



*Facultad
de
Ciencias*

**Dinámica de electrones runaway generados
por el mecanismo de avalancha durante
disrupciones en tokamaks**

(Dynamics of runaway electrons generated by the
avalanche mechanism during tokamak disruptions)

Trabajo de Fin de Grado
para acceder al

GRADO EN FISICA

Autor: José Ignacio Fernández
Gómez

Director: José Ángel Mier Maza

Junio 2023

A mi familia

Agradecimientos

En primer lugar, quería agradecer a mi director de este TFG, José Ángel, su inestimable ayuda y paciencia con la resolución de dudas, así como sus valiosas lecciones que me sirvieron como introducción a la fusión nuclear y, más específicamente, a los electrones runaway. También fueron de gran utilidad las lecciones de Juanma, a quien igualmente agradezco su entrega por iniciarnos en la estadística aplicada a los plasmas y hacernos entender sutiles pero grandes diferencias.

Sin olvidar a los profesores que han velado por nuestra formación. Estoy especialmente agradecido con Luis Fernández Barquín y Elizabeth, que tanto me han enseñado por mi paso por el CITIMAC como becario de colaboración.

Aprovecho para ofrecer mi más sincera gratitud a todas las personas que han hecho de estos años un camino mucho más fácil y llevadero, empezando por las amistades que he ido forjando durante mi paso por el colegio y la universidad, que tanto me han enseñado, apoyado y ayudado.

Agradecido con mi familia por todo, haciendo mención especial a Guau por sus historias, ayuda y ánimos.

Pero nada hubiese sido posible sin mis padres ni mi hermana, a quienes tanto quiero, que son mi sustento, por su ilimitado cariño y entendimiento, por su esfuerzo y atención, por todo lo que desde pequeño me han enseñado y dado, entre otro sin fin, estoy y estaré eternamente agradecido.

“¿Qué son tus piernas?”
“Muelles. Muelles de acero.”
“¿Y qué van a hacer?”
“Llevarme a toda velocidad.”
“¿A qué velocidad puedes correr?”
“A la de un leopardo.”
“¿Y a qué velocidad vas a correr?”
“¡A la de un leopardo!”
“¡Pues veamos cómo lo haces!”

—Diálogo de la película “Gallipoli”

Resumen

La presencia de corrientes eléctricas toroidales en dispositivos tipo tokamak utilizados para el confinamiento de plasmas de fusión nuclear, provoca la generación de electrones runaway. Estas son partículas muy energéticas, de hasta 100 MeV, cuya colisionalidad con el resto de partículas del plasma disminuye a medida que ganan energía. En este trabajo, se analiza la dinámica de los electrones runaway relativistas usando una descripción de partícula individual (modelo de partícula test) que considera lo siguiente: 1) la aceleración de los electrones por el campo eléctrico toroidal, 2) las colisiones con las partículas del plasma, y 3) su desaceleración debida a pérdidas por radiación causada por el movimiento de giro entorno a las líneas de campo magnético, el movimiento del centro de guía, y bremsstrahlung. Se aplica un código sencillo para simular la generación de electrones runaway por el mecanismo de avalancha en la fase de disrupción, resolviendo de forma autoconsistente la corriente del plasma, la corriente runaway, y el campo eléctrico, para lo que es necesario introducir unas corrientes del plasma y runaway iniciales, cuya elección se muestra que influye en las corrientes finales. Con este modelo se estudia la dependencia de las corrientes del plasma y runaway finales, el campo eléctrico, la energía máxima alcanzable por los electrones runaway, y el momento crítico de los mismos con diferentes magnitudes físicas caracterizadoras del plasma. Además, se analiza la radiación que afecta a los electrones runaway, así como sus efectos sobre los parámetros mencionados.

Summary

The toroidal electric fields used by tokamak devices for the confinement of the nuclear fusion plasma, generate runaway electrons. These are very energetic particles, up to 100 MeV, that have the property of reducing their collisionality with the plasma particles as their energy increases. The dynamics of relativistic runaway electrons is analyzed using a single-particle description that includes the following: 1) electron acceleration due to the toroidal electric field, 2) collisions with plasma particles, and 3) deceleration due to radiation losses caused by gyromotion, guiding center motion, and bremsstrahlung. A simple MATLAB script is applied to simulate the generation of runaway electrons by the avalanche mechanism during tokamak disruptions, solving self-consistently for the evolution of the plasma current, the runaway current, and the electric field. To solve this set of equations, it is necessary to introduce the initial plasma and runaway currents, whose values are shown to affect the final currents. With this computational model, it is studied the dependence of the plasma and runaway currents, the electric field, the maximum energy that can be gained by a runaway electron, and its critical momentum, on multiple physical quantities that characterize the plasma. Furthermore, the radiation that affect the runaway electrons is studied, as well as its effects on the aforementioned parameters.

Índice

Índice	I
1 Introducción	1
1.1 Fundamentos Estadísticos	2
1.1.1 Sistemas Hamiltonianos	2
1.1.2 Sistemas no Hamiltonianos	2
1.2 Plasmas	3
1.2.1 Hidrodinámica Clásica	3
1.2.2 Magnetohidrodinámica	4
1.3 Fusión Nuclear	5
1.3.1 Criterio de Lawson y Condición de Ignición	7
1.4 Confinamiento Magnético e Inercial	8
1.4.1 Tokamak	10
1.4.2 ITER	12
1.5 Electrones Runaway	13
1.5.1 Fundamentos de la Física de los Electrones Runaway	13
1.5.2 Mecanismos de generación de electrones runaway	15
1.5.3 Disrupción	16
1.5.4 Tipos de radiación	17
1.5.5 Modelo de partícula test	18
1.5.6 Control y Mitigación de los Electrones Runaway	21
2 Herramienta Computacional	23
2.1 Fundamentos Numéricos del Código	23
2.1.1 Resolución del Problema de Valor Inicial	24
2.1.2 Otros Valores Iniciales	25
3 Resultados	27
3.1 Corrientes Iniciales	27
3.2 Corrientes runaway y del plasma, campo eléctrico y energía	29
3.2.1 Influencia de la densidad y la temperatura electrónicas	30
3.2.2 Influencia de la carga iónica efectiva	33

3.3	Efecto de la radiación	35
3.3.1	Momento crítico	37
3.3.2	Rango de influencia de la radiación	38
4	Conclusiones	41
4.1	Trabajo a futuro	43
	Bibliografía	45
	Anexo	49
.1	Anexo I: Cálculo y representación de la velocidad de flujo	49
.2	Anexo II: Lectura, cálculo y generación de .txt	52
.3	Anexo III: Nodos de Chebyshev	54
	Índice de Figuras	57

1

Introducción

En la obra *Il Milione*, conocida en español como *Libro de las Maravillas*, se relatan las aventuras de Marco Polo y sus aprendizajes acerca del Extremo Oriente. En él se habla del uso del papel moneda como método de pago y razón de la facilidad del comercio en estas tierras [1]. Sin embargo, a pesar del furor que suscitó su historia entre la población del Viejo Continente tras su publicación en 1298, no fue hasta el año 1661 que el Stockholms Banco emitió billetes de papel por primera vez en Europa [2], generalizándose su uso rápidamente debido a la facilidad que introducían en el transporte y almacenamiento de este nuevo pagarés, simplificando así el comercio y la financiación de otras operaciones [3]. La introducción del papel moneda en Europa estuvo ligada a un conjunto de complicaciones como la insolvencia del mismo Stockholms Banco, pero tras su afianzamiento y junto a otra serie de innovaciones en el sistema bancario del momento, fue uno de los principales pilares de las inversiones y avances que hicieron posible la primera gran industrialización y las consecuentes y conocidas revoluciones.

Tras esta, puede que pintoresca introducción, se pretende partir de un hito histórico que evidencie cómo la irrupción en lo establecido de una herramienta conocida tiene enormes consecuencias, por lo general positivas, y muchas de ellas en cierto modo alejadas del ámbito en las que se aplica. Con todo esto, se quiere establecer un símil en el que el hito sería la Fusión Nuclear, y lo establecido lo formaría el uso de la Fisión Nuclear, las renovables y los cada vez más costosos, escasos y conflictivos combustibles fósiles, teniendo como consecuencias algunas desconocidas y otras evidentes, siendo una de ellas la abundancia de energía segura y sostenible, sin emisión de dióxido de carbono, ni producción de residuos radiactivos de larga duración [4].

El crecimiento de la población mundial, el aún mayor aumento de la demanda de energía, el agotamiento de los combustibles fósiles y el Calentamiento Global, hacen imperativa la búsqueda de una fuente de energía alternativa, solución a los problemas presentados. Así, las características mencionadas de la energía producida por fusión nuclear, hacen de esta tecnología una apuesta decisiva.

1.1 Fundamentos Estadísticos

El estado del sistema físico a tratar está descrito por un elevado número de variables independientes, en otras palabras, su número de grados de libertad N es muy superior a la unidad ($N \gg 1$). A causa de esta característica, se han de seleccionar una serie de métodos para su estudio y entendimiento, siendo la estadística uno de los más adecuados. Por esto, a continuación, se construirá una breve presentación de los dos sistemas estadísticos posibles, como base necesaria previa al objeto de estudio.

1.1.1 Sistemas Hamiltonianos

Un sistema Hamiltoniano es un sistema físico cuya dinámica está definida por una función de Hamilton $\mathcal{H}[\{\phi_i\}_1^N]$, la cual describe la energía total del sistema, dividiéndola en energía cinética y potencial.

Un sistema Hamiltoniano cumple con una serie de características descritas a continuación. En primer lugar, la conservación de la energía, implícita en la definición del Hamiltoniano. También, se verifica que todas las fuerzas o interacciones son conservativas, es decir, todas las fuerzas \vec{F} derivan de una función potencial $V(\vec{r})$: $\vec{F} \equiv -\nabla V(\vec{r})$. Además, el sistema tiende a la minimización de la energía libre de Helmholtz \mathcal{F} y, por definición (1.1, en donde U es la energía interna y T la temperatura), a la maximización de la entropía S , alcanzando así el equilibrio, un estado estacionario en el que, macroscópicamente, las variables son independientes del tiempo y no hay gradientes.

$$\mathcal{F} = U - TS \quad (1.1)$$

Finalmente, los sistemas Hamiltonianos soportan la aplicación de la mecánica estadística siempre que las interacciones sean de corto alcance. Un ejemplo sería la interacción Coulombiana en un sistema neutro, pues sufre apantallamiento. En el caso contrario, se encuentra la interacción gravitatoria.

1.1.2 Sistemas no Hamiltonianos

Un sistema no Hamiltoniano es un sistema físico cuya dinámica no está determinada por una función de Hamilton, sino que necesita de una parte no Hamiltoniana, si bien la energía es definida por un Hamiltoniano. Por ende, en este sistema parte de la interacción no deriva de ningún potencial. Como ejemplos se contemplan la fricción, la viscosidad, la capilaridad, el desorden y el efecto memoria, entre otros.

Una clasificación más profunda se alcanzaría considerando las diferencias entre sistemas Markovianos y no Markovianos. El primero de ellos, se refiere a aquellos sistemas en los que es posible predecir un estado futuro conociendo un estado presente, en otras palabras, aplicándolo al movimiento de una partícula, conocida su posición en un instante t , la previsión de su movimiento en el futuro no depende del movimiento de la partícula previo a dicho instante t [5].

Sin embargo, un sistema no Markoviano se caracteriza por no cumplir la propiedad de Markov, es decir, el estado futuro depende del estado presente y de una longitud de estados pasados que puede ser muy grande, o incluso infinita. Por esta dependencia con estados pasados se dice, de los sistemas no Markovianos, que tienen efectos de memoria.

Además, una característica de gran relevancia de muchos sistemas no Hamiltonianos es la intervención de términos no lineales, los cuales disipan energía. Por lo tanto, en caso de tener un sistema de este tipo al que se le aporta energía, se contemplan dos situaciones: la primera, en la que el sistema disipa energía hasta alcanzar un estado estacionario, que no se ha de confundir con el equilibrio de los sistemas Hamiltonianos; la segunda, en la que el sistema no Hamiltoniano acumula energía hasta el infinito.

Un ejemplo de sistema no Hamiltoniano con términos no lineales podría asemejarse a un sistema de partículas que experimentasen fuerza de rozamiento, puesto que dicha fuerza depende del coeficiente de rozamiento μ , que es una función no lineal. Esto tiene su equivalente en fluidos, pues las partículas que lo componen interactúan entre ellas modificando su velocidad \vec{v} .

1.2 Plasmas

A continuación, y teniendo en cuenta los conceptos introducidos en la sección anterior, se propone considerar un sistema neutro al que se le aporta energía, alcanzando unos niveles a los cuales las moléculas se dividen y sus átomos se ionizan, teniendo así los electrones separados de los núcleos por la energía térmica presente. Aplicando las ecuaciones de Maxwell, es claro el surgimiento de interacciones entre cargas, comparables a fricciones y demás no linealidades, formándose un sistema macroscópicamente neutro y disipativo similar a un fluido, esto es un plasma, entendido como un sistema no Hamiltoniano y no Markoviano. Más concretamente, de acuerdo con el autor Francis F. Chen, "un plasma es un gas cuasineutro compuesto de partículas con carga y neutras que exhiben un comportamiento colectivo"[6].

Atendiendo al carácter fluido al que se asemeja el comportamiento de un plasma, es necesario introducir ciertas ecuaciones que permitan aumentar el entendimiento del llamado cuarto estado de la materia. En primera instancia, la hidrodinámica clásica mantiene considerables semejanzas que ofrecen una descripción cualitativa bastante precisa de algunos de los procesos más relevantes presentes en los plasmas.

1.2.1 Hidrodinámica Clásica

Los fluidos clásicos están gobernados por las ecuaciones de Navier-Stokes. Estas son un conjunto de ecuaciones diferenciales que dependen de las características del fluido al que se apliquen. En el caso de fluidos Newtonianos, incompresibles y con viscosidad constante, las ecuaciones de Navier-Stokes se simplifican considerablemente [7]:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mu (\nabla^2 \mathbf{v}) \quad (1.2)$$

Como se puede observar, en la ecuación 1.2 no existen términos con \mathbf{E} o \mathbf{B} , pero sí hay otros que consideran parámetros característicos del fluido en el que se aplique, tales como su densidad ρ , su velocidad \mathbf{v} en cada punto del espacio, su coeficiente de viscosidad absoluta μ , y su presión termodinámica local p , que está relacionada con la densidad y la temperatura a través de la ecuación de estado. Además, la ecuación 1.2 está compuesta por unos términos con un significado más rico que el de los parámetros individuales: $\partial_t \mathbf{v}$ se refiere a la variación temporal de la velocidad del fluido; $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$ se denomina término convectivo y considera el transporte de la cantidad de movimiento de un punto del espacio a otro, además es responsable de la gran dificultad que supone encontrar una solución analítica a la ecuación 1.2, tan solo hallada para casos sencillos, pues no es derivable a partir de un Hamiltoniano, no es integrable y es problemático al tratarlo numéricamente debido a inestabilidades físicas; $-\nabla p$ es el gradiente de presión; $\rho \mathbf{g}$ se refiere a las fuerzas externas que afectan al fluido, en este caso la debida al campo gravitatorio \mathbf{g} ; por último, $\mu (\nabla^2 \mathbf{v})$ es denominado término de viscosidad.

El término de viscosidad describe un fluido en el que ocurren colisiones frecuentes entre partículas [8]. Extrapolando este comportamiento a los plasmas, queda marcado el camino que conduce a la presentación de las bases de la fusión nuclear, pero antes falta precisar con mayor rigor la dinámica de un plasma.

1.2.2 Magnetohidrodinámica

Por supuesto, dada la presencia de partículas con carga, en un plasma hay campos eléctricos \mathbf{E} y magnéticos \mathbf{B} que hacen que se diferencie de un fluido clásico, es por esto que se ha desarrollado la magnetohidrodinámica (MHD), entre otras teorías. El estudio de los plasmas viene acompañado de una serie de problemas que determinarán el tratamiento matemático a aplicar para su estudio particular, siendo preciso el uso de modelos diferentes en función de la escala de tiempos, los fenómenos presentes y el grado de rigor necesario. Por esto, las simplificaciones de la teoría dominante son de gran importancia, diferenciándose en este caso los dos aspectos siguientes: el análisis macroscópico y el microscópico. [9]

A continuación, se introducirán las ecuaciones de la magnetohidrodinámica aplicada a un plasma como un fluido único, esto es un tratamiento macroscópico en el que se considera al plasma como uno continuo, homogéneo y en movimiento, con una densidad ρ y una conductividad $1/\eta$, permitiendo aplicar ciertas simplificaciones, resultando en las siguientes ecuaciones:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p + \rho \mathbf{g} \quad (1.3)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{j} \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (1.6)$$

En las que \mathbf{v} es la velocidad del fluido, \mathbf{j} la densidad de corriente, p la presión, η la resistividad y σ la densidad de carga. La circulación de la masa viene determinada por la ecuación del movimiento 1.3. La siguiente es la ecuación simplificada de la ley de Ohm 1.4, que describe las propiedades eléctricas del fluido, que en este caso es conductor. 1.5 se refiere a la ecuación de la continuidad de la masa, mientras que 1.6 es la ecuación de continuidad de la carga, las cuales establecen la conservación de la masa y la carga en el sistema, respectivamente. Junto con las ecuaciones de Maxwell, se utilizan para "describir el estado de equilibrio del plasma"[10], así como para derivar ondas en el plasma o para trabajar con complicadas geometrías magnéticas.

1.3 Fusión Nuclear

Recuperando el inicio de la Sección 1.2, consideremos un sistema macroscópicamente neutro compuesto por electrones ionizados de núcleos ligeros como deuterio, tritio, helio-3 o litio [11]. Como es sabido, las partículas, ionizadas, sufren interacciones eléctricas, de modo que aquellas con carga eléctrica del mismo signo, sufren una fuerza correspondiente a la repulsión de Coulomb. Supongamos que se aporta al sistema la energía suficiente como para que durante las colisiones entre pares de estos núcleos ligeros se supere la fuerza repulsiva Coulombiana, o al menos se alcance una energía tal que el efecto túnel a través de la barrera de potencial repulsiva fuese posible, entrando en el rango de acción de la fuerza nuclear fuerte. Esto provocaría la fusión del par de núcleos, originando un elemento distinto y más masivo, pero con una masa menor a la suma de las masas de los núcleos originales. La diferencia de masas se debe a la emisión de partículas como protones y neutrones con cierta energía cinética, o a su transformación en energía, emitida en forma de radiación. Este proceso termonuclear, se denomina fusión nuclear.

De acuerdo con la física cuántica, la masa de un núcleo es menor que la suma de la masa de los nucleones (protones y neutrones) que lo forman. La conocida ecuación de Einstein $E = \Delta mc^2$, adaptada para la ocasión, nos indica que la diferencia de masas Δm se transforma en energía. Esta se conoce como energía de ligadura, y determina la energía necesaria para separar los nucleones que conforman el núcleo. En la Figura 1.1, se representa la energía de enlace promedio por nucleón, que no es más que el ratio entre la energía de ligadura de cada núcleo y su número de nucleones. Como se explicó, en una reacción de fusión se unen dos núcleos para formar otro más masivo, pero para que esta reacción sea posible y libere energía, el núcleo resultante ha de tener una energía de enlace promedio por nucleón mayor que la suma de la de los núcleos iniciales, de modo que, realmente y afinando la explicación del párrafo anterior, la energía liberada

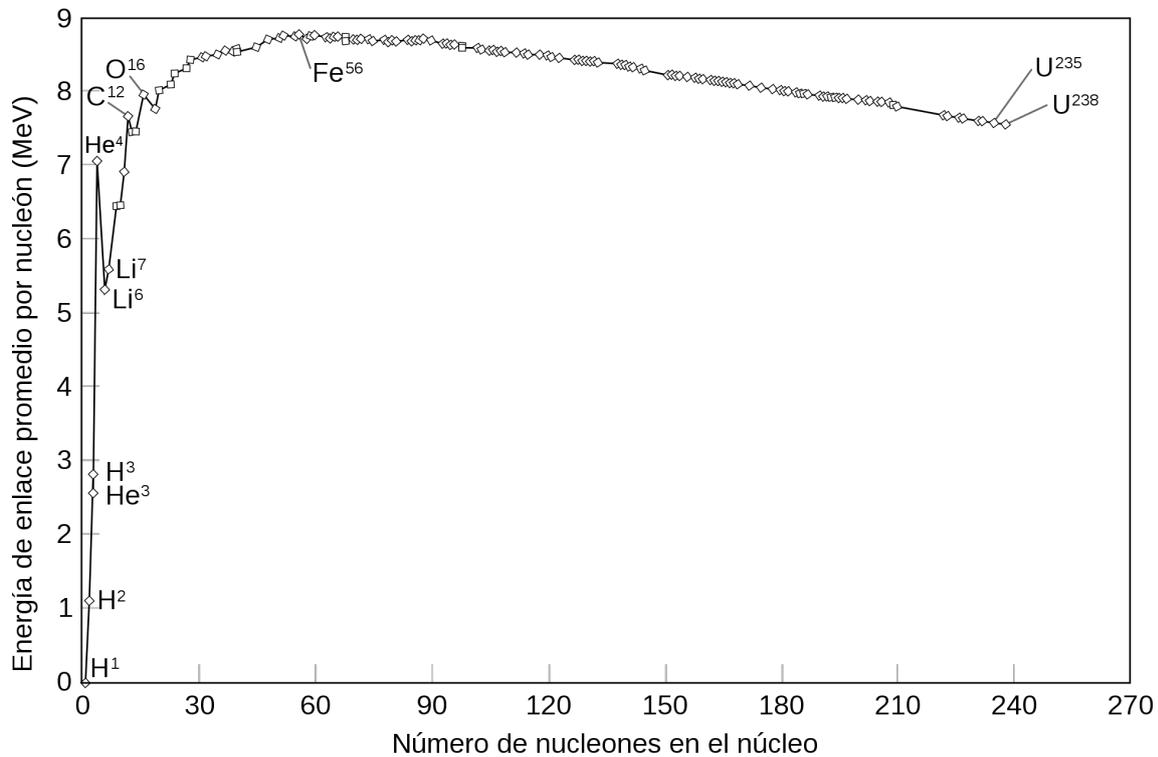


Figura 1.1: Energía media de enlace por nucleón, de los elementos de la tabla periódica y sus isótopos, estando señalados algunos de los más representativos. Imagen recuperada de [12].

en el proceso se corresponde con la diferencia de las energías de ligadura final e inicial.

