

Trabajo final de Máster

Sistemas de Geometría Dinámica como herramientas para el aprendizaje significativo

Germán Poza Blanco
Universidad de Cantabria

Junio 2013

Tutor TFM:

Fioravanti, Mario

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS	3
LA GEOMETRÍA DINÁMICA HA LLEGADO PARA QUEDARSE	3
EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO, OBJETIVO EN EL AULA DE SECUNDARIA	5
SGD Y APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO	6
OBJETIVOS	6
ESTADO DE LA CUESTIÓN Y RELEVANCIA DEL TEMA	7
LA GEOMETRÍA DINÁMICA COMO HERRAMIENTA COGNITIVA	7
EJEMPLIFICACIÓN	10
LA GEOMETRÍA DINÁMICA INTEGRADA EN ENTORNOS CONSTRUCTIVISTAS DE APRENDIZAJE	12
EJEMPLIFICACIÓN	17
¿VAMOS DOS PASOS POR DETRÁS?	22
LOS SGD INSERTADOS EN EL APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS	26
EJEMPLIFICACIÓN	27
CONCLUSIONES	32
BIBLIOGRAFÍA	37
NORMATIVA	38

Introducción y objetivos

La Geometría Dinámica ha llegado para quedarse

Los Sistemas de Geometría Dinámica (SGD) se han ido introduciendo como recursos útiles en las aulas de educación secundaria desde los años 80, se han multiplicado los cursos y seminarios para profesores de secundaria en los centros de formación. Debido a esta gran difusión se han ido mejorando y sofisticando, siendo hoy en día una herramienta común en la labor docente. (González-López, 2001)

También desde la propia legislación española hay un interés creciente en la introducción de SGD para la enseñanza de las matemáticas, buena muestra de ello es la mención que estos sistemas reciben en la actual ley de educación (2006) al afirmar ésta:

“La utilización de recursos manipulativos que sirvan de catalizador del pensamiento del alumno es siempre aconsejable, pero cobra especial importancia en geometría donde la abstracción puede ser construida a partir de la reflexión sobre las ideas que surgen de la experiencia adquirida por la interacción con un objeto físico. Especial interés presentan los programas de geometría dinámica al permitir a los estudiantes interactuar sobre las figuras y sus elementos característicos, facilitando la posibilidad de analizar propiedades, explorar relaciones, formular conjeturas y validarlas”

Los SGD son programas que permiten la introducción directa en la pantalla gráfica de objetos geométricos y la representación dinámica de los mismos. (Losada, 2006) El usuario puede dibujar objetos geométricos primitivos y continuar la construcción de dibujos más complejos a través de las relaciones geométricas que estos programas permiten. Estas relaciones geométricas se conservan aún cuando los objetos son desplazados dinámicamente por la pantalla. (González-López, 2001)

Entre todos los SGD que están disponibles en la actualidad, GeoGebra destaca como el más completo, por ser capaz de integrar en una misma

interfaz las características arriba mencionadas de un SGD y las características de Sistemas de Álgebra Computacional (CAS, en inglés), que permiten cálculos simbólicos y numéricos, y también representaciones simbólicas. Así, un objeto en el programa GeoGebra, como puede ser un segmento, un polígono, una circunferencia, etc se ofrece gráfica y simbólicamente, pudiendo tener dicho objeto moviéndose dinámicamente en la pantalla tanto en forma visual como algebraicamente, esto es posible gracias a la combinación de vista gráfica, algebraica y hoja de cálculo que ofrece GeoGebra. (Losada, 2006)

No obstante, una herramienta no es algo bueno por sí mismo, depende del uso que se haga de ella el que acabe siendo muy útil, poco útil o inútil para el aprendizaje de los alumnos. La facilidad con la que los SGD se aprenden a manejar hace que su introducción en el aula sea sencilla desde el momento en el que se cuente con un proyector conectado a un ordenador en el aula. Esto que “a priori” parece una ventaja, puede resultar también una experiencia “tibia” para el aprendizaje de las matemáticas, ya que el precipitarse al uso de SGD sin haber hecho una reflexión previa sobre las posibilidades de su uso en el aula puede hacer que esta experiencia sea algo parecido a la simple sustitución de la regla y el compás o la tiza por botones en un sistema computacional, lo cual, no es razón suficiente para esperar mejoras en el aprendizaje de la geometría (Recio, 1999, citado en González-López, 2001).

Ahondando más sobre esta cuestión, Mora (2007) afirma que la utilización más frecuente de la Geometría Dinámica en la clase de matemáticas se hace por dos vías:

- Por los alumnos que hacen las matemáticas utilizando el ordenador como si fuera una herramienta de dibujo para resolver problemas, desarrollar proyectos de investigación o seguir lecciones diseñadas previamente.
- Por el profesor para realizar presentaciones de conceptos o procedimientos con el apoyo de un cañón de proyección conectado a un ordenador.

Con todas estas cuestiones sobre la mesa surgen algunas preguntas al respecto de la utilización de SGD en las aulas de secundaria:

- ¿Cuáles son las novedades de cara al aprendizaje de los alumnos que los SGD aportan, si es que aportan alguna?
- ¿El marco natural de los SGD es el aula de secundaria donde el docente explica desde una tarima?

El aprendizaje significativo, objetivo en el aula de secundaria

Las teorías constructivistas de Piaget y Vygotsky afirman que las personas construyen activamente su conocimiento y su comprensión del mundo. De estas teorías se derivan muchas de las estrategias de enseñanza que hoy en día se desarrollan en todas las etapas educativas. El objetivo último de estas estrategias es que el alumno obtenga un aprendizaje significativo de la materia en cuestión, entendiendo éste como un proceso de construcción del conocimiento relacionando el conocimiento que ya posee con la nueva información. (Santrock, 2004)

Para que realmente sea significativo el aprendizaje, éste debe reunir varias condiciones: la nueva información debe relacionarse de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe, dependiendo también de la disposición (motivación y actitud) de éste por aprender, así como de la naturaleza de los materiales o contenidos de aprendizaje. (Hernández & Díaz, 2002)

¿Cómo se consigue en la práctica del aula de secundaria este aprendizaje significativo? Para responder a esta pregunta, podemos hacer mención a las estrategias enumeradas por Santrock (2004): “El sistema de aprendices cognitivos”, “La tutorización entre iguales”, “El aprendizaje cooperativo” y “la enseñanza recíproca”. Sin ánimo de pormenorizar en cada una de estas estrategias, basta con saber que todas ellas van dirigidas a la construcción por parte del alumno de su propio conocimiento, de forma que éste pueda hacerse responsable de su propio aprendizaje.

Este es el objetivo principal de la educación secundaria, que los alumnos sean capaces de ir construyendo su conocimiento (aprendizaje significativo), ganando progresivamente en autonomía cognitiva.

SGD y aprendizaje significativo

Para la puesta en práctica de las estrategias antes mencionadas, el docente debe buscar recursos y herramientas que le faciliten el llevarlas a cabo en el aula. Los SGD se muestran como posibles herramientas válidas para el aprendizaje significativo.

En este trabajo se pretende ahondar más profundamente en esta cuestión, y se va a hacer en tres niveles:

- En primer lugar, a través del análisis de los SGD como herramientas cognitivas “per se” que apoyan, mejoran y facilitan el aprendizaje significativo de las matemáticas por parte de los alumnos.
- En segundo lugar se analizará la geometría dinámica insertada en entornos constructivistas de aprendizaje. Se trata en este nivel de establecer cuáles son las diferencias cognitivas entre usar los SGD como si fuera una pizarra más precisa o usarlos formando parte de un entorno en el que se potencie el aprendizaje constructivista.
- En tercer lugar se profundizará en la geometría dinámica como parte integradora en el aprendizaje basado en proyectos. Los SGD al simplificar muchas de las tareas rutinarias de dibujo a un simple “click” del ratón, permiten agilizar el aprendizaje basado en proyectos, dado que se reduce el tiempo de trazado y dibujo para ir directamente a lo procedimental y cognitivo.

Objetivos

- Profundizar en algunos aspectos del uso de los SGD que favorecen el aprendizaje de las matemáticas y la geometría.
- Analizar un marco y una metodología adecuados para la utilización de los SGD en las aulas de secundaria.

- Exponer algunas propuestas de utilización de SGD para la educación secundaria.

Estado de la cuestión y relevancia del tema

La geometría dinámica como herramienta cognitiva

Los SGD pueden ser utilizados en un aula por el profesor o por alumnos tutorizados por el profesor. En el primer caso, no tendría sentido estudiar los SGD como herramienta cognitiva, pues no se disponen de modo que puedan aportar conocimientos “per se”. Los SGD se convierten en herramientas válidas para generar conocimiento en el momento que son utilizados por los alumnos directamente.

