



GRADO EN MAGISTERIO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Curso 2023/2024

Facultad de Educación

Caracterización del pensamiento funcional mostrado por
un estudiante de 8 años

Characterization of functional thinking shown by an 8-
year-old student

Autor: Eduardo Fontán Rodríguez

Director: Ignacio González Ruiz

Noviembre de 2023

RESUMEN

En este estudio se ha llevado a cabo una investigación en la que se pretende indagar, profundizar y analizar el pensamiento funcional puesto de manifiesto por un alumno de tercer curso de Educación Primaria (ocho años) en España, tras haber realizado una tarea que ha implicado la búsqueda de patrones y generalización. Presentamos los sistemas de representación y estrategias empleadas por el alumno en una tarea que involucra la relación funcional $f(x) = 5x$. En cuanto a los resultados, cabe resaltar que ha resuelto satisfactoriamente los casos en los que se trabaja con cantidades concretas; sin embargo, ha presentado dificultades para desenvolverse en una tarea en la que ha de mostrar su capacidad de generalizar a partir de una letra determinada.

Palabras clave: Early-Algebra, pensamiento funcional, Educación Primaria, estrategias, generalización.

ABSTRACT

In this thesis there has been made a research which has developed a deep investigation focused on the analysis of the functional thinking. It presents the results of an exploratory study developed with a 3rd grade student (eight years) in Spain, after having carried out a task that involves the search of patterns and generalitation. There are shown the representation systems and strategies used by the pupil in an activity which contains the functional relationship $f(x) = 5x$. As for the results, he has adequately solved the assignments in which he works with specific quantities; however, he has faced some difficulties to solve a task that requires a generalitation hability using a specific letter.

Key words: Early-Algebra, functional thinking, Primary Education, strategies, generalitation.

ÍNDICE

RESUMEN	1
ABSTRACT	1
1. INTRODUCCIÓN	3
1.1. Motivación personal por el problema de investigación.....	3
1.2. Aproximación a la problemática de investigación	4
1.3. Antecedentes	4
1.4. Presentación del problema de investigación	7
2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	8
3. MARCO TEÓRICO.....	8
3.1. ¿Qué es el Early-Algebra?.....	8
3.2. ¿Qué es el pensamiento funcional?	9
3.3. Estrategias	10
4. MARCO METODOLÓGICO.....	12
4.1. Tipo de investigación.....	12
4.2. Descripción del sujeto de estudio	13
4.3. Características del instrumento de recogida de información.....	15
4.4. Implementación de la Evaluación Escrita.....	16
4.5. Variables de análisis	17
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	19
5.1. Descripción de los resultados.....	19
5.2. Discusión de resultados.....	22
6. CONCLUSIONES Y LIMITACIONES	25
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	29

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Motivación personal por el problema de investigación

Algunos de los factores que me han impulsado a realizar esta investigación matemática con alumnado de primaria son los siguientes:

En primer lugar, considero fundamental que el alumnado de Educación Primaria interiorice de manera introductoria la capacidad de trabajar el razonamiento abstracto, lo que les enseñará a discurrir de manera lógica y a resolver problemas utilizando diferentes patrones (como las letras del abecedario) que representan un número concreto.

En segundo lugar, la expresión algebraica fomenta de manera significativa la capacidad de pensamiento crítico, característica esencial para resolver problemas tanto matemáticos como en distintos ámbitos cotidianos. Además, si se promueve que los estudiantes razonen de manera lógica, mejorará su facultad para desenvolverse en circunstancias complejas, llegando a construir conclusiones fundamentadas y razonadas, en las que se obtengan resultados más eficaces a la hora de tomar ciertas decisiones.

Actualmente, soy un maestro en formación que se encuentra enseñando a alumnos de tercer grado de un colegio de Cantabria. Lo observado en el aula durante estas prácticas escolares ha sido otro de los factores por los que he decidido enfocar esta investigación al pensamiento funcional en alumnado de estas edades. Concretamente, he presenciado una gran variabilidad en cuanto al nivel se refiere por parte de los estudiantes a la hora de resolver operaciones y/ o razonar problemas matemáticos, donde se ha podido observar grandes habilidades por alguno de los integrantes del aula, mientras que otros han presentado mayores dificultades para adoptar estrategias y poder resolver ejercicios que implican la capacidad de haber alcanzado un razonamiento matemático adecuado.

1.2. Aproximación a la problemática de investigación

Una vez presentado mi interés por el tema, y teniendo en cuenta que me encuentro actualmente realizando unas prácticas docentes dentro de lo que me corresponde durante mi formación como maestro, voy a aprovechar para abordar una prueba evaluable en relación con la capacidad de pensamiento funcional que manifiestan los estudiantes de primaria, específicamente con un alumno de 8 años, ya que se encuentra en el curso y el aula donde estoy preparando mis prácticas formativas. Este período de tiempo lo he considerado como una oportunidad para satisfacer esa inquietud personal en relación con la temática matemática que expondré a lo largo de esta investigación.

En particular, voy a tratar de plantear una situación contextualizada que involucre una función elemental, una función que en este estudio será lineal. Concretamente trabajaremos con la función $y=5x$. Lo que pretendemos alcanzar con esta investigación es analizar cómo se desenvuelve y qué respuestas proporciona el estudiante en dicha situación.

1.3. Antecedentes

Respecto a los antecedentes, cabe destacar que se ha optado por realizar una presentación acerca de las investigaciones llevadas a cabo en relación con el pensamiento funcional en la etapa de primaria, organizando dicha sección identificando investigaciones a partir de la edad creciente de los participantes. Es decir, en orden secuencial, comenzando desde los cursos en los que se trabaja el pensamiento funcional con estudiantes más pequeños, hasta llegar a los estudios donde se trabaja este aspecto con alumnos de mayor edad.

En Cañadas y Fuentes (2015) se pretende identificar y describir las estrategias empleadas en tareas que involucran relaciones funcionales lineales empleadas por 32 estudiantes de 6 y 7 años. Concretamente, la relación funcional con la que se trabaja en esta investigación es $f(x)=5x$. El sistema de representación más utilizado por los estudiantes ha sido el pictórico exceptuando el apartado sobre generalización, donde el sistema de representación verbal fue el predominante. En cuanto a la relación 1-5, que es la acertada, la hemos encontrado tanto en respuestas de estudiantes que realizan dibujos de niños y globos, y realizan el recuento sobre los mismos; como en casos en los que dan una respuesta directa.

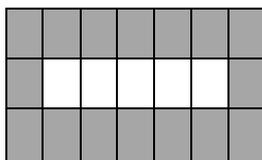
En Morales et al. (2018) se indaga en las relaciones funcionales y las estrategias que emplean 30 alumnos de 6 y 7 años a la hora de resolver problemas que involucran funciones. Los alumnos han respondido de forma verbal y escrita (mediante cuestionarios), un problema que relaciona la cantidad de platos totales (5 platos de agua a compartir por todos y un plato de comida para cada uno) y número de perros. Por lo tanto, la función involucrada en este caso consiste en $y=x+5$. La mayoría de los estudiantes han logrado dar respuesta a las cuestiones planteadas por medio de la relación de correspondencia, que ha sido la estrategia más empleada.