La razón de la insistencia en los núcleos ligeros, está estrechamente relacionada con la razón de que la fusión de los mismos genere cantidades de energía atractivas para una reacción de fusión nuclear. Y es que, como se puede observar en la Figura 1.1, el conjunto de átomos con posibilidad de cumplir la condición para un balance de energía positivo en su fusión son los núcleos ligeros, cuya energía de ligadura es muy pequeña, pero fuertemente creciente al aumentar levemente el número de nucleones. Así, se pueden construir varias reacciones de interés para la fusión nuclear, como las mostradas a continuación:

1. $D + D \rightarrow T(1.01 \text{ MeV}) + p(3.03 \text{ MeV})$
2. $D + D \rightarrow He^3(0.82 \text{ MeV}) + n(2.45 \text{ MeV})$
3. $D + T \rightarrow He^4(3.52 \text{ MeV}) + n(14.06 \text{ MeV})$
4. $D + He^3 \rightarrow He^4(3.67 \text{ MeV}) + p(14.67 \text{ MeV})$
5. $Li^6 + n \rightarrow T + He^4 + 4.8 \text{ MeV}$
6. $Li^7 + n \rightarrow T + He^4 + n - 2.5 \text{ MeV}$

Sin embargo, la viabilidad de cada reacción depende de las condiciones a las que esté sometido el plasma de fusión, pues de ellas dependen la probabilidad de que dos núcleos se fusionen cuando entren en contacto, esto es la sección eficaz, representada en la Figura 1.2 con unidades de área ($1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$).

De acuerdo con la Figura 1.2, de todas la reacciones mostradas, la de mayor sección eficaz es la resultante de la fusión de deuterio (D) con tritio (T). Ade-

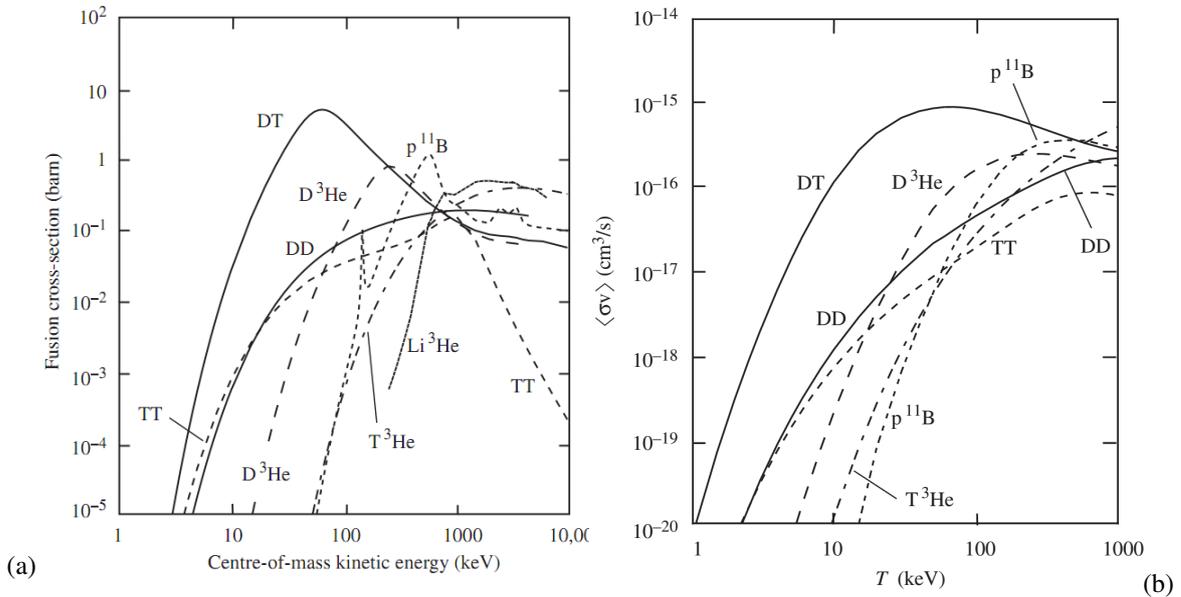


Figura 1.2: La Figura (a) muestra la sección eficaz de distintas reacciones de fusión representada frente a la energía cinética del movimiento relativo de los iones. En la (b), se encuentra el valor esperado de $\langle\sigma v\rangle$, esta es la tasa de reacción, frente a la temperatura T de los iones. DD representa la suma de las secciones eficaces de las reacciones 1 y 2, que tienen una probabilidad de ocurrencia del 50% cada una al fusionarse dos núcleos de deuterio. Imagen recuperada de [13] y [14], respectivamente.

más, para alcanzar su máximo, se requiere una energía cinética muy inferior a cualquiera de las correspondientes para el máximo del resto de reacciones.

La energía cinética promedio de los masivos iones está estrechamente relacionada con la temperatura del plasma, como se indica en las Figuras 1.2 (a) y (b), siendo así obligado el mantenimiento de una temperatura muy elevada para alcanzar las probabilidades necesarias de colisión eficaz entre núcleos. Para conseguirlo, se necesita aportar grandes cantidades de energía al sistema, de modo que para que el proceso sea automantenido, la reacción de fusión deberá liberar una cantidad de energía superior a la requerida para mantener el plasma a dicha temperatura.

1.3.1 Criterio de Lawson y Condición de Ignición

Los iones y electrones del plasma sufren procesos de aceleración que provocan la radiación de energía. Además, la energía térmica también disminuye por conducción del calor. Así, se define un tiempo de pérdida τ como el ratio entre la energía total en el plasma y el ritmo de pérdida de dicha energía. τ es también conocido como tiempo de confinamiento, en tanto en cuanto se necesita la suficiente energía térmica para que tengan lugar las colisiones eficaces. En el caso de que la energía aportada por las reacciones de fusión nuclear iguale a las pérdidas de energía, se habrá alcanzado un punto de equilibrio, un balance regido por la condición de Lawson, la cual determina si una reacción a unas condiciones dadas es sostenible o no. Sean k_B la constante de Boltzmann, n la densidad del plasma de fusión, Q_c la energía liberada en una reacción que contribuye al calentamiento del plasma, $\langle\sigma v\rangle$ la media del producto de la sección eficaz σ por la

velocidad relativa de los iones v , T la temperatura y τ el tiempo de confinamiento, se define el criterio de Lawson considerando un rendimiento de recuperación de la energía $\eta = 1/3$:

$$n\tau > \frac{12k_B T}{Q_c \langle \sigma v \rangle} \quad (1.7)$$

Considerando una temperatura $T = 20$ keV, para la reacción de deuterio-tritio tenemos una $\langle \sigma v \rangle = 7 \cdot 10^{-16}$ cm³/s de acuerdo con el pico de D – T de la Figura 1.2 (b), además, la energía de calentamiento es $Q_c = 3.52$ MeV, correspondiente con la energía de la partícula alfa resultante de la fusión de ambos iones. Así, se calcula que el criterio de Lawson en estas condiciones es el siguiente: $n\tau > 10^{14}$ s/cm³, coincidiendo con [15] y [16], o lo que es lo mismo $n\tau > 10^{20}$ s/m³.

En el caso de que las partículas alpha (He⁴) en una reacción de fusión D – T queden confinadas en el plasma, calentándolo y permitiendo su automantenimiento sin necesitar la adición de energía externa, se habrá alcanzado la condición de ignición [17].

1.4 Confinamiento Magnético e Inercial

Tal y como comenzaba la “Introducción”, se pretende alcanzar el hito de la fusión nuclear en la Tierra, proponiéndola como futura fuente de energía, sin embargo, como se ha ido desarrollando, esta no es una tarea trivial. Para ello, se buscan dispositivos capaces de conducir el plasma hacia unas condiciones de densidad n , temperatura T y tiempo de confinamiento τ que hagan cumplir el criterio de Lawson 1.7 y seguidamente la ignición. Son muchas y variadas las propuestas de dispositivos experimentales dispuestos a alcanzar este logro pendiente, pudiéndose diferenciar principalmente dos grupos: dispositivos de confinamiento inercial y de confinamiento magnético.

La fusión por confinamiento inercial, se concibe como un método de generar energía a través de explosiones termonucleares controladas, en la que multitud de potentes láseres evaporan (ablación) la cubierta de una pequeña pastilla de combustible, que por conservación de la cantidad de movimiento, la comprime manteniendo en todo momento su geometría original, hasta sobrepasar la barrera de potencial de Coulomb y dar comienzo a la reacción de fusión, momento en el que el combustible comienza a expandirse libremente por efecto de su presión interna. Por supuesto, se ha de cumplir el criterio de Lawson. En la actualidad el experimento de confinamiento inercial más conocido es el NIF del *Lawrence Livermore National Laboratory* en Estados Unidos, que en diciembre del 2022 logró alcanzar la ignición en una reacción D – T, satisfaciendo hasta “nueve formulaciones diferentes del criterio de Lawson”[18].

En el caso del confinamiento magnético, el plasma se encuentra restringido en un volumen determinado mediante el uso de campos electromagnéticos. Así, las partículas están sometidas a fuerzas del mismo tipo, definidas en primera instancia por la fuerza de Lorentz:

$$m\dot{\mathbf{v}} = e[\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}] \quad (1.8)$$

La dinámica de las partículas está regida por el conjunto de ecuaciones MHD mostrado en la subsección 1.2.2, pero esta simplificación aporta información de gran relevancia. La ecuación 1.8 permite jugar con diferentes escenarios. Uno de ellos es en el que $\mathbf{B} = 0$, así $m\dot{\mathbf{v}} = e\mathbf{E}$, indicando que la velocidad de la partícula cambia linealmente con el tiempo, es decir, con aceleración constante, en la misma dirección que el campo eléctrico. En el caso de que $\mathbf{E} = 0$, la partícula solo se ve afectada por el campo magnético $m\dot{\mathbf{v}} = e(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$, pudiendo diferenciar entre velocidad paralela y perpendicular al campo. Tomando la paralela, el producto vectorial se hace cero, lo que lleva a una aceleración nula. En cuanto a la perpendicular, realizando una serie de cambios con ayuda de una identidad vectorial, se llega a la siguiente ecuación diferencial: $\ddot{\mathbf{v}}_{\perp} = -\omega_c^2 \mathbf{v}_{\perp}$, la ecuación del oscilador armónico simple con frecuencia $\omega_c = eB/m$, cuya solución describe un movimiento circular uniforme perpendicular al vector \mathbf{B} y alrededor de una posición \mathbf{x}_c llamada centro de guía. El radio de giro se conoce como radio de Larmor, $r_L = v_{\perp}/\omega_c$. Finalmente, el movimiento circular de una carga eléctrica tiene asociado un momento magnético $\mu = mv_{\perp}^2/(2B)$. Este estudio se podría extender tomando en consideración los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} simultáneamente, o añadiendo dependencias temporales, encontrando en cada paso nuevos fenómenos como la presencia de una velocidad de deriva perpendicular a los campos eléctrico y magnético 1.9. Para más detalle, se recomienda consultar [19].

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} \quad (1.9)$$

Los dispositivos de confinamiento magnético aprovechan este comportamiento de las partículas cargadas frente a campos electromagnéticos para confinarlas en un volumen determinado, utilizando para ello geometrías que maximicen el tiempo de confinamiento, o propicien las colisiones entre los iones, en donde el radio de Larmor tiene un papel fundamental. Fueron muchos los diseños y prototipos propuestos, diferenciándose dos tipos: los de configuración abierta y los de configuración cerrada. En los primeros, las líneas de campo magnético alcanzan el volumen del dispositivo y las partículas están confinadas en base a espejos magnéticos, no resultando muy prometedoras debido a la existencia de un difícilmente salvable cono de pérdida por el que las partículas escapan al confinamiento. En el caso de la configuración cerrada, las líneas de campo magnético se mantienen en el volumen de confinamiento, estando las partículas atrapadas por dicho campo \mathbf{B} , con la salvedad de las pérdidas debidas a la deriva perpendicular. Los dispositivos con configuración cerrada más estudiados hasta el momento son el Tokamak, con simetría de revolución toroidal, y el Stellarator, con simetría helicoidal.

De acuerdo con personalidades como el Dr. Carlos Hidalgo (director del Laboratorio Nacional de Fusión) o Sir Steven Cowley (director del laboratorio de plasmas de Princeton, PPPL por sus siglas en inglés), el Stellarator se convertirá en el "Mercedes de los reactores de fusión"[20], siendo este el verdadero futuro de las innovaciones y no el modelo tokamak, que servirá como banco de pruebas para demostrar la viabilidad de este proceso de generación de energía en la Tierra.

Sin embargo, en la actualidad esta área se encuentra en fase de pruebas, desarrollo e investigación, razón por la que los principales experimentos se basan en la configuración tokamak.

1.4.1 Tokamak

Tal y como se explicó, el tokamak es un dispositivo de configuración cerrada con geometría toroidal, concebido para el confinamiento magnético de un plasma de fusión. El tokamak tiene numerosos imanes superconductores que crean altos campos magnéticos en la dirección toroidal \mathbf{B}_0 y vertical \mathbf{B}_{z0} . Además, por efecto transformador, se induce un campo eléctrico en dicha dirección toroidal que genera un campo magnético poloidal \mathbf{B}_p en el interior del dispositivo. Así, la suma de los campos magnéticos \mathbf{B}_0 , \mathbf{B}_{z0} y \mathbf{B}_p , da lugar a líneas de campo magnético helicoidales capaces de generar superficies magnéticas con formas variables dependientes de \mathbf{B}_0 , \mathbf{B}_{z0} y \mathbf{B}_p .

La corriente eléctrica inducida en la dirección toroidal es resultado de la aplicación de la ley de Faraday, que explica que la variación temporal del flujo magnético que atraviesa a un conductor cerrado induce una fuerza electromotriz proporcional a la misma, que trata de oponerse a dicha variación. Dada la necesidad de inducir una corriente que siempre circule en un único sentido, la variación de flujo magnético se consigue aumentando la corriente en el circuito primario del transformador. Como es de esperar, este aumento no puede ser indefinido, sino que deberá cesar, lo que supone que el tokamak tiene un funcionamiento pulsado. Cada uno de estos pulsos se denomina descarga. En la literatura, se da el nombre de *ramp-up* al inicio de la descarga. La fase en la que la corriente del plasma se mantiene constante recibe el nombre de *flat-top*. Finalmente, la descarga termina con la fase *ramp-down*.

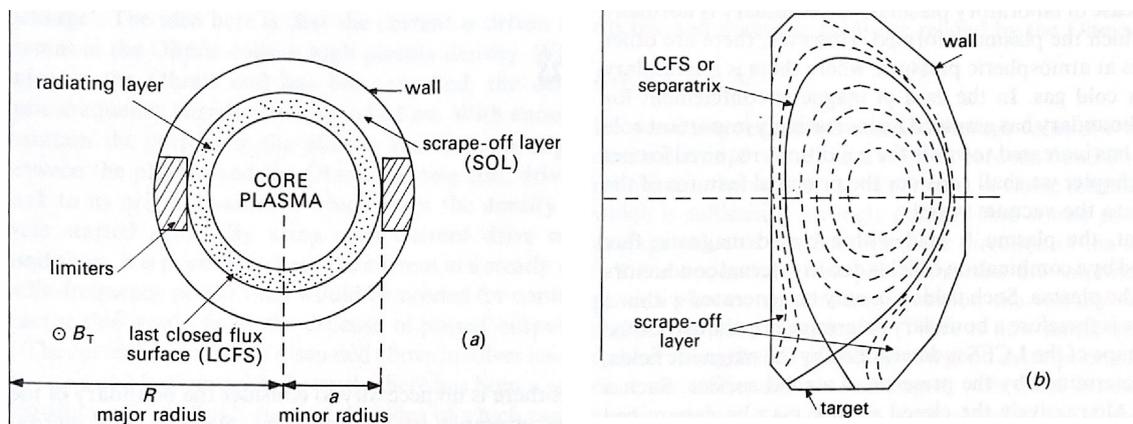


Figura 1.3: Superficies de flujo magnético en un tokamak, esquematizadas para uno con un limitador (a) y otro con un divertor (b). La capa denominada SOL es la región entre la última superficie cerrada de flujo (LCFS) y la pared (wall). Imágenes recuperadas de [21].

La anterior combinación de campos magnéticos está contenida en el interior del tokamak, existiendo así un borde definido por la última superficie cerrada de flujo, cuya posición está determinada por una superficie sólida llamada *limitador*, tal y

como se muestra en la Figura 1.3 a). Como alternativa, se encuentra la aplicación del divertor (Figura 1.3 b)), caracterizado por el uso exclusivo de campos magnéticos para la definición de la *última superficie cerrada de flujo*, de modo que los electrones e iones difunden a través de la misma hasta que topan con una superficie sólida. El divertor permite convertir un plasma de alta temperatura y baja densidad en otro de baja temperatura y alta densidad, antes de que entre en contacto con la superficie sólida en la base de la vasija de vacío, siendo este uno de sus mayores atractivos [21], junto con el control de impurezas.

Lejos de la idealidad, los campos \mathbf{B}_0 , \mathbf{B}_{z0} y \mathbf{B}_p tratan de confinar el plasma, trazando las trayectorias de las partículas cargadas, pero el "módulo del campo magnético no es constante a lo largo de una línea de fuerza"[22], es decir en dichas trayectorias las partículas cargadas se topan con máximos y mínimos de campo magnético. Aquellas con la suficiente velocidad paralela pueden atravesar los máximos, llamándose *pasantes*, mientras que las que no tienen la suficiente v_{\parallel} , llamadas *pegadas*, rebotan por efecto de espejo magnético, trazando órbitas cuya forma les da el nombre de *órbitas banana*. Además, comparando los resultados teóricos y experimentales se encuentran discrepancias en la disipación del calor del plasma, lo que conduce a la presencia de inestabilidades y turbulencias que degradan el confinamiento, siendo esta una de las principales vertientes de investigación dentro de la física de plasmas, proponiendo proyectos como el estudio de la dinámica del transporte electrónico en plasmas generados en la *Máquina Lineal de Santander* mediante sondas de Langmuir, aplicando técnicas de análisis como son la caracterización de avalanchas, o la aplicación de la entropía de la información.

Como se explicó en la sección 1.3, la reacción de fusión de deuterio con tritio tiene como productos He^4 y un neutrón. La función del helio, calentar el plasma, fue comentada anteriormente, no así la del neutrón y es que tiene un papel principal. El neutrón es una partícula sin carga eléctrica, de modo que no está afectado por campos eléctricos ni magnéticos, así en un tokamak saldrá eyectado del plasma hacia las paredes, que se encargarán de moderarlos, aprovechando su energía cinética para calentar los circuitos que transportan líquidos refrigerantes hasta el intercambiador de calor para la producción de electricidad en una futura planta de fusión. Además, en lo que respecta al combustible, el deuterio abunda en la naturaleza, pero no el tritio al tener un período de desintegración de unos 12.3 años, siendo necesario producirlo. Para ello se utilizarán capas de litio, que tal y como se indicó en las reacciones 5 y 6 de la sección 1.3 producen tritio al reaccionar con los neutrones. Los neutrones son partículas de gran utilidad, pero también tienen la capacidad de dañar los materiales del tokamak, al tener energía suficiente como para transmutar los átomos o para desplazarlos numerosas veces en la red del material, alcanzando niveles de dpa (desplazamientos por átomo) muy elevados. Así, el estudio de los materiales a utilizar es crucial para la viabilidad de esta tecnología, razón de la construcción de grandes instalaciones experimentales como el IFMIF-DONES en Escúzar, Granada.