En primer lugar, se debe determinar que se entiende cuando se utiliza el término “herramienta cognitiva”. Este término ha sido profusamente utilizado en la bibliografía educativa, al referirse a los diferentes papeles que podrían asumir los ordenadores en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Martínez, Pedrosa, Montero, & Martín, 2000)

Sin embargo, no parece que esta definición sea la más adecuada y precisa para un término “a priori” tan abierto a múltiples interpretaciones. Se va a hacer a continuación una pequeña aproximación al concepto de “herramienta cognitiva” propuesto por diversos autores:

- “Una herramienta cognitiva refiere a las tecnologías, tangibles o intangibles, que mejoran la potencia cognitiva del ser humano durante el pensamiento, la resolución de problemas y el aprendizaje. Las herramientas cognitivas representan formalismos que permiten pensar acerca de ideas. Ellas condicionan las formas en que se pueden organizar y representar ideas y, por ello, necesariamente, comprometen diferentes clases de pensamiento.” (Jonassen, 1997, citado en Martínez, Pedrosa, Montero & Martín, 2000)
- “La metáfora “herramienta cognitiva” remite a herramientas que pueden asistir a los alumnos a realizar tareas cognitivas, cumpliendo ciertas funciones, como por ejemplo: apoyar procesos cognitivos y

metacognitivos, permitir a los estudiantes comprometerse en actividades que de otra forma estarían fuera de su alcance, facilitar a los alumnos generar y testear hipótesis en el contexto de resolución de problemas, etc., funciones que, obviamente, no son mutuamente excluyentes. “(Lajoie, 1993, citado en Martínez, Pedrosa, Montero & Martín, 2000)

- “La noción de Vygotsky de herramienta cognitiva apunta a un objeto provisto por el ambiente de aprendizaje que permite al estudiante incorporar nuevos métodos auxiliares, o símbolos, a su actividad de resolver problemas, recursos que, de otro modo, podrían no estar disponibles.” (Derry & Hawkes, 1993, citado en Martínez, Pedrosa, Montero & Martín, 2000)

En vista de estas definiciones no se puede asegurar que toda herramienta cognitiva sea necesariamente una herramienta tecnológica, como se afirma en la primera definición, pero sí se pueden observar rasgos comunes en las tres definiciones, por ejemplo, el hecho de hablar de estas herramientas como algo externo al estudiante que apoya, mejora o simplifica su proceso de aprendizaje.

Bajo este punto de vista los SGD no dejan lugar a duda de que forman parte de las herramientas cognitivas por su propia naturaleza (no su naturaleza tecnológica o computacional, sino por ser un apoyo externo al proceso de aprendizaje), los alumnos pueden desarrollar nuevas estrategias de resolución de problemas, intentar solucionar problemas de mayor nivel, etc.

Sobre esto, es interesante lo planteado en la tercera definición: una herramienta cognitiva ofrece nuevas posibilidades para la resolución de problemas que de otro modo no podrían existir. Es decir, una herramienta cognitiva debe abrir nuevos horizontes al alumno. No se trata de hacer las mismas tareas con un soporte distinto, se trata de poder llegar más allá en la profundización del conocimiento de una determinada materia, dejando que la herramienta cognitiva simplifique o resuelva lo que resulte estéril y dando la posibilidad al alumno de centrarse en lo importante. Si aplicamos esto a los

SGD podríamos decir que la enseñanza con geometría dinámica da a los alumnos la posibilidad de explorar, descubrir, reformular, conjeturar, validar o refutar, sistematizar; en definitiva, ejercer el papel de investigadores sobre cada contenido que se pretende adquirir, (González-López, 2001) dejando de lado la mera resolución rutinaria de largos cálculos o el trazado de tediosos dibujos a regla y compás que poco o nada aportan al proceso de enseñanza-aprendizaje.

Para centrar el análisis de los SGD como herramientas cognitivas se va a estudiar con más detalle los estudios realizados por Karadag & McDougall (2011) acerca de la herramienta GeoGebra, un programa de geometría dinámica de sencilla interfaz y posiblemente el más completo de todos los SGD desarrollados hasta la fecha como se ha visto en la introducción de este trabajo.

Karadag & McDougall (2011) distinguen en primer lugar entre “datos”, que es lo que siempre reside en el mundo físico, e “información”, que es en lo que se convierten los datos cuando les prestamos atención y les interiorizamos. Bajo esta premisa, en el ámbito concreto de las matemáticas, los datos se refieren a los objetos matemáticos, ilustrados principalmente en el mundo físico (papel o pantalla del ordenador), y se convierte en información (conocimiento al fin y al cabo) cuando intentamos manipularlos o aplicamos alguna operación específica. Puede ser una operación algebraica o una manipulación visual. GeoGebra proporciona la posibilidad de aplicar cambios en ambos sistemas (algebraico y visual simultáneamente), con lo que el proceso de acceso a la información/conocimiento se ve enriquecido considerablemente.

“GeoGebra apoya las actividades cognitivas del usuario haciendo objetos matemáticos, incluyendo conceptos y relaciones, listos para percibir del entorno físico y ser entregados a la memoria de trabajo (hipotético lugar en el cerebro que es el responsable de procesar la información, percibida del mundo físico, para construir el conocimiento) para ser procesados como conocimiento.” Así, se define GeoGebra como la herramienta cognitiva que apoya la interacción entre el mundo físico y el mundo mental. Es el traductor de los datos a conocimiento. (Karadag & McDougall, 2011)

Cerrando el tema de la conceptualización del SGD GeoGebra como herramienta cognitiva afirman dichos autores: “la capacidad humana para procesar y almacenar la información es limitada (Baddelet, 2007; Matlin, 2005; Shunk, 2008, citado en Karadag & McDougall, 2011), las herramientas cognitivas son usadas para apoyar las actividades cognitivas con el fin de superar esta limitación (Heid, 2003, citado en Karadag & McDougall, 2011). En definitiva, las herramientas cognitivas juegan un rol muy flexible en el espectro de la percepción de los datos para construir conocimiento. Geogebra sirve para un objetivo similar, mostrando múltiples representaciones de objetos matemáticos.” (Karadag & McDougall, 2011)

Como se observa, estas reflexiones acerca del SGD GeoGebra están implícitas en un contexto en el que el alumno interactúa directamente con la herramienta. Esto dista mucho del uso más habitual que se da en la educación secundaria a los SGD, que es hacer una proyección con un cañón sobre la que el docente explica. (Sánchez, 2007). Se puede comenzar a entrever que los SGD tienen utilidad como herramienta cognitiva sólo bajo determinadas circunstancias de utilización, principalmente aquellas circunstancias que permiten la interacción herramienta-alumno.

Ejemplificación

Para ejemplificar todo lo expuesto hasta ahora, se expone a continuación una sencilla actividad realizada con GeoGebra:

Se trata de un “applet” en el cual vemos una función cuadrática en forma algebraica y dibujada gráficamente. También vemos que hay un deslizador con el parámetro “b” determinado como variable entre -4 y 4, al variar el valor del deslizador se puede observar cómo varían simultáneamente la expresión algebraica y la representación gráfica. (fig. 1)

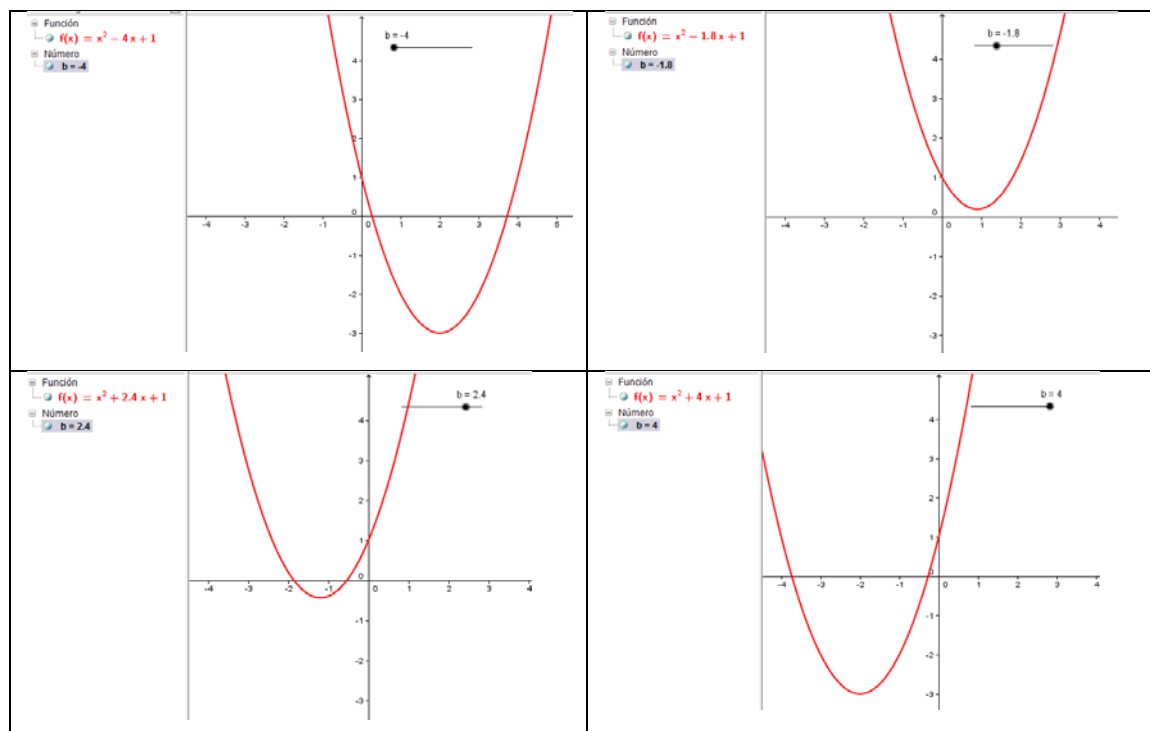


Figura 1: Cambio en la vista algebraica y la representación gráfica según el valor del parámetro “b” de la ecuación: $y = x^2 + bx + 1$

Así, los datos en este caso son la expresión algebraica y la representación gráfica, ambos mostrados en la pantalla del ordenador. Cuando el alumno manipula el deslizador, puede observar la lógica de ir cambiando el parámetro. Al aplicar una operación específica (Karadag & McDougall, 2011), puede el alumno construir su propia teoría de porqué cambia la representación visual de este modo y no de otro. (en este caso al variar el parámetro “b”, la parábola se observa que no cambia de forma, sólo de posición en un intervalo determinado, además queda muy patente el hecho de que la ordenada en el origen permanece constante) De este modo, el alumno puede ir construyendo su conocimiento a partir de sus ideas previas sobre el tema. Probablemente un alumno sepa que a una expresión algebraica le corresponde una determinada representación gráfica, pero el siguiente paso cognitivo, que es relacionar ambas representaciones por medio de parámetros es posible que lo descubra por sí mismo, haciendo así que el aprendizaje lo vaya construyendo el alumno por sus propios medios, haciendo que se acerque a un aprendizaje significativo de la materia.