Torres et al. (2022) analizan cuáles son las representaciones que usan los estudiantes para expresar la generalización. En este estudio se involucran funciones lineales en un estudio de caso, en particular un experimento de enseñanza en el que han participado 3 alumnos de 7 y 8 años. La función aditiva $y= x+3$ no presenta problema en su identificación en los casos propuestos. Tampoco presenta mayor dificultad la función $y= 2x$. Sin embargo, la función $y= 1+2x$ ha conllevado mayores inconvenientes a la hora de identificar los casos ofrecidos al alumnado.

En Pinto et al. (2016) se analiza la capacidad de pensamiento funcional que muestra un grupo de 24 estudiantes de 8 y 9 años. El cuestionario propuesto al alumnado está conformado por un problema que responde a la función $f(x) = 2x+6$, tal como se presenta en la Figura 1, en donde se propone hallar el número de baldosas grises que son necesarias para cubrir el suelo de pasillos que tienen un número determinado de baldosas blancas.

Figura 1

Problema de las baldosas



En relación con las relaciones funcionales identificadas, la correspondencia es la más empleada por estos estudiantes, factor que se considera dentro de lo esperado, ya que

tiene que ver con un patrón con el que los discentes están familiarizados, habiéndolo trabajado tanto en la etapa infantil, como en los primeros años de primaria.

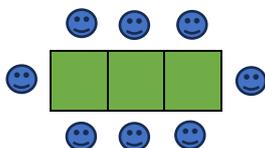
En Pinto y Cañadas (2018) se describe el proceso de generalización al trabajar con un problema que involucra una función lineal, por parte de una alumna que tiene 9 años. En un contexto en el que la función planteada es $f(x) = 3x + 1$, se pretende averiguar los amigos a los que va a llevar una persona a un mundo de fantasía, si esa persona conduce un tren y en cada pueblo que para el tren recoge a 3 amigos. A partir de una entrevista propuesta, Susana ha utilizado diversas representaciones (tabular, verbal, simbólico-numérico, simbólico-algebraico), mientras que a la hora de generalizar la relación entre variables lo ha llevado a cabo de manera oral (multiplicando ese número por tres más uno).

En Bastías y Moreno (2016) se pretende identificar evidencias de pensamiento funcional en alumnado de 10 y 11 años. Concretamente, se ha realizado un experimento de enseñanza, en el que 24 estudiantes de una clase han llevado a cabo una serie de problemas contextualizados. La mayoría de los estudiantes han sido capaces de establecer relaciones entre variables y de expresar el patrón funcional adecuado, evidenciando gran capacidad de este alumnado para resolver situaciones que implican pensamiento funcional. La recogida de datos se ha llevado a cabo mediante un protocolo escrito mediante la resolución de el “problema de las camisetas”, en el que se quiere conocer el dinero que podría ganar Carlos vendiendo camisetas si cada una cuesta 3€, es decir estaríamos ante una función correspondiente a $y = 3x$.

En Merino et al. (2013) se presentan los resultados de un estudio, cuyo objetivo ha sido indagar acerca de las estrategias y representaciones que han utilizado 20 alumnos de 10 y 11 años al llevar a cabo una tarea de generalización. Concretamente, se les solicita averiguar un patrón que resuelva las interrogantes sobre la relación directa de las mesas. Esto implica ubicar a dos niños en los laterales y otros dos en los extremos de las mesas a medida que se añaden más mesas (Figura 2). En cuanto a los resultados, se aprecia que los alumnos emplean diversas estrategias, algunas equivocadas y otras acertadas, como $M \times 2 + 2$, $M + M + 2$, $M + M + 1 + 1$, $M + 8$, $M \times 4$ (donde M denota la cantidad de mesas utilizadas). De esta manera se puede observar la gran variabilidad de respuestas que los estudiantes presentan en dicho ejercicio.

Figura 2

Problema de las mesas



En Hidalgo- Moncada y Cañadas (2020) se presenta una investigación, cuyo objetivo es describir las intervenciones de un entrevistador en el trabajo con una tarea de generalización por 8 estudiantes de 11 y 12 años. Para llevar a cabo la tarea, se plantea a los estudiantes una tarea de generalización contextualizada que involucra la función afín $f(x) = 4x + 1$. Ante preguntas que implican tanto la forma directa, como la forma inversa de la función, observamos que la mayoría de los estudiantes incurren principalmente en el error de patrón. Por el contrario, y a pesar de que la experiencia de estos estudiantes con tareas que implican una relación funcional es escasa, ha habido algún estudiante que prácticamente no ha cometido ningún error en el desarrollo de la tarea.

1.4. Presentación del problema de investigación

Tras haber indagado acerca de diversos estudios relacionados con el trabajo de pensamiento funcional en edades tempranas, hemos podido comprobar que se trata de una cuestión en auge en los últimos años y que cada vez se está profundizando más en ella tanto a nivel nacional como internacional, evidenciándose con numerosos estudios en los que se han enfocado diversos autores del panorama matemático.

El problema de investigación al cual nos enfrentamos pretende ampliar información sobre el Early-Algebra y el pensamiento funcional en Educación Primaria. Principalmente, lo que queremos conocer es la capacidad de un estudiante de tercer grado de primaria para crear relaciones funcionales a partir de una actividad en la que se le presenta un problema cuyo objetivo será en primer lugar trabajar con cantidades concretas, y en segundo lugar comprobar si es capaz de establecer relaciones funcionales respecto al problema planteado.

2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

En el siguiente apartado, y en consonancia a lo introducido anteriormente, presentamos el objetivo general de la investigación y lo dividimos en dos objetivos específicos.

El objetivo general de esta investigación consiste en indagar, profundizar y analizar el pensamiento funcional puesto de manifiesto por un alumno de tercer curso de Educación Primaria en España, tras haber resuelto una tarea de búsqueda de patrones y generalización.

Por otro lado, los objetivos específicos de este estudio buscan identificar y definir las estrategias utilizadas por el alumno en actividades que implican una relación funcional, así como identificar si el alumno ha sido capaz de establecer relaciones funcionales y, por tanto, haber sido capaz de resolver una actividad que implicaba generalización.

3. MARCO TEÓRICO

En la siguiente sección presentaremos los referentes teóricos que respaldan este trabajo de investigación. Concretamente, explicaremos detalladamente en qué consiste tanto el Early-Algebra como el pensamiento funcional, aspectos principales en esta línea de investigación. El marco teórico que expondremos a continuación permitirá familiarizarnos con los conceptos que serán abordados y trabajados en este estudio. Además, proporcionaremos información sobre diferentes estrategias más que se han trabajado con estudiantes en primaria.

3.1. ¿Qué es el Early-Algebra?

Según Molina y Cañadas (2016), el Early-Algebra es una propuesta curricular y línea de investigación que atiende a la integración del pensamiento algebraico en el currículo de Educación Primaria.

En el año 1985, Davis ya destacó el potencial del álgebra para proveer a los alumnos de primaria de oportunidades para desarrollar una comprensión profunda de las matemáticas y promover además su creatividad.

La propuesta de cambio curricular de Early-Algebra, tiene que ver entonces, con la creación de oportunidades para integrar y cultivar hábitos de pensamiento que presten

atención a las estructuras fundamentales de las matemáticas (Kaput, 1999) en cada lección de matemáticas desde las primeras etapas de la escuela.