Son muchos los problemas relacionados con los tokamak que hay que solucionar antes de tener disponible electricidad procedente de reactores de fusión nuclear, de ahí la necesidad de instalaciones de investigación orientadas a este campo, siendo una de las más importantes el *Reactor Termonuclear Experimental Internacional*, conocido como ITER, *el camino* en latín.

1.4.2 ITER

El 11 de octubre del 1986, EEUU y la URSS firmaban en la cumbre de Ginebra un acuerdo para la colaboración en el desarrollo de la energía de fusión nuclear. Es entonces cuando se inició el camino hacia ITER, cuya construcción comenzó el 11 de julio del 2007 en Cadarache, al sur de Francia. Actualmente (año 2023), el proyecto engloba la participación de 35 países, que colaboran con la aportación de distintos componentes y financiación. La fecha de obtención del Primer Plasma ha sido retrasada por diferentes causas, que han obligado a la reestructuración del calendario, así como al ajuste de los costes, plan todavía no publicado. Como instalación experimental, ITER está diseñado para testear una serie de tecnologías que permitan avanzar hacia una verdadera planta de fusión nuclear (DEMO), siendo los siguientes algunos de sus principales objetivos, recogidos por la propia organización [23]: 1) alcanzar la ignición en una reacción de fusión D – T. 2) Generar hasta 500 MW de energía, siendo $Q = 10$, es decir, se genera diez veces más energía que la aportada. 3) Contribuir a la demostración del funcionamiento de los componentes operacionales para una planta de fusión. 4) Probar el funcionamiento del mecanismo de suministro de tritio. 5) Demostrar la seguridad de un dispositivo de fusión nuclear de estas características.

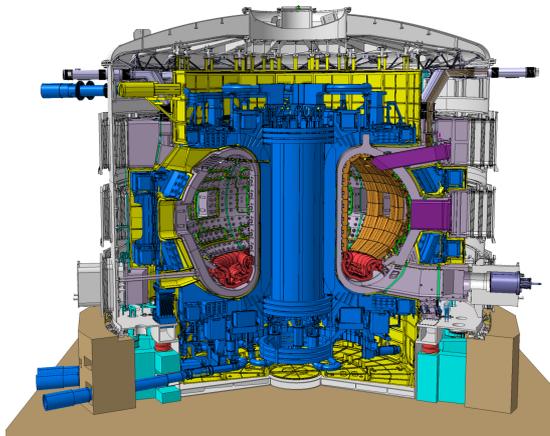


Figura 1.4: Representación artística de ITER, en donde las partes en azul representan los diferentes imanes superconductores, en naranja el escudo que protege la vasija de vacío y los componentes externos de partículas energéticas, en rojo el divertor, y lo gris junto a lo amarillo el criostato. El plasma estará confinado en el recito toroidal con sección en forma de D, teniendo que aplicar un coeficiente k que considere la elongación del plasma. Imagen recuperada de [24].

Los principales parámetros de ITER (Figura 1.5), son los siguientes:

- Radio mayor del plasma: $R_0 = 6.2$ m.
- Radio menor del plasma: $a = 2.72$ m.
- Volumen del plasma: 840 m³.
- Campo magnético toroidal: $B_0 = 5.3$ T.
- Corriente del plasma: $I_p = 15$ MA.
- Densidad electrónica media: $\langle n_e \rangle = 10.1 \cdot 10^{19}$ m⁻³.
- Temperatura electrónica media: $\langle T_e \rangle = 8.8$ keV.

1.5 Electrones Runaway

A partir de esta sección, nos centraremos en el estudio de los electrones. El efecto transformador se utiliza en los dispositivos tokamak para inducir una corriente eléctrica en la dirección toroidal que posibilite la creación de un campo magnético helicoidal ventajoso para el confinamiento del plasma. La ley de inducción de Faraday, relaciona la corriente inducida, denominada corriente del plasma I_p , y el campo eléctrico paralelo E_{\parallel} , así como características del dispositivo tales como su radio mayor R_0 o la inductancia L .

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} \rightarrow 2\pi R_0 E_{\parallel} = -\frac{d}{dt}(LI_p) \rightarrow I_p(t_{i+1}) = I_p(t_i) - \frac{2\pi R_0 E_{\parallel}(t_i)}{L} \Delta t \quad (1.10)$$

Como se explicará a continuación, dicha corriente toroidal provoca la aparición de electrones relativistas muy energéticos y muy poco colisionales, que tienen el potencial de dañar severamente los componentes de contención del plasma (Plasma Facing Components, PFC, por sus siglas en inglés) [25] o crear inestabilidades debidas a la creación de asimetrías en la distribución de velocidades de las partículas del plasma"[26] que afectan negativamente al confinamiento del mismo.



Figura 1.5: Imagen que muestra un componente de un dispositivo tokamak dañado a causa de su interacción con electrones runaway. Imagen recuperada de [27].

1.5.1 Fundamentos de la Física de los Electrones Runaway

Recuperando la ecuación 1.8, simplificamos el estudio suponiendo un campo eléctrico paralelo a \mathbf{B} y las partículas con velocidad paralela al campo magnético. Así se reduciría la ecuación a $m\dot{v}_{\parallel} = eE_{\parallel} \rightarrow v_{\parallel} = eE_{\parallel}t/m + v_{\parallel}(t=0)$. Sin embargo, al igual que un cuerpo en caída libre no se acelera indefinidamente sino que alcanza una velocidad límite por efecto del rozamiento con el aire, algo similar ocurre en este caso, en el que los electrones también sufren una fuerza de fricción debida a las colisiones con los iones del plasma, pudiendo definir una frecuencia de colisión Coulombiana f_C [28]:

$$f_C = \frac{n_e e^4 \ln(\Lambda)}{4\pi \varepsilon_0^2 m_e^2 v^3} \quad (1.11)$$

En donde n_e es la densidad electrónica, e es la carga del electrón, $\ln(\Lambda)$ el logaritmo de Coulomb, ϵ_0 es la permitividad eléctrica del vacío, m_e la masa del electrón, y v la velocidad del electrón. Analizando con detenimiento la ecuación 1.11, se encuentra que la frecuencia de colisión Coulombiana depende inversamente del cubo de la velocidad del electrón, lo que sugiere que cuanto mayor sea la velocidad de esta partícula menos colisiones sufrirá, algo fuera de la lógica del ejemplo del cuerpo en caída libre. Así, se podría encontrar una velocidad crítica v_c para la que la fricción por colisiones Coulombianas y la fuerza positivamente aceleradora del campo eléctrico se igualen: $m_e v_c f_C = eE$

$$v_c^2 = \frac{n_e e^3 \ln(\Lambda)}{4\pi \epsilon_0^2 m_e E} \quad (1.12)$$

En el caso de que el electrón supere la velocidad crítica, este se denomina electrón runaway, y las colisiones no podrán frenar el aumento de su velocidad, si bien no se anularán sino que alcanzará un mínimo encontrado al aplicar un tratamiento relativista. De la misma forma, se puede definir un campo eléctrico crítico E_R como el campo necesario para que un electrón con velocidad aproximadamente la de la luz sea runaway, siendo el campo más pequeño que conduciría a esta situación.

$$E_R = \frac{n_e e^3 \ln(\Lambda)}{4\pi \epsilon_0^2 m_e c^2} \quad (1.13)$$

En el caso opuesto, se encontraría el campo eléctrico capaz de conducir al régimen runaway a un electrón térmico, esto es con una energía cinética $m_e v^2/2 = T_e/2$, estando la temperatura electrónica T_e en unidades de electronvoltios. Así, todo electrón térmico se vuelve runaway cuando $v_c^2 = T_e/m_e$, definiendo el campo Dreicer E_D [28] y [26], que es mucho mayor que el campo crítico.

$$\frac{E_R}{E_D} = \frac{T_e}{m_e c^2} \quad (1.14)$$

Así, queda justificada la más que posible existencia de una corriente runaway I_r que irá sustituyendo a la corriente del plasma a medida que la población de electrones runaway aumente. Por ende, esta sustitución de corrientes afecta al campo eléctrico paralelo, dado que depende directamente de la corriente óhmica: $I_{OH} = I_p - I_r$.

$$E_{\parallel} = \eta (j_p - j_r) \approx \frac{\eta}{\pi a^2 k} (I_p - I_r) \quad (1.15)$$

En donde a es el radio menor del plasma, k la elongación de la columna del plasma, y η , la resistividad del plasma de Spitzer, dependiente de la carga iónica efectiva Z_{eff} , una medida del contenido de impurezas en el plasma que es directamente proporcional al número atómico de los elementos presentes.

$$\eta = 3.032 \cdot 10^{-5} Z_{\text{eff}} \frac{2.67 + Z_{\text{eff}}}{1.13 + Z_{\text{eff}}} \ln(\Lambda) T_e^{-3/2} \quad (1.16)$$

El parámetro j de la ecuación 1.15 es la densidad de corriente, cuya relación con la intensidad de corriente es $j_{p,r} = I_{p,r}/(\pi a^2 k)$ siendo $\pi a^2 k$ el volumen de confinamiento. Además, se puede definir una ecuación alternativa para la densidad de corriente runaway, en donde n_r es la densidad de electrones runaway y γ el factor relativista de Lorentz.

$$j_r = e \int dn_r v_r = ec \int dn_r \frac{(\gamma^2 - 1)^{1/2}}{\gamma} \quad (1.17)$$

1.5.2 Mecanismos de generación de electrones runaway

En la subsección anterior se daba a conocer la justificación de la existencia de electrones runaway, mostrando las condiciones para su generación, sin embargo, no se especifican los mecanismos que se encargan de conducir a los electrones a dichos regímenes. Pues bien, son varios los mecanismos de generación de electrones runaway, pero en este caso se pasará fugazmente por los dos mecanismos principales: primario o generación Dreicer, y secundario o generación por avalancha.

Mecanismo Dreicer

Tal y como detalla el propio Dreicer en sus artículos [26], un análisis del movimiento de las partículas en distintas regiones de su espacio de velocidades, muestra que la generación de electrones runaway es posible sin importar cuán pequeño sea el campo eléctrico. Esto se explica por la existencia de grupos de partículas muy poco colisionales, resultando en velocidades grandes por la ecuación 1.11, y en campos eléctricos críticos pequeños (ecuación 1.13), incluso menores al campo eléctrico aplicado, para dicho grupo de partículas. Así, el mecanismo Dreicer se basa en la difusión de los electrones en el espacio de velocidades hacia la velocidad crítica, abandonando la región dominada por las colisiones y entrando en la que el campo eléctrico domina, esta es la región runaway.

Sin mayor detalle, la probabilidad de la generación por este mecanismo de electrones runaway en función del tiempo, está regida por la ecuación de Boltzmann-Fokker-Planck. Y el ratio al que esto ocurre es una función dependiente del campo eléctrico aplicado, la densidad del plasma y su temperatura.

Mecanismo de avalancha

El mecanismo de generación secundario o por avalancha se basa en colisiones de tipo Coulombianas entre electrones, en las que electrones runaway (con factor relativista γ) transmiten parte de su energía cinética a electrones térmicos ($\gamma \approx 1$), provocando que estos últimos salten a la región runaway de velocidades, teniendo ahora un factor relativista γ' , y duplicando el número de electrones runaway, tal y como se describe en la Figura 1.6. Este proceso de colisiones sucesivas, provoca que la población de electrones runaway crezca exponencialmente.

El ritmo de producción de electrones runaway por el mecanismo de avalancha, viene determinado por la siguiente ecuación:

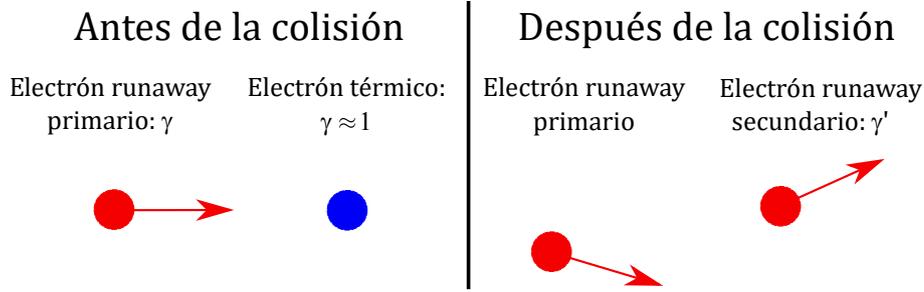


Figura 1.6: Boceto de la generación de electrones runaway por el mecanismo de avalancha. Inicialmente se tiene un electrón runaway (en rojo) con un factor relativista γ , que se dirige hacia un electrón térmico, comparablemente inmóvil, con un factor relativista $\gamma \approx 1$. Tras la colisión, el electrón runaway inicial sigue siéndolo, y el electrón térmico se vuelve runaway, con un nuevo factor relativista γ' debido a su cambio de velocidad.

$$\frac{dn_r}{dt} = \frac{n_2}{2} \int dn_r(\gamma) v_r \sigma(\gamma) \quad (1.18)$$

En donde v_r es la velocidad del electrón runaway y $\sigma(\gamma)$ es la sección eficaz de colisión entre el electrón runaway primario y el electrón térmico. La sección eficaz en la ecuación 1.18, viene determinada por la siguiente ecuación [29]:

$$\frac{d\sigma}{d\gamma'} = \frac{2\pi r_e^2}{\gamma^2 - 1} \left[\gamma^2 \left(\frac{1}{\gamma' - 1} \right)^2 + \gamma^2 \left(\frac{1}{\gamma - \gamma'} \right)^2 + 1 - \frac{2\gamma - 1}{\gamma - 1} \left(\frac{1}{\gamma' - 1} + \frac{1}{\gamma - \gamma'} \right) \right] \quad (1.19)$$

En la que $r_e \equiv \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2}$ es el radio clásico del electrón.

1.5.3 Disrupción

Aunque ambos mecanismos de generación, el de Dreicer y el de avalancha, están siempre presentes, serán las condiciones del plasma las que determinen cuál es el mecanismo dominante.

Como se ha ido comentando, durante una descarga en un tokamak, se producen inestabilidades que degradan el confinamiento del plasma. Sin embargo, pueden surgir grandes inestabilidades que se solapan espacialmente conduciendo a una súbita pérdida del confinamiento, provocando que las partículas del plasma se pierdan, interaccionando violentamente con las paredes del dispositivo. Esto se denomina *disrupción* y será la situación tratada en este trabajo, en donde la generación de electrones runaway por el mecanismo de avalancha juega el papel principal.

En una disrupción, el desconfinamiento del plasma conduce a su rápido enfriamiento a unos pocos eV en menos de 1 ms, proceso denominado *enfriamiento térmico* o *thermal quench* en inglés. Recordando la ecuación 1.16, $\eta \propto T_e^{-3/2}$, de modo que la resistividad aumenta significativamente. Además, esta nueva reorganización del plasma provoca cambios en la corriente I_p , creando un pequeño

crecimiento de entorno a un 15% [27] que precede a la caída de la misma (*current quench*, CQ). Estas variaciones producen un flujo magnético procedente de la progresiva pérdida del campo magnético poloidal, que induce un gran campo eléctrico en el plasma, además de recordar que el campo eléctrico es proporcional a la resistividad de Spitzer η , en crecimiento por el enfriamiento térmico.

Debido al mecanismo Dreicer, antes de la disrupción ya existe una pequeña población de electrones runaway, llamada semilla inicial (I_{seed}), que gana energía por el aumento del campo eléctrico, lo que disminuye la velocidad crítica de acuerdo con la ecuación 1.12, favoreciendo la difusión de los electrones a la región runaway. Este aumento de electrones runaway hará más propicias las colisiones entre un electrón runaway y otro térmico, desencadenando el proceso de avalancha que provoca un crecimiento exponencial en la población runaway, con energías de hasta 100 MeV y componiendo una corriente que supera 1 MA [28]. Así, al final de la etapa de la caída de la corriente del plasma (CQ), toda la corriente es conducida por los electrones runaway, que al ser no colisionales frenan la caída resistiva, estableciendo una corriente con perfil constante (*runaway current plateau*) [30].

1.5.4 Tipos de radiación

De acuerdo con la explicación de 1.5.1, los electrones runaway se encuentran en un régimen de velocidades dominado por el campo eléctrico aplicado, y las colisiones no son un mecanismo de fricción capaz de frenar la ganancia de energía de estas partículas. Sin embargo, como es sabido, toda partícula con carga eléctrica que sufre una aceleración, emite energía en forma de radiación electromagnética. Debido a la geometría del tokamak, a la corriente eléctrica toroidal, el campo magnético helicoidal y a la interacción con los iones del plasma, entre otras causas, los electrones runaway sufren múltiples aceleraciones que los hacen perder energía. A continuación, se comentarán tres tipos de mecanismos radiativos.

Radiación de frenado (*bremsstrahlung*)

Como el propio nombre indica, la radiación por *bremsstrahlung* se debe al frenado del electrón provocado por la interacción con otras partículas, en este caso, típicamente núcleos que conforman el plasma. La energía cinética perdida es emitida en forma de radiación electromagnética, contribuyendo a esta emisión con un término F_{br} [27]:

$$F_{br} = (137\pi \ln(\Lambda))^{-1} \quad (1.20)$$

Radiación por movimiento de giro entorno a las líneas de campo

Un electrón en presencia de campos magnéticos, es sometido a un movimiento circular uniforme perpendicular a las líneas de campo magnético, de acuerdo con la ecuación de Lorentz 1.8. Este movimiento circular uniforme con un radio igual al de Larmor, provoca una aceleración perpendicular a la trayectoria, variando las componentes de la velocidad vectorial. Así, esta aceleración provoca la emisión

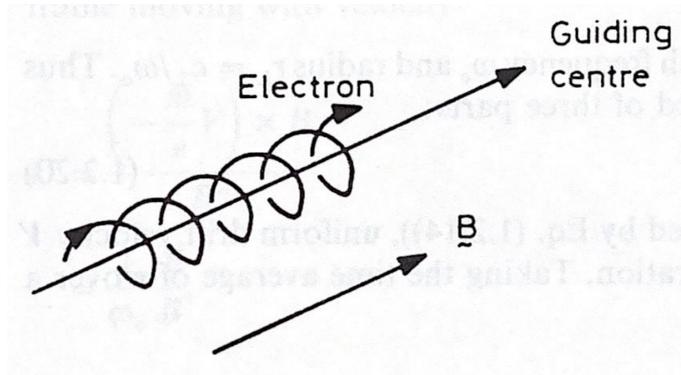


Figura 1.7: Boceto del movimiento circular uniforme al rededor del centro de guía (Guiding centre) paralelo a las líneas de campo magnético (\mathbf{B}). El movimiento circular del electrón es responsable de la radiación por el movimiento de giro entorno a las líneas de campo, mientras que el movimiento del centro de guía alrededor del toroide del tokamak provoca la radiación por movimiento del centro de guía. Imagen recuperada de [19].

de radiación electromagnética, lo que se traduce en una pérdida de energía, con una contribución igual a F_{gy} [31]:

$$F_{gy} = \frac{2\varepsilon_0 B_0^2}{3m_e n_e \ln(\Lambda)} \quad (1.21)$$

Radiación por movimiento del centro de guía

Brevemente, el centro de guía, citado en la sección 1.4, es el punto \mathbf{x}_c que define el centro de giro del electrón y la trayectoria lineal paralela a las líneas de campo magnético, tal y como se esquematiza en la Figura 1.7.