Este ejemplo recién descrito, muestra como las actividades basadas en el uso de SGD ponen de relieve las tres ideas fundamentales que Coll (1990, citado en Díaz & Hernández, 1999) afirma que deben ser el eje del aprendizaje constructivista:

- El alumno es el responsable de su propio proceso de aprendizaje.
- La actividad mental constructiva del alumno se aplica a contenidos que poseen ya un grado considerable de elaboración.
- La función del docente es engrasar los procesos de construcción del alumno con el saber colectivo culturalmente originado.

La geometría dinámica integrada en entornos constructivistas de aprendizaje

En el punto anterior se ha analizado los SGD como herramientas cognitivas, pero la pregunta que surge a continuación es si realmente una herramienta cognitiva puede ser utilizada de forma adecuada en cualquier contexto educativo, o si es necesario enmarcar su utilización en determinadas circunstancias.

Ejemplificando esta cuestión, se podría pensar en un obrero que intentase clavar un clavo con un martillo en el fondo de una piscina llena de agua. La resistencia del fluido (contexto) haría imposible la utilización del martillo (herramienta), a pesar de que los martillos están diseñados para clavar clavos.

Así pues, ¿cuál es el medio más idóneo para que un SGD pueda desarrollar todo su potencial cognitivo? Ya se ha visto a lo largo de este trabajo algún indicio sobre la respuesta a esta cuestión, parece ser que un SGD manipulado por un profesor para hacer un modelo de clase expositivo no es lo más indicado para sacar todo el potencial de la geometría dinámica, son los alumnos los que tienen que utilizar los SGD y hacer descubrimientos a través de su manipulación. En este punto del trabajo se van a tratar de resolver la siguiente pregunta: ¿Cómo podemos diseñar un contexto adecuado para el uso de SGD en secundaria?

Para empezar a contestar esta pregunta, como ya se ha comentado, se va a partir del concepto de SGD como herramienta cognitiva, de tal forma que el estudio de los entornos en los que se incluyen estas herramientas como parte necesaria serán los más adecuados también para el desarrollo de los SGD.

Si se ha estudiado los SGD como herramientas que permiten el aprendizaje significativo de la materia por parte de los alumnos, ya que permiten un aprendizaje constructivista, se van a explorar ahora los entornos que también permiten dicho aprendizaje constructivista-significativo.

La concepción constructivista del aprendizaje afirma que el conocimiento es elaborado individualmente y socialmente basándose en las interpretaciones de sus experiencias en el mundo. (Jonassen, 2000) Este es el punto de partida que este autor establece para desarrollar un modelo de entornos constructivistas de aprendizaje. Este modelo establece como núcleo fundamental el trabajo con un problema, una pregunta o un proyecto, y alrededor de este núcleo, orbitan varios sistemas de interpretación y de apoyo intelectual. (figura 2)

El hecho de trabajar con problemas, preguntas o proyectos, tan sólo influye en la temporalidad o en la profundidad de la materia que se vaya a trabajar, con lo que pueden convivir en el núcleo de este sistema. Se podría decir que la resolución del núcleo (actividad, problema o proyecto) es el objetivo cognitivo que los alumnos deben conseguir.

El núcleo de este modelo debe ser capaz de integrar tres componentes fundamentales:

- Contexto: Una parte fundamental de la representación del problema lo constituye la descripción del contexto en el que éste tiene lugar. (Tessmer & Richey, 1997, citado en Jonassen, 2000). Las implicaciones de este contexto son a nivel motivacional para el alumno, parte fundamental en el aprendizaje constructivista.
- Representación: “La representación del problema es fundamental para que el alumno pueda adquirirlo (asumirlo como propio). Tiene que ser

interesante, atractiva y seductora, debe ser capaz de perturbar al alumno.” (Jonassen, 2000). Muy unido al punto anterior. El contexto y la representación hacen también que una propuesta de aula sea algo subyugante para el alumno, predisponiéndole en mayor o menor grado para el desarrollo de la misma.

- Manipulación: Se ha explicado en el inicio de este trabajo la importancia de que sean los propios alumnos los que manipulen ellos mismos los SGD, para poder comenzar un aprendizaje constructivista sobre una cuestión.

Jonassen (2000) establece los siguientes niveles que deben existir para que se pueda conseguir una buena resolución del núcleo:

- Ejemplos: Nivel de relación de conceptos. La similitud con otras propuestas pone la mirada a los alumnos en el objetivo final, que sepan que se va a esperar de ellos con esa actividad.
- Recursos: Nivel de Información. Los alumnos deben saber dónde acudir para informarse acerca de la cuestión a tratar.
- Herramientas: Nivel de cognición. Este es el lugar natural que se establece para la inserción de las herramientas cognitivas, y por tanto, es el lugar que ocuparían los SGD en estos entornos.
- Herramientas de colaboración: Nivel de conversación-relación social. Tan importante es saber aprender cómo saber trabajar en grupo y saber construir el conocimiento socialmente. También para esto se requieren herramientas específicas.
- Apoyo contextual: Nivel social. En el caso de los entornos constructivistas de aprendizaje con SGD, el apoyo contextual siempre debe ser el mismo, está marcado por la propia naturaleza de los SGD. Se necesitará un profesor que conozca el SGD que se vaya a utilizar y también ordenadores para los alumnos.

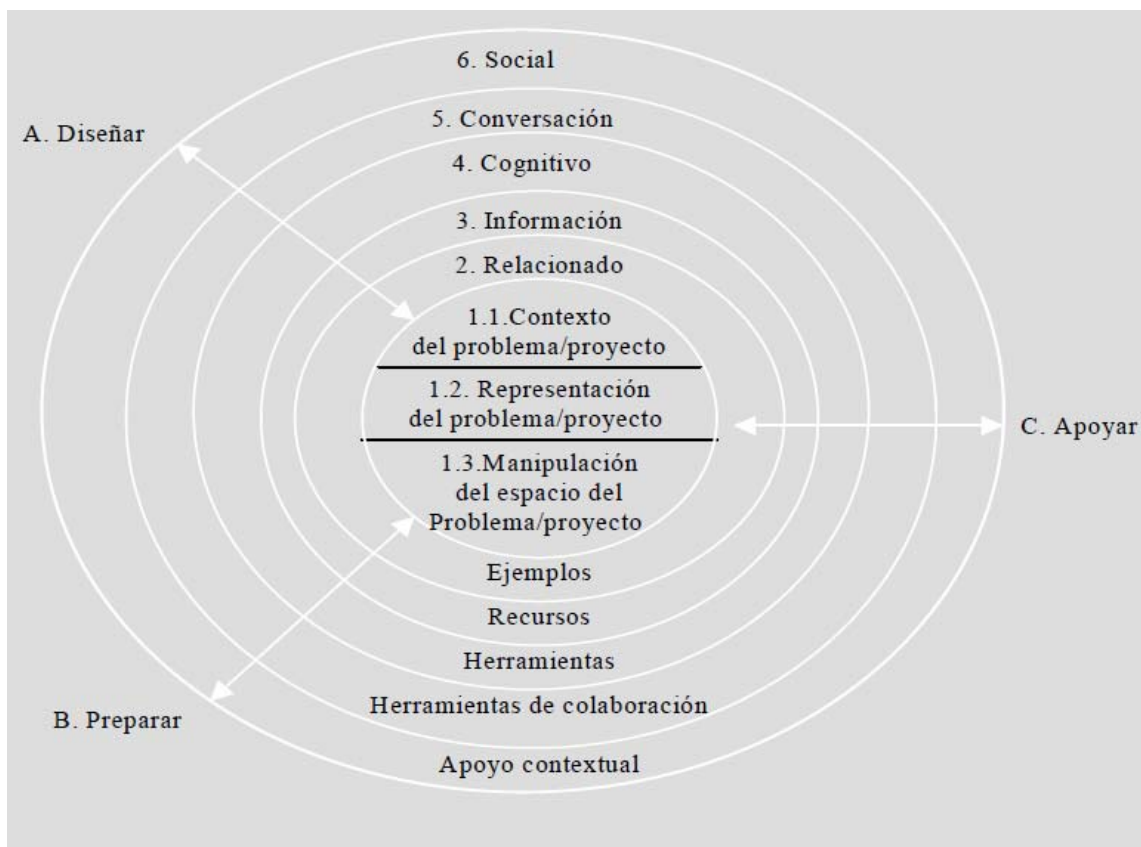


Figura 2: Esquema del entorno de aprendizaje constructivista propuesto por Jonassen (2000)

A la luz de esta propuesta de entorno de aprendizaje constructivista, ya se puede responder la cuestión planteada al inicio de este punto.

Un buen contexto para el uso de los SGD es un entorno constructivista de aprendizaje en donde las herramientas cognitivas, y en concreto los SGD puedan ser una pieza más integrada dentro de un contexto más amplio. Sin ellas, no podría haber entorno, puesto que para pasar al 5, hay que haber estado antes en el 4 (figura 2), y del mismo modo, un 4 no tiene sentido sin tener los tres primeros números antes, lo que quiere decir que por sí solos los SGD no consiguen generar el aprendizaje significativo en los alumnos, deben estar arropadas por todas las cuestiones explicadas en el modelo de Jonassen (2000).

Es interesante observar también como esta reflexión acerca de la necesidad de la integración de las herramientas cognitivas, y más concretamente de los SGD en modelos constructivistas de aprendizaje, ha sido también tratada por Yábar (2000), al referirse al uso del ordenador dentro de la

enseñanza con geometría dinámica, al afirmar que la utilización del ordenador debe estar insertada en una metodología basada en un modelo constructivista de acceso al conocimiento.