Los niños que comprenden edades tempranas tienen capacidades innatas para realizar razonamientos algebraicos, así como de la consideración de una amplia concepción del álgebra, y del pensamiento algebraico, no restringida al uso de simbolismo (Molina, 2009).

Dentro de las aulas se pretende promover la observación de patrones, relaciones y propiedades matemáticas y de este modo, fomentar hábitos de pensamiento que atiendan a la estructura que subyace a las matemáticas (Blanton y Kaput, 2005). Según Kaput (2008) este tipo de pensamiento considera las formas de hacer, de pensar y de hablar sobre el álgebra como contenido matemático.

En conclusión, el Early-Algebra es una propuesta curricular, que pretende incorporar el pensamiento algebraico en las edades que comprende el alumnado de Educación Primaria (Molina y Cañadas, 2016). Mediante esta modalidad, se pretende fomentar en los centros educativos la observación de patrones, relaciones y propiedades matemáticas, creando así oportunidades para integrar y cultivar hábitos de pensamiento en las que se pongan en práctica las estructuras fundamentales de las matemáticas (Kaput, 1999).

3.2. ¿Qué es el pensamiento funcional?

El pensamiento funcional es una actividad cognitiva de las personas que se centra en la relación entre dos o más cantidades que varían (Smith, 2008).

El trabajo con funciones depende de y aporta comprensión sobre las variables, la manipulación de fórmulas y la relación entre diferentes representaciones. Las tablas, los gráficos y el simbolismo algebraico son sistemas de representación clave para este contenido matemático (Doorman y Drijvers, 2011).

Las funciones se consideran una potente herramienta en matemáticas (además de en otras disciplinas) y pueden servir como una temática que conecta e incluso unifica contenidos en el currículo (Schwartz, 1990).

Según Cañadas y Molina (2016) el pensamiento funcional se define como un componente del pensamiento algebraico temprano basado en la construcción, descripción, representación y razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen.

En definitiva, el pensamiento funcional, una habilidad cognitiva esencial, es fundamental para comprender las interacciones entre variables y cómo los cambios en una variable pueden influir en otras. Esta habilidad tiene un papel significativo en el desarrollo de habilidades de resolución de problemas y en la comprensión de conceptos matemáticos y científicos en estudiantes de primaria. Para cultivar el pensamiento funcional en esta etapa, es fundamental emplear estrategias pedagógicas adecuadas. (Cañadas y Molina, 2016).

3.3. Estrategias

Una estrategia efectiva para trabajar el pensamiento funcional es introducir ejemplos concretos que puedan resonar con la vida cotidiana de los estudiantes. Utilizando situaciones simples, como el crecimiento de una planta o el tiempo de cocción de un huevo, se puede ilustrar cómo las variables están conectadas y cómo un cambio en una variable puede afectar a otras. Esta contextualización les ayuda a comprender la relevancia del pensamiento funcional en su entorno (Merino et al., 2013).

La representación visual desempeña un papel esencial en la promoción del pensamiento funcional. Mediante el uso de gráficos, diagramas y representaciones visuales, los estudiantes pueden observar claramente las relaciones entre variables. Los gráficos de barras, las líneas de tiempo y los diagramas de flujo son herramientas útiles para visualizar y analizar cómo diferentes variables interactúan y evolucionan con el tiempo. (Cañadas y Figueiras, 2011)

Otra estrategia clave consiste en formular preguntas que guíen a los estudiantes hacia un análisis profundo de las relaciones entre variables. Cuestionamientos como "¿Cómo cambiarían los resultados si aumentamos las repeticiones en un experimento?" los invitan a reflexionar sobre cómo una variable afecta a otra y les ayudan a desarrollar un pensamiento crítico sobre conexiones funcionales (Fuentes, 2014).

La experimentación práctica es una forma efectiva de cultivar el pensamiento funcional en los estudiantes. Al diseñar experimentos simples en los que puedan manipular una variable y observar cómo afecta a otras, los estudiantes pueden experimentar directamente cómo se establecen conexiones entre variables. Esto les permite obtener una comprensión más sólida de los conceptos funcionales a través de la experiencia directa (Merino et al., 2013).

La resolución de problemas es otro enfoque valioso para fomentar el pensamiento funcional. Al plantear problemas que requieran que los estudiantes identifiquen patrones y relaciones entre variables, se les desafía a aplicar sus habilidades funcionales para llegar a soluciones efectivas. Esta práctica sistemática les permite mejorar sus habilidades de pensamiento funcional a medida que enfrentan una variedad de desafíos (Cañadas y Molina, 2016).

En este proceso de enseñanza, también puede ser beneficioso incorporar historias y narrativas que involucren personajes y situaciones hipotéticas. Al conectar el pensamiento funcional con escenarios más personales y accesibles, los estudiantes pueden relacionarse mejor con el concepto y entender cómo las variables interactúan en situaciones del mundo real (Fuentes, 2014).

Para proporcionar una dimensión más dinámica, la tecnología puede ser una herramienta valiosa. Mediante el uso de herramientas interactivas en línea, los estudiantes pueden manipular variables y observar los resultados en tiempo real. Esta experiencia práctica virtual puede fortalecer su comprensión del pensamiento funcional de manera atractiva y envolvente (Cruz y Gómez, 2021).

Fomentar el trabajo en grupo se puede considerar otra estrategia efectiva. Al abordar problemas funcionales en equipo, los estudiantes pueden compartir ideas y enfoques diversos, enriqueciendo así su comprensión de las relaciones entre variables y promoviendo el aprendizaje colaborativo (Fuentes, 2014).

Es importante enfatizar la aplicación interdisciplinaria del pensamiento funcional. Mostrar cómo se aplica en matemáticas, ciencias y otras áreas ayuda a los estudiantes a ver su relevancia y aplicabilidad en diferentes contextos, ampliando así su comprensión del concepto (Cañadas y Molina, 2016).

En última instancia, el pensamiento funcional debe ser reforzado de manera continua a lo largo del tiempo. Al integrar consistentemente actividades relacionadas con el pensamiento funcional en el currículo, los estudiantes pueden fortalecer y expandir sus habilidades a lo largo de su educación primaria y más allá (Cañadas y Molina, 2016).

4. MARCO METODOLÓGICO

A continuación, se presentarán los resultados de la actividad que se ha planteado a un alumno de 3º de Educación Primaria con la edad de 8 años que presenta unas características propias de un estudiante con desarrollo típico.

La investigación realizada consiste en un estudio de caso de carácter exploratorio y descriptivo, cuya recogida de datos tuvo lugar en el curso académico 2022-2023, realizada en un colegio público de Cantabria (España).

Para poner en contexto al alumno, se le presenta un enunciado en el que se le informa de que en el interior de un sobre de cromos de una liga de fútbol hay 5 cromos de futbolistas.

4.1. Tipo de investigación

Según Hernández-Sampieri y Mendoza (2008) podemos definir los estudios de caso como estudios que al utilizar los procesos de investigación cuantitativa, cualitativa o mixta analizan profundamente una unidad holística para responder al planteamiento del problema, probar hipótesis y desarrollar alguna teoría. Por lo tanto, y con respecto a la situación analizada en esta investigación, es preciso destacar que la metodología empleada obedece al paradigma de “estudio de caso”.