Las líneas de campo magnético trazan trayectorias del centro de guía alrededor del toroide, lo que establece una nueva aceleración en las componentes vectoriales de la velocidad, contribuyendo a la radiación electromagnética con F_{gcm} [31]:

$$F_{gcm} = F_{gy} \left(\frac{m_e c}{e B_0 R_0} \right)^2 \quad (1.22)$$

1.5.5 Modelo de partícula test

Las contribuciones a la pérdida de energía cinética de los electrones, mostradas en la subsección 1.5.4, son parámetros adimensionales que están directamente relacionados con la dinámica de la partícula. A continuación, se presenta el modelo de partícula test, que permite estudiar la evolución temporal del momento q del electrón runaway.

$$\frac{dq}{d\tau} = U(q) \equiv D \overline{\cos(\theta)} - \left(1 + \frac{1}{q^2} \right) - Rad \quad (1.23)$$

En donde el primer término $D \overline{\cos(\theta)}$ se refiere a la aceleración debida al campo eléctrico normalizado $D = E_{\parallel}/E_R$. El siguiente, $(1 + 1/q^2)$ considera las colisiones

con las partículas del plasma. Finalmente, Rad se refiere a los términos relacionados con la emisión de radiación electromagnética y que contribuyen a la pérdida de momento.

$$Rad = F_{gy}q(1+q^2)^{1/2}\overline{\sin^2(\theta)} + F_{gcm}q^3\sqrt{1+q^2} + \frac{q(0.35+0.2\ln(q))}{137\ln(\Lambda)} \quad (1.24)$$

En la ecuación 1.24, el primer término considera las pérdidas de energía por la radiación debida al movimiento de giro entorno a las líneas de campo del electrón. El segundo término se refiere a la emisión de radiación por el movimiento del centro de guía. Finalmente, el tercero tiene en cuenta la radiación de frenado (bremsstrahlung). En donde θ es el ángulo entre el vector velocidad del electrón y las líneas de campo magnético.

$$\overline{\cos(\theta)} = \frac{1}{\tanh(A)} - \frac{1}{A} \quad (1.25)$$

$$\overline{\sin^2(\theta)} = \frac{Z_{\text{eff}} + 1}{D} \frac{(1+q^2)^{1/2}}{q^2} \left(\frac{1}{\tanh(A)} - \frac{1}{A} \right) \quad (1.26)$$

$$A \equiv \frac{2D}{Z_{\text{eff}} + 1} \frac{q^2}{\sqrt{1+q^2}} \quad (1.27)$$

La ecuación 1.23, puede ser interpretada como una descripción de la *velocidad del flujo* [29] del conjunto de electrones runaway en el plasma. Además, es posible representarla para valores dados del campo eléctrico (Figura 1.8).

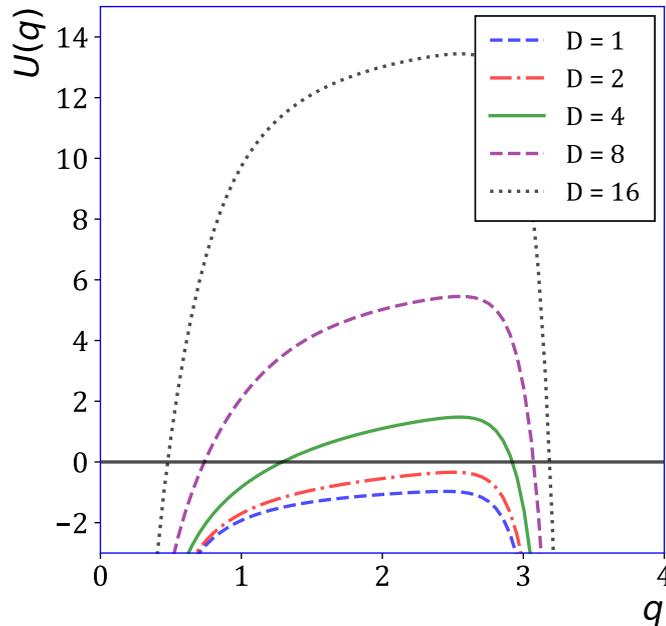


Figura 1.8: Representación gráfica de la velocidad de flujo frente al momento normalizado del electrón runaway. Se han representado cinco soluciones de la ecuación 1.23 para $D = 1$, $D = 2$, $D = 4$, $D = 8$ y $D = 16$. Además, se han utilizado los siguientes parámetros: $Z_{\text{eff}} = 5$, $\ln(\Lambda) = 18$, $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m, $B_0 = 5.3$ T, $n_e = 2.5 \cdot 10^{21}$ m $^{-3}$ y $R_0 = 6.2$ m. Imagen creada con Python (ver anexo .1).

Como se puede observar en la Figura 1.8, $U(q)$ es negativa para todo valor de q si el campo eléctrico es menor que un valor umbral D_0 , dependiente de la carga iónica efectiva Z_{eff} y de las contribuciones por radiación, entre otros parámetros. En otras palabras, para todo $D < D_0$, las pérdidas por colisiones y emisión de radiación electromagnética superan a la ganancia de momento debida al campo eléctrico, lo que se traduce en el frenado de los electrones runaway, volviéndose térmicos. Por el contrario, si $D > D_0$, la velocidad de flujo se anula en dos puntos: q_{min} el de menor momento, y q_{max} el mayor. Tanto q_{min} como q_{max} son puntos de equilibrio, sin embargo, el primero es inestable, haciendo que los electrones con un momento menor se vuelvan térmicos y aquellos con un momento mayor evolucionen hacia q_{max} , que es estable, siendo el punto en donde se acumulan todos los electrones runaway. Así, todos los electrones con un momento superior a q_{max} disminuyen su velocidad hasta alcanzar dicho punto. [29]

El momento y el factor relativista de Lorentz están relacionados por $\gamma^2 = q^2 + 1$, de modo que se puede aplicar la explicación del párrafo anterior a la teoría desarrollada en el apartado *Mecanismo de avalancha* de la subsección 1.5.2. Así, para que el mecanismo de generación de electrones runaway por avalancha sea posible, los electrones que colisionen deben tener ambos una energía superior a $\gamma_{\text{min}} = \sqrt{q_{\text{min}}^2 + 1}$ que les permita evolucionar hacia $\gamma_{\text{max}} = \sqrt{q_{\text{max}}^2 + 1}$. Por esto, supongamos que el electrón runaway inicial tiene una energía γ_{max} y que el otro electrón es térmico $\gamma \approx 1$. Aplicando la ley de la conservación de la energía, tenemos que la energía inicial $\gamma_{\text{ni}} = \gamma_{\text{max}} + 1$ tiene que ser igual a la energía total después de la colisión $\gamma_f = \gamma_{\text{elect.1}} + \gamma_{\text{elect.2}}$, así $\gamma_{\text{max}} + 1 = \gamma_{\text{elect.1}} + \gamma_{\text{elect.2}}$. Supongamos que uno de los electrones tras la colisión cuenta con la mínima energía para ser runaway $\gamma_{\text{elect.1}} = \gamma_{\text{min}}$, entonces, $\gamma_{\text{elect.2}} = \gamma_{\text{max}} + 1 - \gamma_{\text{min}}$ sería la máxima energía posible. Así, se encuentra que el factor relativista de los electrones tras la colisión está limitado por la siguiente condición: $\gamma_{\text{min}} < \gamma' < \gamma_{\text{max}} + 1 - \gamma_{\text{min}}$.

Además, la condición anterior define los límites de integración que permiten resolver la ecuación diferencial 1.19, obteniendo la sección eficaz de colisión entre un electrón runaway y otro térmico.

$$\begin{aligned} \sigma(\gamma) &= \int_{\gamma_{\text{min}}}^{\gamma_{\text{max}}+1-\gamma_{\text{min}}} \frac{d\sigma}{d\gamma'} d\gamma' = \\ &= \frac{2\pi r_e^2}{\gamma_{\text{max}}^2 - 1} \left[-\frac{2\gamma_{\text{max}} - 1}{\gamma_{\text{max}} - 1} 2 \ln \left(1 + \frac{\gamma_{\text{max}} + 1 - 2\gamma_{\text{min}}}{\gamma_{\text{min}} - 1} \right) \right. \\ &\quad \left. + (\gamma_{\text{max}} + 1 - 2\gamma_{\text{min}}) \left(1 + \frac{2\gamma_{\text{max}}^2}{(\gamma_{\text{min}} - 1)(\gamma_{\text{max}} - \gamma_{\text{min}})} \right) \right] \quad (1.28) \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación 1.18, se obtiene una ecuación más detallada del ratio de generación de electrones runaway por el mecanismo de avalancha.

$$\begin{aligned} \frac{dn_r}{dt} = \frac{n_e}{2} \int dn_r(\gamma) v_r \sigma(\gamma) = f_r \int dn_r(\gamma) \frac{1}{4 \ln(\Lambda) \gamma_{max} \sqrt{\gamma_{max}^2 - 1}} \times \\ \times \left[-\frac{2\gamma_{max} - 1}{\gamma_{max} - 1} 2 \ln \left(1 + \frac{\gamma_{max} + 1 - 2\gamma_{min}}{\gamma_{min} - 1} \right) + \right. \\ \left. + (\gamma_{max} + 1 - 2\gamma_{min}) \left(1 + \frac{2\gamma_{max}^2}{(\gamma_{min} - 1)(\gamma_{max} - \gamma_{min})} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.29)$$

En donde f_r es la frecuencia de colisión de Coulomb para electrones relativistas, en definitiva se trata de la ecuación 1.11 con $v = c$. Es posible definir una función de distribución de electrones runaway $f(\gamma, t)$, que informa sobre la población de estas partículas en un intervalo de energía $(\gamma, \gamma + d\gamma)$ a un tiempo t .

$$dn_r(\gamma, t) = f(\gamma, t) d\gamma \quad (1.30)$$

Así, se plantea el inicio del proceso de avalancha a tiempo t_0 , a partir del cual se generan en cada instante t' posterior electrones runaway con energía γ_{ni} , alcanzando γ_{max} en el instante t . Por lo tanto, conocido el ratio de generación de electrones runaway por avalancha $dn_r(\gamma, t)/dt$, se define la función de distribución de electrones runaway.

$$f(\gamma, t) = \int_{t_0}^t \frac{dn_r(\gamma_{ni}, t')}{dt'} dt' \quad (1.31)$$

1.5.6 Control y Mitigación de los Electrones Runaway

Debido al peligro que suponen los electrones runaway para la integridad del dispositivo tokamak, es obligada la búsqueda de métodos que permitan controlarlos y mitigarlos cuando sea necesario.

Como se comentó anteriormente, los electrones runaway tienen una relación directa con las disrupciones. Estos violentos sucesos también son dañinos para el dispositivo, lo que ha llevado al desarrollo de estrategias de mitigación que consisten en la introducción al toroide de granulados congelados compuestos de átomos de alto número atómico. En los dispositivos más pequeños, como el DIII – D, la inyección de grandes cantidades de estos gases de alta Z también resultaron eficaces en la mitigación de los electrones runaway. Sin embargo, a medida que el tamaño del tokamak aumenta, su corriente runaway crece de la misma forma, y las simulaciones realizadas sugieren que el método comentado será muy poco eficaz en dispositivos como ITER. [25]

Recientes investigaciones apuntan al uso de inyecciones de granulados congelados de deuterio, un átomo de baja Z , como método suficiente para la mitigación de las corrientes de electrones runaway. Esto ha sido probado experimentalmente en el tokamak europeo JET, en donde se consiguió mitigar una corriente runaway de hasta 1.27 MA, con una deposición de energía en las paredes del aparato inferior al umbral medible (Figura 1.9). [25]

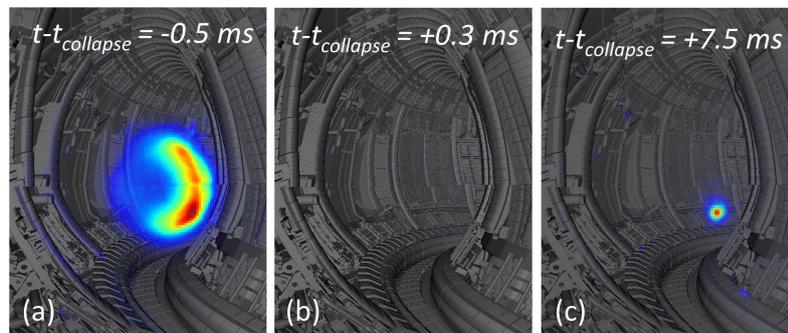


Figura 1.9: Imagen captada por una cámara infrarroja, en la que se muestra la evolución de la emisión de radiación sincrotrón en tres etapas distintas de la inyección del pellet de deuterio, en el tokamak JET. (a) muestra una gran actividad de electrones runaway justo antes de la ejecución de las medidas de mitigación. (b) ausencia de actividad de electrones runaway justo después de la mitigación. (c) reaparición de actividad de electrones runaway a energías muy pequeñas como para suponer un peligro. Créditos: Reux et al. Imagen recuperada de [25]

2

Herramienta Computacional

Tal y como se adelantó en el resumen, el presente trabajo tiene como objetivo el estudio de la influencia de los parámetros del plasma y del dispositivo tokamak en la generación de los electrones runaway. Para ello, se utiliza un código escrito en el sistema de cómputo MATLAB, para resolver numéricamente las ecuaciones presentadas anteriormente, que describen la evolución de múltiples características asociadas a los electrones runaway durante una disrupción. Dicho código, con nombre RAMDEC, fue proporcionado por el director al autor de este trabajo, quien añadió leves modificaciones y lo utilizó para calcular los datos necesarios para la obtención de resultados.

2.1 Fundamentos Numéricos del Código

A continuación, se presentan las bases del código.

El código utilizado se fundamenta en la resolución autoconsistente de las ecuaciones 1.10, 1.17 y 1.15. Dado que se trata de un cómputo numérico, es necesario adaptar dichas ecuaciones.

$$I_p(t_{i+1}) = I_p(t_i) - \frac{2\pi R_0 E_R D_{\parallel}(t_i)}{L} \Delta t \quad (2.1)$$

$$I_r(t_{i+1}) = ec\pi a^2 \sum_{\gamma_{min}}^{\gamma_{max}} N_r(\gamma, t_{i+1}) \frac{(\gamma^2 - 1)^{1/2}}{\gamma} \quad (2.2)$$

$$D_{\parallel}(t_{i+1}) = \frac{E_{\parallel}(t_{i+1})}{E_R} = \frac{\eta}{\pi a^2 E_R} [I_p(t_{i+1}) - I_r(t_{i+1})] \quad (2.3)$$

En la ecuación 2.1, la futura corriente del plasma $I_p(t_{i+1})$, se calcula a partir de su valor previo (presente) $I_p(t_i)$ y del campo eléctrico normalizado previo $D_{\parallel}(t_i)$. La corriente runaway $I_r(t_{i+1})$ depende del valor de la función de distribución de electrones runaway $N_r(\gamma, t_{i+1})$, que es la versión discreta de la función $f(\gamma, t)$, es decir, de la población de electrones runaway en un intervalo de energías $(\gamma, \gamma + \Delta\gamma)$

a tiempo t_{i+1} . Por último, el campo eléctrico normalizado $D_{\parallel}(t_{i+1})$ está definido por los valores de las corrientes del plasma y runaway en el mismo instante de tiempo.

La evolución temporal de la función de distribución de los electrones runaway $N_r(\gamma, t_{i+1})$, necesaria para el cálculo de la corriente runaway, se puede deducir a partir de las ecuaciones 1.18 y 1.23. Esto se debe a que la primera de ellas informa acerca de la tasa de generación de electrones runaway por el mecanismo de avalancha, mientras que la ecuación de partícula test determina la evolución instantánea de la energía de los electrones generados durante la avalancha desde una energía inicial γ_{ini} . Dicha energía inicial γ_{ini} que adquieren los electrones tras someterse al mecanismo de avalancha, no es deducida por ninguna ecuación, sino que se trata de una hipótesis en base al mecanismo de avalancha para la generación runaway. Tal y como se explicó, el mecanismo de generación por avalancha tiene lugar cuando la colisión de un electrón runaway con otro térmico tiene como resultado dos electrones runaway. Así, γ_{ini} ha de ser todo lo cercana que se quiera a γ_{min} , pero siempre mayor que esta, tal y como se refleja en la condición 2.4, donde $f = 1^+$.

$$\gamma_{ini} = f\gamma_{min} = \gamma_{min}^+ \quad (2.4)$$

La obtención de la distribución a partir de la evolución en tiempo y energía de la población de electrones runaway nacidos en el instante t con energía γ_{ini} , conforma un problema de valor inicial. Para resolverlo, se discretiza el tiempo en N intervalos equiespaciados, desde el inicio de la avalancha t_0 , hasta el instante final $t_f = t_0 + (N - 1) \cdot \Delta t$, en donde $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ es el paso temporal.

2.1.1 Resolución del Problema de Valor Inicial

En primer lugar, se calcula la población de nuevos electrones runaway $\Delta n_r(t)$ para cada intervalo de tiempo $(t, t + \Delta t)$, desde el inicio t_0 hasta el instante final t_f . El ratio de producción de electrones runaway en el intervalo $\Delta t = t_{i+1} - t_i$, se discretiza como $\Delta n_r(t) = \Gamma_{av}\Delta t$, en donde $\Gamma_{av} = dn_r/dt$ es la tasa de producción por avalancha definida por la integración numérica de la ecuación 1.29. La información relacionada con la generación por el mecanismo de avalancha de nuevos electrones runaway en el intervalo (t_i, t_{i+1}) , es almacenada en la variable $nr(i)$, con $i = 1$ para t_0 e $i = N$ para t_f .

La energía de cada una de las poblaciones de electrones runaway ($nr(i)$) nacidas a tiempo $(t_i, t_i + \Delta t)$, evolucionan de acuerdo con la ecuación de partícula test 1.23, y su valor en cada instante t_j posterior es almacenado en la variable $en(i, j)$. El primero de los índices de $en(i, j)$ hace referencia al tiempo en el que nació la población de electrones runaway a la que se refiere. En cambio, el segundo de sus índices indica el instante de tiempo en el que dicha población de electrones runaway alcanzó la energía $en(i, j)$. Así, $i \in [1, N]$ y $j \in [1, N]$, estableciéndose que para todo $i > j$ la energía $en(i, j) = 0$, pues a tiempo t_j la población de electrones runaway todavía no ha nacido.

Sin embargo, el objetivo de este desarrollo es obtener los valores correspondientes a $N_r(\gamma, t)$, es decir, se debe definir una nueva variable que informe sobre el

conjunto de electrones runaway $nr(i)$ que a un tiempo determinado t tienen una energía γ dada. Para encontrarlo, se han de recorrer los tiempos $t_i \leq t$ y comprobar si la población $nr(i)$ a un tiempo $t_j = t$ tiene una energía $en(i, j) = \gamma$. En los casos en los que esto sí se cumpla, se habrán localizado todas la poblaciones de electrones runaway que a tiempo $t_j = t$ tienen una energía γ . Esta nueva variable se define numéricamente como $nre(k, j)$, y su primer índice fija una energía perteneciente al intervalo $[\gamma_k - \Delta\gamma/2, \gamma_k + \Delta\gamma/2]$. El segundo índice se refiere a un tiempo correspondiente a un valor de t_j . Resumiendo, y a modo aclaratorio, $nre(k, j)$ contiene información sobre el conjunto de poblaciones de electrones runaway que a tiempo t_j tienen una energía en el intervalo $[\gamma_k - \Delta\gamma/2, \gamma_k + \Delta\gamma/2]$.

2.1.2 Otros Valores Iniciales

Una vez hallada la solución numérica para la función de distribución de los electrones runaway, se han de definir los valores de las corrientes del plasma y runaway en el instante inicial. Tal y como se mencionó en la subsección 1.4.2, la corriente del plasma en un funcionamiento normal de un dispositivo tokamak como ITER antes de la disrupción, será $I_p(t=0) = I_{p0} \approx 15$ MA. Además, de acuerdo con la explicación del funcionamiento del mecanismo de generación Dreicer (1.5.2), antes de la disrupción existe una pequeña población de electrones runaway, la cual sirve de "semilla inicial" para el comienzo de la generación por avalancha que cobra protagonismo en una disrupción. Este valor $I_r(t=0)$, se calcularía resolviendo el modelo propuesto por Dreicer [26] para la fase previa a la disrupción, pero no es el objetivo de este estudio, así que se propone el ansatz indicado a continuación:

$$I_{r0} = ec\pi a^2 N_{r0} \frac{(\gamma_{ini}^2 - 1)^{1/2}}{\gamma_{ini}} = 0^+ \text{ MA} \approx 0.01 \text{ MA} \quad (2.5)$$

3

Resultados

Siguiendo la línea argumentativa de este trabajo, se pueden apreciar la consecución de una serie de pasos evidenciados a continuación. En primer lugar, se introduce un fenómeno físico observado experimentalmente y se plantea una matemática capaz de modelarlo. Lo siguiente fue la presentación de una aproximación algebraica, así como un pequeño algoritmo numérico para resolverlo, implementado en un programa de simulación. Así, el paso que continua es lo denominado como experimento computacional, en el que se utiliza la simulación para aumentar el entendimiento del fenómeno físico modelizado.

En este capítulo, se muestran y analizan los resultados obtenidos de la simulación, que implementa un modelo de generación de electrones runaway por el mecanismo de avalancha en disrupciones que ocurrirían en dispositivos tokamak con parámetros típicos de un plasma generado en ITER.

3.1 Corrientes Iniciales

La simulación utilizada, necesita de unos valores iniciales para las corrientes del plasma y runaway. La corriente del plasma previa a la disrupción queda definida por el aparato tokamak a utilizar. Sin embargo, la semilla inicial runaway tiene un valor hasta cierto punto arbitrario, pues está definida por una hipótesis de la cantidad de electrones runaway que podrían ser generados por el mecanismo Dreicer. De acuerdo con el sistema compuesto por las ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.3, las corrientes iniciales del plasma y runaway afectan a la evolución del sistema, luego es necesario comprobar el grado de influencia de cada una de ellas en vista a verificar la elección de la corriente runaway semilla.

