Estadística de Pulsos Generados por Diodos Láser. Aplicación a la Transmisión de Solitones.

José Revuelta Ceballos
Instituto de Física de Cantabria
(Consejo Superior de Investigaciones Científicas–Universidad de Cantabria)
Y Departamento de Física Moderna. Universidad de Cantabria.

Memoria presentada en el Departamento de Física Moderna de la Universidad de Cantabria para optar al Título de Doctor en Ciencias Físicas

Agradecimientos

Quiero empezar el capítulo de agradecimientos por las personas que más han influido en la realización de este trabajo. Al principal responsable y director de esta tesis, Luis Pesquera, tengo muchas cosas que agradecerle. En primer lugar, que me brindara, junto con Miguel Angel Rodríguez, la oportunidad de empezar a trabajar con ellos. También quiero agradecerle especialmente sus esfuerzos para conseguir fianciación en los primeros tiempos y su ayuda para no perderme en la selva burocrática en que se han convertido los estudios de doctorado en este país. Y por supuesto, su labor de dirección, sin la cual esta tesis no habría sido posible.

Los siguientes en esta lista son, por supuesto, mis padres. Desde que empecé los estudios universitarios han hecho todo lo posible (y más) para permitirme llegar hasta aquí. Su esfuerzo y sacrificio de todos estos años no se puede agradecer con unas líneas, pero al menos servirán para que quede constancia de ello.

Otras personas que también han sido parte importante de esta tesis son los doctores Angel Valle y Claudio Mirasso. Quiero agradecerles ahora el que siempre hayan estado dispuestos a ayudarme cuando lo he necesitado. Ha sido una suerte para mí poder colaborar con ellos, pero valoro todavía más poder contarles entre mis amigos. Y aquí tengo que incluir a Gemma y Alejandra, por que entre los cuatro han conseguido que mis viajes a Bath, Amsterdam o Palma de Mallorca hayan sido mucho más agradables.

También quiero aprovechar esta ocasión para agradecer su colaboración en los distintos trabajos que componen esta tesis a Miguel Angel Rodríguez, del Instituto de Física de Cantabria, Emilio Hernández, de la Universidad de las Islas Baleares y Dimitris Syvridis y Costas Eleftherianos, de la Universidad de Atenas.

Y para finalizar con la parte "académica" quiero agradecer al Departamento de Física Moderna de la Universidad de Cantabria y al Instituto de Física de Cantabria el que hayan puesto a mi disposición todos los medios necesarios para desarrollar este trabajo.

En el plano personal, quiero agradecer también la amistad de muchas personas que he ido conociendo en congresos, escuelas, cursos de doctorado y estancias en otros centros: la gente del grupo de Palma de Mallorca (especialmente mis colegas becarios Josep, Marga, Raul Montagne, Tomás Sintes, etc), Jaume Dellunde, de la Universidad de Barcelona, el grupo de Tecnología Fotónica de la Universidad Politécnica de Madrid (Ignacio Esquivias y sus chicas, Bea, Julia y Marita) y los "corresponsales en el extranjero", Costas Eleftherianos en Atenas y Wim van der Graaf en Amsterdam. Y por supuesto, a la gente del Departamento de Física Moderna y del Instituto de Física de Cantabria, compañeros de despacho, de café, de comidas, de partidos y excursiones (y especialmente al Dr. Juan Mauel López, o sea, Juanma) y al resto de mi familia y amigos, muchas gracias, por que de todos vosotros he aprendido mucho más que Física.

Outline

This thesis deals with the statistical properties of pulses generated by direct modulation of laser diodes and with the application of such pulses to the generation and transmission of solitons through optical fiber. The main advantages of laser diodes as sources for optical communication systems are the compactness, reliability, widely tunable repetition rate and low cost of these devices. Another advantage of this pulse source is that pseudorandom sequences of pulses can be generated by direct modulation of the injected current. However, pulses generated in this way are severely chirped due to the coupling between carrier and phase dynamics. Besides that, the mean value of the frequency of a pulse is a random quantity due to the spontaneous emission noise. This pulse–to–pulse frequency jitter gives rise to a timing jitter when the pulses are transmitted in the soliton regime through a dispersive fiber. Another disadvantage of this pulse source related to the spontaneous emission noise is the random nature of the turn–on time. Nonlinear dynamics amplify the indeterminacy of the turn–on time so that pulses of different pulse height, energy and width occur.

In Chapter 2 we show that pulse height and pulse energy depend linearly on the turn–on time, even when gain saturation is considered. This relation allows us to obtain the statistical properties of pulse height, width and energy from that of the turn–on time. Mean value and dispersion of these quantities are obtained as a function of the injection current, bias current and gain saturation parameter. Both cases, negative and positive gain saturation parameters are considered.

In Chapter 3 we investigate the effect of phase–conjugate feedback on the turn–on time statistics of lasers diodes. A theory, validated by numerical simulations, is developed to obtain the turn–on time probability density. Our results show that, unlike the case with conventional feedback, the turn–on time is not very sensitive to small variations in the position of the phase–conjugate mirror on the optical wavelength scales. However, it becomes sensitive to the value of the linewidth enhancement factor.

In Chapters 5 and 6 we study the statistical properties of pulses generated by laser diodes modulated either with periodic modulation or pseudorandom modulation. In previous Chapters (2 and 3) we have considered that the laser is subjected to repetitive gain–switching (the laser is in a steady state corresponding to the bias current when it is switched on). We start by developing a method to study the statistical properties of pulses in randomly modulated stochastic systems with one degree of freedom in Chapter 4. We then apply this method to the case of a class–A laser (for example a single–mode gas laser). Due to the random sequence of *off* and *on*–periods new features appear with respect to the periodic modulation case (only *on*–periods). One of the most interesting results is the multimodal character of the probability density of some of the pulse characteristics.

In the case of semiconductor lasers, a theory has been developed to obtain the turn–on time probability distribution in the periodic modulation regime at GHz rates. This theory is valid also for low modulation frequencies when the laser is biased below threshold. However, for bias current above threshold it is restricted to large enough rates of the order of several GHz. A new combined method, numerical and analytical, is developed in Chapter 5 to obtain the turn–on time statistics for laser diodes under periodic modulation of the injected current. This method is valid for lasers biased above threshold for any modulation frequency. The main result of the method is an integral equation for the turn–on time probability density. This equation is derived from a consistency condition between two consecutive pulses.

Using the theory developed in Chapter 5, a similar method to that developed in Chapter 4 for gas lasers is applied in Chapter 6 to get the turn–on time distribution for laser diodes under pseudorandom word modulation (PRWM). The method is valid for lasers biased below and above threshold and for a wide range of modulation frequencies. The model reproduces well features already known from numerical simulations, like multimodal turn–on time distributions and the lack of pattern effects for a bias current slightly below threshold. The turn–on time distributions obtained in this way can be used to calculate the bit error rate (BER) in optical communication systems for different bias currents and bit rates.

In Chapter 7 we consider several factors that can limit gain–switched laser diodes as pulse sources for soliton transmission. We analyze the noise effects on soliton generation and transmission for different values of the bias current, taking into account the results of the previous chapters. The energy transfer to the soliton component of the laser pulse is obtained for different values of the linewidth enhancement factor. And finally, a discussion of interaction effects for solitons generated by laser diodes as compared to perfect solitons is included. These results are used in Chapter 8 to optimize the transmission of solitons generated by laser diodes. In this chapter we compare the results obtained for this soliton source with the ones obtained when fiber ring laser (FRL) pulses are employed. Two systems are considered to control soliton transmission: fixed–frequency filtering along with nonlinear gain and sliding–frequency filtering. As expected, timing jitter is greater for semiconductor laser pulses, due to the initial fluctuations during the gain–switching process. However, interaction effects are shown to be more important for fiber ring laser pulses. BER evaluation taking into account interaction effects for FRL pulses shows that transmission of solitons over transoceanic distances at 15 Gb/s is possible for both soliton sources.

Contents

Chapter 1

Introducción

1.1 Láseres de semiconductor

1.1.1 Perspectiva Histórica

El concepto de láser aparece por primera vez en los artículos publicados por A. L. Schawlow y C. H. Townes [1] y A. M. Prokhorov [2] en 1958. En estos artículos los autores hacen una extensión del concepto de máser (**M**icrowave **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation) al rango de la luz infrarroja y visible. Los propios Townes, junto con J. P. Gordon y H. J. Zeiger [3] y simultánea e independientemente Prokhorov con N. G. Basov [4] habían conseguido en 1954 por primera vez el funcionamiento de un máser.

Sin embargo la extensión del máser a la región óptica presentaba varios problemas. Uno de los principales problemas era el diseño de una cavidad adecuada. En el caso de los máseres la longitud de la cavidad es equiparable a la longitud de onda de la transición atómica, por lo que generalmente solo uno de los modos de la cavidad es amplificado. La extensión de esta estrategia a la región óptica haría necesaria la construcción de cavidades con longitudes del orden de la micra. Para superar este problema se propuso [1, 2] utilizar una cavidad del tipo Fabry–Perot (Fig. 1.1). En este tipo de cavidad las paredes laterales son eliminadas, manteniéndose solo dos espejos opuestos. De este modo solo la luz emitida en una dirección próxima al eje de la cavidad (perpendicular a los espejos) es amplificada mediante la emisión estimulada en el medio activo. Sin embargo, debido a la pequeña separación entre los modos longitudinales de la cavidad, todavía era posible la amplificación de varios

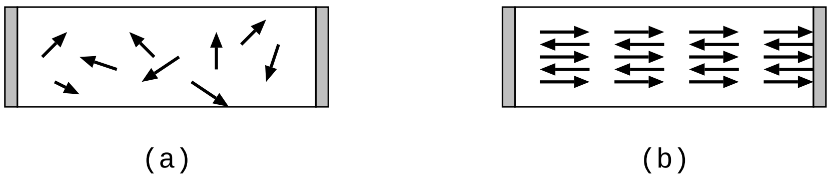
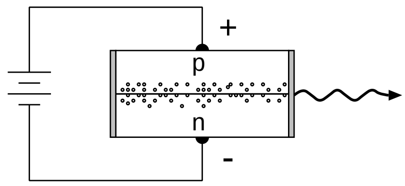


Figure 1.1: Cavidad tipo Fabry–Perot. (a) La emisión espontánea de fotones ocurre en todas las direcciones; (b) debido a los espejos, solo los fotones emitidos en una dirección cercana al eje de la cavidad son amplificados mediante la emisión estimulada.

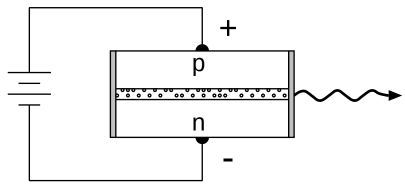
de estos modos. Schawlow y Townes pensaban que el modo más favorecido suprimiría al resto mediante interacciones no lineales [1].

La primera emisión láser fue detectada por T. H. Maiman en 1960 [5]. Para ello utilizó un rubí en forma de cilindro con las dos caras paralelas y plateadas actuando como espejos y bombeado por un pulso de luz intenso. Poco después un grupo de los laboratorios Bell [6] reprodujo el experimento de Maiman y midió ciertas características de la luz emitida, tales como coherencia, direccionalidad, etc. Unos meses más tarde otro grupo de los laboratorios Bell consiguió la primera emisión láser continua utilizando una mezcla de Helio–Neon como medio activo [7].

Durante este tiempo varias clases de medios activos fueron propuestos para su utilización en la construcción de láseres, entre ellos los materiales semiconductores [8]. En 1962, solo dos años después de la aparición del láser de rubí de Maiman se construían los primeros láseres de semiconductor [9]–[12]. Estos primeros dispositvos consistían en una unión p–n de GaAs a la cual se aplicaba una corriente eléctrica (Fig. 1.2 (a)). Dos caras opuestas del diodo pulidas actuaban como espejos para formar una cavidad resonante del tipo Fabry–Perot. Posteriormente se usaron otros materiales tales como InAs, InP, GaAsP, GaInAs y InPAs, con lo que se obtuvieron láseres de semiconductor a distintas longitudes de onda. Sin embargo la utilidad práctica de estos primeros dispositivos era muy limitada debido a que su alta corriente umbral ($I_{\rm th}$ > 50 kA/cm^2) impedía su funcionamiento en emisión continua a temperatura ambiente. La zona activa de estos láseres era una estrecha franja ($\simeq 0.01\ \mu$m) alrededor de la superficie de contacto entre los dos tipos de semiconductor. En esta zona la recombinación de los portadores (electrones en el semiconductor de tipo n y huecos en el de tipo p) proporcionaba la ganancia



(a) Láser de homoestructura



(b) Láser de heteroestructura

Figure 1.2: Esquema de los primeros diseños de láser de semiconductor.

óptica necesaria para la emisión láser. La ausencia de mecanismos que confinaran tanto los portadores como el campo eléctrico en la zona activa era la causa principal de las altas corrientes umbrales de estos láseres.

Para solucionar este problema, ya en 1963 se propone la utilización de heteroestructuras [13, 14]: entre los semiconductores de tipo p y n se introduce una capa de semiconductor de tipo p, que constituirá el medio activo (Fig. 1.2 (b)). Para conseguir el confinamiento de los portadores, los materiales que forman el recubrimiento han de tener un salto de energía (diferencia entre la energía de la banda de conducción y la de la banda de valencia) mayor que en el medio activo. Esto hace que los portadores puedan moverse libremente desde el recubrimiento (que es donde se produce la inyección de la corriente eléctrica) hacia la zona activa, pero una vez dentro no pueden escapar de allí debido a la barrera de potencial que se forma en las superficies de contacto. Por otra parte, el índice de refracción es mayor en la zona activa que en el recubrimiento con lo que también se consigue el confinamiento del campo eléctrico en la zona activa. Un valor típico de la anchura de la zona activa es 0.1–0.3 μm. El mayor obstáculo para la construcción de heteroestructuras era obtener materiales con distinto salto de energía, pero con la misma constante de red. Hasta 1969 no se consiguió el funcionamiento a temperatura ambiente del primer láser

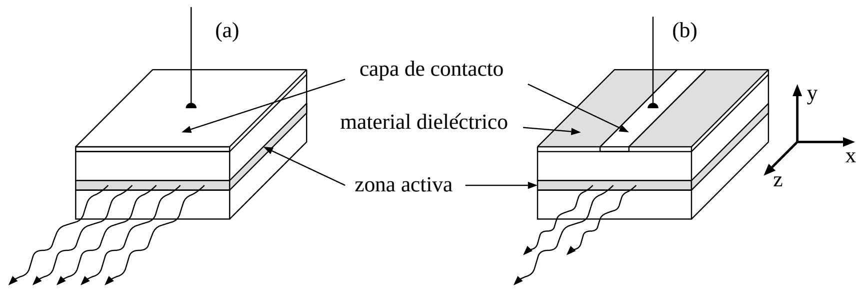


Figure 1.3: (a) Láser de área ancha; (b) láser guiado por ganancia.

de heteroestructura [15] –[17], compuesto por capas de GaAs y $Al_xGa_{1-x}As$. Estos primeros dispositivos emitían de forma pulsada, pero su corriente umbral era ya de solo 5 kA/cm^2. Un año después se conseguía la emisión continua a temperatura ambiente a la par que se reducía la corriente umbral hasta 1.6 kA/cm^2 [18, 19]. Con estos primeros láseres de heteroestructura se consiguió un buen confinamiento de los portadores y del campo eléctrico en la dirección transversal (eje y en la figura 1.3), pero no presentaban ningún mecanismo para el confinamiento lateral (eje x en la figura 1.3).

El primer método para conseguir este confinamiento se propuso en 1967 [20], pero hasta 1971 no se construyó el primer láser de este tipo [21]. La idea básica era inyectar la corriente en una franja estrecha de forma que la ganancia óptica estuviera concentrada en la zona central del láser y disminuyera hacia los extremos. A estos dispositivos se les denomina láseres guiados por ganancia, mientras que a los que no presentan confinamiento lateral se le conoce como láseres de área ancha. Con este diseño se consiguió reducir la corriente umbral en un factor 2 ó 3 respecto a los láseres de área ancha. Sin embargo, la capacidad para reducir la corriente umbral de estas estructuras pronto alcanzó un límite. El incremento de los portadores hace que el índice de refracción disminuya en la zona central, dando lugar a un efecto de antiguiado.

El siguiente paso consistió en compensar el efecto de antiguiado mediante una variación del índice de refracción a lo largo de la zona activa en la dirección lateral, dando lugar a los llamados láseres guiados por índice. Estos pueden dividirse en débilmente guiados y fuertemente guiados. En los débilmente guiados hay al menos una capa con un espesor variable a lo largo de la dirección lateral. Esta capa puede ser la propia zona activa o puede ser una capa contigua que realiza las funciones de guía de onda. En el ejemplo de la figura 1.4 (a)

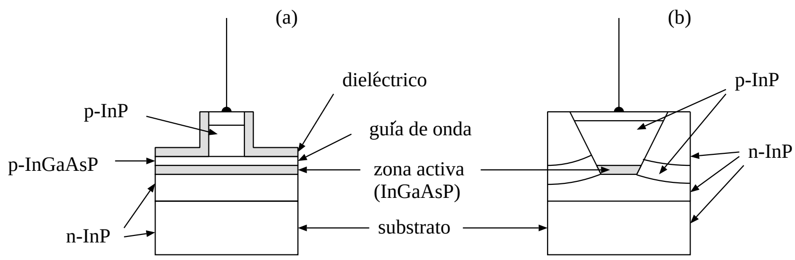


Figure 1.4: Distintos tipos de láseres guiados por índice: (a) débilmente guiado; (b) fuertemente guiado.

el modo se extenderá por la capa contigua a la zona activa así como por el dieléctrico y el recubrimiento de p-InP. La diferencia de índice entre el dieléctrico (~ 1.83) y el recubrimiento de p-InP (~ 3.22) es lo que da lugar a la variación lateral del índice. De esta forma la variación del índice es de ~ 0.01 mientras que el cambio de índice inducido por los portadores en un láser guiado por ganancia es de ~ 0.005. En los láseres fuertemente guiados por índice la zona activa está rodeada por capas de un material con un mayor salto de energía (InP en el esquema de la Fig. 1.4 (b)). Además la diferencia de índice de estas capas respecto de la zona activa es de $\simeq 0.2$. Estos láseres tienen una corriente umbral más baja y pueden ser modulados a velocidades más altas que los débilmente guiados, pero su proceso de fabricación es mucho más complicado.

Una vez conseguido el confinamiento del campo eléctrico y de los portadores, la investigación en el campo de los láseres de semiconductor en esta época (principios de los años 70) se centró fundamentalmente en dos temas: extender el rango de longitudes de onda y conseguir la emisión de un solo modo longitudinal. Hasta ese momento se habían construido láseres basados en GaAs con longitudes de onda en el rango de 0.8–0.9 μm, sin embargo había un interés especial en conseguir láseres con longitudes de onda entre 1.1 y 1.6 μm, ya que es el rango más adecuado para su empleo en sistemas de comunicaciones ópticas. Después de probar distintos tipos de materiales se vio que la combinación InGaAsP–InP era la más apropiada, ya que sus constantes de red son casi idénticas. De esta forma, en 1975 se consigue el primer láser de semiconductor de 1.1 μm [22]. En 1977 se consiguió extender la longitud de onda hasta 1.3 μm [23]. Y finalmente en 1979 varios grupos obtuvieron casi simultáneamente los primeros láseres de semiconductor a 1.55 μm [24]–[29],

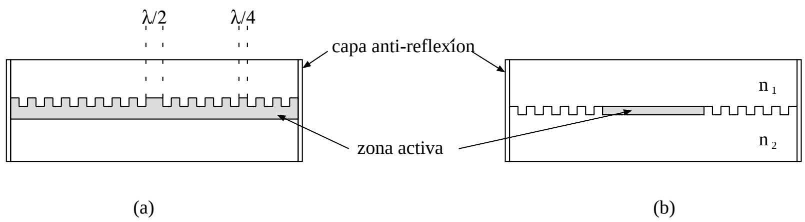


Figure 1.5: Distintos tipos de láseres con redes de difracción para la discriminación de modos: (a) DFB desplazado $\lambda/4$; (b) DBR.

motivados por la aparición de fibra óptica con unas pérdidas muy bajas a esa longitud de onda. Posteriormente, mediante la utilización de materiales como CdHgTe, PbSnSe o BiSb se han conseguido longitudes de onda del orden de $\sim$ 100 μm. En la actualidad el interés se centra por un lado en la emisión en el azul (mediante el empleo de nitruros) y por otro lado en la emisión en el infrarrojo lejano (mediante transiciones entre niveles dentro de las propias bandas y que son conocidos como "intersubband lasers").

Como ya hemos comentado anteriormente, el hecho de que la longitud de la cavidad sea mucho mayor que la longitud de onda de la luz emitida hace que sea posible la amplificación de varios modos longitudinales. En general el modo más próximo al máximo de la curva de ganancia predominará sobre el resto de los modos cuando el láser emita de forma continua. Pero cuando el láser es modulado a frecuencias en el rango de los GHz, una fracción importante de la potencia emitida se desviará hacia los modos secundarios. Este fenómeno es especialmente perjudicial cuando el láser se emplea para transmitir información a través de fibra óptica. La dispersión cromática de la fibra hace que las distintas frecuencias que componen la señal viajen a distintas velocidades, causando una degradación de la información y limitando el ancho de banda disponible. Para solucionar esto se propuso [30] introducir dentro de la cavidad una red de difracción, es decir, una estructura con una variación periódica del índice de refracción, que seleccionara solamente uno de los posibles modos (figura 1.5). Si llamamos d al periodo de la red, de acuerdo con la condición de Bragg, solo tendrán reflectividades apreciables aquellas longitudes de onda que cumplan $d = m\lambda_m/2$. Escogiendo $d = \lambda/2$, donde λ es la longitud de onda de la transición, conseguiremos que dicha longitud de onda sea amplificada mientras el resto de modos longitudinales quedan fuera de la curva de ganancia. El primer láser de este tipo, conocidos como láseres DFB (distributed feedback), funcionando en régimen continuo a temperatura ambiente, se construyó en 1975 [31]. En el esquema de la figura 1.5 (a) se puede ver que uno de los periodos de la red situado en el centro de la cavidad ha sido aumentado en $\lambda/4$ para seleccionar un sólo modo [32]. Este tipo de láseres son conocidos como láseres DFB desplazados $\lambda/4$. Casi simultáneamente aparecen los primeros láseres DBR (distributed Bragg reflector) [33, 34], basados en el mismo mecanismo de discriminación de modos pero colocado fuera de la zona activa. Un ejemplo puede verse en la figura 1.5 (b). La mayor ventaja de estos láseres frente a los DFB es precisamente que el proceso de "grabado" de la red de difracción se simplifica mucho cuando se hace fuera de la zona activa. A su vez el mayor inconveniente es debido a la presencia de pérdidas importantes en el reflector Bragg, ya sea por absorción o por acoplamiento de cavidades. En caso de utilizar el mismo material para la zona activa y para los reflectores Bragg las pérdidas por absorción serán muy altas [34] ya que el material que constituye el reflector no está bombeado. Si se utilizan distintos materiales aparecen pérdidas por acoplo que deben ser reducidas mediante un cuidadoso diseño de las cavidades [33, 35, 36, 37]. Una descripción más detallada de las características de este tipo de láseres puede encontrarse en las referencias [38, 39, 32].

Paralelamente a estas investigaciones para mejorar la estabilidad y aumentar el rango de frecuencias de emisión se desarrollaban otras que intentaban averiguar los efectos de una reducción del tamaño de la zona activa en la dirección transversal (eje y en la figura 1.3). Estas investigaciones estaban motivadas por el trabajo de L. Esaki y R. Tsu publicado en 1970 [40], en el que estudiaban una estructura formada por capas de distinta composición alternadas con un espesor de 100 Å, en donde predecían una fragmentación de la estructura de bandas del semiconductor en bandas más pequeñas separadas por zonas prohibidas. Este confinamiento cuántico reduce la densidad de estados, por lo que se esperaba una reducción de la corriente umbral. En trabajos posteriores se asoció esta estructura de bandas a estados acoplados de pozos cuánticos en los que los portadores podían pasar de un pozo a otro por efecto túnel. El desarrollo de la técnica de crecimiento por MBE ("molecular beam epitaxy") permitió el crecimiento de capas de GaAs con anchuras $\sim$ 100 Å donde se comprobó experimentalmente la nueva estructura de bandas [41]. Sólo un año después, en 1975, se construía el primer láser de pozo cuántico [42], aunque su corriente umbral era mucho mayor que en los láseres conocidos hasta ese momento (llamados de volumen) debido a que el proceso

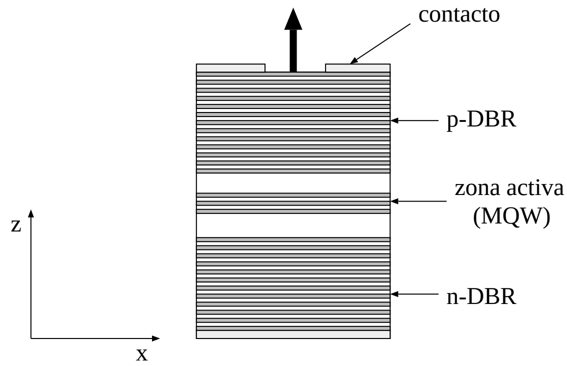


Figure 1.6: Esquema de un VCSEL, con una zona activa compuesta por varios pozos cuánticos.

de crecimiento no estaba suficientemente perfeccionado. Tres años más tarde, utilizando un método de crecimiento conocido como MOCVD ("metalorganic chemical vapor deposition") se construyeron láseres de pozo cuántico con corrientes umbral similares a los láseres de volumen (~ 0.5 kA/cm^2) [43]. En 1981 este valor se había reducido hasta 250 A/cm^2 para un láser con una zona activa compuesta de cuatro pozos cuánticos [44] y 160 A/cm^2 para un láser con un pozo cuántico [45]. En la actualidad los láseres de pozo cuántico superan a los de volumen en la mayor parte de sus características: menor corriente umbral, mayor control de la polarización, menor anchura de línea, menor variación del índice de refracción (factor α), etc. También se han construido láseres de hilo cuántico [46], en los que se ha llevado a cabo una reducción de la cavidad tanto en sentido transversal como lateral (con tamaños del orden de 10 nm en cada una de estas dimensiones), aunque sus corrientes umbral están todavía lejos del límite teórico, debido a la complejidad del proceso de fabricación.

Vamos a finalizar este repaso a la historia de los láseres de semiconductor con un dispositivo que en la actualidad está atrayendo la atención de gran parte de los investigadores que trabajan en este campo: los láseres de cavidad vertical o VCSELs ("**V**ertical **C**avity **S**urface **E**mitting **L**asers"). El primer VCSEL fue construido por el grupo del profesor Iga en 1979 en el Instituto de Tecnología de Tokyo [47]. Este primer dispositivo constaba de tres capas, un recubrimiento de tipo p, un recubrimiento de tipo n y la zona activa (InGaAsP/InP). A ambos extremos de las capas de recubrimiento se colocaban los espejos (una aleación de oro y zinc, que actuaban también como electrodos), de tal forma que la emisión se producía en la dirección perpendicular al plano de la unión (eje z en la figura 1.6). La pequeña longitud de la cavidad ($\sim 7\ \mu$m) y la baja reflectividad de los espejos (< 0.8) hacía necesaria la inyección de una corriente muy elevada, lo que provocaba graves problemas de calentamiento e impedía el funcionamiento a temperatura ambiente. Esto hizo que la investigación de este tipo de láseres no despertara un gran interés hasta finales de los 80. En esa época la mejora en las técnicas de crecimiento junto con el empleo de reflectores de Bragg con reflectividades $> 99\%$ permitió el funcionamiento de VCSELs en emisión continua a temperatura ambiente y con corrientes umbral similares a los láseres de emisión lateral [48]. En la figura 1.6 puede verse un esquema de VCSEL con una zona activa compuesta de varios pozos cuánticos. Entre las características más importantes de estos láseres están la emisión de un solo modo longitudinal, con un haz circular poco divergente y la capacidad de integración en matrices dos dimensionales. Estas características les hacen especialmente apropiados para su empleo en sistemas de comunicaciones y de procesado óptico así como para aplicaciones de alta potencia (impresión láser, bombeo óptico, etc).

1.1.2 Ecuaciones de Maxwell y ecuación de ondas

Para obtener las ecuaciones que gobiernan la evolución del campo eléctrico dentro del láser tenemos que partir de las ecuaciones de Maxwell. Estas ecuaciones en el sistema MKS son las siguientes [49]:

$$\begin{aligned} \nabla \times \boldsymbol{\mathcal{E}} &= -\partial \boldsymbol{\mathcal{B}}/\partial t && (1.1)\\ \nabla \times \boldsymbol{\mathcal{H}} &= \boldsymbol{\mathcal{J}} + \partial \boldsymbol{\mathcal{D}}/\partial t && (1.2)\\ \nabla \cdot \boldsymbol{\mathcal{D}} &= \rho_f && (1.3)\\ \nabla \cdot \boldsymbol{\mathcal{B}} &= 0 && (1.4) \end{aligned}$$

donde $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ y $\boldsymbol{\mathcal{H}}$ son los vectores campo eléctrico y magnético respectivamente y $\boldsymbol{\mathcal{D}}$ y $\boldsymbol{\mathcal{B}}$ son las correspondientes densidades de flujo eléctrico y magnético. El vector densidad de corriente $\boldsymbol{\mathcal{J}}$ y la densidad de cargas libres ρ_f son las fuentes del campo eléctrico. Estas ecuaciones se completan con las relaciones de constitución, donde intervienen los parámetros que caracterizan a los distintos medios materiales como son la constante dieléctrica, ϵ, la permeabilidad magnética, μ y la conductividad eléctrica, σ. En el caso de un medio dieléctrico no magnético las relaciones de constitución viene dadas por:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mathcal{D}} &= \epsilon\boldsymbol{\mathcal{E}} = \epsilon_0\boldsymbol{\mathcal{E}} + \boldsymbol{\mathcal{P}} && (1.5)\\ \boldsymbol{\mathcal{B}} &= \mu_0\boldsymbol{\mathcal{H}} && (1.6)\\ \boldsymbol{\mathcal{J}} &= \sigma\boldsymbol{\mathcal{E}} && (1.7) \end{aligned}$$

donde ϵ_0 es la permitividad del vacio, μ_0 es la permeabilidad del vacio, σ es la conductividad del medio y $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ es la polarización eléctrica inducida. En el vacio $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ es nula. Sin embargo, cuando la luz se propaga en un medio dieléctrico el campo eléctrico causa una distorsión en la estructura atómica del medio, creando momentos dipolares locales que dan lugar a una polarización global $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ dependiente de $\boldsymbol{\mathcal{E}}$. Para valores pequeños del campo eléctrico y en ausencia de resonancias entre éste y el medio $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ es lineal en $\boldsymbol{\mathcal{E}}$. En el caso más simple de un medio isótropo y que responda instantáneamente al campo eléctrico, $\boldsymbol{\mathcal{P}} = \epsilon_0\chi\boldsymbol{\mathcal{E}}$, donde la susceptibilidad eléctrica χ es un escalar. En un caso más realista en el que la respuesta del material no es instantánea esta relación viene dada por

$$\boldsymbol{\mathcal{P}} = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi(t-\tau)\boldsymbol{\mathcal{E}}(\tau)d\tau \tag{1.8}$$

donde $\chi(t-\tau) = 0$ para $t < \tau$ (condición de causalidad). Aplicando la transformada de Fourier a esta ecuación obtenemos la relación

$$\hat{\boldsymbol{\mathcal{P}}}(\omega) = \epsilon_0\hat{\chi}(\omega)\hat{\boldsymbol{\mathcal{E}}}(\omega) \tag{1.9}$$

donde la susceptibilidad $\hat{\chi}(\omega)$ es dependiente de la frecuencia y compleja (debido a la condición de causalidad las partes compleja e imaginaria de $\hat{\chi}(\omega)$ están ligadas a través de las relaciones de Kramers-Krönig).

De las ecuaciones de Maxwell podemos obtener una sola ecuación que describa la propagación del campo eléctrico en el medio material. Para ello tomamos el rotacional de (1.1)

$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{\mathcal{E}}) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \boldsymbol{\mathcal{H}}) \tag{1.10}$$

donde hemos usado la relación de constitución (1.6). Utilizando la ecuación (1.2) y las relaciones de constitución (1.5) y (1.7) obtenemos

$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{\mathcal{E}}) = -\mu_0 \left(\frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{J}}}{\partial t} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{\mathcal{D}}}{\partial t^2} \right) = -\mu_0 \sigma \frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{E}}}{\partial t} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{\mathcal{E}}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{\mathcal{P}}}{\partial t^2} \quad (1.11)$$

Esta ecuación se puede simplificar utilizando la identidad vectorial $\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{\mathcal{E}}) = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}) - \nabla^2 \boldsymbol{\mathcal{E}}$. En ausencia de cargas libres $\rho_f = 0$ y de (1.3) obtenemos

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\mathcal{D}} = \epsilon_0 \nabla \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}} + \nabla \cdot \boldsymbol{\mathcal{P}} = 0 \quad (1.12)$$

En la mayor parte de los casos de interés $\nabla \cdot \boldsymbol{\mathcal{P}}$ es despreciable [39] con lo que $\nabla \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}} = 0$. Sustituyendo en (1.11)

$$\nabla^2 \boldsymbol{\mathcal{E}} - \frac{\sigma}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{E}}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{\mathcal{E}}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{\mathcal{P}}}{\partial t^2} \quad (1.13)$$

donde se ha usado la relación $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$ y c es la velocidad de la luz en el vacío. En el caso de un láser podemos distinguir dos contribuciones diferentes a la polarización, una lineal, $\boldsymbol{\mathcal{P}}_0$, debida a la presencia de dipolos estáticos en el material y otra no lineal, $\boldsymbol{\mathcal{P}}_p$, debida al bombeo [50]. Bajo condiciones estacionarias y para un medio isótropo, la polarización vendrá dada por

$$\boldsymbol{\mathcal{P}} = \epsilon_0 \chi(\omega) \boldsymbol{\mathcal{E}} \quad (1.14)$$

donde $\chi(\omega) = \chi'(\omega) - i\chi''(\omega)$ es un escalar complejo independiente de la posición [49]. También la susceptibilidad puede descomponerse en estas dos contribuciones: $\chi = \chi_0 + \chi_p$, donde $\chi_0 = \chi_0' - i\chi_0''$ es la susceptibilidad intrínseca del material y $\chi_p = \chi_p' - i\chi_p''$ es la contribución a la susceptibilidad debida al bombeo. En un estudio más riguroso la polarización tendría que ser calculada cuánticamente, sumando los momentos dipolares microscópicos producidos por el campo $\boldsymbol{\mathcal{E}}$. De estas forma obtendríamos un conjunto de ecuaciones para el campo eléctrico, la polarización y la inversión de población, llamadas ecuaciones de Maxwell–Bloch [51]. Sin embargo, en un láser de semiconductor, en el que las transiciones tienen lugar dentro de la estructura de bandas del cristal, el cálculo de estas ecuaciones es muy complicado. Habitualmente se ha simplificado el problema suponiendo que el medio material es un sistema de dos niveles, pero de esta forma no se reproducen algunas de las características más destacables de los láseres de semiconductor, como es la asimetría de la curva de ganancia respecto a la frecuencia. Recientemente se ha desarrollado un modelo microscópico [52]–[54] que sí reproduce estas peculiaridades del semiconductor como medio activo, aunque su gran complejidad hace que sea poco intuitivo y que requiera un elevado esfuerzo computacional. Otra aproximación al problema consiste en utilizar modelos más simples que incorporen de forma fenomenológica los principales resultados de la teoría microscópica [55, 56]. Sin embargo, si suponemos unas condiciones tales que la emisión del láser es monomodo ninguno de estos modelos es necesario. En su lugar podemos utilizar la ecuación (1.14), basada en la suposición de que la polarización puede ser eliminada adiabáticamente, es decir $\partial\boldsymbol{\mathcal{P}}/\partial t = 0$. La justificación de esta aproximación viene dada por la diferencia de escalas entre los tiempos de relajación de las tres variables que intervienen en el proceso. En un láser de semiconductor el tiempo de scattering interbanda (tiempo de relajación de la inversión de población) es ~ 1 ns, la vida media de un fotón (tiempo de relajación del campo eléctrico) es ~ 1 ps y el tiempo de scattering intrabanda (tiempo de relajación de la polarización) es ~ 0.1 ps.

En el caso de tener campos con una dependencia temporal ármonica,

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}(\boldsymbol{r},t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})e^{i\omega t} + \text{c.c.} \tag{1.15}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{P}}(\boldsymbol{r},t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r})e^{i\omega t} + \text{c.c.} \tag{1.16}$$

la ecuación resultante se reduce a

$$\nabla^2\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) - i\omega\frac{\sigma}{\epsilon_0 c^2}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) + \frac{\omega^2}{c^2}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = -\frac{\omega^2}{c^2}\chi(\omega)\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \tag{1.17}$$

El efecto de la polarización y el de la conductividad pueden incluirse en una nueva definición de la permitividad, que ahora será compleja:

$$\epsilon(\omega) = 1 + \chi(\omega) - i\frac{\sigma}{\epsilon_0\omega} = \epsilon' - i\epsilon''. \tag{1.18}$$

La parte real de la permitividad, ϵ', será la nueva constante dieléctrica con una componente intrínseca del material, ϵ_b, y otra debida al bombeo:

$$\epsilon' = \Re(\epsilon) = 1 + \chi_0' + \chi_p' = \epsilon_b + \chi_p'. \tag{1.19}$$

La parte imaginaria incluirá las pérdidas del material así como la ganancia debida al bombeo:

$$\epsilon'' = -\Im(\epsilon) = \chi_p'' + \chi_0'' + \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega}. \tag{1.20}$$

Con esta definición de la permitividad la ecuación (1.13) es equivalente a

$$\nabla^2 \boldsymbol{\mathcal{E}} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\epsilon(\omega)\boldsymbol{\mathcal{E}}) = 0. \tag{1.21}$$

Los modos del láser son las soluciones de la ecuación (1.17) o de la ecuación (1.21) que satisfacen las condiciones de contorno impuestas por la estructura del láser. En general $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ será función de x, y y z y ϵ será una función compleja de x e y, donde z es la coordenada en la dirección del eje de la cavidad, x en la dirección lateral e y en la dirección transversal (ver figura 1.3). Para ver el efecto de esta permitividad compleja sobre el campo eléctrico, vamos a considerar una dependencia espacial del campo del tipo $E = E_0 \exp[-i\hat{k}z]$. Hemos eliminado el carácter vectorial del campo al considerar que está polarizado linealmente y hemos sustituido la dependencia lateral y transversal del campo por una aproximación de campo medio. Sustituyendo esta expresión del campo en (1.17) y utilizando (1.18) obtenemos

$$\hat{k} = n\frac{\omega}{c} - \frac{i}{2}\alpha_{\rm abs}, \tag{1.22}$$

donde n (índice de refracción) y $\alpha_{\rm abs}$ (coeficiente de absorción de potencia) vienen dados por

$$\begin{aligned} n &= \sqrt{\epsilon'} = \sqrt{\epsilon_b + \chi_p'} & (1.23)\\ \alpha_{\rm abs} &= \frac{\omega}{cn}\epsilon'' = \frac{\omega}{cn}\left(\chi_0'' + \chi_p'' + \frac{\sigma}{\epsilon_0\omega}\right). & (1.24)\end{aligned}$$

y hemos usado que $\alpha_{\rm abs} \ll n\omega/c$ [39]. En las ecuaciones (1.23) y (1.24) se puede ver explícitamente que tanto el índice de refracción como el coeficiente de absorción de potencia dependen del bombeo externo. En el caso de un láser de semiconductor generalmente $|\chi_p'| \ll \epsilon_b$ con lo que la ecuación (1.23) se puede sustituir por

$$n = n_b + \Delta n_p = n_b + \frac{\chi_p'}{2n_b}. \tag{1.25}$$

Definiendo los términos

$$\begin{aligned} g_{\mathrm{opt}} &= -\frac{\omega}{cn}(\chi_0'' + \chi_p'') && (1.26) \\ \alpha_{\mathrm{int}} &= \frac{\sigma}{cn\epsilon_0}, && (1.27) \end{aligned}$$

donde g_{opt} es la ganancia óptica y α_{int} son las pérdidas internas debidas a varios mecanismos (absorción por portadores libres, scattering en las superficies de contacto, etc.), podremos escribir

$$\alpha_{\mathrm{abs}} = -g_{\mathrm{opt}} + \alpha_{\mathrm{int}}. \tag{1.28}$$

Cuando el bombeo $\omega\chi_p''/(cn)$ compensa la absorción del material sin bombeo $\alpha_{\mathrm{mat}} = \omega\chi_0''/(cn)$ se dice que el medio es transparente y $g_{\mathrm{opt}} = 0$. Para que se produzca la emisión láser es necesario que el bombeo compense además las pérdidas internas α_{int} y las debidas a la cavidad. Si consideramos una cavidad del tipo Fabry–Perot de longitud L y con reflectividades en las caras R_1 y R_2 la condición para que el láser alcance el umbral de emisión será:

$$\sqrt{R_1 R_2} e^{-2\hat{k}L} = \sqrt{R_1 R_2} \exp\left(-2i\frac{n\omega}{c}L - \alpha_{\mathrm{abs}}L\right) = 1. \tag{1.29}$$

La parte real de (1.29) nos da el valor de la ganancia umbral:

$$g_{\mathrm{opt}}^{\mathrm{th}} = \alpha_{\mathrm{int}} + \frac{1}{2L}\ln\left(\frac{1}{R_1 R_2}\right). \tag{1.30}$$

En la ecuación (1.30) el término $\alpha_m = \ln(1/R_1R_2)/(2L)$ es una versión distribuida a lo largo de la cavidad de las pérdidas localizadas en los espejos. La parte imaginaria de (1.29) nos da la frecuencia a la que oscilará el campo en el umbral:

$$\nu_m^{\mathrm{th}} = m\frac{c}{2nL} \tag{1.31}$$

donde m es un entero y ν_m^{th} es la frecuencia del m–esimo modo longitudinal. De aquí podemos obtener la separación entre modos longitudinales, a partir de la expresión

$$\Delta(n\nu) = n(\Delta\nu) + \nu(\Delta n). \tag{1.32}$$

Teniendo en cuenta la dependencia de n con la frecuencia, obtenemos

$$\Delta\nu = \frac{c}{2n_g L} \tag{1.33}$$

donde $n_g = n + \nu\partial n/\partial\nu$ es el índice de grupo.

1.1.3 El medio material

Un semiconductor es un sólido cristalino o amorfo con una conductividad eléctrica intermedia entre la de un metal y la de un aislante. La gran interacción que existe entre los átomos de un semiconductor hace que éstos no puedan ser tratados individualmente. De hecho en este tipo de materiales los electrones más energéticos no se encuentran ligados a átomos individuales, sino que pertenecen a todo el conjunto de átomos. En estas condiciones cada nivel de energía atómico se divide en múltiples subniveles. Estos subniveles se encuentran muy proximos entre sí, formando bandas de energía, que pueden considerarse continuas. La banda de mayor energía ocupada se llama banda de valencia y la banda vacía que se encuentra por encima de ella se llama banda de conducción. La diferencia de energía entre el máximo de la banda de valencia y el mínimo de la banda de conducción se llama salto de energía. Este salto de energía es el que va a determinar las propiedades eléctricas y ópticas del material. Los materiales con un salto de energía grande (> 3 eV) son aislantes eléctricos, aquellos con un salto de energía pequeño o inexistente son conductores. Los semiconductores presentan saltos de energía entre 0.1 y 3 eV. En ausencia de excitación térmica ($T = 0$ k) la banda de valencia de los semiconductores se encuentra completamente llena. Sin embargo, cuando $T > 0$ K, algunos electrones de la banda de valencia tendrán la energía necesaria para saltar a la banda de conducción, dejando sus estados desocupados en la banda de valencia. Estos estados desocupados, llamados huecos, junto con los electrones de la banda de conducción son capaces de producir una corriente eléctrica cuando se le aplica un campo eléctrico al material.

Algunos elementos del grupo IV de la tabla periódica son semiconductores, como por ejemplo el silicio (Si) o el germanio (Ge). Sin embargo, estos materiales no son apropiados para la construcción de dispositivos emisores de fotones, debido a que presentan un salto de energía indirecto (el mínimo de la banda de conducción y el máximo de la banda de valencia corresponden a valores distintos del vector de onda $\boldsymbol{k}$, ver Fig. 1.7). Los compuestos binarios, ternarios o cuaternarios de elementos del grupo III con elementos del grupo V son también semiconductores. Dentro de los compuestos binarios el más importante es el arseniuro de galio (GaAs), que es un semiconductor de tipo directo. Sustituyendo una fracción de los átomos de Ga por átomos de aluminio (Al) se obtiene un semiconductor ternario muy importante en la fabricación de diodos láser: $(\mathrm{Al}_x\mathrm{Ga}_{1-x})\mathrm{As}$, donde x representa la fracción de átomos sustituidos.

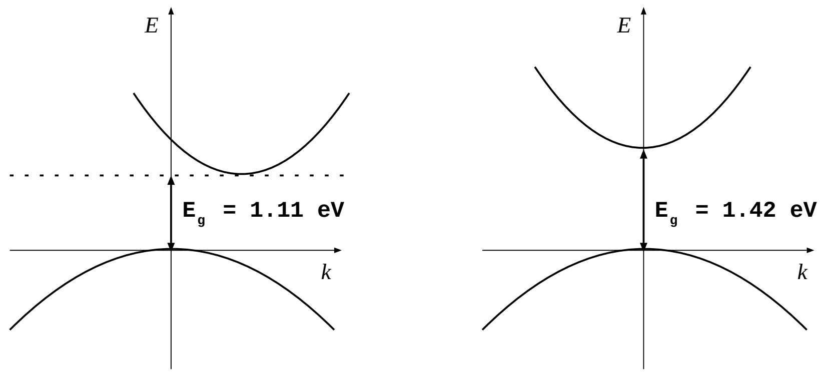


Figure 1.7: Diagrama E–k para un semiconductor de tipo indirecto (Si, diagrama de la izquierda) y para un semiconductor de tipo directo (GaAs, diagrama de la derecha). Las bandas de conducción y valencia han sido aproximadas por parábolas.

Variando el valor de x entre 0 y 1 se consigue una variación del salto de energía E_g entre 1.42 eV y 2.16 eV. Los semiconductores cuaternarios son incluso más flexibles que los ternarios en cuanto a la obtención de distintos valores para E_g. En este apartado destaca el compuesto $(In_{1-x}Ga_x)(As_{1-y}P_y)$, con valores de E_g entre 0.36 eV y 2.26 eV.

En un semiconductor la presencia de un electrón en la banda de conducción siempre viene acompañada de la presencia de un hueco en la banda de valencia por lo que la concentración de portadores (huecos en la banda de valencia y electrones en la de conducción) es igual en las dos bandas: $n = p = n_i$, donde n es la concentración de electrones en la banda de conducción y p es la concentración de huecos en la banda de valencia. Sin embargo se puede alterar este equilibrio mediante la sustitución de algunos átomos del material por átomos de otro material, llamados impurezas o dopantes. Si el dopante presenta un exceso de electrones en la capa de valencia, se producirá un aumento en la concentración de este tipo de portadores, dando lugar a un semiconductor de tipo n. En este caso a los electrones se les denomina portadores mayoritarios y su concentración es mucho mayor que la concentración de huecos: $n \gg p$. Si por el contrario el dopante presenta menos electrones en la banda de valencia que el material original se producirá un aumento en la concentración de huecos, dando lugar a un semiconductor de tipo p. En este caso los portadores mayoritarios serán los huecos y $p \gg n$. Un ejemplo de semiconductor de tipo

n es un semiconductor del grupo IV (Si, Ge) dopado con átomos de un elemento del grupo V (P, As, Sb). Si utilizásemos un dopante del grupo III (Al, Ga, In) tendríamos un semiconductor de tipo p. Este tipo de semiconductores son llamados semiconductores extrínsecos, mientras que los no dopados son llamados semiconductores intrínsecos.

La excitación térmica de los electrones de la banda de valencia crea un par electrón–hueco. La condición de equilibrio térmico requiere que el proceso inverso también ocurra: un electrón de la banda de conducción se recombina con un hueco de la banda de valencia, liberando energía. La energía liberada puede dar lugar a la emisión de un fotón, en cuyo caso se habla de recombinación radiativa, o puede dar lugar a otra serie de procesos (creación de un fonón, efecto Auger, etc), en cuyo caso se habla de recombinación no radiativa. En un semiconductor en equilibrio térmico, la tasa de generación de portadores y la de recombinación son iguales. Para que un semiconductor se comporte como una fuente de fotones, tenemos que mantenerlo con una densidad de portadores superior al valor correspondiente al equilibrio térmico. Esto se consigue aplicando una corriente eléctrica (corriente de bombeo) a través del material. El bombeo externo produce una polarización $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ que a su vez actua como fuente del campo eléctrico $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ (ecuación (1.13)). Como ya hemos comentado el cálculo de la polarización requiere el empleo de la mecánica cuántica. En concreto la polarización macroscópica $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ está relacionada con el operador momento dipolar $\hat{\boldsymbol{p}}$ a través de la expresión [57]

$$\boldsymbol{\mathcal{P}} = \mathrm{Tr}\left(\hat{\rho}\hat{\boldsymbol{p}}\right), \tag{1.34}$$

donde $\hat{\rho}$ es el operador matriz de densidad del sistema. Su evolución vendrá dada por [58]

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \frac{1}{i\hbar}\left[\hat{H}_0 - \hat{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{\mathcal{E}}, \hat{\rho}\right] - \frac{1}{2}\left(\hat{\gamma}\hat{\rho} + \hat{\rho}\hat{\gamma}\right) + \hat{\Lambda}, \tag{1.35}$$

donde $\hat{H}_0$ es el Hamiltoniano no perturbado, $-\hat{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{\mathcal{E}}$ representa la interacción del campo con el material, $\hat{\gamma}$ es el operador de relajación, que representa todos los procesos de relajación que ocurren en el material y $\hat{\Lambda}$ es un operador que representa el bombeo externo. Sin embargo la determinación del operador $\hat{H}_0$ en el caso de un semiconductor es muy complicada, ya que requiere un conocimiento exhaustivo de la estructura de bandas del material. Lo mismo ocurre en el caso del operador de relajación. Los mecanismos de relajación en un semiconductor se pueden dividir en dos categorías, procesos interbandas y procesos intrabanda. En el primer grupo se incluyen los procesos que involucran la recombinación de un hueco y un electrón sin que se produzca la emisión de un fotón. Los procesos intrabanda son más complicados de describir y hasta hace unos pocos años no se ha conseguido una descripción teórica adecuada [52, 53]. Sin embargo utilizando la aproximación ya reseñada $\dot{\boldsymbol{\mathcal{P}}} = 0$, la ec. (1.35) se reduce a una ecuación para el número de portadores.

Suponiendo el medio neutro, la evolución del número de portadores N viene descrita por la ecuación [50]

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D\nabla^2 N + \frac{J}{e} - \mathcal{R}(N), \tag{1.36}$$

donde D es el coeficiente de difusión, J es la corriente de bombeo, y el término $\mathcal{R}(N)$ representa la pérdida de portadores debido a los procesos de recombinación tanto radiativos como no radiativos.

El término de difusión en general juega un papel muy importante en la evolución de los portadores, especialmente en ciertos tipos de láseres, como los guiados por ganancia o los VCSELs. En el primer caso la distribución espacial inhomogénea de los portadores se utiliza para confinar el modo óptico. En el caso de los VCSELs la importancia de este término es debida a que las dimensiones laterales de estos dispositivos son en general mayores que la longitud de difusión. Recientemente se ha comprobado que la inhomogeneidad de la distribución espacial de los portadores en estos láseres puede seleccionar el modo transversal en el que emite el láser [59]–[61]. Sin embargo en la mayoría de los láseres guiados por índice (especialmente en los fuertemente guiados) el tamaño de la capa activa en las direcciones lateral y transversal es pequeño comparado con la longitud de difusión. En estas condiciones y para intensidades no muy altas de tal forma que no haya efectos de "spatial hole burning" (inhomogeneidades en la distribución espacial de portadores debido a que en las zonas de mayor intensidad del campo eléctrico los portadores se consumen más rápidamente) la difusión de portadores es tan efectiva que las inhomogeneidades espaciales son eliminadas rápidamente y podemos suponer $\nabla^2 N = 0$. Vamos a separar el término $\mathcal{R}(N)$ en dos contribuciones,

$$\mathcal{R}(N) = R_{\mathrm{st}}(N, I) + \frac{N}{\tau_N(N)}, \tag{1.37}$$

donde $R_{\mathrm{st}}(N, I)$ representa la emisión estimulada y $N/\tau_N(N)$ representa las pérdidas por recombinación no radiativa y por emisión espontánea.

Los procesos que dan lugar a pérdidas por recombinación no radiativa son la recombinación debida a defectos e impurezas, la recombinación en las superficies e interfaces y la recombinación Auger. La presencia de defectos o de impurezas en la estructura del semiconductor puede dar lugar a la aparición de nuevos niveles de energía situados entre las bandas de valencia y de conducción. Estos niveles intermedios de energía sirven de transición para los electrones que desde la banda de conducción pasan a la banda de valencia sin emisión de fotones [62, 63]. La recombinación en las superficies e interfaces también se produce a través de niveles energéticos intermedios. En ambos casos estos niveles aparecen debido a la discontinuidad en la estructura del semiconductor. En el caso de las superficies este efecto será más perjudicial cuanto mayor sea la relación superficie–volumen, mientras que en el caso de las interfaces, la importancia de la recombinación está relacionada con la calidad de la interfaz. Tanto en el caso de recombinación en superficies e interfaces como en el de recombinación debida a defectos e impurezas, se puede definir una tasa de recombinación que en general dependerá de varias factores[62, 63], pero su dependencia del número de portadores será lineal:

$$R_{\mathrm{def,surf}} = A_{\mathrm{nr}} N \tag{1.38}$$

Sin embargo, el proceso interbanda no radiativo más importante es el efecto Auger. Existen varios tipos de proceso Auger. Un ejemplo de proceso Auger se produce cuando dos electrones de la banda de conducción interaccionan haciendo que uno de ellos pase a la banda de valencia mientras el otro ocupa un nivel superior de energía en la banda de conducción. Un proceso análogo puede ocurrir entre dos huecos de la banda de valencia. Como este proceso depende del choque de dos portadores, la importancia de la recombinación Auger aumenta con la densidad de portadores. En el primer ejemplo la transición involucra tres estados en la banda de conducción y uno en la de valencia mientras que en el segundo ejemplo se produce la situación inversa. Además, para una densidad de portadores fija, la recombinación Auger aumenta exponencialmente con la temperatura. Aún en el caso de que este tipo de recombinaciones no sea importante (temperaturas bajas o materiales con un salto de energía grande) existe otro tipo de recombinación Auger que involucra la presencia de un fonón y que puede llegar a ser más probable que el tipo descrito anteriormente.

El cálculo teórico de la tasa de recombinación Auger es en general complicado debido a que requiere un conocimiento profundo de la estructura de bandas hasta niveles energéticos bastante alejados de los extremos de las bandas. Utilizando modelos parábolicos de bandas los primeros trabajos en este campo ya consiguieron predecir el comportamiento de la tasa de recombinación Auger con la temperatura o con el salto de energía [64, 65]. Recientemente, utilizando modelos más realistas para las bandas se ha conseguido una determinación más precisa de la tasa de recombinación Auger [66, 67]. En general la tasa de recombinación Auger vendrá dada por

$$R_A = C_n N^2 P + C_p N P^2, \tag{1.39}$$

donde P representa el número de huecos en la banda de valencia. En un láser de semiconductor en el que la región activa no esté fuertemente dopada $N \simeq P$ y tendremos

$$R_A = C_A N^3, \tag{1.40}$$

donde C es un coeficiente que puede determinarse experimentalmente y que incluye todos los procesos Auger.

A diferencia de la recombinación Auger, en la emisión espontánea intervienen principalmente portadores que se encuentran cerca de los extremos de las bandas, con lo que el cálculo teórico de la tasa de emisión espontánea puede hacerse de forma bastante precisa. La dependencia de la emisión espontánea con el número de portadores será de la forma

$$R_{\mathrm{sp}} = B N^2. \tag{1.41}$$

Sustituyendo (1.38), (1.40) y (1.41) en (1.37) vemos que

$$\tau_N^{-1}(N) = A_{\mathrm{nr}} + BN + C_A N^2. \tag{1.42}$$

En las condiciones de operación del láser que consideraremos en esta tesis (corrientes de polarización próximas al umbral) las variaciones del número de portadores alrededor de su valor umbral N_{th} son muy pequeñas, por lo que podemos tomar

$$\tau_N(N) \simeq \tau_N(N_{\mathrm{th}}) = \gamma_e^{-1}. \tag{1.43}$$

El término de emisión estimulada en (1.37), $R_{\rm st}(N,I)$, es proporcional al numero de portadores y a la energía óptica dentro de la cavidad [50]. De la misma forma que N representa el número de portadores en la cavidad, es conveniente reescalar el campo eléctrico de tal forma que $|\tilde{E}|^2 = I$ represente el número de fotones:

$$\tilde{E} = \sqrt{I} = E_0 \sqrt{\frac{A\epsilon_0\epsilon_r}{\alpha_m \hbar\omega} \frac{r_1 + r_2}{r_1} \left(\frac{1}{r_1 r_2} - 1\right)}, \tag{1.44}$$

donde A es la sección transversal de la cavidad y $r_i = \sqrt{R_i}$ son las reflectividades para el campo de las caras del láser. El número de fotones se define como la energía total dentro de la cavidad dividida entre la energía de un fotón, $\hbar\omega$. La tasa de pérdidas por emisión estimulada en función de esta nueva variable será:

$$R_{\rm st}(N,I) = \Gamma v_g g_{\rm opt}(N) I, \tag{1.45}$$

donde Γ es el factor de confinamiento y $v_g = c/n_g$ es la velocidad de grupo. El factor de confinamiento es la fracción del modo que permanece dentro de la zona activa y viene dado por la expresión

$$\Gamma = \frac{\int_{\rm act} \phi(\boldsymbol{x}) d\boldsymbol{x}}{\int_\infty \phi(\boldsymbol{x}) d\boldsymbol{x}}, \tag{1.46}$$

donde $\boldsymbol{x}$ representa las coordenadas transversales, $\phi(\boldsymbol{x})$ es el modo transversal y la integral del numerador está extendida a la zona activa. Si el modo transversal dominante es el fundamental se puede obtener una expresión para el factor de confinamiento en función de la anchura de la zona activa d [68]:

$$\Gamma = \frac{\frac{\omega^2}{c^2 d^2}(n_{\rm act}^2 - n_{\rm rec}^2)}{2 + \frac{\omega^2}{c^2 d^2}(n_{\rm act}^2 - n_{\rm rec}^2)}, \tag{1.47}$$

donde $n_{\rm act}$ y $n_{\rm rec}$ son los índices de refracción en la zona activa y en el recubrimiento, respectivamente.