Desde un punto de vista metodológico, un estudio es descriptivo cuando se pretende especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis. Es decir, se procura medir o recoger información de manera independiente o conjunta sobre los conceptos o las variables a las que se refieren (Hernández et al., 2014). Por lo tanto, entendemos que las características de esta investigación se adecuan a una situación en la que se manifiesta un estudio de origen descriptivo.

En cuanto al estudio de alcance exploratorio, se llevan a cabo cuando el objetivo es examinar un tema o problema de investigación poco estudiado, del cual se tienen muchas dudas o no se ha abordado anteriormente. Es decir, cuando la revisión de la literatura revela que tan sólo hay guías no investigadas e ideas vagamente relacionadas con el problema de estudio, o bien, si deseamos indagar sobre temas y áreas desde nuevas perspectivas (Hernández et al., 2014). En esta investigación, se presenta una temática que ha sido poco estudiada, y de la cual se pretende indagar muchos aspectos que se están empezando a conocer en la actualidad, tratando de aportar nueva información acerca de esta línea de investigación.

En resumen, y en relación con la investigación analizada, cabe destacar que la metodología empleada por nosotros obedece al paradigma de “estudio de caso”. Se plantea para ello un estudio de naturaleza descriptiva y exploratoria (Hernández et al., 2010).

En cuanto al estudio de naturaleza descriptiva, se ha pretendido recopilar datos para obtener más información acerca del pensamiento funcional en educación primaria. Para lograrlo, hemos tratado de analizar y describir detalladamente la capacidad de pensamiento funcional de un alumno de 3º de Educación Primaria, recopilando información mediante un cuestionario de preguntas.

Por otro lado, se ha implementado en dicha investigación el estudio de naturaleza exploratoria, en el que se ha tratado de descubrir nueva información sobre el Early-Algebra en primaria. Este tipo de investigaciones resulta útil para ampliar el conocimiento ya existente sobre el pensamiento funcional en población de edades tempranas, ya que los estudios existentes sobre este tema son recientes y no muy abundantes.

4.2. Descripción del sujeto de estudio

Con base a nuestro objetivo, seleccionamos al niño con el que vamos a llevar a cabo esta práctica. El sujeto en cuestión es un alumno de 3º de Educación Primaria con la edad de 8 años que se encuentra en el curso académico 2022/2023, en el CEIP Antonio Mendoza (Cantabria). Dicho centro cuenta con estudiantes tanto en infantil como en primaria y es público.

Según la información ofrecida por la maestra de dicho grupo de alumnos, durante el curso académico mencionado ni previos, este alumno no había trabajado en ningún momento tareas de generalización. Por lo tanto, el alumno ha realizado dicha prueba sin ninguna noción ni información previa acerca de estos conceptos. Es por ello por lo que en este estudio se pretende analizar las capacidades de adquisición de pensamiento funcional de este estudiante.

El alumno en cuestión presenta un nivel de desarrollo típico y en relación con las matemáticas específicamente, muestra grandes capacidades en teniendo en cuenta el nivel académico en el que se encuentra.

Particularmente, he decidido seleccionar a este estudiante debido a las grandes habilidades matemáticas por las que se caracteriza, logrando obtener resultados muchas veces fuera del alcance del resto de sus compañeros, en los que demuestra sus grandes capacidades numéricas en ámbitos como el cálculo a la hora de resolver operaciones aritméticas, el razonamiento adecuado en diversas situaciones que requieren hacer uso de las matemáticas, así como la comprensión y ejecución de los problemas matemáticos que se plantean en el aula, aplicando estrategias adecuadas para resolverlos.

Asimismo, considero que todos estos óptimos resultados en el área matemática se ven reflejados en gran medida gracias a la motivación que el discente exhibe día tras día en lo que a esta asignatura se refiere, mostrando interés por la materia participando en clase de manera regular y mostrando curiosidad por conocer y comprender otros contenidos de mayor dificultad para la edad en la que se encuentra dicho estudiante. Por todos estos motivos, he considerado que este es el sujeto idóneo para llevar a cabo este estudio de caso.

Como se ha comentado previamente, el sujeto tiene la edad de 9 años habiendo nacido el 6 de febrero de 2014. Respecto a las características individuales del sujeto, cabe destacar que sus resultados académicos y calificaciones son excelentes en el resto de las materias escolares, destacando positivamente además en las relaciones interpersonales con el resto de sus compañeros y compañeras, siendo una figura de apoyo para todos ellos y en definitiva convirtiéndose en un componente indispensable dentro del aula.

4.3. Características del instrumento de recogida de información

Respecto a la recogida de información, desde el primer momento se ha tenido clara la idea de elaborar la prueba al alumno en formato escrito. Se ha considerado oportuno que este método es el más útil para que el discente pudiera ejecutar la prueba de manera más efectiva.

Para captar mayor motivación por su parte, enfocamos un tópico por el que se viera atraído su interés, y así poder realizar una prueba con más entusiasmo y gusto por la actividad.

Una vez seleccionada la temática con la que vamos a trabajar, se ha preparado la prueba escrita en la que se han incluido imágenes del elemento con el que se va a trabajar (cromos de futbolistas) ya que consideramos que la representación visual es una estrategia fundamental para facilitar al estudiante que sea capaz de resolver la prueba propuesta.

A la hora de realizar la prueba, el alumno permaneció en el aula con el resto de sus compañeros y fue llevada a cabo en un momento en el que él había finalizado una tarea académica antes que el resto de sus compañeros. Se eligió este momento para que pudiera ejecutar dicha prueba sin distracciones y concentrado mientras el resto de sus compañeros finalizaban las actividades pendientes. Esta prueba fue elaborada y diseñada por el autor de este TFG, por lo que procedí a explicarle detenidamente la dinámica de la prueba, en la que tenía que tratar de plasmar sus respuestas de manera escrita en la hoja que se le entregó. Una vez finalizada la prueba, procedí a recoger la hoja donde había cumplimentado sus respuestas para realizar un posterior análisis de su capacidad en relación con el pensamiento funcional.

El instrumento utilizado para la recogida de información fue una prueba escrita elaborada por el autor de este estudio para su consiguiente resolución. La prueba propuesta consistía en una serie de cuestiones en las que tenía que resolver situaciones que implicaban resolver una serie de problemas de casos concretos hasta tratar de solventar problemas que implicaban generalización.

La prueba en cuestión se llevaría a cabo de manera escrita sobre papel en el que tendría que ir resolviendo las preguntas propuestas.

4.4. Implementación de la Evaluación Escrita

La planificación de la evaluación escrita se origina con la intención de crear actividades que permitan destacar la manifestación de pensamiento funcional en el participante. Para ello creamos una actividad en un entorno cercano y agradable para el estudiante (sobres de cromos), que incluyera diversas variables con relaciones funcionales que el alumno pudiera abordar en un máximo de 30 minutos de trabajo, con el objetivo de evitar el cansancio.

En cada ejercicio se aborda la relación entre dos variables. Concretamente, la relación estudiada en esta investigación es la relación directa, es decir, cuando una variable aumenta, la otra variable también aumenta, y cuando una variable disminuye, la otra también disminuye.