Como se puede observar en la Figura 3.1, para el caso de una corriente inicial del plasma $I_{p0} = 15$ MA, la elección de la corriente runaway inicial sí afecta notablemente a las corrientes runaway y del plasma de la última etapa de la disrupción, en la que $I_p \approx I_r \approx I_{r,p}$. Como se muestra en la Figura 3.1 (a), se produce un cambio de $I_{r,p}$ muy pronunciado para valores pequeños de I_{r0} , mientras que para valores más grandes la pendiente se vuelve cada vez más pequeña. Esto

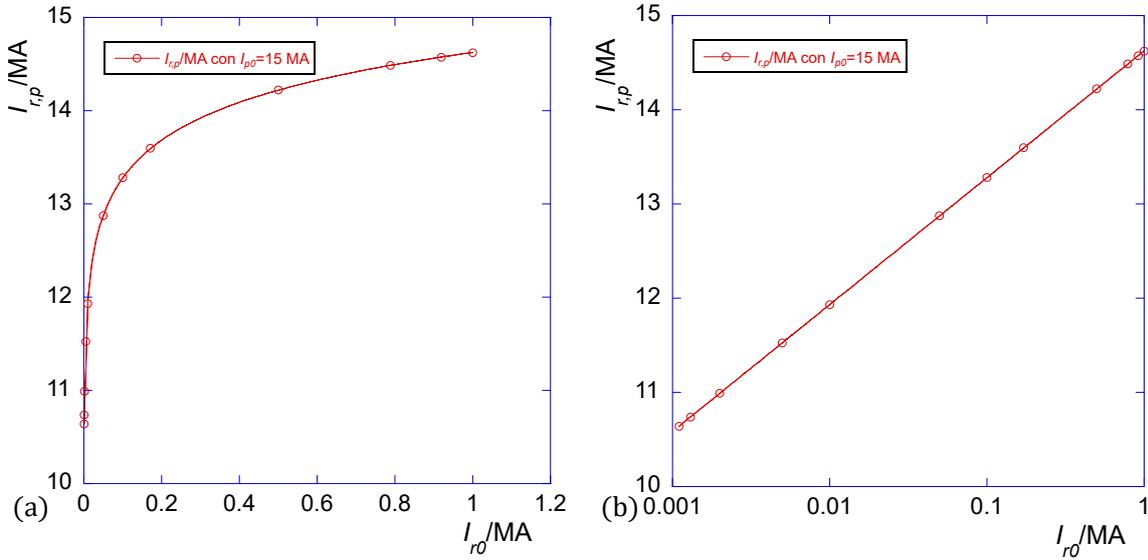


Figura 3.1: Representación de la variación de las corrientes runaway y del plasma $I_{r,p}$ en la región de corriente con perfil constante ($I_r \approx I_p$), frente al cambio en la corriente runaway inicial I_{r0} , para el caso en el que la corriente inicial del plasma es $I_{p0} = 15$ MA. La figura (a) está en escala lineal, mientras que el eje de abscisas de la figura (b) se encuentra en escala logarítmica, pues favorece el ajuste de los puntos a la siguiente curva: $I_{r,p} = 14.626 + 0.5849 \cdot \ln(I_{r0})$. Cada punto representa una simulación, ejecutada para el caso del tokamak ITER, con $T_e = 15$ eV, $Z_{\text{eff}} = 3$ y $n_e = 10^{20} \text{ m}^{-3}$.

se deduce claramente al calcular la primera derivada de la curva de ajuste a los puntos de la Figura 3.1 (b), resultando la siguiente ecuación:

$$\frac{dI_{r,p}}{dI_{r0}} = 0.5849 \frac{1}{I_{r0}} \quad (3.1)$$

La dependencia de $I_{r,p}$ con la corriente inicial del plasma I_{p0} , se muestra en la Figura 3.2 para tres casos de corriente runaway inicial. Como se puede observar, un cambio en la corriente inicial del plasma tiene como resultado un cambio en la corriente $I_{r,p}$, con una tasa de variación definida por la primera derivada de las curvas de ajuste. Dichas curvas de ajuste son rectas con una pendiente muy similar, luego tomando la media se determina la variación:

$$\frac{dI_{r,p}}{dI_{p0}} = 0.978 \quad (3.2)$$

Aunque las curvas de ajuste de las Figuras 3.1 y 3.2 dependen del caso de estudio, sus derivadas son independientes de este, luego permiten determinar la región donde la variación de I_{r0} es predominante frente a la variación de I_{p0} , y viceversa.

$$\frac{dI_{r,p}}{dI_{r0}} = \frac{dI_{r,p}}{dI_{p0}} \rightarrow \frac{0.5849}{I_{r0}} = 0.9785 \rightarrow I_{r0} = 0.598 \text{ MA} \quad (3.3)$$

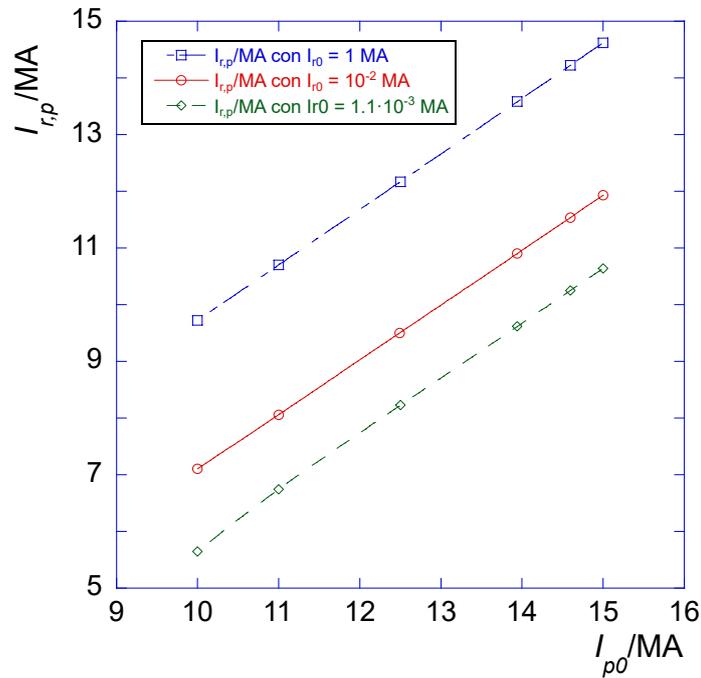


Figura 3.2: Representación de la variación de las corrientes runaway y del plasma $I_{r,p}$ en la región de corriente con perfil constante ($I_r \approx I_p$), frente al cambio en la corriente del plasma inicial I_{p0} para tres casos correspondientes a tres corrientes runaway iniciales: $I_{r0} = 1$ MA en azul, $I_{r0} = 10^{-2}$ MA en rojo, y $I_{r0} = 1.1 \cdot 10^{-3}$ MA en verde. Cada punto, representativo de una simulación, ha sido obtenido para el caso del ITER con $T_e = 15$ eV, $Z_{\text{eff}} = 3$ y $n_e = 10^{20} \text{ m}^{-3}$. Finalmente, los datos de cada caso han sido ajustados a una recta: $I_{r,p} = -0.065 + 0.9790 \cdot I_{p0}$ la azul, $I_{r,p} = -2.554 + 0.9654 \cdot I_{p0}$ la roja, y $I_{r,p} = -4.20 + 0.991 \cdot I_{p0}$ la verde.

Así, de acuerdo con la condición 3.3, para $I_{r0} > 0.598$ MA la influencia de la corriente inicial del plasma I_{p0} supera a la de la corriente inicial runaway. Mientras que para el rango $I_{r0} < 0.598$ MA, el efecto de la variación de I_{r0} domina frente a un cambio en I_{p0} .

Tal y como se detalló en el capítulo 2, en la subsección 2.1.2, la corriente runaway inicial utilizada en la simulación será $I_{r0} = 0.01$ MA, estando entonces en la región dominada por los cambios en la corriente runaway inicial, de modo que la influencia de este valor tiene un peso superior al valor correspondiente a la corriente del plasma inicial I_{p0} .

3.2 Corrientes runaway y del plasma, campo eléctrico y energía

Durante la caída de corriente ocurrida en una disrupción, se asume que la corriente del plasma I_p es sustituida por la corriente I_r , formada por el conjunto de los electrones runaway generados, reduciendo el campo eléctrico D hasta desvanecerse [32].

De acuerdo con la Figura 3.3, la simulación devuelve resultados acordes con lo esperado, pudiéndose observar en la Figura 3.3 (a) una disminución progresiva de la corriente del plasma, que acaba siendo completamente definida por la corriente runaway, creciente hasta llegar al *current plateau*, en donde la corriente

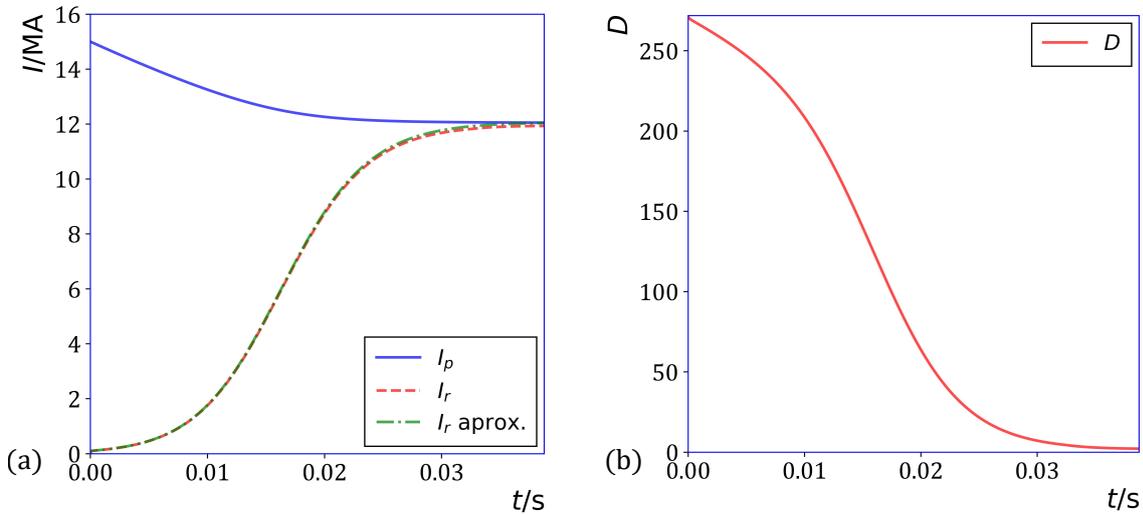


Figura 3.3: (a) Representación de las corrientes en MA frente al tiempo en s. La corriente del plasma se muestra en azul. La corriente runaway resultante de la simulación se presenta en rojo, mientras que la corriente runaway resultante de una ecuación aproximada se muestra en verde. (b) Representación del campo eléctrico normalizado (adimensional), frente al tiempo en segundos. Estas gráficas son resultado de ejecutar el código de simulación para un supuesto ITER con los siguientes parámetros: $T_e = 15$ eV, $Z_{\text{eff}} = 3$, $n_e = 10^{20} \text{ m}^{-3}$, $I_{p0} = 15$ MA y $I_{r0} = 0.01$ MA.

óhmica es prácticamente nula. En la Figura 3.3 (b), se muestra una caída del campo eléctrico normalizado, alcanzando valores cercanos a la unidad cuando la corriente del plasma es sustituida por la corriente runaway.

En la Figura 3.3 (a), hay una tercera corriente, la corriente runaway calculada a partir de una ecuación obtenida en base a una serie de aproximaciones, correspondiente a la ecuación 3.4. Como se puede observar, ambas formas de calcular la corriente runaway devuelven resultados muy similares.

$$I_{r \text{ aproximada}} = I_{r0} \cdot \frac{q_{\min}}{\sqrt{q_{\min}^2 - 1}} \left[1 + \frac{f_r}{2 \cdot \ln(\Lambda) \left(\sqrt{1 + q_{\min}^2} - 1 \right)} \right] \quad (3.4)$$

Los valores utilizados al ejecutar la simulación con la que se ha obtenido la Figura 3.3, se detallan en el pie de figura de la misma, sin embargo, las corrientes, el campo eléctrico normalizado y las energías, entre otros, son sensibles a estos parámetros, siendo útil el estudio de su influencia.

3.2.1 Influencia de la densidad y la temperatura electrónicas

A continuación, se muestran los resultados de la ejecución de la simulación para múltiples valores de la densidad numérica electrónica n_e y de la temperatura electrónica T_e , analizando el efecto de su variación en las corrientes del plasma y runaway correspondientes al campo eléctrico umbral D_0 , este es el campo eléctrico normalizado más pequeño para el que la ecuación de partícula test 1.23 se anula, haciendo posible la generación de electrones runaway .

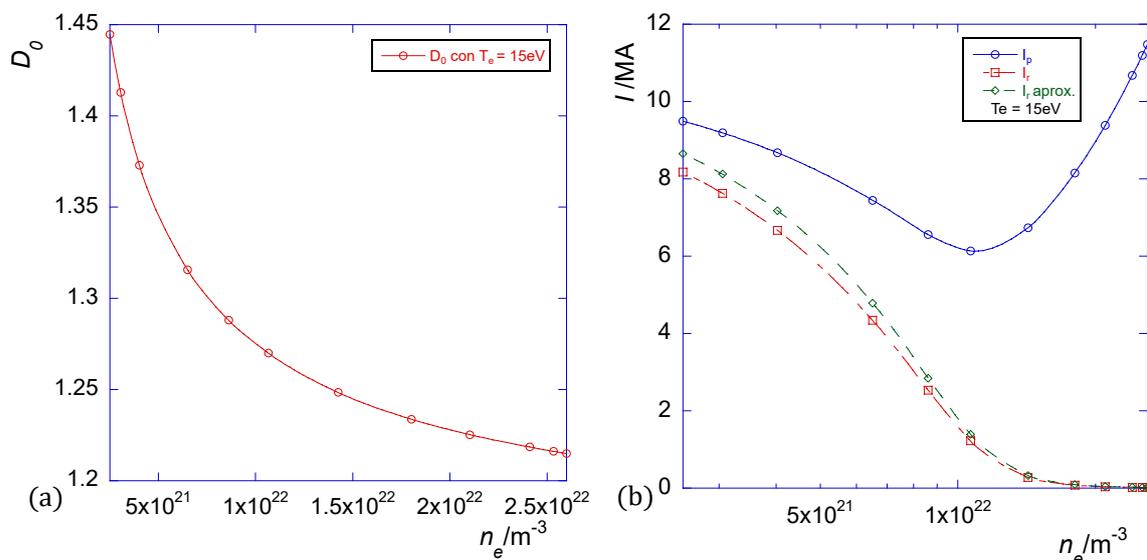


Figura 3.4: (a) Representación del campo eléctrico umbral frente a la densidad electrónica numérica. (b) Representación de las corrientes en MA frente a la densidad electrónica numérica en m^{-3} . La corriente del plasma se muestra en azul. La corriente runaway resultante de la simulación se presenta en rojo, mientras que la corriente runaway resultante de una ecuación aproximada se muestra en verde. Cada punto representa una simulación ejecutada para el caso de una temperatura electrónica $T_e = 15 \text{ eV}$ y un rango de densidades electrónicas desde $n_e = 2.5 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ hasta $n_e = 2.6 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$.

Como se puede observar en la Figura 3.4 (a), el aumento de la densidad electrónica supone una disminución del campo eléctrico umbral, es decir, menor es el campo eléctrico necesario para que los electrones alcancen el momento crítico mínimo q_{min} para volverse runaways y evolucionar hacia q_{max} . Sin embargo, de acuerdo con las ecuaciones 1.12 y 1.13, $D = (c/v_c)^2$, luego la disminución del campo eléctrico umbral se traduce en un aumento de la velocidad crítica asociada a dicho campo, aumentando así la energía crítica γ_0 asociada al campo eléctrico umbral D_0 necesaria para que los electrones se vuelvan runaway, razonamiento coincidente con la Figura 3 del artículo [31]. Esto está en acuerdo con la Figura 3.4 (b), pues muestra cómo las corrientes runaway numérica y aproximada disminuyen al aumentar la densidad numérica, alcanzando un valor mínimo $I_{r \text{ min}} (n_e = 2.6 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}) \approx 0.015 \text{ MA}$ muy cercano a la corriente runaway semilla $I_{r0} = 0.01 \text{ MA}$. Por el contrario, la corriente del plasma aumenta con la densidad electrónica, puesto que no puede ser sustituida por una corriente runaway decreciente. Así, se determina que un aumento suficiente en la densidad electrónica dificulta la generación de electrones runaway por el mecanismo de avalancha.

Además, la Figura 3.5 demuestra que un aumento de n_e provoca que los electrones runaway evolucionen hacia energías máximas γ_{max} superiores para un mismo campo eléctrico normalizado, a pesar de que dicho aumento de n_e provoque una disminución en la población de electrones runaway. Esto se debe a la disminución de los términos radiativos asociados a la radiación por el movimiento de giro entorno a las líneas de campo y por el movimiento del centro de guía, pues dependen inversamente de la densidad electrónica numérica, tal y como se indica en 1.21 y 1.22.

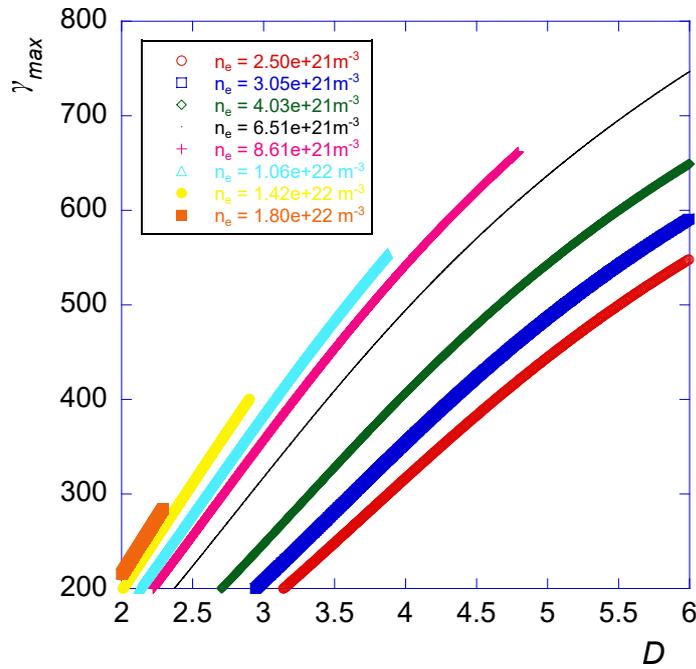


Figura 3.5: Representación de la energía normalizada máxima γ_{max} frente al campo eléctrico normalizado, para ocho densidades numéricas electrónicas, en un rango de $n_e = 2.5 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ hasta $n_e = 1.803 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$, y una temperatura electrónica $T_e = 15 \text{ eV}$.

Esto se ha obtenido para el caso de una temperatura electrónica $T_e = 15 \text{ eV}$, sin embargo, la variación de T_e también afecta a las corrientes del plasma y runaway, como reflejan las Figuras 3.6 (a), (b) y (c).

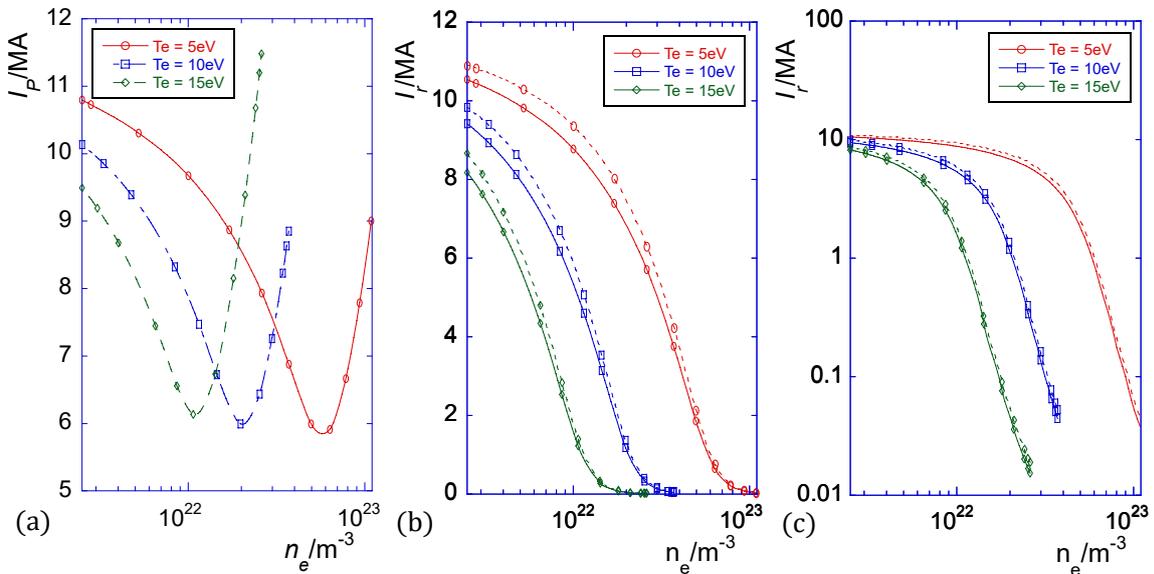


Figura 3.6: Representación de las corrientes frente a la densidad electrónica numérica, para tres temperaturas: $T_e = 5 \text{ eV}$ en rojo, $T_e = 10 \text{ eV}$ en azul, y $T_e = 15 \text{ eV}$ en verde. La corriente de la figura (a) se corresponde a la del plasma. En las figuras (b) y (c) se muestra la corriente runaway numérica en curvas sólidas, mientras que las rayadas se refieren a la corriente runaway aproximada. La figura (b) tiene el eje de ordenadas en escala lineal y el de abscisas en logarítmica, mientras que la figura (c) tiene ambos ejes en escala logarítmica.

