educación infantil y educación primaria, y en trabajos de comparación de probabilidades en urnas.

Por un lado, estas son algunas de las investigaciones que hacen referencia al razonamiento probabilístico en educación infantil:

- Alsina (2019) realizó un itinerario didáctico para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en educación infantil. En este itinerario se argumenta la importancia de garantizar una educación de calidad, la importancia de la estadística y la probabilidad, y las necesidades que presentan los niños a la hora de aprender las matemáticas.
- Batanero et al. (2021) han presentado una síntesis de la investigación sobre el razonamiento probabilístico de los niños hasta los 7 años. En esta síntesis han analizado estudios sobre la comprensión del azar en los niños, su lenguaje probabilístico, la identificación y enumeración de posibilidades, estrategias de comparación de probabilidades y razonamiento combinatorio.
- En el artículo de Bernabeu et al. (2021) se presenta una síntesis de la investigación que analiza el razonamiento de los niños hasta los 7 años cuando se enfrentan a juegos y problemas básicos de probabilidad. Esta

síntesis concluye que la enseñanza de la probabilidad debe comenzar lo antes posible para poder desarrollar la intuición del niño con la ayuda de juegos y situaciones en la vida diaria, para ello, el docente debe proponer situaciones probabilísticas en su aula para introducir una forma de pensar diferente a otras ramas de las matemáticas y ayudar así a superar las intuiciones erróneas primitivas sobre la aleatoriedad.

- Alsina et al. (2018) han realizado un trabajo sobre las ideas fundamentales vinculadas a la alfabetización estadística y probabilística que se pueden desarrollar desde la educación infantil. En este trabajo han presentado algunas orientaciones didácticas y recursos para utilizar en el aula de educación infantil. Han llegado a la conclusión de que es necesario que los profesores ofrezcan a sus estudiantes experiencias a partir de situaciones cotidianas.

Por otro lado, la mayoría de las investigaciones encontradas hacen referencia a la educación primaria, entre ellas me he apoyado en las siguientes:

- En el trabajo realizado por Batanero (2013) en donde se describe los resultados de los trabajos de Piaget e Inhelder y Fischbein para orientar a los profesores sobre como enseñar la probabilidad en educación primaria.
- Ortiz y Alsina (2017) han realizado un estudio exploratorio de un proceso de instrucción con alumnos de educación primaria que no han recibido instrucción previa sobre la probabilidad. En este estudio han examinado la variedad de términos, expresiones orales y escritas, símbolos y representaciones que se utilizan para ayudar a los estudiantes a comprender gradualmente la idea de probabilidad y adquirir el lenguaje probabilístico correspondiente.
- En dos artículos de Alsina:
 - En un artículo de Alsina (2016a), en donde se concretan las razones y argumentos que han llevado a incorporar la estadística y la probabilidad en el currículo de educación primaria, las primeras orientaciones curriculares desde una perspectiva internacional y

ofrece algunas ideas para fomentar la enseñanza eficaz de estos conocimientos en el aula.

- En un artículo de Alsina (2016b) en donde se analizan las orientaciones curriculares del *National Council of Teachers of Mathematics* y los currículos español y chileno para determinar los conocimientos probabilísticos que deberían enseñarse en educación primaria. Además, se examinan las habilidades adquiridas de dos colecciones de libros de texto
- En la investigación realizada por Vásquez y Alsina (2019) donde se evalúa el conocimiento especializado para la enseñanza de la probabilidad de 93 profesores en activo de Educación Básica de 22 centros educativos que imparten clases de matemáticas en Chile. Este estudio es de tipo exploratorio y su enfoque metodológico es mixto, ya que considera el análisis de variables tanto cuantitativas como cualitativas. Esta investigación concluye que se necesita incorporar en los programas de formación inicial y permanente del profesorado de Primaria una didáctica de la probabilidad, puesto que, el profesorado de Educación Primaria tiene unos conocimientos especializados insuficientes.

Por último, los trabajos de comparación de probabilidades en urnas son escasos. Por esta razón he tenido la iniciativa de realizar un trabajo de investigación sobre ello. Algunos de los trabajos que he encontrado son los siguientes:

- En el artículo de Hernández-Solís et al. (2020) se presenta un estudio que explora las estrategias que emplean los niños de 6º curso de educación primaria costarricenses al comparar probabilidades en contextos de urnas. El estudio se llevó a cabo considerando intencionalmente a 55 estudiantes de primaria. Los resultados de este estudio indican que en este estudio ha influido más la maduración del alumnado que la enseñanza que han recibido. Los niños necesitan trabajar la probabilidad elaborando problemas más elaborados y trabajando con material manipulativo. Este estudio puede ayudar a los docentes de primaria a

ganar experiencia en su formación para enseñar la probabilidad a sus alumnos.

- Batanero et al. (2021) han presentado una síntesis sobre el razonamiento probabilístico en donde presentan ideas de probabilidad en niños de educación infantil y primer ciclo de primaria. Una de estas ideas trata sobre comparar probabilidades con la ayuda de urnas y fichas de colores.