La relación funcional puesta de manifiesto en la actividad es la siguiente: $f(x) = 5x$

Los números seleccionados como variable independiente incluyeron 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20 y 100. Los primeros cinco valores se han utilizado en secuencia con el propósito de que los estudiantes puedan percibir la relación entre las variables. Posteriormente, se les han presentado valores específicos más distantes y no consecutivos (10 y 20), con el fin de desafiar al alumno a abstraer la relación numérica. Finalmente, se planteó una pregunta abierta relacionada con el valor 100 como una generalización basada en un caso particular distante.

Los sistemas de representación que se reflejaron en los enunciados de las actividades fueron el pictórico y simbólico.

La prueba en cuestión se llevó a cabo aprovechando la instancia en el centro en el que estaba llevando a cabo mis prácticas de formación como maestro de Educación Primaria. Como hemos comentado anteriormente, se llevó a cabo en el entorno de aula porque lo que se pretendía era que el niño no se sintiera en ningún momento aislado con respecto a sus compañeros de clase.

Para llevarla a cabo contábamos con una serie de recursos que pudieran facilitar la resolución de la prueba del estudiante. Estos recursos incluyeron varios cromos que los alumnos de esta clase utilizaban diariamente, aunque finalmente no necesitó apoyarse en este recurso en ningún momento de la prueba.

Para el posterior análisis de la prueba contaríamos con un registro gráfico en el que el alumno ha anotado todas sus respuestas, y el tiempo del que dispondría el alumno para resolverla fue de 30 minutos.

4.5. Variables de análisis

El análisis de las respuestas producidas por el estudiante se va a analizar en términos de si las respuestas han sido o no correctas, y en cuanto a los errores cometidos en ciertas tareas propuestas.

Tipo de respuesta (correcta/ incorrecta)

En cuanto al apartado en el que el estudiante responde las cuestiones correspondientes al número de cromos existentes en distintos sobres con diferentes cantidades ofrecidas, cabe destacar que sus planteamientos y resultados para resolverlos son correctos, poniendo de manifiesto su capacidad a la hora de resolver las situaciones que tienen que ver con cantidades concretas.

Teniendo en cuenta que en cada paquete de cromos hay 5 cromos en su interior, se le pregunta por cuántos cromos habrá con la presencia de 2 paquetes. Tras hacer la operación aritmética adecuada, logra obtener el resultado con éxito. Esto lo ejecutó de manera verbal- escrita, reflejándolo tanto de forma oral, expresándolo con sus propias palabras, como de forma escrita, efectuando la operación aritmética necesaria en la ficha donde se le presentó estos ejercicios.

Seguidamente, se le ha cuestionado sobre el total de cromos que se encontrará en 3 sobres. Siguiendo el mismo procedimiento que en la anterior pregunta y a través de la realización de una operación aritmética, el alumno logró responder correctamente. Esto lo lleva a cabo otra vez de manera verbal- escrita, transmitiendo la respuesta oralmente, así como en la ficha de las actividades.

En cuanto a la siguiente pregunta, queremos analizar cómo se desenvuelve tratando de resolver cuántos cromos hay en este caso, con la presencia de 4 paquetes de cromos. Al igual que en las previas cuestiones, el alumno es capaz de resolver este problema gráfica y mentalmente identificando adecuadamente la operación matemática correspondiente en esta situación. Esto lo ejecuta nuevamente de forma verbal y

escrita, comunicando la respuesta de manera oral y registrándola en la ficha de las actividades.

Respecto a la siguiente actividad, se le propone resolver un contexto en el que tiene que averiguar el número de cromos que hay dentro de 5 paquetes. Nuevamente no le supone ninguna dificultad resolver este problema y a través del cálculo multiplicativo realizado en las anteriores actividades consigue hallar el resultado de manera verbal-escrita.

Tras haber comprobado que el alumno ha adquirido de manera correcta los casos en los que se le ofrece una cantidad determinada, en este caso de 2 a 5 paquetes de cromos, se le aumenta la dificultad de la prueba formulándosela de la misma manera; sin embargo, a partir de valores numéricos más elevados.

Primeramente, se le propone resolver el caso concreto en el que $x = 10$. La resolución de este se llevó a cabo de manera efectiva, y para ello simplemente llevó a cabo la operación necesaria para resolver estos ejercicios. Por lo tanto, podemos destacar que dicha actividad fue resuelta nuevamente de manera verbal-escrita.

En la siguiente actividad se plantea el caso aumentando la dificultad considerablemente, ya que se le pregunta acerca del número de cromos que habrá en el interior de 20 sobres. Como en los anteriores ejercicios, el alumno resuelve la actividad correctamente gracias a su capacidad previa de conocer el cálculo oportuno de esta serie de ejercicios. Como en los casos anteriores, la actividad fue solucionada de manera verbal-escrita.

Finalmente, se plantea al discente la misma actividad de manera análoga a las anteriormente trabajadas. Para comprobar si ha interiorizado correctamente la dinámica se le propone averiguar el número de cromos que habrá en el interior de un valor extremo (100). Al igual que en las situaciones previas, este problema ha sido resuelto correctamente y el registro en el que ha proporcionado la respuesta ha sido verbal-escrita.

Respecto a la sección en la que el alumno procede a realizar la generalización, en este caso con una letra "X" como incógnita, el propio alumno ofrece una respuesta en la que no le da un carácter de valor arbitrario a la letra "X", sino que le da un valor numérico. Por lo tanto, se puede afirmar que se trata de una respuesta parcialmente correcta, ya

que no se ha obtenido la respuesta esperada. Sin embargo, el discente sí que pone de manifiesto una interpretación razonada de la letra "X", dándole un valor concreto. No enfoca dicha incógnita como una variable independiente, sino como una cantidad a la que dicho alumno le ha dado un sentido fundamentado.

Identificación de los errores

Tras haberse habituado a trabajar con cantidades concretas en las anteriores preguntas que se le habían formulado, se le hace complicado trabajar con una cantidad indeterminada, y como consecuencia trata de asignar un valor concreto a la letra "X", la cual no tiene que ser expresada en ningún momento como una cantidad concreta. Este es el principal motivo por el que creo que el estudiante ha incurrido en este error, en el que ha sustituido la letra "X" por el número 10, ya que es consciente de que la letra "X" equivale al 10 en números romanos. Así lo pone de manifiesto el estudiante en una de sus frases donde expresa literalmente "Yo sé que la letra X= 10 en números romanos".

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

5.1. Descripción de los resultados

En el siguiente apartado presentamos los resultados derivados de las creaciones del estudiante a lo largo de la producción escrita. Para ello, detallaremos el trabajo llevado a cabo por el alumno en cada uno de los ejercicios.

Tarea 1. En la tarea 1 el alumno tiene que tratar de averiguar el número de cromos que hay dentro de dos paquetes de cromos. Sabiendo que en cada sobre hay 5 cromos, el discente se dispuso a tratar de identificar la manera más simple de resolverlo. Tras haber trabajado las multiplicaciones previamente en el aula, no le conllevó ninguna dificultad encontrar la operación oportuna para resolver esta tarea. En este caso, el alumno es capaz de establecer la relación existente entre el número de cromos que hay en un paquete (5) multiplicándolo por el número de sobres por el que se le pregunta en esta actividad (2), logrando a través del cálculo multiplicativo (2×5) hallar el resultado de esta tarea (10) sin haber manifestado ninguna dificultad a la hora de resolver el cálculo de esta operación.