Tal y como muestran las Figuras 3.6, cuanto mayor es la temperatura electrónica, menor es la densidad electrónica numérica necesaria para alcanzar el mínimo a partir del cual la corriente del plasma mínima crece con respecto al valor correspondiente a densidades electrónicas menores. De la misma forma, a mayor temperatura más rápido decae la corriente runaway máxima con el aumento de la densidad electrónica, a valores cercanos a la corriente runaway inicial (Figura 3.6 (c)).

Sin embargo, el aumento de la temperatura no tiene efecto alguno en el campo eléctrico normalizado umbral D_0 , como refleja la Figura 3.7.

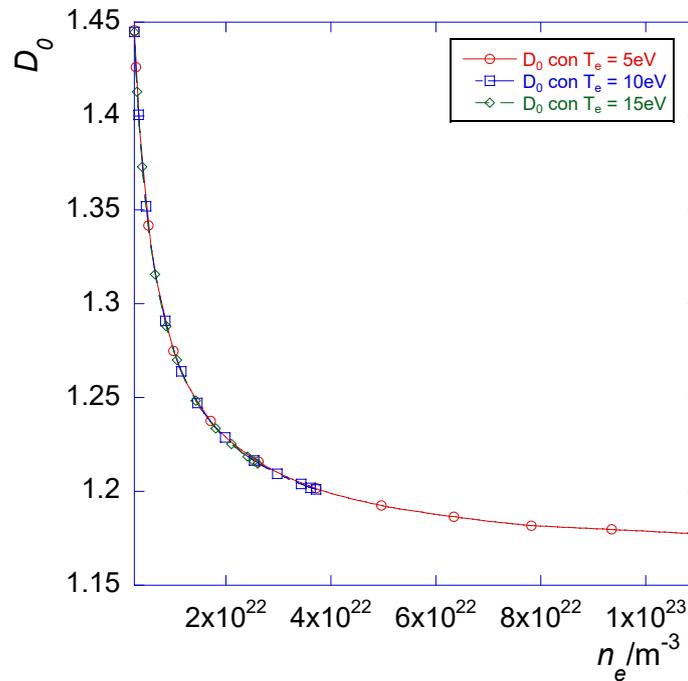


Figura 3.7: Representación del campo eléctrico normalizado umbral frente a la densidad electrónica numérica para tres temperaturas electrónicas: $T_e = 5\text{ eV}$ en rojo, $T_e = 10\text{ eV}$ en azul, y $T_e = 15\text{ eV}$ en verde.

Por lo tanto, las Figuras 3.4 y 3.6 indican que a mayor densidad numérica y temperatura electrónicas, menor es la corriente runaway máxima que se puede alcanzar en una disrupción, minimizando su efecto sobre la corriente del plasma. Además, el aumento de la densidad electrónica también provoca el incremento de la energía máxima alcanzable por los electrones runaway, así como la disminución del campo eléctrico umbral, mientras que el cambio de temperatura electrónica no lo altera.

3.2.2 Influencia de la carga iónica efectiva

En la Figura 1.9 de la subsección 1.5.6, se mostró la evolución de la radiación sincrotrón al inyectar un pellet de deuterio en el plasma del tokamak JET. La inyección de átomos de un número atómico determinado (impurezas), se utiliza para disipar la energía de los electrones runaway, así como para disminuir su población. Pues bien, la simulación utilizada permite variar la carga iónica efectiva Z_{eff} , que no es más que una medida de la cantidad de impurezas en el plasma, siendo directamente proporcional al número atómico de los elementos que lo

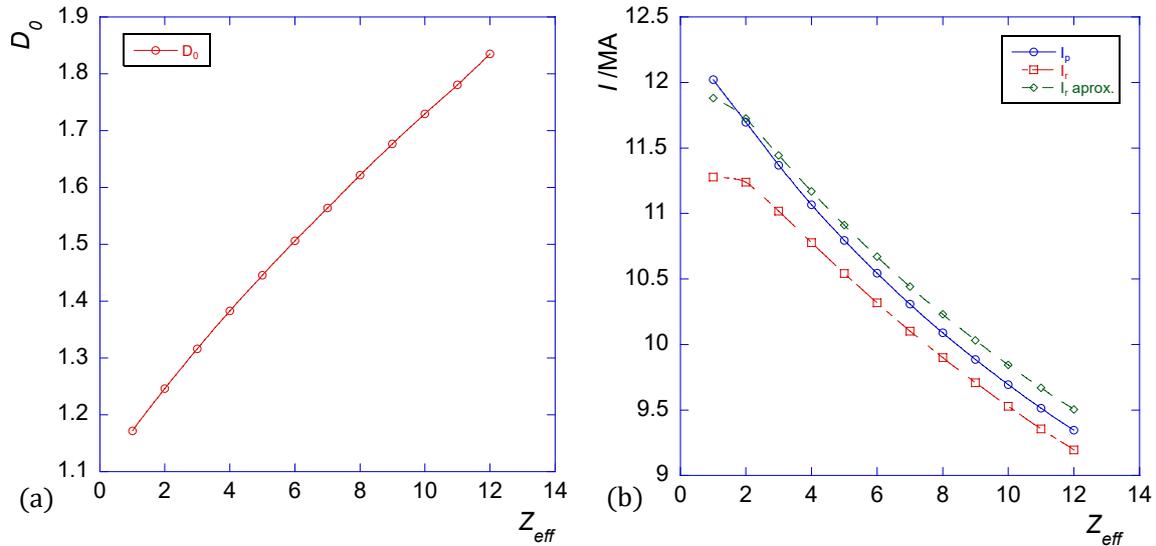


Figura 3.8: (a) Representación del campo eléctrico normalizado umbral frente a la carga iónica efectiva. (b) Graficado de las corrientes en MA frente a Z_{eff} . La corriente del plasma se muestra en azul, la corriente runaway en rojo, y la corriente runaway aproximada en verde. Cada punto representa una simulación, teniendo como parámetros comunes $n_e = 2.5 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ y $T_e = 5 \text{ eV}$.

componen. Así, se puede estudiar computacionalmente la evolución de distintos parámetros en la fase final de la disrupción al variar la Z_{eff} .

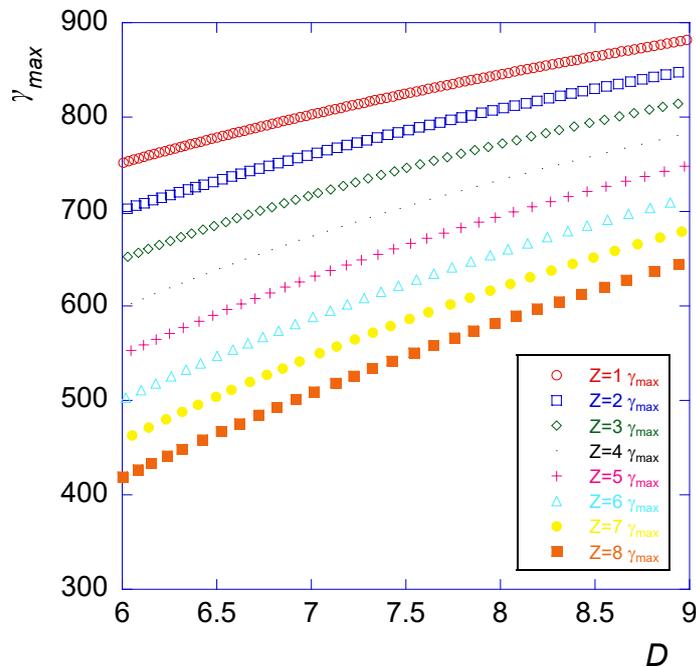


Figura 3.9: Representación de la energía máxima de un electrón runaway frente al campo eléctrico normalizado, para ocho cargas iónicas efectivas, en el rango de $Z_{eff} = 1$ a $Z_{eff} = 8$. Cada conjunto de puntos representa una simulación, teniendo como parámetros comunes $n_e = 2.5 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ y $T_e = 5 \text{ eV}$.

Tal y como muestra la Figura 3.8 (a), el aumento de la carga iónica efectiva tiene asociado un aumento del campo eléctrico umbral, lo que supone una disminución de la energía umbral γ_0 , justificada nuevamente por $D = (c/v_e)^2$. A pesar del

aumento del campo eléctrico normalizado, el aumento de la Z_{eff} provoca necesariamente el crecimiento de la efectividad de las colisiones entre electrones e iones, lo que dificulta la generación de electrones runaway por el mecanismo de avalancha. La Figura 3.8 (b) muestra la disminución tanto de la corriente runaway como de la corriente del plasma con el aumento de Z_{eff} , siendo muestra de la mayor presencia de colisiones efectivas que afectan a ambas corrientes.

El crecimiento de las colisiones eficaces asociado al aumento de Z_{eff} , incrementa el valor del ángulo θ , lo que según la ecuación 1.24 hace crecer las pérdidas por radiación. Así, de acuerdo con la ecuación 1.23 entorpecerá el crecimiento de la energía del electrón, siendo esperable una disminución de la energía máxima alcanzable por un electrón runaway en estas condiciones. De hecho, esto es lo que se observa en la Figura 3.9, que muestra cómo para un valor fijo del campo eléctrico normalizado D , la γ_{max} disminuye al aumentar el valor de Z_{eff} .

3.3 Efecto de la radiación

Como ya se adelantó en la subsección 1.5.4 de la "Introducción", los electrones runaway están afectados por tres tipos de radiación que limitan su energía máxima γ_{max} , también conocida como energía límite. El término de pérdidas por colisiones está también presente, pero para este tipo de partículas queda prácticamente relegado, pues de no considerarse la radiación, la energía máxima de los electrones runaway divergería al no encontrarse una segunda raíz para la ecuación de partícula test (*velocidad de flujo*) 1.23, como muestra la Figura 3.10.

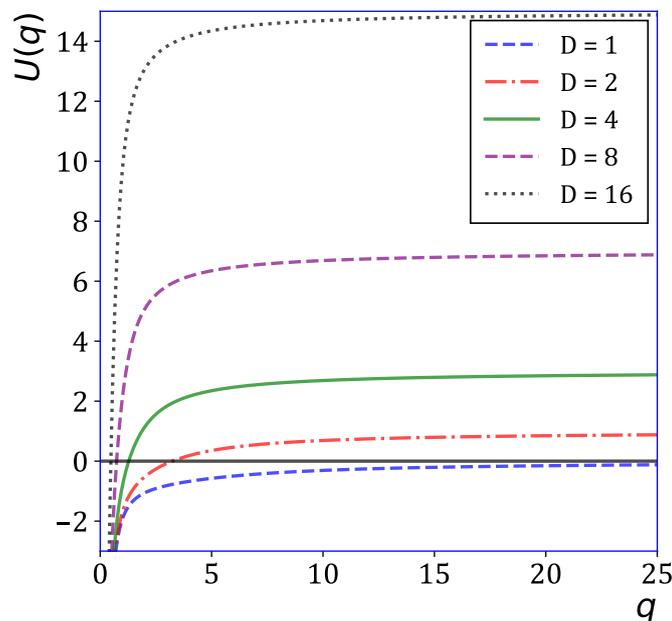


Figura 3.10: Representación de la velocidad de flujo frente al momento normalizado del electrón runaway. Se han obtenido cinco soluciones de la ecuación 1.23 sin el término de pérdidas por radiación, cada una correspondiente a los siguientes valores del campo eléctrico normalizado $D = 1$, $D = 2$, $D = 4$, $D = 8$, y $D = 16$.

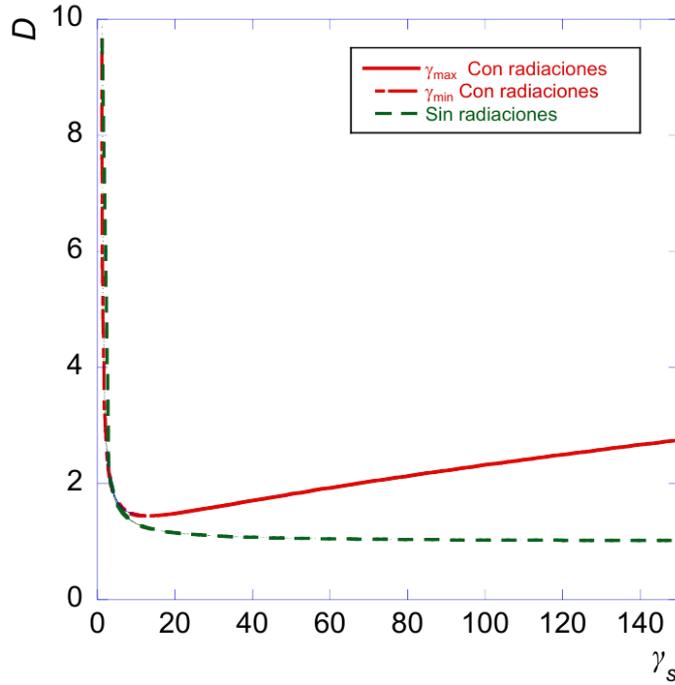


Figura 3.11: Representación del campo eléctrico normalizado frente a la energía normalizada γ_s correspondiente a los puntos singulares que definen q_{min} y q_{max} . La curva roja tiene en cuenta las pérdidas por radiación, mientras que la curva verde solo considera pérdidas por colisiones. Simulación realizada con los siguientes parámetros: $n_e = 2.5 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ y $T_e = 5 \text{ eV}$.

De forma equivalente, la Figura 3.11, representa el campo eléctrico normalizado frente a la energía correspondiente a las raíces de $U(q)$. Dicha gráfica se puede dividir en dos partes separadas por el mínimo de la curva, que representa el campo eléctrico normalizado umbral o crítico D_0 , al que le corresponde una energía umbral γ_0 , pues en dicho punto $\gamma_{min} = \gamma_{max} = \gamma_0$. En la curva roja, la rama de la izquierda se refiere a la energía mínima para la formación de electrones runaway dado un campo eléctrico D , mientras que la rama de la derecha indica la energía máxima alcanzable. Así, trazando una recta horizontal, se pueden determinar las energías γ_{min} y γ_{max} para un determinado D . Además, la curva roja de la Figura 3.11 también explica que la γ_{min} disminuye cuando el campo eléctrico aumenta, mientras que la γ_{max} aumenta cuando el campo eléctrico se vuelve más intenso. Esto coincide completamente con las Figuras 1.8 y 3.10.

En cambio, en la curva verde de la Figura 3.11 no se tienen en cuenta las pérdidas por radiación, de forma que al trazar la recta horizontal sólo se encontraría una energía γ_{min} .

Alternativamente, y a modo de comprobación, el artículo [31] ofrece una ecuación analítica que relaciona el campo eléctrico normalizado con la energía normalizada correspondiente a los puntos singulares.

$$D = \frac{\gamma_s^2}{\cos(\theta_s)(\gamma_s^2 - 1)} \cdot \left(1 + F_{gy} \frac{(\gamma_s^2 - 1)^{3/2}}{\gamma_s} \sin^2(\theta_s) + F_{gc} \frac{(\gamma_s^2 - 1)^{5/2}}{\gamma_s} \right) \quad (3.5)$$

Donde $\cos(\theta_s)$ está definido por la siguiente ecuación:

$$\cos^2(\theta_s) = 1 + \frac{F_{gc}(\gamma_s^2 - 1)}{2F_{gy}} + \frac{\alpha + \gamma_s}{2F_{gy}(\gamma_s^2 - 1)^{3/2}} \times \left\{ 1 - \left[\frac{4\alpha F_{gy}(\gamma_s^2 - 1)^{3/2}}{(\alpha + \gamma_s)^2} + \left(1 + \frac{F_{gc}(\gamma_s^2 - 1)^{5/2}}{\alpha + \gamma_s} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (3.6)$$

Haciendo uso de las ecuaciones 3.5 y 3.6, así como de un sencillo código desarrollado en *Python*, detallado en el anexo .2, para la lectura de datos de simulación y cálculo, es posible obtener la Figura 3.12, que coincide completamente con la Figura 3.11, verificando una vez más el correcto cálculo del código utilizado en el presente trabajo.

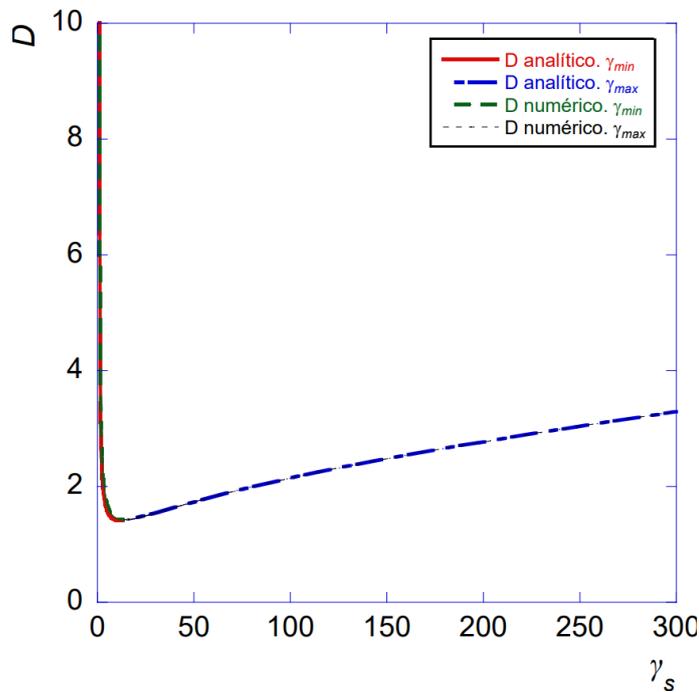


Figura 3.12: Representación del campo eléctrico normalizado frente a la energía normalizada γ_s correspondiente a los puntos singulares que definen q_{min} y q_{max} . Las curvas roja y azul representan el campo eléctrico normalizado analítico calculado mediante las ecuaciones 3.5 y 3.6. Las curvas verde y negra se refieren al campo eléctrico normalizado obtenido mediante la simulación numérica.

3.3.1 Momento crítico

El momento crítico normalizado se obtiene de la solución de la ecuación de la velocidad de flujo 1.23, utilizándose para el cálculo de la γ_{min} mostrada en la Figura 3.12, entre otras. La Figura 3.11 mostraba el campo eléctrico normalizado frente a la energía correspondiente a los momentos q_{min} y q_{max} para un caso en el que se tiene en cuenta la radiación y otro para el que no. Se pudo observar una gran diferencia entre ambos casos en la rama correspondiente a γ_{max} , sin embargo las ramas que se refieren a γ_{min} son aparentemente iguales, pero esto no es del todo cierto.

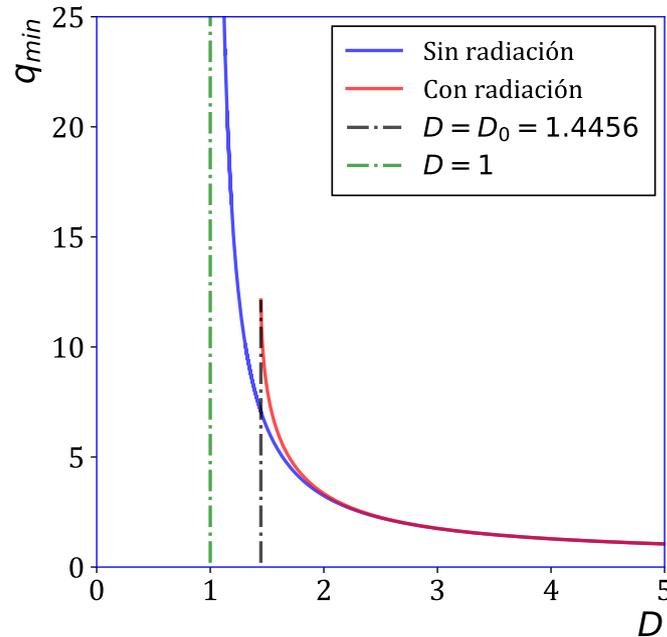


Figura 3.13: Representación del momento crítico normalizado q_{min} frente al campo eléctrico normalizado, estudiando el caso sin radiación (curva azul) y otro con radiación (curva roja). La recta vertical discontinua negra, señala la posición en la gráfica del valor del campo eléctrico crítico $D_0 = 1.4456$, mientras que la vertical discontinua verde muestra un campo eléctrico igual a la unidad.