La dependencia de la ganancia con el número de portadores es diferente para los distintos tipos de láseres, pero mediante estudios numéricos y también experimentales se ha visto que en general se puede considerar que la ganancia a la frecuencia de emisión depende linealmente de los portadores:

$$g_{\text{opt}}(N) = \frac{dg_{\text{opt}}}{dN}(N - N_0), \tag{1.48}$$

donde N_0 es el número de portadores en transparencia, para el cual la ganancia es cero. También podemos poner la ganancia en función del número de portadores en el umbral, que es el valor para el cual la ganancia óptica es igual a las pérdidas (ver Ec. (1.30))

$$g_{\text{opt}}(N) = g_{\text{opt}}(N_{\text{th}}) + \frac{dg_{\text{opt}}}{dN}(N - N_{\text{th}}) = \alpha_{\text{int}} + \alpha_m + \frac{dg_{\text{opt}}}{dN}(N - N_{\text{th}}). \tag{1.49}$$

1.1.4 Ecuaciones de balance

Como hemos visto en la sección anterior, la escala de tiempos en la que varía la polarización es mucho menor que la del campo eléctrico y la de los portadores, lo que nos permite prescindir de la dinámica de la polarización a la hora de describir el láser. Sin embargo todavía tenemos que encontrar las ecuaciones que rigen la evolución del campo eléctrico y de los portadores. En esta sección vamos a combinar los distintos aspectos de los láseres de semiconductor que hemos visto hasta ahora para obtener unas ecuaciones para la evolución temporal de estas dos cantidades. Despreciando el efecto de la difusión de portadores y sustituyendo (1.37), (1.45) y (1.48) en (1.36) obtenemos la ecuación de balance para los portadores:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{J}{e} - \gamma_e N - \Gamma v_g \frac{dg_{\text{opt}}}{dN}(N - N_0)I. \tag{1.50}$$

Esta ecuación se puede simplificar mediante la introducción de la ganancia diferencial $g = \Gamma v_g dg_{\text{opt}}/dN$ y de la corriente de inyección C, que representa el número de electrones inyectados por unidad de tiempo:

$$\frac{dN}{dt} = C - \gamma_e N - g(N - N_0)I. \tag{1.51}$$

Para obtener la ecuación de balance para el campo eléctrico partimos de la ecuación (1.21) con un campo de la forma $\mathcal{E}(t) = E(t)\exp[i(\omega_0 t - kz)]$. Consideramos que la dependencia de la constante dieléctrica con la frecuencia es lineal:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon(\omega_0) + \frac{\partial \epsilon}{\partial \omega}(\omega - \omega_0). \tag{1.52}$$

De esta forma tendremos

$$\epsilon \mathcal{E}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon(\omega)\tilde{\mathcal{E}}(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \left(\epsilon(\omega_0) E(t) - i \frac{\partial \epsilon}{\partial \omega} \dot{E}(t) \right) e^{i(\omega_0 t - kz)} \tag{1.53}$$

donde $\tilde{\mathcal{E}}(\omega)$ es la transformada de Fourier de $\mathcal{E}(t)$. Si suponemos que ω_0 está próxima a la frecuencia de emisión de láser podremos utilizar la aproximación de envolvente lentamente variable ($\ddot{E}(t) = 0$) y sustituyendo (1.53) en (1.21) tendremos

$$\left(-k^2 + \frac{\omega_0^2}{c^2} \epsilon(\omega_0) \right) E(t) - \frac{2i\omega_0}{c^2} \left(\epsilon(\omega_0) + \frac{\omega_0}{2} \frac{\partial \epsilon}{\partial \omega} \right) \dot{E}(t) = 0. \tag{1.54}$$

A partir de aquí nos referiremos a $\epsilon(\omega_0)$ como ϵ, teniendo en cuenta que representa la constante dieléctrica para una frecuencia ω_0. Utilizando (1.18) podremos escribir

$$\epsilon = 1 + \chi' - i \left(\chi'' + \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega_0} \right) = (n - in'')^2 \simeq n^2 - 2inn'', \tag{1.55}$$

donde n viene dado por (1.25) y hemos usado que $n \gg n''$. Comparando (1.55) con (1.26) y (1.27) se puede ver que

$$n'' = -\frac{c}{2\omega_0}(g_{\rm opt} - \alpha_{\rm int}). \tag{1.56}$$

Podemos redefinir n'' para que incluya las pérdidas en la cavidad:

$$n'' = -\frac{c}{2\omega_0}(g_{\rm opt} - \alpha_{\rm int} - \alpha_m). \tag{1.57}$$

De esta expresión vemos que en el umbral, cuando la ganancia es igual a las pérdidas, $n'' = 0$ y $\epsilon = n^2$. Las variaciones del número de portadores harán que varíen también n y n'', de forma que podemos escribir la constante dieléctrica como

$$\epsilon(N) = \epsilon(N_{\rm th}) + \Delta\epsilon = n^2 + 2n(\Delta n - i\Delta n''). \tag{1.58}$$

En este punto es conveniente introducir el parámetro de ensanchamiento de línea α. De las relaciones de Kramers-Krönig se puede ver que las componentes real e imaginaria de χ_p están relacionadas a través del parámetro $\alpha = \chi_p'/\chi_p''$. Este parámetro es determinante en muchas de las características de los láseres de semiconductor tales como la anchura de línea, el chirping en caso de modulación de la corriente o la respuesta del láser al feedback, tanto convencional como conjugado (como veremos en el Capítulo 3). En el caso de que la ganancia provenga de las transiciones entre dos niveles discretos de energía (láser de gas, de estado sólido, etc.), el espectro de ganancia (χ_p'' en función de la frecuencia) será simétrico y la correspondiente parte real de la susceptibilidad (χ_p') será antisimétrica, cruzando el cero a la frecuencia correspondiente al máximo de la ganancia. Sin embargo, en un láser de semiconductor las transiciones se producen entre bandas de energía parcialmente llenas, lo que hace que el espectro de ganancia sea asimétrico y que χ_p' cruce el cero para un valor de la frecuencia desplazado respecto del pico de la ganancia. Esta asimetría fue detectada por primera vez por Lax [69] y por Haug [70] independientemente en 1967. El problema del acoplamiento de fase e intensidad en un láser de semiconductor es matemáticamente similar al de un láser de gas desintonizado, es decir, en el que la frecuencia de la transición sea diferente de la frecuencia de resonancia de la cavidad. En ambos casos el resultado es un aumento del ancho de línea del láser en un factor $1 + \alpha^2$, donde α representa el parámetro de desintonía. Los primeros cálculos de este parámetro para un láser de semiconductor sólo tuvieron en cuenta los efectos directos del campo sobre la susceptibilidad, dando lugar a un valor $\alpha \ll 1$ que no podía explicar los valores del ancho de línea medidos experimentalmente. En 1982 Henry [71] se dio cuenta de que los efectos indirectos a través de los portadores eran mucho más importantes. De esta forma obtuvo un valor para el parámetro α, también conocido como factor de ensanchamiento de línea, cercano a cinco, lo que explicaba los valores medidos del ancho de línea. Como la ganancia varía linealmente con los portadores, el índice de refracción también lo hará, lo que nos permite escribir el parámetro α como

$$\alpha = \frac{\partial \chi_p'/\partial N}{\partial \chi_p''/\partial N} = \frac{\Delta n}{\Delta n''}, \tag{1.59}$$

donde hemos usado (1.25), (1.26) y (1.57). Sustituyendo esta definición en (1.58) obtenemos

$$\epsilon(N) = n^2 - 2in\Delta n''(1 + i\alpha). \tag{1.60}$$

El término $\Delta n''$ representa la variación de n'' respecto a su valor en el umbral. Utilizando (1.57) vemos que

$$\Delta n'' = -\frac{c}{2\omega_0}\left[\Gamma\frac{dg_{\rm opt}}{dN}(N - N_0) - \alpha_{\rm iint} - \alpha_m\right]. \tag{1.61}$$

La constante k está relacionada con la frecuencia de emisión a través de la expresión $k = n\omega_m/c$ y ω_m viene dada por (1.31). Sustituyendo esta expresión junto con (1.60) y (1.61) en (1.54)

$$\left[n^2(\omega_0^2 - \omega_m^2) + i\omega_0 cn(1 + i\alpha)\left(\Gamma\frac{dg_{\rm opt}}{dN}(N - N_0) - \alpha_{\rm int} - \alpha_m\right)\right] E-$$

$$-2i\omega_0\left(\epsilon + \frac{\omega_0}{2}\frac{\partial\epsilon}{\partial\omega}\right)\dot{E}(t) = 0. \tag{1.62}$$

Para que se cumpla la condición de envolvente lentamente variable la frecuencia ω_0 tiene que ser cercana a la frecuencia de emisión ω_m, por lo que podemos tomar $(\omega_0^2 - \omega_m^2) \simeq 2\omega_0(\omega_0 - \omega_m)$. Y usando la aproximación $\epsilon \simeq n^2$

$$\epsilon + \frac{\omega_0}{2}\frac{\partial\epsilon}{\partial\omega} = n\left(n + \omega_0\frac{\partial n}{\partial\omega}\right) = nn_g. \tag{1.63}$$

Sustituyendo en (1.62) y simplificando obtenemos

$$\left[-i\frac{n}{c}(\omega_0 - \omega_m) + \frac{1 + i\alpha}{2}\left(\Gamma\frac{dg_{\rm opt}}{dN}(N - N_0) - \alpha_{\rm int} - \alpha_m\right)\right] E - \frac{1}{v_g}\dot{E} = 0. \tag{1.64}$$

Utilizando la definición del inverso de la vida media de los fotones $\gamma = v_g(\alpha_{\rm int} + \alpha_m)$ la expresión final de la ecuación de balance para el campo eléctrico será:

$$\dot{E} = -i\frac{n}{c}v_g\Delta\omega E + \frac{1 + i\alpha}{2}[g(N - N_0) - \gamma]E, \tag{1.65}$$

con $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_m$. De esta ecuación para el campo eléctrico complejo $E = \sqrt{I}\exp(i\phi)$ podemos pasar a una ecuación para el número de fotones I y otra para la fase ϕ:

$$\dot{I} = \frac{1}{2}[g(N - N_0) - \gamma]I \tag{1.66}$$
$$\dot{\phi} = \frac{\alpha}{2}[g(N - N_0) - \gamma] - \frac{n}{c}v_g\Delta\omega. \tag{1.67}$$

En la ecuación (1.67), el último término representa un desplazamiento de la frecuencia del láser respecto de la frecuencia de referencia ω_0. Este témino se puede eliminar de la ecuación sin más que tomar como frecuencia de referencia la frecuencia de emisión del láser.

Un fenómeno que no hemos considerado hasta ahora es la saturación de ganancia. Se ha observado experimentalmente que la ganancia se satura cuando la intensidad de la luz es suficientemente alta [72]. Como consecuencia de ésto, la ganancia, que hasta ahora hemos considerado linealmente dependiente del número de portadores, también dependerá del número de fotones, lo que hace que sea conocida como ganancia no lineal. Esta saturación es debida a varios procesos físicos, principalmente el "hole burning" espectral [73] y el calentamiento de portadores ("carrier heating") [74]. Ya hemos hablado del "hole burning" espacial como una de las causas de inhomogeneidades en la distribución espacial de portadores. El "hole burning" espectral es un efecto similar en la distribución en energía de los portadores: los portadores cuya energía se corresponde con la frecuencia de emisión son consumidos muy rápidamente cuando la intensidad es suficientemente alta, de tal forma que ni la corriente de inyección ni los procesos de scattering intrabanda son capaces de compensar ese efecto. El "hole burning" espectral también puede dar lugar a una dependencia del factor α con la intensidad, lo cual afecta especialmente a las propiedades espectrales del láser [75, 76]. El calentamiento de portadores hace que una fracción de los mismos se desplacen a zonas de mayor energía en la banda de conducción, haciendo imposible la recombinación con portadores de la banda de valencia. Un efecto similar se produce debido a la absorción por portadores libres. Mediante interacciones de estos portadores con fonones de la red pueden volver a estados de la banda de conducción donde la recombinación es posible, pero este es un proceso muy lento [77]. Esta dependencia de la ganancia con la intensidad se suele expresar de la forma

$$G(N, I) = \frac{G(N, 0)}{1 + \epsilon I},$$

donde $G(N,0) = g(N - N_0)$. Otros autores incluyen esta dependencia a través de un término [78]

$$G(N,I) = \frac{G(N,0)}{\sqrt{1+sI}}.$$

A lo largo de este trabajo denotaremos la ganancia no lineal $G(N,I)$ como G. Estas dos formas de la saturación son equivalentes, con $\epsilon = s/2$, siempre que $\epsilon I \lesssim 0.1$. Para intensidades menores ($\epsilon I \lesssim 0.01$) se puede despreciar el efecto de la saturación de ganancia. Hay otros aspectos de los láseres de semiconductor que también se pueden explicar sin incluir la saturación de ganancia, a pesar de que involucran intensidades no tan bajas. Un ejemplo de ésto son las fluctuaciones de baja frecuencia que aparecen en láseres sometidos a un feedback óptico moderado [79]. Sin embargo se ha demostrado que es de gran importancia a la hora de describir el amortiguamiento de las oscilaciones de relajación en un láser de semiconductor [80]. Siguiendo los modelos desarrollados en [81] y [77] se ha demostrado recientemente [82] que el calentamiento de portadores puede dar lugar a factores de saturación de ganancia negativos para determinados diseños del láser. En el Capítulo 2 de este trabajo analizamos la influencia del factor de saturación de ganancia sobre las propiedades estadísticas de distintas características de los pulsos generados por un láser de semiconductor, considerando factores de saturación de ganancia positivos y negativos. La principal consecuencia de un factor de saturación de ganancia positivo es la disminución de la velocidad máxima a la que se puede modular el láser [83].

1.1.5 Emisión espontánea

Las ecuaciones de balance que hemos deducido en la sección anterior no son todavía las ecuaciones que utilizaremos a lo largo de este trabajo para reproducir el comportamiento de un láser de semiconductor. Hay algunos aspectos de los láseres de semiconductor que no están incluidos en estas ecuaciones. Y dentro de éstos el más destacable es la emisión espontánea. Solamente en la ecuación para los portadores se ha considerado el efecto promedio de la emisión espontánea sobre la vida media de los portadores, τ_N. Sin embargo el carácter aleatorio de la emisión espontánea no se ha tenido en cuenta en las ecuaciones de balance de los portadores y del campo eléctrico. Su inclusión en esta última ecuación es fundamental para describir correctamente el comportamiento del láser de semiconductor.

La emisión espontánea tiene un origen cuántico, ya que es debida a las fluctuaciones del vacío. Además tiene un carácter aleatorio que es el responsable de algunas de las características de los láseres de semiconductor, como por ejemplo la anchura de línea. En realidad la anchura de línea es el resultado de todos los procesos fluctuantes presentes durante la emisión láser, pero si se reducen suficientemente las fuentes de ruido externas (por ejemplo, en el bombeo) la anchura de línea resultante está próxima al límite cuántico. En el caso de un láser de semiconductor la anchura de línea viene dada por la expresión [84]:

$$\Delta\nu = \frac{\gamma}{I}(1 + \alpha^2). \tag{1.68}$$

Como se puede ver la anchura de línea es proporcional al inverso de la vida media de los fotones, γ. Para un láser de semiconductor esa vida media es muy pequeña ($\sim$ 5 ps) debido a las bajas reflectividades de la cavidad ($\sim$ 30%).

La emisión espontánea se puede tratar cuánticamente de dos formas: mediante ecuaciones de Langevin cuánticas y mediante una ecuación para la matriz densidad. El primer método tiene la ventaja de que la analogía con las ecuaciones de balance semiclásicas es evidente, pero tiene la desventaja de que las ecuaciones resultantes sólo se pueden resolver para corrientes de inyección suficientemente alejadas del umbral. Esta dificultad se puede evitar formulando una ecuación de Fokker–Planck clásica mediante argumentos heurísticos [85]. Con el segundo método se obtiene una ecuación de Fokker–Planck generalizada (con infinitos términos) a partir de la ecuación para la matriz densidad, que se reduce a una ecuación de Fokker–Planck convencional cuando el número de fotones no es muy bajo. Usando el método de correspondencia clásico–cuántica se obtiene una ecuación de Fokker–Planck clásica que coincide con la obtenida heurísticamente con el primer método. Estos dos métodos están contenidos en los trabajos de Lax [69, 86] y Haken [87, 88], que son considerados como los trabajos fundamentales en el tratamiento cuántico del láser.

Siguiendo los trabajos de Lax, [69, 86] Henry [71, 89] introdujo la emisión espontánea en la ecuación de balance para el campo eléctrico. Para ello hay que partir de un campo eléctrico en la forma

$$E = \sqrt{I}e^{i\phi},$$

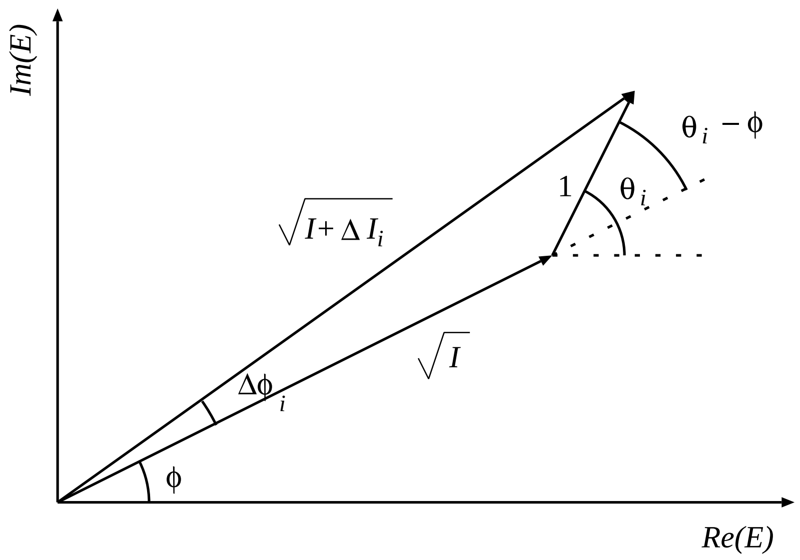


Figure 1.8: Representación esquemática del cambio en la intensidad y en la fase del campo eléctrico debido a un suceso de emisión espontánea.

de tal manera que un suceso de emisión espontánea tiene como consecuencia un aumento de una unidad en el número de fotones I y un cambio aleatorio de la fase ϕ (ver figura 1.8). Estos cambios ocurren en tiempos aleatorios t_i, con una tasa de emisión R. Siguiendo el esquema de la figura 1.8 vemos que estos cambios vienen dados por las expresiones

$$\Delta I_i = 1 + 2\sqrt{I}\cos(\theta_i - \phi) \tag{1.69}$$
$$\Delta\phi_i = I^{-1/2}\sin(\theta_i - \phi). \tag{1.70}$$

En este esquema el láser satisface un conjunto de tres ecuaciones diferenciales de primer orden, que incluyen un término de ruido, del tipo:

$$\dot{x}_i(t) = A_i(x_i, \ldots, x_j, t) + F_i(t) \qquad i, j = 1, 2, 3.$$

Las funciones $A_i(x_i, \ldots, x_j, t)$ se escogen de forma que $\langle F_i(t)\rangle = 0$. En el caso de la intensidad y la fase las ecuaciones serán:

$$\dot{I} = (G - \gamma)I + R + F_I(t) \tag{1.71}$$

$$\dot{\phi} \;=\; \frac{\alpha}{2}(G-\gamma)+F_\phi(t), \tag{1.72}$$

donde el término R en (1.71) representa una tasa media de emisión espontánea debida al primer término de (1.69) y los términos de ruido son de la forma

$$\begin{aligned} F_I(t) &= \sum_i 2I^{1/2}\cos(\theta_i-\phi)\delta(t-t_i) \\ F_\phi(t) &= \sum_i I^{-1/2}\sin(\theta_i-\phi)\delta(t-t_i). \end{aligned}$$

Las ecuaciones (1.71) y (1.72) son ecuaciones diferenciales estocásticas en el sentido de Ito [85, 90]. Como los tiempos de correlación de los términos de Langevin $F_i(t)$ son mucho menores que los tiempos de relajación γ^{-1} y γ_e^{-1} podemos considerar que dos sucesos de emisión espontánea, representados por $F_i(t)$ y $F_i(t')$, están descorrelacionados y por tanto

$$\langle F_i(t)F_j(t')\rangle = 2D_{ij}\delta(t-t'), \tag{1.73}$$

donde D_{ij} son los llamados coeficientes de difusión. Podemos calcular estos coeficientes utilizando las expresiones que hemos obtenido anteriormente para los términos de Langevin. Por ejemplo, en el caso del coeficiente $D_{\phi\phi}$ tendremos que

$$\langle F_\phi(t)F_\phi(t')\rangle = I^{-1}\langle \sum_i \sin(\theta_i-\phi)\delta(t-t_i)\sum_j \sin(\theta_j-\phi)\delta(t'-t_j)\rangle. \tag{1.74}$$

Comparando esta expresión con (1.73) es evidente que los términos cruzados en el producto de las sumas serán nulos, por lo que

$$\langle F_\phi(t)F_\phi(t')\rangle = I^{-1}\delta(t-t')\langle \sum_i \sin^2(\theta_i-\phi)\delta(t-t_i)\rangle \tag{1.75}$$

Sustituyendo $\sum_i$ por $R\int dt_i$ y utilizando que $\langle \sin^2(\theta_i-\phi)\rangle = 1/2$,

$$\langle F_\phi(t)F_\phi(t')\rangle = \frac{R}{2I}\delta(t-t')\int dt_i\delta(t-t_i) = \frac{R}{2I}\delta(t-t'). \tag{1.76}$$

Haciendo lo mismo para D_{II} y $D_{I\phi}$ obtenemos

$$
\begin{aligned}
2D_{II} &= 2RI \\
2D_{\phi\phi} &= \frac{R}{2I} \\
2D_{I\phi} &= 0.
\end{aligned}
$$

Y volviendo a la variable compleja E que describe el campo eléctrico

$$\dot{E} = \frac{1+i\alpha}{2}(G-\gamma)E + F_E, \tag{1.77}$$

donde $F_E(t)$ es complejo con coeficientes de difusión

$$
\begin{aligned}
2D_{EE^*} &= R \\
2D_{EE} &= 2D_{E^*E^*} = 0.
\end{aligned}
$$

En el caso de los portadores tendremos una ecuación de Langevin del tipo

$$\dot{N} = C - \gamma_e N - GI + F_N(t), \tag{1.78}$$

con coeficientes de difusión

$$
\begin{aligned}
2D_{NN} &= 2\left(RI + \frac{N}{\tau_N(N)}\right) \\
2D_{IN} &= -2RI \\
2D_{N\phi} &= 0.
\end{aligned}
$$

Estos coeficientes de difusión asociados al medio material se pueden obtener de forma cuántica [86, 88]. Para ello partimos de las ecuaciones cuánticas de Langevin y a través de las relaciones de fluctuación–disipación e imponiendo la condición de que en promedio se mantengan las relaciones de conmutación de los operadores, se pueden obtener los valores de los coeficientes D_{ij}. Los coeficientes relacionados con el campo obtenidos de esta forma coinciden con los obtenidos anteriormente mediante argumentos clásicos. El coeficiente R representa la tasa de creación de fotones debida a la emisión espontánea y se suele representar de la forma:

$$R = C_{\rm sp}\frac{N}{\tau_N(N)},$$

donde $C_{\rm sp}$ es la fracción de fotones de emisión espontánea que contribuyen al modo considerado y es del orden de 10^{-5} para un láser de semiconductor típico. Como hemos visto anteriormente podemos sustituir $\tau_N^{-1}(N)$ por γ_e con lo que $R = C_{\rm sp}\gamma_e N = 4\beta N$, donde β es conocida como tasa de emisión espontánea. Definiendo unos nuevos términos de ruido

$$\begin{aligned}
\xi_I(t) &= \frac{F_I(t)}{\sqrt{8\beta N I}} \\
\xi_\phi(t) &= F_\phi(t)\sqrt{\frac{I}{2\beta N}} \\
\xi_N(t) &= \frac{F_N(t)+F_I(t)}{\sqrt{2N\gamma_e}}
\end{aligned}$$

las ecuaciones (1.71), (1.72) y (1.78) quedan de la forma

$$\begin{aligned}
\dot{I} &= (G-\gamma)I + 4\beta N + \sqrt{8\beta N I}\,\xi_I(t) && (1.79)\\
\dot{\phi} &= \frac{\alpha}{2}(G-\gamma) + \sqrt{\frac{2\beta N}{I}}\,\xi_\phi(t) && (1.80)\\
\dot{N} &= C - \gamma_e N - GI - \sqrt{8\beta N I}\,\xi_I(t) + \sqrt{2\gamma_e N}\,\xi_N(t), && (1.81)
\end{aligned}$$

donde

$$\langle \xi_i(t)\xi_j(t')\rangle = \delta_{ij}\delta(t-t') \qquad i,j = I,\phi,N. \qquad (1.82)$$

Y volviendo a la ecuación para el campo tendremos

$$\dot{E} = \frac{1+i\alpha}{2}(G-\gamma)E + \sqrt{2\beta N}\,\xi(t) \qquad (1.83)$$

con $\xi(t) = \xi_1(t) + i\xi_2(t)$ complejo y $\langle \xi(t)\xi^*(t')\rangle = 2\delta(t-t')$. Para tener una descripción completa es necesario conocer las funciones de distribución de las variables $\xi_i(t)$. Dado que ξ_1, ξ_2 y ξ_N son variables aleatorias reales debidas a la contribución de muchos sucesos estadísticamente independientes, podemos aplicar el teorema central del límite, que nos dice que las funciones de distribución de dichas variables serán gaussianas. En esta tesis sólo consideraremos condiciones de operación del láser (transitorio de encendido con corrientes de polarización próximas al umbral) en las que los efectos del ruido de portadores son despreciables, por lo que de aquí en adelante no incluiremos dicho término.

1.1.6 Feedback óptico

Hasta ahora hemos obtenido las ecuaciones que describen la evolución temporal de un láser de semiconductor aislado ópticamente del entorno. Sin embargo en muchas situaciones prácticas el láser interacciona ópticamente con su entorno, ya sea de forma involuntaria o intencionada. Cuando una parte de la luz emitida por el láser se introduce nuevamente en la cavidad se habla de feedback óptico. En el caso de que la luz provenga de otra fuente hablamos de inyección óptica. En ambos casos el comportamiento del láser puede variar notablemente. El feedback óptico involuntario aparece en muchas de las aplicaciones de los láseres, tales como almacenamiento óptico de datos o comunicaciones ópticas, cuando la luz reflejada sobre un disco compacto o sobre el extremo de una fibra óptica vuelve a introducirse en el láser. Esta reflexiones limitan la capacidad de modulación del láser y aumentan el ruido de intensidad. En estas situaciones la luz que abandona el láser regresa al mismo al cabo de un cierto tiempo τ llamado tiempo de retraso y que depende de la distancia a la que esté el objeto que actúa como espejo. Este parámetro, junto con la intensidad del feedback κ, que está relacionado con la reflectividad de la cara del láser que recibe el feedback y la del espejo externo, son los que caracterizan el feedback. Para ciertos valores de estos parámetros aparecen inestabilidades que dan lugar a un gran aumento del ruido, así como anchuras de línea del orden de varias decenas de GHz. Este estado se conoce como colapso de coherencia [94]. Las razones de que el láser de semiconductor sea más sensible al feedback óptico que la mayoria de los láseres son la mala calidad de la cavidad (con reflectividades del orden de 30%) así como la gran ganancia del medio activo.

Sin embargo el feedback óptico también puede utilizarse para modificar de forma controlada el comportamiento de un láser. De esta forma se pueden conseguir reducciones considerables del ancho de línea así como aumentar la estabilidad de la frecuencia de emisión [95]–[97]. También se ha utilizado el feedback óptico para seleccionar un modo de emisión longitudinal, para sintonizar la frecuencia de emisión o para reducir el "chirping" [95] (desplazamiento de la frecuencia del láser durante el encendido). Este tipo de láseres a los que se añade un espejo externo son conocidos como láseres de cavidad externa.

Un tipo especial de feedback óptico es el que se produce cuando el espejo externo es un espejo de conjugación de fase. Se trata en realidad de un medio no lineal bombeado ópticamente por medio de una fuente coherente en el que debido a la mezcla de las ondas incidentes (el bombeo y la luz del láser) se genera una onda reflejada que se propaga en la misma dirección y sentido opuesto a la luz del láser y cuya amplitud es igual a la del campo eléctrico incidente conjugada. De hecho el frente de onda que sale reflejado del espejo es exactamente igual al incidente. Esta propiedad hace que el cambio de fase producido en el recorrido desde el láser hasta el espejo sea compensado exactamente en el recorrido inverso. Como consecuencia la fase de la luz incidente en el láser es independiente de la posición del espejo, a diferencia de lo que ocurre en el caso de feedback convencional. Esta dependencia de la fase con la posición del espejo en el caso de feedback convencional es la que hace que el comportamiento del láser sea muy sensible a variaciones en la posición del espejo del orden de la longitud de onda de emisión [98], mientras que en el caso de feedback conjugado el láser es prácticamente insensible a variaciones de la posición tan pequeñas [99]. Entre las aplicaciones más interesantes de los espejos de conjugación de fase está su empleo para corregir la distorsión causada por un medio desordenado. También en comunicaciones por fibra óptica se emplea la conjugación de fase para corregir la distorsión causada por la dispersión de la fibra [100] con la diferencia de que aquí el conjugador no actua como un espejo, ya que la onda conjugada es la onda transmitida. En el caso de los láseres, el feedback conjugado se emplea para reducir tanto el ruido [101, 102, 103] como el ancho de línea [104].

En esta sección vamos a extender la ecuación de balance para el campo eléctrico (1.83) al caso de un láser con feedback. Para ello utilizaremos un modelo de onda viajera basado en el esquema de la figura 1.9, donde los R_i son los coeficientes de reflexión para la intensidad del campo de los diferentes espejos. Consideramos que el campo eléctrico dentro de la cavidad láser se puede descomponer en dos ondas viajeras, una viajando hacia la derecha $E^+(t)$ y otra viajando hacia la izquierda $E^-(t)$. Si no existiera la cavidad externa se cumpliría $E^-(t) = r_2 E^+(t)$ con $r_2 = \sqrt{R_2}$. Si ahora añadimos

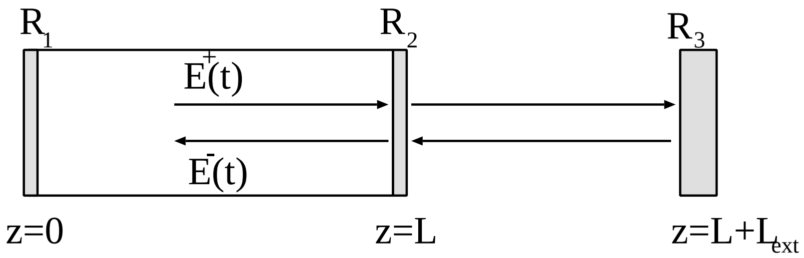


Figure 1.9: Esquema de un láser de cavidad Fabry–Perot con feedback.

un espejo externo a una distancia $L_{\rm ext} = c\tau/2$, la onda viajera $E^-(t)$ tendrá dos contribuciones, una debida al espejo del láser y otra debida al espejo externo, $E^-(t) = r_2 E^+(t) + E_{\rm ext}(t)$. Si consideramos múltiples reflexiones entre el espejo del láser y el espejo externo, $E_{\rm ext}(t)$ vendrá dada por

$$\begin{aligned} E_{\rm ext}(t) &= t_2 t_2' r_3 E^+(t-\tau) e^{-i\Omega\tau} + \\ & \quad t_2 t_2' r_3 (-r_2 r_3) E^+(t-2\tau) e^{-2i\Omega\tau} + \\ & \quad t_2 t_2' r_3 (-r_2 r_3)^2 E^+(t-3\tau) e^{-3i\Omega\tau} + \dots \end{aligned}$$

donde Ω es la frecuencia de emisión del láser y t_2 y t_2' son los coeficientes de transmisión para la amplitud del campo del espejo del láser, de izquierda a derecha y de derecha a izquierda respectivamente. Utilizando que $t_2 t_2' = 1 - R_2$ una expresión general para $E_{\rm ext}(t)$ sería:

$$E_{\rm ext}(t) = -\frac{1-R_2}{r_2} \sum_{n=1}^{\infty} (-r_2 r_3)^n E^+(t-n\tau) e^{-in\Omega\tau}. \tag{1.84}$$

Si la reflectividad del espejo externo es suficientemente pequeña, podemos simplificar (1.84) considerando solo una reflexión:

$$E_{\rm ext}(t) = (1-R_2) r_3 E^+(t-\tau) e^{-i\Omega\tau}. \tag{1.85}$$

Para introducir este término en la ecuación (1.83) vamos a seguir el esquema desarrollado por Lang y Kobayashi en la referencia [105]. Si suponemos que las ondas viajeras E^+ y E^- han alcanzado el estado estacionario, tendremos

$$E^- = r_2 E^+ + (1-R_2) r_3 E^+ e^{-i\Omega\tau}. \tag{1.86}$$

Esto nos permite definir una reflectividad efectiva que incluirá el efecto del feedback:

$$r_{\text{eff}} = E^-/E^+ = r_2(1 + ae^{-i\Omega\tau}), \tag{1.87}$$

con $a = (1 - R_2)r_3/r_2$. Si ahora sustituimos r_2 por r_{eff} en la definición de las pérdidas de la cavidad (1.30) tendremos

$$\alpha'_m = \alpha_m - \frac{1}{L} ln\left(1 + ae^{-i\Omega\tau}\right). \tag{1.88}$$

El último término en el segundo miembro de (1.88) tiene como consecuencia modificar las pérdidas del láser, de tal forma que si $a \ll 1$, entonces

$$\gamma' = \gamma - \frac{av_g}{L} e^{-i\Omega\tau}. \tag{1.89}$$

Ahora introducimos este efecto en la ecuación de balance (1.83), teniendo en cuenta que el término debido al feedback es proporcional al campo en el tiempo $t - \tau$:

$$\dot{E}(t) = \frac{1 + i\alpha}{2}(G - \gamma)E(t) + \kappa e^{-i\Omega\tau} E(t - \tau) + \sqrt{2\beta N}\xi(t), \tag{1.90}$$

donde $\kappa = av_g/(2L)$. El único efecto del feedback sobre los portadores se produce a través del propio campo eléctrico, por lo que no es necesario modificar la ecuación de balance para el número de portadores.

1.1.7 Feedback conjugado

En esta sección vamos a obtener la ecuación de balance para el campo eléctrico de un láser de semiconductor con feedback conjugado. Para ello primero estudiaremos los mecanismos mediante los cuales es posible generar una onda conjugada. La conjugación de fase puede producirse a través de varios procesos, como son el scattering no lineal estimulado, el efecto fotorrefractivo y el proceso conocido como mezcla de cuatro ondas ("four wave mixing", FWM). Ejemplos de materiales que se pueden usar para producir conjugación de fase son $BaTiO_3$, CS_2 o un gas atómico siempre que no estemos próximos a una resonancia. Aquí nos centraremos en la conjugación de fase mediante FWM. El sistema que vamos a estudiar consiste en un medio no lineal, aislante, no

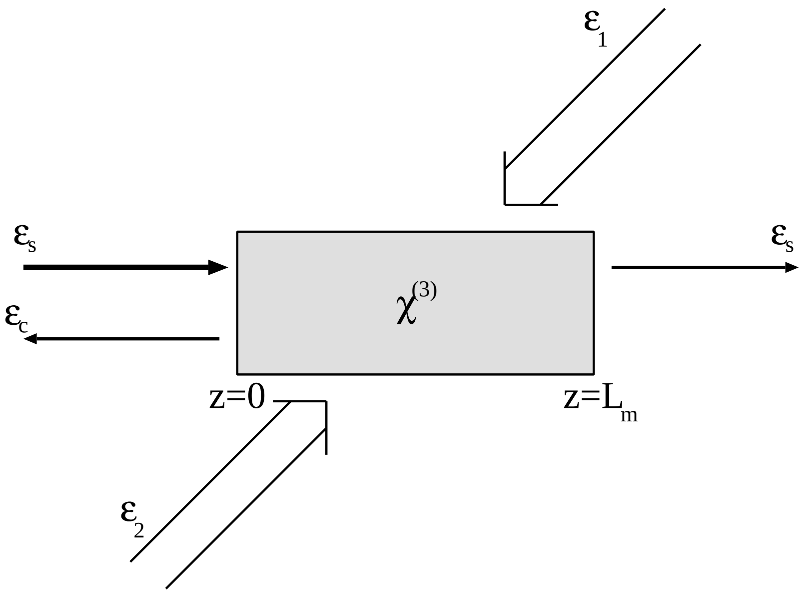


Figure 1.10: Representación esquemática de un proceso de conjugación de fase mediante FWM.

magnetico y sin cargas libres que está bombeado ópticamente por medio de dos ondas $\boldsymbol{\mathcal{E}}_1$ y $\boldsymbol{\mathcal{E}}_2$ que se propagan en la misma dirección y sentidos opuestos. Sobre este medio incide la onda $\boldsymbol{\mathcal{E}}_s$ que llamaremos señal y que dará lugar a la onda conjugada $\boldsymbol{\mathcal{E}}_c$ (Fig. 1.10). Partimos de las ecuaciones de Maxwell (1.1)–(1.4), teniendo en cuenta que ahora $\boldsymbol{\mathcal{J}} = \rho_f = 0$. Vamos a modificar la relación de constitución (1.5) para separar la contribución de la polarización no lineal:

$$\boldsymbol{\mathcal{D}} = \epsilon_0 \boldsymbol{\mathcal{E}} + \boldsymbol{\mathcal{P}} = \epsilon \boldsymbol{\mathcal{E}} + \boldsymbol{\mathcal{P}}_{NL}. \tag{1.91}$$

Siguiendo el esquema de la sección 1.1.2, obtenemos la ecuación de onda

$$\nabla^2 \boldsymbol{\mathcal{E}} - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \boldsymbol{\mathcal{E}}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{\mathcal{P}}_{NL}}{\partial t^2}. \tag{1.92}$$

Para simplificar los cálculos suponemos que todos los campos están polarizados linealmente en la misma dirección, por lo que a partir de ahora eliminaremos la notación vectorial. Vamos a considerar campos de la forma

$$\mathcal{E}_j(\boldsymbol{r},t) = \frac{1}{2}E_j(\boldsymbol{r},t)e^{i(\omega_j t - \boldsymbol{k}_j\cdot\boldsymbol{r})} + \text{c.c.} \qquad j = 1,2,s,c.$$

Los campos de bombeo tienen que tener la misma frecuencia y su dirección de propagación puede ser cualquiera siempre que sea la misma para los dos campos y tengan sentidos opuestos. Además exigiremos que sean uniformes a lo largo del medio no lineal y mucho más intensos que el campo señal, por lo que podremos considerar que su amplitud es constante tanto en el tiempo como en el espacio. Vamos a considerar que se propagan a lo largo del eje y:

$$\mathcal{E}_j(y,t) = \frac{1}{2}E_j e^{i(\omega_p t - k_j y)} + \text{c.c.} \qquad j = 1,2.$$

con $k_1 = -k_2$. Escogemos como dirección de propagación de los campos señal y conjugado el eje z:

$$\mathcal{E}_j(z,t) = \frac{1}{2}E_j(z,t)e^{i(\omega_j t - k_j z)} + \text{c.c.} \qquad j = s,c.$$

En cuanto a la frecuencia podemos distinguir dos situaciones: cuando $\omega_s = \omega_p = \omega$ se cumplirá que $\omega_c = \omega$ y $k_s = -k_c = k$ y estaremos en el caso de FWM degenerado; si $\omega_s = \omega_p + \delta$ entonces $\omega_c = \omega_p - \delta$ y estaremos ante FWM no degenerado. Nosotros nos centraremos en el caso de FWM degenerado. Aplicando la ecuación (1.92) a los campos señal y conjugado y usando la condición de envolvente lentamente variable

$$\frac{\partial E_s}{\partial z} = -\frac{\omega}{k}\mu_0\epsilon\frac{\partial E_s}{\partial t} - i\frac{\mu_0\omega^2}{2k}P_s \tag{1.93}$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial z} = \frac{\omega}{k}\mu_0\epsilon\frac{\partial E_c}{\partial t} + i\frac{\mu_0\omega^2}{2k}P_c \tag{1.94}$$

donde P_s y P_c son las amplitudes de las componentes de la polarización no lineal con vector de onda k y $-k$ respectivamente. Para poder resolver estas ecuaciones tenemos que encontrar una expresión para la polarización no lineal en función de los campos incidentes. En ausencia de resonancias podemos desarrollar la susceptibilidad dependiente del campo en la forma:

$$\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{\mathcal{E}}) = \boldsymbol{\chi}^{(1)} + \boldsymbol{\chi}^{(2)}\boldsymbol{\mathcal{E}} + \boldsymbol{\chi}^{(3)}\boldsymbol{\mathcal{E}}\boldsymbol{\mathcal{E}} + \ldots$$

El término $\boldsymbol{\chi}^{(1)}$ es el responsable de la polarización lineal, que hemos incluido en la definición de ϵ. El primer término no lineal, $\boldsymbol{\chi}^{(2)}$, es el responsable, entre otros fenómenos, de la generación del segundo armónico. Sin embargo en cristales centrosimétricos como el que vamos a estudiar aquí este término es nulo. Por el contrario los efectos de tercer orden, debidos a $\boldsymbol{\chi}^{(3)}$, aparecen independientemente de la simetría del cristal. Teniendo esto en cuenta, la polarización no lineal vendrá dada por

$$\mathcal{P}_i = 4\chi_{ijkl}\mathcal{E}_j\mathcal{E}_k\mathcal{E}_l$$

donde $\mathcal{P}_i$ y $\mathcal{E}_i$ son las componentes cartesianas de la polarización no lineal $\boldsymbol{\mathcal{P}}_{NL}$ y del campo electrico total $\boldsymbol{\mathcal{E}}_t = \boldsymbol{\mathcal{E}}_1 + \boldsymbol{\mathcal{E}}_2 + \boldsymbol{\mathcal{E}}_s + \boldsymbol{\mathcal{E}}_c$ respectivamente y hemos usado el convenio de suma sobre índices repetidos. Como hemos considerado todos los campos polarizados linealmente en la misma dirección, podemos eliminar los índices que denotan las componentes cartesianas. El campo eléctrico total consta de ocho términos por lo que la polarización no lineal constará de 512. De ellos los que contribuyen a la polarización con una frecuencia ω y un vector de onda k son:

$$P_s = \chi^{(3)}\left[\left(|E_1|^2 + |E_2|^2 + |E_c|^2 + \frac{1}{2}|E_s|^2\right)E_s + E_1E_2E_c^*\right], \qquad (1.95)$$

donde $\chi^{(3)} = 6\chi_{ijkl}$. Y lo equivalente ocurrirá para el vector de onda $-k$:

$$P_c = \chi^{(3)}\left[\left(|E_1|^2 + |E_2|^2 + |E_s|^2 + \frac{1}{2}|E_c|^2\right)E_c + E_1E_2E_s^*\right]. \qquad (1.96)$$

Como hemos supuesto que el bombeo es mucho más intenso que el campo señal se cumplirá que $|E_1|^2 + |E_2|^2 \gg |E_s|^2 + |E_c|^2$. Aplicando esta condición y sustituyendo (1.95) y (1.96) en (1.93) y (1.94),

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E_s}{\partial z} + \frac{1}{v}\frac{\partial E_s}{\partial t} &= -i\frac{\mu_0\omega^2}{2k}\chi^{(3)}\left[\left(|E_1|^2 + |E_2|^2\right)E_s + E_1E_2E_c^*\right] && (1.97)\\
\frac{\partial E_c}{\partial z} - \frac{1}{v}\frac{\partial E_c}{\partial t} &= i\frac{\mu_0\omega^2}{2k}\chi^{(3)}\left[\left(|E_1|^2 + |E_2|^2\right)E_c + E_1E_2E_s^*\right], && (1.98)
\end{aligned}$$

donde hemos usado $\omega\mu_0\epsilon/k = 1/v$ y v es la velocidad de propagación del campo eléctrico a través del medio. En estas ecuaciones podemos hacer varias simplificaciones. Aprovechando la condición de bombeo uniforme podemos definir las constantes

$$\begin{aligned} C &= \frac{\mu_0\omega^2}{2k}\chi^{(3)}(|E_1|^2+|E_2|^2) \\ \kappa_p &= \frac{\mu_0\omega^2}{2k}\chi^{(3)}E_1E_2 = \frac{\mu_0\omega^2}{2k}\chi^{(3)}|E_1E_2|e^{i\phi_{12}} \end{aligned}$$

y haciendo el cambio de variable

$$\begin{aligned} A_c &= E_c e^{-iCz} \\ A_s &= E_s e^{iCz} \end{aligned}$$

tendremos

$$\frac{\partial A_s}{\partial z}+\frac{1}{v}\frac{\partial A_s}{\partial t} = -i\kappa_p A_c^* \qquad (1.99)$$

$$\frac{\partial A_c}{\partial z}-\frac{1}{v}\frac{\partial A_s}{\partial t} = i\kappa_p A_s^* \qquad (1.100)$$

Las nuevas variables A_i están relacionadas con las amplitudes de los campos E_i a través de un cambio de fase y dado que ese cambio es igual para E_c y E_s^*, no tendrá ninguna consecuencia física. Las ecuaciones (1.99) y (1.100) se pueden resolver fácilmente aplicando la transformada de Laplace,

$$a_i(z,s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} A_i(z,t)e^{-st}dt \qquad i=s,c.$$

Utilizando la condición $a_c(L_m,s)=0$ (no hay campo conjugado incidiendo en el medio desde la derecha, ver figura 1.10) tendremos

$$a_c(0,s) = -\frac{i\kappa_p\tan(\beta L_m)}{\beta+\frac{s}{v}\tan(\beta L_m)}a_s^*(0,s), \qquad (1.101)$$

donde $\beta=\sqrt{|\kappa_p|^2+(s/v)^2}$. Aplicando la antitransformada de Laplace obtendremos una expresión para la refelctividad $r_{\mathrm{PCM}}e^{i\phi_{\mathrm{PCM}}} = A_c(0,t)/A_s^*(0,t)$. En el caso en que los campos hayan alcanzado el estacionario las ecuaciones (1.99) y (1.100) se reducen a

$$\frac{\partial A_s}{\partial z} = -i\kappa_p A_c^* \tag{1.102}$$

$$\frac{\partial A_c}{\partial z} = i\kappa_p A_s^* \tag{1.103}$$

Estas ecuaciones fueron obtenidas por Yariv y Pepper en 1977 [106] e independientemente por Bloom y Bjorklund [107]. Utilizando otra vez la condición $A_c(L_m) = 0$ se pueden resolver fácilmente:

$$\begin{aligned} A_c(z) &= i\frac{\kappa_p \sin[|\kappa_p|(z-l_m)]}{|\kappa_p|\cos(|\kappa_p|L_m)} A_s^*(0) \\ A_s(z) &= \frac{\cos[|\kappa_p|(z-l_m)]}{\cos(|\kappa_p|L_m)} A_s(0). \end{aligned}$$

Utilizando la definición anterior de reflectividad tendremos

$$r_{\mathrm{PCM}} e^{i\phi_{\mathrm{PCM}}} = \frac{A_c(0)}{A_s^*(0)} = -i\frac{\kappa_p}{|\kappa_p|}\tan(|\kappa_p|L_m). \tag{1.104}$$

El cambio en la fase del campo conjugado respecto del conjugado del campo señal depende de la fase relativa de los campos de bombeo:

$$\phi_{\mathrm{PCM}} = \phi_{12} - \frac{\pi}{2}. \tag{1.105}$$

Y la reflectividad para la intensidad vendrá dada por

$$R_{\mathrm{PCM}} = r_{\mathrm{PCM}}^2 = \tan^2(|\kappa_p|L_m). \tag{1.106}$$

Como se ve en esta expresión, la reflectividad de un espejo de conjugación de fase puede ser mayor que uno. El valor irreal de $R_{\mathrm{PCM}} = \infty$ que se obtiene para $|\kappa_p|L_m = \pi/2$ es debido a la suposición que hemos hecho de que los campos de bombeo son constantes: esta aproximación es menos válida cuanto mayor es la reflectividad. Siguiendo el procedimiento de la sección 1.1.6, podemos incluir el efecto del feedback conjugado en la ecuación de balance para el campo eléctrico [108]:

$$\dot{E}(t) = \frac{1+i\alpha}{2}(G-\gamma)E(t) + \kappa e^{i\phi_{\mathrm{PCM}}} E^*(t-\tau) + \sqrt{2\beta N}\xi(t), \tag{1.107}$$

donde ahora κ viene dado por

$$\kappa = \frac{1 - R_2}{r_2} r_{\mathrm{PCM}} \frac{v_g}{2L}.$$

En este caso no aparece un cambio de fase proporcional a τ como ocurre en el caso del feedback convencional. Esto es debido a que el cambio en la fase del campo eléctrico que se produce cuando viaja del láser al espejo se compensa exactamente cuando recorre el trayecto inverso. Sí aparece un cambio de fase constante debido, como hemos visto, a los campos de bombeo. Sin embargo esta traslación de la fase no afecta a la dinámica del láser y puede ser eliminada cambiando el sistema de referencia de la fase. La ecuación (1.107) ha sido derivada para campos monocromáticos y para el caso degenerado (las frecuencias de todos los campos involucrados son iguales). Un estudio del caso casi degenerado puede encontrase en las referencias [109, 110]. La aproximación de campos monocromáticos es equivalente a suponer que el espejo responde instantáneamente. Para ver cuando esa aproximación es razonable conviene introducir la constante

$$t_m = \frac{n}{c} \frac{\tan(|\kappa_p| L_m)}{|\kappa_p|}.$$

Cuando $|\kappa_p| L_m \ll 1$ se puede ver que $t_m \simeq n L_m / c$ representa el tiempo que el campo eléctrico tarda en ir de un extremo a otro del conjugador. Cuando este tiempo sea claramente menor que la escala temporal que caracteriza la dinámica del láser podremos suponer que la respuesta del espejo es instantánea. Recientemente se ha obtenido la ecuación de balance para el campo eléctrico en el caso de un espejo con un tiempo de respuesta t_m arbitrario [111, 103]:

$$\dot{E}(t) = \frac{1 + i\alpha}{2}(G - \gamma)E(t) + \frac{\kappa}{t_m} \int_{-\infty}^{t} E^*(\theta - \tau) e^{-\frac{t-\theta}{t_m}} d\theta + \sqrt{2\beta N}\xi(t), \quad (1.108)$$

donde ya ha sido eliminado el desplazamiento de fase ϕ_{PCM} y que para $t_m \to 0$ se reduce a la ecuación (1.107).

1.2 Solitones en comunicaciones ópticas

1.2.1 Perspectiva Histórica

La primera observación de un solitón fue hecha por J. Scott Russell en 1838. Mientras paseaba a caballo por la orilla de un canal observó como la detención brusca de un bote provocaba una onda solitaria en el agua, que se propagaba sin ningún cambio aparente en la forma ni disminución de su velocidad [112]. Desde entonces los solitones han sido observados en diferentes tipos de sistemas: hidrodinámicos, plasmas, superconductores (uniones de Josephson), magnéticos, ópticos, etc. En todos estos casos los medios en los que se propagan los solitones cumplen dos requisitos: son medios no lineales y dispersivos. De hecho el solitón es una onda no lineal con una forma concreta que hace que se compensen los efectos no lineales y los dispersivos. Entre las características más destacadas de los solitones están su estabilidad frente a las perturbaciones y el hecho de que recuperen su forma después de una colisión. Este comportamiento similar al de una partícula hace que reciban el nombre de solitones.

Solo unos años depués de aquella primera observación de un solitón ya se conocía el principio de reflexión total interna [113], que es el responsable del guiado de luz en una fibra óptica. Aunque entre 1920 y 1930 ya se fabricaron algunas fibras de vidrio [114]–[116], hasta los años 50 no se produjo el primer gran avance en este campo, con la aparición de las fibras con una capa de recubrimiento [117]–[119]. En estas primeras fibras las pérdidas eran enormes ($\sim$ 1000 dB/km). Sin embargo en los años 70 la situación cambió drásticamente: en 1970 las pérdidas se habían reducido a 20 dB/km [120] y en 1979 eran de sólo 0.2 dB/km [121] para una longitud de onda de 1.55 μm, un valor cercano al límite impuesto por el scattering Rayleigh. Este hecho no solo supuso un gran avance en el campo de las comunicaciones ópticas, sino que provocó un aumento en el interés por el estudio de los fenómenos no lineales en la transmisión de luz por fibra óptica. Dentro de este marco Hasegawa y Tappert proponen en 1973 la posibilidad de propagar solitones ópticos a través de fibra [122]. La ecuación que rige la propagación de solitones en fibra óptica, conocida como ecuación de Schrödinger no lineal ("NonLinear Schrödinger Equation", NLSE), pertenece a la clase de ecuaciones diferenciales no lineales integrables. Estas ecuaciones tienen en común que son conservativas y que se pueden derivar de un hamiltoniano. Para resolverlas se emplea el método de scattering inverso [123]. Dos años antes de la sugerencia de Hasegawa y

Tappert, en 1971, Zakharov y Shabat habían resuelto la ecuación NLSE utilizando el método de scattering inverso [124]. Sin embargo, hasta 1980 no se produjo la primera observación experimental de propagación de solitones en fibra óptica [125]. A partir de entonces se sucedieron los experimentos de transmisión de solitones en fibra óptica, que permitieron comprobar las predicciones de la NLSE. Basándose en estos éxitos, Hasegawa propuso en 1984 el empleo de solitones para un sistema de comunicaciones ópticas sobre distancias transoceánicas sin repetidores [126]. Los sistemas de comunicaciones ópticas de aquella época necesitaban detectar, regenerar electrónicamente y retransmitir la señal en cada repetidor, para compensar la dispersión y las pérdidas. Por otra parte los repetidores eran los elementos más caros y los que más limitaban la velocidad de transmisión de los sitemas de comunicaciones ópticas, por lo que su supresión suponía un gran avance. En la proposición de Hasegawa la dispersión no afectaría a la señal debido a las especiales características de los solitones mientras las pérdidas se compensarían mediante la amplificación Raman de la propia fibra. Sin embargo este sistema, como demostraron Gordon y Haus [127] estaba limitado en cuanto a la máxima distancia de transmisión, debido a un efecto del ruido en la amplificación. Cuando se amplifica la señal también se introduce ruido, que cambia de forma aleatoria la frecuencia de los solitones. Debido a la dispersión de la fibra, solitones con distintas frecuencias viajan a distintas velocidades, haciendo que el tiempo de llegada de cada solitón al detector sea aleatorio. Este fenómeno es conocido como efecto Gordon–Haus. Para los parámetros propuestos por Hasegawa la distancia máxima de propagación para conseguir una tasa de error menor de 10^{-9} era de 2800 km. A pesar de ésto en un experimento realizado en 1988 por Mollenauer y Smith [128] consiguieron extender esta distancia hasta más de 4000 km empleando una fibra con una dispersión más baja que la propuesta por Hasegawa. En este experimento se utilizó por primera vez el método de hacer circular los solitones en un anillo de fibra de unos pocos cientos de kms, consiguiendo de esta forma distancias de propagación arbitrariamente grandes.

Un año antes de este experimento se habían desarrollado los primeros amplificadores de fibra dopada con erbio ("Erbium Doped Fibre Amplifier", EDFA) [129]. En poco tiempo estos amplificadores sustituyeron a la amplificación Raman empleada hasta entonces. A diferencia de esta última, la amplificación mediante EDFAs es una amplificación localizada, es decir, solo se produce en ciertos puntos del sistema de transmisión. Aunque en un principio se creyó que ésto impediría la formación de solitones, luego se vió que bajo ciertas condiciones [130] las pérdidas y la amplificación periódica producen un solitón efectivo con un comportamiento similar al de un solitón en una fibra sin pérdidas. Una de las condiciones que hay que imponer es que la distancia entre amplificadores sea considerablemente menor que una cantidad característica del solitón, la longitud de dispersión. Esta longitud representa la distancia que tiene que recorrer el solitón para que los efectos dispersivos empiecen a ser importantes y es proporcional a la anchura del solitón al cuadrado.