De este modo, Baulac (1990, citado en Yábar, 2000) establece una clasificación de los programas didácticos (entornos didácticos al fin y al cabo) según el marco metodológico para el que están concebidos, y lo expresa de la siguiente manera:

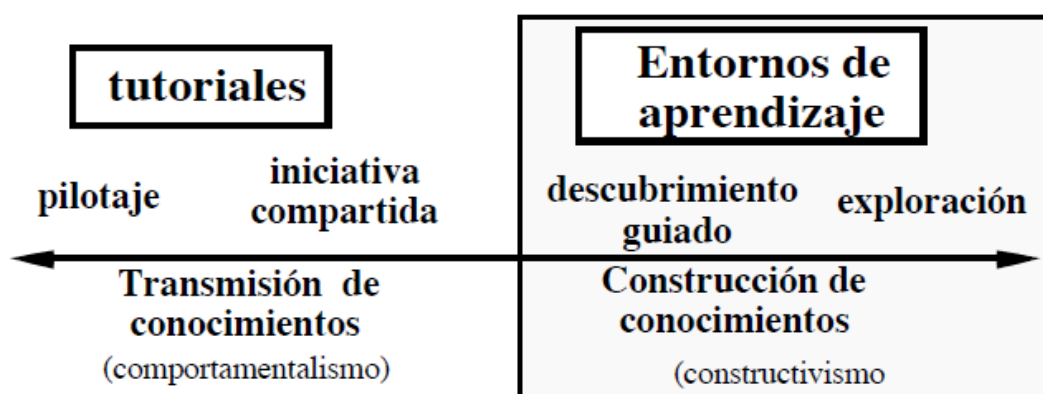


Figura 3: Esquema de clasificación de métodos didácticos (Baulac, 1990, citado en Yábar, 2000)

Así, un entorno de aprendizaje, puede hacerse más o menos constructivista según el modelo de Jonassen (2000), según los sencillos descriptores que Yábar (2000) establece en este esquema. En principio, un entorno diseñado fielmente según el esquema de la figura 2 asegura el florecimiento de dicho entorno como constructivista.

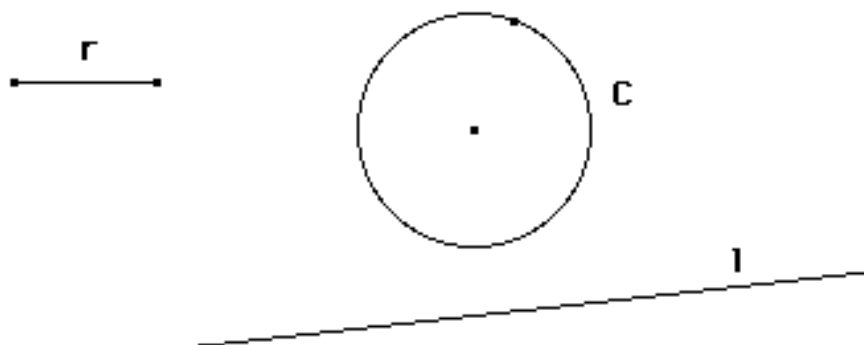
Se puede observar también que en el modelo de entorno constructivista, se establece la figura del profesor como apoyo o guía (González-López, 2001), al ser éste quien facilita al alumno las herramientas de apoyo, no es quien explica de forma expositiva (educación objetivista según Jonassen (2000) y comportamentalismo según Yábar (2000)), lo cual, encaja bastante bien con el uso adecuado que se ha visto en este trabajo de uso de SGD en las aulas de secundaria. Cómo se ve en el esquema de la figura 2, la labor del profesor es únicamente la de diseñar, preparar y apoyar.

Ejemplificación

Para ilustrar lo explicado en este punto se va a analizar, al igual que en el apartado anterior donde se estudiaban los SGD como herramientas cognitivas, un pequeño ejemplo de integración de SGD en entornos constructivistas de aprendizaje.

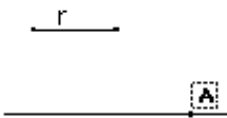
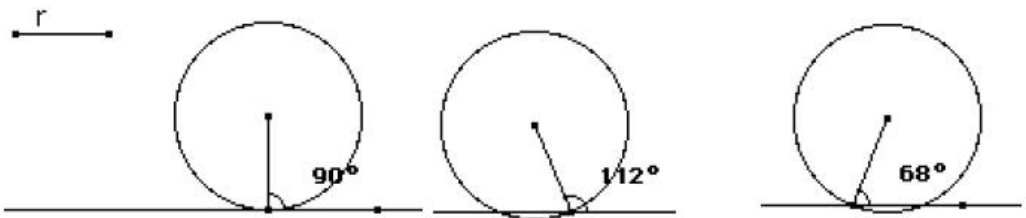
Para ello vamos a tomar de base un ejemplo de actividad desarrollada por Yábar (2000), la cual, está destinada a ser desarrollada con el SGD “Cabri”. En este caso, es una actividad de dibujo técnico, y el enunciado es éste:

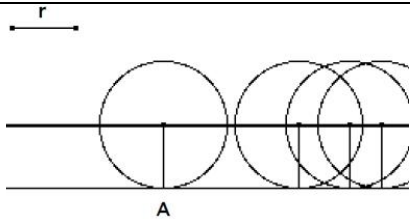
“Dada una recta l y una circunferencia C , construye las circunferencias de radio r que son tangentes a la vez a la recta y a la circunferencia.”



En principio, la actividad está prevista para introducir el tema de tangencias en 4º ESO, los alumnos no tienen que saber nada al respecto de las propiedades de tangencia para resolver esta actividad, se trata de que ellos mismos vayan descubriendo esto y así, puedan ir aproximándose a la solución del problema propuesto.

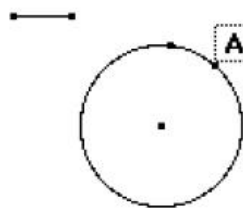
Para guiar esta actividad, se propone una serie de tareas de apoyo que se tienen que realizar antes de enfrentarse con la actividad. Estas tareas están pensadas como una pequeña guía de descubrimiento de las herramientas que van a necesitar para la elaboración de la actividad final:

Tarea de apoyo 1: Dada una recta y un punto A en ella, construye una circunferencia de radio r, tangente a dicha recta en A.	
Se espera con esta tarea que los alumnos descubran que el ángulo que forma la recta tangente a una circunferencia y el radio de la misma es siempre 90°. Los alumnos trazarán previsiblemente diversas circunferencias con distintas posiciones respecto a la recta, gracias a la opción de poder revisar el ángulo entre dos rectas, pueden llegar a la conclusión esperada. 	

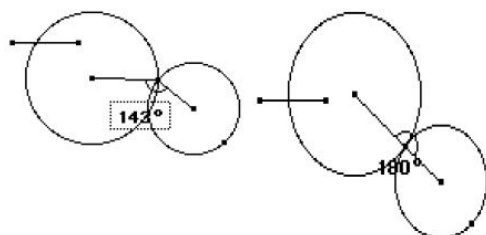
Tarea de apoyo 2: Dada una recta, ¿cuál es el lugar geométrico de los centros de las circunferencias de radio r tangentes a dicha recta?	
Se espera de los alumnos que dibujen una circunferencia tangente a la recta y que al desplazar el punto A, la circunferencia se desplazará manteniéndose tangente a la recta. Se podrá observar que su centro recorre una recta paralela a la dada. Así, experimentalmente, el alumno descubrirá el lugar geométrico pedido	

Tarea de apoyo 3:

Dada una circunferencia C y un punto A en ella, construye una circunferencia de radio dado r , tangente a C en A .



Es directo en Cabri dibujar en la pantalla dos circunferencias tangentes pero se pretende que, al moverlas, mantengan la condición de tangencia.

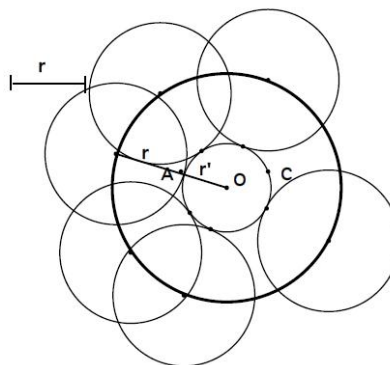


Al manipular dichas circunferencias, el alumno descubrirá que los centros y el punto de tangencia están alineados.

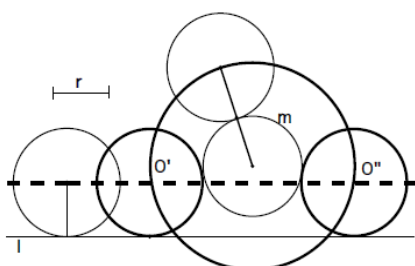
Tarea de apoyo 4:

Dada una circunferencia, ¿cuál es el lugar geométrico de los centros de las circunferencias de radio r tangentes a dicha circunferencia?

Al igual que en la actividad 2, los alumnos dibujarán una circunferencia tangente a la dada pasando por A , y al desplazar este punto, descubrirán que es una circunferencia el lugar geométrico buscado.



Estas 4 tareas abren la puerta para poder realizar con precisión la construcción pedida en la actividad inicial.



La circunferencia buscada es tangente a la circunferencia dada en el enunciado, luego su centro está situado en una circunferencia concéntrica, de radio la suma de los radios de las dos circunferencias. También es tangente a

la recta, luego su centro está situado en una recta paralela a dicha recta, a distancia r . El centro de la circunferencia buscada se obtendrá pues como intersección de una circunferencia y una recta. (Yábar, 2000)

El dibujo con el SGD Cabri no tendría mayor complicación para los alumnos. De este modo, el tiempo invertido en esta actividad se dedica exclusivamente a aprender descubriendo, y no a dibujar líneas en un papel “probando” soluciones.