A continuación, voy a presentar los objetivos que quiero conseguir con mi estudio:

3. OBJETIVOS

Después de la exhaustiva búsqueda sobre investigaciones relacionadas con el tema de nuestro estudio, hemos visto que no hay demasiadas investigaciones con relación a la probabilidad en educación infantil. Dada mi experiencia en las aulas de educación infantil y ver la falta de instrucción del razonamiento probabilístico, me motiva realizar una experiencia en esta línea, por lo tanto, me pregunto: ¿Cuáles son las tácticas que emplean los estudiantes de educación infantil cuando se enfrentan a situaciones en las que deben demostrar su razonamiento probabilístico? Para responder a esta pregunta, nos planteamos el siguiente objetivo general:

Objetivo general:

- Indagar el razonamiento probabilístico que manifiesta el alumnado de educación Infantil del Colegio María Torner a la hora de abordar situaciones en contextos de urnas.

Este objetivo general lo vamos a concretar con los siguientes objetivos específicos:

Objetivos específicos:

- Diseñar, planificar y elaborar una prueba para conocer el razonamiento probabilístico de los alumnos.

- Analizar cada una de las respuestas que ofrecen los estudiantes.

4. MARCO TEÓRICO

El término probabilidad se refiere al estudio del azar y la incertidumbre en cualquier situación en la que varios posibles sucesos pueden ocurrir; la disciplina de la probabilidad proporciona métodos para cuantificar las oportunidades y probabilidades asociadas con los varios sucesos (Devore, 2018).

Para realizar este trabajo de investigación tuve que indagar sobre el tema buscando artículos sobre la probabilidad en educación infantil y primaria. En su mayoría los artículos sobre el desarrollo probabilístico son de educación primaria, por lo que me costó conseguir información de Infantil. Después de una búsqueda exhausta, he dividido las ideas en tres apartados que comento a continuación.

4.1. Conocimiento del profesor de Educación Infantil y Educación Primaria sobre probabilidad.

Poco a poco se ha ido introduciendo los conocimientos probabilísticos a los currículos de educación primaria e infantil. Según Batanero, Henry y Parzysz (2005), adoptar una perspectiva de modelización en la que estos significados se complementen es esencial para una enseñanza adecuada de probabilidad. Esto requiere profesores con una base sólida de conocimientos didácticos y disciplinares.

Autores como Pierce y Chick (2011) indican que algunos profesores de matemáticas se encuentran inseguros al enseñar esta materia, pues su interés es contribuir a la formación, no sólo de los conocimientos matemáticos de sus estudiantes, sino también de sus intuiciones probabilísticas

Por consiguiente, en sintonía con Batanero et al., (2016), es necesario prestar atención a los problemas prácticos y pedagógicos derivados de la incorporación de estos temas en los planes de estudio. De manera tal, que se

pueda proporcionar al profesorado las herramientas didácticas y disciplinarias para llevar a cabo una enseñanza idónea de estas temáticas (NCTM, 2015).

Muchos profesores de Educación Primaria tienen poca o ninguna preparación para enseñar probabilidad, lo que ha provocado que, en algunos casos, ésta se omita (Serrado et al., 2005).

Por lo que es necesario que cada vez se vayan implementando los conocimientos probabilísticos de una manera más profunda en los currículos de educación primaria e infantil. Y para que esto ocurra los profesores deben estar en constante evolución.

4.2. Probabilidad en educación primaria.

Actualmente, existen en su mayoría estudios relacionados con la educación primaria en comparación a la educación infantil sobre conocimientos probabilísticos.

La probabilidad se ha incorporado en los currículos de educación primaria con el objeto de promover el aprendizaje de conocimientos que sirvan de base para la recogida, descripción e interpretación de datos, junto con la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre (Alsina, 2016a).

4.2.1. Comprensión de ideas probabilísticas por parte del alumnado de educación primaria.

La comprensión de ideas probabilísticas por parte del alumnado de educación primaria ha sido objeto de investigación en diversos estudios.

Se ha argumentado que estos temas deben tener mayor relevancia en la enseñanza primaria para brindar a los estudiantes una experiencia que los ayude a comprender la probabilidad (Batanero, 2013).

Algunos de los estudios sobre la comprensión de ideas probabilísticas concluyen estas ideas:

- El estudio de las investigaciones de Batanero (2013) sugiere que los juegos de azar pueden ayudar a los niños a aprender conceptos probabilísticos.

- Ortiz y Alsina (2017) sugieren que los alumnos de los primeros niveles de educación primaria sí tienen conocimientos previos y experiencias de la vida cotidiana que les permiten estudiar la probabilidad desde las primeras edades. Por lo tanto, es crucial que al comenzar el estudio de probabilidad se tenga en cuenta el desarrollo de las primeras nociones y componentes de aproximación hacia la adquisición y el desarrollo del lenguaje probabilístico.

Debido a la naturaleza abstracta de las ideas probabilísticas, los estudiantes de primaria pueden encontrar dificultades a la hora de comprenderlas. Sin embargo, los maestros pueden ayudar a los estudiantes en entender estas ideas.