Tarea 2. En este apartado, el estudiante tenía que resolver el número de cromos existentes, en este caso en el interior de 3 paquetes de cromos. Aunque se aumentó la dificultad de la tarea respecto al ejercicio anterior, el alumno era consciente de que el procedimiento para resolverla era idéntico. Por lo tanto, siguiendo las mismas pautas que en la tarea previa, procedió a realizar la multiplicación correspondiente en este caso (5×3), logrando realizar el cálculo correctamente, a través de una operación aritmética familiar y, en consecuencia, conocer el resultado de la actividad (15 cromos).

Tarea 3. En este caso, lo que se le pidió en la tarea 3 al alumno consistió en tratar de identificar cuántos cromos había dentro de 4 paquetes de cromos. En este momento el alumno ya había interiorizado la dinámica de las actividades -tenían todas un rasgo común-, y es que se iba aumentando la cantidad de sobres de cromos, mientras que el número de cromos en el interior de cada sobre no variaba en ninguno de los casos. En consecuencia, otra vez el estudiante fue capaz de establecer la relación adecuada entre ambas variables, calculando de manera adecuada la operación multiplicativa necesaria para resolver esta tarea ($5 \times 4 = 20$).

Tarea 4. En cuanto a la siguiente tarea, se le propone al estudiante una situación semejante a las anteriores, nuevamente añadiendo un paquete de cromos más (5), con el objetivo de que sea capaz de resolver el número total de cromos. Esta operación es realizada por el alumno a una velocidad mayor con respecto a las anteriores, demostrando lo familiarizado que está con las actividades, habiendo adquirido la capacidad para resolver estas tareas con mayor fluidez y habilidad, hallando de nuevo el resultado con un cálculo multiplicativo básico, con respecto al nivel de este estudiante.

Tarea 5. Tras haber resuelto los casos en los que la variable independiente es trabajada entre los valores del 2 al 5, decidimos complicar ligeramente la dinámica de la prueba proponiendo en este caso un contexto en el que tenemos 10 paquetes de cromos. Lo que conseguimos con esto es estimular al alumno a tener que trabajar una situación que no sigue la secuencia ordenada de las anteriores tareas. Además, se enfrenta a un valor numérico más abultado que los anteriores.

Por todos estos factores, el alumno se muestra algo dubitativo; sin embargo, es capaz de averiguar cuál es la operación acertada para ejecutar el problema, y comienza a escribir en la ficha de ejercicios dicha tarea de manera autónoma (5x10). No le conlleva dificultad proporcionar el resultado (50), a pesar de contar con cifras más elevadas.

Tarea 6. Por consiguiente, se le propone al alumno otra actividad en la que vamos aumentando considerablemente el valor de la variable independiente. En este caso, se le solicita que averigüe el número de cromos totales si recopilamos 20 paquetes. El discente sigue transmitiendo mucha seguridad a la hora de disponerse a resolver las actividades, y nuevamente escribe el cálculo matemático necesario para encontrar la solución del problema (5x20). Dicha operación podía haber generado alguna dificultad en la resolución del problema, pero nada más lejos de la realidad, lo cierto es que el estudiante logró resolverla con mucha facilidad y simpleza. En primer lugar, multiplicó (2x5=10), añadiendo seguidamente un 0 dando un total de 100. El concepto de la unidad seguida de ceros ya había sido trabajado con anterioridad en el aula, y el alumno fue capaz de poner de manifiesto lo ya adquirido previamente.

Tarea 7. Para finalizar con los casos concretos se plantea una situación extrema al discente. Debía averiguar cuántos cromos hay si somos capaces de reunir un total de 100 sobres de cromos.

Siguiendo las mismas pautas que en las anteriores tareas, el estudiante tuvo la habilidad nuevamente de resolver dicha actividad aplicando la operación matemática ya interiorizada. En este caso tenía que multiplicar a 5 el abultado número de sobres de cromos que se le presentaba (100). Siguiendo la técnica anterior, en la que el estudiante ponía de manifiesto un caso en el que se trabaja la unidad seguida de ceros, multiplicó el 5 por la primera cifra del 100 (1), obteniendo de resultado 5. Una vez realizada esta operación, añadió los dos siguientes ceros del 100 obteniendo el resultado acertado (500) y, en definitiva, mostrando la habilidad matemática interiorizada por el alumno siendo capaz de desenvolverse en múltiples circunstancias con una gran facilidad en relación con la edad que presenta el estudiante.

Tarea 8. En cuanto a la última parte de las actividades en la que el estudiante se embarca en la generalización, cabe destacar que sí que se detuvo una gran cantidad de tiempo

pensando y analizando detenidamente cuál podría ser el procedimiento para dar respuesta a este problema.

En primer lugar, hemos decidido poner la letra "X" como incógnita. Una vez establecida esta variable al problema, el propio estudiante presenta una respuesta bastante curiosa. Sin asignar un valor aleatorio a la letra "X", el alumno sustituye dicha incógnita por el número 10, considerando que esta letra pertenece al número 10 en números romanos, y de esta manera atribuyendo un valor numérico a la letra "X" razonado deliberadamente.

Tras haberle dado un valor concreto a la letra "X", el discente se dispuso a elaborar la operación en la que al reemplazar la letra "X" por el valor 10, y multiplicando eso por el número de cromos en el interior de los sobres (5), obtenía como resultado 50 cromos en la tarea final.

5.2. Discusión de resultados

A partir de lo desarrollado en el apartado previo, elaboraremos una síntesis donde destacaremos aquellos aspectos trabajados en función de cómo se ha desenvuelto el estudiante en las tareas propuestas, comparando lo que realiza cuando se le presentan actividades que implican trabajar con cantidades concretas, hasta que se le plantean otros problemas que requieren generalización con letras.

En primer lugar, cabe resaltar que el protagonista de la prueba presenta grandes habilidades en cuanto a lo académico, destacando en este caso el área matemática. Este factor ha sido clave para la correcta resolución de la parte inicial de la prueba, en la que el estudiante en cuestión ha transmitido mucha seguridad a la hora de resolver los primeros ítems en los que se le pide trabajar con cantidades concretas.

Tras haber analizado las primeras tareas de la prueba, se puede evidenciar la gran capacidad que tiene el alumno para trabajar a partir de cantidades concretas. A medida que ha ido transcurriendo la prueba, el niño ha ido solucionando los problemas iniciales mostrando gran fluidez, independientemente de si el valor de las variables con las que trabaja son grandes o pequeñas. Por lo tanto, podemos destacar que el estudiante es capaz de analizar correctamente los casos que involucran cantidades determinadas.

Sin embargo, en el momento que comienza a trabajar con letras, observamos que se produce una ruptura a la hora de razonar. El estudiante no es capaz de establecer correctamente la relación entre las variables, ya que utiliza la misma estrategia cuando en vez de presentarle el caso con números concretos, se le plantea el mismo problema a partir de letras como incógnitas.