Como se puede observar en la Figura 3.13, las pérdidas por radiación provocan un aumento en los valores de q_{min} cuando D tiende al campo eléctrico normalizado umbral D_0 . Sin embargo, se observa cómo estas pérdidas por radiación establecen un límite a los valores que q_{min} puede alcanzar cuando $D \rightarrow D_0$, lo que contrasta con el caso en el que no se considera la radiación, para el que $q_{min} \rightarrow \infty$ cuando $D \rightarrow 1$. Por lo tanto, esto se traduce en un aumento de D_0 asociado a un aumento de la radiación, es decir, cuantas más pérdidas de energía por radiación, mayor es el campo eléctrico necesario para que los electrones se vuelvan runaways. Además, como muestra esta figura, cuanto mayor es el campo eléctrico, menor es el momento crítico, lo que indica que la variación de las pérdidas de radiación puede ser un mecanismo de control que reduzca los efectos relativistas en el momento crítico de los electrones.

La Figura 3.13 también explica que el momento crítico q_{min} crece cuando el campo eléctrico decrece, lo cual está en total acuerdo con la ecuación 1.12 de la subsección 1.5.1. De acuerdo con [31], esto se debe a que el electrón adquiere menos energía del campo eléctrico, luego necesita de un mayor momento inicial para superar las pérdidas de energía por radiación y entrar en la región runaway del espacio de velocidades.

3.3.2 Rango de influencia de la radiación

Tal y como se detalló en la subsección 1.5.4, en la simulación se consideran tres tipos de radiación: radiación por bremsstrahlung, por movimiento de giro entorno a las líneas de campo y por el movimiento del centro de guía. Cada radiación tiene detonantes completamente distintos, luego es esperable que cada tipo de

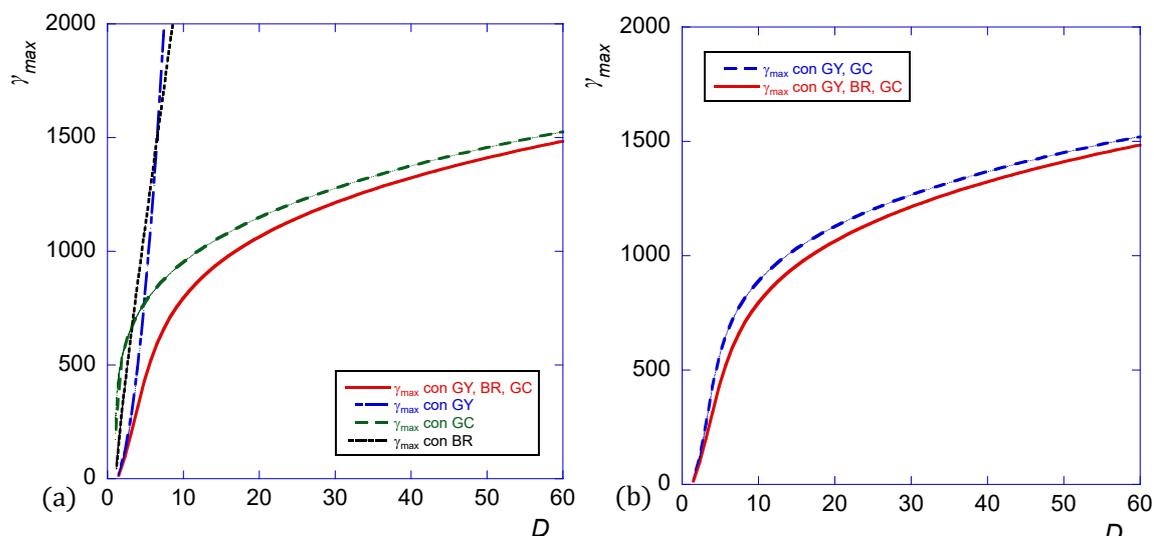


Figura 3.14: Representación de la energía máxima normalizada frente al campo eléctrico normalizado. La Figura (a) muestra cuatro curvas: la azul considera únicamente la radiación por el movimiento de giro entorno a las líneas de campo (GY), la verde únicamente la debida al movimiento del centro de guía (GC), la negra tiene en cuenta la radiación de frenado (bremsstrahlung, BR) y la roja considera los tres tipos de radiación. La Figura (b) grafica una curva en rojo que considera los tres tipos de radiación y otra en azul que desprecia la radiación por bremsstrahlung.

radiación tenga una región en la que sea predominante frente al resto.

En la Figura 3.14 (a), se ha realizado una comparación de la gamma límite γ_{max} de los electrones runaway producidos, con respecto al campo eléctrico normalizado, para cuatro situaciones diferentes. En la primera se ejecuta la simulación considerando únicamente la radiación por el movimiento de giro entorno a las líneas de campo. En la segunda se estudia la radiación debida al movimiento del centro de guía. En la tercera se tiene en cuenta tan solo la radiación por Bremsstrahlung. Finalmente, en la cuarta situación se ejecuta el código considerando los tres tipos de radiación de forma conjunta.

Con esta figura se pueden observar las contribuciones de cada una de las radiaciones. Así, se determina que la radiación por el movimiento de giro entorno a las líneas de campo domina para campos eléctricos pequeños, mientras que la radiación debida al movimiento del centro de guía cobra mayor importancia para campos eléctricos intensos. En cambio, la radiación por Bremsstrahlung parece la menos influyente, pues no se observa una región en la que domine frente a las otras dos, aunque sí se aprecia su efecto en la Figura 3.14 (b), en la que se comparan las curvas γ_{max} frente a D obtenidas para el caso que considera los tres tipos de radiación y para el que desprecia la radiación por bremsstrahlung, determinando el máximo de discrepancia para campos eléctricos poco intensos.

Para campos eléctricos pequeños, las colisiones de los electrones runaway con las partículas del plasma son lo suficientemente efectivas como para aumentar el ángulo θ entre el vector velocidad y las líneas de campo magnético, lo que provoca un crecimiento en las pérdidas de energía por radiación debida al giro entorno a las líneas de campo, de acuerdo con la ecuación 1.24. En cambio, para campos eléctricos intensos, ocurre el efecto contrario, es decir, las colisiones con las partículas del plasma son despreciables, de forma que el ángulo θ tiende a cero,

haciendo de la radiación por el movimiento del centro de guía la principal.

4

Conclusiones

En este trabajo, se han presentado los resultados obtenidos a partir de un modelo sencillo de generación de electrones runaway por el mecanismo de avalancha durante disrupciones en dispositivos tokamak, como el futuro ITER, resolviendo de forma autoconsistente las corrientes del plasma y runaway, y el campo eléctrico normalizado, correspondientes a las ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.3, respectivamente. Se ha asumido la sustitución de la corriente del plasma por la corriente runaway y se ha analizado la trayectoria de los electrones runaway en el espacio de momentos (ecuación 1.23) considerando la aceleración positiva por el campo eléctrico toroidal, la desaceleración debida a las colisiones con las partículas del plasma, y la pérdida de energía por radiación electromagnética causada por el movimiento de giro entorno a las líneas de campo, el movimiento del centro de guía y bremsstrahlung.

Se planteó la necesidad de asumir unas corrientes del plasma y runaway iniciales para la resolución numérica, estudiando su efecto sobre las corrientes $I_{r,p}$ y el rango en donde la influencia de I_{r0} predomina sobre I_{p0} . Así, se encontró que la elección de las corrientes iniciales influye notablemente en la corriente de la fase final de la disrupción. Además, la variación de la corriente runaway inicial muestra un cambio en $I_{r,p}$ superior al producido por una variación de I_{p0} , siempre que $I_{r0} < 0.598$ MA para el caso de ITER. La simulación utiliza una semilla runaway inicial $I_{r0} = 0.01$ MA, siendo mayoritariamente sensible a este valor frente a la elección de $I_{p0} = 15$ MA, de modo que no se puede asegurar que los resultados numéricos obtenidos en este trabajo sean cuantitativamente correctos, pues sería necesario considerar el mecanismo de generación Dreicer desde el inicio de la descarga, previa a la disrupción, para calcular una corriente runaway inicial en cada caso basada en un modelo sólido y no sólo en una hipótesis adquirida de otros artículos como [33]. Sin embargo, la información cualitativa contenida en los resultados es aparentemente correcta, en tanto en cuanto coinciden con los de otros artículos publicados en revistas de reconocido prestigio.

Se ha representado la evolución temporal de las corrientes del plasma y runaway, así como la evolución del campo eléctrico normalizado, mostrando cómo la corriente del plasma es progresivamente sustituida por la corriente runaway creciente, que también provoca la disminución del campo eléctrico normalizado,

corroborando la aplicación de la asunción comentada en el primer párrafo.

Además, se ha estudiado el efecto de la variación de la densidad electrónica y de la temperatura electrónica en el campo eléctrico normalizado, las corrientes del plasma y runaway, y en la energía máxima normalizada alcanzable por los electrones runaway. El análisis indica que para una temperatura electrónica fija, el aumento de n_e provoca la disminución de D_0 , traducándose en un aumento de la energía umbral γ_0 correspondiente a D_0 , dificultando la generación de electrones runaway. Esto provoca que un aumento de n_e tenga un efecto en las corrientes que haga que I_p e I_r de la fase final de la disrupción (*current plateau*) se distancien cada vez más, y la corriente runaway máxima tome valores cercanos a I_{r0} , de modo que un aumento de n_e podría aplicarse como un mecanismo de frenado del crecimiento de la corriente runaway. Sin embargo, a pesar de la disminución de la población de electrones runaway, se explica que, para un mismo D , los electrones runaway generados alcanzarían energías máximas superiores, aumentando los daños potenciales que podrían infligir en las paredes del tokamak.

En el caso de que la densidad numérica electrónica aumentase desde el inicio de la descarga, estos resultados se verían claramente alterados, pues tendrían un efecto en la corriente runaway inicial I_{r0} , siendo necesario considerar el mecanismo de generación Dreicer para su cálculo. Sin embargo, este estudio considera el caso en el que n_e se aumentase en la fase de la disrupción, momento en el que el mecanismo Dreicer es despreciable frente al mecanismo de generación por avalancha, de modo que I_{r0} no se vería afectada y los efectos provocados serían potencialmente similares a los explicados.

En cuanto al efecto de la variación de la temperatura electrónica, se determina que un aumento de la temperatura acelera positivamente el crecimiento de la corriente del plasma mínima y la caída de la corriente runaway máxima con el aumento de n_e . En cambio, el campo eléctrico normalizado umbral no se ve afectado por un cambio en la temperatura electrónica.

El estudio muestra la importancia de la carga iónica efectiva, y es que un aumento de Z_{eff} en una disrupción provoca un aumento de D_0 que disminuye el valor de γ_0 , sin embargo al crecer Z_{eff} las colisiones efectivas entre electrones e iones incrementan, haciendo disminuir tanto la corriente runaway como la corriente del plasma. Además, la energía máxima normalizada alcanzable por los electrones runaway es más pequeña cuanto mayor sea Z_{eff} . Así, el aumento de Z_{eff} en una disrupción es útil para reducir la población de electrones runaway, así como la energía que podrían depositar en las paredes, coincidiendo con lo explicado en [25].

La ganancia de energía de los electrones runaway debido al campo eléctrico toroidal se ve balanceada por las pérdidas debidas principalmente a los tres tipos de radiación considerados, que establecen un límite superior, esta es γ_{max} . Estas pérdidas por radiación también conducen al establecimiento de un campo eléctrico normalizado superior a la unidad, definido como el mínimo de la curva D vs γ_s y calculado a partir de la condición $U(q) = 0$ de la ecuación 1.23.

Se encuentra que si $D \rightarrow 1$ el momento crítico q_{min} para la generación de electrones runaway tiende a infinito, lo que supone que para un campo $D < D_0 = 1$ la generación de electrones runaway no es posible. Sin embargo, la presencia de radiaciones provoca que $D_0 > 1$, manteniendo un momento crítico finito incluso

cuando $D \rightarrow D_0$. De hecho, el campo eléctrico normalizado umbral crece cuanto mayores sean las pérdidas por radiación.

Finalmente, se explica que a campos eléctricos pequeños se mantiene cierta eficacia en las colisiones entre electrones e iones, aumentando el ángulo θ y haciendo dominante a la radiación debida al movimiento de giro entorno a las líneas de campo de los electrones runaway trazando órbitas de Larmor. En cambio, la radiación debida al movimiento del centro de guía en trayectorias toroidales se vuelve la principal para campos eléctricos intensos, para los que las colisiones son despreciables. La radiación de frenado (bremsstrahlung) no tiene un rango en donde domine frente a las otras dos, si bien su mayor efecto se encuentra en regiones de campo eléctrico poco intenso.

4.1 Trabajo a futuro

Como se ha comentado, la consideración del mecanismo Dreicer de generación de electrones runaway, introduciría un mayor rigor en la corriente runaway inicial I_{r0} , aumentando el grado de confianza no sólo en los resultados numéricos, sino también en lo cualitativo. Además, aunque se trata del mecanismo no dominante durante una disrupción, el mecanismo Dreicer sigue presente, aumentando la población de electrones runaway, siendo adecuado considerarlo en los cálculos.

Este es un trabajo teórico-computacional, cuyos resultados se verifican gracias a los resultados obtenidos por otros autores y expuestos en sus artículos, sin embargo, el interés máximo de un trabajo científico como el presente es explicar fenómenos físicos observados experimentalmente, o verificar que predicciones teóricas tienen lugar en el experimento, de modo que sería de gran utilidad e interés el uso de mediciones experimentales procedentes de dispositivos tokamak como el JET o el FTU para compararlos con los resultados obtenidos teóricamente, adaptando, claro está, la simulación a los parámetros del dispositivo del que se extraigan las mediciones.

Los mecanismos de mitigación de electrones runaway tienen como objeto principal el evitar los daños a las paredes del tokamak, pero para asegurar que dichos métodos son suficientes, hay que tener presentes las características del material del que estén hechos los componentes del dispositivo. En la escuela internacional DONES – XCITECH, a la que asistió el autor de este trabajo del 23 al 28 de abril del 2023, se explicó la gran importancia de la investigación en materiales aplicados a reactores de fusión nuclear, debido a las extraordinarias propiedades que deben tener para poder resistir el flujo de neutrones procedente de las reacciones de fusión, así como el impacto de partículas muy energéticas, tales como los electrones runaway. Así, se muestra la relación entre los electrones runaway y los materiales, siendo de gran interés el estudio del efecto de los electrones runaway en materiales como el EUROFER97, uno de los materiales cuyas prestaciones se testearán en el tokamak ITER.

Bibliografía

- [1] R. d. P. Marco Polo, *Libro de las Maravillas*. E.G. Anaya, 1986. ISBN 8475251080.
- [2] O. Montelius, *Historisk Öfversikt. Bidrag till de Svenska Sedlarnas Historia.*, pp. 6–12. Sveriges Riksbank, 1915.
- [3] N. Ferguson, *The Ascent of Money. A Financial History of the World*. The Penguin Press, 2008. ISBN 978-1-59420-192-9.
- [4] ITER, “Advantages of fusion.” <https://www.iter.org/sci/Fusion>. Acceso: 19 de Junio de 2023.
- [5] E. B. Dynkin, “Markov processes and related problems of analysis,” *Russian Mathematical Surveys*, vol. 15, pp. 3–4, apr 1960.
- [6] F. F. Chen, *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*, ch. 1, pp. 2–3. Springer Cham, 3 ed. ISBN 978-3-319-22308-7.
- [7] A. T. M. Robert W. Fox, Philip J. Pritchard, *Introduction to Fluid Mechanics*, ch. 5, pp. 199–201. John Wiley and Sons, 8 ed. ISBN 9780470547557.
- [8] F. F. Chen, *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*, ch. 3, pp. 63–64. Springer Cham, 3 ed. ISBN 978-3-319-22308-7.
- [9] P. C. Sanchez, *TO-KO-MAK*, ch. Problemas presentados. Análisis macroscópicos de los plasmas, pp. 78–80. No. 90, 1983. ISSN: 0211-4488.
- [10] F. F. Chen, *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*, ch. 5.7, pp. 172–174. Springer Cham, 3 ed. ISBN: 978-3-319-22308-7.
- [11] K. Miyamoto, *Plasma Physics for Nuclear Fusion*, ch. 1, pp. 4–11. Massachusetts Institute of Technology, revised english language edition ed. ISBN 0-262-13237-0.
- [12] “By binding energy curve common isotopes.svg: Fastfission derivative work: r@ge talk, public domain.” <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=9781253>. Acceso: 19 de Junio de 2023.
- [13] “Fusion-cross-section..>.” <http://www-pnp.physics.ox.ac.uk/~barra/teaching/overheads/>. Acceso: 19 de Junio de 2023.

- [14] user68857 (<https://physics.stackexchange.com/users/254591/user68857>), "Reactivity in nuclear fusion." Physics Stack Exchange, <https://physics.stackexchange.com/q/585583>, (version: 2020-10-12). Acceso: 19 de Junio de 2023.
- [15] P. C. Sanchez, *TO-KO-MAK*, ch. El porqué del TOKOMAK, pp. 47–48. No. 90, 1983. ISSN: 0211-4488.
- [16] J. D. Lawson, "Some criteria for a power producing thermonuclear reactor," *Proceedings of the Physical Society. Section B*, vol. 70, p. 6, jan 1957.
- [17] F. F. Chen, *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*, ch. 10.2.1, pp. 356–357. Springer Cham, 3 ed. ISBN: 978-3-319-22308-7.
- [18] e. a. Abu-Shawareb, "Lawson criterion for ignition exceeded in an inertial fusion experiment," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 129, p. 075001, Aug 2022.
- [19] e. a. R. O. Dendy, R. J. Hastie, *Plasma Physics. An Introductory Course*, ch. 1, pp. 6–14. Cambridge University Press, 1 ed. ISBN: 0 521 43309 6.
- [20] Universidad de Granada, IFMIF-DONES, *DONES-XCITECH School for Science and Technology*.
- [21] e. a. R. O. Dendy, R. J. Hastie, *Plasma Physics. An Introductory Course*, ch. 16, pp. 411–412, 418. Cambridge University Press, 1 ed. ISBN: 0 521 43309 6.
- [22] P. C. Sanchez, *TO-KO-MAK*, ch. Problemas presentados. Análisis macroscópicos de los plasmas, pp. 55–56. No. 90, 1983. ISSN: 0211-4488.
- [23] "What is iter?." <https://www.iter.org/proj/inafewlines>. Acceso: 19 de Junio de 2023.
- [24] "Iter design." <http://fusionwiki.ciemat.es/wiki/File:ITER.jpg>. Acceso: 19 de Junio de 2023.
- [25] C. Reux, C. Paz-Soldan, P. Aleynikov, V. Bandaru, O. Ficker, S. Silburn, M. Hoelzl, S. Jachmich, N. Eidietis, M. Lehnen, S. Sridhar, and J. contributors, "Demonstration of safe termination of megaampere relativistic electron beams in tokamaks," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 126, p. 175001, Apr 2021.
- [26] H. Dreicer, "Electron and ion runaway in a fully ionized gas. i and ii," *Physical Review*.
- [27] I. F. Gómez, "Generación y dinámica de electrones runaway en plasmas tokamak. tesis doctoral," *Universidad Carlos III de Madrid, España*, p. 117, Septiembre 2013.
- [28] F. Andersson, "Runaway electrons in tokamak plasmas," *Department of Electromagnetics School of Electrical Engineering Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden*, p. 53, 2003.
- [29] B. N. B. Pavel Aleynikov, "Theory of two threshold fields for relativistic runaway electrons," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 114, p. 155001, April 2015.
- [30] Z. Popovic, "Iter relevant runaway electron studies in the ftu tokamak," *Universidad Carlos III de Madrid, España*, p. 136, Julio 2019.

-
- [31] J. R. Martín-Solís, J. D. Alvarez, R. Sánchez, and B. Esposito, "Momentum–space structure of relativistic runaway electrons," *Physics of Plasmas*, vol. 5, pp. 2370–2377, 06 1998.
- [32] J. R. Martín-Solís, R. Sánchez, and B. Esposito, "Predictions on runaway current and energy during disruptions in tokamak plasmas," *Physics of Plasmas*, vol. 7, pp. 3369–3377, 08 2000.
- [33] J. R. Martín-Solís, A. Loarte, and M. Lehnen, "On the avalanche generation of runaway electrons during tokamak disruptions," *Physics of Plasmas*, vol. 22, 08 2015. 082503.