Los docentes deben proporcionar oportunidades para que los estudiantes exploren y practiquen conceptos probabilísticos.

4.2.2. Análisis del contenido de los libros de texto.

El currículo escrito y la forma en que los profesores lo interpretan a través de los libros de texto son un paso crucial desde el currículo previsto al implementado en el aula (Herbel, 2007).

Los libros de texto sirven como un recurso de ayuda al profesorado. El uso adecuado de los libros de texto con actividades que se adapten al nivel educativo y desarrollo de los estudiantes facilitará la comprensión de los conceptos.

Los libros de texto “constituyen la fuente inmediata donde se acumula la experiencia práctica de los profesores, y en cierta medida, los resultados de investigación” (Font y Godino, 2006). Por esto, es uno de los recursos más utilizados por el profesorado, influyendo en sus prácticas de enseñanza.

Fan y Kaeley (2000, p.8) señalan que los maestros con formación y experiencias similares se ven afectados no solo por lo que enseñan,

sino también por cómo lo hacen, es decir, “los libros de texto con diferentes características pueden transmitir diferentes mensajes pedagógicos a los maestros y proporcionarles un entorno curricular alentador o desalentador, que promueve diferentes estrategias de enseñanza”.

Los libros de texto son muy útiles para los docentes, pero el problema es que los profesores deben asegurarse de que el lenguaje y las actividades que se incluyen en ellos son realmente apropiadas para los estudiantes.

Existen varios estudios que pueden ayudar a los maestros a evaluar la calidad de los materiales de enseñanza que utilizan en el aula y a mejorar la enseñanza de probabilidad que ofrecen a los estudiantes de educación primaria.

4.2.3. Errores y dificultades relacionadas con la probabilidad manifestado por el alumnado de educación primaria.

En algunas aulas de educación primaria no se trabaja de forma adecuada la probabilidad y no se le da el valor que debería tener.

Debida a que la comprensión de la probabilidad es un proceso largo y difícil de lograr, es crucial comenzar a trabajar con ella gradualmente. Este proceso requiere un largo periodo de tiempo en el que los estudiantes deben ser capaces de comprender e interiorizar el concepto del azar (Batanero, 2013).

Cochran (2005) señala que la falta de habilidad de los estudiantes en el manejo de los conceptos de probabilidad es preocupante porque estos conocimientos son esenciales para comprender la inferencia estadística, desarrollar el razonamiento lógico y ser conceptos necesarios para cursos posteriores.

Además, los estudiantes que no tienen una formación adecuada en matemáticas tienen un bajo desempeño en Probabilidad. Aunque generalmente comprenden la estadística descriptiva, tienen problemas cuando se enfocan en temas de probabilidad (Cochran, 2005).

Se ha demostrado que cuando hay un componente probabilístico, la aplicación inadecuada de las leyes de probabilidad y prejuicios de las personas puede afectar su forma de razonar. Hirsch y O'Donnell (2001) utilizaron un instrumento previamente validado en estudiantes de varios niveles educativos y descubrieron que una gran cantidad de errores conceptuales de probabilidad, particularmente los relacionados con la representatividad, persisten incluso después de recibir la instrucción adecuada.

Por eso, se debe motivar a los alumnos proponiéndoles actividades atractivas de manera que el estudiante lo realice movido por intereses personales y por la satisfacción que le produce el mismo aprendizaje.

4.3. Probabilidad en educación Infantil.

Son pocos los trabajos relacionados con el desarrollo probabilístico en educación Infantil. Pero eso no quiere decir que no tenga importancia a la hora de introducirlo en el currículo.

Alsina (2017) expone tres argumentos en torno a la incorporación de la probabilidad en el currículo de Educación Infantil: a) la importancia de garantizar una educación de alta calidad que se ajuste a los cambios sociales; b) la importancia de las matemáticas en general, y de la probabilidad en particular, en el desarrollo integral de los niños; c) la importancia de la alfabetización probabilística desde las primeras edades.

Con la incorporación de la probabilidad en la educación infantil, se busca incentivar a los estudiantes en adquirir conocimientos básicos que les sirvan como base para la recogida, descripción e interpretación de datos (Alsina, 2019).

Se trata de brindarles herramientas que les ayuden a responder preguntas cuyas respuestas no son inmediatamente obvias, a la vez que les faciliten la toma de decisiones en situaciones en las que existe cierta incertidumbre. Todo esto con el fin de convertirlos gradualmente en ciudadanos bien informados y consumidores inteligentes, es decir, personas con una buena alfabetización probabilística (Alsina, 2019).

Existen diversas investigaciones y propuestas para fomentar la formación del razonamiento probabilístico en los estudiantes de educación infantil, puesto que es de gran utilidad para su desarrollo posterior. Poco a poco se está introduciendo el razonamiento probabilístico en el currículo de infantil, pero queda un gran trabajo para su mejora. Por eso los docentes tienen un gran papel, necesitan ofrecer una enseñanza eficaz. “Los profesores deben conocer y entender profundamente las matemáticas que enseñan y ser capaces de hacer uso de ese conocimiento con flexibilidad. Necesitan comprender a sus alumnos, confiar en ellos, como aprendices de matemáticas y como seres humanos, y ser cuidadosos al elegir y utilizar las estrategias pedagógicas y de evaluación” (NCTM, 2003, p.17).