A partir de aquí las mejoras en la capacidad de transmisión de estos sistemas se sucedieron continuamente. De los 4000 km a 0.1 Gb/s del experimento de Mollenauer y Smith en el año 1988 se pasó a los 14000 km a 2.5 Gb/s en 1991 [131]. Gracias al desarrollo de fibras de dispersión nula los sistemas de transmisión lineal todavía estaban por delante (9000 km a 5 Gb/s) de los sistemas de transmisión por solitones, que estaban limitados por el efecto Gordon–Haus. Ese mismo año, el grupo de Nakazawa demostraba la transmisión a 10 Gb/s durante 10^6 kms mediante el uso de moduladores de amplitud [132]. Una forma alternativa y más simple de corregir el efecto Gordon–Haus, basada en el empleo de filtros, fue propuesta ese mismo año por dos grupos independientemente [133, 134]. El empleo de filtros requiere una amplificación extra que hace que el ruido crezca, por lo que el valor mínimo del ancho de banda de los filtros está limitado. Para corregir ésto, Mollenauer propuso el empleo de filtros con una frecuencia central que varíe linealmente con la longitud de propagación [136, 137]. Otro método que en la actualidad se está investigando para reducir el efecto Gordon–Haus es el uso de filtros de frecuencia central fija junto con amplificadores no lineales [138].

En la actualidad en los sistemas de transmisión de solitones se pueden conseguir velocidades mayores de 100 Gb/s durante centenares de kms o velocidades de 20 Gb/s para distancias transoceánicas. La mayor limitación sobre la velocidad de estos sistemas viene inpuesta por la distancia entre amplificadores, ya que ésta tiene que ser considerablemente menor que la longitud de dspersión. Para conseguir velocidades de transmisión altas se necesitan pulsos muy estrechos, lo que hace que la longitud de dispersión sea muy pequeña (decenas de km) y por tanto la distancia entre amplificadores se reduce mucho. En contrapartida, presentan una gran capacidad de multiplexación. Esto hace que no sea descabellado pensar en velocidades de transmisión del orden de 100 Gb/s a distancias transoceánicas en unos pocos años [139]. Una revisión de los avances realizados hasta 1995 puede encontrarse en la referencia [140].

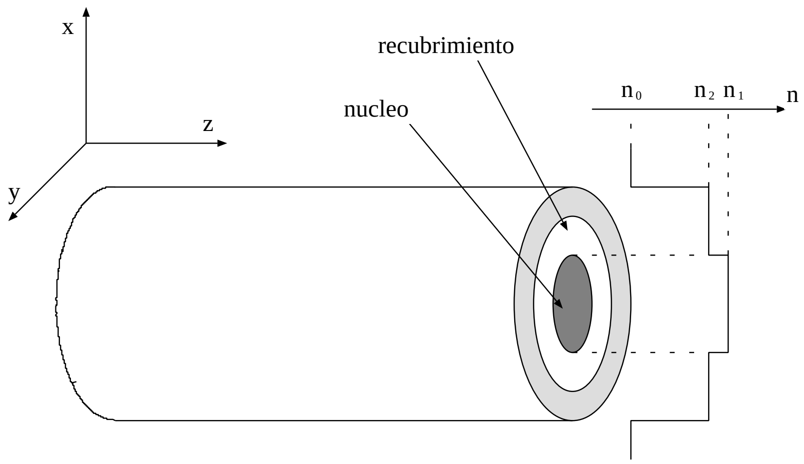


Figure 1.11: Esquema de una fibra óptica. El índice n_1 corresponde al núcleo, n_2 al recubrimiento y n_0 al aire.

1.2.2 Características de las fibras ópticas

Una fibra óptica consiste básicamente en un núcleo central de SiO_2 rodeado de una capa concéntrica de recubrimiento, cuyo índice de refracción es ligeramente mayor que el del núcleo (ver figura 1.11). Para aumentar el índice de refracción del núcleo se usan dopantes como GeO_2 y P_2O_5. Para disminuir el índice de refracción del recubrimiento se utiliza básicamente fluor. La variación de índice entre el núcleo y el recubrimiento puede ser brusca ("step–index") o gradual ("graded–index"). Dos parámetros que caracterizan la fibra son la diferencia de índice relativa Δ, definida por

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

y la frecuencia normalizada V definida por

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_1^2 - n_2^2},$$

donde λ es la longitud de onda de la luz que se propaga por la fibra, a es el radio del núcleo y n_1 y n_2 son los índices de refracción del núcleo y del recubrimiento, respectivamente. El parámetro V determina el número de modos que se propagan en la fibra: la fibra será monomodo si $V < 2.405$ [141]. En general las fibras monomodo se diferencian de las fibras multimodo en el tamaño del núcleo. Un valor típico para fibras multimodo es $a = 25 - 30$ μm. Sin embargo para fibras monomodo con una diferencia de índice de $\Delta \sim 3 \times 10^{-3}$ el radio debe estar en el rango $a \sim 2 - 4$ μm. El valor del radio del recubrimiento es menos crítico siempre que sea suficiente para contener por completo el modo. Un valor típico es $\sim 50 - 60$ μm. En realidad una fibra monomodo puede propagar dos estados de polarización ortogonales. En condiciones ideales (simetría cilíndrica perfecta y material isótropo) los dos modos se propagarán de forma independiente. Pero en la práctica las desviaciones de este comportamiento ideal hacen que se rompa la degeneración de los dos estados de polarización, haciendo que el campo eléctrico salte aleatoriamente de un estado de polarización a otro. Sin embargo, aumentando artificialmente esta birrefringencia por medio de un diseño adecuado de la fibra, se puede conseguir la propagación de uno solo de los estados de polarización [142] (fibras PM, "Polarization Maintaining").

Una característica de la fibra que es importante conocer es el valor de las pérdidas. Si la potencia introducida en la fibra es P_0, la potencia a una distancia z será:

$$P(z) = P_0 e^{-\alpha_l z},$$

donde α_l es la constante de atenuación, también conocida simplemente como pérdidas de la fibra. Generalmente este parámetro se suele expresar en dB/km

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{z} \log\left(\frac{P(z)}{P_0}\right) = 4.343\alpha_l.$$

Como puede verse en la figura 1.12, las pérdidas en una fibra dependen de la longitud de onda. Este espectro de pérdidas es debido básicamente a dos factores: absorción y scattering Rayleigh. El sílice presenta absorción tanto en la región ultravioleta como en el infrarrojo lejano ($\lambda > 2$ μm). Sin embargo concentraciones relativamente pequeñas de impurezas pueden dar lugar a valores importantes de absorción en la ventana $0.5 - 2$ μm. Dentro de las impurezas la más perjudicial es el ión OH^-, que es el responsable del pico que se ve en la figura 1.12 alrededor de 1.37 μm. En la actualidad las mejoras en los procesos de fabricación de las fibras permiten conseguir niveles de OH^- menores de una parte en 100 millones. A diferencia de la absorción por impurezas, el scattering Rayleigh es un fenómeno intrínseco de la fibra, debido a fluctuaciones locales del índice de refracción que dispersan la luz en todas

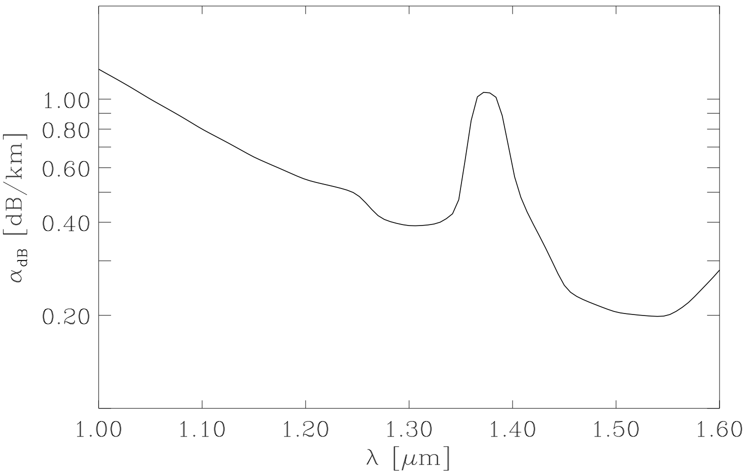


Figure 1.12: Pérdidas de una fibra monomodo en función de la longitud de onda.

las direcciones. La dependencia de las pérdidas por scattering Rayleigh con la longitud de onda es de la forma λ^{-4}, por lo que es el factor dominante a longitudes de onda cortas. El valor mínimo de las pérdidas en las fibras monomodo actuales es ~ 0.2 dB/km para $\lambda = 1.55$ μm y es debido mayoritariamente al scattering Rayleigh.

Otra característica importante de la fibra es la dispersión de la velocidad de grupo ("Group Velocity Dispersion", GVD), que se manifiesta en una dependencia del índice de refracción con la frecuencia. Debido a ésto las distintas componentes en frecuencia de un pulso viajan a distintas velocidades, dando lugar a un ensanchamiento del pulso. Para ver el efecto de la GVD vamos a suponer un campo eléctrico propagándose en la diracción del eje z de la forma $\mathcal{E}(z,t) = E(z,t)\exp[-i(\omega_0 t - k_0 z)]$, donde $E(z,t)$ es una envolvente lentamente variable. Hacemos un desarrollo en serie del vector de onda dependiente de la frecuencia $k(\omega) = \omega n(\omega)/c$ alrededor de una frecuencia central ω_0:

$$k - k_0 = k'(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}k''(\omega - \omega_0)^2 + \ldots$$

Aplicando esta expresión a la transformada de Fourier de $E(z,t)$

$$\hat{E}(\Delta k, \Delta\omega) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} E(z,t)e^{i(\Delta\omega t - \Delta k z)}dz\, dt$$

donde $\Delta k = k - k_0$ y $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ y antitransformado obtenemos la expresión

$$-i\frac{\partial E}{\partial z} = ik'\frac{\partial E}{\partial t} - \frac{k''}{2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \dots$$

Si cambiamos a un sistema de referencia que se mueva a la velocidad $v_g = 1/k'$ por medio del cambio de variables

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} &= z \\ \mathcal{T} &= t - k'z \end{aligned}$$

obtendremos la ecuación

$$i\frac{\partial E}{\partial \mathcal{Z}} = \frac{k''}{2}\frac{\partial^2 E}{\partial \mathcal{T}^2}, \tag{1.109}$$

donde hemos despreciado derivadas de orden mayor que 2. El parámetro $k' = 1/v_g$ es el inverso de la velocidad de grupo y está relacionado con el índice de refracción a través de la expresión

$$k' = \frac{1}{c}\left[n + \omega\frac{dn}{d\omega}\right]_{\omega=\omega_0}.$$

El parámetro k'' es el responsable del ensanchamiento de los pulsos y su relación con el índice de refracción viene dada por

$$k'' = \frac{1}{c}\left[2\frac{dn}{d\omega} + \omega\frac{d^2n}{d\omega^2}\right]_{\omega=\omega_0} \simeq \frac{\omega_0}{c}\left[\frac{d^2n}{d\omega^2}\right]_{\omega=\omega_0} \simeq \frac{\lambda^3}{2\pi c^2}\frac{d^2n}{d\lambda^2}.$$

Este parámetro también se suele representar por β_2 y será ésta la notación que usaremos a partir de aquí. Como se puede ver está relacionado con la velocidad de grupo a través de la expresión

$$\beta_2 = \left[\frac{dk'}{d\omega}\right]_{\omega=\omega_0} = -\frac{1}{v_g^2}\left[\frac{dv_g}{d\omega}\right]_{\omega=\omega_0},$$

por lo que es conocido como parámetro de dispersión de la velocidad de grupo. Un parámetro equivalente es el conocido como parámetro de dispersión y viene dado por

$$D = \frac{dk'}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2}\beta_2.$$

A la GVD en una fibra contribuyen tanto el material como la propia guía de onda. La GVD debida al material es tal que $\beta_2 = 0$ para una longitud de onda $\lambda_D = 1.27$ μm, siendo positivo para $\lambda < \lambda_D$ (dispersión normal) y negativo para $\lambda > \lambda_D$ (dispersión anómala). En la región de dispersión normal las componentes de frecuencias bajas viajan más rápido que las componentes de frecuencias altas y lo contrario ocurre en la región de dispersión anómala. Es en esta región de dispersión anómala donde la fibra soporta la propagación de solitones. La dispersión de la guía de onda hace que el punto donde la GVD es nula se desplace ligeramente, siendo este valor $\lambda_D \simeq 1.31$ para una fibra estándar monomodo. Sin embargo este desplazamiento depende de los parámetros de la fibra, pudiéndose conseguir fibras de dispersión nula en $\lambda_D =$ 1.55 μm [143] donde las pérdidas en la fibra son mínimas. También mediante el uso de varias capas de recubrimiento se han conseguido fibras con una GVD muy pequeña en el rango $1.3 - 1.6$ μm [144]. Cuando estemos en la región de GVD pequeña y para pulsos estrechos habrá que tener en cuenta el efecto de la dispersión de tercer orden $\beta_3 = d^3k/d\omega^3$. Cuando $|\beta_3|$ sea del orden de $|\beta_2|T_0$, donde T_0 es la anchura del pulso, esos efectos serán importantes. Para valores típicos de β_2 y β_3 la dispersión de tercer orden será importante para pulsos con anchuras $T_0 < 1$ ps. Una cantidad que nos da idea de la importancia de los efectos dispersivos es la longitud de dispersión $L_D = T_0^2/|\beta_2|$. Si introducimos un pulso gaussiano de anchura T_0 en la fibra, al cabo de una distancia z la anchura del pulso $\tau(z)$ será

$$\tau(z) = T_0\sqrt{1 + (z/L_D)^2}.$$

La densidad espectral del pulso no se modifica debido a la dispersión, pero si se produce una variación de la frecuencia a lo largo del pulso ("chirping"). En el caso de dispersión anómala las frecuencias altas viajan más rápido y se colocan en la parte anterior del pulso, mientras las frecuencias bajas se colocan en la parte posterior. Esto da lugar a una disminución de la frecuencia con el tiempo (chirping negativo), ya que la parte frontal del pulso corresponde a tiempos más bajos que la parte posterior.

Como en cualquier otro dieléctrico, la respuesta de la fibra a la presencia de campos eléctricos intensos no es lineal. Estos efectos no lineales de las fibras ópticas se pueden dividir en elásticos e inelásticos, dependiendo de si se conserva la energía de los fotones o no. Entre los procesos inelásticos destacan el scattering Brillouin estimulado ("stimulated Brillouin scattering", SBS) y el scattering Raman estimulado ("stimulated Raman scattering", SRS). En ambos procesos un fotón del campo eléctrico interacciona con un fonón del medio, variando su energía. La diferencia entre los dos procesos es que en el caso de SBS el fonón es acústico, mientras en el SRS intervienen fonones ópticos. Las diferentes relaciones de dispersión de los dos tipos de fonones llevan a diferencias entre los dos procesos de scattering. La diferencia más importante es que el SBS solo se produce en el sentido contrario al de propagación, mientras el SRS domina en el sentido de propagación. Ambos procesos presentan un valor umbral de la energía, de tal manera que por debajo de ese valor sus efectos son despreciables. Un valor típico del umbral para SRS es ~ 1 W, mientras para el SBS puede llegar a ser de solo 1 mW. Sin embargo el espectro de ganancia del SBS es tan estrecho (< 100 MHz) que sus efectos son despreciables para pulsos estrechos. Entre los procesos no lineales elásticos se encuentran la generación del tercer armónico, la mezcla de cuatro ondas y el efecto Kerr. Los dos primeros requieren que se cumpla la condición de concordancia de fase ("phase–matching") por lo que solo son importantes en fibras de dispersión nula [145]. El efecto Kerr es debido a la respuesta no lineal de la polarización del material y en concreto a la susceptibilidad de tercer orden $\chi^{(3)}$, ya que la de segundo orden $\chi^{(2)}$ es nula al presentar el SiO_2 simetría de inversión. Como consecuencia de ello el índice de refracción se hace dependiente de la intensidad

$$n(I) = n + n_2|E|^2$$

donde n es el índice de refracción lineal, $I = |E|^2$ es la intensidad del campo eléctrico dentro de la fibra y n_2 es el coeficiente de índice no lineal. A pesar de que este coeficiente es muy pequeño (un valor típico es 3.2×10^{-16} cm^2/W), el hecho de que la luz esté confinada en una sección transversal muy pequeña hace que sus efectos sean importantes. Cuando se propaga un pulso en la fibra, el índice de refracción es modulado por la envolvente del pulso, dando lugar a su vez a una modulación de la fase. Este fenómeno se conoce como automodulación de fase ("Self-Phase Modulation", SPM). Un efecto similar es la modulación de fase cruzada ("Cross-Phase Modulation", XPM), que se produce cuando se propagan simultáneamente más de un campo a distintas longitudes de onda. El cambio de fase debido al índice de refracción no lineal al cabo de una distancia z es de la forma $\Delta\phi_{\rm NL} = \delta_{\rm NL}P(0,t)z$ donde $P(0,t)$ es la potencia del pulso inicial y $\delta_{\rm NL}$ es el parámetro no lineal. Este parámetro está relacionado con n_2 a través de la expresión

$$\delta_{\rm NL} = \frac{2\pi n_2}{\lambda A_{\rm eff}}, \tag{1.110}$$

donde $A_{\rm eff}$ es la sección transversal efectiva. La distancia de propagación necesaria para producir un desplazamiento de fase significativo viene dada por la longitud no lineal $L_{\rm NL} = (\delta_{\rm NL}P_0)^{-1}$, donde P_0 es la potencia máxima del pulso. Dado que la SPM solo modifica la fase, la forma del pulso no variará, pero su espectro se ensanchará. El cambio en la fase produce un cambio en la frecuencia instantánea de la forma

$$\Delta\omega_{\rm NL} = -\delta_{\rm NL} z \frac{dP(0,t)}{dt}, \tag{1.111}$$

lo que da lugar a un chirping positivo. Este efecto es justo el contrario del producido por la dispersión anómala, que da lugar a un chirping negativo. Cuando las longitudes L_D y $L_{\rm NL}$ son comparables y estamos en la zona de dispersión anómala los efectos dispersivos y los no lineales tienen magnitudes parecidas y actuan en sentidos opuestos. Los solitones son unos pulsos con una forma determinada que hace que para $L_D = L_{\rm NL}$ esos efectos se compensen exactamente.

1.2.3 Ecuación de propagación en la fibra. Solitones ópticos

La propagación de pulsos de anchura > 1 ps en una fibra que mantenga la polarización se describe, en un sistema de referencia que se mueve a la velocidad de grupo, por medio de la ecuación [146]

$$i\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{1}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \delta_{\rm NL}|E|^2 E - i\frac{\alpha_l}{2}E, \tag{1.112}$$

donde E es la envolvente lentamente variable del campo eléctrico

$$\mathcal{E}(\boldsymbol{r},t) = F(x,y)E(z,t)e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)}$$

y $F(x,y)$ es la distribución modal, que para el modo fundamental se puede aproximar por una gaussiana [141]:

$$F(x,y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2}}.$$

Aquí hemos supuesto la propagación según el eje z y la polarización del campo eléctrico según el eje x (ver figura 1.11). La única dependecia de la ecuacion (1.112) con la distribución modal es a través de la sección transversal efectiva

$$A_{\text{eff}} = \frac{\left(\iint\limits_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^2 dx\,dy\right)^2}{\iint\limits_{-\infty}^{+\infty} |F(x,y)|^4 dx\,dy},$$

incluida en la definición de δ_{NL} dada en (1.110). En ausencia de pérdidas, la ecuación (1.112) es equivalente a una ecuación de Schröedinger con las coordenadas temporal y espacial intercambiadas y con un potencial no lineal proporcional a $|E|^2$. Por esta razón es conocida como ecuación de Schröedinger no lineal (NLSE). Suponiendo que vamos a propagar pulsos de anchura T_0, es conveniente renormalizar las variables z y t mediante las constantes Z_0 y T_0:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{z}{Z_0} \\ T &= \frac{t}{T_0} \end{aligned}$$

Sustituyendo en (1.112)

$$i\frac{1}{Z_0}\frac{\partial E}{\partial Z} = \frac{1}{2}\frac{\beta_2}{T_0^2}\frac{\partial^2 E}{\partial T^2} - \delta_{\text{NL}}|E|^2 E - i\frac{\alpha_l}{2}E.$$

Esta ecuación se puede simplificar si escogemos como constante de renormalización Z_0 la longitud de dispersión $L_D = T_0^2/|\beta_2|$ y renormalizamos el campo mediante la transformación $q = E/\sqrt{P_0}$ con $P_0 = 1/(\delta_{\text{NL}} L_D)$:

$$i\frac{\partial q}{\partial Z}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 q}{\partial T^2}+|q|^2 q=-i\Gamma q, \tag{1.113}$$

donde $\Gamma = \alpha_l L_D/2$ y hemos supuesto que estamos en la zona de dispersión anómala ($\beta_2 < 0$). La solución de onda solitaria (que mantiene la forma durante la propagación) más general de la ecuación (1.113) sin pérdidas ($\Gamma = 0$) es de la forma [146]

$$q(T,Z)=\eta\mathrm{sech}[\eta(T+\kappa Z)]e^{-i\left(\kappa T-\frac{\eta^2-\kappa^2}{2}Z-\sigma_0\right)}, \tag{1.114}$$

donde η representa tanto la amplitud como el inverso de la anchura del pulso, κ representa tanto su velocidad (respecto a la velocidad de grupo) como un desplazamiento de la frecuencia respecto de ω_0 y σ_0 es una constante de fase. Esta solución corresponde a un solitón de orden 1 y se puede ver que para cualquier valor de η se cumple

$$\frac{L_D}{L_{\mathrm{NL}}}=1.$$

Si el pulso que introducimos en la fibra es de la forma

$$q(T,0)=N\eta\mathrm{sech}(\eta T),$$

donde N es un entero, tendremos un solitón de orden N y se cumplirá la relación

$$\frac{L_D}{L_{\mathrm{NL}}}=N^2.$$

A diferencia de los solitones de orden 1, los solitones de orden $N > 1$ no mantienen su forma durante la propagación en la fibra sino que la varían periódicamente, con un periodo $z_0 = L_D\pi/2$. Una característica de los solitones que se obtiene de las relaciones anteriores es que el producto $P_0T_0^2$ es proporcional a la dispersión de la fibra. Una consecuencia importante es que se pueden conseguir solitones de orden uno con potencias del orden de mW, siempre que la dispersión sea ~ 1 ps/(nm·km). En las variables originales un solitón de orden 1 que se mueva a la velocidad de grupo vendrá dado por

$$E(z,t)=\sqrt{\frac{|\beta_2|}{\delta_{\mathrm{NL}}T_0^2}}\mathrm{sech}(t/T_0)\exp\left(i\frac{|\beta_2|z}{2T_0^2}+i\sigma_0\right).$$

En la región de dispersión normal también existe una solución de tipo solitón formada por un "fondo" de amplitud constante con una depresión en forma de secante hiperbólica. Estos solitones son conocidos como solitones oscuros en contraposición con los solitones brillantes que se producen en la región de dispersión anómala.

La NLSE describe correctamente la propagación de pulsos en una fibra óptica siempre que se cumplan ciertas condiciones. Una de ellas es que la fibra mantenga la polarización, por lo que en principio solo se pueden formar solitones en fibras PM, que son más caras y presentan unas pérdidas mayores que las fibras convencionales. En una fibra convencional la descripción de la propagación de pulsos se hace a través de dos ecuaciones del tipo (1.113) acopladas, una para cada uno de los dos estados ortogonales de polarización. Sin embargo, dado que la birrefringencia de la fibra varía aleatoriamente a lo largo de ésta en una escala pequeña comparada con la longitud de dispersión, su efecto se puede promediar [147], dando lugar a dos ecuaciones conocidas como ecuaciones de Manakov [148] que son integrables y admiten soluciones del tipo solitón. Basándose en ésto se han diseñado sistemas que utilizan multiplexación de polarización para aumentar la capacidad de transmisión [149]. Otra condición que se debe de cumplir para que la ecuación (1.113) sea válida es que los pulsos no sean muy estrechos (< 1 ps). En caso contrario habría que incluir efectos dispersivos de orden superior así como tener en cuenta el tiempo de respuesta de los efectos no lineales en la fibra (efecto Raman intrapulso).

1.2.4 Generación y transmisión de solitones. Efecto Gordon–Haus e interacción de solitones

Una característica muy importante de los solitones es que son muy estables frente a las perturbaciones. Esto hace que se puedan formar solitones a partir de pulsos con formas muy distintas. Aunque en un solitón la frecuencia es constante a lo largo del pulso, también se pueden formar solitones a partir de pulsos con chirping [141]. En todos los casos en los que el pulso inicial no es exactamente un solitón una parte de la energía es dispersada en forma de ondas lineales. Esto también ocurre cuando el pulso inicial tiene la forma de un solitón perfecto pero su energía no es la adecuada. En concreto se formará un solitón de orden uno siempre que se cumpla $1/2 < (L_D/L_{\mathrm{NL}})^{1/2} < 3/2$, pero si el cociente $L_D/L_{\rm NL}$ no es exactamente 1 el pulso radiará energía, hasta formarse un solitón de energía menor que el pulso inicial. Esta propiedad se ha usado para generar secuencias de solitones a alta velocidad mediante la superposición de dos ondas continuas con una diferencia de frecuencia $\Delta\omega_0$. El patrón de interferencia que se produce da lugar a pulsos, que con una adecuada relación entre la potencia máxima y la anchura, darán lugar a solitones. Este esquema junto con un modulador de amplitud se ha utilizado como fuente de solitones para comunicaciones [150]. También se ha demostrado recientemente que es posible convertir una señal modulada siguiendo el esquema de no retorno a cero ("Non Return to Zero", NRZ) en una señal compuesta de solitones [151].

Varios tipos de láseres han sido usados en la generación de solitones para sistemas de comunicaiones ópticas. El grupo de los laboratorios Bell encabezado por L. F. Molleauer ha usado láseres de modos acoplados ("mode–locked") que producen solitones casi perfectos. El mayor incoveniente de estos láseres es que la velocidad de modulación no es variable. El grupo de la NTT encabezado por M. Nakazawa ha usado diodos láser encendidos por ganancia y modulados directamente a través de la corriente de inyección. En este tipo de láseres la velocidad de modulación sí es variable, sin embargo presentan otro tipo de incovenientes, como son el chirping y las fluctuaciones de frecuencia entre pulsos. El chirping de los pulsos (variación de la frecuencia a lo largo del pulso) debido al cambio en el índice de refracción producido por los portadores da lugar a pulsos con un espectro muy ancho. Para que estos pulsos den lugar a solitones es necesario filtrarlos. Un problema más importante es el debido a las fluctuaciones en frecuencia de un pulso a otro causadas por la emisión espontánea [152, 153]. Estas fluctuaciones en frecuencia se traducen en fluctuaciones en velocidad durante la propagación en la fibra, haciendo que el tiempo de llegada de los pulsos al receptor sea aleatorio. Sin embargo, se ha demostrado recientemente [154] que esas fluctuaciones se pueden reducir utilizando una corriente de polarización ligeramente por debajo del umbral. De esta forma los efectos de patrón (dependencia de las propiedades de un pulso de la secuencia de bits anterior) desaparecen y es posible generar secuencias aleatorias de solitones modulando directamente el láser.

Otra de las propiedades más importantes de los solitones es su capacidad de mantener la forma después de una colisión. Las colisiones de solitones pueden producirse cuando se emplea multiplexación en longitud de onda, ya que los solitones de canales diferentes viajan a velocidades diferentes debido a la GVD, pero también se pueden producir entre solitones con la misma frecuen-

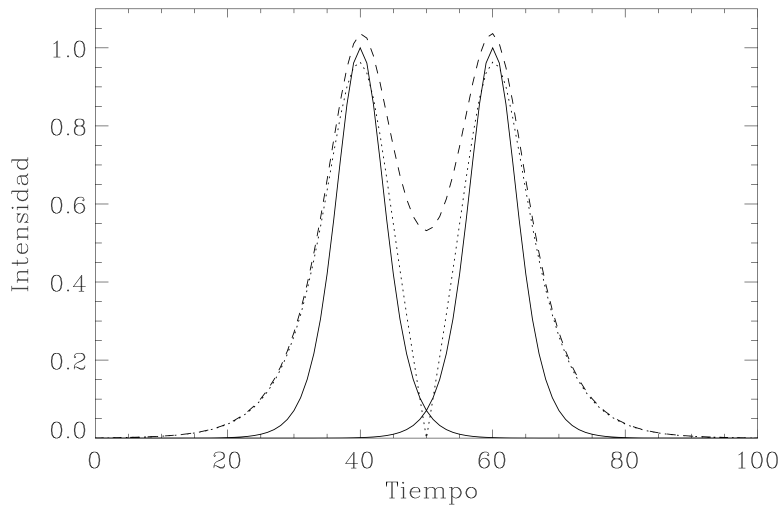


Figure 1.13: Interacción de dos solitones (línea contínua) en fase (línea discontínua) y en contrafase (línea de puntos).

cia central debido a la interacción. La interacción entre solitones es atractiva cuando los pulsos están en fase y repulsiva cuando están en contrafase. Puede darse una interpretación cualitativa de la interacción entre solitones basada en el solapamiento de las colas de dos pulsos que estén suficientemente cerca [155]. Como se puede ver en la figura 1.13, cuando los dos pulsos están en fase (línea discontínua), la pendiente de la intensidad en la zona central decrece. Como consecuencia la variación de la frecuencia debida a los efectos no lineales es menor (ver ecuación (1.111)) y no puede compensar los efectos dispersivos. Esto hace que las colas en la zona central se ensanchen, provocando que los pulsos se acerquen. El efecto contrario ocurre cuando los pulsos están en contrafase (línea de puntos en la figura 1.13), y los pulsos se separan. Para reducir los efectos de la interacción basta con mantener los solitones separados una distancia $> 5\tau_{\mathrm{FWHM}}$, donde τ_{FWHM} representa la anchura a media altura, aunque ésto limita la velocidad transmisión. Sin embargo, los sitemas de control empleados para reducir el efecto Gordon–Haus también son eficaces para reducir la interacción. Otros métodos empleados para este fin son alternar solitones con dos estados ortogonales de polarización o alternar solitones de amplitudes diferentes. En el caso de multiplexado en longitud de onda, la colisión de dos solitones en una situación ideal de una fibra sin péridas no tiene mas consecuencias que un pequeño desplazamiento temporal de los dos pulsos. Sin embargo en un sistema real, con pérdidas y amplificadores, la situación puede ser muy diferente. Si la colisión ocurre dentro de un amplificador, donde la potencia de entrada es muy diferente a la potencia de salida, la simetría de la colisión se rompe, y la velocidad de los solitones se modifica. Este efecto es despreciable si los solitones solapan durante una distancia $L_c = 2T_0/(D\Delta\lambda)$ considerablemente mayor que la separación entre amplificadores L_a. De nuevo esta condición limita la velocidad de modulación por canal (inversamente proporcional a T_0).

Pero el efecto más importante debido a los amplificadores es el efecto Gordon–Haus. El ruido de emisión espontánea que los amplificadores añaden a los solitones produce fluctuaciones de amplitud y de fase. Las fluctuaciones de amplitud se traducen en fluctuaciones de anchura, ya que los solitones se readaptan para mantener constante el producto $P_0 T_0^2$ siempre que las fluctuaciones no sean muy grandes. Estas fluctuaciones no influyen de forma significativa en el funcionamiento del sistema de transmisión. En cambio las fluctuaciones de fase si son importantes, ya que cambian de forma aleatoria la frecuencia de los solitones. Debido a la GVD, estas variaciones de la frecuencia se traducen en un tiempo de llegada al receptor aleatorio. Este fenómeno, conocido como efecto Gordon–Haus puede ser muy importante para distancias transoceánicas. La varianza de los tiempos de llegada al receptor viene dada por

$$\langle \delta t^2 \rangle = \frac{2\pi D}{3T_0} S \frac{z^3}{L_a}$$

donde S es la intensidad del ruido. Desde el descubrimiento del efecto Gordon–Haus se han utilizado numerosas técnicas para compensarlo. El primer sistema que se ideó para superar el límite impuesto por el efecto Gordon–Haus se basaba en la utilización de moduladores de amplitud [132]. De esta forma se consiguió transmitir a 10 Gb/s durante 10^6 kms. Este experimento se realizó en un anillo de fibra, lo que simplificaba la sincronización de los moduladores con la señal, pero en una línea transoceánica este sistema es mucho más complicado de implementar. Por otra parte, si se utiliza el multiplexado en longitud de onda, el proceso se complica aún más. Los moduladores compensan el efecto Gordon–Haus corrigiendo la posición de los pulsos y haciendo que vuelvan al centro de la ventana temporal. Una forma alternativa y más simple de corregir el efecto Gordon–Haus, basada en el empleo de filtros, fue propuesta ese mismo año por dos grupos independientemente [133, 134]. La idea era la misma que en el método de Nakazawa, pero en el dominio de frecuencias: los filtros tienden a hacer que los pulsos permanezcan en el centro de la ventana de frecuencias, con lo que reduce la diferencia de frecuencia de un pulso a otro. Las mayores ventajas de este método frente al de Nakazawa son que los filtros son dispositivos pasivos y que el sistema puede soportar el multiplexado en longitud de onda. Sin embargo, el exceso de ganancia necesario para compensar las pérdidas producidas por los filtros hace que la fracción del ruido con frecuencias próximas a la frecuencia central de los filtros vaya creciendo exponencialmente con la distancia, ya que experimenta unas pérdidas menores que los solitones. Este crecimiento limita el valor mínimo del ancho de banda de los filtros, ya que a filtros más estrechos corresponde una ganancia extra mayor y por tanto un mayor crecimiento del ruido. En un experimento sobre distancias transoceánicas se comprobó que la reducción máxima de la desviación típica de los tiempos de llegada que se podía conseguir con este método era aproximadamente de un factor 2 [135]. Para corregir ésto, Mollenauer propuso el empleo de filtros con una frecuencia central que varíe linealmente con la longitud de propagación ("Sliding Filters", SF) [136, 137]. De esta forma el ruido es filtrado por igual a todas las frecuencias, mientras la frecuencia central de los solitones, debido a las propiedades no lineales de los mismos, es capaz de seguir a la frecuencia central de los filtros. Otro método que en la actualidad se está investigando para reducir el efecto Gordon–Haus es el uso de filtros de frecuencia central fija junto con amplificadores no lineales ("Nonlinear Gain", NLG) [138]. La idea en este método es reducir el incremento exponencial del ruido amplificando con una ganancia proporcional a la intensidad, de forma que los solitones (más intensos) se amplifiquen más que el ruido (menos intenso). Para ello se ha propuesto el uso de amplificación lineal más un absorbente saturable, como en el caso de espejos de bucle no lineal ("Nonlinear Loop Mirror", NLM) [156, 157] o de rotación no lineal de la polarización junto con pérdidas dependientes de la polarización [158].

Chapter 2

Gain Saturation And Pulse Statistics In Single–Mode Semiconductor Lasers

2.1 Introduction

Short optical pulses can be generated in semiconductor lasers by directly driving the laser diode (LD) biased below threshold with electrical pulses (gain switching) [159]. The attractiveness of this technique is its simplicity. The idea is to excite the first spike of relaxation oscillation without exciting the subsequent ones. Experimental gain-switched pulse width obtained lies generally in the range of 15 to 40 ps. Ultrashort laser pulses can be generated by mode-locking techniques [160]. The shortest pulses that can be generated by gain switching are related to the strength of relaxation oscillation. Therefore gain saturation is a serious limiting factor for the generation of short optical pulses [159, 161]. This effect is more important in quaternary lasers. The effect of gain saturation in short pulse generation by gain switching of semiconductor lasers has been analyzed in a deterministic framework [162]. However, the timing jitter in the emission of the optical pulse [83] is an important limiting factor of the performance of optical communication systems [163]. The randomness of the turn-on time T of the pulse is originated by intrinsic spontaneous emission noise ξ. Nonlinear dynamics amplify the indeterminacy of T so that pulses of different height and width occur. The statistics of T and maximum light intensity $I_{\max}$ have been analyzed as a function of the bias current C_b and the operating point of the laser [83, 93]. The dependence of timing jitter and pulse statistics on the modulation frequency has been also considered [164]. It has been found analytically and numerically [93] that in the absence of gain saturation $I_{\max}$ depends linearly on T. This result also holds when gain saturation is considered but the slope is much smaller [165]. In all these works a positive gain suppression factor ϵ is considered. However, it has been recently shown that it is possible to have a negative ϵ due to carrier heating for particular laser designs [82]. Here we analyze the effect of gain saturation on the statistics of maximum light intensity, pulse energy and pulse width. Both cases, negative and positive gain suppression factors, are considered. When the gain suppression factor is negative, we always consider values of this factor such that the laser is stable, i. e. with positive damping frequency. We consider that pulses are generated under repetitive gain–switching conditions. In this situation the initial condition is given by the steady–state associated to the bias current. The pulse height $I_{\max}$ and the pulse energy A (area under the pulse) are shown to be linear functions of the switch-on time T (the time at which the laser intensity first reaches a reference value I_r). The statistics of T can be obtained for lasers biased below threshold by neglecting saturation effects [83, 93]. Then the statistics of $I_{\max}$ and A can be also calculated by using the linear relations. The statistics of the pulse width τ_w, obtained as $A/I_{\max}$, is also derived. This magnitude is compared with the full width at half maximum of the pulse. An expression is obtained for $I_{\max}$ as a function of T including the effect of gain saturation. The area A is calculated by solving numerically the deterministic nonlinear rate equations. When the laser is biased above threshold the statistics of T is obtained from numerical simulations.

The chapter is organized as follows. In Section 2.2 the rate equations are described and the switch-on time statistics is given. In Section 2.3 the maximum pulse intensity statistics is obtained. Pulse energy and pulse width statistics are studied in Section 2.4. Finally, in Section 2.5, a summary and conclusions are presented.

2.2 Rate equations and turn–on time statistics

Our analysis is based on noise driven rate equations [39] for a single-mode LD for the number of photons $I = EE^*$ and carrier number N

$$\frac{dE}{dt} = (1+i\alpha)(G-\gamma)\frac{E}{2} + \sqrt{2\beta N}\xi(t), \tag{2.1}$$

$$\frac{dN}{dt} = C(t) - N\gamma_e(N) - GI, \tag{2.2}$$

where gain saturation is included in the form $G = g(N - N_0)/(1 + \epsilon I)$ and the inverse carrier lifetime is given by $\gamma_e(N) = A_{\mathrm{nr}} + BN + C_A N^2$. The spontaneous emission is modeled by a complex Gaussian noise $\xi(t)$ of zero mean and correlation $\langle \xi(t)\xi^*(t')\rangle = 2\delta(t-t')$. The meaning of the symbols and typical values of the different parameters involved in these equations are listed in Table 2.1. The injection current $C(t)$ follows a square-wave modulation with a value C_{on} during a time t_{on} and C_b during a time t_{off}, large enough to reach the stationary state determined by C_b. We have also performed simulations for an injection current with a finite rise and fall time of 12 ps, included in t_{on} and t_{off} respectively, to consider the influence of device parasitics. We have checked that such a modulation does not change the conclusions of this work. The time t_{on} is chosen greater than the time $t_{\max}$ at which $I_{\max}$ is reached, but short enough to excite only the first spike of relaxation oscillations. A good choice is to change the injection current before the time at which N reaches its first minimum value [164]. In this way the subsequent relaxation oscillations are avoided and the generated pulses are rather symmetric.

The statistical properties of pulse characteristics such as pulse height and pulse width can be obtained from the switch–on time probability distribution. The switch–on time T is defined as the time at which the laser intensity reaches the reference value I_r after the current switching to the value C_{on}. Under repetitive gain–switching conditions the probability distribution for the turn–on times $P(T)$ has been obtained for lasers biased below threshold [83], [93]. The calculation of $P(T)$ involves only the first stages of evolution when the light intensity is small, so that gain saturation and the stimulated emission term in the carrier evolution can be neglected. This situation corresponds to a small enough value of I_r. On the other hand this reference level must be high

Parameter	Meaning	Value	Units
g	Gain parameter	5.6×10^4	s^{-1}
$A_{\rm nr}$	Nonradiative recombination rate	2×10^8	s^{-1}
B	Radiative recombination coefficient	1	s^{-1}
C_A	Auger recombination coefficient	7.9×10^{-9}	s^{-1}
γ	Inverse photon lifetime	5×10^{11}	s^{-1}
γ_e	Inverse carrier lifetime at threshold	4.6×10^8	s^{-1}
β	Spontaneous emission rate	1.1×10^4	s^{-1}
α	Linewidth enhancement factor	5	adim.
N_0	Carrier number at transparency	1.2×10^8	adim.
$C_{\rm th}$	Threshold current	5.93×10^{16}	s^{-1}

Table 2.1: Meanings and values of the parameters in (2.1) y (2.2)

enough, so that the evolution after reaching I_r will be deterministic. Then the laser intensity will not cross this reference level again after the switch–on time, provided that the current is kept at the C_{on} value. In this way the rate equations can be approximated by

$$\dot{E} = \frac{1+i\alpha}{2}[g(N-N_0)-\gamma]E + \sqrt{2\beta N}\xi(t) \qquad (2.3)$$

$$\dot{N} = C - \gamma_e N. \qquad (2.4)$$

The threshold value for the carrier number is given by

$$N_{\rm th} = N_0 + \frac{\gamma}{g}.$$

Since the carrier number changes slightly around its threshold value when the bias current is close to threshold, the term $\gamma_e N$ in (2.4) can be approximated by $\gamma_e N_{th}$. Then we obtain

$$N(t) = N_{\rm th} + (C_{\rm on} - C_{\rm th})(t - t_{\rm th}) \qquad (2.5)$$

where $T_{\rm th}$ is the time taken by the carrier number to reach its threshold value from the initial value $N_b = C_b/\gamma_e$,

$$t_{\rm th} = \frac{1}{\gamma_e}\ln\left[\frac{C_{\rm on}-C_b}{C_{\rm on}-C_{\rm th}}\right].$$

We split now the complex field into two terms so that

$$E(t) = h(t)e^{Q(t)} \tag{2.6}$$

where

$$Q(t) = \frac{1+i\alpha}{2}\int_{t_{\rm th}}^{t}[g(N(t')-N_0)-\gamma]dt' \tag{2.7}$$

is the term leading to optical amplification and

$$h(t) = h(0) + \int_0^t \sqrt{2\beta N(t')}e^{-Q(t')}\xi(t')dt' \tag{2.8}$$

is a Gaussian stochastic process which retains all the information about the spontaneous emission noise. The statistical properties of $h(t)$ obtained from (2.8) are given by

$$\begin{aligned} \langle h(t)\rangle &= 0 && (2.9)\\ \langle |h(t)|^2\rangle &= \langle I_b\rangle e^{-2\Re[Q(0)]} + 4\beta\int_0^t N(t')e^{-2\Re[Q(t')]}dt'. && (2.10)\end{aligned}$$

where $\langle I_b\rangle$ is the mean value of the intensity in the steady–state associated to C_b, that is given by [91]

$$\langle I_b\rangle = \frac{4\beta}{g}\frac{C_b}{C_{\rm th}-C_b}.$$

Using this expression, (2.5) and (2.7) in (2.10) we obtain

$$\begin{aligned} \langle |h(t)|^2\rangle &= \frac{4\beta C_b}{g(C_{\rm th}-C_b)}e^{-\frac{\nu}{2}t_{\rm th}^2} + \frac{4\beta}{g}\left(e^{-\frac{\nu}{2}t_{\rm th}^2} - e^{-\frac{\nu}{2}(t-t_{\rm th}^2)}\right) + \\ &+ 4\beta N_{\rm th}\sqrt{\frac{\pi}{2\nu}}\left[\operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\nu}{2}}(t-t_{\rm th})\right) + \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\nu}{2}}t_{\rm th}\right)\right], && (2.11)\end{aligned}$$

where we have defined

$$\nu = g(C_{\rm on} - C_{\rm th}), \tag{2.12}$$

and $\operatorname{erf}(x)$ is the error function. Since the ligth intensity is related to $h(t)$ in the following way

$$I(t) = |h(t)|^2 e^{\frac{\nu}{2}(t-t_{\rm th})^2}, \tag{2.13}$$

the probability density function of $I(t)$ is given by [92]

$$f(I,t) = \frac{e^{-\frac{I}{\langle I(t)\rangle}}}{\langle I(t)\rangle}. \tag{2.14}$$

where the mean value of the intensity can be easily obtained from (2.11) and (2.13). The probability that the swich–on time T is greater than a time t corresponds to the situation such that the intensity is smaller than the reference value at time t. Then it is given by

$$P(T > t) = \int_0^{I_r} P(I,t)dI.$$

From the distribution function of T

$$F_T(t) = P(T \le t) = 1 - \int_0^{I_r} P(I,t)dI,$$

we obtain the probability density function of the switch–on time

$$P(T) = -\int_0^{I_r} \frac{\partial f(I,t)}{\partial t} dI. \tag{2.15}$$

In general this integral must be solved numerically. However, an analytical expression can be obtained for $P(T)$ by taking into account that in the usual working conditions the stochastic process $h(t)$ converges to a random variable $h(\infty)$ before the switch–on time. This corresponds to the fact that the intensity evolution is deterministic after reaching the value I_r. The statistical fluctuations in $I(t)$ correspond to different values taken by the carrier number for different events when the reference level is crossed. Under this condition (2.11) can be substituted by the following expression

$$\langle |h(\infty)|^2\rangle = 4\beta\Bigg[\frac{C_{\rm th}}{\gamma_e}\sqrt{\frac{\pi}{2\nu}}\bigg(1+\mathrm{erf}\Big(\sqrt{\frac{\nu}{2}}T_{\rm th}\Big)\bigg) + \frac{C_b}{g(C_{\rm th}-C_b)}\exp[-\nu T_{\rm th}^2/2]\Bigg]. \tag{2.16}$$

Note that the last two terms in (2.16) are related to the initial conditions and they re only important when the bias current is very close to threshold [83]. Using this expression and (2.14) into (2.15) we obtain

$$P(T) = \frac{\nu I_r}{\langle |h(\infty)|^2 \rangle}(T - T_{\rm th}) e^{-\nu(T-T_{\rm th})^2/2} \exp\left[-\frac{I_r}{\langle |h(\infty)|^2 \rangle} e^{-\nu(T-T_{\rm th})^2/2} \right], \quad (2.17)$$

An alternative way [93] to obtain $P(T)$ is to perform a change of variable by writing T as a function of $h(\infty)$,

$$T = t_{\rm th} + \sqrt{\frac{2}{\nu} \ln \frac{I_r}{|h(\infty)|^2}}.$$

Then the probability density function of the switch–on time (2.17) can be obtained from that of $h(\infty)$, that has an exponential form.
The mean turn-on time and its variance read

$$\overline{T} = T_{\rm th} + \left(\frac{2\tau}{\nu} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{0.577}{2\tau} \right], \qquad {\sigma_T}^2 = \frac{1.645}{2\tau\nu}, \quad (2.18)$$

where $\tau = \ln(I_r / \langle |h(\infty)|^2 \rangle)$.

2.3 Pulse height statistics

The maximum pulse intensity is found to depend linearly on T with a positive slope δ_I that is independent of the reference value I_r used to define T. A negative slope is obtained in the Q–switching case [166]. We define T as the time at which I reaches for the first time the value $I_r = 0.4 I_{\rm st}$, where $I_{\rm st}$ is the steady state value for $C = C_{\rm on}$. We plot in Fig. 2.1 $I_{\rm max}$ as a function of the switch-on time T for different positive and negative values of the nonlinear gain parameter ϵ and for $t_{\rm on} = 115$ ps. All the points in Fig. 2.1 correspond to the same bias current below threshold $C_b = 0.9\, C_{\rm th}$ and to the same injection current $C_{\rm on} = 3.5\, C_{\rm th}$, where $C_{\rm th}$ is the threshold current. The different values taken by $I_{\rm max}$ are associated with different switch-on times T. The randomness of this time is due to the spontaneous emission noise and causes timing jitter. In the gain-switching process the carrier number increases until I reaches the value I_r at the switch-on time T. The later the pulse is emitted, the larger the maximum value of N, and consequently the higher the emitted pulse [93]. The evolution from T onwards is essentially deterministic, so that $I_{\rm max}$ is a well defined function of T. Due to the smallness of the turn-on time jitter as compared to the mean turn-on time $\overline{T}$, the pulse height can be approximated by a first-order expansion in $T - \overline{T}$ [93]. Therefore, a linear relationship between $I_{\rm max}$ and T is obtained. The results shown in Fig. 2.1 are similar to those found without gain saturation [93], but the slope δ_I is much smaller when ϵ is positive [165] and it decreases when this factor increases. For negative values of ϵ the slope increases.

The linear dependence of the maximum pulse intensity on the turn-on time allows us to reduce the problem of calculating the fluctuations of $I_{\rm max}$ to those already known for T [83], [93]. The dispersion of $I_{\rm max}$ can be obtained from $\sigma_{I_{\rm max}} = \delta_I \sigma_T$, where σ_T is the timing jitter. When $C_b < C_{\rm th}$ an expression for δ_I can be derived in the following way. After the pulse is emitted, that is for times greater than T, the carrier number decreases due to the stimulated emitted photons. The evolution of N for different events, associated to different turn-on times, is mainly governed by the coupling of N with the pulse intensity. When different turn-on events are considered, the term GI in Eq. (2.2) changes more than 14% at an intermediate time between T and $t_{\rm max}$, whereas the term $C_{\rm on} - N\gamma_e(N)$ is nearly constant with a change smaller than 0.7 %. The variation of the pulse intensity is due to the amplification of the initial indeterminacy in the turn-on time. Therefore, in order to get the dependence of $I_{\rm max}$ on T, i. e. the slope δ_I, the current injection and carrier recombination can be neglected in Eq. (2.2) for times $t > T$. Since the evolution is deterministic after the pulse emission, the spontaneous emission is also negligible for these times. Using this approximation the deterministic rate equations can be integrated with the initial conditions at T given by I_r and $N(T)$. In this way we obtain

$$I_{\rm max}(T) = \frac{a(T)^{\lambda} b(T)^{1-\lambda} - 1}{\epsilon}, \tag{2.19}$$

where

$$a(T) = \epsilon(N(T) - N_0) + \frac{1 + \epsilon I_r}{\lambda}, \tag{2.20}$$

$$b(T) = \frac{g(N(T) - N_0)}{\gamma}, \quad \lambda = \left(1 - \frac{\epsilon\gamma}{g}\right)^{-1}. \tag{2.21}$$

Since the dispersion of T around its mean value $\overline{T}$ is small $I_{\rm max}$ can be approximated by a linear function of $T - \overline{T}$. The slope of this straight line is given from Eq. (2.1) by

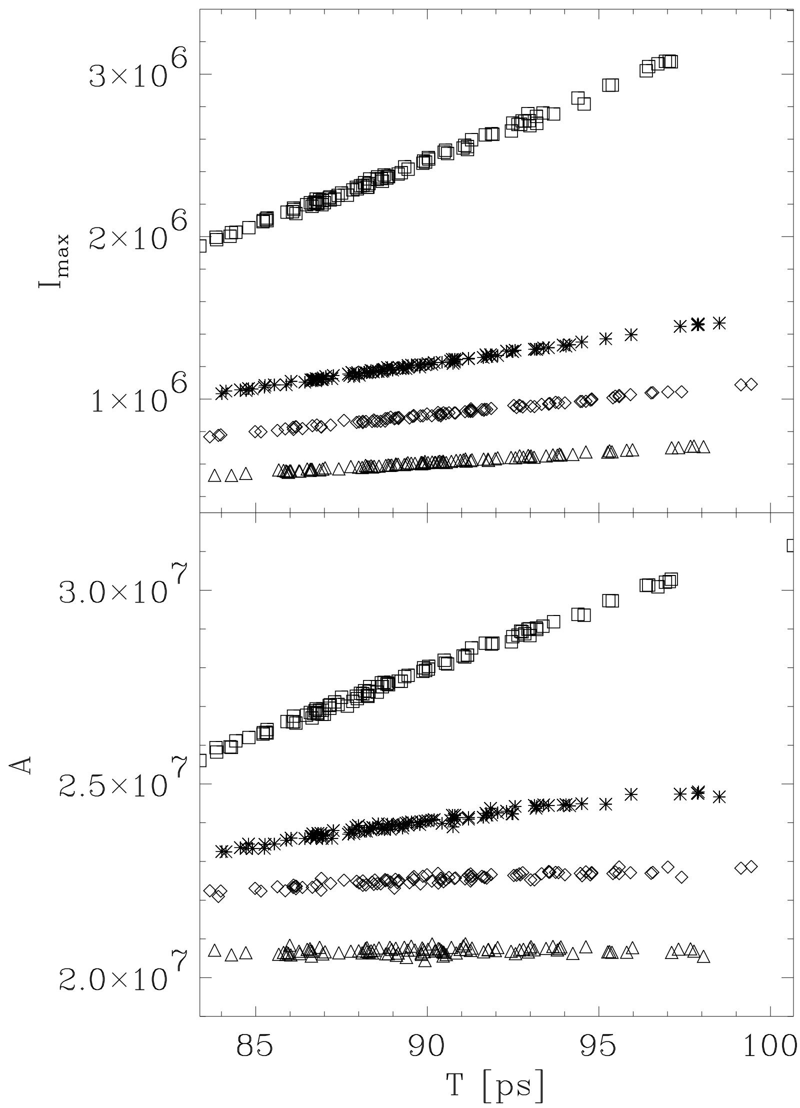


Figure 2.1: Pulse height $I_{\max}$ and pulse energy A vs. the switch-on time T for different values of the gain saturation factor ϵ: squares corresponds to -0.5×10^{-7}; stars to 2×10^{-7}; diamonds to 4×10^{-7} and triangles to 8×10^{-7}. The values of the injection current are $C_b = 0.9\, C_{\rm th}$ and $C_{\rm on} = 3.5\, C_{\rm th}$.

$$\delta_I \approx \lambda \left(\frac{a(\overline{T})}{b(\overline{T})}\right)^{\lambda-1} \left[1 - \left(\frac{a(\overline{T})}{b(\overline{T})}\right)\right] (C_{\text{on}} - C_{\text{th}}). \tag{2.22}$$

Since the laser is biased below threshold the value of $N(\overline{T})$ can be obtained by neglecting the carrier depression by the stimulated emission ($GI \approx 0$). A simple expression can be derived in the following way. The evolution of N from the time T_{th} at which it reaches its threshold value $N_{\text{th}} = C_{\text{th}}/\gamma_e$ until T is linear. This is due to the small increase of N from N_{th} to $N(T)$. The value of $N(\overline{T})$ can be obtained as a linear function of $\overline{T} - T_{\text{th}}$ by taking the term $N\gamma_e(N)$ in Eq. (2.2) as a constant given by its value at threshold, $N_{\text{th}}\gamma_e(N_{\text{th}})$. The error in $N(\overline{T})$ due to this approximation is always smaller than 0.1%. In this way δ_I is obtained as a function of $\overline{T} - T_{\text{th}}$.

The slope δ_I is obtained by using the value of $\overline{T} - T_{\text{th}}$ given by Eq. (2.18) in Eq. (2.22). Then δ_I depends on T_{th} only through the parameter μ. This dependence is only important when the bias is very close to threshold, that is for small values of T_{th}. In this case the evolution of N is linear and the value of T_{th} can be obtained in the same way than $N(\overline{T})$ by using the approximation $N\gamma_e(N) \approx N_{\text{th}}\gamma_e(N_{\text{th}})$.

Using Eq. (2.22) a good agreement is found with numerical simulations (see Fig. 2.2). The slope δ_I decreases when the saturation parameter ϵ increases. This is due to the fact that the gain saturation decreases the amplification of the initial indeterminacy in T. For large positive values of ϵ the slope in Eq. (2.22) increases linearly with the excitation current C_{on}: $\delta_I \approx g(C_{\text{on}} - C_{\text{th}})/(\gamma\epsilon)$. This linear behavior can be observed in Fig. 2.2 when ϵ increases. The dispersion of the pulse height $\sigma_{I_{\max}}$ can be obtained from the timing jitter σ_T and the slope δ_I, $\sigma_{I_{\max}} = \delta_I\sigma_T$. Since σ_T is independent of ϵ, we conclude that the dispersion of $I_{\max}$ decreases when ϵ increases. Concerning the current, when C_{on} increases $I_{\max}$ and the slope δ_I increase. The timing jitter σ_T for a laser biased below threshold given by Eq. (2.18) decreases as $(C_{\text{on}} - C_{\text{th}})^{-1/2}$. Since δ_I increases at least linearly with C_{on} (see Fig. 2.2), the dispersion of the pulse height must increase with C_{on}. For large positive values of ϵ the slope grows linearly with C_{on} and $\sigma_{I_{\max}}$ increases as $(C_{\text{on}} - C_{\text{th}})^{1/2}$. This theoretical prediction seems to be confirmed by the numerical simulation results (see Fig. 2.2).