El papel del profesor en esta actividad es la de orientador, guía el proceso de descubrimiento en cada tarea propuesta. No tendría sentido esta actividad si a los alumnos el profesor fuera quien les contase los pasos necesarios para realizar la actividad, no habría descubrimiento.

Se va a analizar esta actividad desde el punto de vista de los entornos constructivistas de aprendizaje de Jonassen (2000). Esta actividad no se ha escogido por ser especialmente sofisticada, o por ser un ejemplo perfecto para ilustrar el uso de los SGD en entornos constructivistas de aprendizaje. Se ha escogido por ser un buen ejemplo de una actividad común y habitual en las aulas de secundaria de uso de SGD. El objetivo de este análisis es descubrir tanto sus puntos fuertes como sus puntos débiles y tratar de mejorar esta actividad desde el punto de vista del aprendizaje constructivista.

1. **Núcleo:** En este caso se plantea un problema claramente delimitado, al final el alumno debe ser capaz de dibujar una circunferencia con las condiciones pedidas.
 - a. Contexto: No hay contexto como tal. Se reduce a la mera abstracción de las figuras sobre el fondo blanco del ordenador.
 - b. Representación: La representación del problema es adecuada técnicamente hablando, pero no tiene ningún atractivo especial para el alumno.
 - c. Manipulación: Está conseguida al 100%, precisamente por el uso del SGD “Cabri”, que posibilita precisamente esto.
2. **Ejemplos:** En la actividad propuesta no se aportan ejemplos como tal, pero sí es cierto que las tareas previas propuestas para la consecución de la

actividad se pueden tomar como ejemplos derivados de la propia manipulación.

3. **Recursos:** Los recursos que se ponen a disposición de los alumnos son las actividades previas que deben resolver antes de la actividad principal. No son recursos “terminados” porque deben realizarlos ellos, pero se insertan en este punto por su naturaleza de apoyo cognitivo a la actividad final. Tienen una doble función, de ejemplo y de recursos.
4. **Herramientas cognitivas:** El uso de un SGD como soporte a esta actividad es el soporte cognitivo de esta actividad.
5. **Herramientas de colaboración:** No se establecen herramientas de colaboración.
6. **Apoyo contextual:** Esta actividad se sobreentiende que tiene como apoyo contextual un profesor que conoce el SGD Cabri y que se va a disponer, por lo menos, de un aula con ordenadores.

Así, vemos que en el núcleo de la actividad falla el contexto y la representación, al igual que hay una falta evidente de herramientas de colaboración (punto 5), que posibilitarían un acceso más óptimo al aprendizaje constructivista.

De este modo, se tiene una actividad con muchos elementos que le hacen ser una actividad más cercana al constructivismo que al comportamentalismo, según el esquema de la figura 3 de Yábar (2000), pero que sin embargo, tiene algunas carencias importantes. Que hace que no esté posicionada en la parte más derecha de la flecha de la mencionada figura 3.

Para perfeccionar esta actividad, es necesario dar un contexto a la actividad y rediseñar el punto 5 de los descriptores de Jonassen (2000). Se podría hacer del siguiente modo en cada uno de los puntos:

- **Núcleo (contexto y representación):** Contextualizar este tipo de actividades, cuya naturaleza es de por sí abstracta, entraña cierta dificultad. Se podría presentar la actividad como la elaboración de un esquema de unas piezas cilíndricas (las dos circunferencias serían los cilindros vistos desde arriba) que rotan sobre su eje moviendo así una cinta (la recta). De este modo, los alumnos pueden empezar a visualizar

la utilidad de la geometría en la vida real. En este caso, visualizarla como el sustrato de la mecánica.

- Punto 5 (herramientas de colaboración): Lo ideal sería que esta actividad pudiera ser compartida en una plataforma de libre acceso para los alumnos de la clase (moodle o foros), de forma que entre todos ellos pudieran ir poniendo de relieve las dudas que vayan surgiendo, dando la posibilidad de solucionarlas de modo colaborativo.

Sin embargo, este apoyo contextual-social no tiene porqué ser a través de una plataforma. Si la actividad se plantea de forma grupal en el aula (pequeños grupos de tres personas, por ejemplo), el apoyo social se da de forma natural, sin necesidad de introducir herramientas sociales. Lo importante es dar al alumno la posibilidad de enriquecerse del compañero.

Con la introducción de estos cambios en los puntos mencionados, se enriquece la actividad, de forma que el núcleo de la misma ya tiene contexto y además permite reelaborar la presentación de la misma de una forma que motive más a los alumnos a su elaboración, con lo cual, se cumplen todos los requisitos necesarios que Jonassen (2000) establece como necesarios en la creación de un entorno constructivista de aprendizaje.

¿Vamos dos pasos por detrás?

“¿Qué significa real? Algunos diseñadores insisten en que el término real se refiere a que la representación se apoye en ejercicios concretos del mundo real. Esta idea de «lo real» tan restrictiva interpretará los entornos de aprendizaje reales en un contexto limitado. La mayoría de los educadores piensan que «real» significa que los alumnos deberían comprometerse en actividades que presenten el mismo tipo de retos cognitivos que los del mundo real (Honebein, Duffy & Fishman, 1993; Savery & Duffy, 1996), es decir, ejercicios que dupliquen la actividad particular de las estructuras de un contexto.” (Jonassen, 2000)

Se ha visto, a la hora de diseñar un entorno constructivista de aprendizaje, como es fundamental que el núcleo de dicha actividad esté adecuadamente contextualizado y representado. Para esta labor, los SGD pueden ayudar a conseguir esto de forma muy eficaz, debido a las posibilidades que incorporan más allá de las propias herramientas de dibujo, visualización y cálculo.

Es importante para comprender la línea argumental de este punto observar las tres figuras siguientes:

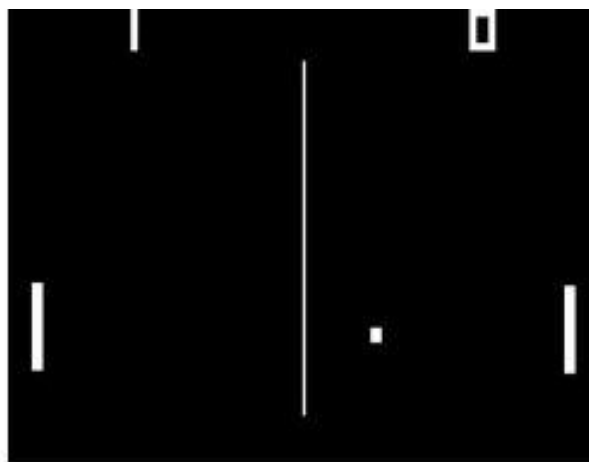


Figura 4: Imagen del videojuego "pong", en donde el punto rebota en los segmentos blancos de los extremos. Popularizado en 1972.

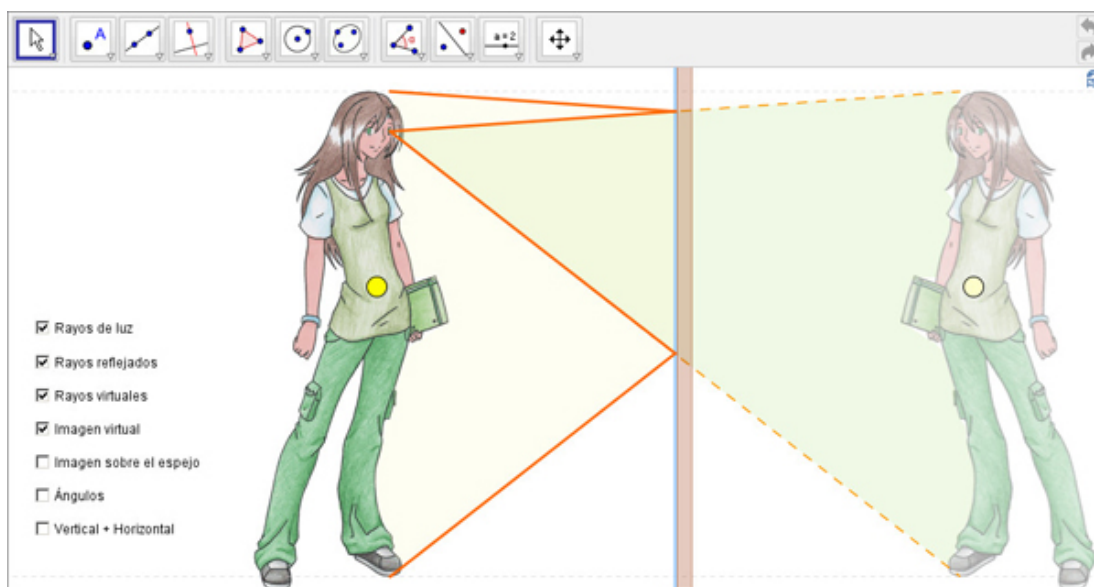


Figura 5: Visualización de un "applet" del SGD GeoGebra en donde se estudian las reglas de reflexión.



Figura 6: Imagen publicitaria del videojuego “Los Sims 4” de “Electronic Arts”

Entre estas tres imágenes hay bastante distancia. La imagen de la figura 3 muestra el videojuego “pong”, mediante el cual, el punto rebota en los segmentos de los extremos, incidiendo el punto con el mismo ángulo que con el que rebotaba. Millones de personas en todo el mundo aprendieron de modo significativo que “el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión”, conocimiento básico para muchas asignaturas de la etapa secundaria.