Según Alsina (2010) es necesario partir de contextos de enseñanza-aprendizaje significativos y adaptados a las necesidades de los estudiantes de las primeras edades para promover el desarrollo de la competencia matemática en general, y de la estadísticas y probabilidad en particular.

Para conseguir unos buenos resultados se pueden realizar actividades y propuestas con materiales didácticas impresos, con recursos digitales, con recursos literarios, con juegos, con materiales manipulativos y trabajar a partir de situaciones de vida cotidiana (Alsina, 2017).

Si el profesorado tiene el material suficiente y especializado en el desarrollo probabilístico, los estudiantes van a aprender de una manera lúdica y eficaz.

5. METODOLOGÍA

5.1. Tipo de estudio

Nos encontramos ante un estudio de naturaleza exploratoria y descriptiva. Los estudios exploratorios son aquellos cuyo objetivo es explorar y comprender un tema en particular cuando hay poca información disponible sobre este (Sampieri, 2018). Además, los estudios exploratorios sirven para obtener

información para realizar una investigación más completa e indagar sobre nuevos problemas.

En este caso no se conocen muchos estudios de razonamiento probabilístico en educación infantil, la mayoría son de educación Primaria. Y esto es una de las razones por las cuales hemos querido trabajar este tema en educación Infantil. Los estudios descriptivos proporcionan descripciones objetivas y precisas de las características y comportamientos de una población en concreto (Sampieri, 2018). Este estudio trata sobre describir y analizar las respuestas que nos han dado concretamente los alumnos de educación infantil del colegio María Torner.

Para el diseño, creación e implementación de esta propuesta se ha establecido la metodología basada en la investigación cualitativa, puesto que se trata de un estudio de caso que recopila los datos a través de la interacción con alumnos de educación Infantil. El estudio de casos consiste en un método o técnica de investigación que se caracteriza por precisar de un proceso de búsqueda e indagación, así como el análisis sistemático de uno a varios casos (Rovira, 2018). Además, se utiliza para examinar un grupo específico dentro de su contexto real. En este estudio se ha indagado las respuestas y las reacciones que han tenido cada uno de los alumnos.

5.2. Participantes

Para este estudio se han seleccionado a los participantes intencionadamente a base en los criterios que me han parecido adecuados. Todos los participantes se encuentran en el aula de 4 años de educación Infantil del Colegio María Torner y cada uno de ellos nos han aportado unas respuestas propias e individuales. La mayoría de ellos ya han cumplido los 5 años, exactamente 4 de ellos. Se han seleccionado a 3 niños y 3 niñas, para que fuera equitativo.

Voy a explicar las razones por las cuales he elegido a cada uno de los alumnos para participar en este estudio:

- El alumno 1 fue seleccionado por su buen comportamiento en el aula. Es un niño muy participativo y con mucha iniciativa.
- La alumna 2 fue seleccionada por sus buenos resultados en las tareas relacionadas con las Matemáticas.
- El alumno 3 fue seleccionado por su motivación a la hora de realizar actividades y su buena actitud.
- La alumna 4 fue seleccionada por su compromiso, su gran participación en cada una de las actividades que realizan en el aula, su buena actitud y sus destrezas.
- El alumno 5 fue seleccionado por voluntad propia. Cuando vio a los anteriores participantes hacer la prueba, quiso realizarla. Y al tener tanta motivación por realizarla le seleccioné.
- La alumna 6 fue seleccionada porque es una alumna muy aplicada y trabajadora.

Todos los alumnos han participado de forma activa y con mucha iniciativa, han respondido a las dos preguntas en base a sus conocimientos.

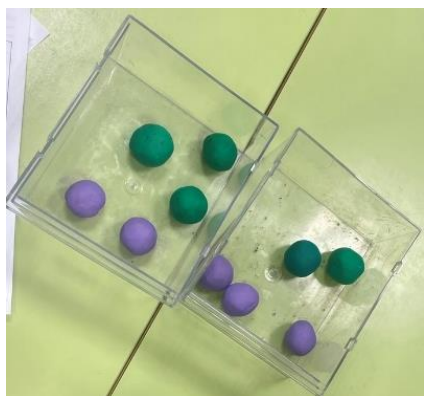
5.3. Cuestiones planteadas

Las dos cuestiones que les hemos planteado son las siguientes:

1. ¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola verde?
¿Por qué?
2. ¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola morada? ¿Por qué?

En la primera pregunta les presentamos dos urnas: una urna con 4 bolas verdes y 1 bola morada, y otra urna con 4 bolas moradas y una bola verde.

En la segunda pregunta les presentamos dos urnas: una urna con 3 bolas verdes y 2 moradas, y otra urna con 3 bolas moradas y 2 bolas verdes.