Anexo

.1 Anexo I: Cálculo y representación de la velocidad de flujo

Cálculo de la velocidad de flujo para varios campos eléctricos normalizados, en el rango de momentos normalizados deseado, pudiendo considerar o no las pérdidas por colisiones y radiación, permitiendo la selección de las radiaciones deseadas. Finalmente, representa gráficamente los resultados.

```
# -*- coding: utf-8 -*-
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

#Defino los valores del campo eléctrico normalizado
#para los que quiero calcular la "flow velocity",
#así como el rango de momentos normalizados que
#quiero cubrir.
D = np.array([1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128])
q = np.linspace(0, 25, 500)

#Defino las constantes.
Zeff = 5
Lambda = 18
epsilon0 = 8.85e-12
bfield = 5.3
me = 9.11e-31
ne = 2.5e+21
qe = 1.602e-19
r0 = 6.2
c = 3.e8

#Defino los términos radiativos. El término
#de bremsstrahlung está incluido en la
#ecuación de la "flow velocity".
fgy = 2*epsilon0*bfield**2/(3*me*ne*Lambda)
```

```

fgcm = fgy*(me*c/(qe*bfield*r0))**2

#Interruptores para considerar o no ciertos términos.
colision_fac = 1
syn_rad_fac = 1
bre_rad_fac = 1
guiding_center_motion_fac = 1

#Definición de las funciones cos(theta), sin**2(theta)
def costeta(D, q, Zeff):
return (1/(np.tanh(2*D*q**2/((Zeff+1)*\
np.sqrt(1+q**2)))) - 1/(2*D*q**2/((Zeff+1)\
*np.sqrt(1+q**2))))

def sin_2_teta(D, q, Zeff):
return (Zeff+1)*np.sqrt(1+q**2)/(q**2)*\
(costeta(D, q, Zeff))

#Listas que guardan los resultados.
Uq1: float = []
Uq2: float = []
Uq4: float = []
Uq8: float = []
Uq16: float = []
Uq32: float = []
Uq64: float = []
Uq128: float = []

#Bucle "for" para el cálculo de la flow velocity, que
#guarda los resultados en las listas anteriores
#diferenciando cada campo eléctrico normalizado.
for i in range(len(D)):
for j in range(len(q)):
Uqnum = D[i]*costeta(D[i], q[j], Zeff) -\
colision_fac*(1 + 1/q[j]**2) - syn_rad_fac\
*fgy*q[j]*np.sqrt(1+q[j]**2)\
*sin_2_teta(D[i], q[j], Zeff)\
- bre_rad_fac*q[j]*(0.35+0.2*np.log(q[j]))\
*Zeff/(137.0*Lambda) - guiding_center_motion_fac\
*fgcm*np.sqrt(1+q[j]**2)*q[j]**23

if i == 0:
Uq1.append(Uqnum)
elif i == 1:
Uq2.append(Uqnum)
elif i == 2:
Uq4.append(Uqnum)
elif i == 3:
Uq8.append(Uqnum)

```

```
elif i == 4:
    Uq16.append(Uqnum)
elif i == 5:
    Uq32.append(Uqnum)
elif i == 6:
    Uq64.append(Uqnum)
elif i == 7:
    Uq128.append(Uqnum)

# Crear la figura y los ejes.
fig, ax = plt.subplots(figsize=(6, 6))

# Graficar los datos con diferentes estilos.
ax.plot(q, Uq1, linestyle='--', linewidth=2, \
color='blue', alpha=0.7, label='D□=□1')
ax.plot(q, Uq2, linestyle='-.', linewidth=2, \
color='red', alpha=0.7, label='D□=□2')
ax.plot(q, Uq4, linestyle='-', linewidth=2, \
color='green', alpha=0.7, label='D□=□4')
ax.plot(q, Uq8, linestyle='--', linewidth=2, \
color='purple', alpha=0.7, label='D□=□8')
ax.plot(q, Uq16, linestyle=':', linewidth=2, \
color='black', alpha=0.7, label='D□=□16')
#ax.plot(q, Uq32, linestyle='-', linewidth=2, \
color='blue', alpha=0.7, label='D□=□32')
#ax.plot(q, Uq64, linestyle='-', linewidth=2, \
color='red', alpha=0.7, label='D□=□64')
#ax.plot(q, Uq128, linestyle='-', linewidth=2, \
color='green', alpha=0.7, label='D□=□128')
ceros = np.linspace(0, 0, 500)
ax.plot(q, ceros, linestyle='-', linewidth=2, \
color='black', alpha=0.7)

# Ajustar los colores de los ejes y los ticks.
ax.spines['left'].set_color('blue')
ax.spines['right'].set_color('blue')
ax.spines['bottom'].set_color('blue')
ax.spines['top'].set_color('blue')
ax.tick_params(axis='x', colors='black')
ax.tick_params(axis='y', colors='black')

# Ajustar el tamaño y tipo de fuente.
plt.rcParams['font.size'] = 18
plt.rcParams['font.family'] = 'Cambria'
#Ejecutar una vez para cambiar la
#fuente de la leyenda. Ejecutar dos
#veces para cambiar la fuente de la
#leyenda y los números de los ejes.
```

```

# Añadir leyenda y ajustar el tamaño y tipo de fuente
legend = ax.legend(loc='upper_right', fontsize=16,\
frameon=True, framealpha=1.0)
# Ajustar los bordes de la caja de la leyenda
legend.get_frame().set_edgecolor('black')
legend.get_frame().set_linewidth(1)
legend.get_frame().set_boxstyle('Square', pad=0.15')

# Añadir títulos y etiquetas de eje y ajustar el
# tamaño y tipo de fuente
ax.set_xlabel('$q$', loc='right', fontsize=20)
ax.set_ylabel(r'$U(q)$', loc='top', fontsize=20)

# Ajustar los límites de los ejes
ax.set_xlim([0, 4])
ax.set_ylim([-3, 15])

# Guardar la gráfica en formato PDF, indicando
# la resolución deseada.
Save = 0
resolution = 500
if Save == 1:
plt.savefig("Flow_velocity_con_radiaciones.pdf",\
dpi=resolution, format='pdf', bbox_inches="tight")

# Mostrar la figura
plt.show()

```

.2 Anexo II: Lectura, cálculo y generación de .txt

Fragmento del código utilizado para leer datos de un archivo .dat resultante de la simulación, obteniendo los datos de interés, y utilizándolos para ejecutar los cálculos oportunos, guardando los resultados en un documento de texto.

```

# -*- coding: utf-8 -*-

import numpy as np
from typing import List
import sys
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

#Aquí irían las constantes y demás parámetros.

#Listas en las que se almacenarán los datos leídos
#de los archivos de texto generados por el programa
#de simulación.

```



```
# Combinar los arrays en una única matriz
datos = np.column_stack((crit_gam_p,\
    D_analitica_crit_gam_p, max_gam_g,\
    D_analitica_max_gam_g))

# Guardar los datos en un archivo de texto
np.savetxt('D_analitico_gamma_minima_y_maxima.txt',\
    datos, delimiter='\t', header='crit_gam_p\↵\
    tD_analitica_crit_gam_p\tmax_gam_g\↵\
    tD_analitica_max_gam_g')
```

.3 Anexo III: Nodos de Chebyshev

En varias figuras mostradas en el capítulo de *Resultados*, se han realizado simulaciones variando uno de los parámetros. Los valores dados a dicho parámetro no fueron arbitrarios, sino que se corresponde con los nodos de Chebyshev, pues minimiza el fenómeno de Runge en las interpolaciones polinómicas.

```
# -*- coding: utf-8 -*-

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

nodos_iniciales: float = np.array([10, 15])

def nodos_Chebyshev(a: float, b: float, n: int):
    #Obtiene los nodos de Chebyshev del intervalo.
    #Definimos un array vacío.
    x_k: float = np.zeros(n+1)
    #El bucle for conseguirá calcular todos
    #los nodos de Chevyshev deseados.
    for i in range(n+1):
        xx = np.cos((2*i + 1)*np.pi/(2*n+2))
        x = xx*(b-a)/2 + (b+a)/2
        x_k[i] = x
    return x_k #Devuelve el array de nodos completo.

def maximizar(a: float, b: float, n: float):#Maximiza
#la función producto en busca de UN único nuevo nodo.
    nodos_finales = nodos_iniciales
    for i in range(n): #Bucle for para obtener "n"
        #nuevos nodos.
        def recorrer(xx: float): #Recorre la función
            #producto obteniendo sus valores.
            producto = 1
            for i in range(nodos_finales.size):
                producto = producto*abs(xx-nodos_finales[i])
            return producto
```

```

#Evalúo recorrer(x) para varios valores de x.
candidatos_x = np.linspace(a, b, 2000)
valores = recorrer(candidatos_x)
#Encuentro la posición del máximo.
posición = np.argmax(valores)
#Determina el valor del máximo.
nuevo_nodo = candidatos_x[posición]
#Reúno todos los nodos en un solo array.
nodos_finales = np.append(nodos_finales, \
    nuevo_nodo)

return nodos_finales

def main():
    """
    n = input('Determine el número de nodos deseados:')
    a = input(float('Indique el valor del extremo
    inicial del intervalo: '))
    b = input(float('Indique el valor del extremo final
    del intervalo: '))
    """
    n = 4 #Número de nodos deseados sin los iniciales.
    a = 10 #Extremo inicial del intervalo.
    b = 15 #Extremo final del intervalo.

    #Si no hay nodos previos.
    if nodos_iniciales.size == 0:
        print(f'Los nodos obtenidos para el intervalo\
        [{a},{b}] son los siguientes:{nodos_Chebyshev(a,b,n)}')

        nodos = nodos_Chebyshev(a, b, n)
        def funcion_a_evaluar(x: float):
            funcion_a_evaluar = np.zeros(n+1)
            for i in range(n+1):
                funcion_a_evaluar[i] = x[i]**2
            return funcion_a_evaluar

    #En caso de que ya haya nodos previos.
    if nodos_iniciales.size != 0:
        print(f'Los {n+1} nuevos nodos obtenidos para el\
        intervalo [{a}, {b}], junto con los iniciales, son los\
        siguientes: {maximizar(a, b, n)}')

        nodos = maximizar(a, b, n)
        def funcion_a_evaluar(x: float):
            funcion_evaluada = np.zeros(nodos.size)
            for i in range(nodos.size):
                funcion_evaluada[i] = x[i]**2

```

```
    return funcion_evaluada

#Grafico definiendo un polinomio interpolador.
p = np.polyfit(nodos, funcion_a_evaluar(nodos), 3)
yy = np.linspace(a, b, 2000)
p yy = np.polyval(p, yy)
plt.plot(nodos, funcion_a_evaluar(nodos), 'o', yy, p yy)
```

Índice de Figuras

1.1	Energía media de enlace por nucleón, de los elementos de la tabla periódica y sus isótopos, estando señalados algunos de los más representativos. Imagen recuperada de [12].	6
1.2	La Figura (a) muestra la sección eficaz de distintas reacciones de fusión representada frente a la energía cinética del movimiento relativo de los iones. En la (b), se encuentra el valor esperado de $\langle\sigma v\rangle$, esta es la tasa de reacción, frente a la temperatura T de los iones. DD representa la suma de las secciones eficaces de las reacciones 1 y 2, que tienen una probabilidad de ocurrencia del 50% cada una al fusionarse dos núcleos de deuterio. Imagen recuperada de [13] y [14], respectivamente.	7
1.3	Superficies de flujo magnético en un tokamak, esquematizadas para uno con un limitador (a) y otro con un divertor (b). La capa denominada SOL es la región entre la <i>última superficie cerrada de flujo</i> (LCFS) y la pared (wall). Imágenes recuperadas de [21].	10
1.4	Representación artística de ITER, en donde las partes en azul representan los diferentes imanes superconductores, en naranja el escudo que protege la vasija de vacío y los componentes externos de partículas energéticas, en rojo el divertor, y lo gris junto a lo amarillo el criostato. El plasma estará confinado en el recito toroidal con sección en forma de D, teniendo que aplicar un coeficiente k que considere la elongación del plasma. Imagen recuperada de [24].	12
1.5	Imagen que muestra un componente de un dispositivo tokamak dañado a causa de su interacción con electrones runaway. Imagen recuperada de [27].	13

- 1.6 Boceto de la generación de electrones runaway por el mecanismo de avalancha. Inicialmente se tiene un electron runaway (en rojo) con un factor relativista γ , que se dirige hacia un electrón térmico, comparablemente inmóvil, con un factor relativista $\gamma \approx 1$. Tras la colisión, el electrón runaway inicial sigue siéndolo, y el electrón térmico se vuelve runaway, con un nuevo factor relativista γ' debido a su cambio de velocidad. 16
- 1.7 Boceto del movimiento circular uniforme al rededor del centro de guía (Guiding centre) paralelo a las líneas de campo magnético (\mathbf{B}). El movimiento circular del electrón es responsable de la radiación por el movimiento de giro entorno a las líneas de campo, mientras que el movimiento del centro de guía alrededor del toroide del tokamak provoca la radiación por movimiento del centro de guía. Imagen recuperada de [19]. 18
- 1.8 Representación gráfica de la velocidad de flujo frente al momento normalizado del electrón runaway. Se han representado cinco soluciones de la ecuación 1.23 para $D = 1, D = 2, D = 4, D = 8$ y $D = 16$. Además, se han utilizado los siguientes parámetros: $Z_{\text{eff}} = 5, \ln(\Lambda) = 18, \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m, $B_0 = 5.3$ T, $n_e = 2.5 \cdot 10^{21}$ m⁻³ y $R_0 = 6.2$ m. Imagen creada con Python (ver anexo .1). 19
- 1.9 Imagen captada por una cámara infrarroja, en la que se muestra la evolución de la emisión de radiación sincrotrón en tres etapas distintas de la inyección del pellet de deuterio, en el tokamak JET. (a) muestra una gran actividad de electrones runaway justo antes de la ejecución de las medidas de mitigación. (b) ausencia de actividad de electrones runaway justo después de la mitigación. (c) reaparición de actividad de electrones runaway a energías muy pequeñas como para suponer un peligro. Créditos: Reux et al. Imagen recuperada de [25] 22
- 3.1 Representación de la variación de las corrientes runaway y del plasma $I_{r,p}$ en la región de corriente con perfil constante ($I_r \approx I_p$), frente al cambio en la corriente runaway inicial I_{r0} , para el caso en el que la corriente inicial del plasma es $I_{p0} = 15$ MA. La figura (a) está en escala lineal, mientras que el eje de abscisas de la figura (b) se encuentra en escala logarítmica, pues favorece el ajuste de los puntos a la siguiente curva: $I_{r,p} = 14.626 + 0.5849 \cdot \ln(I_{r0})$. Cada punto representa una simulación, ejecutada para el caso del tokamak ITER, con $T_e = 15$ eV, $Z_{\text{eff}} = 3$ y $n_e = 10^{20}$ m⁻³. 28
- 3.2 Representación de la variación de las corrientes runaway y del plasma $I_{r,p}$ en la región de corriente con perfil constante ($I_r \approx I_p$), frente al cambio en la corriente del plasma inicial I_{p0} para tres casos correspondientes a tres corrientes runaway iniciales: $I_{r0} = 1$ MA en azul, $I_{r0} = 10^{-2}$ MA en rojo, y $I_{r0} = 1.1 \cdot 10^{-3}$ MA en verde. Cada punto, representativo de una simulación, ha sido obtenido para el caso del ITER con $T_e = 15$ eV, $Z_{\text{eff}} = 3$ y $n_e = 10^{20}$ m⁻³. Finalmente, los datos de cada caso han sido ajustados a una recta: $I_{r,p} = -0.065 + 0.9790 \cdot I_{p0}$ la azul, $I_{r,p} = -2.554 + 0.9654 \cdot I_{p0}$ la roja, y $I_{r,p} = -4.20 + 0.991 \cdot I_{p0}$ la verde. 29

- 3.3 (a) Representación de las corrientes en MA frente al tiempo en s. La corriente del plasma se muestra en azul. La corriente runaway resultante de la simulación se presenta en rojo, mientras que la corriente runaway resultante de una ecuación aproximada se muestra en verde. (b) Representación del campo eléctrico normalizado (adimensional), frente al tiempo en segundos. Estas gráficas son resultado de ejecutar el código de simulación para un supuesto ITER con los siguientes parámetros: $T_e = 15$ eV, $Z_{\text{eff}} = 3$, $n_e = 10^{20} \text{ m}^{-3}$, $I_{p0} = 15$ MA y $I_{r0} = 0.01$ MA. 30
- 3.4 (a) Representación del campo eléctrico umbral frente a la densidad electrónica numérica. (b) Representación de las corrientes en MA frente a la densidad electrónica numérica en m^{-3} . La corriente del plasma se muestra en azul. La corriente runaway resultante de la simulación se presenta en rojo, mientras que la corriente runaway resultante de una ecuación aproximada se muestra en verde. Cada punto representa una simulación ejecutada para el caso de una temperatura electrónica $T_e = 15$ eV y un rango de densidades electrónicas desde $n_e = 2.5 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ hasta $n_e = 2.6 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ 31
- 3.5 Representación de la energía normalizada máxima γ_{max} frente al campo eléctrico normalizado, para ocho densidades numéricas electrónicas, en un rango de $n_e = 2.5 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ hasta $n_e = 1.803 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$, y una temperatura electrónica $T_e = 15$ eV. 32
- 3.6 Representación de las corrientes frente a la densidad electrónica numérica, para tres temperaturas: $T_e = 5$ eV en rojo, $T_e = 10$ eV en azul, y $T_e = 15$ eV en verde. La corriente de la figura (a) se corresponde a la del plasma. En las figuras (b) y (c) se muestra la corriente runaway numérica en curvas sólidas, mientras que las rayadas se refieren a la corriente runaway aproximada. La figura (b) tiene el eje de ordenadas en escala lineal y el de abscisas en logarítmica, mientras que la figura (c) tiene ambos ejes en escala logarítmica. 32
- 3.7 Representación del campo eléctrico normalizado umbral frente a la densidad electrónica numérica para tres temperaturas electrónicas: $T_e = 5$ eV en rojo, $T_e = 10$ eV en azul, y $T_e = 15$ eV en verde. 33
- 3.8 (a) Representación del campo eléctrico normalizado umbral frente a la carga iónica efectiva. (b) Graficado de las corrientes en MA frente a Z_{eff} . La corriente del plasma se muestra en azul, la corriente runaway en rojo, y la corriente runaway aproximada en verde. Cada punto representa una simulación, teniendo como parámetros comunes $n_e = 2.5 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ y $T_e = 5$ eV. 34
- 3.9 Representación de la energía máxima de un electrón runaway frente al campo eléctrico normalizado, para ocho cargas iónicas efectivas, en el rango de $Z_{\text{eff}} = 1$ a $Z_{\text{eff}} = 8$. Cada conjunto de puntos representa una simulación, teniendo como parámetros comunes $n_e = 2.5 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ y $T_e = 5$ eV. 34

- 3.10 Representación de la velocidad de flujo frente al momento normalizado del electrón runaway. Se han obtenido cinco soluciones de la ecuación 1.23 sin el término de pérdidas por radiación, cada una correspondiente a los siguientes valores del campo eléctrico normalizado $D = 1$, $D = 2$, $D = 4$, $D = 8$, y $D = 16$ 35
- 3.11 Representación del campo eléctrico normalizado frente a la energía normalizada γ_s correspondiente a los puntos singulares que definen q_{min} y q_{max} . La curva roja tiene en cuenta las pérdidas por radiación, mientras que la curva verde solo considera pérdidas por colisiones. Simulación realizada con los siguientes parámetros: $n_e = 2.5 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ y $T_e = 5 \text{ eV}$ 36
- 3.12 Representación del campo eléctrico normalizado frente a la energía normalizada γ_s correspondiente a los puntos singulares que definen q_{min} y q_{max} . Las curvas roja y azul representan el campo eléctrico normalizado analítico calculado mediante las ecuaciones 3.5 y 3.6. Las curvas verde y negra se refieren al campo eléctrico normalizado obtenido mediante la simulación numérica. 37
- 3.13 Representación del momento crítico normalizado q_{min} frente al campo eléctrico normalizado, estudiando el caso sin radiación (curva azul) y otro con radiación (curva roja). La recta vertical discontinua negra, señala la posición en la gráfica del valor del campo eléctrico crítico $D_0 = 1.4456$, mientras que la vertical discontinua verde muestra un campo eléctrico igual a la unidad. 38
- 3.14 Representación de la energía máxima normalizada frente al campo eléctrico normalizado. La Figura (a) muestra cuatro curvas: la azul considera únicamente la radiación por el movimiento de giro entorno a las líneas de campo (GY), la verde únicamente la debida al movimiento del centro de guía (GC), la negra tiene en cuenta la radiación de frenado (bremsstrahlung, BR) y la roja considera los tres tipos de radiación. La Figura (b) grafica una curva en rojo que considera los tres tipos de radiación y otra en azul que desprecia la radiación por bremsstrahlung. 39