We have also analyzed the statistics of pulse height as a function of the bias current and the saturation parameter (see Fig. 2.3). The slope δ_I is nearly

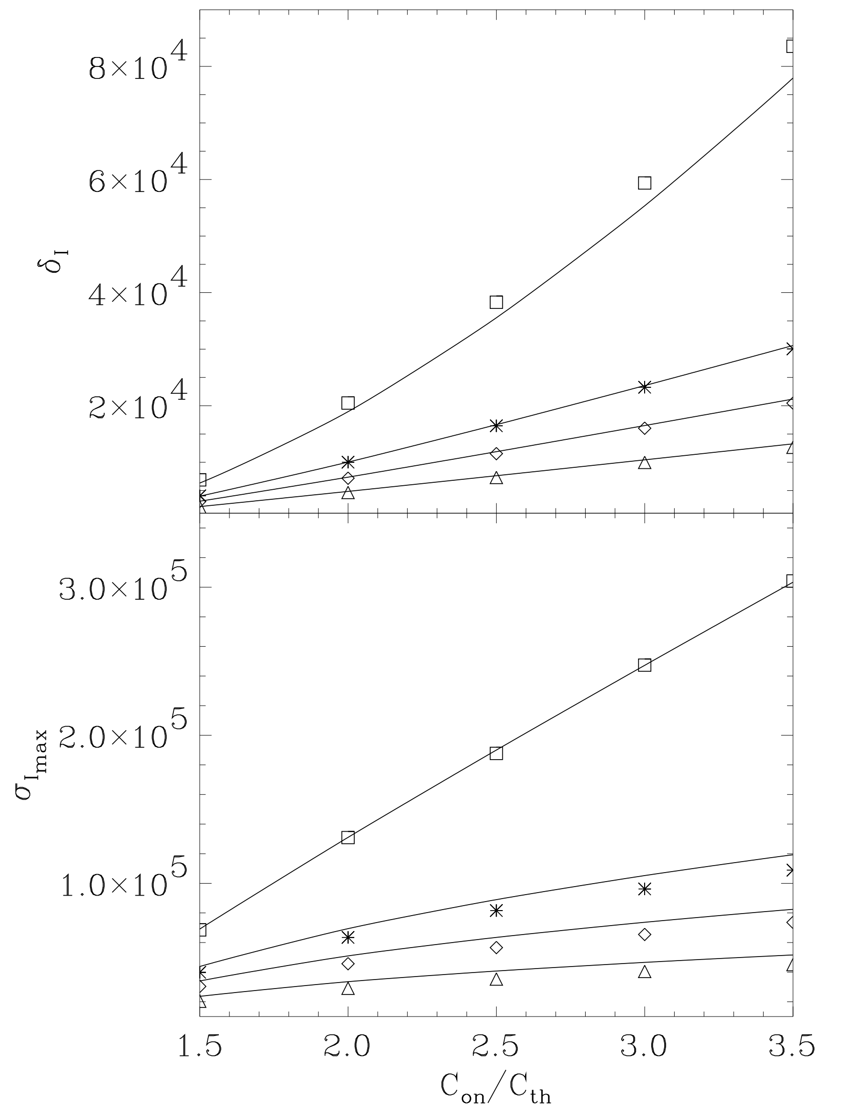


Figure 2.2: Slope δ_I and dispersion $\sigma_{I_{\max}}$ of the pulse height as a function of the current for different values of ϵ. Symbols correspond to numerical simulations and solid line to theory for the same values of ϵ as in Fig. 2.1. The bias current is $C_b = 0.9\,C_{\rm th}$.

constant for different values of C_b below threshold. When $C_b > C_{\rm th}$ the slope decreases with the bias current. This is due to the fact that the carrier density is reduced when the bias current increases. The slope is found to decrease when ϵ increases for any value of C_b. The dispersion $\sigma_{I_{\max}}$ follows the behavior of the timing jitter [83]: it is independent of the bias until C_b is very close to $C_{\rm th}$, then it increases when C_b approaches the threshold and it decreases above threshold.
Time jitter comes from two different noise sources. The first one is the spread of the field distribution in the initial biasing state. The second one is the noise generated by the spontaneous emission events occurring until the build up of the optical pulse. Only those photons emitted when the laser is near threshold will cause stimulated emission to start. All the photons emitted before the transparency condition is achieved, in fact, will be absorbed and the system will maintain no memory of them. When the laser is below threshold, time jitter is only due to the spontaneous emission events taking place around the threshold time. Therefore, the dispersion of T and $I_{\max}$ are independents of C_b. When the initial biasing is near threshold, the system has memory of the initial conditions, so that the initial field distribution also contributes to time jitter and σ_T increases when approaching the threshold. This increase corresponds to the last term in Eq. (2.16). Finally, when the initial state is above threshold, only the intensity noise associated with the initial state is important and the time jitter decreases [83].

2.4 Pulse energy and pulse width statistics

The pulse energy A (area under the pulse) is also found to be linearly related with T (see Fig. 2.1). However, for large values of the saturation parameter the slope is small and it is difficult to fit the data with a straight line. When $C_b < C_{\rm th}$ the slope of A, δ_A, can be obtained by solving numerically the nonlinear deterministic rate equations with the initial conditions given by $I(T) = I_r$ and $N(T)$ obtained by a first iteration of the rate equations from $t = T_{\rm th}$, using as the zeroth order the linear evolution for the carrier number without stimulated emission. The results for δ_A shown in Fig. 2.4 are calculated using 10 values of $A(T)$ for turn-on times in the interval $(\overline{T} - 2\sigma_T, \overline{T} + 2\sigma_T)$. The values obtained in this way for the slopes of A agree well with the values calculated from numerical simulations of Eqs. (2.1)-(2.2).

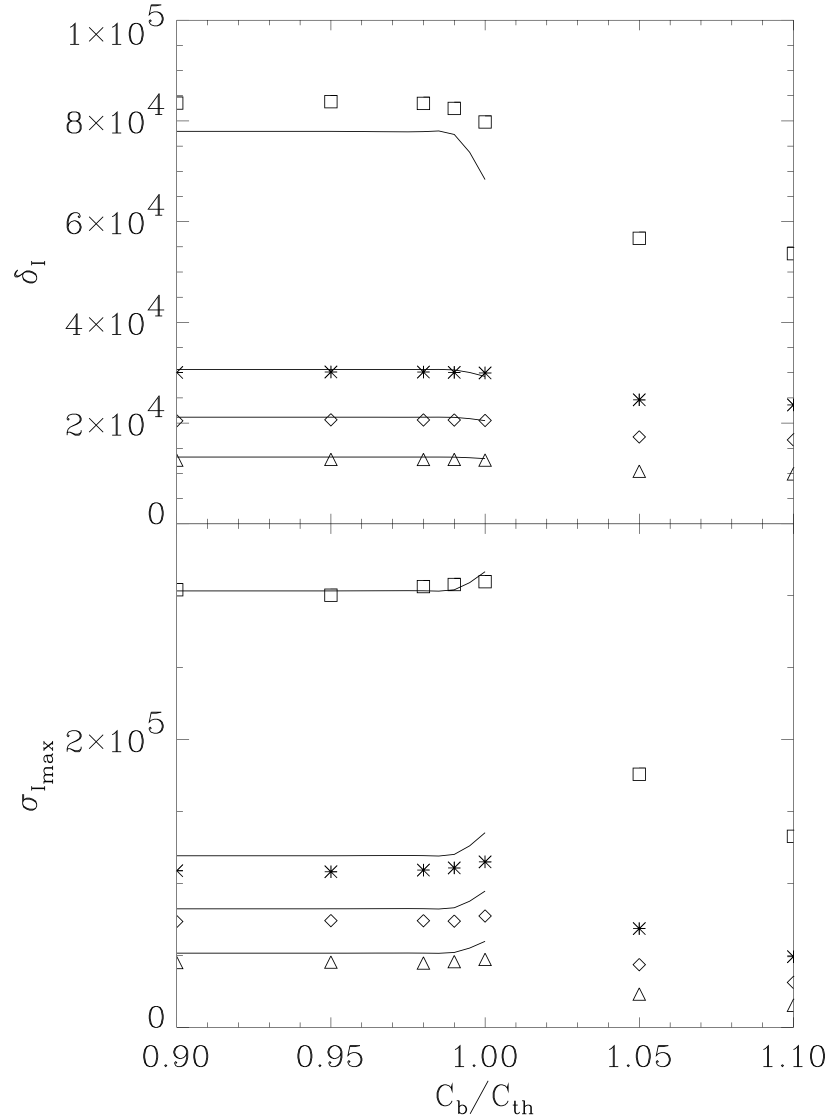


Figure 2.3: The same quantities as in Fig. 2.2 but plotted as a function of the bias current for a fixed value of $C_{\rm on} = 3.5\, C_{\rm th}$.

The slope of the pulse energy decreases with the saturation parameter. Then for large values of ϵ similar values of A are obtained for different turn-on times. This behavior comes from a decrease in the amplification of the initial indeterminacy in the turn-on time when the nonlinear gain saturation increases. This amplification increases with the injection current and the slope δ_A increases with C_{on}. This increase is linear for negative values of the saturation parameter (see Fig. 2.4). δ_A also increases with the current for positive values of ϵ, but for large values of this factor the slope becomes independent of C_{on}. Then the dispersion of A, σ_A, given by $\delta_a \sigma_T$, decreases for large positive values of ϵ when C_{on} increases in the same way than the timing jitter (see Fig. 2.4). For small positive values of ϵ σ_A increases slightly with C_{on}.

We have also studied the behavior of the pulse energy with respect to C_b. The slope δ_A is nearly constant for different values of C_b below threshold. Above threshold δ_A decreases with C_b. However for large positive values of ϵ the slope becomes very small and it is very difficult to fit the data with a straight line. The dispersion σ_A shows then the same behavior than the timing jitter, except for large positive values of ϵ due to the fitting problem mentioned above.

Concerning the pulse width, the full width at half maximum (FWHM) of the optical pulse τ_f can be approximated by $\tau_w = A/I_{\max}$ (see Fig. 2.5). Note that we have chosen the time t_{on} at which the current is changed from C_{on} to C_b short enough to excite only the first spike of relaxation oscillations [164]. In this way the generated pulses are rather symmetric and τ_w is a good approximation of the FWHM τ_f. Using the linear relations for A and $I_{\max}$ we have

$$\tau_w = [A(\overline{T}) + \delta_A(T - \overline{T})]/[I_{\max}(\overline{T}) + \delta_I(T - \overline{T})]. \tag{2.23}$$

When $C_b < C_{\text{th}}$ $A(\overline{T})$ and $I_{\max}(\overline{T})$ can be obtained by solving numerically the nonlinear deterministic rate equations with the initial conditions given by $I(\overline{T}) = I_r$ and $N(\overline{T})$ obtained by a first iteration of the rate equations from $t = T_{\text{th}}$, taking as the zeroth order the carrier density without stimulated emission. Then the statistics of τ_w can be obtained from Eq. (2.23) by using the probability distribution of T given by Eq. (2.17). Since the pulse height increases much quicker than the pulse energy with the switch–on time, τ_w is found to decrease with T. We plot in Fig. 2.6 the mean value and dispersion of τ_w for different values of the saturation parameter as a function of C_{on}. A good agreement is found between the results obtained from Eqs. (2.23) and

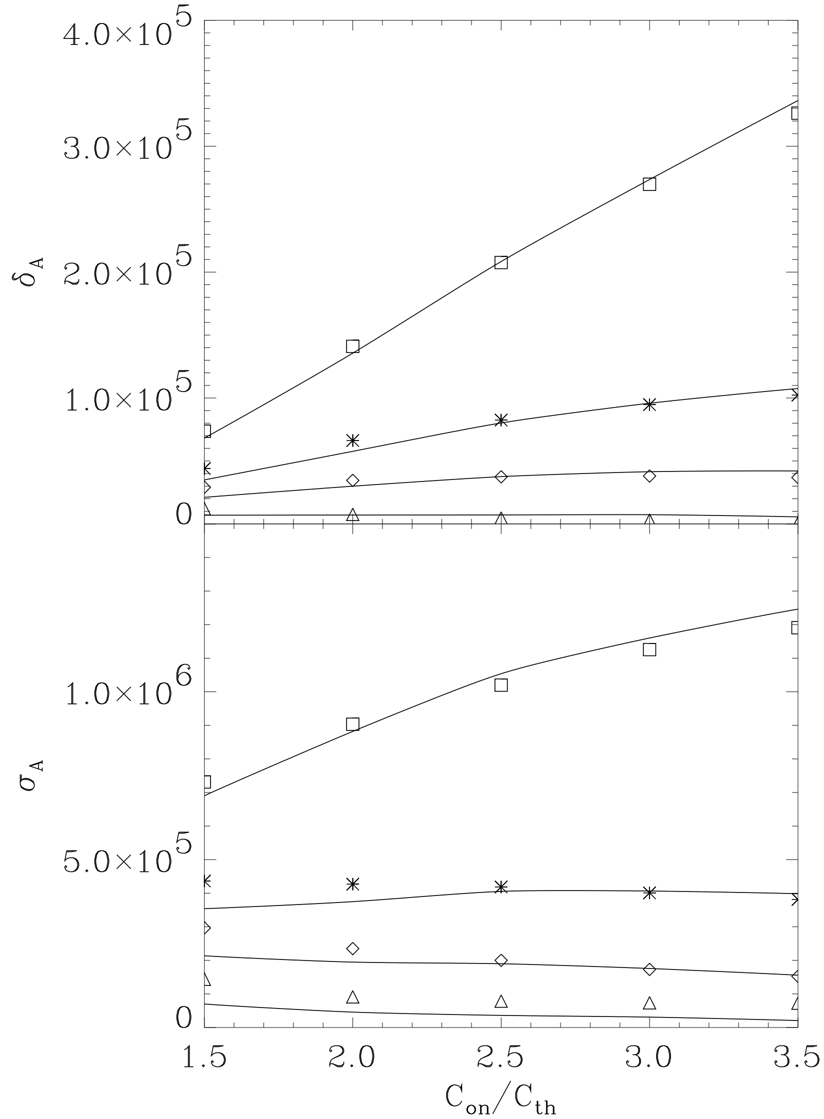


Figure 2.4: Slope δ_A and dispersion σ_A of the pulse energy as a function of the current for different values of ϵ. Symbols correspond to numerical simulations and solid line to theory for the same values of ϵ as in Fig. 2.1. The bias current is $C_b = 0.9\,C_{\mathrm{th}}$.

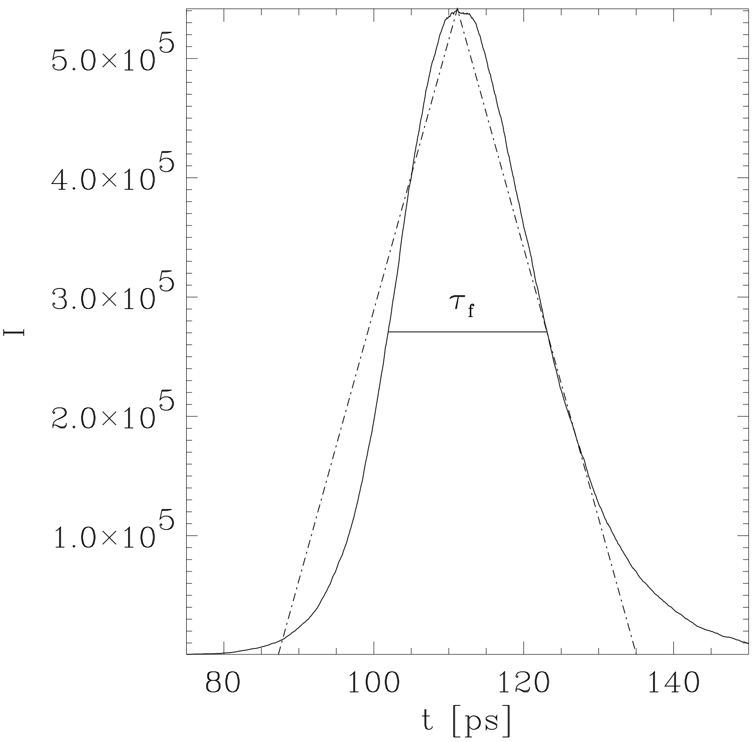


Figure 2.5: Typical pulse for a current value of $C_{\rm on} = 3.5\, C_{\rm th}$ during a time $t_{\rm on} = 115$ ps. The dashed line corresponds to a triangle with the same height ($I_{\rm max}$) and area (A) as the pulse. The bias current is $C_b = 0.9\, C_{\rm th}$.

(2.17) and numerical simulations. The agreement for the dispersion of τ_w is better when $C_{\rm on}$ increases. This is due to the fact that the theory for the turn-on time statistics works better for large values of the injection current [93]. In Fig. 2.7 the mean value and dispersion of the FWHM are shown. These results are obtained by numerical simulations of the noise driven rate equations (2.1)-(2.2). A comparison between both magnitudes, τ_w and τ_f, shows that they have the same behavior with respect to the injection current and to the saturation parameter. The mean value of τ_f is always smaller than that of τ_w. This is due to the tail of the pulse (see Fig. 2.5). The difference between both mean values is around 10%. Concerning the dispersion, the difference between σ_{τ_f} and σ_{τ_w} is larger but for injection currents $C_{\rm on} > 2C_{\rm th}$ is of the order of 15%.

Figs. 2.6 and 2.7 show that the mean value of the pulse width decreases with the current and increases with the saturation parameter. The dispersion of the pulse width has the same behavior than the mean value. Since the relative fluctuations of $I_{\rm max}$ and A are small, we obtain by developing (2.23) in powers of $T - \overline{T}$ the following expression for the variance of τ_w

$$\frac{\sigma^2_{\tau_w}}{\langle \tau_w \rangle^2} = \left(\frac{\delta_I}{I_{\rm max}(\overline{T})} - \frac{\delta_A}{A(\overline{T})} \right)^2 \sigma_T^2 \left[1 - \frac{2.28 \delta_I \sigma_T}{I_{\rm max}(\overline{T})} \right]. \qquad (2.24)$$

This expression gives results in good agreement with numerical simulations for large values of the current (see Fig. 2.6). This is due to the decrease of time jitter when $C_{\rm on}$ increases. Both the relative fluctuations of $I_{\rm max}$ and A increase with ϵ. Then $\sigma_{\tau_w}/\langle \tau_w \rangle$ is nearly independent of the saturation parameter and the dispersion of τ_w has the same behavior than $\langle \tau_w \rangle$ (see Fig. 2.6).

2.5 Summary and conclusions

We have studied the statistics of pulse amplitude, pulse energy and pulse width of gain switched semiconductor lasers for different positive and negative values of the gain saturation factor. The mean value and dispersion of these magnitudes have been obtained as a function of the injection current. Different values of the bias current, below and above threshold, has been considered.

The values of the pulse amplitude and pulse energy obtained for a particular gain-switching event are determined by the turn-on time for this particular

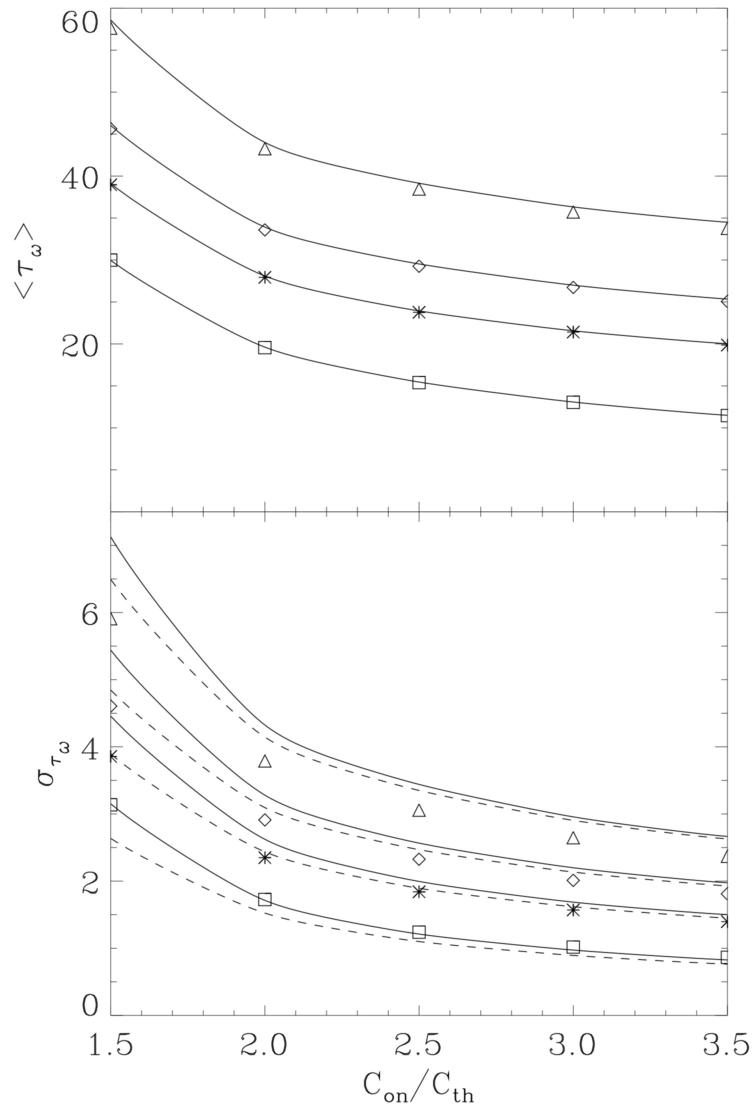


Figure 2.6: Mean value $\langle \tau_w \rangle$ and dispersion σ_{τ_w} of the pulse width as a function of the current for different values of ϵ. The symbols are obtained from numerical simulations for the same values of ϵ as in Fig. 2.1. Solid line corresponds to (2.7) and (2.11) and dashed line to (2.12). The bias current is $C_b = 0.9\, C_{\text{th}}$.

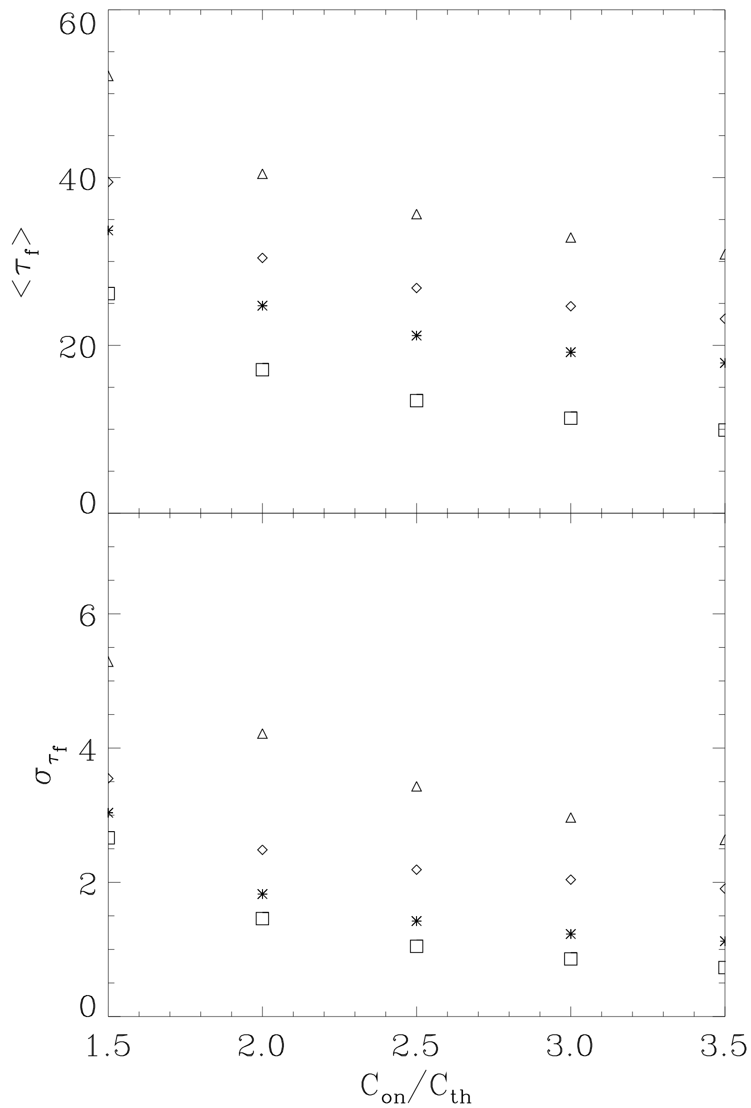


Figure 2.7: Mean value $\langle\tau_f\rangle$ and dispersion σ_{τ_f} of the full width at half maximum as a function of the current for the same values of ϵ as in Fig. 2.6 obtained from numerical simulations of equations (2.1)-(2.2). The bias current is $C_b = 0.9\, C_{\rm th}$.

event. We have shown that these two magnitudes depend linearly on the turn-on time. These linear relationships reduce the problem of characterizing the statistics of the pulse height and pulse energy to the well established knowledge of the statistics of the turn-on time.

When the laser is biased below threshold an expression is derived for the slope of the pulse height versus the turn-on time. Using this expression the dispersion of the pulse height is obtained. The slope and the dispersion of the pulse height increases with the injection current. These magnitudes decrease when the nonlinear gain saturation increases. These results are checked with numerical simulations. We have also studied the dispersion of the pulse height as a function of the bias current. The dispersion has the same behavior than the timing jitter. It is independent of the bias until C_b is close to threshold, then it increases when the threshold is approached and it decreases above threshold.

The statistics of the pulse energy are obtained by using the slope of the linear relationship between the pulse energy and the turn-on time. The slope of the pulse energy follows the same behavior than that of the pulse amplitude for small gain saturation. However, for large values of the gain saturation parameter the slope of the pulse energy do not increase with the injection current. As a consequence, for large gain saturation the dispersion of the pulse energy decreases with the injection current.

Finally, the pulse width statistics are obtained from the statistics of the pulse energy and pulse amplitude by taking the pulse width as the ratio of both magnitudes. This ratio is found to compare well with the full width at half maximum of the pulse. It is shown that the mean value and the dispersion of the pulse width increase with the gain saturation and decrease with the injection current.

Chapter 3

Effect of phase–conjugate optical feedback on turn–on jitter in laser diodes

3.1 Introduction

It is well known that the performance of a laser diode is extremely sensitive to external optical feedback.[39, 95] The switch–on dynamics of a laser diode subjected to optical feedback has been recently considered [98], finding that the turn–on delay jitter is extremely sensitive to the reflector location. This is due to the phase shift acquired in the external cavity, that can be eliminated if the feedback occurs from a phase–conjugate mirror, phase–conjugate feedback, since the phase of the returned light is reversed during reflection. Therefore there are significant differences between the behavior of a laser diode with phase–conjugate feedback and conventional optical feedback. Analysis of the stability [167, 108, 101] of a laser diode in the presence of phase–conjugate feedback have been reported. Concerning the noise characteristics, it has been shown [101, 168] that for weak values of phase–conjugate feedback the intensity and frequency noise are reduced at low frequencies. The objective of this chapter is to investigate the effect of phase–conjugate feedback on the turn–on time statistics of lasers diodes. A theory, validated by numerical simulations, is developed to obtain the turn–on time probability density $P(T)$. Our results show that, unlike the case with conventional feedback, [98] the turn–on time is not very sensitive to small variations in the position of the phase–conjugate mirror on the optical wavelength scales. This property, due to the lack of the external roundtrip phase change, is the main advantage of phase–conjugate feedback compared to conventional feedback. However, the effective laser threshold is dependent upon the phase that changes due to chirping. Therefore $P(T)$ becomes sensitive to the value of the linewidth enhancement factor α. Moreover, when $\alpha \neq 0$ the stability range of a laser diode subjected to phase–conjugate feedback is reduced.[167, 101] This is the main disadvantage of phase–conjugate feedback compared with conventional feedback.

3.2 Rate equations model

Here we consider a degenerate four–wave mixing PCM in a fast–responding nonlinear medium[101] with a time response smaller than 1 ps. Our analysis is based on noise–driven rate equations for the optical field $E = E_1 + iE_2 = \sqrt{I}\exp(i\phi)$ (E_i being the field components) and carrier number N. In the presence of PCF, these equations can be written as (assuming single–mode operation) [167, 108, 101]

$$\frac{dE(t)}{dt} = q(t)E(t) + \kappa E^*(t-\tau) + \sqrt{2\beta N(t)}\xi(t) \tag{3.1}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = C(t) - N(t)\gamma_e - G(t)I(t) \tag{3.2}$$

where

$$q(t) = q_r(t) + iq_i(t) = \frac{1-i\alpha}{2}(G(t)-\gamma) \tag{3.3}$$

$$G(t) = \frac{g(N(t)-N_0)}{\sqrt{1+sI(t)}} \tag{3.4}$$

and the meaning and values of the parameters involved in these equations are listed in Table 3.1. The spontaneous emission is modeled by a complex Gaussian white noise $\xi(t) = \xi_1(t) + i\xi_2(t)$ of zero mean and correlation $\langle \xi(t)\xi^*(t')\rangle = 2\delta(t-t')$.

Parameter	Meaning	Value	Units
g	Gain parameter	5.6×10^4	s^{-1}
s	Non–linear gain saturation parameter	1.2×10^{-6}	adim.
γ	Inverse photon lifetime	5×10^{11}	s^{-1}
γ_e	Inverse carrier lifetime at threshold	4.6×10^8	s^{-1}
β	Spontaneous emission rate	1.1×10^4	s^{-1}
N_0	Carrier number at transparency	6.8×10^7	adim.
C_{th}	Threshold current	3.76×10^{16}	s^{-1}
α	Linewidth enhancement factor	variable	adim.
κ	Feedback rate	variable	ps^{-1}
τ	External cavity round–trip time	variable	ps

Table 3.1: Meanings and values of the parameters in (3.1)–(3.4)

We consider a situation of repetitive gain–switching from stationary initial conditions determined by the bias level. The injection current $C(t)$ is switched from a value $C_b = 0.9\, C_{\text{th}}$ below the threshold current to a value $C_{\text{on}} = 3.5\, C_{\text{th}}$ above it. The turn–on time T is defined as the time at which $\mid E \mid^2 = I_r$, where $I_r = 3.04 \times 10^5$ corresponds to 13% of the steady–state intensity in the absence of feedback.

3.3 Theoretical calculation of $P(T)$

In the initial stage of evolution the intensity is small, so the term GI in Eq. (3.2) and the non–linear gain saturation are negligible. Within this approximation $G(t)$ can be obtained [98] by solution of Eq. (3.2). For short external cavities such that $\kappa\tau$ is small, Eq. (3.1) can be approximated at early times by

$$\begin{aligned} \dot{E} = \quad & (q - \kappa^2 \tau \exp(-2\tau q_r))E(t) + \kappa \exp(-\tau q^*) E^*(t) \\ & + \sqrt{2\beta N}(\xi(t) - \kappa\tau \exp(-\tau q^*)\xi^*(t)). \end{aligned} \tag{3.5}$$

From the corresponding Eq. for I the carrier number needed for the beginning of amplification (that is the effective threshold) is given to first order in τ by

$$N_{\text{th}}^{\text{eff}} = N_{\text{th}} - \frac{2\kappa}{g} \left[\cos 2\phi + \kappa\tau \sin 2\phi (\alpha \cos 2\phi - \sin 2\phi) \right],$$

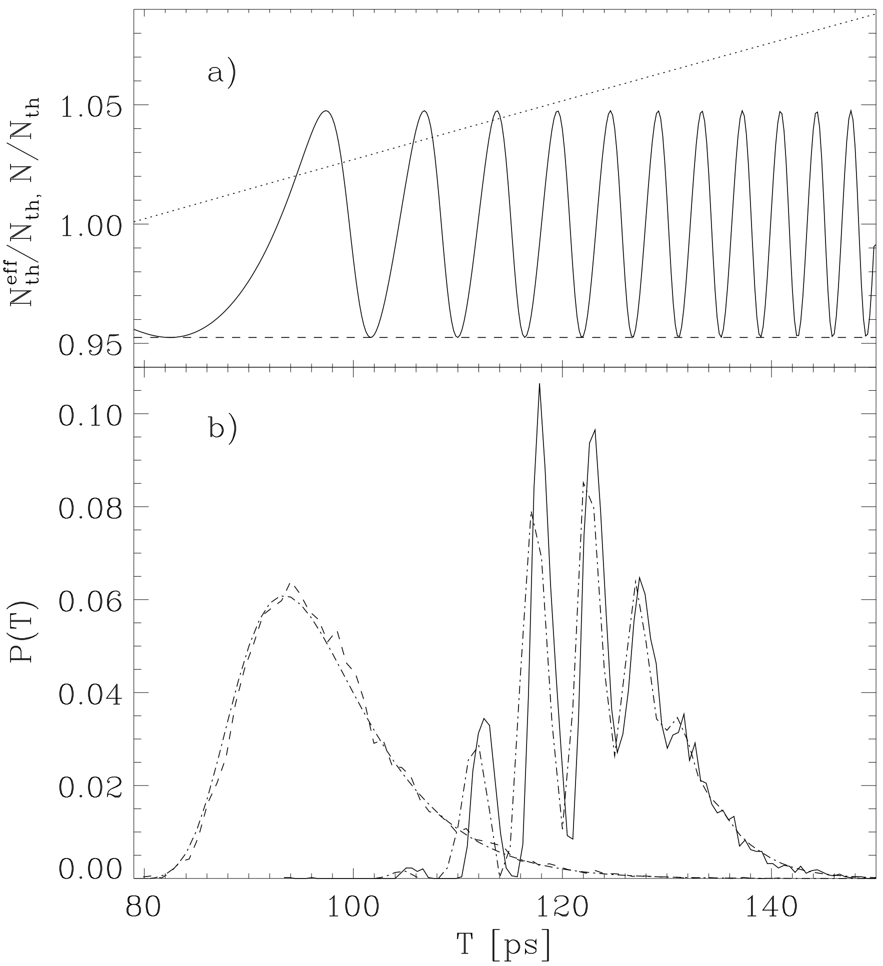


Figure 3.1: (a) Carrier number (dotted line). The effective threshold in (a) and the turn-on time distribution in (b) correspond to numerical simulations for $\alpha = 0$ (dashed curves) and $\alpha = 5.5$ (solid curves). The dashed–dotted curves in (b) correspond to the theory. Feedback parameter values: $\kappa = 0.1$ ps^{-1} and $\tau = 1$ ps.

where $N_{\rm th} = N_0 + \gamma/g$. Then $N_{\rm th}^{\rm eff}$ is phase–dependent. If the reinjected field is in phase with the field in the cavity the threshold is reduced. The reverse effect occurs in the phase opposition case. When $\alpha \neq 0$ the instantaneous frequency of the LD changes with time[39] (chirping). This leads to phase oscillations that are followed by $N_{\rm th}^{\rm eff}$ (see Fig. 3.1). When the linewidth enhancement factor α is small (quantum–well lasers) the phase and $N_{\rm th}^{\rm eff}$ are nearly constant in time. In the limiting case $\alpha = 0$ the field components E_1 and E_2 decouple, having E_i a threshold given by the minimum and maximum values of $N_{\rm th}^{\rm eff}$, $N_{\rm thi} = N_{\rm th} + (-1)^i 2\kappa/g$.

Our approach consists in calculating the turn–on time distribution $P(T)$ from

$$P(T) = -\int_0^{I_r} \frac{df(I,T)}{dT} dI, \tag{3.6}$$

where $f(I,T)$ is the intensity distribution. $f(I,T)$ is easily obtained from the field distribution, which is Gaussian of moments, $x_i = \langle E_i^2 \rangle$ and $x_{12} = \langle E_1 E_2 \rangle$. The evaluation of the field moments from Eq. (3.5) is in general cumbersome. We give here some explicit expressions in some cases with $\alpha = 0$ and the results in other cases are displayed in the figures. When $\alpha = 0$, $x_{12} = 0$. If in addition κ is small the two field components contribute to the laser switch–on and we get

$$x_i(t) = 2\beta_i \sqrt{\frac{2\pi}{a_i}} N_{\rm thi} \exp\Big(\frac{a_i}{2}(t - t_{\rm thi})^2\Big), \tag{3.7}$$

where

$$a_i = \frac{g(C_{\rm on} - C_{\rm th})}{1 - (-1)^i \kappa\tau} \tag{3.8}$$

$$\beta_i = \frac{\beta}{[1 - (-1)^i \kappa\tau]^2} \tag{3.9}$$

and $t_{\rm thi}$ is the time needed for the carrier number to reach the effective threshold $N_{\rm thi}$. When κ increases only the component with the minimum threshold contributes to the laser switch–on. Then x_1 is still given by Eq. (3.7), but x_2 is negligible. In this case the following expression is obtained for the turn–on distribution,

$$P(T) = \sqrt{\frac{I_r}{2\pi b_1}} a_1 (T - t_{\mathrm{th}1}) \exp\Big(-\frac{a_1}{4}(T - t_{\mathrm{th}1})^2\Big) \times \exp\Big[-\frac{I_r}{2b_1}\exp\Big(-\frac{a_1}{2}(T - t_{\mathrm{th}1})^2\Big)\Big], \tag{3.10}$$

where $b_1 = 2\beta_1\sqrt{2\pi/a_1}N_{\mathrm{th}1}$.

For values of $\alpha \neq 0$ typical of bulk LD $P(T)$ changes from a single–maximum distribution to a multimodal one by increasing κ (see Fig. 3.1). The maxima and minima of the turn-on time distribution correspond to the effective threshold oscillations due to the chirping. Our theory reproduces well $P(T)$ for short external cavities.

We have obtained the mean turn–on time $\langle T\rangle$ and its standard deviation (jitter) σ_T when $P(T)$ has a single maximum, i. e. when κ and/or α are small. The gross magnitude of $\langle T\rangle$ in Fig. 3.2 is mainly due to the time spent by the carriers to reach threshold (see Fig. 3.1). We consider first the case with small κ for different values of α. Since T is defined in terms of the intensity, all results are symmetric with respect to α changing sign. When α increases $\langle T\rangle$ is found to increase, whereas the jitter decreases (see Fig. 3.2). As discussed above when α is small the two field components E_i have thresholds given by the maximum and minimum values of $N_{\mathrm{th}}^{\mathrm{eff}}$. The turn–on time is smaller than the one in the absence of feedback due to the component with the minimum threshold. However, the jitter increases with the PCF because of the different turn–on times for photons with different phases. When α increases the effective threshold oscillates in time with the phase, and these differences are washed out. When the frequency of these oscillations is large, values of $\langle T\rangle$ and σ_T close to those without PCF are recovered. The same behavior is obtained when the external cavity length increases, due to the decrease of the number of the feedback photons that contribute to the switch–on. When $\alpha = 0$ the jitter decrease with τ corresponds to a reduction of the difference between the field components in Eq. (3.7). We note that in contrast with the results for conventional feedback [98] a non–oscillatory behavior with τ is observed, due to the lack of the external roundtrip phase change.

We now consider the low chirping case (α small). In the limiting case $\alpha = 0$ the theory simplifies and $P(T)$ can be obtained from Eq. (3.7) for low κ and it is given by Eq. (3.10) for large κ. The turn-on time decreases with

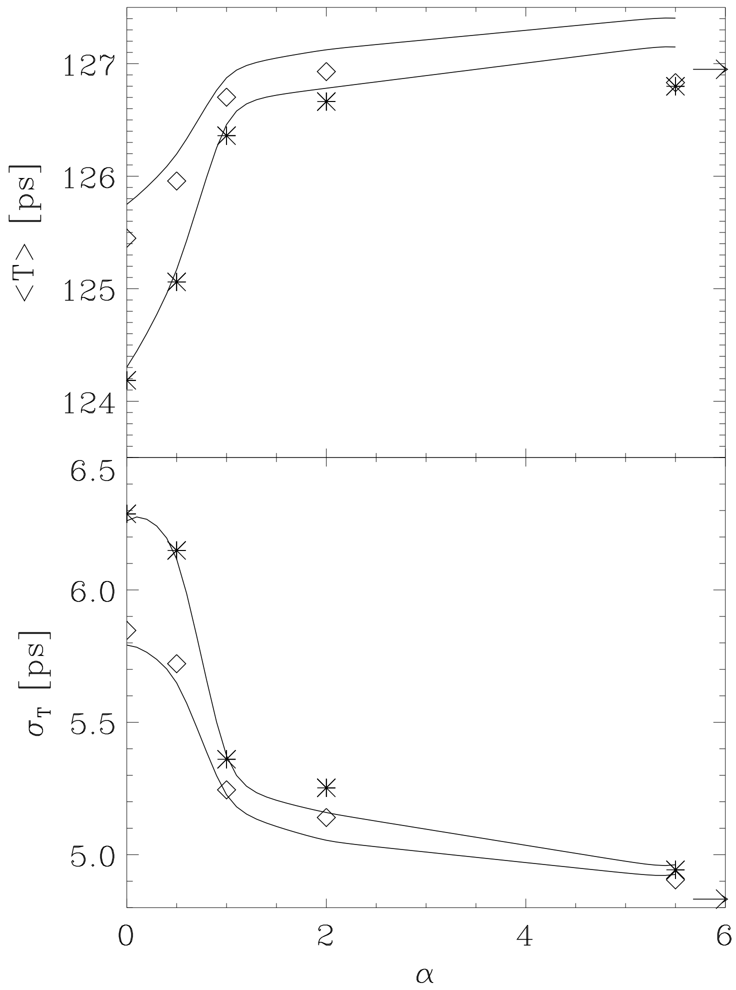


Figure 3.2: Turn-on time $< T >$ and its jitter σ_T versus α for $\kappa = 0.02$ ps^{-1}, $\tau = 1$ ps (asterisks) and $\tau = 5$ ps (diamonds) from numerical simulations (symbols) and theory (solid curves). The arrows show the values without feedback.

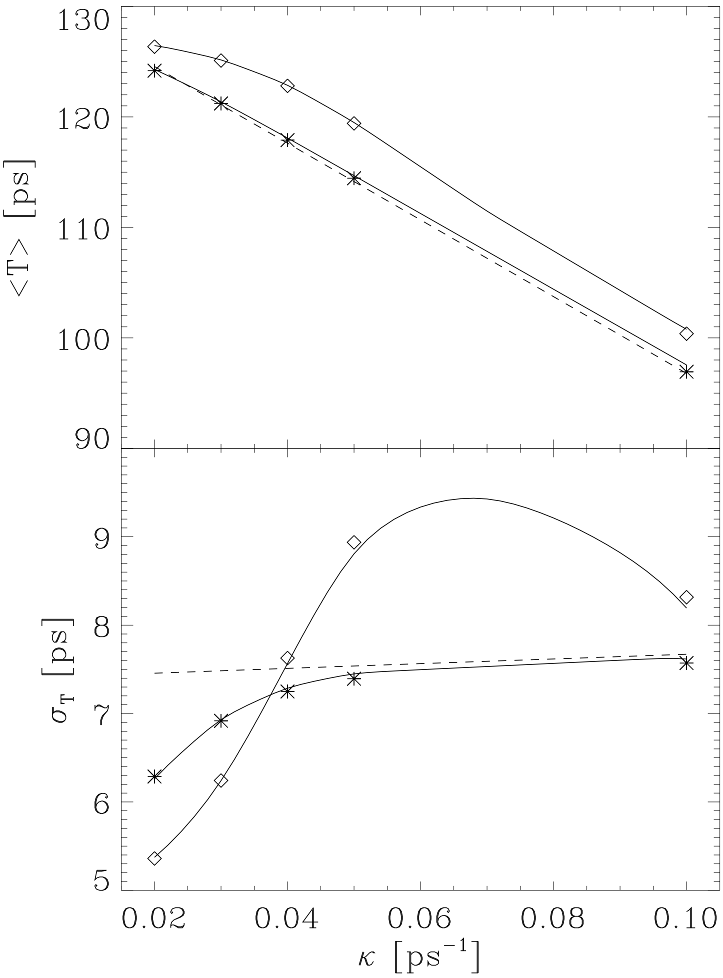


Figure 3.3: Turn-on time $< T >$ and its jitter σ_T versus κ for $\tau = 1$ ps and two values of α: 0 (asterisks) and 1 (diamonds). Solid curves correspond to the theory and the dashed line to Eq. (3.10).

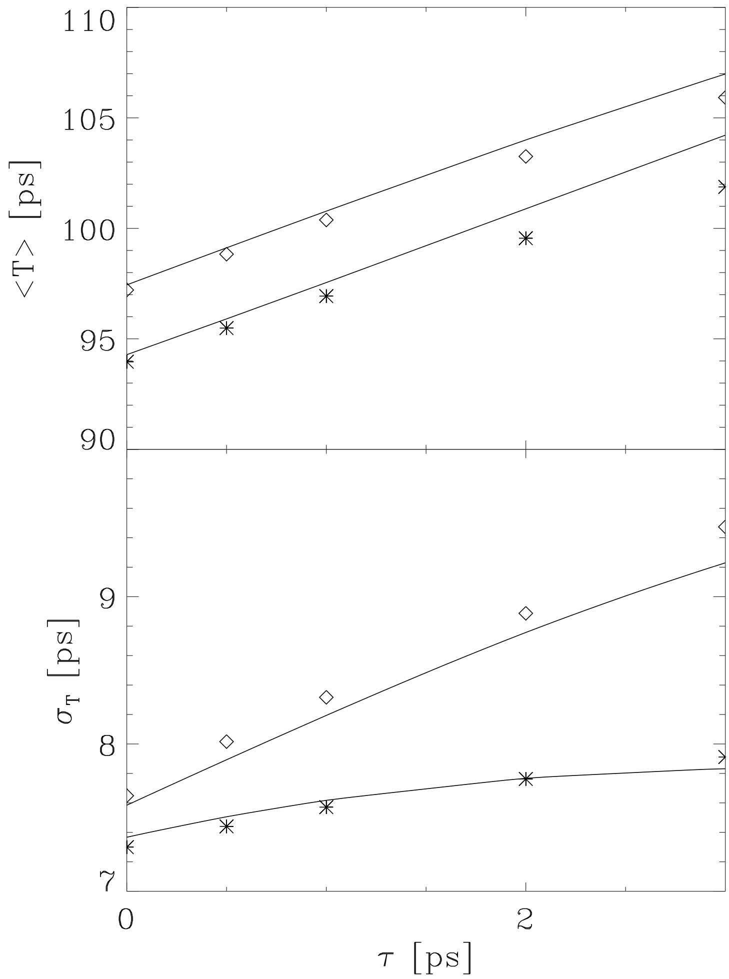


Figure 3.4: Turn-on time $< T >$ and its jitter σ_T versus τ for $\kappa = 0.1$ ps^{-1} and two values of α: 0 (asterisks) and 1 (diamonds). Solid curves correspond to the theory.

κ since the minimum value of $N_{\rm th}^{\rm eff}$ decreases. Fig. 3.3 shows that for $\alpha = 0$ and small τ the jitter increases with κ until a nearly constant value is reached. When κ increases the range of phases of the spontaneously emitted photons that contribute to the switch–on is reduced. Then the intensity noise and the jitter increase until a constant value is reached when only photons with the minimum threshold contribute. It is shown in Fig. 3.3 that the one–component theory [Eq. (3.10)] is valid when κ is greater than 0.04 ps^{-1}. As discussed above σ_T is reduced when α increases for small κ. However, for large κ the behavior is the opposite, since the photons have the same phase and the phase evolution due to α increases the effective threshold and σ_T. The differences due to α are smaller for large enough κ, since the phase tends to be fixed by the PCF. The behavior of the jitter with respect to the external cavity roundtrip delay is also different for small and large κ (see Figs. 3.2 and 3.4). When the feedback is weak σ_T decreases with τ. For strong feedback the photon phase is fixed and only one component contributes to the jitter. The photon rate amplification given by a_1 decreases with τ, resulting in a greater value of σ_T. When τ is greater than 10 ps the theory is not valid and σ_T decreases with τ to the value without PCF, since the contribution of feedback photons can be neglected.

Chapter 4

Statistical analysis of pulses in systems with random modulation: Application to gas lasers

4.1 Introduction

Pulses in physical systems can be obtained by varying a control parameter between two values that correspond to two states *off* and *on*, usually associated to small and large values, respectively, for the variable of interest. When the control parameter is changed in such a way that the *off*–state becomes unstable, the evolution is in a first stage governed by fluctuations. Then the analysis of this decay process is usually based on stochastic models of the Langevin type, in which fluctuations are modeled by a white noise. The decay of unstable states is one of the fundamental problems of nonequilibrium statistical mechanics, in which nonlinearities and fluctuations are crucial to have a correct description [169]. In most theoretical analysis the system is in the off–steady state when the control parameter is either instantaneously changed driving the system to an unstable state [169, 170], or swept across the unstable state with a finite velocity [171]-[173]. Another interesting situation corresponds to the case of periodic modulation through the instability point [174]. This problem is relevant for several physical systems: modulated convection [175], stochastic resonance [176], Q–switched lasers [177], and gain–switched modulated semiconductor lasers [95]. In this case the system is not in the off–steady state when the control parameter is changed because the initial condition, at the beginning of a pulse, is determined by the final evolution of the previous pulse. Hence, some kind of consistency condition for the statistical properties associated to two consecutive periods can be used to solve this problem. This consistency condition has been indirectly used in different methods: generalization [178] of Suzuki's matching procedure [179], and path integral approach [180]. In [174] we have developed a method in which the consistency condition is explicitly worked out following the main idea of the quasideterministic theory [170]. This theory has been applied to gas lasers [174, 181] and semiconductor lasers [182].

In this chapter we develop a method to study the statistical properties of pulses in randomly modulated stochastic systems. A random sequence of "1" (pulses) and "0" (associated to the *off*–state) is produced by using two different evolutions for the control parameter a during one period. In *on*–periods a is changed through the instability point to generate a pulse, while during *off*–periods a is kept below the instability point. Due to the random sequence of *off* and *on*–periods new features appear with respect to the periodic modulation case (only *on*–periods). One of the most interesting results is the multimodal character of the probability density of some of the pulse characteristics. The different peaks of the probability distribution are associated to different periodic sequences. This problem is especially relevant in optical communication systems. In these systems the optical signal is a random sequence of pulses generated by random modulation of semiconductor lasers [95]. Numerical simulations have shown [164, 183] that for high bit rates a multimodal distribution is obtained for the turn–on time of the optical pulse. This yields undesirable pattern effects and a large timing jitter, that limits the system performance. The dynamics of semiconductor lasers involves the electric field and carrier density. In our analysis we consider a simpler model with one degree of freedom that is applied to a gas laser. However, the main features observed in semiconductor lasers are also obtained in one dimensional systems. Moreover, analytical results can be obtained for these systems, that are in good agreement with numerical simulations.

In our analysis we consider systems with random modulation of the control parameter described by a one dimensional Langevin equation, in which fluctuations are modeled by a white noise. The statistical properties of pulses for the "intensity" (modulus of the variable of interest) are studied. The probability density of the pulse characteristics, such as width and height, can be obtained from the passage time distribution by using the deterministic evolution. The passage time τ is defined as the delay between the beginning of the *on*–period and the emission of the pulse, given by the time in which a reference value is reached by the intensity. After an initial transient the passage time distribution $P(\tau)$ becomes independent of the initial conditions. In this steady–state case the statistical properties of τ are the same for two consecutive pulses. An integral equation for $P(\tau)$ is derived from this consistency condition in a similar way than for the periodic modulation case [174]. The passage time distribution is obtained by solving this equation and analytical expressions are given in some cases. This method is applied to a randomly modulated gas laser. In this system a random sequence of pulses and "zeros" is generated by changing the quality factor of the laser cavity.

The chapter is organized as follows. In Sec. 4.2 we describe the method in a one–dimensional general system, deriving the basic integral equation for the passage time distribution. The method is applied in Sec. 4.3 to a randomly modulated gas laser and analytical results are obtained in some cases. In Sec. 4.4 theoretical results are compared with numerical simulations.

4.2 Theory for randomly modulated systems

We consider systems that can be modeled by one dimensional equations of the form:

$$\dot{x}(t) = F(a(t), x) + \eta(t), \tag{4.1}$$

where $a(t)$ is a randomly modulated control parameter and $\eta(t)$ is a Gaussian white noise with zero mean value and intensity D:

$$\langle \eta(t)\eta(s) \rangle = D\delta(t-s). \tag{4.2}$$

We assume for the nonlinear function F the conditions:

$$F(a(t), 0) = 0; \quad F(a(t), x) \sim a(t)x \;\; \text{when} \;\; |x| < x_r, \tag{4.3}$$

where x_r is a reference value such that the noise can be neglected when $|x| > x_r$. Then the quasideterministic approach [170] can be applied by considering two

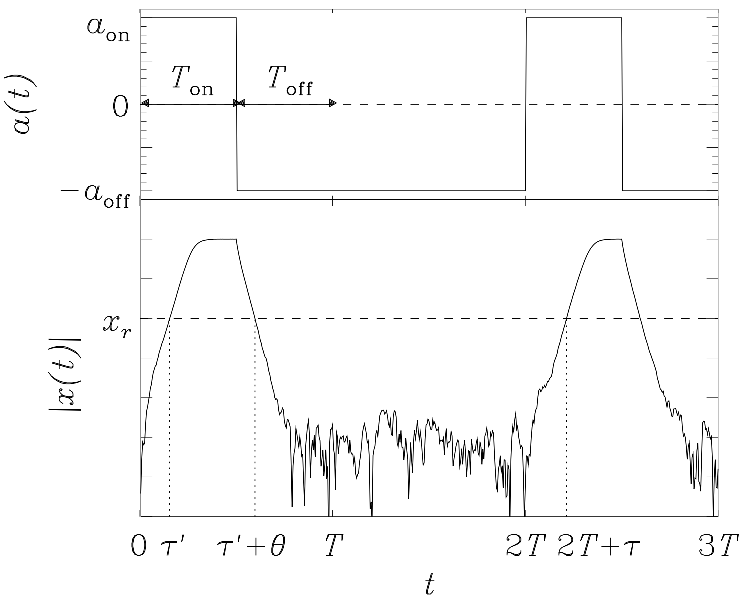


Figure 4.1: Time evolution for the control parameter $a(t)$ (in linear scale) and the variable of interest $|x(t)|$ (in logarithmic scale) during an "$on - off - on$" sequence.

kinds of evolution. When the variable of interest $|x|$ is small ($|x| < x_r$) the evolution is linear and noise effects are important. In the deterministic regime ($|x| > x_r$) noise can be neglected but nonlinear effects are important. It is also assumed that there are two attractors $x_{\text{off}} = 0$ and $|x_{\text{on}}| \gg x_r$ for $|x|$ corresponding to values $-a_{\text{off}} < 0$ and $a_{\text{on}} > 0$ of the control parameter, respectively. Two different situations are considered: the attractors for x are positive or the evolution is symmetric, $F(a(t), x) = -F(a(t), -x)$.
The control parameter $a(t)$ can have two different evolutions during one period T. During an *on*–period a crosses the instability point and a pulse is generated. In this case the control parameter first increases reaching a maximum value a_{on}. A decreasing evolution follows towards a minimum value $-a_{\text{off}}$. In the *off*–periods a is below the instability point and the system stays below the reference value, $|x| < x_r$ (this corresponds to a "0"). A sequence of *on* and *off*–periods with a probability p for an *on*–period and $(1-p)$ for the *off*–period is considered. When $p = 1/2$ a fully random sequence of pulses and zeros is

generated. A possible evolution for $|x(t)|$ and $a(t)$ is shown in Fig. 4.1, where a sequence "1 0 1" has been plotted.

We assume that in the *on*–periods all the pulses decay from its maximum value to reach the reference value x_r. This corresponds to a control parameter that takes large negative values during a large enough fraction of the period. The different evolution regions are shown in Fig. 4.1. The first region is defined from the beginning of the *on*–period with $a(0) = a_{\text{on}}$ until a time τ' such that $|x(\tau')| = x_r$. It is a region such that $|x(t)| < x_r$ dominated by fluctuations where the linear equation

$$\dot{x}(t) = a(t)x(t) + \eta(t) \tag{4.4}$$

holds (see (4.3)). In the second region from τ' to $\tau' + \theta(\tau')$ such that $|x(t)| > x_r$ the noise is not relevant. Then the time spent in this deterministic region $\theta(\tau')$ can be calculated from the deterministic equation

$$\dot{x}(t) = F(a(t), x(t)) \tag{4.5}$$

as a function of τ'. In this region the control parameter crosses the instability point from above. The last region until the end of the period is similar to the first one, but now the control parameter is below the instability point. In the following *off*–period a is always below the instability point. Then it can be considered as a prolongation of the last region of the *on*–period. This region lasts until the reference value x_r is crossed at time $2T + \tau$ in the last pulse shown in Fig. 4.1.

Having defined the model and the different evolution regions we now generalize the method used in the periodic modulation case [174] to the case of random modulation. Our task is to obtain the passage time distribution $P(\tau)$. Since τ is associated to pulse emission, it is defined only in the *on*–periods. The passage time is defined as the delay between the beginning of the *on*–period and the time in which the reference value x_r is reached. In order to connect two consecutive *on*–periods we consider the function $W_m^T(\tau/\tau')$ defined as the conditional probability to have a passage time τ in a *on*–period when the passage time of the previous *on* period was τ' and when there are m *off*–periods between both periods.