Con las preguntas queríamos ver si los niños diferenciaban las cantidades de bolas de las diferentes urnas. En el primer caso la diferencia de las bolas verdes en las dos urnas es perceptible, pero en el segundo caso es más difícil ver en cuál de las dos urnas hay más bolas moradas. Las preguntas las hemos hecho de esta manera para que los alumnos vieran las diferencias de los dos casos, uno más sencillo que otro.

5.4. Protocolo y recogida de datos

Para la recogida de datos de cada uno de los participantes he utilizado unas fichas (Anexo 1), en dónde aparecían las fotos de las urnas con su pregunta correspondiente. Debajo de cada pregunta había un recuadro vacío para rellenarlo con las respuestas.

COMPARACIÓN DE PROBABILIDADES EN URNAS

Vamos a realizar una actividad con urnas y bolas de colores para ver cuál de ellas es la más común. Para ello vamos a responder a unas preguntas:



- ¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola verde? ¿Por qué?



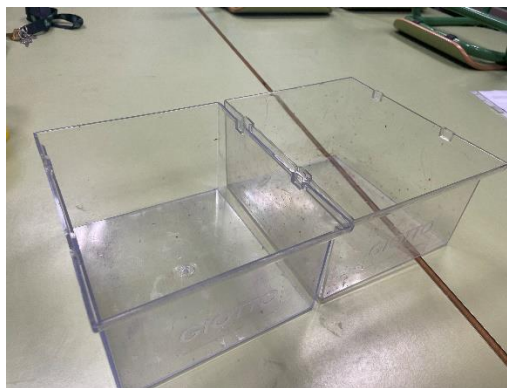
- ¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola morada? ¿Por qué?

En un principio las entrevistas se iban a realizar en su propia aula, pero al encontrarnos con un grupo muy ruidoso era difícil realizarlas allí. Por este motivo las realizamos en el almacén de Infantil, ya que dispone de una mesa grande para realizar las entrevistas. Este almacén es un entorno conocido y seguro para ellos, ya que, realizamos muchas actividades en él.

Las entrevistas las realicé el día 9 de mayo durante toda la mañana. Para realizar las entrevistas de una manera individual fui sacando a cada uno de los participantes solos. A cada uno de los participantes les presenté la prueba de la misma manera: Al entrar al almacén les mandaba que se sentaran en una silla enfrente de las urnas para que pudieran analizar lo que tenían delante de sus

ojos. Al estar un rato investigando lo que había, les pregunté si sabían lo que había encima de la mesa y seguido a esto les pregunté si sabían lo que era una urna. Al obtener una respuesta, les pregunté cuántas bolas había en cada una de las “cajas”. Seguido a esto les expliqué lo que íbamos a hacer a continuación: “Tenemos estas dos cajas con x bolas, os voy a hacer unas preguntas sobre ello...”.

El material se presentó de una forma visual y con el poder de manipularlo. Para las urnas utilicé dos cajas de plástico procedentes del material escolar del colegio y las bolas las hice con plastilina. La primera impresión de los niños al ver estas urnas fue de sorpresa. No sabían para qué las íbamos a utilizar y tenían ganas de manipular las bolas de plastilina (eso fue lo que hicieron). Todas las entrevistas las he grabado para poder analizarlas de una manera más exhaustiva.



Todos los alumnos han participado con mucha iniciativa y de una manera significativa. Desde el primer momento han entendido la prueba y han sabido responder a cada una de las preguntas.

6. ANÁLISIS Y RESULTADOS

Analizando en profundidad las respuestas que nos han ofrecido los seis alumnos de educación Infantil del Colegio María Torner que han participado en la prueba, hemos podido obtener los siguientes resultados:

Para realizar la prueba les hemos presentado dos escenarios. El primer escenario contaba con dos urnas, una urna con 4 bolas verdes y 1 bola morada, y otra urna con 4 bolas moradas y una bola verde. El segundo escenario contaba con dos urnas, una urna con 3 bolas verdes y 2 moradas, y otra urna con 3 bolas moradas y 2 bolas verdes. A primera vista se puede ver que el primer escenario es menos complejo que el segundo, ya que, la distribución de las bolas es desigual. En cambio, el segundo escenario es similar por lo que los estudiantes pueden tener más dificultades a la hora de percibir las diferencias de cada urna y responder a las preguntas.

En la primera toma de contacto con las urnas los alumnos han mostrado cierto interés y asombro hacía ellas. Ninguno de los alumnos sabía que era una urna, por lo tuve que cambiar la palabra “urna” por “caja”. Al principio les costó concentrarse e incluso dos de ellos querían volver a su clase porque no querían hacerlo, ya que, esta prueba era algo nuevo para ellos y les asustaba. Un alumno cuando me respondió a la primera pregunta me contestó: “que la siguiente pregunta no sea como esta”. Con esto se demuestra que los alumnos tenían cierto nivel de cobardía por hacer una actividad diferente y nueva para ellos. Trabajar en educación infantil el razonamiento probabilístico supone enfrentarse a juegos y problemas básicos de probabilidad y es algo que no se ve a menudo en las aulas de educación infantil.