Concretamente, lo que el estudiante manifiesta a la hora de generalizar es la necesidad de seguir trabajando con cantidades concretas, asignando a la incógnita ofrecida "X" un valor numérico, en este caso el 10.

Como se ha especificado anteriormente, esto lo ha llevado a cabo gracias a su conocimiento acerca de las equivalencias de los números romanos, otorgándole un razonamiento a su planteamiento, pero sin llegar a establecer la relación funcional que se pretende trabajar a lo largo de esta investigación.

En relación con los primeros artículos examinados en el apartado de antecedentes, trataremos de describir tanto las diferencias como las similitudes realizando una comparación con el estudio de caso particular que hemos analizado en este trabajo de investigación.

En primer lugar, se ha decidido seleccionar el artículo realizado por Cañadas y Fuentes (2015) en el que han participado 32 estudiantes. A diferencia de nuestro caso, la edad de los discentes de este estudio ronda los 6 y 7 años, es decir, se encuentran en el primer ciclo de primaria. Se ha optado por escoger dicha investigación ya que la función lineal planteada a esos alumnos es idéntica a la que se ha propuesto en nuestra prueba personal ($f(x)=5x$).

Al igual que en la investigación realizada por nosotros, la mayoría de los niños participantes son capaces de establecer la relación 1-5, comprendiendo que por cada persona o sobre de cromos, obtenemos 5 veces algo, en este caso 5 unidades de globos y de cromos respectivamente.

Por el contrario, muchos de los participantes del trabajo correspondiente al de Cañadas y Fuentes (2015) resuelven las tareas generalmente utilizando la representación pictórica, dibujando 5 globos a cada niño presente en la fiesta. A diferencia de nuestro estudiante, este soluciona las tareas con más facilidad y empleando una manera más

directa de resolverlo, mediante una operación aritmética básica, multiplicando por 5 cada paquete de cromos. Esto puede deberse a los conocimientos ya adquiridos previamente a lo largo de su etapa en primaria, habiendo trabajado con anterioridad las multiplicaciones. Contenidos que, por el contrario, no habrán trabajado los discentes que cursan 1º de Educación Primaria.

A la hora de generalizar, de 22 alumnos que tratan de aportar una respuesta acertada a esta pregunta, solamente 1 de ellos es capaz de resolverla adecuadamente. En la investigación presentada por nosotros, el niño no es capaz de solucionar el problema propuesto, sin embargo, da un valor numérico a la letra "X" (10), argumentando la equivalencia de este número y letra en números romanos. A pesar de no dar con la respuesta esperada, denota lógica y coherencia a la hora de plantear su razonamiento.

Otro documento de interés tiene que ver con Pinto et al. (2016) el cual, al igual que en nuestra investigación pretende analizar la capacidad de pensamiento funcional que muestra un grupo de estudiantes de 8 y 9 años, es decir, la edad en la que se encuentra el niño con el que hemos trabajado.

El estudio planteado por Pinto et al. (2016), plantea al alumnado un problema que involucra la función afín $f(x) = 2x+6$. Esta función requiere una mayor dificultad en comparación con la que llevamos a cabo en nuestra investigación.

A pesar de haber trabajado con una función que implica más dificultad, del total de respuestas analizadas, 11 estudiantes han logrado manifestar pensamiento funcional, mientras que 13 de ellos no han sido capaces de evidenciar este tipo de pensamiento a partir de sus respuestas.

En Bastías y Moreno (2016) se pretende identificar evidencias de pensamiento funcional de 24 discentes pertenecientes al tercer ciclo de primaria (5º grado). La función con la que han trabajado estos niños tiene relación con la que se ha abordado en nuestra investigación. Concretamente, han planteado una prueba que involucra la función lineal $f(x) = 3x$.

La información de la sesión de trabajo en la cual se ha basado este estudio ha permitido identificar evidencias de pensamiento funcional en estos alumnos, reconociendo la relación entre las variables que se han puesto de manifiesto en esta prueba, y siendo

capaces de expresar el patrón funcional adecuado muchos de ellos. Es probable que estos estudiantes hayan mostrado más facilidad para reconocer y expresar el patrón funcional adecuado, ya que la edad en la que se encuentran es superior a la del alumno con el que hemos trabajado en nuestro estudio. Además, la función con la que han trabajado estos alumnos tiene que ver con una función lineal básica ($f(x) = 3x$), que puede resultarles sencilla a la hora de identificarla, debido a la edad en la que se encuentran los participantes de esta prueba.

6. CONCLUSIONES Y LIMITACIONES

En relación con este epígrafe, hablaremos sobre el grado en que los objetivos planteados anteriormente han sido alcanzados a lo largo de esta investigación. Recordamos que los objetivos de este trabajo consisten en indagar, profundizar y analizar el pensamiento funcional puesto de manifiesto por un alumno de 8 años tras haber planteado a dicho estudiante una tarea que implica generalización. Además, se ha pretendido identificar y definir las estrategias utilizadas por el niño.

Entendemos que el objetivo de investigación se ha alcanzado, ya que hemos planteado al discente una prueba que nos ha permitido hacer un estudio sobre la capacidad de pensamiento funcional puesta de manifiesto por un estudiante en tercer grado de primaria. De igual manera, dicha prueba nos ha permitido indagar acerca de las posibles estrategias empleadas por el alumno a la hora de realizar las tareas propuestas.

A pesar de haber reconocido nuestros objetivos en el estudio de caso, entendemos que si hubiésemos contado con una muestra mayor de participantes, estos resultados podrían haberse generalizado, y por tanto contaríamos con información suficiente para poder caracterizar de manera más nítida el pensamiento funcional del educando en torno a estas edades.

En consonancia con lo anteriormente comentado, cabe destacar que no se ha profundizado lo suficiente en esta investigación para poder contar con información más exhaustiva en relación con el pensamiento algebraico en edades tempranas, impidiendo un análisis más detallado de las variables y relaciones estudiadas.

La principal limitación de este trabajo radica en el tamaño reducido de la muestra utilizada para la investigación. Debido a la disponibilidad de recursos y restricciones de tiempo, se trabajó con una muestra limitada de participantes, lo que puede afectar la generalización de los resultados.

Dado que la muestra es pequeña, es posible que no refleje adecuadamente la diversidad de la población a nivel general. Esto limita la capacidad de generalizar los hallazgos a un grupo más amplio. Asimismo, las muestras pequeñas pueden contribuir con un aumento del riesgo de sesgo, ya que el resultado proporcionado por el discente puede estar influenciado por mostrar características específicas propias, en lugar de reflejar tendencias más amplias.

No se pueden hacer afirmaciones definitivas sobre la población en general basándose en una muestra pequeña, por lo tanto, es importante destacar que, debido a las limitaciones mencionadas en relación con la escasa presencia de participantes en este estudio, los resultados de esta investigación pueden tener una aplicabilidad limitada y deben interpretarse con precaución.

Otra de las cuestiones que en este trabajo han sido nucleares tiene que ver con el contexto. Concretamente, se ha elegido un área de interés concreta para provocar que el estudiante se sienta más cómodo, y que, de alguna manera, el hecho de trabajar en un contexto familiar, no le suponga dificultades a la hora de resolver la tarea.