If we define $P_N(\tau)$ as the probability density of having a passage time τ in the N *on*–period, the following chain equation

$$P_N(\tau) = \sum_{m=0}^{\infty} p(1-p)^m \int_0^T W_m^T(\tau/\tau') P_{N-1}(\tau') d\tau' \tag{4.6}$$

holds. The conditional probability can be obtained from the expression derived for the periodic modulation case [174]. The m *off*–periods between two consecutive pulses can be considered as a prolongation of the last noise dominated region of an *on*–period. Then we have

$$W_m^T(\tau/\tau') = W_0^{(m+1)T}(\tau/\tau'), \tag{4.7}$$

where $W_0^{(m+1)T}(\tau/\tau')$ is the conditional probability corresponding to a periodic case with a period $(m+1)T$, that is formed by the *on*–period followed by m *off*–periods. This conditional probability $W_0^{\mathcal{T}}(\tau/\tau')$ can be obtained in the following way [174]. First, the time spent in the deterministic region $\theta(\tau')$ is obtained from (4.5). Then the evolution from $\tau'+\theta(\tau')$ until $\mathcal{T}+\tau$ is described by (4.4) (see Fig. 4.1 for $\mathcal{T}=2T$, that is $m=1$). In this way the following expression is easily obtained [174]

$$W_0^{\mathcal{T}}(\tau/\tau') = P_Z(z_{\tau'}(\tau)) 2|a(\tau)| z_{\tau'}(\tau), \tag{4.8}$$

where

$$z_{\tau'}(\tau) = x_r^2 \exp\left[-2\int_{-(\mathcal{T}-\tau'-\theta(\tau'))}^{\tau} a(s)ds\right] \tag{4.9}$$

corresponds to the h^2 variable introduced in [174] and

$$P_Z(z(\tau)) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi z}\sigma_Z(\tau)}\left[\exp\left(-\frac{(\sqrt{z}-x_r)^2}{2\sigma_Z^2(\tau)}\right) + \exp\left(-\frac{(\sqrt{z}+x_r)^2}{2\sigma_Z^2(\tau)}\right)\right]. \tag{4.10}$$

The variance is given by

$$\sigma_Z^2(\tau) = D\int_{-(\mathcal{T}-\tau'-\theta(\tau'))}^{t} \frac{z_{\tau'}(t')}{x_r^2}\, dt'. \tag{4.11}$$

Note that the only parameter depending on the model is $\theta(\tau')$ that can be calculated from the deterministic equation (4.5).

In the stationary regime $P(\tau)$ is independent of the initial condition and the chain equation (4.6) becomes:

$$P(\tau) = \sum_{m=0}^{\infty} p(1-p)^m \int_0^T W_0^{(m+1)T}(\tau/\tau')P(\tau')d\tau'. \tag{4.12}$$

This is the main equation that allows the calculation of the statistical properties of the passage time. Moreover, the statistics of the pulse characteristics can be obtained from $P(\tau)$. For instance, the probability density of the modulus of the pulse heights is given by

$$P_H(y) = P[\tau(y)] \left| \frac{d\tau}{dy} \right|, \tag{4.13}$$

where $\tau(y)$ can be obtained from the deterministic equation (4.5). Therefore the statistics of all relevant magnitudes are known once the integral equation (4.12) is solved.

4.3 Random *on–off* modulation. Model and analytical results

The single–mode gas laser can be described near threshold in the good cavity limit by a Langevin equation for the complex electrical field $E = E_1 + iE_2$ as [174]:

$$\dot{E} = a(t)E - A|E|^2 E + \phi(t), \tag{4.14}$$

where $a(t)$ is the randomly modulated pump parameter and $\phi = \phi_1 + i\phi_2$ is the spontaneous emission noise taken as a complex Gaussian white noise of zero mean, intensity D, and correlations

$$\langle \phi_i(t)\phi_j(t') \rangle = D\delta_{i,j}\delta(t-t'). \tag{4.15}$$

This model with a complex variable can be treated with the method shown in the previous section by introducing the intensity $I(t) = E_1^2(t)+E_2^2(t)$ and taken into account that in the linear noise–dominated region both field components are decoupled. For small enough D a reference value for the intensity I_r can be introduced to separate this region, $I < I_r$, from the deterministic region, $I > I_r$. In a similar way than in the previous section (see [174] for a detailed calculation) one obtains for the conditional probability $W_0^{\mathcal{T}}(\tau/\tau')$ the expression:

$$W_0^{\mathcal{T}}(\tau/\tau') = P_\Gamma\left[\Gamma(\tau)\right]\left|\frac{d\Gamma(\tau)}{d\tau}\right|, \tag{4.16}$$

where

$$\Gamma(\tau) = I_r \exp\left[-2\int_{-(\mathcal{T}-\theta(\tau')-\tau')}^{\tau} a(s)ds\right]. \tag{4.17}$$

The probability density of Γ is

$$P_\Gamma(x) = \frac{1}{2\sigma_Z^2}\exp\left[-\frac{(I_r+x)}{2\sigma_Z^2}\right]\mathcal{J}_0\left[\sqrt{\frac{xI_r}{\sigma_Z^2}}\right], \tag{4.18}$$

where σ_Z is given by (4.11) and $\mathcal{J}_0$ is the Bessel function of the first order [184]. The time expended in the nonlinear deterministic region, $\theta(\tau')$, can be calculated from the deterministic equation for the intensity:

$$\dot{I} = 2a(t)I - 2AI^2 \tag{4.19}$$

with the initial $I(\tau') = I_r$ and final $I(\tau'+\theta) = I_r$ conditions. This equation can be solved obtaining for θ the implicit condition:

$$1 + 2AI_r\int_{\tau'}^{\theta+\tau'}\exp\left[\int_{\tau'}^{s} 2a(s)ds'\right]ds = \exp\left[\int_{\tau'}^{\theta+\tau'} 2a(s)ds\right]. \tag{4.20}$$

Now we consider a kind of modulation that involves only two values of the control parameter $a(t)$. This modulation can be obtained, for instance, by varying the quality factor of the cavity (Q–switching) with an acousto–optic modulator [181]. In an *on*–period $a(t)$ takes the value $a_{\rm on} > 0$ above threshold during the first $T_{\rm on} = \alpha T$ fraction of period T and the value $-a_{\rm off} < 0$ below threshold during the second part $T_{\rm off} = (1-\alpha)T$ (see Fig. 4.1). Obviously, during an *off*–period the parameter $a(t)$ has the value $-a_{\rm off}$ during all the period time. We assume in the following that a pulse is always emitted during $T_{\rm on}$. The passage time is then smaller than $T_{\rm on}$. It is also assumed that the reference level I_r is crossed in the pulse decay during $T_{\rm off}$. This kind of modulation allows us to obtain $\theta(\tau')$ from the condition (4.20):

$$\theta(\tau') = -\frac{1}{2a_{\rm off}} \ln\left\{ \frac{e^{-2(a_{\rm on}+a_{\rm off})(\alpha T-\tau')}}{(1+AI_r/a_{\rm off})} \right. \times \left.\left[1+\frac{AI_r}{a_{\rm on}}\left(e^{2a_{\rm on}(\alpha T-\tau')}-1\right)+\frac{AI_r}{a_{\rm off}}e^{2a_{\rm on}(\alpha T-\tau')}\right]\right\}. \quad (4.21)$$

From (4.11) we obtain

$$\sigma_Z^2 = \frac{D}{2}\left[\frac{1}{a_{\rm off}}\left(1-e^{-2a_{\rm off}[\mathcal{T}-\theta(\tau')-\tau']}\right)+\frac{1}{a_{\rm on}}\left(1-e^{-2a_{\rm on}\tau}\right)\right]e^{2a_{\rm off}[\mathcal{T}-\theta(\tau')-\tau']}, \quad (4.22)$$

where τ and τ' are smaller than $T_{\rm on}$. Finally $W_0^{\mathcal{T}}(\tau/\tau')$ becomes from (4.16):

$$W_0^{\mathcal{T}}(\tau/\tau') = \frac{a_{\rm on}I_r}{\sigma_Z^2}e^{2a_{\rm off}[\mathcal{T}-\theta(\tau')-\tau']}e^{-2a_{\rm on}\tau} \times \exp\left[-\frac{I_r\left(1+e^{2a_{\rm off}[\mathcal{T}-\theta(\tau')-\tau']-2a_{\rm on}\tau}\right)}{2\sigma_Z^2}\right] \times \mathcal{J}_0\left[\frac{I_r}{\sigma_Z^2}e^{a_{\rm off}[\mathcal{T}-\theta(\tau')-\tau']-a_{\rm on}\tau}\right]. \quad (4.23)$$

From these expressions and the integral equation (4.12) one can calculate the stationary passage time probability $P(\tau)$. The validity conditions of this method can be explicitly obtained in the following way [174]. The reference value I_r must be in a deterministic region, $I_r \gg D/\min\{a_{\rm on}, a_{\rm off}\}$, such that saturation effects are negligible, $AI_r \ll \min\{a_{\rm on}, a_{\rm off}\}$. Then the following condition is obtained

$$D \ll \left[\frac{(\min\{a_{\rm on}, a_{\rm off}\})^2}{A}\right]. \quad (4.24)$$

To understand the behavior of the system under random modulation conditions it is useful to introduce two dimensionless parameters:

$$r_{\rm on} = a_{\rm on}T_{\rm on}, \qquad r_{\rm off} = a_{\rm off}T_{\rm off}. \quad (4.25)$$

The first parameter $r_{\rm on}$ is associated to the pulse rising and it corresponds to the ratio between the time spent by the laser above threshold and the time needed to reach the *on*–state. The second one, $r_{\rm off}$, gives the ratio between the time spent by the laser below threshold and the pulse decay time. These parameters can be used to characterize all possible situations. The case $r_{\rm on} \ll 1$ is not considered because it corresponds to a situation such that the probability of occurrence of a pulse in an *on*–period is low. Note that in our analysis we have assumed that in an *on*–period a pulse is always emitted. In the opposite situation, $r_{\rm on} \gg 1$, the laser spends enough time above threshold to reach the *on*–state, given by $I_{\rm on} = a_{\rm on}/A$. Then, all the pulses saturate to this value. In this case a complete analytical treatment is possible (see below). In the intermediate case $r_{\rm on} \sim 1$ different pulse heights are obtained for different values of τ. The probability density of the pulse maximum intensity, $P_H(I_m)$, can be easily obtained [174] from $P(\tau)$ (see (4.13)) by solving the deterministic equation (4.19) with the initial condition $I(\tau) = I_r$. The pulse height is given by $I_m = I(\alpha T)$ as a function of τ. By using the inverse function [174]

$$\tau(I_m) = \alpha T - \frac{1}{2a_{\rm on}} \ln \frac{I_m(AI_r - a_{\rm on})}{I_r(AI_m - a_{\rm on})} \tag{4.26}$$

we get the pulse height distribution

$$P_H(I_m) = P[\tau(I_m)]/[2I_m(AI_m - a_{\rm on})]. \tag{4.27}$$

As concerns pulse decay, two cases $r_{\rm off} \gg 1$ and $r_{\rm off} \sim 1$ are considered. In the first case the *off*–state is reached at the end of an *on*–period. Then the initial condition for a pulse always corresponds to this state. However, in the second case the behavior of the system during a pulse depends on the previous sequence of "zeros" and pulses. Note that in this case $r_{\rm off}$ can not be very small, since we have assumed that the reference level I_r is always crossed during the pulse decay.

4.3.1 Repetitive Q–switching ($r_{\rm off} \gg 1$)

For large values of $r_{\rm off}$ the laser is below threshold at the end of an *on*–period during a large enough time $T_{\rm off}$ to reach the *off*–state. In this steady state associated to a control parameter $-a_{\rm off}$ the laser intensity is mainly due to spontaneous emission noise. In this case the laser is in the *off*–state at the end of all the periods. Then the initial condition at the beginning of a pulse always corresponds to this stationary state (repetitive Q–switching), and the conditional probability $W_0^{(m+1)T}$ is independent of the number m of "zeros" between two pulses. Therefore the passage time distribution is independent of the kind of modulation, periodic or random. As shown in [174] in these conditions the argument of the Bessel function in (4.23) is small. Then, using [184] $\mathcal{J}_0 \sim 1$, the conditional probability (4.23) becomes separable and one recovers from (4.12) and (4.23) the well known expression of $P(\tau)$:

$$P_r(\tau) = N \exp\left[-2a_{\text{on}}\tau - \frac{a_{\text{off}}a_{\text{on}}I_r}{D(a_{\text{on}}+a_{\text{off}})}e^{-2a_{\text{on}}\tau}\right]. \tag{4.28}$$

The mean passage time and variance are readily obtained as:

$$\tau_r \sim \frac{1}{2a_{\text{on}}}\left(\ln\left[\frac{I_r a_{\text{on}}a_{\text{off}}}{D(a_{\text{on}}+a_{\text{off}})}\right] - \psi(1)\right) \;\; ; \;\; \sigma_r^2 \sim \frac{\psi'(1)}{4a_{\text{on}}^2} \tag{4.29}$$

ψ and ψ' being the digamma function and its derivative, respectively [184].

4.3.2 Memory and pattern effects ($r_{\text{off}} \sim 1$)

When r_{off} is not large enough the *off*–state is not reached during the pulse decay. Then the initial value for the intensity at the beginning of a pulse depends on whether the previous bit was a "zero" or a "one" (a pulse). In this case we say that the system has memory or that pattern effects are important. The laser has a memory of length n (or n–periods memory) if the behavior of the system during a pulse depends on the previous n periods. This memory length can be estimated as the number of *off*–periods required after one pulse to reach the *off*–state. In this case the laser stays below threshold with $a = -a_{\text{off}}$ during a time $T_{\text{mem}} = T_{\text{off}} + nT$ such that $a_{\text{off}}T_{\text{mem}} \gg 1$. Therefore, after n "zeros" the initial condition for a pulse will correspond to the *off*–state. As a consequence there are only $n+1$ different terms in the integral equation (4.12), since the conditional probability $W_0^{(m+1)T}$ corresponds to that of the repetitive Q–switching case for $m \geq n$.

Due to the memory a multimodal distribution for the passage time can be obtained. The statistical properties of the laser can be understood as a superposition of the statistical properties associated to the last "one" of 2^n different periodic sequences. Each of these sequences, composed of $n+1$ bits, is fixed and it is obtained by taking one of the 2^n possible distributions of n bits "zero" and "one" and a "one" as the last bit. The passage time distribution $P(\tau)$ for the random modulation case with $p = 1/2$ can be obtained in the following way [164, 183]: When a sequence is periodically repeated the passage time distribution associated to the last one of the sequence is obtained. $P(\tau)$ is given by the superposition of these 2^n passage time distributions associated to the different periodic sequences. The maximum number of peaks of $P(\tau)$ is 2^n in the n–memory case. However, it should be noticed that is not likely to observe 2^n peaks since many of the different sequences could give close peaks which are not distinguishable. This will happen when the separation between the peaks is smaller than the width of the passage time distribution associated to the sequences. Multimodal distributions due to memory effects have been also observed in semiconductor lasers modulated at high speed [164, 183]. Two sequences are especially relevant: the periodic sequence without "zeros" between pulses and the one associated to the repetitive Q–switching. This last sequence corresponds in the n–memory case to n "zeros" between two consecutive pulses. The number of photons at the beginning of a pulse decreases when the number of previous "zeros" increases. As a consequence, the largest and smallest values for the passage time will correspond to the repetitive and periodic sequences, respectively. Therefore, a multimodal distribution will be observed when the overlapping between the probability distributions associated to these two sequences is small [164, 183].

It is interesting to consider the limiting situation such that at the end of a pulse the intensity is below the reference level I_r, but large enough for the fluctuations to be negligible. This case corresponds to small values of $r_{\rm off}$. Then in the periodic modulation case the number of photons at the beginning of a pulse is also large, and the switch–on is mainly due to the stimulated emitted photons. As shown in [174] in this deterministic limit when the laser is above threshold on the average, i. e. $r_{\rm off} < r_{\rm on}$, a deterministic steady state is reached for the periodic modulation case, $P_{\rm pm}(\tau) = \delta(\tau - \tau_D)$, where

$$\begin{aligned}\tau_D = \quad & \frac{1}{2a_{\rm on}}\left[\ln\left(\frac{AI_r(a_{\rm on}+a_{\rm off})}{a_{\rm on}a_{\rm off}}\right) + 2a_{\rm off}T(1-\alpha)\right. \\ & \left. - \ln\left(1 - e^{-2a_{\rm on}\alpha T + 2a_{\rm off}(1-\alpha)T}\right)\right]. \qquad (4.30)\end{aligned}$$

Since $r_{\rm off} < r_{\rm on}$ the last term in τ_D can be usually neglected. Then, the switch–

on time in the periodic modulation case is approximately a linear function of r_{off} with a slope given by $(a_{\text{on}})^{-1}$ [174]. In this deterministic limit an analytical condition for the multimodal character of the distribution $P(\tau)$ can be given. Using the criterion based on the overlapping between the distributions associated to the periodic and repetitive sequences the condition $(\tau_r - \tau_D) > \sigma_r$ (see Eqs. (4.29) and (4.30)) is obtained.

4.3.3 Pulse saturation $r_{\text{on}} \gg 1$

In this limiting case the pulses always saturate to reach the *on*–state: $I_{\text{on}} = a_{\text{on}}/A$. The intensity in an *on*–period at time T_{on} is then given by I_{on}. Therefore, the passage time τ is independent of the passage time of the previous pulse τ'. After changing the pump parameter from above to below threshold the laser spends a decay time

$$\tau_1 = \frac{1}{2a_{\text{off}}} \ln \frac{a_{\text{on}}(a_{\text{off}} + AI_r)}{AI_r(a_{\text{off}} + a_{\text{on}})} \tag{4.31}$$

to cross the reference level I_r. Then $\tau + \theta(\tau)$ is a constant given by $T_{\text{on}} + \tau_1$ (see Fig. 4.1). Substituting $\tau' + \theta(\tau')$ by this constant in (4.22) and (4.23), we obtain a conditional probability $W_{\text{sat}}^{(m+1)T}(\tau)$ that only depends on τ. The integral equation (4.12) can be trivially solved in this case obtaining for $P(\tau)$

$$P(\tau) = \sum_{m=0}^{\infty} p(1-p)^m W_{\text{sat}}^{(m+1)T}(\tau). \tag{4.32}$$

According to the previous discussion, when the memory length is n all the terms in (4.32) with $m \geq n$ corresponds to the repetitive Q–switching case given by (4.28). Therefore, only $(n+1)$ different terms must be considered in (4.32).

An interesting situation occurs when r_{off} is small (deterministic periodic modulation) and the memory length is 1, that is $Ta_{\text{off}} \gg 1$. In this case we have $W_{\text{sat}}^{T}(\tau) \sim \delta(\tau - \tau_D)$, whereas $W_{\text{sat}}^{(m+1)T}(\tau)$ for $m > 0$ corresponds to the repetitive Q–switching case (4.28). A better approximation for W_{sat}^{T} including the effect of fluctuations can be obtained in the following way. As shown in [174] the deterministic limit corresponds to a large value of the argument of the Bessel function in (4.23). Then, using [184] $\mathcal{J}_0(x) \sim \exp(x)/\sqrt{2\pi x}$ and replacing $\tau' + \theta(\tau')$ by $T_{\text{on}} + \tau_1$ in (4.23) we get

$$W_{\text{sat}}^T(\tau) \sim P_D(\tau) = \frac{\exp\left(-a_{\text{on}}(\tau - \tau_D)\right)}{\sqrt{2\pi\sigma_D^2}} \times \exp\left[-\frac{\left(1 - e^{-a_{\text{on}}(\tau-\tau_D)}\right)^2}{2a_{\text{on}}^2\sigma_D^2}\right], \quad (4.33)$$

where

$$\sigma_D^2 = \frac{D(a_{\text{on}} + a_{\text{off}})}{2I_r a_{\text{on}}^3 a_{\text{off}}}\left[\frac{AI_r(a_{\text{on}} + a_{\text{off}})}{a_{\text{on}} a_{\text{off}}} e^{2r_{\text{off}}} - 1\right]. \quad (4.34)$$

The mean and variance of the passage time associated to the deterministic periodic modulation are given by τ_D and σ_D^2, respectively.

By using (4.28) and (4.33) in (4.32) the following distribution is obtained for the random modulation case

$$P(\tau) \sim pP_D(\tau) + (1-p)P_r(\tau). \quad (4.35)$$

This distribution is bimodal when the separation between the peaks at τ_D and τ_r is greater than the width of $P_r(\tau)$ (see (4.29) and (4.30)). The mean value of τ, $p\tau_D + (1-p)\tau_r$, is given by

$$\begin{aligned}\langle\tau\rangle = \quad & \frac{1}{2a_{\text{on}}}\left[2pr_{\text{off}} + p\ln AI_r - (1-p)\left(\psi(1) + \ln\frac{D}{I_r}\right)\right. \\ & \left. +(1-2p)\ln\frac{a_{\text{on}}a_{\text{off}}}{a_{\text{on}} + a_{\text{off}}}\right]. \quad (4.36)\end{aligned}$$

When $p = 1/2$ the last term in (4.36) is zero and the switch–on time is a linear function of r_{off} with a slope given by $(2a_{\text{on}})^{-1}$. This slope is one half the one for τ_D in (4.30). The variance of τ is given from (4.35) by

$$\sigma_\tau^2 = (1-p)\sigma_r^2 + p\sigma_D^2 + p(1-p)(\tau_r - \tau_D)^2. \quad (4.37)$$

This variance has a maximum value when the probability p of pulses is

$$p_{\max} = \frac{1}{2} - \frac{(\sigma_r^2 - \sigma_D^2)}{(\tau_r - \tau_D)^2}. \quad (4.38)$$

In the bimodal case when the peaks are clearly separated $p_{\max} \sim 1/2$, that is the result for a random variable that can take only two values.

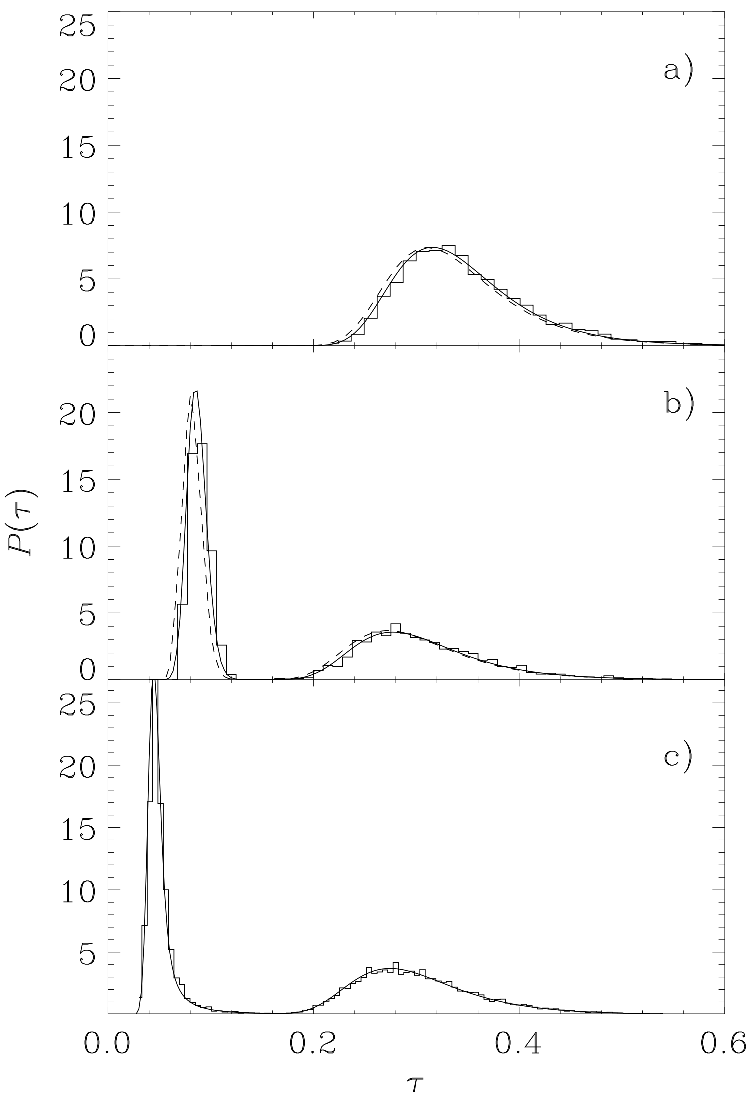


Figure 4.2: Probability density function $P(\tau)$ for different values of the parameters: (a) $T = 2$, $a_{\rm off} = 10$, $\alpha = 0.6$; (b) $T = 2$, $a_{\rm off} = 3$, $\alpha = 0.6$; (c) $T = 1.2$, $a_{\rm off} = 3$, $\alpha = 0.45$. Other parameters are $a = 10$, $A = 1$, $D = 10^{-3}$, $I_r = 0.1$, and $p = 0.5$. Histograms correspond to numerical simulations of Eq. (4.14), solid lines correspond to theory (Eq. 4.12) and dashed lines to the analytical approximations given by Eq. (4.28) (a) and Eq. (4.35) (b)

4.4 Comparison between theory and numerical simulations

In this section we compare theoretical and simulation results for the pulse statistics of randomly modulated gas lasers. The stationary passage time probability density is obtained by solving the integral equation (4.12) with a standard numerical algorithm. In some cases (see Sec. 4.3.3) an analytical solution can be obtained. In the numerical simulations we have considered a transient of 100 periods to ensure that the system has reached the steady–state conditions. A very good agreement between theory and simulations is observed in Fig. 4.2 for different types of distributions $P(\tau)$. Figs. 4.2a and 4.2b correspond to the case of pulse saturation, $r_{\rm on} \gg 1$, and different values of $r_{\rm off}$. In Fig. 4.2a this parameter is large and $P(\tau)$ is given by the repetitive Q–switching distribution (4.28). When $r_{\rm off}$ is decreased a bimodal distribution is obtained in Fig. 4.2b due to memory effects. This situation corresponds to the last case discussed in the previous section with a memory length of 1 period. The two peaks are associated to the periodic modulation (nearly deterministic) and the repetitive Q–switching. In this case the analytical result (4.35) for $P(\tau)$ is in good agreement with the numerical simulations. In Fig. 4.2c the period T decreases and then both $r_{\rm on}$ and $r_{\rm off}$ are also reduced. As a consequence different pulse heights are obtained (no pulse saturation). However, the passage time distribution is also bimodal, because the memory length is similar to that of the case in Fig. 4.2b.

In Figs. 4.3 and 4.4 we show the mean value and variance of the passage time versus $r_{\rm off}$ for the pulse saturation case. Analytical results have been obtained from (4.32). The values of $a_{\rm on}$ and T are kept fixed and the value of $a_{\rm off}$ is changed. Two different values of α are considered that fulfill the condition $r_{\rm on} \gg 1$. In this way the value of $r_{\rm off}$ can be changed by varying $a_{\rm off}$ or $T_{\rm off} = (1-\alpha)T$. Two different types of modulation, periodic ($p = 1$) and random ($p = 1/2$), are compared in these plots. A very good agreement between theory and simulations is obtained. For large values of $r_{\rm off}$ the repetitive Q–switching regime is reached and the results (see (4.29)) are independent of the type of modulation. When $r_{\rm off}$ decreases $\langle\tau\rangle$ and σ_τ are given by (4.36) and (4.37), respectively. This situation corresponds to a deterministic periodic modulation and 1 period memory. A linear behavior is observed for the mean passage time versus $r_{\rm off}$ with a relation of one half between the slopes of the

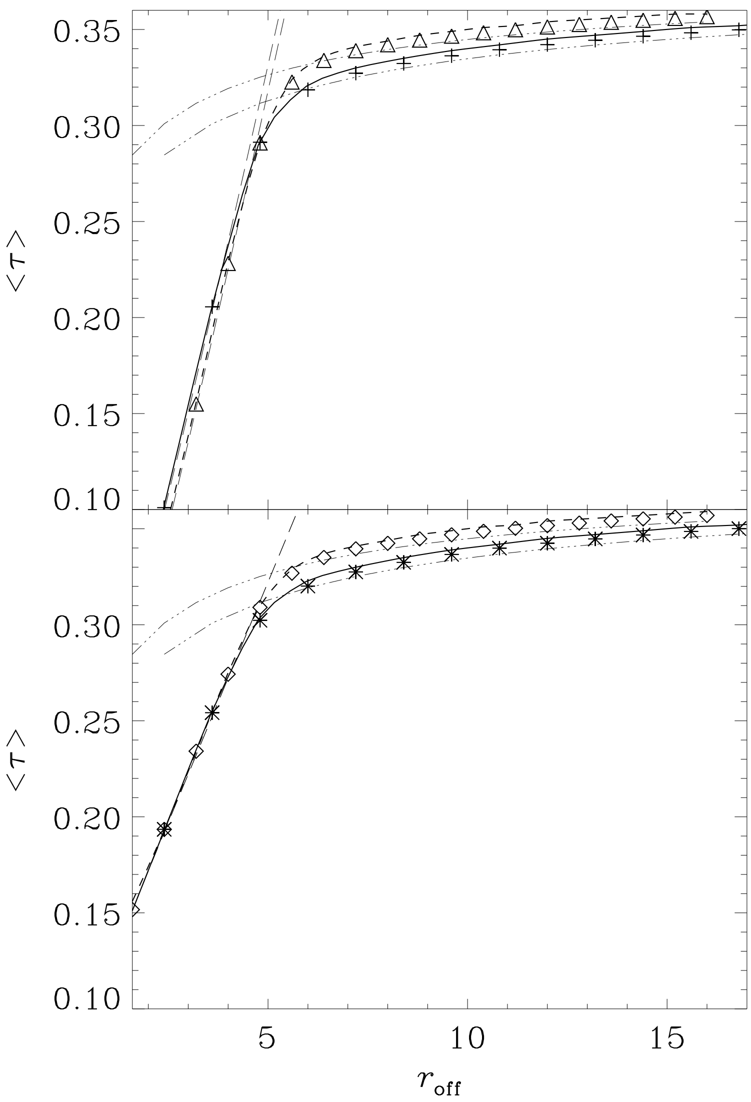


Figure 4.3: Mean switch–on time $< \tau >$ as a function of $r_{\rm off}$ for periodic, $p = 1$, (upper plot) and random, $p = 0.5$, (lower plot) modulation. Asterisks and crosses (diamonds and triangles), obtained from simulations, and solid (dashed) lines, obtained from theory (Eq. 4.12) correspond to $\alpha = 0.4$ ($\alpha = 0.6$). Three–dot–dashed lines correspond to Eq. (4.29) and long–dashed lines correspond to Eq. (4.36). Parameter values are the same as in Fig. 4.2, with $T = 2$ and $a_{\rm off}$ variable.

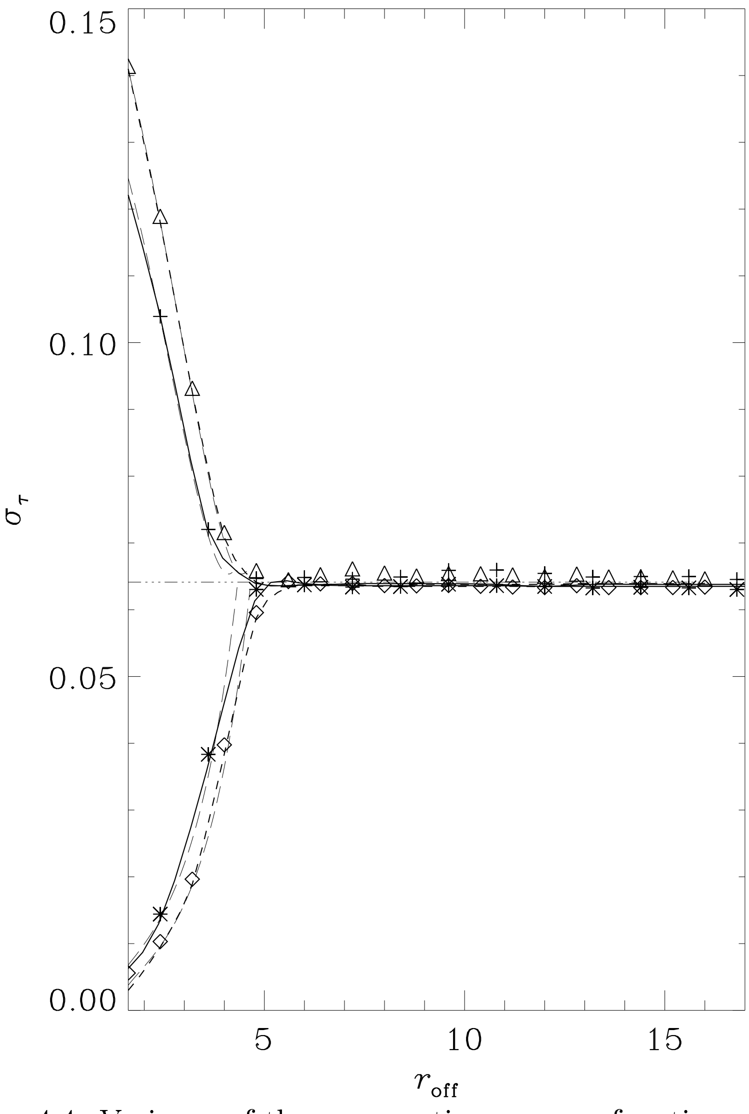


Figure 4.4: Variance of the passage time σ_τ as a function of r_{off} for the same parameter values as in Fig. 4.3. Long–dashed lines correspond to Eq. (4.37).

random and periodic modulation cases, as predicted by the theory. In the random modulation case $\langle\tau\rangle$ is only a function of $r_{\rm off}$ and the same result is obtained for the two values of α. However, a slight difference is observed in the periodic modulation case due to the last logarithmic term in (4.36). As concerns the variance, when $r_{\rm off}$ decreases a very different behavior is observed in Fig. 4.4 for the periodic and random modulation cases. In the first case ($p = 1$, only pulses) the number of photons at the beginning of a pulse increases when $r_{\rm off}$ decreases. Then the fluctuations decrease. However, in the random modulation case a bimodal distribution appears, and σ_τ is mainly due to the separation between the peaks of $P(\tau)$. Then the linear behavior of σ_τ with $r_{\rm off}$ is due to the linear increase of τ_D with this parameter.

The variation of the statistical parameters $\langle\tau\rangle$ and σ_τ with the probability p of occurrence of pulses is shown in Fig. 4.5. We have considered the pulse saturation case for two different values of α. Both values correspond to the situation described in Sec. 4.3.3 by (4.35). Then the analytical results can be obtained from (4.36) and (4.37). A very good agreement is found between theory and simulations. The first value $\alpha = 0.6$ corresponds for $p = 1/2$ to the bimodal distribution shown in Fig. 4.2b. In this case, according to (4.38), the maximum value of the variance is obtained when $p \sim 1/2$. In the second case ($\alpha = 0.4$) the peaks of the distribution are not clearly separated, since we have $(\tau_r - \tau_D) \sim (\sigma_r + \sigma_D)$. Then the maximum of σ_τ is obtained for a smaller value of $p \sim 0.3$.

Finally we have analysed the statistics of pulse heights I_m. The corresponding density $P_H(I_m)$ is obtained from the passage time distribution by using (4.27). In Fig. 4.6a the pulse height distribution for the case of Fig. 4.2c is shown. In this case $r_{\rm on}$ is not large enough for all the pulses to saturate and a bimodal distribution for the pulse heights is obtained. When there is a "zero" before a pulse the passage time is large, and then the *on*–state $I_{\rm on}$ is not reached during $T_{\rm on}$. These passage times correspond to the broad peak in Fig. 4.2c. The narrow peaks in Figs. 4.2c and 4.6a are associated to pulses that follow another pulse. When the period is increased all the pulses have enough time during $T_{\rm on}$ to saturate and a distribution peaked around $I_{\rm on}$ is obtained (see Fig. 4.6b). In this case the parameters are similar to those of Fig. 4.2b.

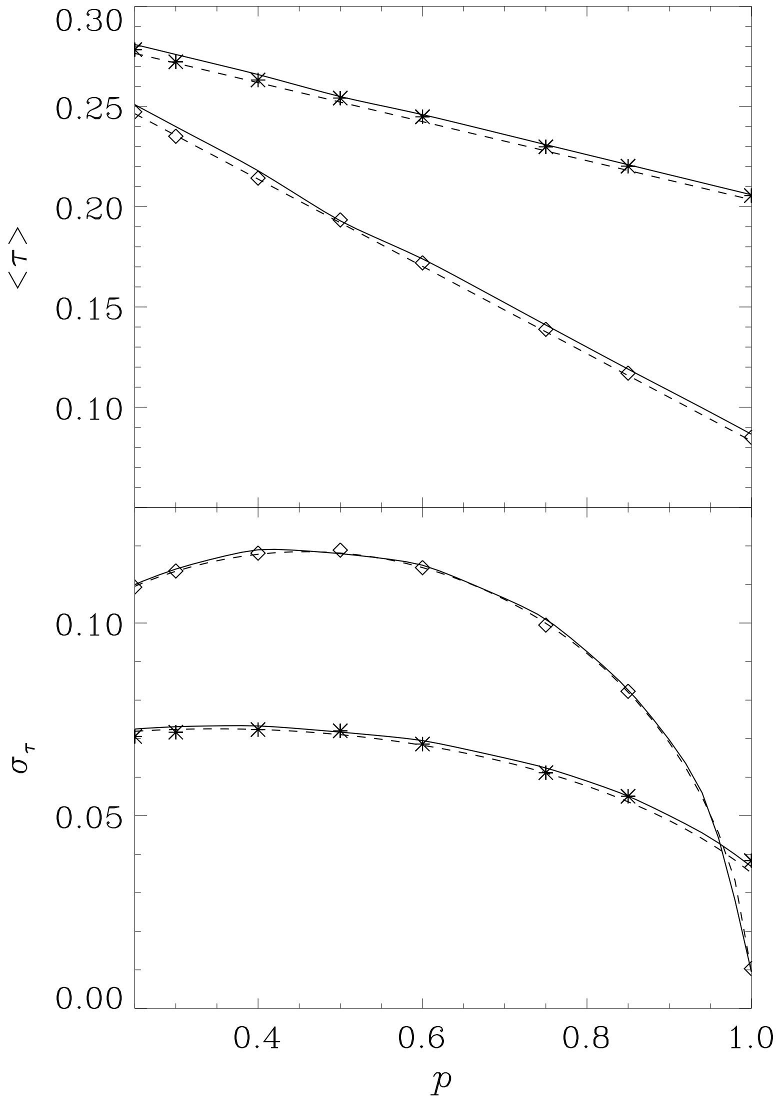


Figure 4.5: Mean value $< \tau >$ and variance σ_τ of the passage time as a function of p for two values of α as obtained from simulation (symbols) and from theory (lines). Asterisks correspond to $\alpha = 0.4$ and diamonds to $\alpha = 0.6$. Solid lines correspond to Eq. (4.12) and dashed lines to Eqs. (4.36) and (4.37)

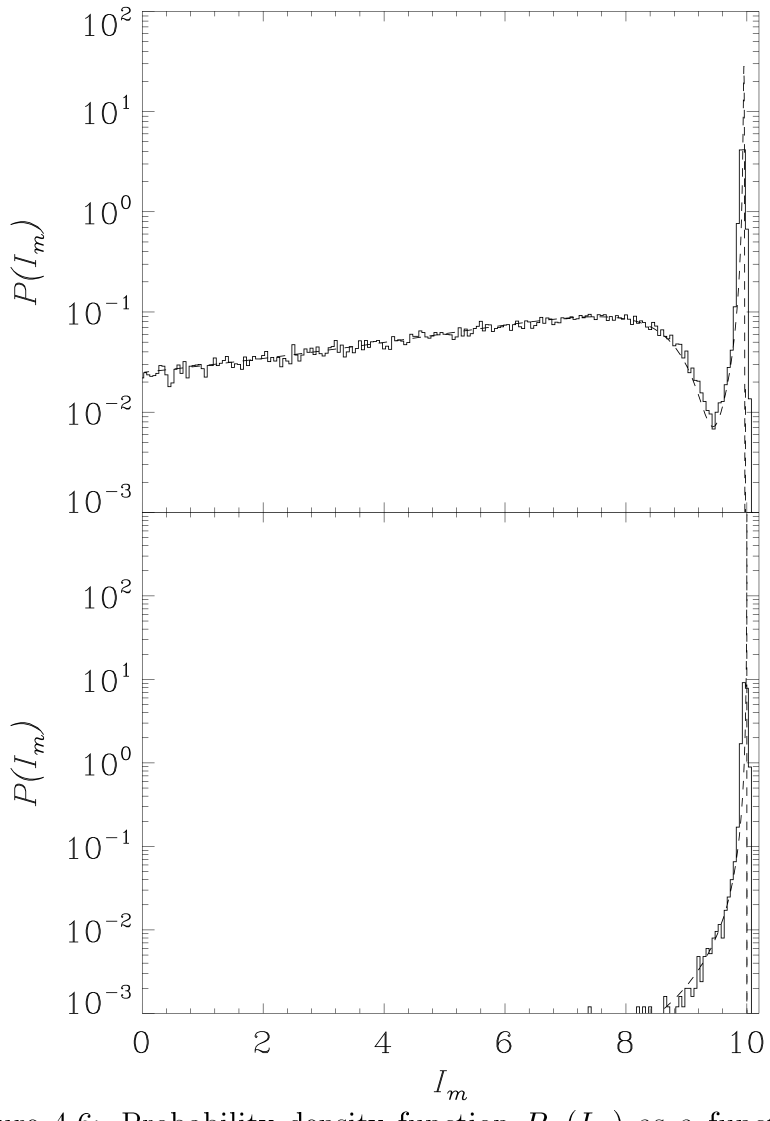


Figure 4.6: Probability density function $P_H(I_m)$ as a function of height for $T = 1.2$ (upper plot) and $T = 2$ (lower plot). Histograms correspond to simulation and dashed lines to theory (Eq. (4.27)). Other parameters are the same as in Fig. 4.2(c)

Chapter 5

Theoretical calculation of turn–on delay time statistics of laser diodes under Periodic Modulation (PM)

5.1 Introduction

The light sources used in high–capacity, long–haul fiber–based communication systems are typically single–mode laser diodes, either DFB or DBR lasers. These devices remain in stable single–mode operation under fast modulation of the injection current. For such laser sources one factor that limits the system performance is timing jitter, i.e., the fluctuations in the delay between the electrical and optical pulses (turn–on delay). This uncertainty in the switch–on time of the laser is due to the stochastic nature of the spontaneous emission process.

For periodic modulation at frequencies of the order of MHz timing jitter strongly depends on bias current. Both turn–on delay time and jitter are reduced when biasing above threshold, due to the fact that the spontaneous emission noise is negligible compared to the stimulated emission. This slow modulation regime corresponds to the repetitive gain–switching, i.e., the gain–switching events are essentially independent. In this case enough time elapses before each turn–on time pulse so that the laser starts from the stationary initial condition fixed by the bias current. However, at modulation frequencies of several GHz the timing jitter becomes almost independent of the bias current in a periodic modulation regime. The initial condition at the beginning of a pulse is not determined by the bias current, since the laser has not enough time to relax to the steady state associated to this current. This initial condition is given by the dynamics of the system, and plays an important role in determining the evolution of the following pulse.

Most of the theoretical results for turn–on time statistics are based on numerical simulations of the stochastic rate equations for the laser. However, simulations can not give information on the rare events that contribute to error rates as low as 10^{-9}, due to the large amount of computational time required. A theory has been developed[182] to obtain the turn–on time probability distribution in the periodic modulation regime at GHz rates. The theory is based on a consistency condition for the statistical properties associated with two consecutive pulses. This theory is valid also for low modulation frequencies when the laser is biased below threshold. However, for bias current above threshold it is restricted to large enough rates of the order of several GHz. This range corresponds to the situation such that the photon number between pulses is small. Then laser operation can be splitted into two regimes: a stochastic regime with a low number of photons in which noise is relevant, and a deterministic regime in which noise can be neglected.

Here we report a new combined method, numerical and analytical, for obtaining the turn–on time statistics for laser diodes under periodic modulation of the injected current. This method is valid for lasers biased above threshold for any modulation frequency. The main result of the method is an integral equation for the turn–on time probability density. This equation is derived from a consistency condition between two consecutive pulses [182]. However, now the approach followed in Ref. [182] to obtain the kernel of this integral equation is not useful, because the laser evolution can not be separated into the two regimes, stochastic and deterministic. When the modulation frequency is not very high the laser intensity relaxes to the steady–state associated to the bias current above threshold. During these relaxation oscillations the stochastic evolution of laser intensity can not be decoupled of the carrier number dynamics.

The chapter is organized as follows. In Section 5.2 we describe the stochastic rate equations, modulation regimes and the parameters used in the calculations. The method previously developed for the periodic modulation case[182] is also reviewed. A new method is introduced in Section 5.3 to obtain the turn–on time distribution for lasers biased above threshold under periodic modulation conditions. Turn–on time statistics for different bias currents above threshold and different modulation frequencies are obtained. Theoretical results are compared with numerical simulations of the stochastic rate equations, and a good agreement is obtained.

5.2 PM with bias current below threshold.

Our analysis is based on single–mode laser rate equations including a random term that describes spontaneous emission noise

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{1+i\alpha}{2}[G(t)-\gamma]E(t) + \sqrt{2\beta N(t)}\,\xi(t), \tag{5.1}$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = C(t) - \gamma_e N(t) - G(t)|E(t)|^2, \tag{5.2}$$

where a gain–saturation factor of the form $\sqrt{1+s|E(t)|^2}$ is included in the gain[185]

$$G(t) = \frac{g[N(t)-N_0]}{\sqrt{1+s|E(t)|^2}}. \tag{5.3}$$

Units have been chosen so that the laser intensity $I = |E(t)|^2$ and N correspond to the number of photons and the number of minoritary carriers within the active layer, respectively. The meaning of the symbols and the values of the different parameters appearing in (5.1)-(5.3) are listed in Table 5.1. The random spontaneous emission process is modeled by a complex Gaussian white noise term $\xi(t)$ of zero mean and correlation

$$\langle \xi(t)\xi^*(t')\rangle = 2\delta(t-t').$$

The injection current $C(t)$ follows a square–wave modulation of period $T = t_{\mathrm{on}} + t_{\mathrm{off}}$, taking its "on" value C_{on} during t_{on}, and then dropping to the bias level, C_b, where it stays during t_{off}. For very large t_{off} the laser reaches the stationary state given by C_b. This situation corresponds to the repetitive gain–switching regime. To study the dependence of the laser response on the

Parameter	Symbol	Value	Units
Threshold current	C_{th}	3.76×10^{16}	s^{-1}
Differential gain	g	5.6×10^{4}	s^{-1}
Carrier number at transparency	N_0	6.8×10^{7}	adim.
Nonlinear gain saturation	s	1.2×10^{-6}	adim.
Spontaneous emission factor	β	1.1×10^{4}	s^{-1}
Linewidth enhancement factor	α	5.5	adim.
Inverse photon lifetime	γ	4×10^{11}	s^{-1}
Inverse carrier lifetime	γ_e	5×10^{8}	s^{-1}

Table 5.1: Meaning and values of the different parameters appearing in the model.

bias current, we fix $C_{\rm on} = 3.5\, C_{\rm th}$, and to examine the dependence on the modulation frequency, we take $t_{\rm off}$ as a free parameter while we fix $t_{\rm on} = 90$ ps. For the parameter values of Table 5.1 this choice of $t_{\rm on}$ gives a convenient pulsed operation of the laser in which only the first spike of the relaxation oscillations is excited[164].

The turn–on time τ is defined as the delay between the beginning of the period and the emission of the pulse, given by the time at which the laser intensity first surpasses a reference level I_r. We take the reference intensity to be 10 % of the steady–state intensity $I_{\rm st}$ corresponding to $C_{\rm on}$ for bias current below threshold and 50 % of $I_{\rm st}$ for bias current above threshold. In this way we avoid errors due to spurious turn–on induced by relaxation oscillations during $t_{\rm off}$ for bias current above threshold. For the parameter values used in this work a pulse is always emitted during $t_{\rm on}$ and all the pulses decay from their maximum values to cross the reference level during $t_{\rm off}$ (see Fig. 5.1).

In the following we consider the turn–on time probability density function $P(\tau)$ in the stationary regime. In this regime this distribution becomes independent of the initial conditions and the statistical properties of the turn–on time are the same for two consecutive pulses. This consistency condition can be used[182] to get the following integral equation for $P(\tau)$,

$$P(\tau, N_\tau) = \int_0^T d\tau' \int_0^\infty dN_{\tau'}\; W(\tau, N_\tau/\tau', N_{\tau'}) P(\tau', N_{\tau'}) \ , \qquad (5.4)$$

where $W(\tau, N_\tau/\tau', N_{\tau'})$ is the joint conditional probability of reaching I_r at time τ with carrier number N_τ, when the reference level is reached at time τ'

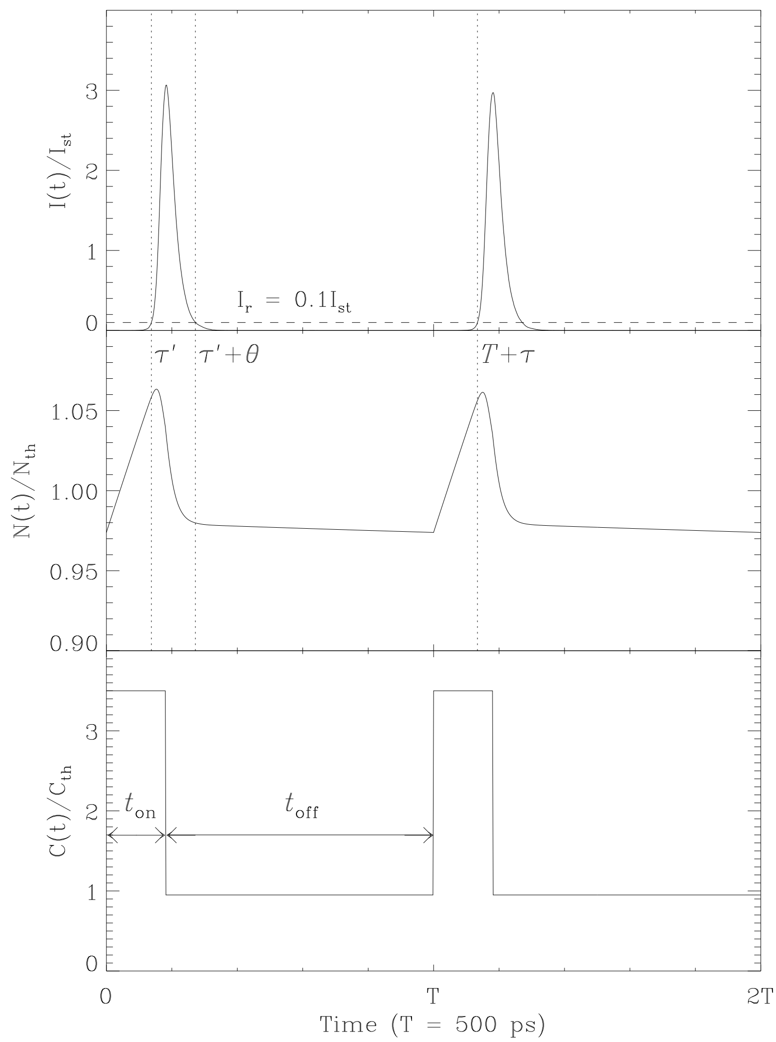


Figure 5.1: Time evolution for the intensity $I(t)$, carrier number $N(t)$, and injection current $C(t)$ for periodic modulation. The bias current is $C_b = 0.95C_{\rm th}$.

in the previous period with carrier number $N_{\tau'}$ (see Fig. 5.1). The fluctuations of the carrier number $N(0)$ at the beginning of a period are very small. Since the dynamical evolution of the carriers is deterministic, the probability distribution of $N_{\tau'}$ is a delta function. $N_{\tau'}$ can be obtained by neglecting the stimulated emission term in the carrier evolution. This leads to a linear equation for the carrier number evolution uncoupled from photon dynamics. The initial condition $N(0)$ can be obtained from the numerical integration of the deterministic nonlinear rate equations. An analytical estimation of this value can be also given [182]. Then (5.4) reduces to the following equation,

$$P(\tau) = \int_0^T d\tau' \; W(\tau/\tau', N_{\tau'}) P(\tau') \; . \tag{5.5}$$

An approximation for the conditional probability $W(\tau/\tau' N_{\tau'})$ has been obtained in reference [182] by splitting laser operation into two regimes, a stochastic regime with low number of photons, $I < I_r$ and a deterministic regime, $I > I_r$. This approximation is valid when the carrier dynamics is not coupled to photon dynamics (stimulated emission is neglected) during the stochastic regime. This corresponds to a small number of photons during t_{off}, which is always the situation for lasers biased below threshold. However, when $C_b > C_{\text{th}}$ this is not the case for modulation frequencies smaller than 2 GHz for the parameters considered in this work. We consider in this section the case of a bias current below threshold. In the following section a new method is developed to obtain the kernel of the integral equation for lasers biased above threshold.

We now review the method developed to obtain the kernel of the integral equation for lasers biased below threshold [182]. In the stochastic regime we can neglect the nonlinear gain saturation term in (5.3) and the stimulated emission term in (5.2). The resulting stochastic rate equations are linear, hence the statistical distributions are easily obtained[193, 182]. The initial conditions in this stochastic regime (see Fig. 5.1) are $I(\tau' + \theta) = I_r$ and $N(\tau' + \theta) = N_\theta$. The time spent in the deterministic region $\theta(\tau')$ can be obtained by numerical integration of the nonlinear deterministic rate equations with the initial $I(\tau') = I_r$, $N(\tau') = N_{\tau'}$ and final conditions $I(\tau' + \theta) = I_r$ (see Fig. 5.1). The value of $N_{\tau'}$ is obtained as explained before. The electric field components are given (see Sect. 2.2) by

$$E_i(t) = h_i(t) \exp\left(\frac{1}{2}\int_{\tau'+\theta}^{t} \{g[N(s) - N_0] - \gamma\} ds\right) \tag{5.6}$$

where

$$N(t) = N_\theta \exp[-\gamma_e(t - \tau' - \theta)] + \int_{\tau'+\theta}^{t} \exp[-\gamma_e(t-s)]C(s)ds, \tag{5.7}$$

and

$$\begin{aligned} h_i(t) &= E_i(\tau'+\theta) + \int_{\tau'+\theta}^{t} \sqrt{2\beta N(t')} \\ &\times \exp\left(-\frac{1}{2}\int_{\tau'+\theta}^{t'} \{g[N(s) - N_0] - \gamma\} ds\right) \xi_i(t')dt' \end{aligned} \tag{5.8}$$

are Gaussian processes of mean $\langle h_i \rangle = E_i(\tau'+\theta)$ and variance

$$\sigma_{h_i}^2 = \sigma_h^2 = \int_{\tau'+\theta}^{t} 2\beta N(t') \exp\left(-\int_{\tau'+\theta}^{t'} \{g[N(s) - N_0] - \gamma\} ds\right) dt'. \tag{5.9}$$

The intensity I in the linear regime is given by

$$I(t) = E_1^2(t) + E_2^2(t) = \Gamma(t) \exp\left(\int_{\tau'+\theta}^{t} \{g[N(s) - N_0] - \gamma\} ds\right), \tag{5.10}$$

where $\Gamma(t) = h_1^2(t) + h_2^2(t)$. Substituting t by τ and $I(t)$ by I_r, we find a relationship between τ and $\Gamma(\tau)$:

$$\Gamma(\tau) = I_r \exp\left(-\int_{\tau'+\theta}^{\tau} \{g[N(s) - N_0] - \gamma\} ds\right). \tag{5.11}$$

Note that $\Gamma(\tau)$ also depends on τ' and $N_{\tau'}$ through N_θ and θ. From eq. (5.11) we can calculate the kernel of the integral equation through the statistical properties of Γ. The probability density P_Γ can be easily calculated from the statistics of h_1 and h_2, giving

$$P_\Gamma(x) = \frac{1}{2\sigma_h} \exp\left(-\frac{I_r + x}{2\sigma_h}\right) \mathcal{I}_0\left(\frac{\sqrt{xI_r}}{\sigma_h}\right), \tag{5.12}$$

where $\mathcal{I}_0$ is the Bessel function of order zero.

It has been shown [182] that the results obtained with this method for the switch–on time statistics are in good agreement with the numerical simulations when $C_b < C_{th}$ for any modulation frequency. However, for lasers biased above threshold the theory fails when the modulation frequency is smaller than 2.5 GHz. Then a different approximation must be developed when $C_b > C_{th}$ to obtain the kernel W in the integral equation (5.5).

5.3 PM with bias current above threshold

In this section a new method is developed to obtain the switch–on time distribution for lasers biased above threshold under periodic modulation conditions. The method is also based on the integral equation (5.5), but now the approach considered in the previous section to obtain the kernel W is not valid when the modulation period is greater than 500 ps. In this case the number of photons between pulses is not small (see Fig. 5.2), and the laser evolution can not be separated into the two regimes, stochastic and deterministic. When $I < I_r$ the stochastic evolution of laser intensity is coupled with carrier number during the relaxation oscillations (see Fig. 5.2).

The integral equation (5.5) takes into account the fact that for modulated systems the initial condition at the beginning of a pulse is dependent on the previous pulse. For low enough modulation rates this "memory" effect disappears. When t_{off} increases the steady state associated to the bias current is reached at the end of a pulse. Then the initial state of the following pulse corresponds to this steady steady state. Fig. 5.3 shows the memory effect for different modulation frequencies. The results for the turn–on time statistics are obtained from numerical simulations by considering the pulses that are preceeded by a pulse with a given value of τ'. The dependence on the turn-on time of the previous pulse corresponds to that of the conditional probability on τ'. Memory effects are observed in Fig. 5.3 for a laser biased 10% above threshold even at frequencies of 1 GHz.