Analizando las respuestas he observado que la minoría han proporcionado una respuesta correcta, concretamente el 33.3% de los alumnos (2 de 6). Con respuesta correcta me refiero a justificar en qué urna hay una mayor cantidad de bolas de un color que del otro. En la primera pregunta la respuesta correcta sería: “En la primera urna porque hay más bolas de color verde”, y en la segunda pregunta la respuesta correcta sería: “En la segunda urna porque hay más bolas de color morado”. Solamente dos alumnos han respondido de manera correcta, por ejemplo: El alumno 3 ha respondido en la segunda pregunta: “La segunda porque en esta hay 3 moradas y en las otras 2 bolas moradas”. Algunas de las respuestas que nos han ofrecido son relativas, ya que, no han establecido un argumento de comparación, por ejemplo, la alumna 4 ha respondido a la segunda pregunta de esta manera: “En la segunda caja porque hay más”. La respuesta es correcta pero solamente ha dicho en que urna hay más bolas. Esta respuesta nos incita a pensar que la alumna lo ha podido decir aleatoriamente o mediante la observación ha podido ver que realmente hay más bolas moradas que en la otra urna.



Con relación a las preguntas, en ambas hay un 33,3% de aciertos (2 de 6), por ejemplo: La alumna 4 ha respondido: “En la primera porque hay más bolas verdes”. Algunas de las respuestas que nos han ofrecido el resto de los alumnos son las siguientes:

- El alumno 1 ha respondido a la segunda pregunta de esta manera: “En la primera porque solo hay dos bolas”
- La alumna 2 ha respondido a la primera pregunta: “La primera caja porque me gusta el morado”. En la segunda pregunta se quedó en blanco y no sabía que responder ni que caja elegir.
- Los alumnos 5 y 6 solamente han justificado una de las preguntas. El alumno 5 ha respondido a la segunda pregunta de esta manera: “La segunda porque esta caja me gusta más”. Y la alumna 6 ha respondido a la segunda pregunta: “La primera porque quiero elegir una de esta caja”. Desde el primer momento estos alumnos estaban confusos y al hacerles las preguntas se quedaban mirando fijamente las urnas sin dar ninguna respuesta.



Al crear los dos escenarios había dado por hecho que los alumnos iban a tener más facilidad de responder a la primera pregunta, pero han tenido dificultad con las dos. El hecho de que vean las cantidades tan diferenciadas haría suponer que van a elegir de manera correcta, pero sin embargo no lo han podido ver.

En particular observo que esto se podría dar por tener dificultad a la hora de ofrecer un argumento objetivista, es decir, un argumento construido a partir de información relativa poniendo de manifiesto un cierto dominio de la probabilidad en un sentido clásico. Concretamente aquellos que tienen que ver

con la composición de las urnas, teniendo en cuenta los colores de las bolas que los integran. El 50% de los alumnos (3 de 6) han proporcionado respuestas objetivistas, por ejemplo: El alumno 1 ha respondido: “En la segunda caja porque hay una bola verde”. Aunque esta respuesta no sea correcta, el alumno ha justificado su respuesta con los conocimientos limitados que tiene acerca de la probabilidad.

La otra mitad de los alumnos han proporcionado argumentos subjetivistas, es decir, argumentos que son contruidos basando su justificación en creencias u opiniones propias. Por ejemplo, el alumno 5 ha respondido a la segunda pregunta de esta manera: “La segunda porque esta caja me gusta más”.



Al tratarse de alumnos de educación infantil ofrecer una respuesta coherente a la hora de realizar una prueba sobre la comparación de probabilidades en urnas tiene cierta dificultad, puesto que, no tienen los conocimientos necesarios para ello. Por lo que, recibir una respuesta basándose en sus opiniones es común en estos casos. Aun así, quiero destacar el gran esfuerzo que han hecho, por tener en cuenta la composición de las urnas de cada escenario. Aunque no hayan ofrecido una respuesta correcta, se han esforzado para responder a las preguntas y algunos de ellos han justificado sus respuestas. Concretamente el 75% de los alumnos han justificado sus respuestas, por ejemplo, la alumna 2 ha respondido: “La primera caja porque me gusta el morado”.

En relación con las justificaciones podemos diferenciar tres tipos: Justificación relevante, irrelevante o no aporta justificación. Con justificación relevante nos referimos a una justificación que está directamente relacionado con el tema, por ejemplo, el alumno 1 ha respondido: “En la segunda caja porque hay una bola verde”. En cambio, las justificaciones irrelevantes son aquellas que carecen de una relación o conexión con el tema, por ejemplo, la alumna 6 ha respondido: “La primera porque quiero elegir una de esta caja”. Aunque la justificación no tenga relación con el tema o la pregunta que les hemos hecho, nos ha ofrecido una explicación por lo que son válidas. Por otro lado, algunos alumnos no nos han aportado ninguna justificación, por ejemplo, la alumna 2 ha respondido a la segunda pregunta de esta manera: “La segunda caja porque...”. En este caso la alumna se quedó en blanco mirando fijamente las urnas, esto se debe a que no sabía que responder ni cómo explicarse.