Este primer videojuego “soporta” bastante bien un análisis desde el punto de vista de los entornos constructivistas de aprendizaje de Jonassen (2000). Tiene un núcleo contextualizado y representado (hoy en día nos parece tan obsoleto que no lo consideraríamos bien representado, pero en su día esta representación era lo más completo que se podía tener) y se puede manipular. Además, contaba con el soporte de los primeros ordenadores, acercándose así a algo semejante a una herramienta cognitiva, además de ofrecer herramientas de colaboración (como cualquier videojuego, hay un reto y hay formas de colaborar o de competir, incluso contra la propia máquina).

Podríamos concluir, a la luz de lo analizado en el videojuego “pong”, que los videojuegos han sido capaces de estructurar entornos constructivistas de aprendizaje, consiguiendo la tan ansiada motivación de los alumnos por las materias.

Los videojuegos son capaces de hacer que el alumno se embulla en la acción, consigue focalizar el 100% de su atención y consigue motivarle, (Contreras, Eguia, & Solano, 2011) de tal forma que surge del propio alumno el interés por completar la tarea propuesta en el videojuego ¿No es esto lo que busca el aprendizaje constructivista al fin y al cabo, que los alumnos vayan siendo responsables de su propio aprendizaje?

Con respecto al aprendizaje con el uso de videojuegos, Contreras, Eguia & Solano (2011) establecen dos razones fundamentales por las cuales deben ser considerados en las aulas de secundaria:

- En primer lugar, estudiar los videojuegos equivale a estudiar los procesos de producción de significado. “Al introducir un videojuego en el aula construimos una situación cuyo objeto es provocar una conducta simbólica, un diálogo entendido como la construcción de un contenido a partir de la construcción de una relación” (Scheff, 1990, citado en Contreras, Eguia & Solano, 2011) ¿No es esta situación algo parecido a lo que ocurre con el uso de SGD al pedir a los alumnos que manipulen determinados objetos virtuales para sacar una conclusión? Es un proceso muy parecido al descrito en el punto anterior, con la construcción de la circunferencia tangente.
- En segundo lugar, los videojuegos implican juego, y éste implica “tratar de comprender el funcionamiento de las cosas” (Piaget, Lorenz y Erikson 1982, citado en Contreras, Eguia & Solano, 2011), objetivo fundamental del aprendizaje constructivista.

Si comparamos las figuras 5 y 6, se puede apreciar como las posibilidades de los SGD, en este caso del GeoGebra, comienzan a ser muy parecidas a los actuales videojuegos, por lo menos en lo que a contexto y representación se refiere. El applet de la figura 5 tiene toda la carga cognitiva

necesaria para que el alumno comprenda y asimile las reglas de reflexión, y lo hace a través de una “puesta en escena” y un tipo de manipulación muy semejante a lo que hoy ofrecen videojuegos de éxito entre los adolescentes, como el representado en la figura 6.

Así pues, se observan similitudes entre el aprendizaje con videojuegos y el aprendizaje con SGD; se manipulan de forma similar, las posibilidades visuales y gráficas cada vez se acercan más, los dos proponen un reto/objetivo al alumno y ambos sistemas tienen capacidad “inmersiva” (Contreras, Eguía, & Solano, 2011). Bien es cierto que la brecha es grande en esta última característica, los videojuegos tienen una capacidad “inmersiva” mucho mayor que los SGD, pero el camino para éstos últimos puede tener una vía marcada por los videojuegos de cara a la motivación de los alumnos.

Los SGD insertados en el aprendizaje basado en proyectos

Se ha visto hasta ahora de qué modo los SGD generan conocimiento en el usuario, y también se ha visto la importancia de integrar la geometría dinámica en entornos constructivistas de aprendizaje. A su vez, según el esquema de Jonassen (2000), se pueden organizar entornos constructivistas de aprendizaje basados en preguntas, ejemplos, problemas o proyectos, siendo éste último el entorno constructivista más interesante, pues según indica el propio autor, “El aprendizaje basado en proyectos se dirige a unidades educativas integradas a largo plazo en donde los alumnos se centran en trabajos complejos compuestos por diferentes ejemplos” (Jonassen, 2000). Es decir, el aprendizaje basado en proyectos integra al resto de modelos (preguntas, ejemplos y problemas), siendo una de las herramientas más interesantes para la consecución del aprendizaje significativo.

El aprendizaje basado en proyectos es la manera más adecuada de diseñar un entorno constructivista de aprendizaje según el modelo de Jonassen (2000). Este tipo de aprendizaje consiste en plantear una problemática real a un grupo de alumnos, para cuya solución tendrán que trabajar de forma colaborativa en un proyecto que tendrán que diseñar siguiendo unas pautas iniciales marcadas por el profesor, y donde cada alumno tiene un rol individualizado con unos objetivos a conseguir. (Rebollo, 2010) Además de

esto, los alumnos deben buscar respuestas a cuestiones complejas para lo cual deben diseñar un plan de actuación, ponerlo en práctica, tomar decisiones a lo largo del proyecto y resolver los problemas que vayan surgiendo. (Badia & García, 2006)

Bajo esta perspectiva, casi parece que hablar de un entorno constructivista de aprendizaje es hablar directamente de un aprendizaje basado en proyectos. De forma natural el hecho de plantear un proyecto es plantear un entorno constructivista de aprendizaje.

Los SGD encuentran un lugar muy interesante en la elaboración de proyectos para los alumnos. No sólo por encontrar éstos un lugar privilegiado como herramientas cognitivas según el esquema de Jonassen (2000), sino porque debido al avance visual y capacidad de contextualización de estos sistemas, abren nuevas posibilidades para el diseño de proyectos, es especialmente indicado el SGD GeoGebra, el cual trasciende el hecho de ser una mera herramienta cognitiva, para ser también un contexto para un proyecto o una actividad (de modo similar al contexto que crean los videojuegos).

Ejemplificación

Es momento, para poder entender esta cuestión adecuadamente, de explorar un proyecto pensado para un aula de secundaria basado en el uso de SGD, en este caso, GeoGebra. Este pequeño proyecto se basa en el artículo de Arranz, Losada, Mora & Sada (2009), en el que se describen diversas actividades referidas al estudio del tema de las tangentes en la geometría de los rosetones góticos.

El título del proyecto es: “Un encargo para un estudio de arquitectura”, y el enunciado del mismo es:

El Instituto del Patrimonio cultural de España ha decidido, dentro de su plan para la conservación y restauración del Patrimonio Cultural Español, de realizar el levantamiento en planos así como el estudio pormenorizado de los elementos góticos más singulares de España. Dentro de este estudio, se incluyen no sólo los aspectos histórico-artísticos, sino los aspectos geométrico-matemáticos que la arquitectura gótica tiene en su estructura interna. Para

realizar este trabajo, dicho instituto se ha puesto en contacto con una serie de estudios de arquitectura de reconocido prestigio, entre los que ha repartido las obras a estudiar. Así, a nuestro estudio de arquitectura le ha tocado estudiar las siguientes obras:



Figura 7: Motivos góticos. Catedral de Lleida



Figura 8: Tracerías góticas I. Catedral de Pamplona



Figura 9: Tracerías góticas II. Catedral de Pamplona



Figura 10: Rosetón. Colegiata de Covarrubias

El objetivo final de este estudio es elaborar un dossier digital conjunto con todas las obras, para lo cual, se necesitará usar un software que permita realizar precisa y claramente dicho estudio. Desde el Instituto de Patrimonio Cultural se valorará la profundización geométrica y matemática, no admitiendo los estudios superficiales o sin la máxima profundización posible.

Desde el punto de vista de la organización interna de nuestro estudio, se van a formar tres equipos, que trabajarán de modo autónomo aunque coordinados por el representante de cada uno para poder hacer una entrega final conjunta del dossier digital. Al final el resultado debe ser un dossier homogéneo, aunque se trate de tres motivos góticos diferentes.

Para ver con más precisión el nivel de detalle, el Instituto ha puesto a disposición de los estudios unos ejemplos de dossiers similares ya realizados para otras piezas de distintos estilos arquitectónicos.

Para facilitar la coordinación entre los grupos, se irán colgando periódicamente el avance de los trabajos en la plataforma moodle del estudio, de modo que los grupos estén en todo momento con conocimiento del trabajo de sus compañeros. También es posible la comunicación de dudas y acuerdos a través de esta plataforma.

El aspecto más relevante con este proyecto es que los alumnos vayan descubriendo poco a poco las relaciones geométricas que subyacen en los motivos góticos (tangencias y simetrías fundamentalmente), gracias fundamentalmente al SGD Geogebra, que permite de forma intuitiva pero precisa manipular las relaciones geométricas a la vez que trabajan con las imágenes del modelo en pantalla. De este modo, los alumnos encuentran en el SGD GeoGebra el vehículo más adecuado para realizar este proyecto.

Este proyecto cuenta con las características óptimas que Rebollo (2010) indica para una actividad de proyecto colaborativo. Hay un objetivo claro (elaboración de un dossier), hay trabajo colaborativo (tres grupos que a la vez tienen que coordinarse para dar lugar a una única entrega conjunta) y la actividad se presta fácilmente a dar roles individualizados a cada alumno, destacando la figura del coordinador en cada grupo.

Si se estudia desde el punto de vista de los descriptores de Jonassen (2000), se observan las siguientes conclusiones:

- La actividad está bien contextualizada (rosetones y tracerías reales en edificios reales), está bien representada (se puede trabajar con las fotografías en el propio SGD) y permite la manipulación por parte de los

alumnos (esta última cuestión la facilita el uso del SGD Geogebra, por ser la herramienta con la que van a trabajar para la elaboración de este proyecto.)