In order to obtain $W(\tau/\tau' N_{\tau'})$ we consider the stochastic equations in terms of the field amplitude $A = \sqrt{I}$,

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}\left[\frac{g(N-N_0)}{\sqrt{1+sA^2}} - \gamma\right] A + \beta\frac{N}{A} + \sqrt{2\beta N(t)}\,\xi_A(t), \tag{5.13}$$

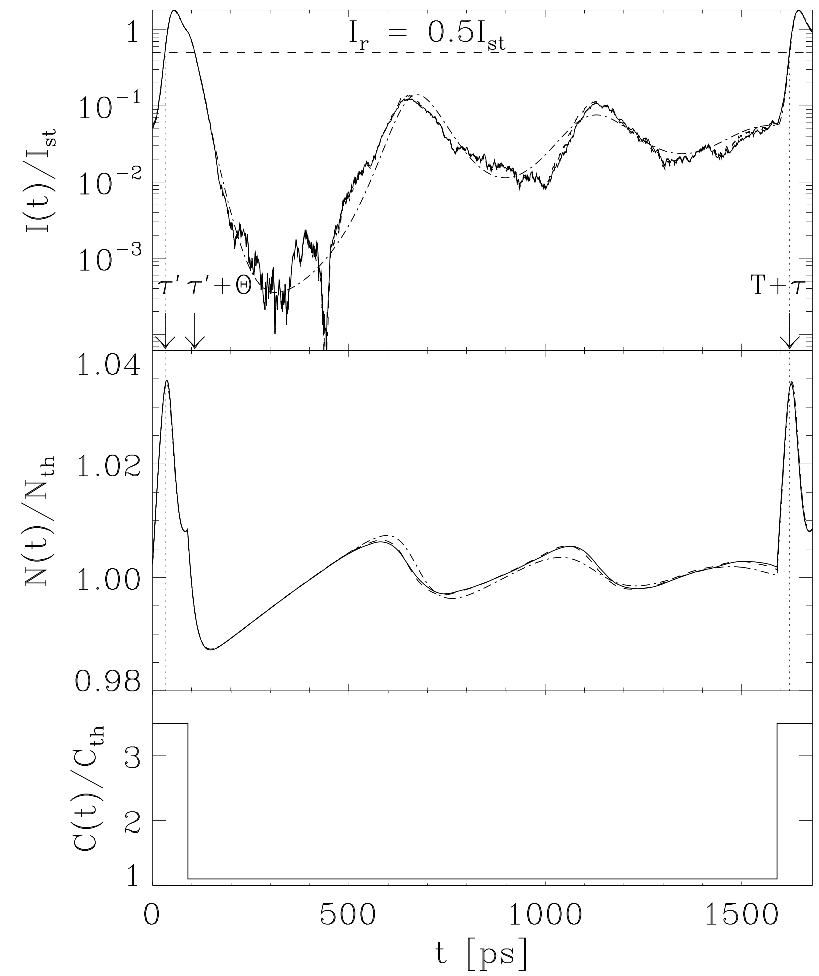


Figure 5.2: Time evolution for the intensity $I(t)$, carrier number $N(t)$, and injection current $C(t)$ for periodic modulation with a bias current $C_b = 1.1\,C_{\rm th}$ and period $T = 1590$ ps. Solid lines correspond to numerical simulations of Eqs. (5.1) and (5.2), dot–dashed lines to the deterministic evolution, and dashed lines to the linearization around the deterministic solution.

$$\frac{dN}{dt} = C(t) - \gamma_e N - \frac{g(N-N_0)}{\sqrt{1+sA^2}} A^2, \tag{5.14}$$

where $\xi_A(t)$ is a real white noise with correlation

$$\langle \xi_A(t) \xi_A(t') \rangle = \delta(t-t'). \tag{5.15}$$

When $I < I_r$ the stochastic evolution of laser intensity is coupled with carrier number during the relaxation oscillations (see Fig. 5.2). However, the deviation from the deterministic evolution in the relaxation oscillations can be treated in a perturbative way. Then we linearize the rate equations around the deterministic evolution, that is obtained by numerical integration of (5.13)–(5.14) without the noise term. As shown in Fig. 5.2 for one typical realization a good description of the dynamical evolution is obtained in this way. It is expected that this approximation will work better when increasing the bias current. The resulting equations are stochastic linear equations with time dependent coefficients. The probability distribution of $A(t)$ is Gaussian and it is easily obtained. The photon number probability distribution $P_I(I, t/\tau', N_{\tau'})$ is derived from the field distribution. The turn–on time probability distribution can be evaluated from $P_I(I, t/\tau', N_{\tau'})$ by noting that the probability that the crossing time of the level I_r will be greater than τ equals the probability that I is less than I_r at time τ. Therefore, we obtain

$$W(\tau/\tau', N_{\tau'}) = -\frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^{I_r} P_I(I, \tau/\tau', N_{\tau'})\, dI \ . \tag{5.16}$$

The results obtained with this method for the turn–on time statistics for lasers biased above threshold are plotted in Figs. 5.4 for different values of the bias current above threshold. A good agreement of the theoretical results with numerical simulations is observed for a wide range of the modulation period, even when the laser is biased close to threshold. The oscillations observed in the mean turn–on time and in the jitter correspond to the relaxation oscillations in photon and carrier number. The turn–on time distribution $P(\tau)$ obtained from the method is compared with numerical simulations in figure 5.5. A qualitative agreement is obtained even for bias current close to threshold. The agreement is better when C_b and/or the modulation period T increases. In particular the repetitive gain–switching regime, that is achieved for long values of $t_{\rm off}$, is well described by the theory (see Fig. 5.6).

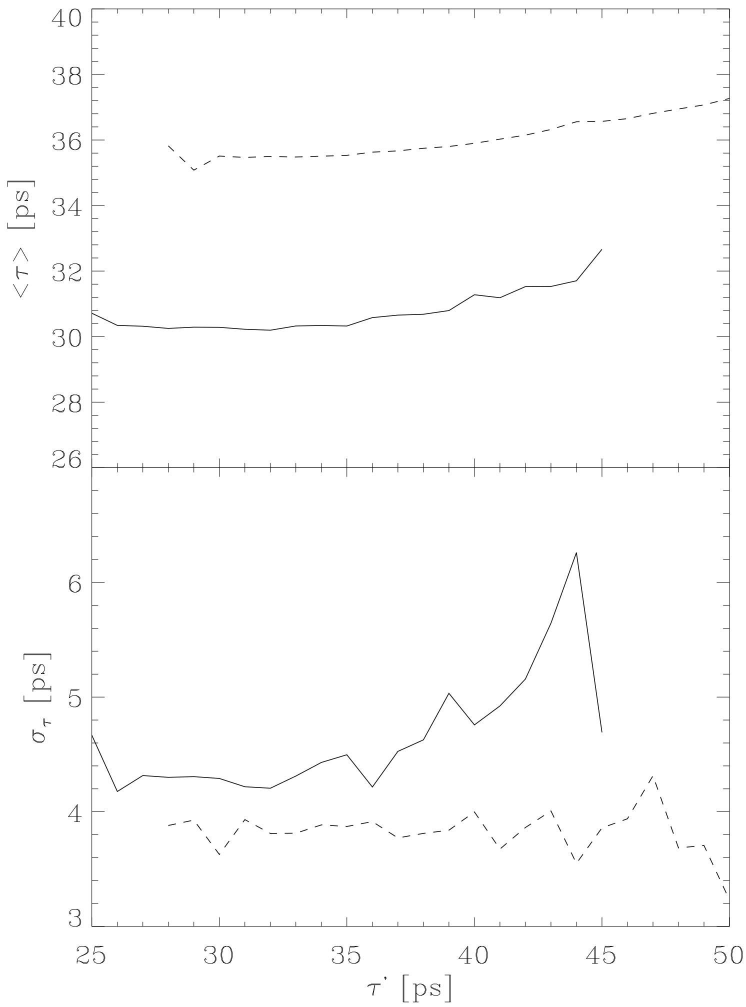


Figure 5.3: Mean switch–on time $\langle\tau\rangle$ and timing jitter σ_τ as a function of the switch–on time of the previous pulse for $C_b = 1.1\, C_{\rm th}$ and two values of the modulation period T: solid lines correspond to $T = 590$ ps and dashed lines correspond to $T = 990$ ps.

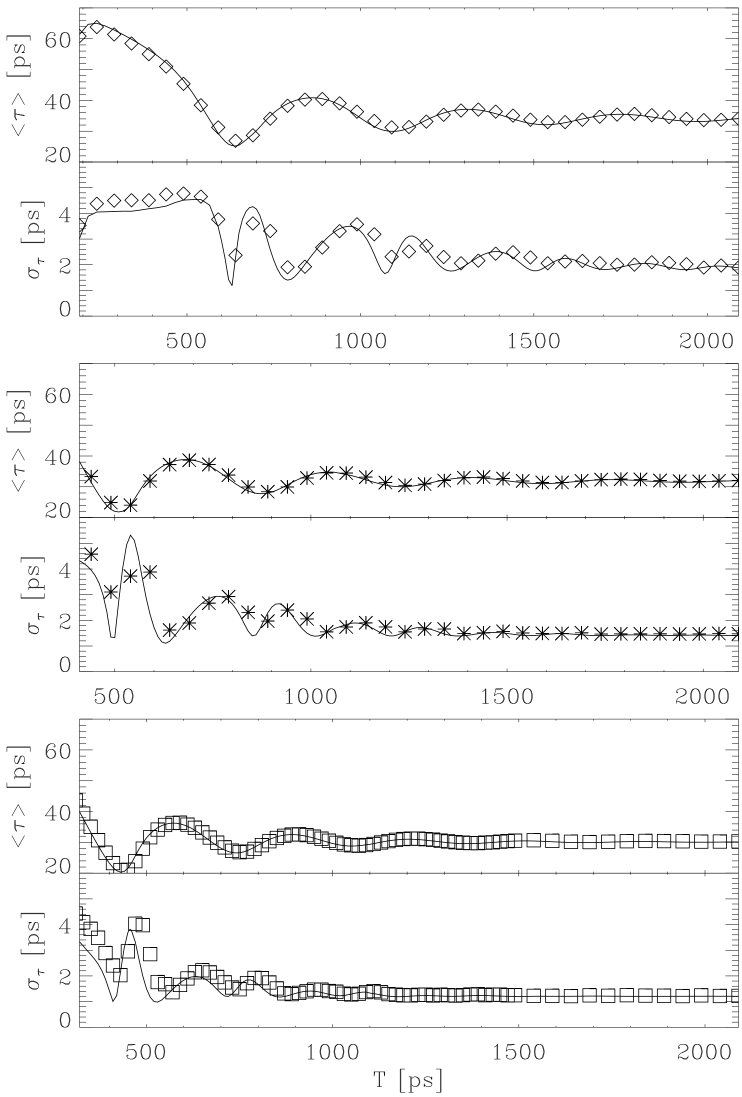


Figure 5.4: Mean switch–on time $\langle\tau\rangle$ and timing jitter σ_τ vs. the modulation period T for periodic modulation and different values of the bias current C_b above threshold. Solid lines correspond to theory and symbols to numerical simulations: diamonds for $C_b = 1.1\,C_{\rm th}$, asterisks for $C_b = 1.15\,C_{\rm th}$ and squares for $C_b = 1.2\,C_{\rm th}$.

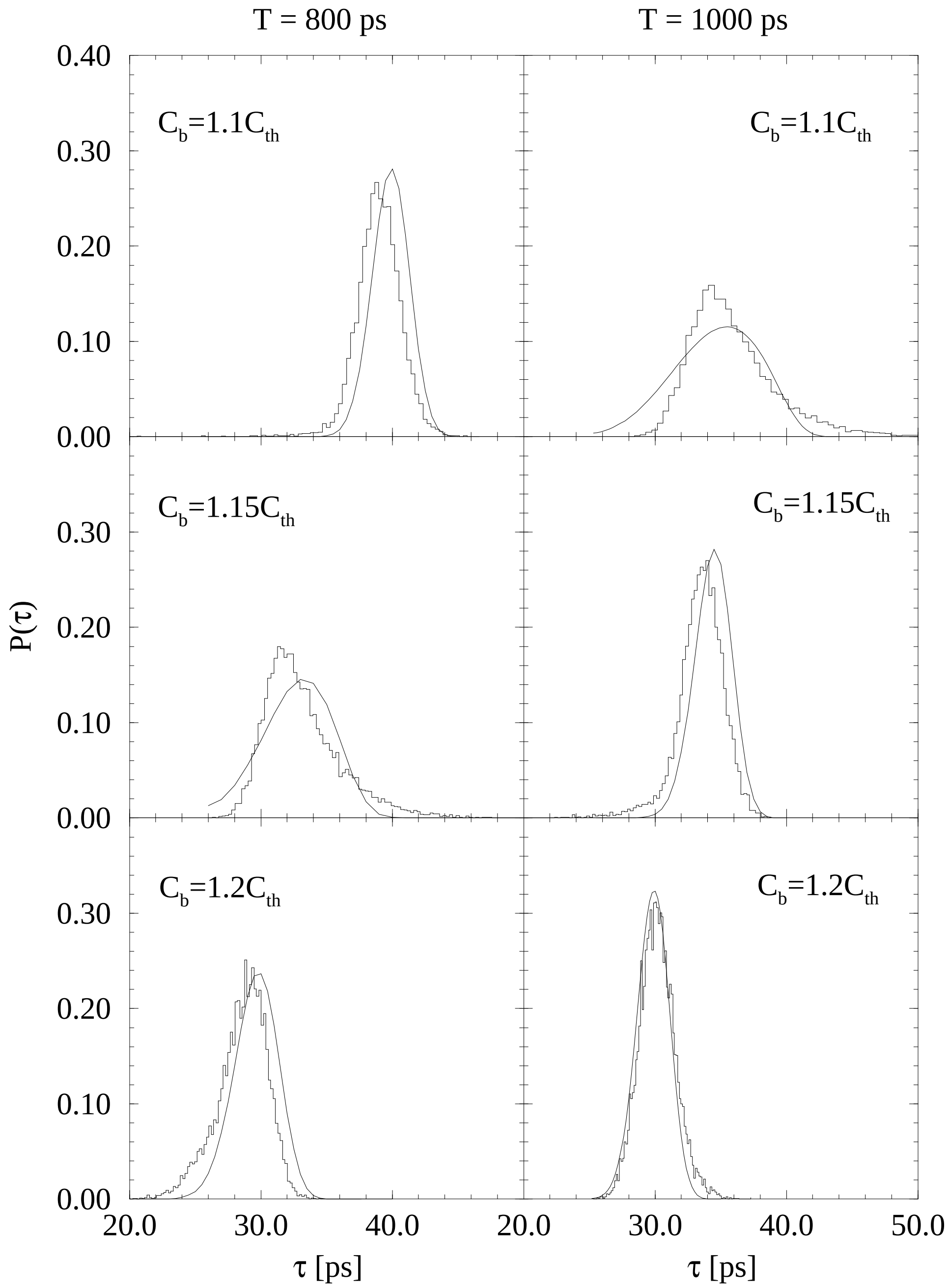


Figure 5.5: Turn–on time distribution, $P(\tau)$, for different values of the modulation period T and bias current $C_b > C_{\rm th}$. Histograms correspond to numerical simulations and solid lines to theory

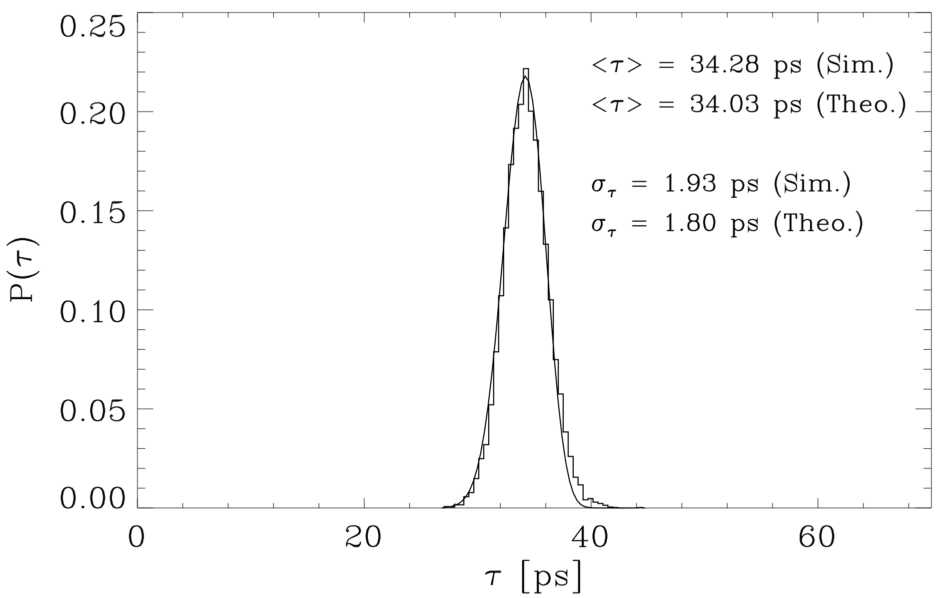


Figure 5.6: Turn–on time distribution, $P(\tau)$, for the repetitive gain–switching case (T = 4000 ps) with $C_b = 1.1\,C_{\mathrm{th}}$. Histogram corresponds to numerical simulations and solid line to theory.

In conclusion, we have developed a new method for calculating the turn–on time statistics for laser diodes biased above threshold under periodic modulation of the injected current. The results obtained with this new method are in good agreement with numerical simulations for any value of the modulation frequency. When considering pseudorandom word modulation, the method can be used to study sequences with any number of "0" bits before a pulse ("1" bit). The main advantage of the method is that it allows to obtain the turn–on time probability distribution without performing numerical simulations of the stochastic rate equations. Then very low error rates can be estimated using this method.

Chapter 6

Theoretical calculation of turn–on delay time statistics of laser diodes under PRWM

6.1 Introduction

The limitations imposed by directly modulated lasers on high capacity optical communication systems are becoming more apparent as bit rates are raised up to and beyond 10 Gb/s. The optimum performance of fiber–based systems is obtained with monochromatic light sources, either DFB or DBR lasers, that remain single–mode, even under fast large–signal pseudorandom word modulation (random sequence of “1” and “0” bits). Recent laser developments have greatly improved direct modulation rates and have reduced spectral widths, so that fiber dispersion causes less degradation. Noise in semiconductor lasers introduce fluctuations that can degrade the system performance considerably[163, 83]. Two main limiting factors of high–speed intensity modulation/direct detection systems are timing jitter and the resulting chirp noise. The fluctuations in the delay between the electrical and optical pulses (turn–on delay) are due to the stochastic nature of the spontaneous emission process. Nonlinear dynamics amplify the indeterminacy of the turn–on time so that pulses of different pulse height, energy and width occur. The characteristics of pulse statistics such as the distribution of pulse height[186, 187, 188, 93, 189], energy[189] and width[189] are easily related to the statistics of turn–on time.

Chirp noise is another important factor in fiber–based communication systems. The laser frequency chirping arises from the dependence of the laser frequency on the refraction index, which varies with the carrier density as the laser is modulated. Due to turn–on time fluctuations the chirp range during each pulse fluctuates randomly (chirp noise). This leads in combination with the chromatic dispersion of the fiber to differences in the spreading of optical pulses observed in fiber transmission. As a consequence chirp noise can produce a bit–error–rate (BER) floor[190] in transmission (error rate floors occur when large increases in power at the receiver only marginally improve the error rate of the system). Since timing jitter and chirp noise depend on spontaneous emission noise, both are related[165, 191, 192]. Then the calculation of the laser turn–on time probability density function $P(\tau)$ is essential to evaluate the chirp noise induced error rate floor[193].

The statistical properties of the turn–on time in laser diodes have been extensively studied [83, 92, 93, 164, 182, 183], [193]–[209] either experimentally or by theoretical calculations including numerical simulations of stochastic rate equations. In most of these studies the statistics is based on essentially independent gain–switching events. In this situation, called repetitive gain switching, enough time elapses before each turn–on time event so that the laser starts from the stationary initial conditions fixed by the bias current. For such slow modulation regime, the turn–on delay time and jitter are reduced when biasing above threshold[197, 199, 203], due to the fact that the spontaneous emission noise is negligible compared with the stimulated emission. However, when the laser is modulated at high frequencies, of the order of gigahertz, it has been shown by numerical simulations[201, 164], analytical calculation[182], and tested experimentally[202] that the situation becomes very different. Under a periodic modulation ("...111...") of the injected current, timing jitter is almost independent of the bias current. In addition, pulse statistics become rather independent of the modulation frequency when biasing slightly below threshold. These results can be explained in the following way[183]. When the laser is modulated at high frequencies, before a pulse begins, there is not enough time for the laser to relax to its steady state determined by the bias current. Then, at the beginning of each optical pulse the laser starts from an effective initial condition given by the dynamics of the system itself. This initial condition becomes essentially independent of the bias level and plays an important role in determining the statistics of the following pulse.

Under pseudorandom word modulation (PRWM) at frequencies of 1 GHz it was found experimentally in DFB lasers[200] that the turn–on time probability density is bimodal (two maxima) when biasing below threshold. Numerical simulations have shown[164, 205] that the situation changes at larger modulation speeds. The distribution is always single peaked for bias slightly below threshold, while for a given bias above threshold (not greater than 25 % the threshold value) the distribution becomes double peaked for large enough modulation speed. As a consequence for high frequencies, timing jitter and the dispersion in the pulse height become larger when biasing above threshold that when biasing below threshold[164]. The multimodal character of the distribution functions is due to the fact that the laser has a "memory", i.e., it remembers a finite number of bits previous to a "1" bit. The different peaks of the turn–on time distribution correspond to different periodic sequences[164]. Memory effects have been experimentally corroborated in fiber lasers[210]. A memory diagram to study the memory dependence on bias level and modulation frequency in laser diodes has been introduced[205, 183, 206]. A no–memory band (region where pattern effects are not important) is obtained when biasing slightly below threshold for modulation frequencies above 1 GHz. Then this bias current avoids pattern effects, that have shown to be the main cause of chirp noise[192].

Almost all available theoretical results for turn–on time statistics under PRWM at high rates are based on numerical simulations of the stochastic rate equations. The effect of pattern dependence[211] of the laser turn–on time and the effect of coding[212] on the time jitter have been analyzed using a deterministic model. However, the deterministic laser model, including the impact of a random bit sequence, does not give the experimentally observed error rate floors[193]. Then the stochastic nature of spontaneous emission must be taken into account to calculate the BER of optical communication systems. Error rate as low as 10^{-10} in audio and video communication systems or 10^{-14} in data transmission may be unacceptable. Simulations fall four or five order of magnitude short of predicting realistic error rates, due to the large amount of computational time required. Then theoretical analysis are needed to get information of rare events. The influence of a previous pulse on the delay of a given pulse has been investigated in Ref. [208]. The turn–on delay probability density function including bit–pattern effects has been calculated[209] for zero–biased lasers. The error rate floor due to laser turn-on delay fluctuations and resulting chirp noise for lasers biased below and at threshold has been also calculated[193]. In this calculation the turn–on time density function was obtained, but the combined dependence of this distribution on the bias level and on the modulation frequency was not analyzed.

In this chapter we report a new combined method, numerical and analytical, for calculating the turn–on time statistics for single–mode semiconductor lasers under pseudorandom modulation of the injected current. The laser is described by stochastic rate equations that include the effect of the spontaneous emission noise. The method allows the calculation of the turn–on time distribution for lasers biased below and above threshold, and for different modulation frequencies. The statistical properties of other pulse characteristics, such as the height and the width, can be obtained[189] by using the deterministic evolution from the turn–on time. The method takes into account the fact that for modulated systems the initial condition, at the beginning of a pulse, is determined by the final evolution of the previous pulse. A consistency condition for the statistical properties associated with two consecutive pulses is used. The main result of the method is the derivation of an integral equation for the turn–on time probability density function from this consistency condition. A similar method has been used to study gas lasers under periodic[174, 214] and random[213] modulation conditions (see Chapter 4). The method follows the quasideterministic approach, originally used[170] to study the decay from an unstable state. In this approach two different evolution regimes, stochastic and deterministic, are considered.

Gas lasers can be described in the good cavity limit by a one–dimensional dynamical system. However, semiconductor lasers are two–dimensional dynamical systems due to the carrier population dynamics, that must be also considered. Under a periodic modulation of the injection current ("...111...") at GHz rates, pulses switch off when the bias current is set at the bias level. The small number of photons at the end of the pulse is rather independent of the bias current, below or above threshold, because the laser has not enough time to reach the steady state fixed by the bias current[164]. Then carrier population dynamics is uncoupled from photon dynamics during the stochastic regime[182, 193] with low photon number, and the system can be treated as an one–dimensional system. Based on this fact a theory for the calculation of semiconductor laser turn–on time distribution under periodic modulation at GHz rates has been developed[182]. This theory has been applied to obtain the error due to transient mode partition noise[214].

However, this theory fails[182] for bias current above threshold when the laser is modulated at low rates. In this situation the laser approaches through relaxation oscillations the steady state given by the bias current. In this regime carrier dynamics is coupled to photon dynamics, and both spontaneous emission noise and nonlinear deterministic dynamics must be considered to obtain turn–on time statistics. The same problem occurs for lasers under PRWM when the bias current is above threshold. A large number of photons is obtained, even at high modulation frequencies, before a pulse ("1" bit) that appears after several "0" bits, that is for sequences "...00001". A new theory has been developed in chapter 5 for lasers biased above threshold with periodic modulation at low frequencies of the injection current. Using this theory a similar method to that developed in Chapter 4 for gas lasers[213] can be applied to get the turn–on time distribution for laser diodes under PRWM.

The chapter is organized as follows. In Section 6.2 we review the methods developed for the periodic modulation case for bias below [182] (see Sect. 5.2) and above threshold (see Sect. 5.3). In Section 6.3 we develop a method for lasers under PRWM. Turn–on time statistics for different bias currents, below and above threshold, and different modulation frequencies in the GHz range are obtained. Theoretical results are compared with numerical simulations of the stochastic rate equations, and a good agreement is obtained.

6.2 Periodic modulation regime

Our analysis is based on single–mode laser rate equations (5.1)–(5.2), that includes a random term to describe spontaneous emission noise. The meaning of the symbols and the values of the different parameters are listed in Table 5.1.

The form of the injected current $C(t)$ (expressed as number of injected carriers per unit time) depends on the modulation scheme chosen. Here we consider a return–to–zero (RZ) scheme. The huge amount of standard single–mode fibers installed in terrestrial systems makes the analysis of this modulation format an interesting proposal[215]. It has been shown that for externally modulated lasers RZ–transmission has a better performance than nonreturn–to–zero (NRZ) transmission when short amplifier spacings[215] are considered. For directly modulated lasers the pulses are more similar at the fiber output for RZ than for NRZ. If the decision circuit is designed after the average pulses, as in Ref. [190], RZ offers better pulse waveform reproducibility, and patterns effects can be suppressed by biasing the laser slightly below threshold[192]. However, RZ requires a larger detector and driver bandwidth than the NRZ scheme.

Two different modulation regimes in the RZ scheme are considered: periodic (PM) and pseudorandom (PRWM) modulation. In the PM regime the injection current $C(t)$ follows a square–wave modulation of period $T = t_{\text{on}}+t_{\text{off}}$, taking its "on" value C_{on} during t_{on}, and then dropping to the bias level, C_b, where it stays during t_{off}. This behavior corresponds to a "1" bit. For very large t_{off} the laser reaches the stationary state given by C_b. This situation corresponds to the repetitive gain–switching regime. In the PRWM regime the injection current is composed of a random sequence of "0" and "1" bits with equal probability for the two symbols. For a "0" bit the current stays constant at the bias level during the full period T. Then the PM corresponds to a sequence "...111..." only composed of "1" bits. The response of the system, when it is used for transmission of a signal in the RZ scheme, is modeled by using the PRWM regime. A sequence "01001" is shown in Fig. 6.1. To study the dependence of the laser response on the bias current, we fix $C_{\text{on}} = 3.5\, C_{\text{th}}$, and to examine the dependence on the modulation frequency, we take t_{off} as a free parameter while we fix $t_{\text{on}} = 90$ ps. For the parameter values of Table 5.1 this choice of t_{on} gives a convenient pulsed operation of the laser in which only the first spike of the relaxation oscillations is excited[164].

The turn–on time τ is defined as the delay between the beginning of the period for a "1" bit and the emission of the pulse, given by the time at which the laser intensity first surpasses a reference level I_r. We take the reference intensity to be 10 % of the steady–state intensity I_{on} corresponding to C_{on} for bias currents below threshold. If $C_b > C_{\text{th}}$, we take $I_r = 0.5\, I_{\text{on}}$, since in this way we avoid errors due to spurious turn–on during "0" bits induced by relaxation oscillations. For the parameter values used in this work a pulse is always emitted for a "1" bit, and all the pulses decay from their maximum values to cross the reference level during t_{off} (see Fig. 6.1).

In the following we consider the turn–on time probability density function $P(\tau)$ in the stationary regime. After an initial transient of around 10^2 periods this regime is reached and the distribution $P(\tau)$ becomes independent of the initial conditions. In the stationary regime the statistical properties of τ are the same for two consecutive pulses. This consistency condition can be used to get an integral equation for $P(\tau)$. In the periodic modulation case the following equation is derived[182]

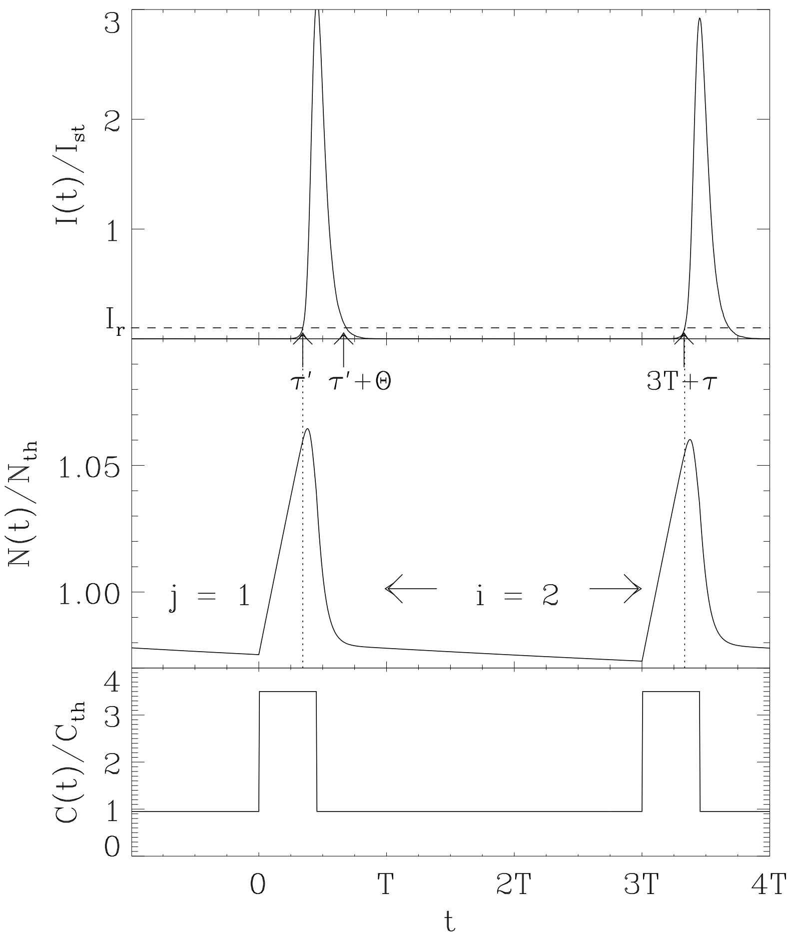


Figure 6.1: Time evolution for the intensity $I(t)$, carrier number $N(t)$, and injection current $C(t)$ during a "01001" sequence for pseudorandom word modulation. The bias current is $C_b = 0.95C_{\rm th}$.

$$P(\tau) = \int_0^T d\tau' \; W(\tau/\tau', N_{\tau'}) P(\tau') \; , \tag{6.1}$$

where $W(\tau/\tau', N_{\tau'})$ is the conditional probability of reaching I_r at time τ when the reference level is reached at time τ' in the previous period (see Fig. 5.2). The value of $N_{\tau'}$ is obtained by using the linear equation for the carriers uncoupled from photon dynamics (see Sect. 5.2). This equation is the basis of the method used in Ref. [182] to obtain the turn–on time distribution for lasers under PM at GHz rates. The method is valid for C_b below and above threshold, because at these modulation frequencies the laser behavior is rather independent of the bias current[164]. Before a period begins there is not enough time to relax to the steady state given by C_b. Then between pulses the photon number is small, even when $C_b > C_{\rm th}$, and carrier dynamics is uncoupled from photon dynamics. The conditional probability W can be obtained[182] by splitting laser operation into two regimes[193]: a stochastic regime with a low number of photons $I < I_r$ in which noise is significant, and a deterministic regime with $I > I_r$ in which noise can be neglected (see Sect. 5.2). The turn–on time statistics obtained from this method are in good agreement with numerical simulations for $C_b < C_{\rm th}$. However, when $C_b > C_{\rm th}$ the theory fails for small modulation frequencies[182]. In this case photon and carrier dynamics are coupled when the laser approaches through relaxation oscillations the steady state corresponding to C_b (see Fig. 5.2). The photon evolution is stochastic, and then both noise and nonlinear deterministic dynamics must be considered to get a correct description. The same problem appears, even at high bit rates, under PRWM for sequences of the type "...00001".

In Sect. 5.3 a new method has been developed to obtain the turn–on time distribution for lasers biased above threshold under periodic modulation conditions. The method is also based on the integral equation (6.1), but now a new approach has been followed to obtain the kernel W. When $I < I_r$ the stochastic evolution of laser intensity is coupled with carrier number during the relaxation oscillations (see Fig. 5.2). However, the deviation from the deterministic evolution in the relaxation oscillations can be treated in a perturbative way. Then the rate equations are linearized around the deterministic evolution. The resulting equations are stochastic linear equations with time dependent coefficients. The probability distribution of $E(t)$ is Gaussian and it is easily obtained. The photon number probability distribution $P_I(I, t/\tau', N_{\tau'})$

is derived from the field distribution. The turn–on time probability distribution can be evaluated from $P_I(I,t/\tau',N_{\tau'})$ (see Sect. 5.3) by noting that the probability that the crossing time of the level I_r will be greater than τ equals the probability that I is less than I_r at time τ. The results obtained with this method for the turn–on time statistics for lasers biased above threshold are in good agreement with numerical simulations for a wide range of the modulation period (see Fig. 5.4).

6.3 Pseudorandom word modulation regime

When the laser is under PRWM conditions the following equation is obtained in the stationary regime

$$P(\tau,N_\tau/i) = \int_0^T d\tau' \int_0^\infty dN_{\tau'} \sum_{j=0}^{\infty}(1/2)^j W(\tau,N_\tau/\tau',N_{\tau'},i,j)P(\tau',N_{\tau'}/j)\ , \tag{6.2}$$

where the $P(\tau,N_\tau/i)$ is the joint probability for the turn–on time τ and carrier number at τ associated to a pulse that is preceeded by a number equal to i of "0" bits (see Fig. 6.1 for i = 2). The kernel W of (6.2) is similar to the kernel used for the periodic modulation case in (6.1), but now the number of "0" bits preceeding a pulse is not fixed (see Fig. 6.1 for j =1 and i = 2). On the contrary in the periodic modulation case this number is always zero. Then for PRWM the number of "0" bits before a pulse must be taken into account in the conditional probability W.

The integral equation (6.2) is similar to that used for gas lasers in chapter 4 [213], but now the problem is two–dimensional due to the carrier dependence. As in the periodic modulation case, the fluctuations in the carrier number for a given number i of "0" bits preceeding a pulse are negligible. In Fig. 6.2 and Fig. 6.3 it is shown that for the any of the different sequences with i = 0,1,2... the relative fluctuations are smaller than 0.3 %. Then the values of the carrier number given by the deterministic evolution can be used in the kernel W. In this way the following equation is obtained

$$P(\tau/i) = \int_0^T d\tau' \sum_{j=0}^{\infty}(1/2)^j W(\tau/\tau',N_{\tau'},i,j)P(\tau'/j)\ . \tag{6.3}$$

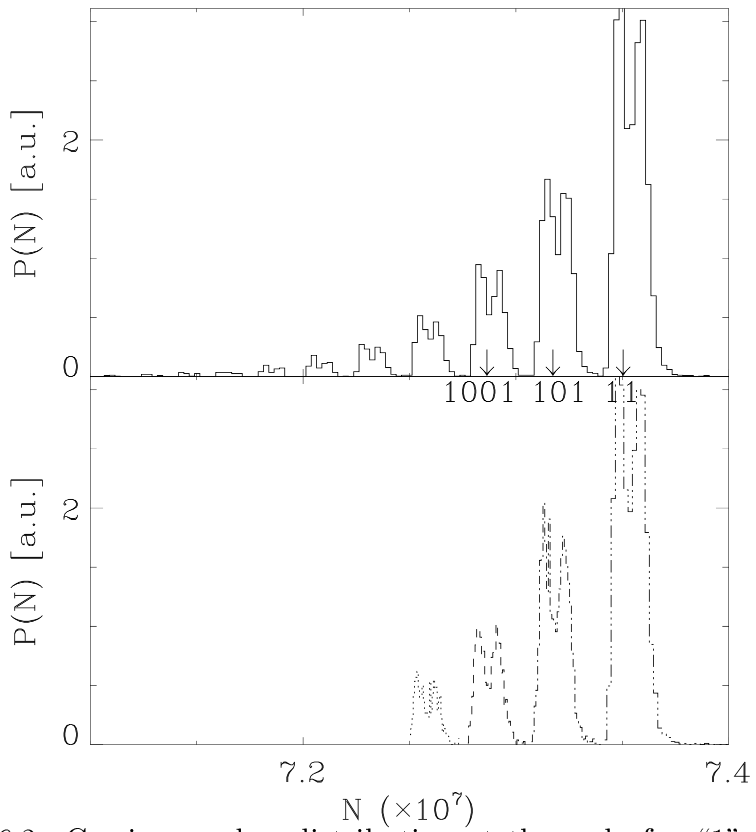


Figure 6.2: Carrier number distribution at the end of a "1" period, $P(N)$, as obtained from numerical simulations for PRWM at a frequency $f = 6.25$ GHz with bias current $C_b = 0.92\,C_{\text{th}}$. Solid line histogram corresponds to the total distribution, three–dot–dashed line to sequences "11", dot–dashed line to sequences "101", dashed line to sequences "1001", and dotted line to sequences "10001". Arrows indicate the deterministic values of the carriers for the different sequences.

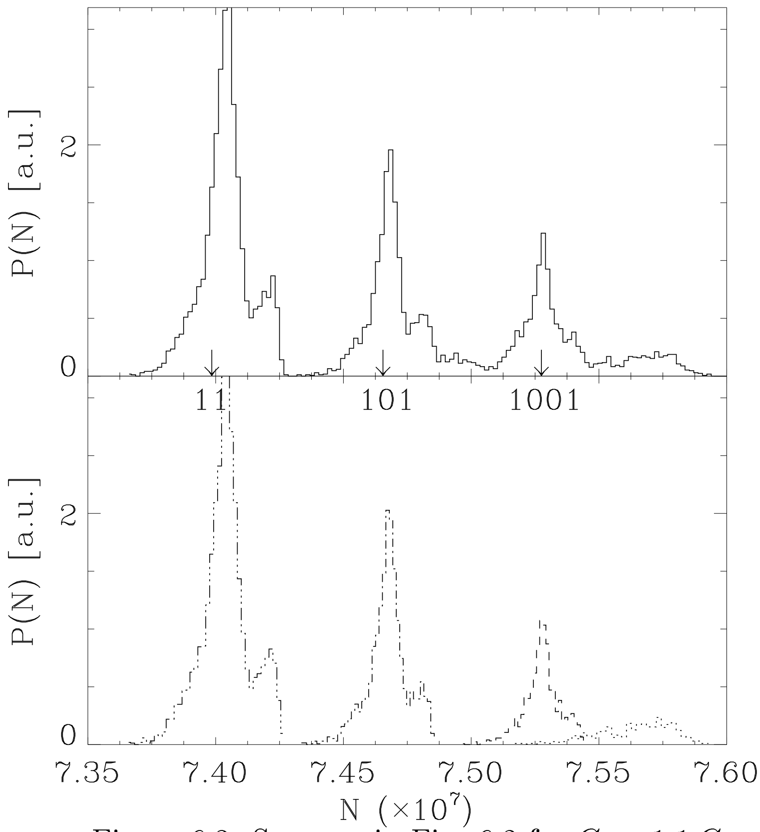


Figure 6.3: Same as in Fig. 6.2 for $C_b = 1.1\,C_{\rm th}$.

Then the calculation of $P(\tau) = \sum_i P(\tau/i)(1/2)^i$ is reduced to that of the conditional probability $W(\tau/\tau', N_{\tau'}, i, j)$.

Two different methods are used, as in the periodic modulation case, to obtain the conditional probability W for bias currents below and above threshold. When $C_b < C_{\rm th}$ the laser evolution can be separated into the two regimes, stochastic and deterministic, and the same method than in Ref. [182] is used. For lasers biased above threshold the new method developed for the periodic modulation case is applied to obtain $W(\tau/\tau', N_{\tau'}, i, j)$.

The results obtained for the mean turn–on time and timing jitter are in good agreement with numerical simulations for different bias currents above and below threshold, and for a wide range of the modulation period (see Figs. 6.4 and 6.5). As found in numerical simulations[201, 164], timing jitter be-

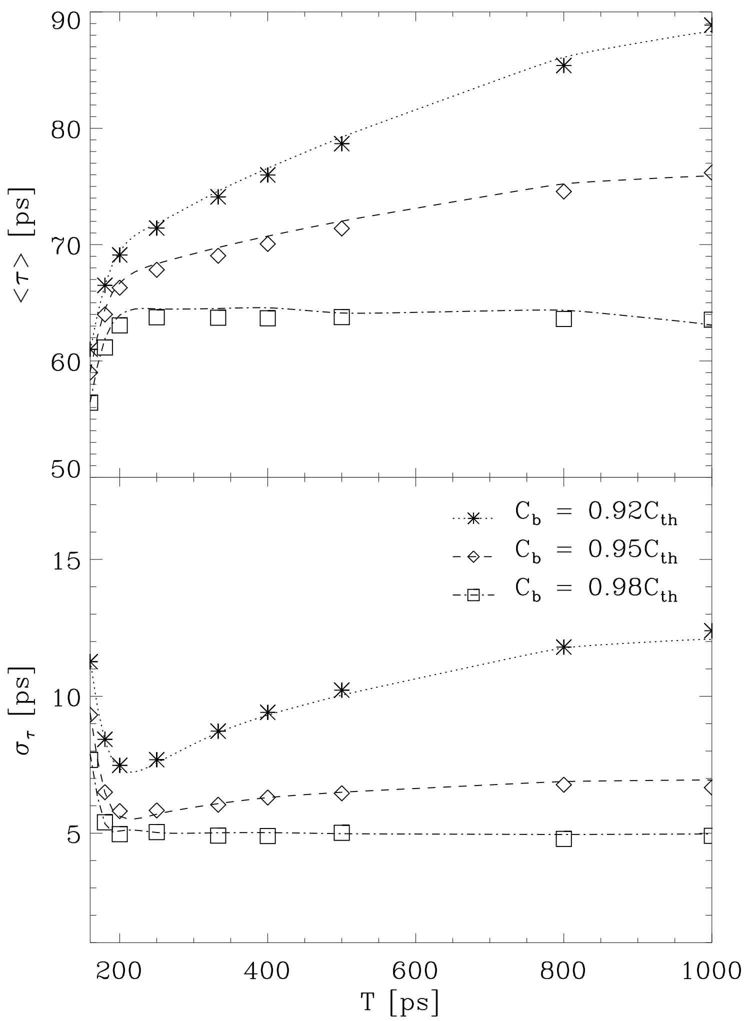


Figure 6.4: Mean switch–on time $\langle \tau \rangle$ and timing jitter σ_τ vs. the modulation period T for different values of the bias current below threshold. Symbols correspond to simulations and curves to theory.

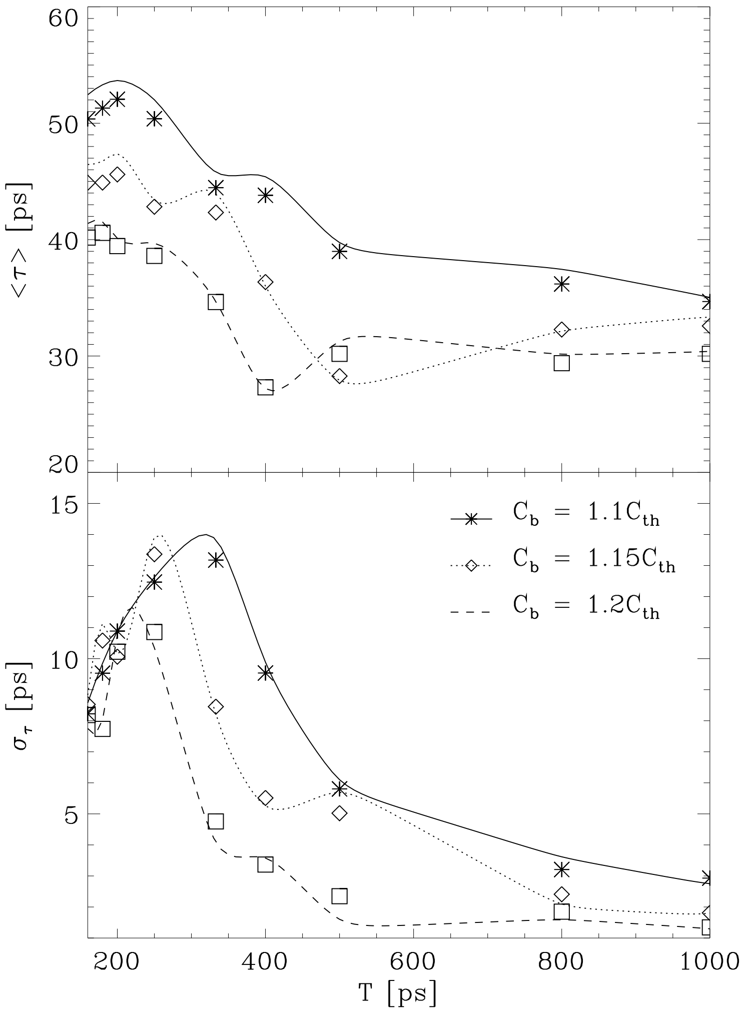


Figure 6.5: Same as in Fig. 6.4 for different bias current above threshold.

comes larger under PRWM at GHz rates when biasing above threshold that when biasing below threshold. This large jitter is related to the bimodal character of the turn–on time distribution due to pattern effects. It is also found that timing jitter is independent of the modulation frequency when C_b is slightly below threshold. At this bias current pattern effects are suppressed and the laser response is almost independent of previous input bits[164, 183]. The turn–on time distributions for PRWM at GHz rates and bias above and below threshold obtained from the theory are in good agreement with numerical simulation results (see Figs. 6.6–6.9). Pattern effects appear below threshold at frequencies around 1 GHz and above threshold at higher frequencies (5 GHz). When the bias is slightly below threshold ($C_b = 0.98\, C_{\rm th}$) pattern effects disappear and $P(\tau)$ is independent of the modulation frequency. This behavior has been analyzed in great detail in Ref. [164].

In summary we have developed a new method to obtain the turn–on time probability distribution of lasers under PRWM. The method is valid for lasers biased below and above threshold and for a wide range of modulation frequencies. The distribution $P(\tau)$ can be used following the approach of Ref. [193] to calculate the bit error rate in optical communication systems for different bias currents and bit rates.

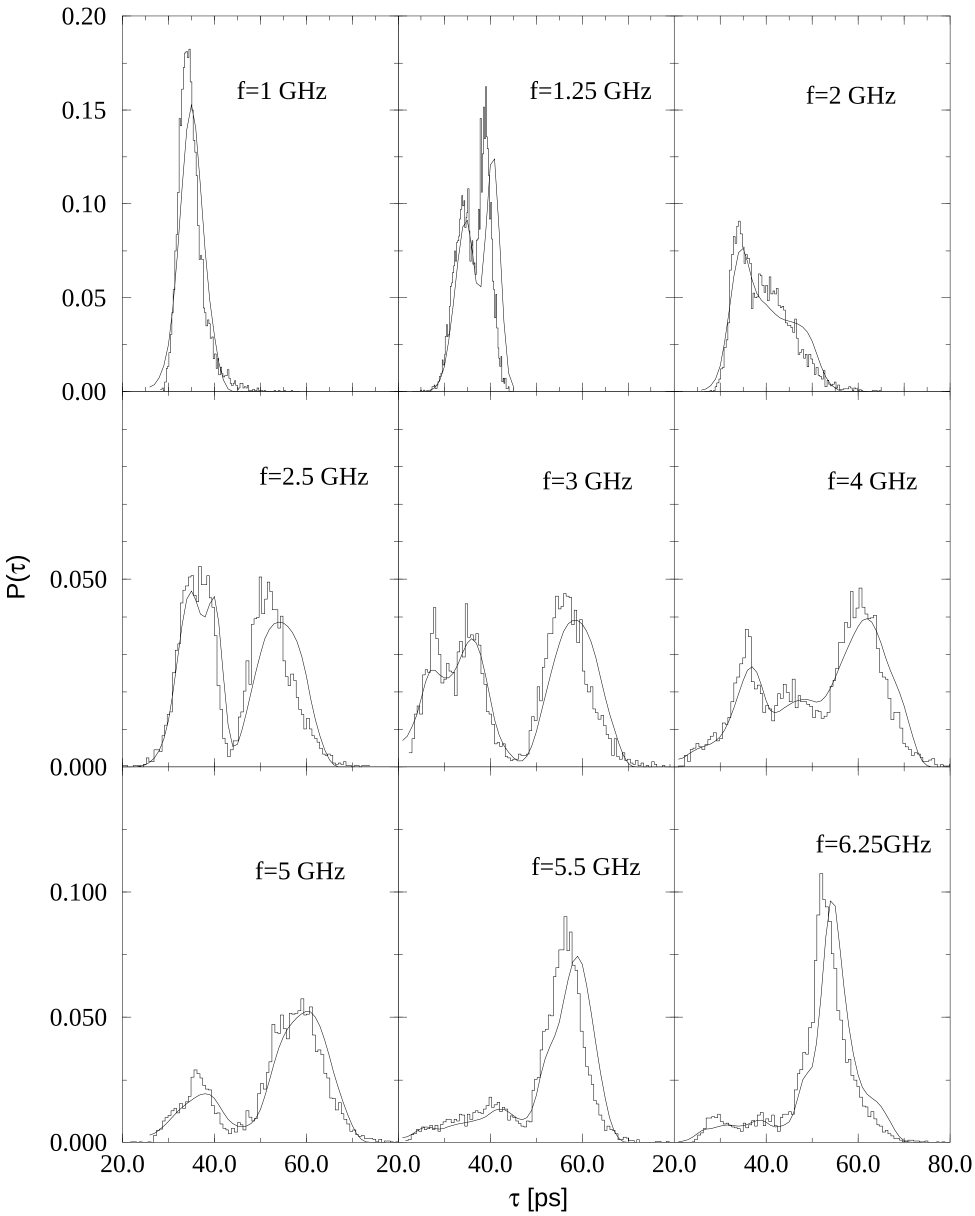


Figure 6.6: Probability density function $P(\tau)$ for a bias current $C_b = 1.1C_{\rm th}$ and different values of the modulation frequency f. Histograms correspond to numerical simulations and solid lines correspond to theory.

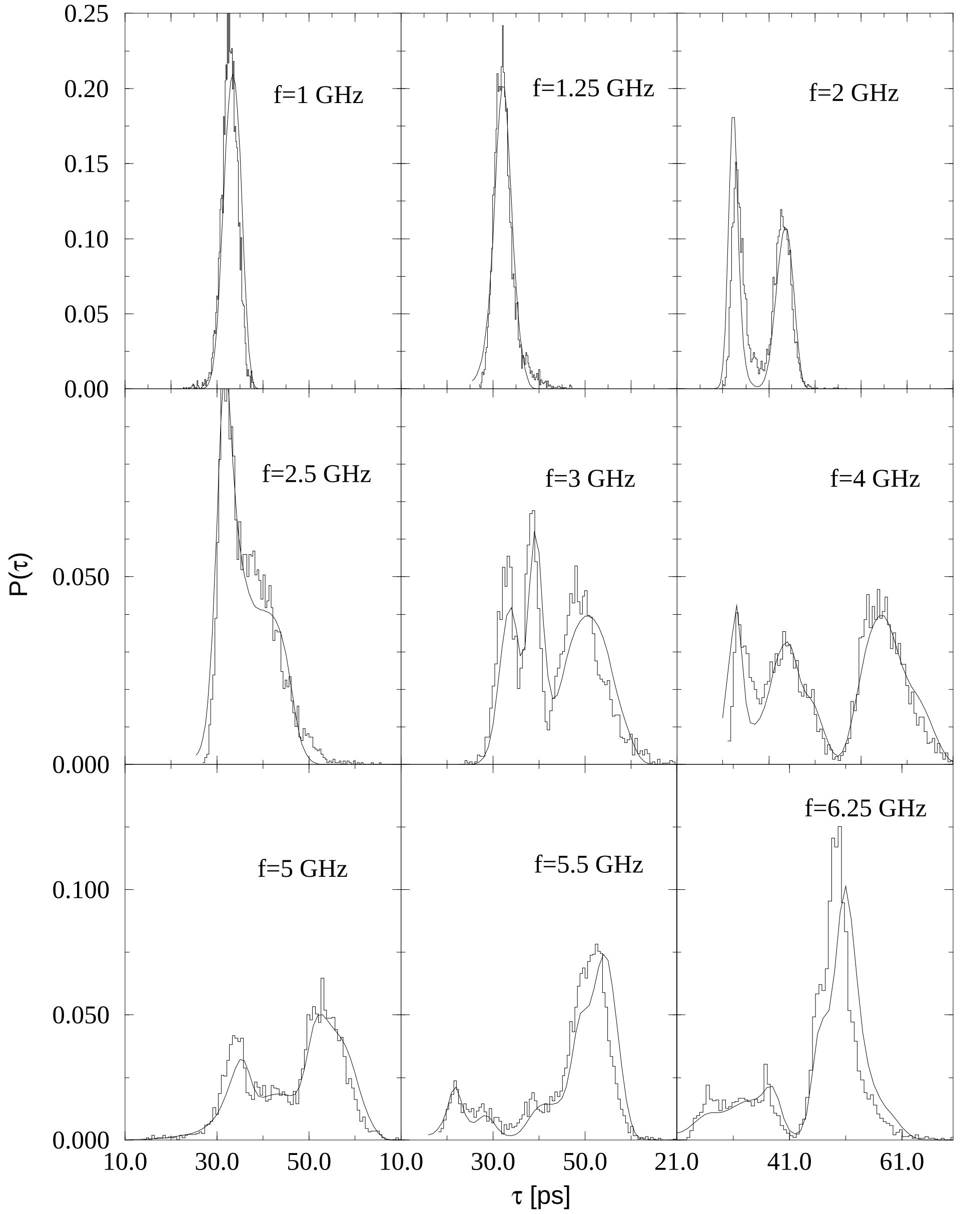


Figure 6.7: Same as in Fig. 6.6 but for a bias current $C_b = 1.15C_{\rm th}$.

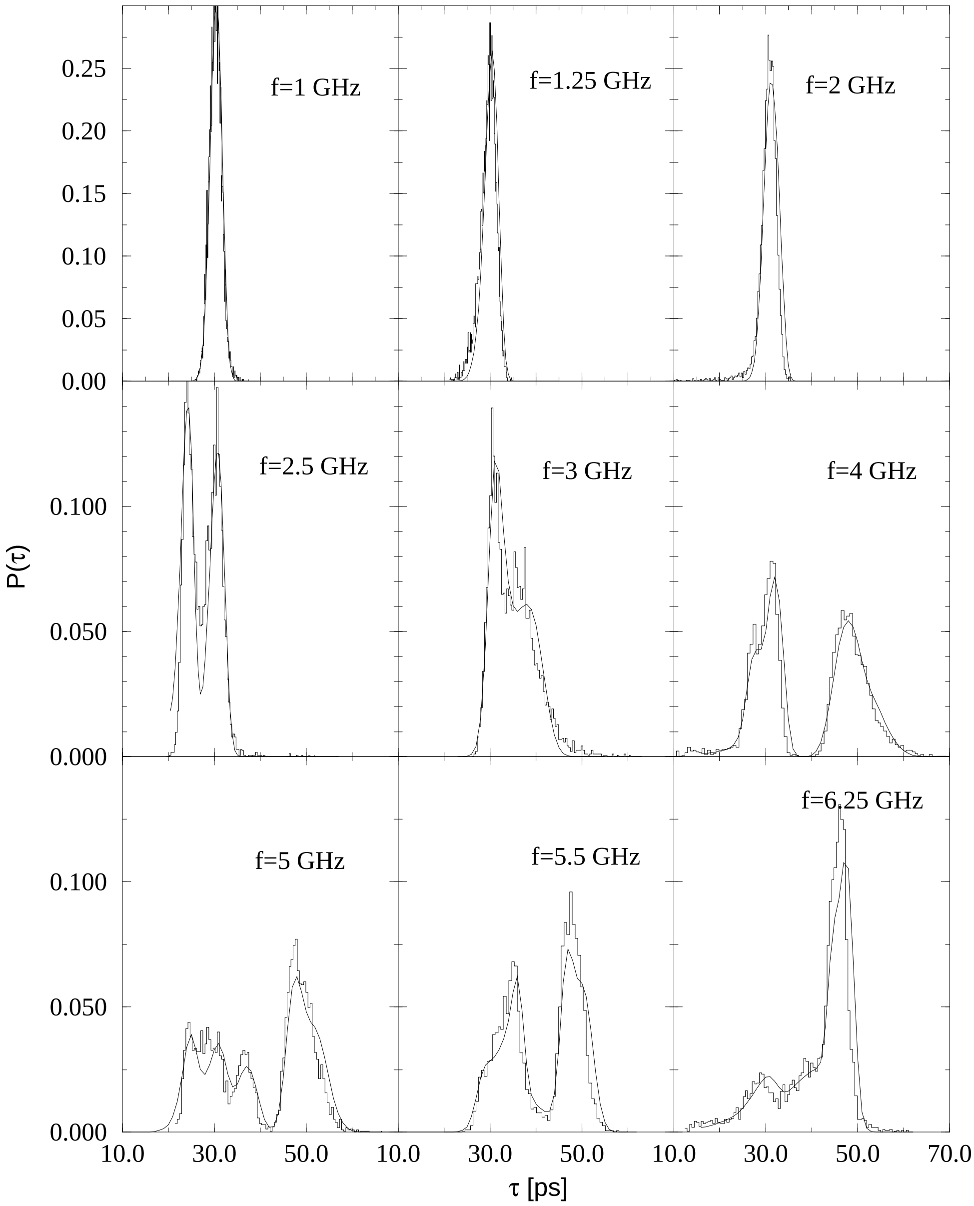


Figure 6.8: Same as in Fig. 6.6 but for a bias current $C_b = 1.2C_{\mathrm{th}}$.