Con relación a las preguntas, en la segunda pregunta hay un porcentaje más elevado de respuestas justificadas con aproximadamente un 71% (5 de 7), por ejemplo, el alumno 3 ha respondido: “La segunda porque en esta hay 3 moradas y en las otras 2 bolas moradas”.

7. CONCLUSIONES

Para comenzar, analizaremos el nivel de cumplimiento de los objetivos establecidos al comienzo de la realización de este TFG. Dichos objetivos se han logrado con gran satisfacción.

El objetivo general “Indagar el razonamiento probabilístico que manifiesta el alumnado de educación Infantil del Colegio María Torner a la hora de abordar situaciones en contextos de urnas”, se ha cumplido de forma satisfactoria. Con el estudio que he realizado he podido comprobar el nivel que tienen los alumnos de infantil a la hora de trabajar el razonamiento probabilístico.

En cuanto a los objetivos específicos “Diseñar, planificar y elaborar una prueba para conocer el razonamiento probabilístico de los alumnos” y “Analizar cada una de las respuestas que ofrecen los estudiantes”, también se han cumplido satisfactoriamente. La prueba realizada salió a

la perfección y todas las respuestas de los alumnos fueron de gran ayuda para realizar el análisis de una manera sencilla.

Por un lado, me gustaría hablar sobre las limitaciones que han surgido a la hora de realizar el estudio:

- La metodología basada en la investigación cualitativa: al realizar un estudio de este tipo me ha permitido indagar el razonamiento probabilístico de unos alumnos en concreto de educación infantil con sus características particulares. Esto conlleva a que no podamos obtener unos resultados para hablar sobre la población estudiantil de educación infantil. Necesitaríamos una muestra más amplia y representativa de niños de educación infantil para lograrlo.
- Dificultad para expresar ideas: En algunas ocasiones han presentado dificultades para expresar sus pensamientos y conceptos de manera verbal. Al trabajar con estudiantes tan pequeños es normal que ocurra algo de este estilo.
- Falta de experiencia previa: Los niños de educación infantil pueden tener poca o ninguna experiencia previa en el estudio de probabilidad. Esto puede limitar su capacidad para comprender y aplicar completamente las ideas en situaciones específicas.
- Continuación del estudio: Al haber realizado un estudio de forma puntual, no he podido ver la evolución y continuación del estudio y desarrollo del alumnado.

Por otro lado, este estudio es de gran ayuda para poder introducir en el aula este tipo de experiencias. Es de gran utilidad para trabajar el razonamiento probabilístico manipulativamente en educación infantil. Una excelente manera de ayudar a los niños a comprender y experimentar conceptos de manera concreta es trabajar la probabilidad de manera manipulativa en educación infantil.

En conclusión, hemos podido lograr conseguir todos los objetivos de una manera satisfactoria. El estudio se ha logrado llevar a cabo fácilmente consiguiendo unos resultados gratificantes.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alsina, Á. (2010). La “pirámide de la educación matemática”, una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16.

Alsina, Á. (2016a). La estadística y la probabilidad en educación primaria. ¿Dónde estamos y hacia dónde debemos ir? *Aula de innovación educativa*, 251, 12-17.

Alsina, Á. (2016b). La probabilidad en educación primaria: de lo que debería enseñarse a lo que se enseña. Uno: *revista de didáctica de las matemáticas*, 2016, núm. 71, p. 46-52.

Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Revista Épsilon*, 34(95), 25-48.

Alsina, Á. (2019). La estadística y la probabilidad en educación infantil: un itinerario de enseñanza.

Alsina, A. Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en educación infantil. *Épsilon*, Sevilla, v. 95, p. 25-48, 2017.

Alsina, A., y Vásquez, C. Hacia una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad en las primeras edades. *Revista Didascalía: Didáctica y Educación*, 8(4), p. 199-212. 2017.

Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿qué podemos aprender de la investigación. *Atas do III Encontro de probabilidades e estatística na escola*, 9-21.

Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S., y Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability* (p. 33). Springer Nature.

Batanero, C., Henry, M., y Parzysz, B. (2005): «The nature of chance and probability», en JONES, G.: Exploring probability in school: *Challenges for teaching and learning*. Nueva York. Springer, pp. 15-37

Bernabeu, M. D. C. B., Arroyo, R. Á., Solís, L. A. H., y Gea, M. M. (2021). El inicio del razonamiento probabilístico en educación infantil. *PNA*, 15(4), 267-288.

Cabrera, M. C. S., Gonzalez, L. Y. M., y Tamayo, L. M. V. (2020). Importancia de la Estadística Desde El Principio de la Educación Básica Secundaria. *Covalente*, 2(1), 14-21.

Cochran, J. (2005). Can you really learn basic probability by playing a sports board game? *The American Statistician*. *Alexandria*, 59(3), 266 - 272.

Devore, J. (2018). Fundamentos de probabilidad y estadística. Cengage.

Fan, L., y Kaeley, G. S. The influence of textbooks on teaching strategies: An empirical study. *Mid-Western Educational Researcher*, Macomb (IL), v. 13, n. 4, p. 1–9, 2000.

Font, V., y Godino, J. D. La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 1. n. 8, p. 67-98, 2006.