En consonancia con lo anteriormente comentado, cabe destacar que haciendo hincapié en la importancia de que el alumno se sienta cómodo, en esta investigación se ha trabajado con una función lineal sencilla ($y=ax$), donde "a" en nuestro caso es entero, es decir, un número natural positivo o negativo. Incidiendo de esta manera en la posibilidad de haber podido abordar otro tipo de funciones, como las afines ($y=ax+b$) donde "a y b" tienen que ver con los valores enteros.

En relación con los contextos en los que se ha implementado esta prueba, se podría haber utilizado la función lineal utilizando otro tipo de representantes numéricos, considerando enteros más grandes (e.g. $y=5.000x$), o expresando otro tipo de valores que no sean enteros, y en su lugar sean racionales (e.g. $y=1/4x$), pudiendo abordar este tipo de funciones en distintas situaciones cotidianas.

La (OECD, 2004) identifica una serie de contextos reales en los que se puede abordar y trabajar la competencia matemática en situaciones espontáneas de la vida. Concretamente considera 4 tipos de situaciones entre las que se encuentran las situaciones personales, educativas y ocupacionales, públicas y científicas.

Respecto a este trabajo, y siguiendo las orientaciones de PISA (OECD, 2004), hemos decidido implementar una situación personal. Dichas situaciones tienen que ver con las actividades diarias de los alumnos, y se refieren a la forma en que un problema matemático afecta inmediatamente al individuo y al modo en que el individuo percibe el contexto del problema (OECD, 2004). Para abordar dicha situación, hemos decidido introducir los cromos como temática de la prueba; sin embargo, podríamos trabajar el pensamiento funcional desde otra perspectiva, ya bien desde un contexto educativo y ocupacional, un contexto público y uno científico.

Por otro lado, otra de las posibles limitaciones por las que se caracteriza este estudio tiene que ver con el entorno que envuelve al alumno durante la resolución de la prueba. Como hemos mencionado anteriormente el discente llevó a cabo la prueba en el aula con el resto de sus compañeros, seleccionando el momento ideal para presentarle dicha prueba. Sin embargo, mientras estaba cumplimentando y rellenando la ficha, el resto de los compañeros comenzaron a dialogar entre ellos con un tono elevado de voz. Esta circunstancia provocó ciertas distracciones en el discente, y en ese momento le ofrecí la posibilidad de acceder a un entorno aislado de sonidos, y así poder concentrarse mejor. El alumno accedió y nos dirigimos a las mesas situadas en los pasillos situadas próximas al aula y una vez allí, el estudiante continuó con la prueba.

A pesar de ser un pequeño contratiempo, esta situación tiene que ver con un contexto en el que se ha visto alterado ligeramente el desarrollo normal de la prueba del alumno, y es probable que corresponda con un factor que haya influido negativamente en el pleno rendimiento del alumno a la hora de ejecutar la prueba, pudiendo condicionar en el resultado de la misma.

Para haber atajado esta pequeña incidencia con mayor eficacia, consideramos que se debería haber planificado con mayor profundidad el espacio y tiempo donde se podría haber realizado la dinámica.

En conclusión, podemos destacar que para poder caracterizar el pensamiento funcional de un sector de la población de manera más detallada, deberíamos optar por realizar un estudio de tipo estadístico en el que participe un número considerable de estudiantes, con el fin de poder generalizar los resultados al conjunto de la población, realizando así un análisis en el que se apliquen técnicas de inferencia estadística que nos permitan extraer conclusiones sobre la población de niños con estas características específicas, en este caso, niños de 8 y 9 años, con un desarrollo intelectual ordinario. Además, podríamos haber involucrado distintos contextos a la prueba para que esta se hubiese desarrollado de distinta forma, ya sea modificando el espacio, el tipo de función planteada, la temática a trabajar, etc.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bastías, K. (2016). *Análisis de evidencias de pensamiento funcional en estudiantes de 5º curso primaria*. Tesis de Trabajo Fin de Máster. Universidad de Granada, España.
- Blanton, M. L. y Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for research in mathematics education*, 36(5), 412-446.
- Cañadas, M. C. y Figueiras, L. (2011). Uso de representaciones y generalización de la regla del producto. *Infancia y Aprendizaje*, 34(4), 409-425.
- Cañadas, M. C. y Fuentes, S. (2015). Pensamiento funcional de estudiantes de primero de educación primaria: Un estudio exploratorio. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 211–220). SEIEM.
- Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en educación matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Comares.
- Cruz, S. I. y Gómez, J. R. (2021). Efecto de una intervención con tecnología sobre las percepciones de su uso y el aprendizaje del álgebra temprana. *RIEE Revista Internacional de Estudios en Educación*, 21(2), 62-73.
- Doorman, M. y Drijvers, P. (2011). Algebra in functions. En P. Drijvers (Ed.), *Secondary algebra education* (pp. 119-135). Rotterdam, Países Bajos: Sense Publishers.
- Fuentes, S. (2014). *Pensamiento funcional de alumnos de primero de educación primaria: un estudio exploratorio*. Trabajo Fin de Máster. Universidad de Granada, España.
- Hernández Sampieri, R. Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6ª Ed.) McGraw-Hill.
- Hidalgo-Moncada, D. y Cañadas, M. C. (2020). Intervenciones en el trabajo con una tarea de generalización que involucra las formas directa e inversa de una función en sexto de primaria. *PNA*, 14(3), 204–225.
- Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra1. In *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133-155). Routledge.
- Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. J. Kaput, D. W. Carraher y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5-17). Nueva York, NY: Routledge.
- Merino, E. Cañadas, M. y Molina, M. (2013). Uso de representaciones y patrones por alumnos de quinto de Educación Primaria en una tarea de generalización. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 24-40.
- Merino, R. A. M. Cañadas, M. Brizuela, B. y Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de Educación Primaria en un contexto funcional. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 36(3), 59-78.

- Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA*, 3(3), 135-156.
- Molina, M. y Cañadas, M. C. (2018). La noción de estructura en early algebra. En P. Flores, J. L. Lupiáñez y I. Segovia (Eds.), *Enseñar matemáticas. Homenaje a los profesores Francisco Fernández y Francisco Ruiz*. (pp. 129-141). Atrio.
- Pinto, E. Cañadas, M. C. Moreno, A. y Castro, E. (2016). Relaciones funcionales que evidencian estudiantes de tercero de educación primaria y sistemas de representación que usan. En C. Fernández, J. L. González, F. J. Ruiz, Juan A. Macías, A. Jiménez, M. T. Sánchez, P. Hernández, T. Fernández y A. Berciano (eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (417-426). Málaga, SEIEM.
- Pinto, E. y Cañadas, M. C. (2018). Generalización y razonamiento inductivo en una estudiante de cuarto de primaria. Un estudio de caso desde el pensamiento funcional. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, Á. Aguilar González, P. Alonso, F. J. García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 457–466). SEIEM.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66.
- Torres, M. D. Cañadas, M. C. y Moreno, A. (2022). Pensamiento funcional de estudiantes de 2º de primaria: estructuras y representaciones. *PNA*, 16(3), 215-236.
- Vergel, R. (2010). La perspectiva de cambio curricular Early-Algebra como posibilidad para desarrollar el pensamiento algebraico en escolares de educación primaria: una mirada al proceso matemático de generalización. *11º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Asociación Colombiana de Matemática Educativa. Bogotá.