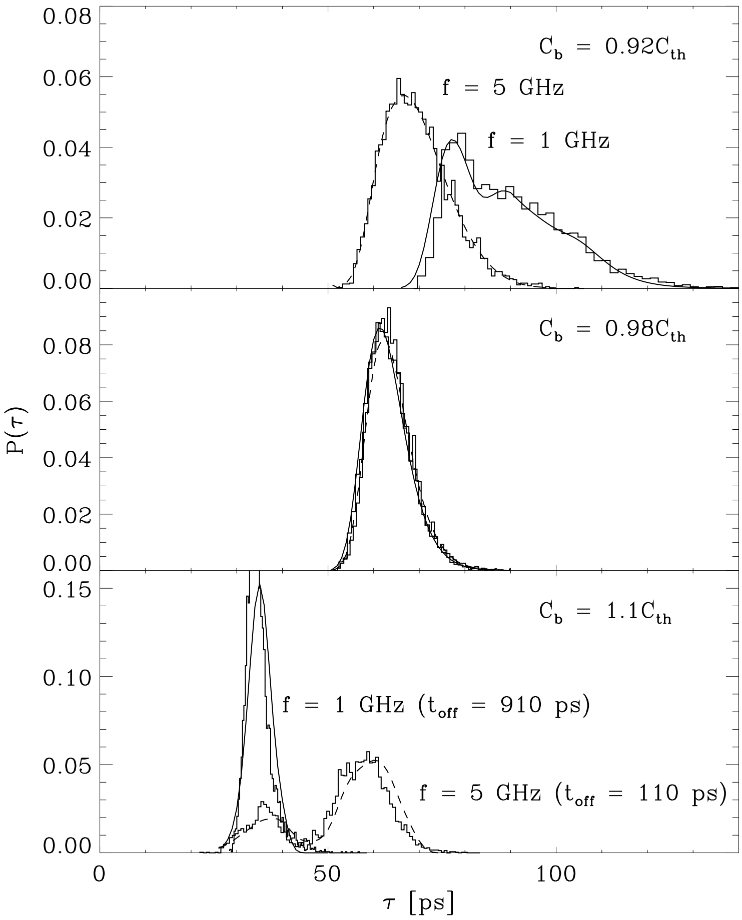


Figure 6.9: Probability density function $P(\tau)$ for different values of the bias current C_b and modulation frequency f. Histograms correspond to numerical simulations, solid lines correspond to theory for $f = 1$ GHz, and dashed lines correspond to theory for $f = 5$ GHz.

Chapter 7

Soliton Generation by Direct Modulation of Laser Diodes

7.1 Introduction

Linear transmission systems employing optical amplification are affected by nonlinear and dispersion effects. The use of solitons is an attractive way to overcome these effects in ultra–long distance and/or ultra–high speed optical fiber systems. Many researches have demonstrated ultra–long distance[139, 216, 217] or ultra–high speed[218, 219, 220]. Several kinds of pulse sources at a wavelength of 1.55 μm have been used. Pulse sources based on single–chip laser diodes are interesting, due to their stability, reliability, compactness and high repetition rate. Gain–switched DFB lasers [216, 219, 220], sinusoidally driven monolithically integrated DFB lasers with electroabsorption modulators[217, 221], and monolithically integrated mode–locked lasers[222, 223] are promising candidates. The first two pulse sources have also the advantage of a widely tunable repetition rate.

Pulses generated by direct modulation of laser diodes are severely chirped and narrow–band optical filters are required to achieve transform–limited pulse generation[152]. The main advantage of this pulse source is that pseudo-random sequences of solitons can be generated by direct modulation of the injected current[154]. In this way external modulators to codify the message can be avoided. However, when using gain–switched laser diodes a large pulse spreading has been observed for transmission distances of a few thousand kilometers[131]. This pulse spreading is due to the pulse–to–pulse frequency jitter originated during the gain-switching process by spontaneous emission noise. The carrier frequency of the soliton pulse is randomly shifted, which leads to changes in the group velocity through dispersive transmission fibers and thereby the arrival time of the optical pulse fluctuates. This effect limits the bit–rate product, as does the Gordon–Haus effect[127] due to the amplifier noise. An optimum value for the laser bias current under pseudorandom word modulation (PRWM) operation has been obtained[154] to reduce noise effects. When the bias current is slightly below threshold the response of the laser to a bit "1" is independent of the previous input bits[183]. Then pattern effects are avoided and fluctuations are strongly reduced.

Another factor that limits soliton transmission is soliton interaction[235]. The effect of soliton interaction is dependent on the soliton relative phase: attraction for solitons in phase and repulsion for solitons out of phase. It is expected that interaction effects will be reduced when solitons are generated by direct modulation of laser diodes. Due to the spontaneous emission noise that is intrinsic to the process of pulse generation, the soliton relative phase will be random. Then the interaction should be smaller that in the case of relative phases 0 and π. However, at high bit rates pulse width must be reduced to avoid interaction effects. Pulse compression can be achieved by using dispersion compensating fibers with normal dispersion at the laser wavelength.

Here we consider several factors that can limit gain–switched laser diodes as pulse sources for soliton transmission. We analyze in Sect. 7.2 the noise effects on soliton generation and transmission for different values of the bias current. In Sect. 7.3 the energy transfer to the soliton component of the laser pulse is obtained for different values of the linewidth enhancement factor. Sect. 7.4 includes a discussion of interaction effects for solitons generated by laser diodes as compared to perfect solitons.

7.2 Generation of solitons under PRWM

We consider a single–mode laser diode that is modulated by varying the injection current at frequencies in the GHz range. The transient response of the laser is described by the noise driven rate equations for the electric field and carrier number inside the cavity

$$\frac{dE}{dt} = (G - \gamma)(1 + i\alpha)\frac{E}{2} + \sqrt{2\beta N}\xi(t) \tag{7.1}$$

$$\frac{dN}{dt} = C(t) - \gamma_e N - GI, \tag{7.2}$$

where $G = g(N - N_0)/\sqrt{(1 + sI)}$ and $I = EE^*$ is the light intensity. α is the linewidth enhancement factor, that governs the transient dynamics of the optical frequency. The spectral properties of the pulses emitted by the semiconductor laser are then strongly dependent on the value of this factor. The meaning of the symbols and typical values of the different parameters involved in these equations are listed in Table 5.1. The random spontaneous emission process is modeled by a complex Gaussian white noise term $\xi(t)$ of zero mean and correlation $< \xi(t)\xi^*(t') >= 2\delta(t - t')$. The injection current $C(t)$ is periodically modulated with a step function of maximum value C_{on} during a fixed $t_{\mathrm{on}} = 80$ ps and a *dc* bias current C_b during t_{off} ($t_{\mathrm{on}} + t_{\mathrm{off}}$ is the whole period of modulation). Modulation frequencies in the GHz range have been considered to generate solitons[152, 154]. The pulses obtained in this way are far from being transform-limited, since a frequency down-chirp inevitably occurs due to carrier density modulation. Therefore these pulses are unable to generate solitons in the fiber. A narrow band Lorentzian filter with GHz has been used to limit the bandwidth of the severely chirped laser output[216, 152].

During gain switching the fluctuations of the switch–on time lead in the leading edge of the optical pulse to random variations of the maximum instantaneous frequency[191]. Hence frequency chirping becomes a random process and it is the responsible of the large pulse spreading observed[131] in soliton transmission with gain switched lasers. In Fig. 7.1 we show the dynamical evolution for the output power, carrier number and frequency of several typical pulses for a bias current 10% above threshold. The injected current is periodically modulated (PM, a sequence composed of all "1" bits) at 5 GHz. Similar results are obtained when the laser is biased slightly below threshold. The fluctuations in the turn–on time (timing jitter) are almost independent on the bias current for modulation frequencies in the GHz range. This corresponds to the fact that the laser has not enough time during t_{off} to relax to the steady state associated to the bias current. Then the initial condition at the beginning of a pulse is determined by the laser dynamics and not by

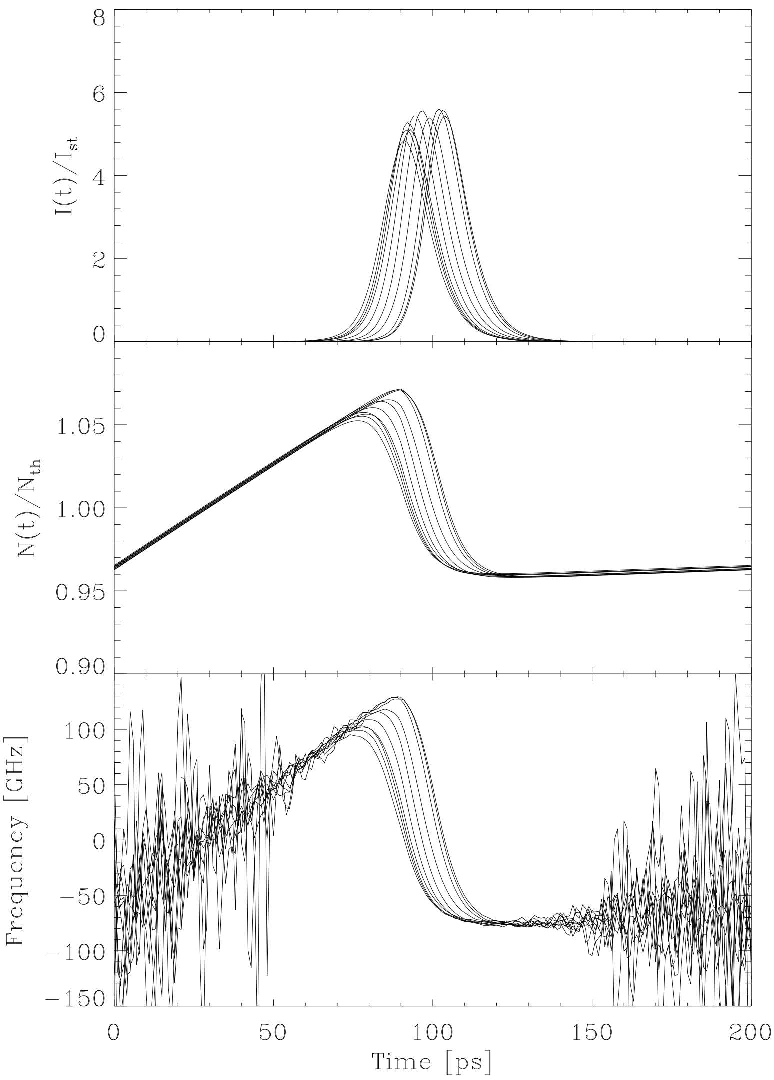


Figure 7.1: Time evolution for the output power $P(t)$, carrier number $N(t)$, and frequency for ten different pulses obtained from periodic modulation at 5 GHz with a bias current $C_b = 1.1C_{\rm th}$.

the bias current. However, when pseudorandom word modulation (PRWM) is considered timing jitter is strongly dependent of the bias current. When the laser is biased above threshold timing jitter increases due to pattern effects. Under PRWM operation a random sequence of "0" and "1" bits is generated. The resulting pattern effects come from the correlation of the different bits belonging to the random sequence[183]. The turn–on time distribution becomes multimodal (see Figs. 6.6–6.8) with peaks that correspond to the different periodic sequences and thereby timing jitter increases. Fluctuations of the pulse characteristics such as height, width and chirp range are related to the statistics of the turn–on time. Then, for laser biased above threshold it is not possible to generate pseudorandom sequences of solitons due to the large pulse fluctuations[154]. In particular the fluctuations of the peak power and the chirp range are of the order of 20 %, whereas in the PM regime they are smaller than 10 %.

Pattern effects disappear when the laser is biased slightly below threshold. The optimum value of the bias current is 2% below threshold ($C_b = 0.98C_{\mathrm{th}}$). For this special bias current the results are independent of the modulation regime, periodic or pseudorandom, and of the modulation frequency (see Fig. 6.9). However, it has been shown numerically that pseudorandom sequences of solitons can be generated by direct modulation of a laser diode with a bias current between 5% below threshold and the threshold current[154]. This behaviour is reflected in the large power spectrum fluctuations (see Fig. 7.2). When $C_b < C_{\mathrm{th}}$ power spectrum fluctuations are very similar under PM and PRWM while for a laser biased above threshold these fluctuations can increase in an order of magnitude under PRWM. The same behavior than for $C_b = 0.98\ C_{\mathrm{th}}$ is observed in the range from 0.95 C_{th} to C_{th}.

To take into account only the effect of the initial frequency jitter (Gordon–Haus effect is not considered), an ideal lossless fiber has been considered for the transmission of filtered pulses[152, 154]. Pulse spreading during transmission is related to the dispersion $\sigma_{\bar{f}}$ of the mean frequency $\bar{f}$ of the pulses at the input of the fiber. The effect of the filter changes[154] with its center frequency f_0. The best position for the filter is the one that minimizes $\sigma_{\bar{f}}$. When C_b is slightly below C_{th} the frequency jitter is less sensitive to f_0 than when using a bias current above C_{th} (see Fig. 7.3). It is also observed that the frequency jitter is independent of the modulation frequency when the laser is biased below threshold. A similar behavior is obtained for $C_b = 0.95C_{\mathrm{th}}$ and $C_b = C_{\mathrm{th}}$ than for $C_b = 0.98C_{\mathrm{th}}$. This means that in this range of bias current, from 0.95

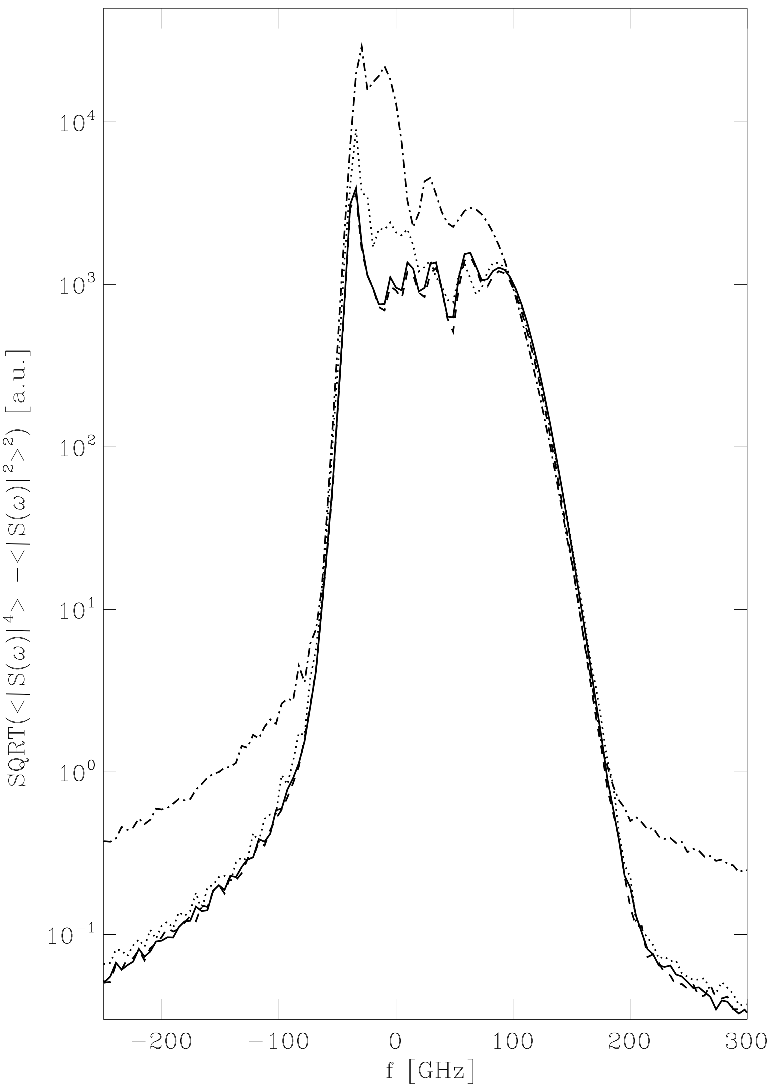


Figure 7.2: Fluctuations of the power spectrum vs. frequency. Solid (dashed) line corresponds to $C_b = 0.98C_{\rm th}$ and PM (PRWM). Dotted (dash–dotted) line corresponds to $C_b = 1.1C_{\rm th}$ and PM (PRWM).

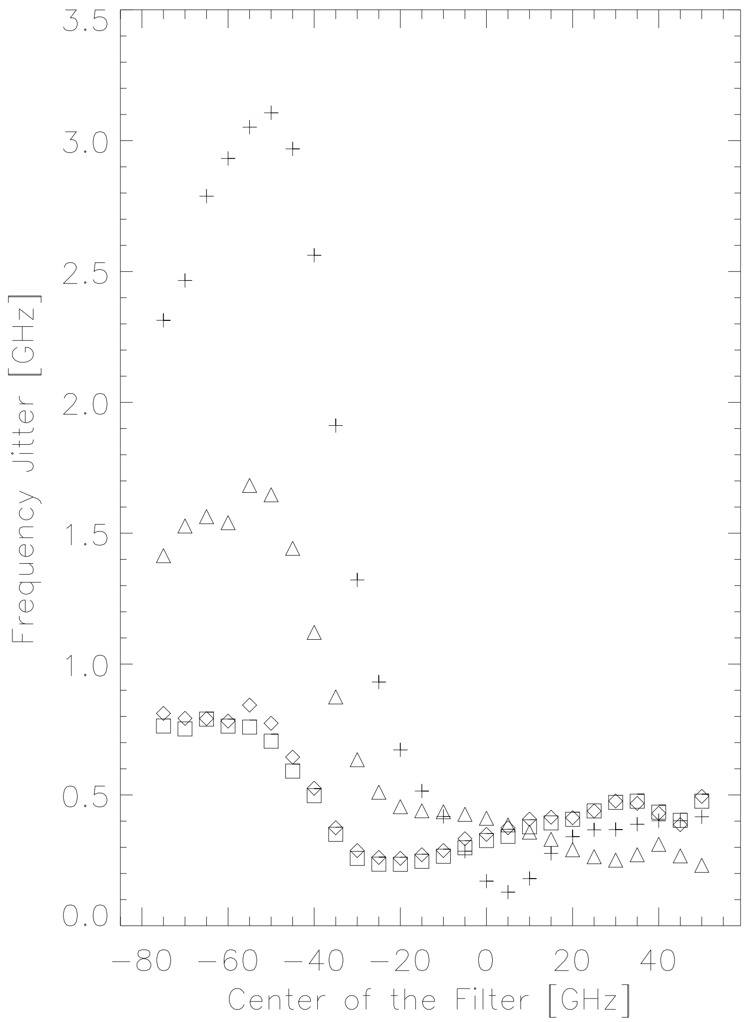


Figure 7.3: Frequency jitter vs. center of the filter. Plus signs (triangles) correspond to $C_b = 1.1C_{\text{th}}$ and 2.5 GHz (5 GHz); squares (diamonds) correspond to $C_b = 0.98C_{\text{th}}$ and 2.5 GHz (5 GHz).

$C_{\rm th}$ to $C_{\rm th}$, the frequency jitter is independent of the modulation frequency and flat enough to make the filter position not very important. This behavior can be understood by considering the fluctuations of the laser power spectrum before filtering[154]. The increase in the frequency jitter when the filter peak is located at low frequencies is related to the increase of the power spectrum fluctuations at these frequencies (see Fig. 7.2).

We finally consider the results obtained[154] for the timing jitter vs. the transmission distance for the filtered pulses. The propagation of the filtered pulses inside the fiber is described by the non-linear Schrödinger equation. The dispersion and non-linear parameter values are the same as those of [39]. The chosen filter location f_0 corresponds to the minimum value of the frequency jitter. The non-linear Schrödinger equation is numerically solved by using the split-step Fourier method. Numerical calculations are performed over propagation distances of 8,000 km. The pulses keep their shape for distances $z \geq 2,000$ km with slight variations in their width and height (see Fig 7.4). The mean width of the soliton pulses is 28 ps (26 ps) when the bias is above (below) threshold. The pulse arrival time is random because of the frequency jitter. This timing jitter can be characterized by using the standard deviation, $\sigma_{t_{\rm max}}$, of the timing of the maximum of the pulse, $t_{\rm max}$.

We first consider sequences of solitons generated in the PM regime. The results show that when $C_b < C_{\rm th}$ the timing jitter is nearly independent of the modulation frequency (see Fig. 7.5 a) and c)). However, when $C_b > C_{\rm th}$ the timing jitter is smaller at 5 GHz than at 2.5 GHz and it approaches the values obtained for a laser biased below threshold. When the laser is modulated at 5 GHz the switch-on time is almost independent on the bias current and the pulse fluctuations are similar for different bias currents above and below threshold.

When the PRWM regime is considered the pulses emitted by a laser biased above threshold can not generate solitons in the fiber as discussed above. It has been shown that when using a special bias for the laser diode, $C_b \sim 0.98\,C_{\rm th}$ (5.88 mA for our laser parameters), the statistical properties of the optical pulses at the laser output are independent of the modulation frequency and also of the modulation regime (no pattern effects). Due to the lack of pattern effects pulse fluctuations are similar in the PM and PRWM regimes and pseudorandom sequences of solitons can be generated. It can be seen in Fig. 7.5 that for this special bias current timing jitter is small and it is independent of the modulation frequency and of the modulation regime (PM

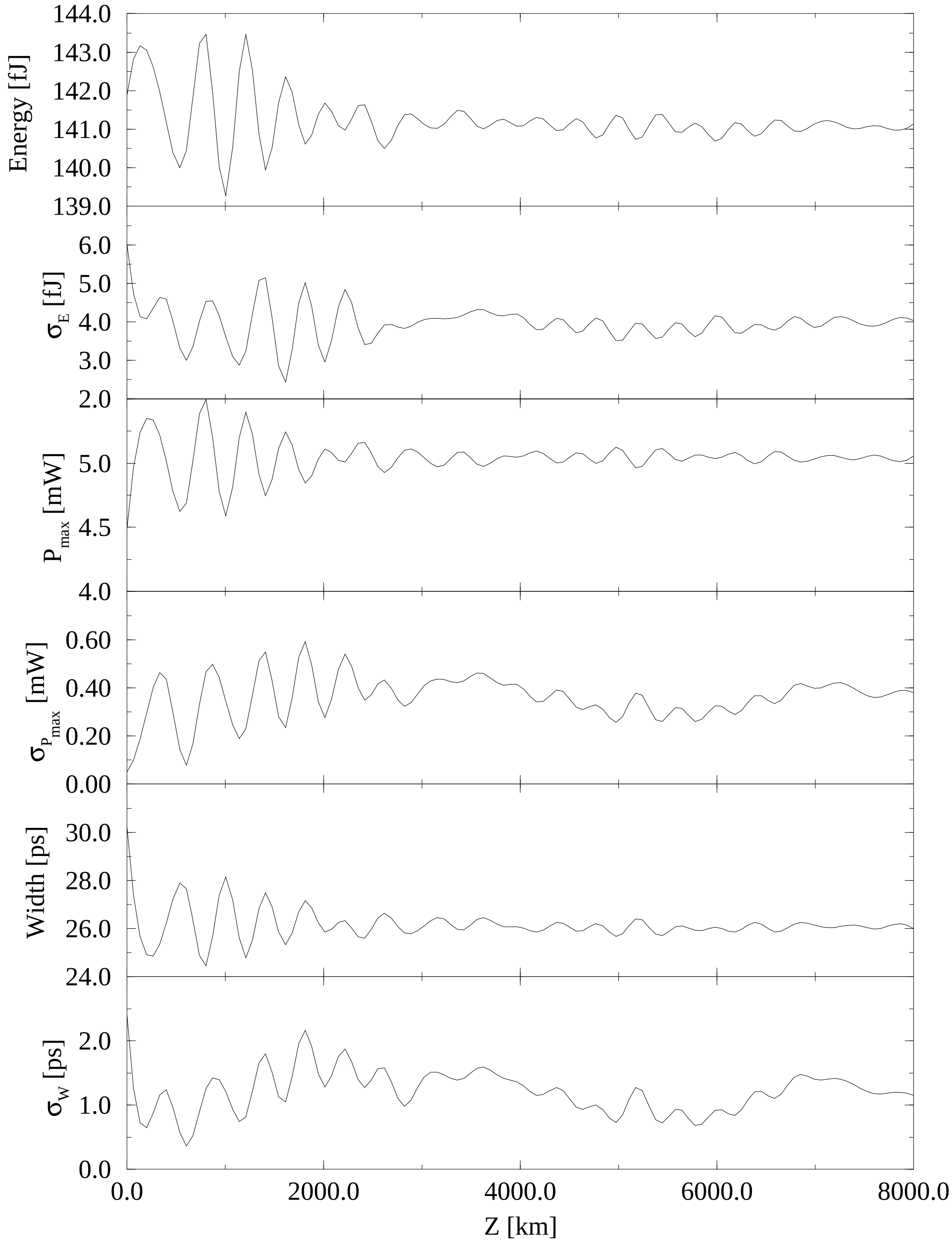


Figure 7.4: Mean value and standard deviation for the energy, maximum power and pulse width of 200 solitons transmitted through 8000 km of fiber as obtained from numerical simulations. Input pulses are produced by periodic modulation of the injection current with $C_b = 0.98C_{\text{th}}$.

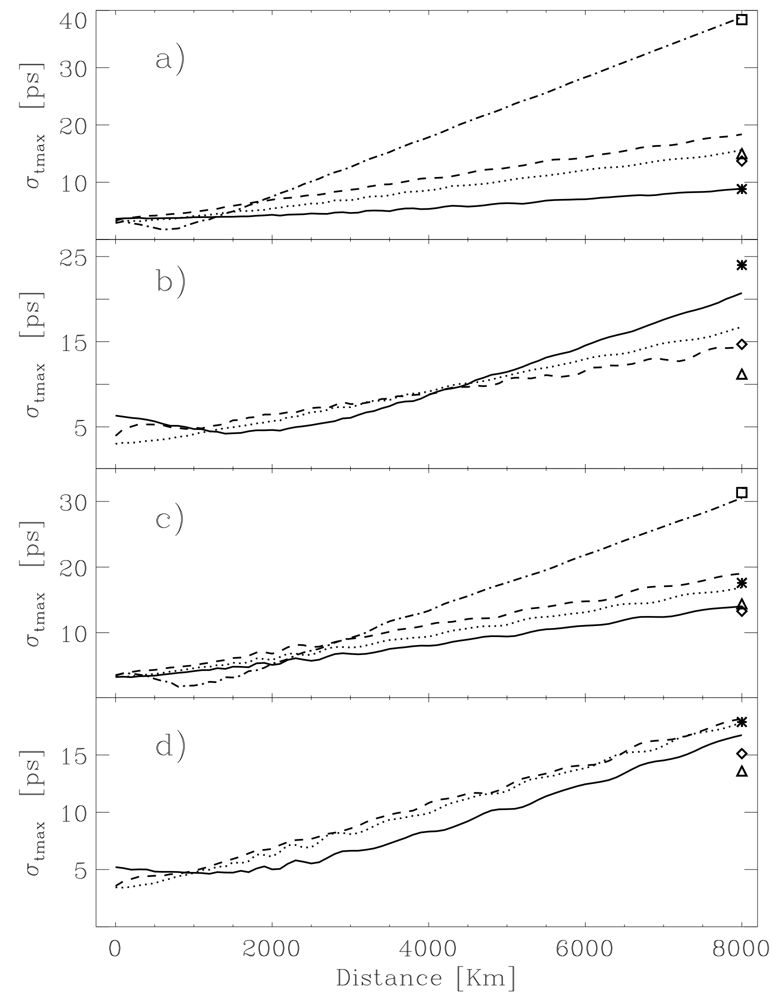


Figure 7.5: $\sigma_{t_{\max}}$ vs. transmission distance. The lines correspond to numerical simulations and the symbols to an analytic estimation at 8000 km [154]. a) PM and 2.5 GHz. Solid line and stars hold for $C_b = 0.95C_{\text{th}}$. Dotted line and diamonds hold for $C_b = 0.98C_{\text{th}}$. Dashed line and triangles hold for $C_b = C_{\text{th}}$. Dot–dashed line and squares hold for $C_b = 1.1C_{\text{th}}$. b) same as a) but under PRWM. c) same as a) but for 5 GHz. d) same as b) but for 5 ghz.

and PRWM). These results also hold when C_b varies from $0.95C_{\text{th}}$ to C_{th}.

7.3 Energy transfer to the soliton

Gain–switched pulses are far above the Fourier–transform limit, due to frequency chirp. This effect is observed in the form of a time–bandwidth product $\Delta t \Delta f$ much higher than the value obtained for the unchirped pulse. Experimental results with chirped pulses indicate that the loss of energy due to chirping of the initial pulse forms a dispersive nonsoliton pedestal. This dispersive radiation can have a highly detrimental effect on soliton propagation. Here we study the energy transfer from pulses generated by direct modulation of laser diodes to the soliton component during fiber propagation. Several values of the linewidth enhancement factor α are considered. The effect of filtering on the energy transfer is also analyzed.

The optimum power and width of chirped pulses that maximize the energy transfer to the fundamental soliton has been obtained[225] in an exact way for field envelopes of the form $E(t) = A\text{sech}^{1+j\alpha}(t)$. The maximum achievable energy transfer is given by $R_{\max} = 2/(1+\sqrt{1+\alpha^2})$, normalized relative to the initial pulse energy. Then for a value of $\alpha = 2$ the maximum energy transfer is $R = 0.6$ (see Fig. 7.6 (a)). The critical values of the α factor for the fundamental soliton are given by $\alpha_c = (4A^2-1)^{1/2}$, where A is the normalized pulse amplitude. All these analytical results correspond to a model for the pulse without filtering before the transmission in the fiber. Note than in this case the maximum energy transfer decreases very quickly when the α factor increases (see the inset of Fig. 7.6 (a) for $\alpha = 5$). When the effect of filtering is considered no analytical results can be obtained. We have performed numerical simulations of the nonlinear Schrödinger equation for input pulses of the form $E(t) = A_0\text{sech}^{1+j\alpha}(t/T_0)$ and for a typical pulse generated by a DFB laser (obtained by solving numerically the rate equations with $\alpha = 5$). The value of the pulse width before filtering is $T_0 = 8.5$ ps. We have normalized the pulse amplitude A to that of a soliton with the width of the pulse obtained after filtering. When a narrow band filter is used the energy transfer is clearly increased (see Fig. 7.6 (b) and (c)). It is also shown that the results are almost insensitive to the value of the linewidth enhancement factor. The maximum energy transfer is similar (around 85%) for sech–pulses and for the pulses generated by the DFB when the filter bandwidth is small.

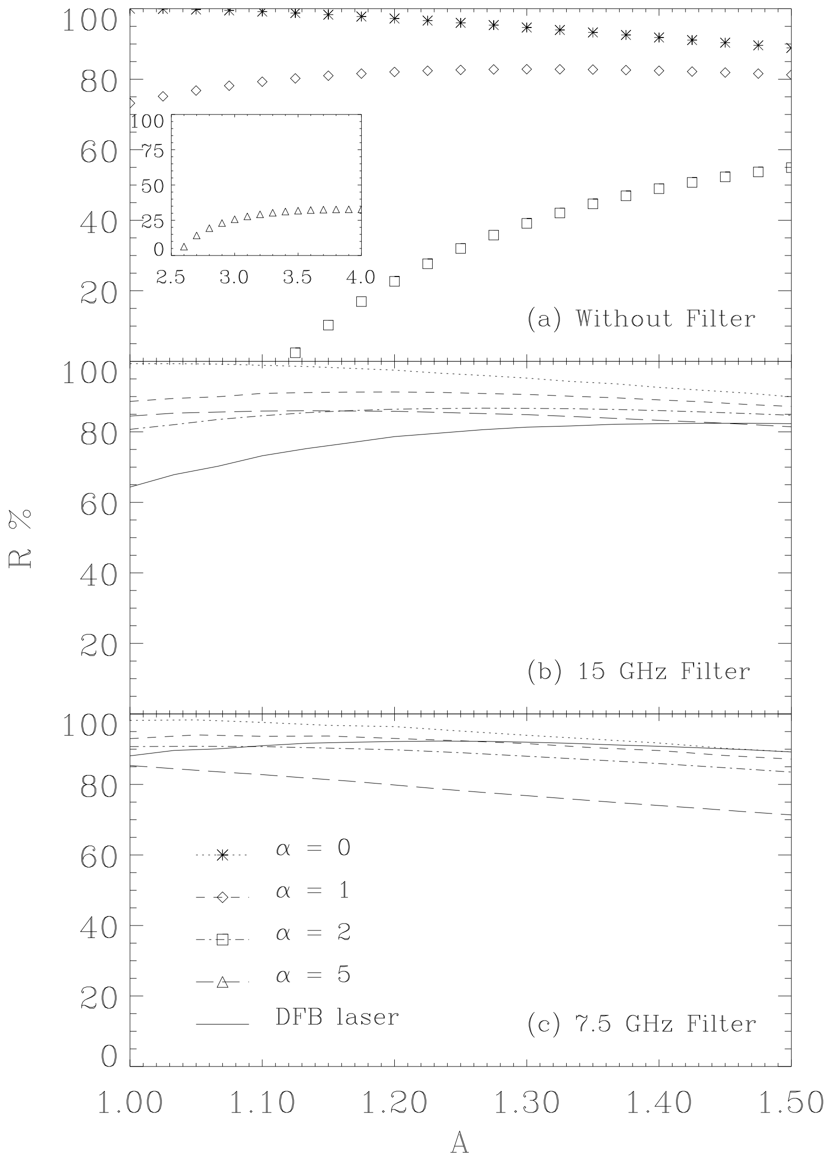


Figure 7.6: Maximum energy transfer after 2000 km as a function of the normalized pulse amplitude A, for different values of the α factor and different filter bandwidth. Lines correspond to simulations and symbols correspond to theory.

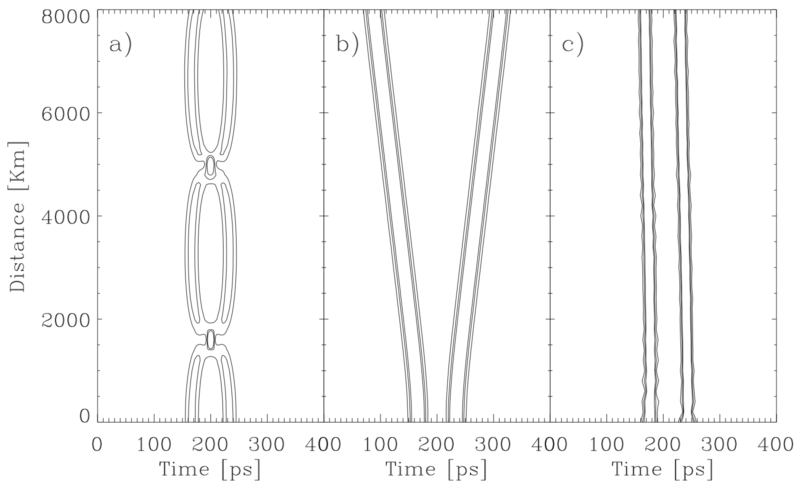


Figure 7.7: Propagation of a pair of pulses with a pulse width of 18 ps and a pulse separation of 66.7 ps for three different cases: solitons with a relative phase of "0" (a), solitons with a relative phase of "π" (b) and semiconductor laser pulses (c).

7.4 Soliton interaction

When a pair of perfect solitons propagate in an optical fiber the interaction strongly depends on the relative phase between them: if they are in phase they attract and repel periodically while propagating. If the relative phase is "π" they repulse to each other during the whole propagation distance. Two solitons that are placed very close to each other behave as in figure 7.7 a) and b) if the relative phase is "0" or "π", respectively. In our example the distance between the solitons was taken as ~ 67 ps (which would represent a frequency of ~ 15 GHz), the full width at half maximum (FWHM) of the solitons $\tau \sim 18$ ps. This corresponds to a pulse separation of 3.7 τ. The amplifiers were placed at a relative distance of 20 Km. Amplifier noise was not considered to focus on soliton interaction effects.

Pulses generated by a laser diode are far from being transform–limited ($\tau \cdot \Delta f \gg 0.4$, where Δf is the spectral power width). A Lorentzian filter with a bandwidth of 7.5 GHz was used to limit the bandwidth of the severely chirped laser output. In figure 7.7 c) we show how a pair of solitons generated

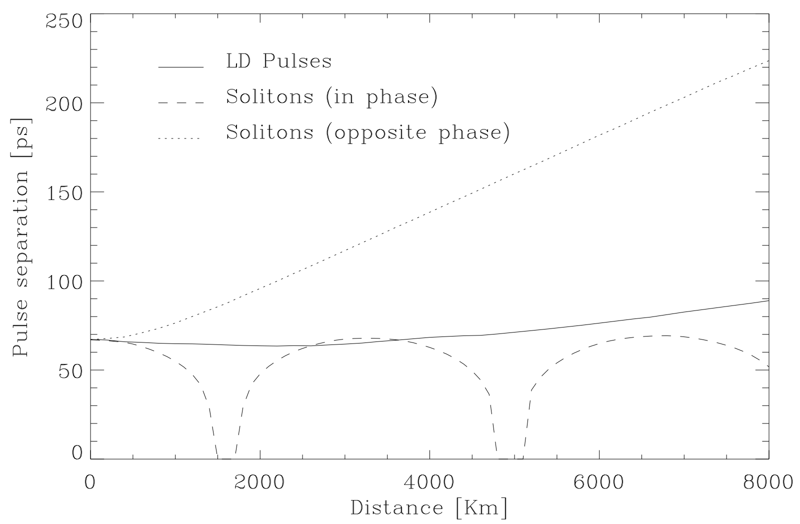


Figure 7.8: Pulse separation for the same cases as in figure 7.7.

by a diode laser propagates under the same conditions of the perfect solitons. By carefully looking at the evolution it can be seen that the behaviour is not as if they were in phase or antiphase. Moreover, they behave as if their relative phase takes an intermediate value. This is exactly the case since the phase between two consecutive pulses produced by a diode laser is random, due to the fact that the pulse generation process is strongly influenced by spontaneous emission in the laser. This fact appears as an advantage since the interaction is reduced.

In figure 7.8 we have plotted the mean value of the pulse separation when 100 pairs of pulses are transmitted through 8000 km of fiber. In this figure it is again evident that the evolution of the laser pulses is an intermediate state between the evolution of solitons in phase and the evolution of solitons with opposite phase. The reduction of interaction effects makes solitons generated by laser diodes very attractive for soliton communication systems.

When amplifier noise is considered, soliton interaction have an important effect on the probability distribution of soliton arrival time at the receiver. For a single pulse the Gordon–Haus jitter follows a Gaussian distribution. However, when the separation of in–phase solitons becomes lower than 2 pulse widths, the jitter probability density function has higher values in the inner

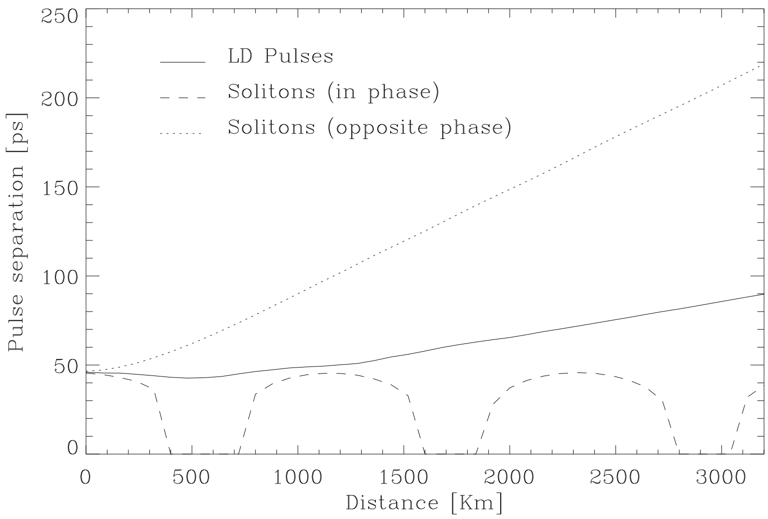


Figure 7.9: Same as in Fig. 7.8 but for an initial pulse separation of 2.5 pulse widths.

wing of the distribution, due to soliton attraction, than the values given by a Gaussian distribution [226, 227]. A method has been recently developed [228] to evaluate the system performance for in–phase solitons. In this method it is considered that when the soliton separation becomes lower than 2.5 pulse widths the attraction of the pulses is rapid and the collision is inevitable. However, when solitons are generated by laser diodes the situation is different due to the random character of the phase difference of consecutive pulses. We show in Fig. 7.9 that the interaction effects are clearly reduced for these pulses. In this case no collision is observed. The increase of the mean value of the pulse separation is probably due to the fact that for most of the phase differences the interaction is repulsive.

In conclusion, we have shown that interaction of solitons produced by gain switching of a diode laser is less strong than in the case of perfect solitons of phase “0” or “π”. This behaviour corresponds to a random relative phase, due to the spontaneous emission noise during the process of generation of the soliton.

Chapter 8

Comparison of the performance of semiconductor and fiber laser sources for soliton transmission with two guiding–filter soliton control techniques

8.1 Introduction

Soliton transmission offers a great potential for exploiting the enormous capacity of EDFA based transmission lines, with impressive demonstrations over both transoceanic and terrestrial distances [229]. A critical component for the implementation of high bit–rate soliton transmission systems is the optical pulse source. Major demands for the produced optical pulses are related to both their spectral and temporal characteristics (shape, duration, repetition rate and wavelength) as well to their quality (transform limited, low jitter). There are two main categories of soliton sources: i) semiconductor–based and ii) fiber–based. Concerning the semiconductor sources, the simplest and most practical approach is based on gain–switched DFB lasers [230]. However, due to the frequency chirping induced by the large carrier density variations, the produced pulses are far from being transform–limited. External cavity mode–locked lasers have been also used for soliton generation [231], producing near transform–limited pulses. Another method for soliton generation is the use of an electroabsorption modulator in combination with a DFB laser [232, 217], with the advantages of the small size and easy integration with lasers and other waveguide devices. A characteristic representative of fiber–based sources is the actively mode–locked erbium fiber ring laser (EFRL), which is capable of producing very high quality soliton pulses [233]. These sources produce transform–limited pulses, with short pulse durations, high powers and broadband tunability, but suffer in terms of device compactness and stability [234].

As far as the pulse quality is concerned, the gain–switched DFB laser and the erbium fiber ring laser represent two extreme cases. On the other hand the first method has the advantages of compactness, reliability, a widely tunable repetition rate and low cost. Another advantage of this pulse source is that pseudorandom sequences of solitons can be generated by direct modulation of the injected current[154]. In this way external modulators to codify the message can be avoided. However, when using gain–switched laser diodes a large pulse spreading has been observed for transmission distances of a few thousand kilometers[131]. This pulse spreading is due to the pulse–to–pulse frequency jitter originated during the gain-switching process by spontaneous emission noise. This effect limits the bit–rate product, as does the Gordon–Haus effect[127] due to the amplifier noise. Another factor that limits soliton transmission is soliton interaction[235]. It is expected that interaction effects will be reduced when solitons are generated by direct modulation of laser diodes. Due to the spontaneous emission noise that is intrinsic to the process of pulse generation, the soliton relative phase will be random. Then the interaction should be smaller that in the case of relative phases 0 and π. So it would interesting to find out the limits of the DFB source concerning ultra–long distance soliton transmission and to investigate in which cases the solution of using the EFRL should be preferred.

In this chapter a comparison of the performance of a gain–switched semiconductor laser (SCL) and an EFRL source for soliton transmission is carried out. Two models have been developed for the simulation of soliton generation with the SCL and EFRL sources. The produced pulses are transmitted over ultra–long distances (8000 km), with the use of two guiding–filter soliton control techniques, i) fixed–frequency filtering along with nonlinear gain and ii) sliding–frequency filtering. In Sect. 8.2 a brief description of the laser models is presented, while in Sect. 8.3 the two guiding–filter based control methods are described. The results of the comparison of the performance of the two soliton sources, concerning the transmission of a single pulse, a pair of pulses and pseudorandom bit sequences are given in Sect. 8.4.

8.2 Brief description of the laser models

8.2.1 Semiconductor Laser (SL)

The description of the semiconductor laser is based on single-mode rate equations (7.1)–(7.2) including a random term that describes spontaneous emission noise The meaning of the symbols and the values of the different parameters are listed in Table 5.1. In order to generate the pulses the injection current $C(t)$ (expressed as number of injected carriers per unit time) is modulated using a return-to-zero (RZ) scheme. In this scheme $C(t)$ follows a square-wave modulation of period $T = t_{\mathrm{on}} + t_{\mathrm{off}}$, taking its on value $C_{\mathrm{on}} = 3.5C_{\mathrm{th}}$ during $t_{\mathrm{on}} = 80$ ps, and then dropping to the bias level, $C_b = 0.98C_{\mathrm{th}}$, where it stays during $t_{\mathrm{off}} = 120$ ps with C_{th} being the threshold current. The time t_{on} is chosen short enough to excite only the first spike of the relaxation oscillations [164]. In the case of pseudorandom sequences this corresponds to a bit "1". For a bit "0" the current stays constant at the bias level during the full period T. With this choice of C_b the statistical properties of the pulses at the laser output are independent of the modulation frequency and also of the modulation regime [164] and pseudorandom sequences of solitons can be generated [154]. In order to obtain sequences of pulses at 15 GHz we perform time division multiplexing (TDM) of the original 5 GHz sequences.

Pulses generated in this way are far from being transform-limited ($\tau \cdot \Delta f \gg 0.4$, where τ is the pulse width and Δf is the spectral power width), because a frequency down-chirp occurs as a result of carrier density modulation. Therefore, these pulses are unable to generate solitons in the fiber. A Lorentzian filter with a bandwidth of 7.5 GHz is used to limit the bandwidth of the severely chirped laser output [216]. Besides that, pulses at the laser output have a full width at half maximum (FWHM) of $\tau \sim 25$ ps. After TDM the mean value of the separation between pulses is $\Delta T = 66.7$ ps for a modulation frequency of 15 GHz, giving rise to a very low value for the ratio pulse separation/pulse width: $\Delta T/\tau < 3$. In order to reduce interaction during the propagation through the fiber we produce pulse compression through 1.2 km of a normal dispersion fiber ($\beta_2 = 40$ ps^2/km) before filtering. In this way we

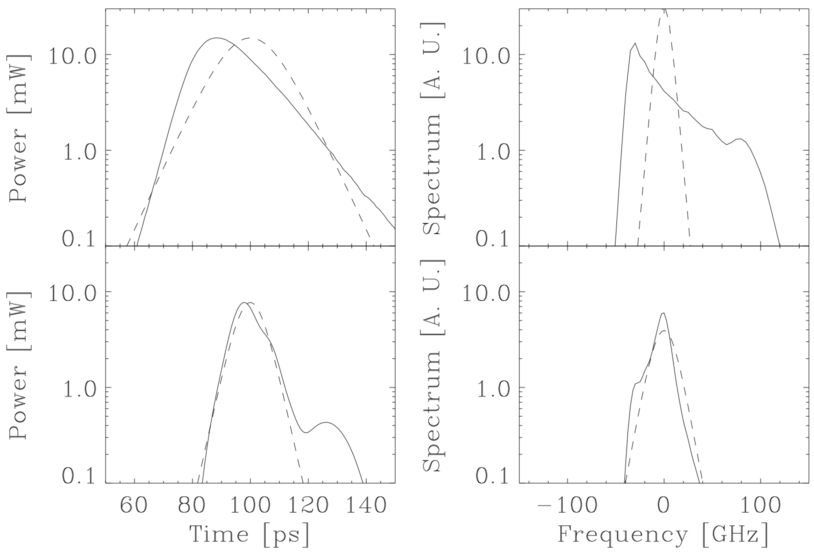


Figure 8.1: A typical pulse from a semiconductor laser (solid lines) at the laser output (top graphs) and after filtering and compression (bottom graphs), compared with perfect solitons of the same width and height (dashed lines).

obtain a FWHM of $\tau \sim 14$ ps and a time-bandwidth product of $\tau \cdot \Delta f \sim 0.4$. In Fig. 8.1 we can see an example of a pulse produced by a semiconductor laser at the laser output (top graph) and after filtering and compression (bottom graph) compared with perfect solitons of the same width and height.

8.2.2 Fiber Ring Laser (FRL)

The configuration of the mode-locked Fiber Ring Laser that we consider is depicted in Figure 8.2. The functional parts of the cavity are: the optical filter, the erbium doped fibre, the amplitude modulator, the isolator and the output coupler. The model considers that the initial optical field is low power noise. The propagation along the fiber in every round trip, is governed by the perturbed Non-Linear Schröedinger Equation (NLSE) [146]

$$i\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{1}{2}\beta_2\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \delta_{\rm NL}|E|^2E - i\frac{\alpha_l}{2}E, \tag{8.1}$$

where E is the complex field envelope, t the retarded time frame, z the lon-

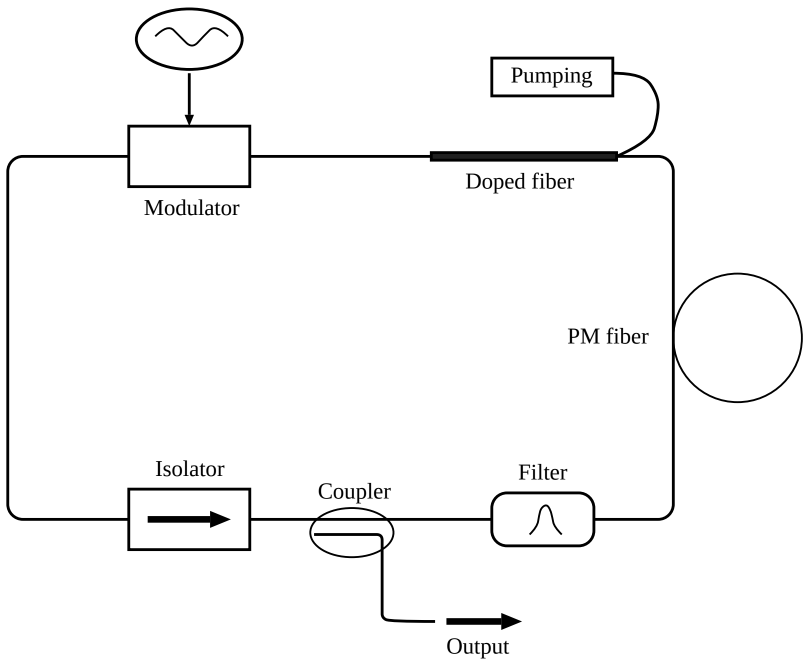


Figure 8.2: Schematic representation of the Erbium Fiber Ring Laser.

gitudinal coordinate, β_2 the group velocity dispersion parameter, α_l the fiber loss coefficient, and δ_{NL} the nonlinear parameter. The NLSE is numerically solved with the well known Split-Step Fourier method [141]. The cavity fiber is considered to be Polarization Maintaining (PM).

The signal undergoes a similar treatment during its propagation along the Erbium doped fibre (EDF). The difference is that a gain term is added to the NLSE. The total net gain that the optical field feels along the EDF is calculated by a simple formula which takes into account the low power gain, the input power saturation effect and the bandwidth of the optical amplification. The optical filter acts in the frequency domain with a Lorentzian transfer function, while the amplitude modulator acts sinusoidally in the time domain, assuming a perfect timing with the incoming signal. During the first transient phase, the field power is low, so the gain is almost equal to the "small signal gain". From round to round the field power increases and consequently the gain saturates. This mechanism leads finally to the steady state. The number of round trips that are required to achieve this convergence, is not known from the beginning

Parameter	Value	Units
Optical filter central wavelength	1.55	μm
Optical filter bandwidth	1.5	nm
Optical filter loss	3.4	dB
Modulation frequency	2.5	GHz
Modulator losses	4.7	dB
Coupling ratio of output coupler	0.9	adim.
PM fiber length	5	km
Chromatic dispersion of PM fiber	16	ps/nm/km
Cross section of PM fiber	50	μm^2
Doped fiber length	30	m
Chromatic dispersion of doped fiber	-60	ps/nm/km
Cross section of doped fiber	20	μm^2
Maximum optical amplification	26	dB
Amplifier bandwidth	30	nm

Table 8.1: Meanings and values of the parameters employed in the FRL model.

of the procedure. Typically, one hundred round trips are sufficient. With an appropriate combination of the power level (controlled by the pumping power of the active fibre) and the length of the fibers, the cavity can support the generation of solitons. The main benefit from this fact, is that the width of the solitons can be controlled by the pumping power. The FRL cavity parameters that were used in this study are given in Table 8.1. In Fig. 8.3 we can see an example of a pulse produced by a FRL (pulse width $\tau = 14.1$ ps) compared with a perfect soliton of the same width and height. It is evident that, contrary to the pulses produced by the SL, the FRL pulse quality is very high both in the time and frequency domain (the time–bandwidth product is $\tau\Delta f \sim 0.34$).

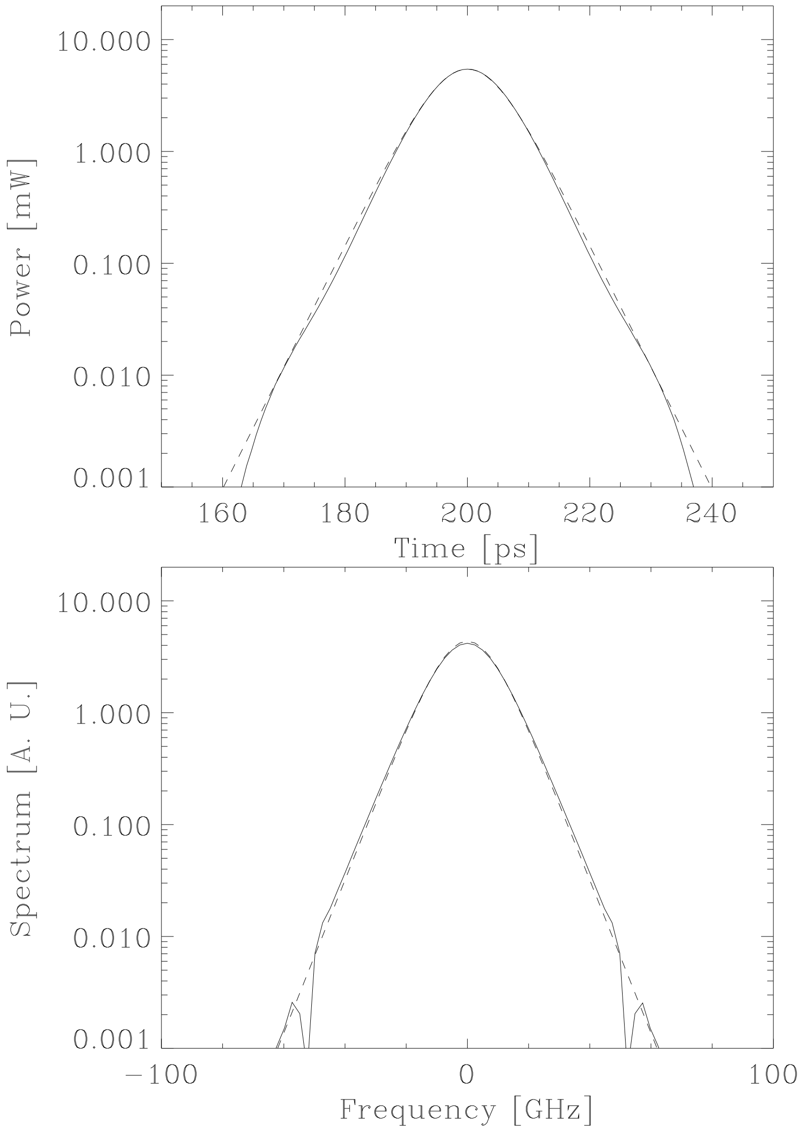


Figure 8.3: A typical pulse from a fiber ring laser (solid lines) compared with a perfect soliton of the same width and height (dashed lines).