- Ejemplos: Se ofrecen a los alumnos ejemplos claros de donde se quiere llegar con este proyecto de otros dossiers similares que hayan podido realizar alumnos de otros cursos o de otros años.
- Recursos: La información que requieran los alumnos será dada en este caso por el propio profesor y la propia investigación de los alumnos sobre el gótico realizado en enciclopedias e internet. La labor de búsqueda de información será clave para la correcta organización de los equipos.
- Herramientas: SGD GeoGebra, con todo el interés para el aprendizaje que se ha descrito en la primera parte de este trabajo. En este proyecto, es el vehículo que va a permitir a los alumnos elaborar el trabajo. Los alumnos podrán manipularlo, observar resultados, cotejarlos y modificarlos si es posible. La solución al proyecto no es única, como tampoco lo es el camino hasta llegar al final. Los SGD dan la posibilidad de explorar esta diversidad de caminos y posibilidades.
- Herramientas de colaboración: El hecho de trabajar en una plataforma “moodle” da pie a que los alumnos puedan ir apoyándose unos a otros, dando así una herramienta social para poder ir construyendo el dossier definitivo.
- Apoyo contextual: Para la perfecta realización de este proyecto, lo ideal sería que todos los alumnos tuvieran acceso tanto en el aula como en sus casas de un ordenador con conexión a internet, así como el SGD GeoGebra instalado y en funcionamiento. Por supuesto, el profesor debe controlar perfectamente dicho SGD, así como las plataformas necesarias para dotar de herramientas de colaboración al proyecto.

Los resultados esperados con este proyecto es que los alumnos lleguen a elaborar relaciones matemáticas y geométricas como las siguientes:

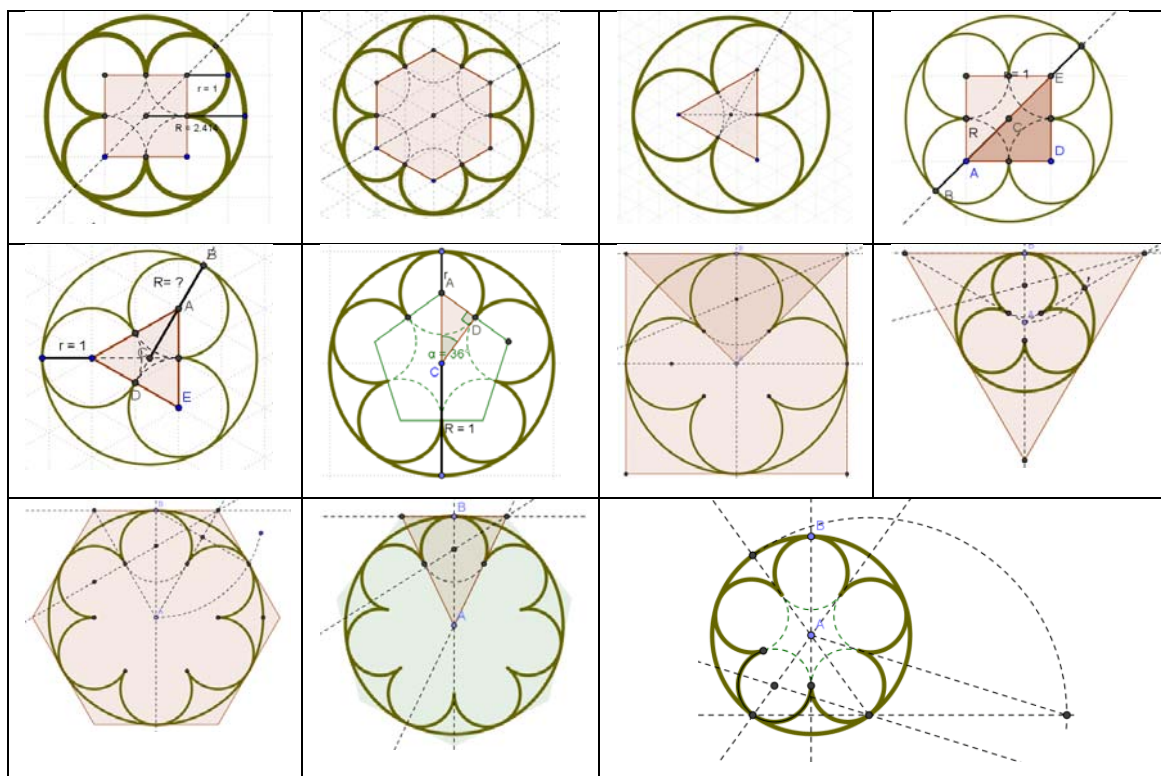


Figura 11: Relaciones matemáticas y geométricas a conseguir por los alumnos. (Arranz, Losada, Mora, & Sada, 2009)

El SGD GeoGebra es el “alma mater” de este proyecto, hace las funciones de herramienta cognitiva, como se ha visto al inicio de este trabajo, pero también hace una importante labor en el campo de la representación (Jonassen, 2000), consigue crear un entorno virtual similar al que podría tener un arquitecto en la vida real al que le llega un encargo de levantamiento de fachadas, lo cual, es motivador para el alumno, al tener tanto los contenidos como la metodología contextualizados.

Si este proyecto se planteara sin el uso de algún tipo de SGD, seguramente se vería reducido en la práctica a un mero trabajo mecánico de dibujo con lápiz y compás, tendría que verse reducido a un mero trabajo de dibujo tratando de imitar unas formas que se están viendo en una fotografía. Con el uso del SGD GeoGebra, se consigue eliminar el trabajo mecánico y tedioso del dibujo para hacer que los alumnos puedan explorar, descubrir, reformular, conjeturar, validar, refutar, sistematizar, etc. (González-López, 2001) de modo que puedan ir construyendo su propio aprendizaje, en definitiva, ir adquiriendo el aprendizaje significativo de la materia.

Conclusiones

A modo de síntesis de todo lo estudiado en este trabajo se muestra el siguiente mapa conceptual, en el cual se observa la incidencia de los SGD en el aprendizaje a través de entornos constructivistas de aprendizaje.

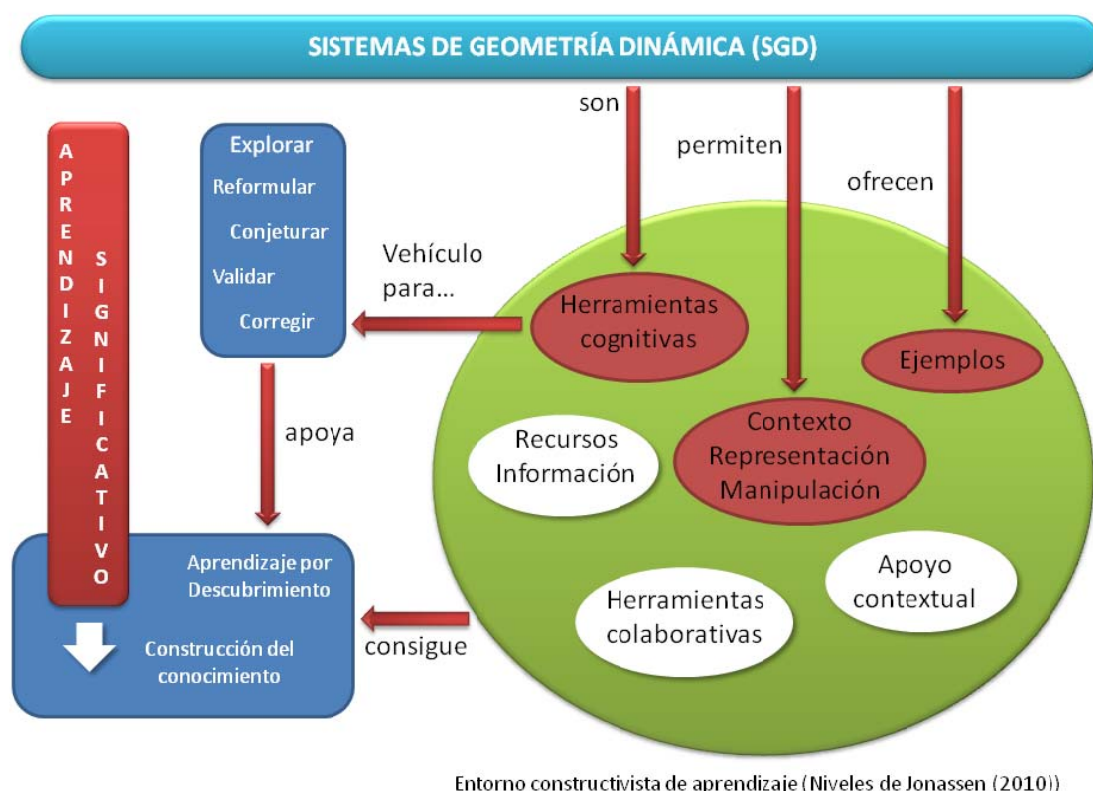


Figura 12: Mapa conceptual.

Se puede observar como los SGD se insertan en los puntos más relevantes de los entornos constructivistas de aprendizaje, al igual que hacen un apoyo especialmente relevante como herramientas cognitivas para el apoyo del aprendizaje por descubrimiento y la construcción del conocimiento por parte de los alumnos.

Así, se observa que el uso de SGD en el aula, siempre que esté integrado en un entorno constructivista de aprendizaje, simplifica y aúna en un mismo sistema la respuesta a varios de los niveles propuestos por Jonassen (2000), siendo además un vehículo idóneo para explorar, conjeturar, reformular, validar, etc. (González-López, 2001), siendo éstos aspectos fundamentales para hacer que los alumnos consigan descubrir y construir el

conocimiento de la materia, lo cual a su vez es el “caldo de cultivo” del aprendizaje significativo.

Así, se pueden obtener las siguientes conclusiones derivadas del análisis realizado a lo largo del trabajo:

1. Los SGD son herramientas, no son la solución a las cuestiones del aula, ni un nuevo modo de plantear la enseñanza:

Por ejemplo, no se puede pensar en los SGD como la solución definitiva para la motivación de los alumnos en la materia, o tampoco se puede pretender tomar los SGD como la solución a los problemas de visualización de los problemas geométricos o matemáticos que muchos alumnos tienen.