Gil, M., y Sánchez, O. (2004). Educación inicial o preescolar: el niño y la niña menores de tres años. Algunas orientaciones a los docentes. *Educere*, 8(27), 535-543.

Herbel-Eisenmann, B. A. (2007). From intended curriculum to written curriculum: *Examining the "voice" of a mathematics textbook*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(4), 344-369.

Hernández-Solís, L. A., Batanero, C., Gea, M. M., y Álvarez-Arroyo, R. (2020). Comparación de probabilidades en urnas: Un estudio con estudiantes de Educación Primaria. *Uniciencia*, 35, 1-19.

Hirsch, L., y O'Donnell, A. (2001). Representativeness in Statistical Reasoning: Identifying and Assessing Misconceptions. *Journal of Statistics Education*, 9(2).

National council of teachers of mathematics – NCTM. De los principios a la acción Para garantizar el éxito matemático para todos. Reston, VA: NCTM, 2015.

NCTM (2003). Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: Thales. Olmos, G. y Alsina, Á. (2010). *El uso de cuadernos de actividades para aprender matemáticas en educación infantil*. Aula de Infantil, 53, 38-

Ortiz, C. V., y Alsina, Á. (2017). Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31, 454-478.

Pierce, R., y Chick, H. (2011). Teachers' beliefs about statistics education. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics — Challenges for teaching and teacher education* (pp. 151-162). New York: Springer.

Rovira, I. (2018 marzo 8). Estudio de caso: características, objetivos y metodología. Psicología y Mente. Estudio de caso: características, objetivos y metodología (psicologiyamente.com).

Sampieri, R. H. (2018). Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta. McGraw Hill México.

Serradó, A., Azcárate, P., y Cardeñoso, J. M. (2005, February). Randomness in textbooks: the influence of deterministic thinking. In *Proceedings of CERME 4: Fourth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1-10). Ramon Llull University.

Vásquez Ortiz, C. A., Díaz-Levicoy, D., Coronata Ségure, C., y Alsina, Á. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la Educación Infantil. *Cadernos Cenpec*, 2018, vol. 8, núm. 1, p. 154-179.

Vásquez Ortiz, C., y Alsina i Pastells, Á. (2019). Conocimiento especializado del profesorado de educación básica para la enseñanza de la probabilidad.

9. ANEXOS

ANEXO 1:

MARIN
1

COMPARACIÓN DE PROBABILIDADES EN URNAS

Vamos a realizar una actividad con urnas y bolas de colores para ver cuál de ellas es la más común. Para ello vamos a responder a unas preguntas:



¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola verde? ¿Por qué?

En la segunda caja porque hay una bola verde



¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola morada? ¿Por qué?

En la primera porque solo hay dos

(ALUMNO 1)

ANA
2

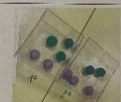
COMPARACIÓN DE PROBABILIDADES EN URNAS

Vamos a realizar una actividad con urnas y bolas de colores para ver cuál de ellas es la más común. Para ello vamos a responder a unas preguntas:



¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola verde? ¿Por qué?

La primera porque me gusta el morado



¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola morada? ¿Por qué?

La segunda porque... (se quedaba callada sin responder y decía porque...)

(ALUMNA 2)

LUCAS
3

COMPARACIÓN DE PROBABILIDADES EN URNAS

Vamos a realizar una actividad con urnas y bolas de colores para ver cuál de ellas es la más común. Para ello vamos a responder a unas preguntas:



¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola verde? ¿Por qué?

La primera porque me gusta y porque en esta hay 4 y en la otra 1



¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola morada? ¿Por qué?

La segunda porque en esta hay 3 moradas y en la otra 2 bolas moradas

(ALUMNO 3)

CLAUDIA
4

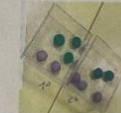
COMPARACIÓN DE PROBABILIDADES EN URNAS

Vamos a realizar una actividad con urnas y bolas de colores para ver cuál de ellas es la más común. Para ello vamos a responder a unas preguntas:



¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola verde? ¿Por qué?

En la primera porque hay más bolas verdes



¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola morada? ¿Por qué?

En la segunda caja porque hay más

(ALUMNA 4)

MALRO
5

COMPARACIÓN DE PROBABILIDADES EN URNAS

Vamos a realizar una actividad con urnas y bolas de colores para ver cuál de ellas es la más común. Para ello vamos a responder a unas preguntas:



¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola verde? ¿Por qué?

En la primera porque... no lo sé (se quedaba callado)



¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola morada? ¿Por qué?

La segunda porque esta caja me gusta más

(ALUMNO 5)

LUNA
6

COMPARACIÓN DE PROBABILIDADES EN URNAS

Vamos a realizar una actividad con urnas y bolas de colores para ver cuál de ellas es la más común. Para ello vamos a responder a unas preguntas:



¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola verde? ¿Por qué?

La segunda porque... (No lo sé)



¿En cuál de las dos urnas crees que será más fácil sacar una bola morada? ¿Por qué?

La primera porque quiero elegir una de estas

(ALUMNA 6)