8.3 Description of the transmission system configuration and the guiding–filter control methods

A typical configuration of the transmission system under investigation, is shown in Figure 8.4. It is supposed that each transmission segment consists of a fiber line, a linear optical amplifier and a soliton control module. The propagation of the pulses between two successive amplifiers is governed by the perturbed Non-Linear Schröedinger Equation (8.1), which includes the terms of fiber dispersion, nonlinearity and loss. The path-averaged power over one amplification period is maintained equal to the fundamental soliton power P_{sol}, according to the average soliton concept. The amplifier spacing is kept smaller than the soliton period in this study. The addition of the ASE noise to the soliton, changes its central frequency in a random way. In our model, the noise is represented with complex numbers added to the signal in the time domain. The real and imaginary noise parts follow a Gaussian distribution with variance $\sigma^2 = P_{\mathrm{ASE}}/2$, where P_{ASE} is the noise power [236]:

$$P_{\mathrm{ASE}} = n_{\mathrm{sp}} h\nu (G-1)\Delta\nu,$$

where n_{sp} is the excess noise factor, ν the central frequency, G the power gain of the amplifier and $\Delta\nu$ the noise bandwidth. The excess noise factor n_{sp} is related to the optical amplifier noise figure through the equation [141]:

$$\mathrm{NF} = 2n_{\mathrm{sp}}\frac{G-1}{G}.$$

We consider two guiding–filter soliton control techniques: i) fixed frequency filtering alongh with nonlinear gain (NLG), and ii) sliding—frequency filtering (SF). The filtering action in both control methods, is represented by the multiplication of the pulse envelope in the frequency domain, with $H(\omega) = |1 + 2i(\omega - \omega_0)/B|^{-1}$, where ω is the normalized angular frequency, ω_0 is the peak gain frequency of the filter, and B is the normalized filter bandwidth. The real filter bandwidth BW is related to the normalized distributed filter strength β through [237]:

$$\beta = \frac{c}{\pi\lambda^2 D \mathrm{BW}^2 L_a}$$

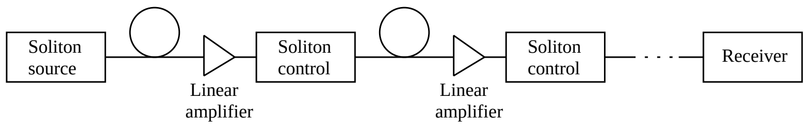


Figure 8.4: Schematic representation of the transmission line. Soliton control methods are applied after each amplifier.

where c is the light velocity, λ the operating wavelength, D the dispersion parameter, BW the real filter bandwidth and L_a the amplifier spacing. When filtering is applied, an excess gain is necessary, in order to compensate for the loss to the wings of the soliton spectrum due to the filter. In the cases where nonlinear gain is applied (after the fixed-frequency filter), the field envelope is multiplied in the time domain, with $G_{\mathrm{NL}} = \exp[\delta_{\mathrm{NL}} L_a |E|^2/(L_D P_0)]$ [237], where δ_{NL} is the nonlinear gain coefficient, L_D the dispersion length and P_0 the soliton peak power. In this case, the filter strength β, nonlinear coefficient δ_{NL} and excess gain δ, should satisfy the relation $\beta = 2\delta_{\mathrm{NL}} + 3\delta$ [138]. Since we have used a value of the excess gain $\delta = 0.01$ for all values of β, the relation $\delta_{\mathrm{NL}} = (\beta - 0.03)/2$ holds. However, when pulses are generated by SL it is found that soliton energy increases during the transmission when strong filtering is applied. To avoid this instability the value of the nonlinear gain coefficient is slightly reduced. For example, the corresponding value of δ_{NL} for $\beta = 0.3$ is reduced from 0.135 to 0.130.

In the sliding-frequency filtering technique, the central frequency ω_0 of the filter is gradually decreased along the transmission line, with a normalized rate $\alpha_0 = -\beta/3$ [136] or in real units:

$$\frac{\Delta\omega_0}{\Delta z} = -\frac{\beta}{1.763\tau L_D},$$

where τ is the pulse width. The excess gain δ in this method, also depends on the filter strength β [238]:

$$\delta = 0.3958\beta.$$

Symbol	Parameter	Value	Units
λ	Operating wavelength	1.55	μm
α_{dB}	Fiber loss	0.24	dB
D	Dispersion parameter	1	ps/nm/km
A_{eff}	Effective core area	35	μm^2
τ	Pulse width	14.1	ps
L_D	Dispersion length	50.2	km
P_{sol}	Soliton power	5.443	mW
P_0	Peak power	13.515	mW
L_a	Amplifier spacing	40	km
G_L	Amplifier power gain	9.6	dB
NF	Amplifier noise figure	4.3	dB

Table 8.2: Meanings and values of the parameters employed in the modelling of the transmission line

8.4 Performance comparison of the two soliton laser sources

In this section we compare the performance of soliton control techniques for both different soliton sources, semiconductor lasers and fiber ring lasers. In order to do that comparison we evaluate the timing jitter as a function of the propagation distance and filter strength β for three different cases: sequences of one pulse, sequences of two pulses and pseudorandom sequences of 12 bits. In the case of two–pulse and pseudorandom sequences the initial pulse separation is $\Delta T = 66.7$ ps which corresponds to a modulation frequency of 15 GHz. Since the average value of the initial pulse width is $\tau = 14.1$ ps, the ratio pulse separation/pulse width has a value $\Delta T/\tau = 4.7$. With this value interaction is expected to be important, specially for FRL pulses. In fact, with these values of pulse width and pulse separation and in the absence of any control method a pair of FRL pulses would collapse in ~ 2500 km. The transmission of one–pulse sequences will allow us to evaluate the performance of soliton control techniques when no interaction is present.

8.4.1 One pulse transmission

In Figs. 8.5 y 8.6 we have plotted the timing jitter obtained from numerical simulations for the propagation of 200 sequences of 1 pulse using both soliton control methods and both soliton sources. In these figures we have used two values of the normalized filter strength, $\beta = 0.15$ and $\beta = 0.3$, which correspond to a filter bandwidth BW= 81.4 GHz and BW= 57.5 GHz, respectively. Other parameters employed in the simulations are given in Table 8.2. It is found that the use of the NLG method is generally more efficient in reducing the timing jitter. As can be seen in Figs. 8.5 and 8.6 the increasing of timing jitter is well controlled by both soliton control methods. In the worst case (sliding filters and $\beta = 0.15$ in Fig. 8.5) the jitter increases less than 3 ps. It should be noticed here that the final jitter for SL pulses (Fig. 8.6) is always higher than the final jitter for FRL pulses (Fig. 8.5), although the jitter increment is smaller for SL pulses. The reason for that is the initial jitter of SL pulses, caused by spontaneous emission in the laser diode, of about 3.5 ps. In spite of this, the final value of the jitter for SL pulses is low enough to allow transmission at 8000 km with a bit error rate (BER) smaller than 10^{-9}. The best results for the jitter reduction are obtained for NLG and, as expected, for the strongest filters ($\beta = 0.3$) for both soliton sources (see Figs. 8.5 and 8.6).

8.4.2 Pulse pair transmission

When two pulses propagate together with a ratio $\Delta T/\tau < 5$, pulse interaction is expected to play a role in the increasing of the timing jitter, specially in the case of FRL pulses. In this case pulses have the same phase and interaction is always attractive. However, this is not the case for SL pulses. The phase of SL pulses varies randomly from pulse to pulse and then interaction effects are reduced (see Sect. 7.4). This is clearly seen when comparing timing jitter for 1 and 2 pulse sequences transmission for both soliton sources. The increase of timing jitter during propagation for pulses generated by laser diodes is of the same order when sequences of 1 and 2 pulses are transmitted (see Figs. 8.6 and 8.8). On the contrary, for solitons generated by FRL an increase of timing jitter due to interaction effects is observed when sequences of 2 pulses are transmitted. The NLG method is effective in reducing this increase provided that strong filtering is applied (see Figs. 8.5 and 8.7).

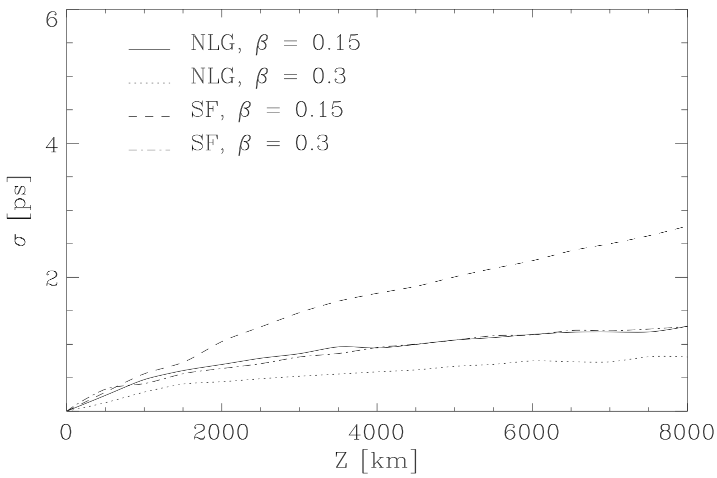


Figure 8.5: Timing jitter as a function of the propagation distance for two values of the filter strength β and for both soliton control methods as obtained from numerical simulations. Averages are obtained from the propagation of 200 sequences of 1 pulse produced by the fiber ring laser.

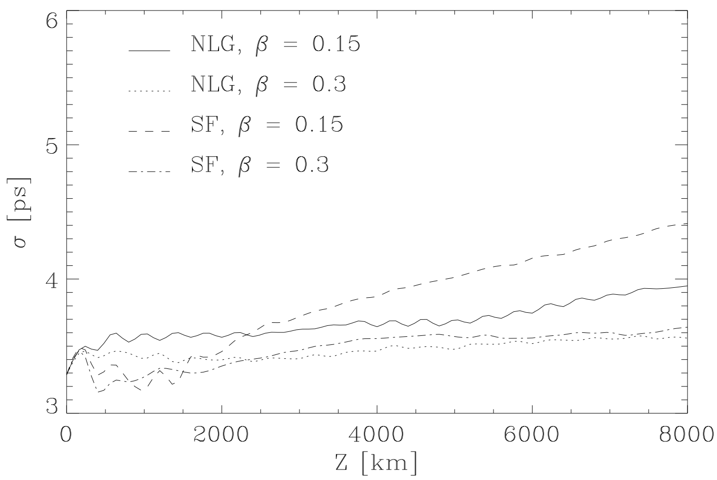


Figure 8.6: Same as in Fig. 8.5 for input pulses produced by the semiconductor laser.

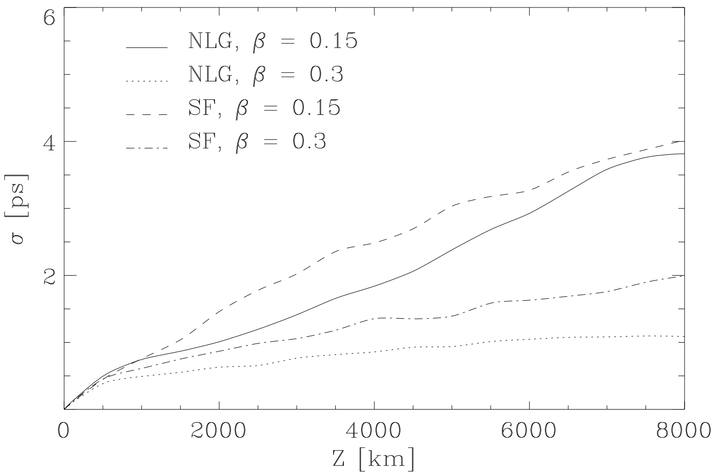


Figure 8.7: Same as in Fig. 8.5 for 200 sequences of 2 pulses.

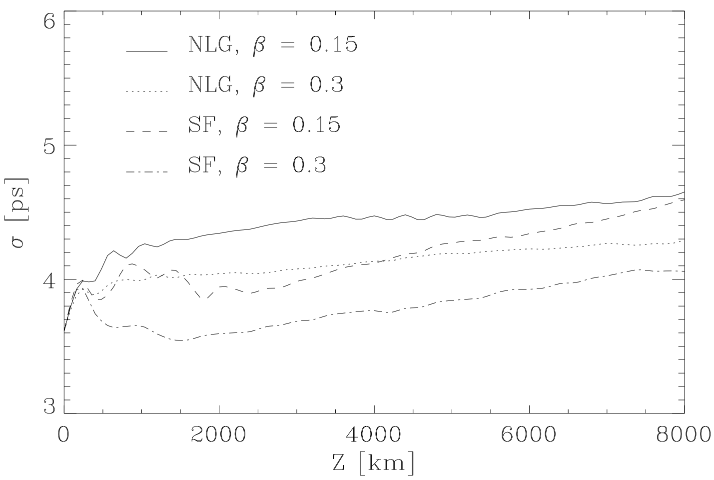


Figure 8.8: Same as in Fig. 8.6 for 200 sequences of 2 pulses.

8.4.3 Pseudorandom bit sequence transmission

We consider now the transmission of pseudorandom sequences of solitons generated by SL and FRL. It is expected that interaction effects play an intermediate role between the case of transmission of sequences of 1 and 2 pulses. Since for the pulses generated by the SL interaction effects are not important, the results shown in Fig. 8.10 are similar to those obtained for sequences of one and two pulses. On the other hand, for solitons generated by FRL timing jitter is greater than for sequences of one pulse and smaller than for sequences of 2 pulses, as expected.

When comparing the results for the transmission of solitons generated by SL and FRL, we conclude that the increase of timing jitter is of the same order for transmission over transoceanic distances. However, due to the initial jitter of SL pulses originated in the gain–switching process, the timing jitter for SL is greater than the one for FRL pulses. Therefore, if the same criteria are used to evaluate the BER from timing jitter, the performance of FRL pulses is better. However, due to interaction of these pulses a more restrictive criterion must be used [228]. When the pulse separation becomes smaller than 2.5 pulse width the attraction of the pulses is rapid and the collision is inevitable (see Fig. 7.9). Then more restrictive time windows than for SL pulses must be used. Here we consider a time window of 31.5 ps for the FRL pulses and a time window of 66.7 for SL pulses. The results obtained in this way (see Figs 8.11 and 8.12) show that it is possible to transmit solitons generated by both sources at distances of 8000 km at 15 Gb/s with a BER lower than 10^{-9}. This BER is obtained for values of β in the range 0.15–0.3.

In summary, we have compared the transmission of solitons generated by SL and FRL. Timing jitter is greater for SL pulses due to the initial fluctuations during the gain–switching process. However, since the relative phase of two consecutive SL pulses is random, the interaction effects are reduced. FRL show no intial jitter since possible instabilities are not considered. The jitter due to the transmission is similar for both soliton sources. Interaction effects are shown to be more important for FRL pulses. Nonlinear gain is very effective to reduce these effects, due to the pulse width reduction. BER evaluation taking into account interaction effects for FRL pulses shows that transmission of solitons over transoceanic distances at 15 Gb/s is possible for both soliton sources.

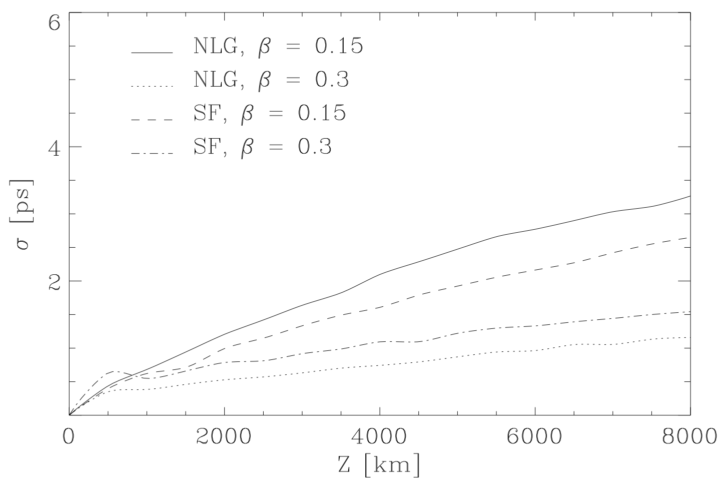


Figure 8.9: Same as in Fig. 8.5 for 50 pseudorandom sequences of 12 bits.

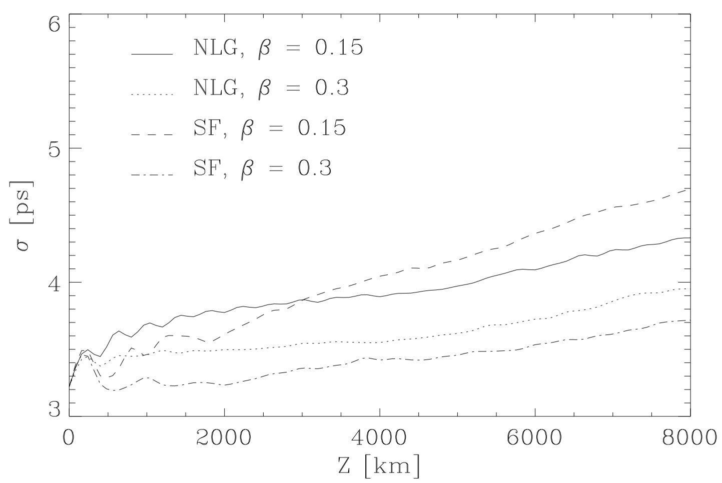


Figure 8.10: Same as in Fig. 8.6 for 50 pseudorandom sequences of 12 bits.

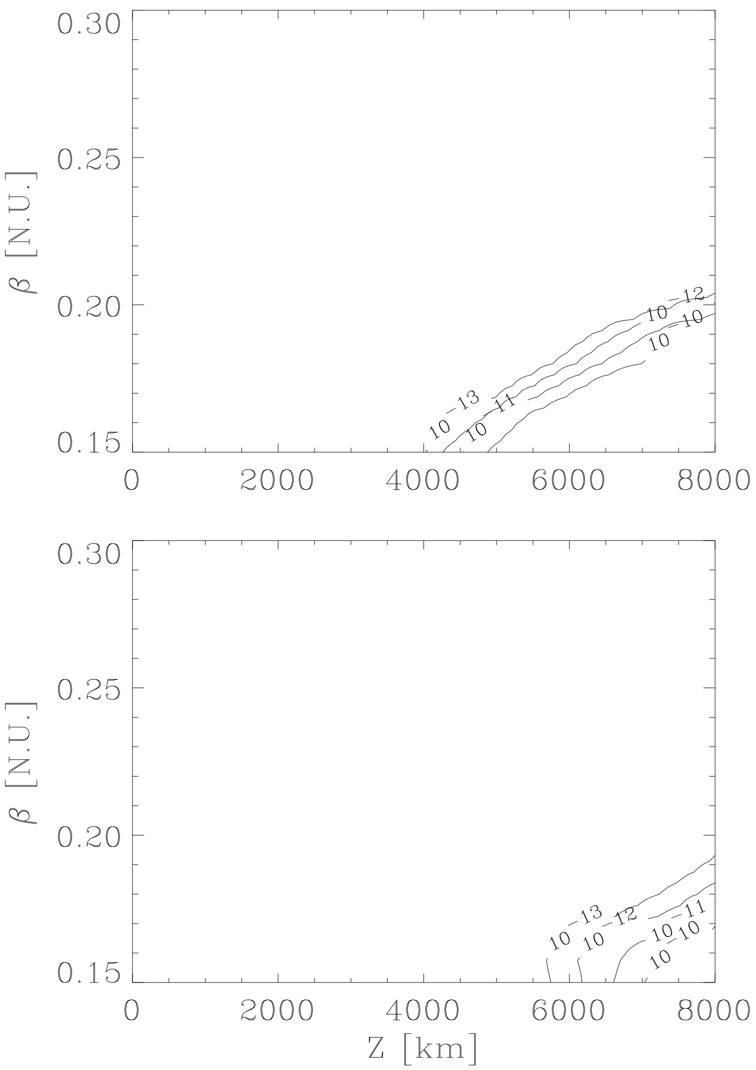


Figure 8.11: BER obtained from timing jitter for 50 pseudorandom sequences of 12 bits generated by FRL. Upper plot corresponds to NLG and lower plot to SF.

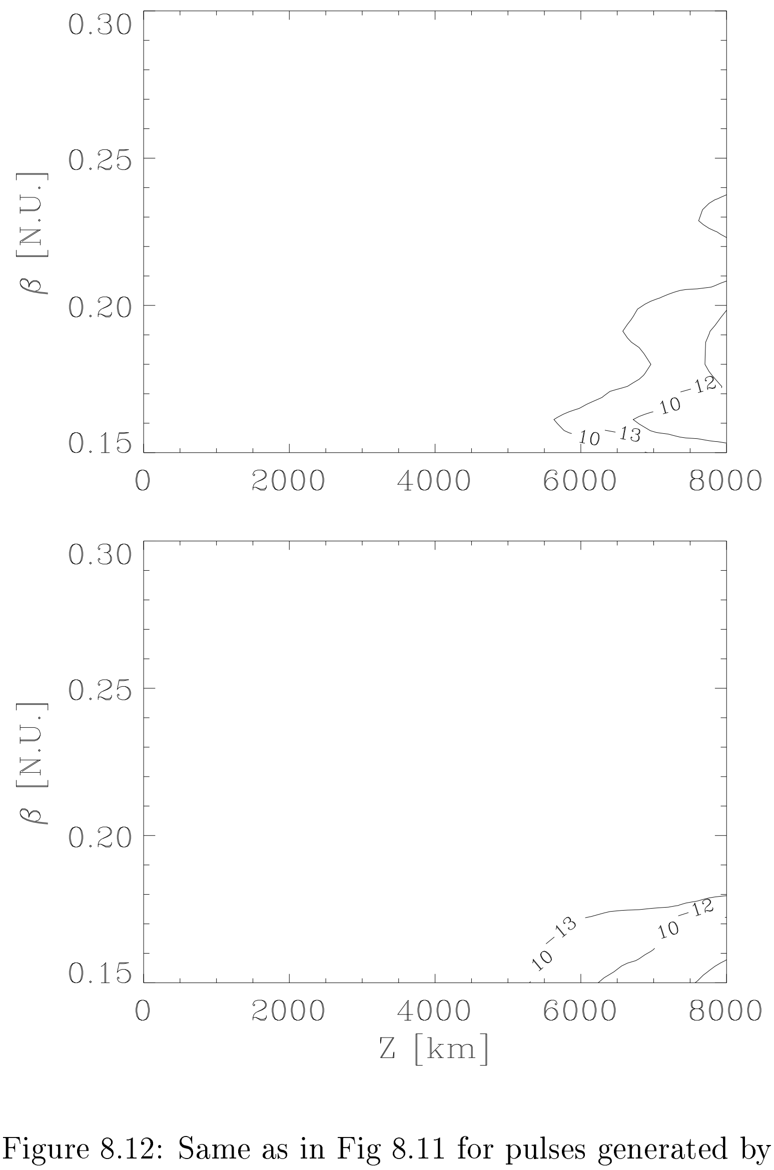


Figure 8.12: Same as in Fig 8.11 for pulses generated by SL.

Bibliography

[1] A. L. Schawlow and C. H. Townes, Phys. Rev. **112**, 1940 (1958).

[2] A. M. Prokhorov, J. Exptl. Theoret. Phys. USSR **34**, 1658 (1958).

[3] J. P. Gordon, H. J. Zeiger, and C. H. Townes, Phys. Rev. **95**, 282, (1954); **99**, 1264 (1954).

[4] N. G. Basov and A. M. Prokhorov, J. Exptl. Theoret. Phys. USSR **27**, 431 (1954).

[5] T. H. Maiman, Nature **187**, 493 (1960).

[6] R. J. Collins, D. F. Nelson, A. L. Schawlow, W. Bond, C. G. B. Garrett, and W. Kaiser, Phys. Rev. Lett. **5**, 303 (1960).

[7] A. Javan, W. R. Bennett, and D. R. Herriott, Phys. Rev. Lett. **6**, 106 (1961).

[8] N. G. Basov, O. N. Krokhin, and Y. M. Popov, Sov. Phys. JETP **13**, 1320 (1961).

[9] R. N. Hall, G. E. Fenner, J. D. Kingsley, T. J. Soltys, and R. O. Carlson Phys. Rev. Lett. **9**, 366 (1962).

[10] M. I. Nathan, W. P. Dumke, G. Burns, F. H. Dill Jr., and G. Lasher, Appl. Phys. Lett. **1**, 62 (1962).

[11] T. M. Quist, R. H. Rediker, R. J. Keyes, W. E. Krag, B. Lax, A. L. McWhorter, and H. J. Zeiger, Appl. Phys. Lett. **1**, 91 (1962).

[12] N. Holonyak Jr. and S. F. Bevacqua, Appl. Phys. Lett. **1**, 82 (1962).

[13] H. Kroemer, Proc. IEEE **51**, 1782 (1963).

[14] Z. I. Alferov and R. F. Kazarinov, authors certificate 181737, USSR (1963).

[15] H. Kressel and H. Nelson, RCA Rev. **30**, 106 (1969).

[16] I. Hayashi, M. B. Panish, and P. W. Foy, IEEE J. Quantum Electron. **QE–5**, 211 (1969).

[17] Z. I. Alferov, V. M. Andreev, E. L. Portnoi, and M. K. Trukan, Sov. Phys. Semicond. **4**, 1107 (1970).

[18] I. Hayashi, M. B. Panish, P. W. Foy, and S. Sumski Appl. Phys. Lett. **17**, 109 (1970).

[19] Z. I. Alferov, V. M. Andreev, D. Z. Garbuzov, Y. V. Zhilyaev, E. P. Morozov, E. L. Portnoi, and V. G. Trofim, Sov. Phys. Semicond. **4**, 1573 (1971).

[20] J. C. Dyment, Appl. Phys. Lett. **10**, 84 (1967).

[21] J. E. Ripper, J. C. Dyment, L. A. D'Asaro, and T. L. Paoli, Appl. Phys. Lett. **18**, 155 (1971).

[22] A. P. Bogatov, L. M. Dolginov, P. G. Eliseev, M. G. Milvidskii, B. N. Sverdlov, and E. G. Shevchenko, Sov. Phys. Semicond. **9**, 1282 (1975).

[23] K. Oe, S. Ando, and K. Sugiyama, Jpn. J. Appl. Phys. **16**, 1273 (1977).

[24] N. Kobayashi and Y. Horikoshi, Jpn. J. Appl. Phys. **18**, 1005 (1979).

[25] S. Akiba, K. Sakai, Y. Matsushima, and T. Yamamoto, Electron. Lett. **15**, 606 (1979).

[26] G. D. Henshall and P. D. Green, Electron. Lett. **15**, 621 (1979).

[27] H. Kawaguchi, T. Takahei, Y. Toyoshima, H. Nagai, and G. Iwane, Electron. Lett. **15**, 669 (1979).

[28] I. P. Kaminow, R. E. Nahory, M. A. Pollack, L. W. Stulz, and J. C. Dewinter, Electron. Lett. **15**, 763 (1979).

[29] S. Arai, M. Asada, Y. Suematsu, and Y. Itaya, Jpn. J. Appl. Phys. **18**, 2333 (1979).

[30] H. Kogelnik and G. V. Shank, Appl. Phys. Lett. **18**, 152 (1971).

[31] M. Nakamura, K. Aiki, J. Umeda, and A. Yariv, Appl. Phys. Lett. **27**, 403 (1975).

[32] L. A. Coldren and S. W. Corzine, *Diode lasers and photonic integrated circuits*, Wiley, New York (1995).

[33] F. K. Reinhart, R. A. Logan, and C. V. Shank, Appl. Phys. Lett. **27**, 45 (1975).

[34] W. T. Tsang and S. Wang, Appl. Phys. Lett. **28**, 596 (1976).

[35] H. Namizaki, M. K. Shams, and S. Wang, Appl. Phys. Lett. **31**, 122 (1977).

[36] M. K. Shams and S. Wang, Appl. Phys. Lett. **33**, 170 (1978).

[37] H. Kawanishi, Y. Suematsu, and K. Kishino, IEEE J. Quantum Electron. **QE-13**, 64 (1977).

[38] G. H. B. Thompson, *Physics of semiconductor laser devices*, Wiley, New York (1980).

[39] G. P. Agrawal and N. K. Dutta, *Long–wavelength semiconductor lasers*, Van Nostrand Reinhold, New York (1986).

[40] L. Esaki and R. Tsu, BIM J. Res. Dev. **14**, 61 (1970).

[41] R. Dingle, W. Weigmann, and C. H. Henry, Phys. Rev. Lett. **33**, 827 (1974).

[42] J. P. van der Ziel, R. Dingle, R. C. Miller, W. Weigmann, and W. A. Nordland Jr., Appl. Phys. Lett. **26**, 463 (1975).

[43] R. D. Dupuis and P. D. Dapkus, Appl. Phys. Lett. **32**, 473 (1978).

[44] W. T. Tsang, Appl. Phys. Lett. **39**, 786 (1981).

[45] W. T. Tsang, Appl. Phys. Lett. **40**, 217 (1982).

[46] E. Kapon, D. M. Hwang, and R. Bhat, Phys. Rev. Lett. **63**, 430 (1989).

[47] H. Soda, K. Iga, C. Kitahara, and Y. Suematsu, Jpn. J. Appl. Phys., **18**, 2329 (1979).

[48] R. S. Geels and L. A. Coldren, Appl. Phys. Lett. **57**, 1605 (1990).

[49] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Wiley, New York (1975).

[50] M. Yamada, IEEE J. Quantum Electron. **QE–19**, 1365 (1983).

[51] A. C. Newell and J. V. Moloney, *Nonlinear Optics*, Addison–Wesley, Redwood City (1992).

[52] H. Haug and S. W. Koch, Phys. Rev. A **39**, 1887 (1989).

[53] H. Haug and S. W. Koch, *Quantum theory of optical and electronic properties of semiconductors*, World Scientific, Singapore (1990).

[54] W. W. Chow, S. W. Koch, and M. Sargent III, *Semiconductor laser physics*, Springer–Verlag, Berlin (1994).

[55] J. Yao, G. P. Agrawal, P. Gallion, and C. M. Bowden, Opt. Commun. **119**, 246 (1995).

[56] S. Balle, Opt. Commun. **119**, 227 (1995).

[57] A. Yariv, *Optical electronics*, Holt, Rinehart and Winston, New York (1985).

[58] M. Sargent, M. M. Scully, and W. E. Lamb, *Laser physics*, Addison–Wesley, Reading (1974).

[59] C. J. Chang–Hasnain, J. P. Harbison, G. Hasnain, A. C. van der Lehmen, L. T. Florez, and N. G. Stoffel, IEEE J. Quantum Electron. **QE-27**, 1402 (1991).

[60] C. H. Chong and J. Sarma, IEEE Photon. Technol. Lett. **5**, 761 (1993).

[61] A. Valle, J. Sarma, and K. A. Shore, IEEE J. Quantum Electron. **QE-31** 1423 (1995).

[62] W. Sockley and W. T. Read, Phys. Rev. **87**, 835 (1952).

[63] R. N. Hall, Phys. Rev. **87**, 387 (1952).

[64] N. K. Dutta and R. J. Nelson, J. Appl. Phys. **53**, 74 (1982).

[65] M. Takeshima, J. Appl. Phys. **43**, 4114 (1972).

[66] M. Takeshima, Phys. Rev. B **29**, 1993 (1984).

[67] R. I. Taylor, R. A. Abram, M. G. Burt, and C. Smith, *Semicond. Sci. Technol.*, **5**, 90 (1990).

[68] D. Botez, IEEE J. Quantum Electron. **QE-17**, 178 (1981).

[69] M. Lax, Phys. Rev. **160**, 290 (1967).

[70] H. Haug and H. Haken, Z. Physik **204**, 262 (1967).

[71] C. H. Henry, IEEE J. Quantum Electron. **QE-18**, 259 (1982).

[72] A. P. Bogatov, P. G. Eliseev, and B. N. Sverdlov, IEEE J. Quantum Electron. **QE-11**, 510 (1975).

[73] G. P. Agrawal, IEEE J. Quantum Electron. **QE-23**, 860 (1987).

[74] M. P. Kressel and E. P. Ippen, Appl. Phys. Lett. **51**, 1765 (1987).

[75] G. P. Agrawal, IEEE Photon. Technol. Lett. **1**, 212 (1989).

[76] S. Balle, R. Banerjee, and M. San Miguel, IEEE Photon. Technol. Lett. **5**, 503 (1993).

[77] M. Villatzen, A. Uskov, J. Mørk, H. Olesen, B. Tromborg, and A. P. Jaupo, IEEE Photon. Technol. Lett. **3**, 606 (1991).

[78] G. P. Agrawal, IEEE J. Quantum Electron. **QE-26**, 1901 (1990).

[79] G. H. M. van Tartwijk, A. M. Levine, and D. Lenstra, IEEE J. of Selected Topics in Quantum Electron. **1**, 466 (1995).

[80] M. P. van Exter, W. A. Hamel, J. P. Woerdman, and B. R. P. Zeijlmans, IEEE J. Quantum Electron. **QE-28**, 1470 (1992).

[81] B. N. Gomatam and A. P. Defonzo, IEEE J. Quantum Electron. **QE-26**, 1689 (1990).

[82] G. Wang, R. Nagarajan, D. Tauber, and J. Bowers, IEEE Photon. Technol. Lett. **5**, 642 (1993).

[83] P. Spano, A. Mecozzi, A. Sapia, and A. D'Ottavi, in *Third International Workshop on Nonlinear Dynamics and Quantum Phenomena in Optical Systems*, edited by R. Vilaseca and R. Corbalán (Springer-Verlag, New York, 1991), and references therein.

[84] C. H. Henry, J. Lightwave Technol. **LT-4**, 288 (1986).

[85] H. Risken, *The Fokker–Planck equation: Methods of Solution and Applications*, Springer–Verlag, Berlin (1984).

[86] M. Lax, Phys. Rev. **157**, 213 (1967).

[87] H. Haken, *Light* Vol. 2 *Laser light dynamics*, North Holland, Amsterdam (1985).

[88] H. Haken, *Laser Theory*, Springer–Verlag, Berlin (1984).

[89] C. H. Henry, IEEE J. Quantum Electron. **QE-19**, 1391 (1983).

[90] C. W. Gardiner, *Handbook of stochastic methods*, Springer–Verlag, Berlin (1983).

[91] A. Mecozzi, A. Sapia, P. Spano, and G. P. Agrawal, IEEE J. Quantum Electron. **QE-27**, 332 (1991).

[92] P. Spano, A. D'Ottavi, B. Daino, and S. Piazzolla, IEEE J. Quantum Electron. **25**, 1440 (1989).

[93] S. Balle, P. Colet and M. San Miguel, Phys. Rev. A **43**, 498 (1991).

[94] D. Lenstra, B. H. Verbeek, and A. J. den Boef, IEEE J. Quantum Electron. **QE-21**, 674 (1985).

[95] K. Petermann, *Laser Diode Modulation and Noise*, Kluwer Academics, Dordrecht, The Netherlands (1988).

[96] K. Kikuchi and T. Okoshi, Electron. Lett. **18**, 10 (1981).

[97] D. Lenstra, Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. **1376**, 245 (1991).

[98] E. Hernández–García, C. R. Mirasso, K. A. Shore, and M. San Miguel, IEEE J. Quantum Electron. **30**, 241 (1994).

[99] J. Revuelta, L. Pesquera, E. Hernández-García, and C. R. Mirasso, Opt. Lett. **20**, 2213 (1995).

[100] W. Forysiak and N. J. Doran, J. Lightwave Technol. **13**, 850 (1995).

[101] G. P. Agrawal and G. R. Gray, Phys. Rev. A **46**, 5890 (1992).

[102] L. Petersen, U. Gliese, and T. N. Nielsen, IEEE J. Quantum Electron. **QE-30**, 2526 (1994).

[103] W. A. van der Graaf, *Nonlinear dynamics of semiconductor lasers driven by external optical fields*, Ph. D. Thesis, Vrije Universiteit te Amsterdam, The Netherlands (1997).

[104] K. Vahala, K. Kyuma, A. Yariv, S. K. Kwong, M. Cronin– Golomb, and K. Y. Lau, Appl. Phys. Lett. **49**, 1563 (1986).

[105] R. Lang and K. Kobayashi, IEEE J. Quantum Electron. **QE-16**, 347 (1980).

[106] A. Yariv and D. M. Pepper, Opt. Lett. **1**, 16 (1977).

[107] D. M. Bloom and G. C. Bjorklund, Appl. Phys. Lett. **31**, 592 (1977).

[108] G. H. M. van Tartwijk, H. J. C. van der Linden, and D. Lenstra, Opt. Lett. **17**, 1590 (1992).

[109] A. Yariv, *Quantum electronics*, Wiley, New York (1988).

[110] G. H. M. van Tartwijk and D. Lenstra, Quantum Semiclass. Opt. **7**, 87 (1995).

[111] D. H. DeTienne, G. R. Gray, G. P. Agrawal, and D. Lenstra, IEEE J. Quantum Electron. **QE-33**, 838 (1997).

[112] J. S. Russell in *Reports of the Meetings of the British Association for the Advancement of Science*, Liverpool Meeting (1838).

[113] J. Tyndall, Proc. Roy. Inst. **1**, 446 (1854).

[114] J. L. Baird, British Patent 258, 738 (1927).

[115] C. W. Hansell, U. S. Patent 1, 751 584 (1930).

[116] H. Lamm, Z. Instrumentenk **50**, 579 (1930).

[117] A. C. S. van Heel, Nature **173**, 39 (1954).

[118] B. I. Hirschowitz, L. E. Curtis, C. W. Peters, and H. M. Pollard, Gastroenterology **35**, 50 (1958).

[119] N. S. Kapany, J. Opt. Soc. Am. **49**, 779 (1959).

[120] F. P. Kapron, D. B. Keck, and R. D. Maurer, Appl. Phys. Lett. **17**, 423 (1970).

[121] T. Miya, Y. Terunuma, T. Hosaka, and T. Miyoshita, Electron. Lett. **15**, 106 (1979).

[122] A. Hasegawa and F. Tappert, Appl. Phys. Lett. **23**, 142 (1973).

[123] C. S. Gardner, J. M. Green, M. D. Kruskal, and R. M. Miura, Phys. Rev. Lett. **19**, 1095 (1967).

[124] V. E. Zakharov and A. B. Shabat, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **61**, 118 (1971).

[125] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen, and J. P. Gordon, Phys. Rev. Lett. **45**, 1095 (1980).

[126] A. Hasegawa, Appl. Opt. **23**, 3302 (1984).

[127] J. P. Gordon y H. A. Haus, Opt. Lett. **11**, 665 (1986).

[128] L. F. Mollenauer and K. Smith, Opt. Lett. **13**, 675 (1988).

[129] E. Desurvire, J. R. Simpson, and P. C. Pecker, Opt. Lett. **12**, 888 (1987).

[130] A. Hasegawa and Y. Kodama, Opt. Lett. **16**, 1385 (1991).

[131] L. F. Mollenauer, M. J. Neubelt, M. Haner, E. Lichtman, S. G. Evangelides, and B. M. Nyman, Electron. Lett. **27**, 2055 (1991).

[132] M. Nakazawa, E. Yamada, H. Kubota, and K. Suzuki, Electron. Lett. **27**, 1270 (1991).

[133] A. Mecozzi, J. D. Moores, H. A. Haus, and Y. Lai, Opt. Lett. **16**, 1841 (1991).

[134] Y. Kodama and A. Hasegawa, Opt. Lett. **17**, 31 (1992).

[135] L. F. Mollenauer, E. Lichtman, G. T. Harvey, M. J. Neubelt, and B. M. Nyman, Electron. Lett. **28**, 792 (1992).

[136] L. F. Mollenauer, J. P. Gordon, and S. G. Evangelides, Opt. Lett. **17**, 1575 (1992).

[137] L. F. Mollenauer, E. Lichtman, M. J. Neubelt, and G. T. Harvey, Electron. Lett. **29**, 910 (1993).

[138] Y. Kodama, M. Romagnoli, and S. Wabnitz, Electron. Lett. **28**, 1981 (1992).

[139] L. F. Mollenauer, Opt. Photon. News **5**,15 (1994).

[140] H. A. Haus and W. S. Wong, Rev. Mod. Phys. **68**, 423 (1996).

[141] G. P. Agrawal *Nonlinear fiber optics*, Academic Press, San Diego (1989).

[142] D. N. Payne, A. J. Barlow, and J. J. R. Hansen, IEEE J. Quantum Electron. **QE-18**, 477 (1982).

[143] B. J. Ainslie and C. R. Day, J. Lightwave Technol. **4**, 967 (1986).

[144] L. G. Cohen, W. L. Mammel, and S. J. Jang, Electron. Lett. **18**, 1023 (1982).

[145] A. R. Chraplyvy, Opt. Photon. News, **5**, 17 (1994).

[146] A. Hasegawa and Y. Kodama, *Solitons in optical communications*, Oxford University Press, New York (1995).

[147] Y Kodama, A. Maruta, and A. Hasegawa, Quantum. Opt. **6**, 463 (1994).

[148] S. V. Manakov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **65**, 1394 (1973).

[149] S. G. Evangelides, L. F. Mollenauer, J. P. Gordon, and N. S. Bergano, J. Lightwave Technol. **10**, 28 (1992).

[150] D. J. Richardson, R. P. Chamberlain, L. Dong, D. N. Payne, A. D. Ellis, T. Widdowson, and D. M. Spirit, Electron. Lett. **31**, 470 (1995).

[151] P. V. Mamyshev and L. F. Mollenauer *NRZ–to–soliton data conversion by a filtered transmission line*, FB2, OFC'95 (San Diego, USA).

[152] C. R. Mirasso, L. Pesquera, and A. Mecozzi, IEEE Photon. Technol. Lett. **5**, 1455 (1993).

[153] K. Iwatsuki, S. Kawai, S. Nishi, and M. Saruwatari, J. Lightwave Technol. **13**, 639 (1995).

[154] C. R. Mirasso and L. Pesquera, IEEE Photon. Technol. Lett. **7**, 437 (1995).

[155] C. Desem and P. L. Chu in *Optical Solitons-Theory and Experiments*, ed. J. Taylor, Cambridge University Press (1992).

[156] I. N. Duling III, Electron. Lett. **27**, 544 (1991).

[157] M. Matsumoto, H. Ikeda, and A. Hasegawa, Opt. Lett. **19**, 183 (1994).

[158] M. Hofer, M. E. Fernman, F. Haberl, M. H. Ober, and A. J. Schmidt, Opt. Lett. **16**, 502 (1991).

[159] K. Y. Lau, J. Lightwave Technol. **7**, 400 (1989).

[160] P. P. Vasilev, Optical and Quant. Electr. **24**, 801, (1992).

[161] R. S. Tucker, J. Lightwave Technol. **3**, 1180 (1985).

[162] K. Y. Lau, Appl. Phys. Lett. **52**, 257 (1988).

[163] G. P. Agrawal, in *Proc. SPIE* **1376**, R. Roy ,Ed., 224 (1990).

[164] C. Mirasso, P. Colet and M. San Miguel, IEEE J. Quantum Electron. **29**, 23 (1993).

[165] S. Balle, F. de Pasquale, N. B. Abraham and M. San Miguel, Phys. Rev. A **45**, 1955 (1992).

[166] S. Balle, M. San Miguel, N. B. Abraham, J. R. Tredicce, R. Alvarez, E. J. D'Angelo, Alok Gambhir, K. Scott Thornburg, and R. Roy, Phys. Rev. Lett. **72**, 3510 (1994).

[167] G. P. Agrawal and J. T. Klaus, Opt. Lett. **16**, 1325 (1991).

[168] L. N. Langley and K. A. Shore, Opt. Lett. **18**, 1432 (1993).

[169] M. Suzuki, in *Order and Fluctuations in Equilibrium and Nonequilibrium Statistical Mechanics*, edited by G. Nicolis, G. Dewel and J. Turner (Wiley, New York, 1980).

[170] F. de Pasquale, P. Tartaglia and P. Tombesi, Phys. Rev. A **25**, 466 (1982).

[171] G. Brogi, A. Colombo, L. A. Lugiato and P. Mandel, Phys. Rev. A **33**, 3635 (1986).

[172] M. C. Torrent and M. San Miguel, Phys. Rev. A **35**, 1453 (1987).

[173] A. Valle, L. Pesquera and M. A. Rodriguez, Phys. Rev. A **45**, 5243 (1992).

[174] A. Valle, M. A. Rodriguez and L. Pesquera Phys. Rev. A **47**, 4176 (1993).

[175] C. W. Meyer, G. Ahlers and D. S. Canell, Phys. Rev. Lett. **59**, 1577 (1987).

[176] B. McNamara, K. Wiesenfeld and R. Roy, Phys. Rev. Lett. **60**, 2626 (1988).

[177] O. Svelto, in *Principles of Lasers* (Plenum, New York, 1982).

[178] J. B. Swift, P. C. Hohenberg, and G. Ahlers, Phys. Rev. A **43**, 6572 (1991).

[179] M. Suzuki, Phys. Lett. A **67**, 339 (1978).

[180] M. O. Caceres, A. Becker and L. Kramer, Phys. Rev. A **43**, 6581 (1991).

[181] A. Valle, F. Moreno, L. Pesquera, F. González, and M. A. Rodríguez, J. Opt. Soc. Am. B **12**, 2486 (1995).

[182] A. Valle, M. A. Rodríguez, and C. R. Mirasso, Opt. Lett. **17**, 1523 (1992).

[183] P. Colet, C. R. Mirasso, and M. San Miguel, IEEE J. Quantum Electron. **29**, 1624 (1993).

[184] *Handbook of Mathematical Functions*, edited by M. Abramowitz and I. Stegun (Dover, New York, 1970).

[185] G.P. Agrawal, J. Appl. Phys. **63**, 1232 (1988).

[186] P. Spano, A. Mecozzi, and A. Sapia, Phys. Rev. Lett. **64**, 3003 (1990).

[187] M. S. Miguel, *Laser Noise*, R. Roy, ed., *Proc. SPIE* **1376**, 272 (1990).

[188] A. Mecozzi, P. Spano, and A. Sapia, Opt. Lett. **15**, 1067 (1990).

[189] J. Revuelta and L. Pesquera, Phys. Rev. A **52**, 1787 (1995).

[190] P. O. Andersson and K. Akermak, Electron. Lett. **28**, 1 (1992).

[191] S. Balle, N. B. Abraham, P. Colet, and M. San Miguel, IEEE J. Quantum Electron. **29**, 33 (1993).

[192] S. Balle, M. Homar, and M. San Miguel, IEEE J. Quantum Electron. **31**, 1401 (1995).

[193] T. Stephens, K. Hinton, T. Anderson, and B. Clarke, J. Lightwave Technol. **13**, 666 (1995).

[194] S. E. Miller, IEEE J. Quantum Electron. **22**, 16 (1986).

[195] M. N. Choy, P. L. Liu, P. W. Shumate, T. P. Lee, and S. Tsuji, Appl. Phys. Lett. **47**, 448 (1985).

[196] A. Mecozzi, S. Piazzola, A. D'Ottavi, and P. Spano, Phys. Rev. A **38**, 3136 (1988).

[197] P. Spano, A. D'Ottavi, A. Mecozzi, and S. Piazzola, Appl. Phys. Lett. **52**, 2203 (1988).

[198] E. H. Böttcher, K. Ketterer, and D. Bimberg, J. Appl. Phys. **63**, 2469 (1988).

[199] A. Mecozzi, P. Spano, A. D'Ottavi, and S. Piazzola, Appl. Phys. Lett. **55**, 769 (1989).

[200] T. M. Shen, J. Lightwave Technol. **7**, 1394 (1989).

[201] C. R. Mirasso, P. Colet, and M. San Miguel, Opt. Lett. **16**, 1753 (1991).

[202] A. Sapia, P. Spano, C. R. Mirasso, P. Colet, and M. San Miguel, Appl. Phys. Lett. **61**, 1748 (1992).

[203] A. Weber, W. Ronghan, E. Botcher, M. Schell, and D. Bimberg, IEEE J. Quantum Electron. **28**, 441 (1992).

[204] R. Yuan and H. Taylor, IEEE J. Quantum Electron. **28**, 109 (1992).

[205] C. R. Mirasso, P. Colet, and M. San Miguel, IEE Proc. Part J **40**, 26 (1993).

[206] C. R. Mirasso, A. Valle, L. Pesquera, and P. Colet, IEE Proc. Part J **141**, 109 (1994).

[207] G. H. B. Thompson, J. H. Fraser, and B. Garret, IEEE J. Quantum Electron. **31**, 2006 (1995).

[208] G. H. B. Thompson, IEEE J. Quantum Electron. **31**, 2017 (1995).

[209] K. Obermann, S. Kindt, and K. Petermann, IEEE Photon. Technol. Lett. **8**, 31 (1996).

[210] J. C. Garreau, P. Y. Wang, and P. Glorieux, IEEE J. Quantum Electron. **30**, 1058 (1994).

[211] D. M. Currer and K. Y. Lau, IEEE Photon. Technol. Lett. **7**, 4 (1995).

[212] P. Pepeljugosky, D. Kuchta, and J. Crow, IEEE Photon. Technol. Lett. **8**, 461 (1996).

[213] J. Revuelta, L. Pesquera, and M. A. Rodríguez, Phys. Rev. A **54**, 3447 (1996).

[214] A. Valle, C. R. Mirasso, and L. Pesquera, IEEE J. Quantum Electron. **31**, 876 (1995).

[215] K. Ennser and K. Pettermann, IEEE Photon. Technol. Lett. **8**, 443 (1996).

[216] M. Nakazawa, K. Suzuki, E. Yamada, H. Kubota, Y. Kimura, and M. Takaya, Electron. Lett. **29**, 729 (1993).

[217] S. Kawai, K. Iwatsuki, K. Suzuki, S. Nishi, M. Saruwatari, K. Sato, and K. Wakita, Electron. Lett. **30**, 251 (1994).

[218] P. A. Andrekson, N. A. Olsson, M. Haner, J. R. Simpson, T. Tanbunek, R. A. Logan, D. Coblentz, H. M. Presby, and K. W. Wecht, IEEE Photon. Technol. Lett. **4**, 76 (1992).

[219] K. Iwatsuki, K. Suzuki, S. Nishi, and M. Saruwatari, IEEE Photon. Technol. Lett. **5**, 245 (1993).

[220] K. Iwatsuki et al., paper FG4 in OFC'94 (1994).

[221] M. Suzuki, H. Tanaka, and Y. Matsushima, IEEE Photon. Technol. Lett. **4**, 1129 (1992).

[222] C. R. Gile at al., paper WC2 in OFC/IOOC'93 (1993).

[223] A. Takada and M. Saruwatari, paper CWN5 in CLEO'94 (1994).

[224] L. F. Mollenauer, B. M. Nyman, M. J. Neubelt, G. Raybon and S. G. Evangelides, Electron. Lett. **27**, 178 (1991).

[225] P. Lazaridis, G. Debarge, and P. Gallion, Opt. Lett. **20**, 1680 (1995).

[226] C. Menyuk, Opt. Lett. **20**, 162 (1994).

[227] T. Georges, Electron. Lett. **31**, 1174 (1995).

[228] C. A. Eleftherianos, V. Tzelepis, Th. Sphicopoulos, and C. Caroubalos, to appear in J. of Optical Communications, February 1998.

[229] M. Nakazawa et al, Electron. Lett. **29**, 1777 (1994).

[230] M. Nakazawa, M. Suzuki, and Y. Kimura, Opt. Lett. **15**, 715 (1990).

[231] P. B. Hansen, C. R. Giles, G. Raybon, U. Koren, S. J. Evangelides, B. I. Miller, M. G. Young, M. A. Newkirk, J-M. P. Delavaux, S. K. Korotky, J. J. Veselka, and C. A. Burrus, IEEE Photon. Technol. Lett. **15**, 1236 (1993).

[232] H. Taga, M. Suzuki, H. Tamaka, Y. Yoshida, N. Edagawa, S. Yamamoto, and H. Wakabayashi, Electron. Lett. **28**, 1280 (1992).

[233] G. T. Harvey and L.F.Mollenauer, Opt. Lett. **18**, 107 (1993).

[234] *Fiber–based short pulse generation and shaping technology*, Proceedings of the ECOC' 95, Brussels, p. 147 (1995).

[235] J. P. Gordon, Opt. Lett. **8**, 596 (1983).

[236] J.P.Gordon and L.F.Mollenauer, J. Lightwave Technol. **9**, 170 (1991).

[237] M. Matsumoto and A. Hasegawa, Opt. Lett. **18**, 1841 (1993).

[238] Y.Kodama and S. Wabnitz, Opt. Lett. **19**, 162 (1994).

LIST OF PUBLICATIONS

KEY: B = book, BC = book chapter, A = article, R = review, E = editor.

AUTHORS: J. Revuelta, L. Pesquera E. Hernández–Garía, and C. R. Mirasso.
TITLE: Effect of phase–conjugate optical feedback on turn–on jitter of laser diodes.
REF. JOURNAL/BOOK: *European Quantum Electronics Conference*, 222 (1994). KEY: BC

AUTHORS: J. Revuelta and L. Pesquera.
TITLE: Gain saturation and pulse statistics in single–mode semiconductor lasers.
REF. JOURNAL/BOOK: Phys. Rev. A, vol. **52**, 1787 (1995). KEY: A

AUTHORS: J. Revuelta, L. Pesquera E. Hernández–Garía, and C. R. Mirasso.
TITLE: Effect of phase–conjugate optical feedback on turn–on jitter of laser diodes.
REF. JOURNAL/BOOK: Opt. Lett., vol. **20**, 2213–2215 (1995). KEY: A

AUTHORS: J. Revuelta, L. Pesquera, and M. A. Rodríguez.
TITLE: Statistical analysis of pulses with random modulation: Application to gas lasers.
REF. JOURNAL/BOOK: Phys. Rev. A, vol. **54**, 3447 (1996). KEY: A

AUTHORS: L. Pesquera, J. Revuelta, A. Valle, and M. A. Rodriíguez.
TITLE: Theoretical calculation of turn–on delay time statistics of lasers under PRWM.
REF. JOURNAL/BOOK: Physics and simulation of optoelectronic devices (V), SPIE Proceedings (SPIE, Washington, D.C.), p. 166 (1997). KEY: BC

INTERNATIONAL CONFERENCES

KEY: TA: talk given by J. Revuelta, TO: talk given by other author, PA: poster presented by J. Revuelta, PO: poster presented by other author

---

CONFERENCE: European Quantum Electronics Conference 93.
PLACE: Florencia (Italia). YEAR: 1993
AUTHORS: J. Revuelta and L. Pesquera
TITLE: *Gain saturation and pulse statistics in single–mode semiconductor lasers.* KEY: PA

CONFERENCE: Semiconductor and Integrated Optoelectronics, SIOE 94.
PLACE: Cardiff, Gales (UK). YEAR: 1994
AUTHORS: J. Revuelta, L. Pesquera E. Hernández–Garía, and C. R. Mirasso.
TITLE: *Turn–on jitter of laser diodes with phase–conjugate feedback.* KEY: PA

CONFERENCE: CLEO Europe/EQEC 94.
PLACE: Amsterdam (Holanda). YEAR: 1994
AUTHORS: J. Revuelta and L. Pesquera .
TITLE: *Effect of phase–conjugate optical feedback on turn–on jitter in laser diodes.* KEY: PA

CONFERENCE: Semiconductor and Integrated Optoelectronics, SIOE 95.
PLACE: Cardiff, Gales (UK). YEAR: 1995
AUTHORS: J. Revuelta, A. Valle, L. Pesquera, and M. A. Rodríguez.
TITLE: *Theory for the turn–on delay time statistics of single–mode semiconductor lasers under pseudorandom modulation.* KEY: PA

CONFERENCE: STATPHYS 19.
PLACE: Xiamen (China). YEAR: 1995
AUTHORS: J. Revuelta, A. Valle, L. Pesquera, and M. A. Rodríguez.
TITLE: *Pulse statistics in randomly modulated systems. Application to gas and semiconductor lasers.* KEY: TO

CONFERENCE: Joint Meeting of HCM Networks on Semiconductor Lasers,.
PLACE: Palma de Mallorca. YEAR: 1996
AUTHORS: J. Revuelta, A. Valle, and L. Pesquera
TITLE: KEY: TO

CONFERENCE: CLEO Europe/EQEC 96.
PLACE: Hamburgo (Alemania). YEAR: 1996
AUTHORS: J. Revuelta, L. Pesquera, and C. R. Mirasso.
TITLE: *Transmission of solitons at 15 GHz and 20 GHz generated by pseudo-random modulation of laser diodes using TDM.* KEY: PA

CONFERENCE: Photonics West. Physics and simulation of optoelectronic devices (V).
PLACE: YEAR: 1997
AUTHORS: L. Pesquera, J. Revuelta, A. Valle, and M. A. Rodríguez.
TITLE: *Theoretical calculation of turn–on delay time statistics of lasers under PRWM.* KEY: PO

CONFERENCE: Semiconductor and Integrated Optoelectronics, SIOE 97.
PLACE: Cardiff, Gales (UK). YEAR: 1997
AUTHORS: J. Revuelta, C. A. Eleftherianos, L. Pesquera, and D. Syvridis.
TITLE: *Performance study of solitons generetad by laser diodes and fiber lasers.*
KEY: PA

CONFERENCE: Joint Meeting of HCM Networks on Semiconductor Lasers.
PLACE: Rodas (Grecia). YEAR: 1997
AUTHORS: J. Revuelta, C. A. Eleftherianos, L. Pesquera, and D. Syvridis.
TITLE: *Transmission of solitons generated by laser diodes and erbium fiber ring lasers.* KEY: TA

NATIONAL CONFERENCES

CONFERENCE: Física Estadística
PLACE: Sevilla. YEAR: 1995
AUTHORS: J. Revuelta, L. Pesquera E. Hernández–Garía, and C. R. Mirasso.
TITLE: *Efecto del feedback conjugado sobre la estadística de los tiempos de encendido en láseres de semiconductor.* KEY: PA

CONFERENCE: Física Estadística
PLACE: Zaragoza. YEAR: 1996
AUTHORS: J. Revuelta, A. Valle, L. Pesquera, and M. A. Rodríguez.
TITLE: *Teoría para la estadística de los tiempos de encendido de laseres de semiconductor bajo modulación pseudoaleatoria.* KEY: PA

CONFERENCE: Encuentro sobre Láseres de Semiconductor.
PLACE: Santander. YEAR: 1996
AUTHORS: J. Revuelta, A. Valle, L. Pesquera, and M. A. Rodríguez.
TITLE: *Teoría para la estadística de los tiempos de encendido de laseres de semiconductor bajo modulación pseudoaleatoria.* KEY: TA