Los SGD son un apoyo en el aula, como lo es cualquier otra herramienta cognitiva, según lo analizado a lo largo de este trabajo, pero la solución de los problemas del aula necesita de respuestas integrales en las cuales sí pueden tener cabida los SGD, pero siempre como una pieza más del engranaje, nunca como la solución en sí mismos. De aquí la importancia de la integración de los SGD en entornos constructivistas de aprendizaje, sin esto, no tenemos en los SGD todo el potencial que pueden ofrecer.

2. Los SGD exigen un nuevo planteamiento de aula.

Derivado de la conclusión anterior, se puede afirmar que el uso de los SGD en el aula no se puede llevar a cabo con éxito sin adoptar las medidas necesarias para lograr un adecuado entorno de aprendizaje para el alumno.

Se ha comentado en varios momentos a lo largo de este trabajo la poca eficacia de usar los SGD como “tizas perfectas” que el profesor usa para mostrar dibujos a los alumnos. Este modo de utilizar los SGD no es contraproducente, no va en contra del aprendizaje de los alumnos, incluso se puede pensar en ello como algo recomendable en algún momento. Sin embargo, hay que tener presente que este uso de los SGD no responde a un uso de éstos como herramientas cognitivas, se quedarían simplemente en un instrumento más del profesor, lo cual implica no aprovechar todo el potencial de los SGD.

Se puede concluir que es necesario que los alumnos interactúen con los SGD para poder aprovecharlos al máximo, lo cual requiere unas instalaciones y unos tiempos adecuados, requiere un profesorado altamente formado en el uso de estas herramientas y, sobre todo, requiere un profesorado dispuesto a diseñar un planteamiento de aula alejado de la tradicional clase expositiva y más centrado en proyectos o actividades que provoquen que los alumnos puedan ir construyendo de forma autónoma el conocimiento de la materia.

Los SGD permiten la elaboración de geometrías más complejas y extensas que simplemente con un lápiz y un papel. Estas nuevas posibilidades deben ser aprovechadas por los profesores para abrir nuevos horizontes de aprendizaje. No se trata simplemente de que un profesor sepa manejar adecuadamente la herramienta, debe saber integrar la potencia de los SGD con la labor pedagógica propia de su profesión, pasando a ser la figura en el aula que apoya, asesora y co-participa en la construcción del conocimiento. (González-López, 2001)

3. Los SGD ofrecen un buen modo de hacer que los alumnos puedan seguir construyendo su conocimiento fuera del aula.

Los SGD, por su propia naturaleza ya analizada a lo largo de este trabajo, ofrecen la posibilidad al alumno de desarrollar un aprendizaje autónomo de la materia, pero también flexible, es decir, el alumno puede tener acceso a estas herramientas no sólo en el aula, sino también desde su propia casa.

Esto abre nuevas posibilidades de aprendizaje, ya que si los SGD son una buena herramienta para que el alumno pueda explorar por sí mismo, se ha abierto la puerta a tener un aprendizaje eficaz casi en cualquier lugar donde el alumno tenga acceso a un ordenador. De esta forma, sin llegar a tener el alumno un “profesor en casa”, encuentra en los SGD una potente plataforma para poder avanzar en la materia.

Del mismo modo, los SGD consiguen mayor flexibilidad en el estudio de la materia fuera del aula, dotando al alumno de una fuente en la que encuentra varios sistemas de representación para una misma cuestión.

4. Los SGD están naciendo, aún no han llegado a su madurez

El análisis comparativo entre los SGD y los videojuegos hace pensar acerca del futuro que pueden llevar los SGD. En este caso, la comparativa ha sido de la interfaz de los mismos, en relación a las implicaciones de contextualización de la materia en orden a conseguir una determinada motivación de los alumnos por la materia, sin embargo, del mismo modo que se puede entrever una gran potencialidad de los SGD en la interfaz (aún siendo ésta bastante atractiva ya), también se puede considerar que los SGD tienen un gran potencial más allá del puro aprendizaje que aún no ha sido desarrollado.

Por ejemplo, existen muchos software no dedicados al estudio de la geometría “per se”, como pueden ser el Autocad ® o 3D Studio Max ® o programas similares, pero que tienen como finalidad realizar construcciones geométricas (y por tanto matemáticas) de una complejidad muy superior a las que ofrecen los SGD ofreciendo además mayores posibilidades de relación con la realidad, al ser usados éstos para el dibujo profesional en multitud de profesiones.

Comparando la practicidad de estos programas con la que ofrecen hoy en día los SGD lleva inevitablemente a la siguiente pregunta: ¿Para qué le va a servir a un alumno de secundaria conocer a fondo un SGD para su futuro profesional o personal?

Se puede pensar que los SGD tienen una vía abierta de desarrollo como herramientas útiles para el dibujo asistido por ordenador, precisamente para dotar a sus usuarios no sólo de una herramienta cognitiva, que tras haber alcanzado su objetivo se puede olvidar, sino de una herramienta práctica (no necesariamente profesional) para el futuro.

5. Hay todavía una pequeña fisura: la evaluación de los SGD como herramientas para el aprendizaje significativo.

En todo el trabajo no se ha hablado en ningún momento de cómo se debe llevar a cabo la evaluación de un trabajo de aula planteado con el uso de SGD. En el diseño de entornos constructivistas de aprendizaje de Jonassen (2000) no se menciona dicho aspecto integrado en la dinámica de aprendizaje. Parece como si el uso de SGD en el aula fuera algo que bajo todos los prismas se presenta como positivo para el aprendizaje, pero faltase la medición de dicho aprendizaje que, en dichos entornos, se deja abierto a cualquier tipo de evaluación.

Una cuestión que surge al reflexionar sobre esta cuestión es que si la propia naturaleza de los SGD es ser herramientas para el aprendizaje, las cuales permiten al alumno explorar, corregir, en definitiva descubrir, ¿pueden estas mismas herramientas ser utilizadas como herramientas de evaluación? Para dar respuesta a esta pregunta, es importante plantearse previamente qué es la evaluación, o mejor dicho, qué se está evaluando. Puede plantearse una evaluación como la valoración de un proceso de descubrimiento o puede ser, en cambio, la valoración del grado de asimilación de los contenidos aprendidos (descubiertos) con el uso de los SGD.

Esta cuestión no es banal, ya que si lo que hay que valorar es el proceso de descubrimiento, tenemos que los SGD pueden servir como herramienta para la evaluación del aprendizaje, sin embargo, si lo que se pretende es valorar la “retención” de conocimientos aprendidos con los SGD y con otras muchas herramientas, entonces los SGD no tendrían un papel relevante en dicha evaluación, dejando a ésta con un carácter más tradicional.

No es objeto de este trabajo ahondar más en esta cuestión, sino más bien plantear la cuestión para futuros trabajos o investigaciones.

Bibliografía

- Arranz, J. M., Losada, R., Mora, J. A., & Sada, M. (15 de Octubre de 2009). *Divulgamat. Centro virtual de divulgación de las matemáticas* . Recuperado el 3 de Junio de 2013, de http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&task=view&id=10298&Itemid=48
- Badia, A., & García, C. (2006). Incorporación de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje basados en la elaboración colaborativa de proyectos. *Revista de Universidad y Sociedad del conocimiento* , 3 (2), 42-54.
- Contreras, R., Eguía, J. L., & Solano, L. (2011). Videojuegos como un entorno de aprendizaje. *Icono 14* , 249-261.
- Díaz, F., & Hernández, G. (1999). Constructivismo y aprendizaje significativo. En *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. México: Mc Graw Hill.
- González-López, M. J. (2001). La gestión de la clase de geometría utilizando sistemas de geometría dinámica. En P. Gómez, & L. Rico, *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*. Granada: Universidad de Granada.
- Hernández, G., & Díaz, F. (2002). Constructivismo y aprendizaje significativo. En *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. México: McGraw Hill.
- Jonassen, D. (2000). El diseño de entornos constructivistas de aprendizaje. En C. Reigeluth, *Diseño de la Instrucción, teorías y modelos. Un nuevo paradigma de la teoría de la Instrucción. Parte I*. Madrid: Mc Graw Hill Aula XXI Santillana.
- Karadag, Z., & McDougall, D. (2011). GeoGebra as a cognitive tool: Where cognitive theories and technology meet. En L. Bu, & R. Schoen, *Model-Centered Learning: Pathways to mathematical understanding using GeoGebra* (págs. 169-181). Rotterdam: Sense Publishers.

Losada, R. (2006). *Geogebra: La eficiencia de la intuición*. Recuperado el 17 de junio de 2013, de <http://web.educastur.princast.es>:

http://web.educastur.princast.es/ies/pravia/carpetas/recursos/mates/software/2005/geogebra/_ayuda_para_Geogebra/geogebra.pdf

Martínez, R. D., Pedrosa, M. E., Montero, Y. H., & Martín, E. I. (2000). Sobre herramientas cognitivas y aprendizaje colaborativo. *Congreso Iberoamericano de Informática Educativa*. Viña del Mar.

Rebollo, S. (2010). Aprendizaje basado en proyectos. *Innovación y experiencias educativas* (26).

Sánchez, J. A. (2007). Geometría Dinámica en Secundaria.

Santrock, J. W. (2004). *Psicología del desarrollo en la Adolescencia*. McGraw Hill.

Yábar, J. M. (2000). El ordenador en la Enseñanza Secundaria dentro de un enfoque constructivista del aprendizaje. En *El Constructivismo en la Práctica*. Barcelona: Graó.

Normativa

ESPAÑA. 2006. *LEY ORGÁNICA 2/2006, de 3 de mayo, de Educación*. *Boletín Oficial del Estado*, 4 de mayo de 2006, 106, págs. 17158-17207.