

GRADO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN
PRIMARIA

2012-2013

El uso de las *applets* de GeoGebra en
Educación Primaria

Autor: Rafael Hernando González
Director: Tomás Recio Muñiz

Julio de 2013

VºBº DIRECTOR

VºBº AUTOR

TITLE: The use of GeoGebra applets in Primary Education

ABSTRACT:

Mathematics, Primary Education, GeoGebra, applet, experiences, ICT, Proyecto Gauss,

The main issue we are dealing with throughout this document is the use of GeoGebra applets while teaching mathematics in Primary Education. Focusing our attention on the upper courses, we consider that this software is useful for both teachers and students as it helps to reach a holistic development of the key competences. GeoGebra, having been awarded several times because of its educational applications, has been used to create a library of applets (specific applications for different purposes) by the Spanish INTEF in what has been called the *Proyecto Gauss*.

In order to approach this topic, we have decided to describe, first, the theoretical frame relating to the use of applets as Mathematics teaching tools. Then, we will focus on describing the general guidelines of the Gauss Project and some of its contents, emphasizing the possibilities of three particular applets. Finally we will present some feedback about using the Gauss Project in Primary Education, provided by experiences coming from a couple of schools from Asturias and Teruel.

In this way, we intend to show that Mathematics can be taught in a more active and participative way using both intuitive software and technologies and a visual interface, boosting interest and motivation among our students.

ÍNDICE

Reflexiones previas	3
Introducción.....	5
Capítulo 1: Marco teórico general.....	8
Sección 1.1 La competencia docente en matemáticas	8
Sección 1.2 Las TIC en las matemáticas	11
Sección 1.3 Conclusiones del capítulo.....	15
Capítulo 2: Definición y selección de <i>applets</i>	17
Sección 2.1 Definiciones: del concepto de <i>applet</i> a GeoGebra.....	17
Sección 2.2 Nuestra fuente de <i>applets</i> : El Proyecto Gauss	22
Capítulo 3: Más allá de la definición de <i>applet</i> : algunos ejemplos del Proyecto Gauss.	26
Sección 3.1 Falsas apariencias: un par de mesas	27
Sección 3.2 Arcos de circunferencia	30
Sección 3.3 ¿Áreas cambiantes?.....	31
Capítulo 4: Una visión desde las experiencias reales de distintos centros educativos.	33
Sección 4.1 MatemaTICinfantil.....	33
Sección 4.2 CEIP El Lloreu	35
Conclusiones.....	39
Bibliografía	41
Anexo I: Información remitida por José Ignacio Miguel Díaz.....	43

REFLEXIONES PREVIAS

A lo largo de mi paso por el sistema educativo, tanto como alumno de las etapas de educación obligatoria como de las no obligatorias y a lo largo de mi formación docente, en muchas ocasiones he sido testigo de las dificultades que rodean a las matemáticas y las actitudes que los estudiantes de las mismas expresan hacia ellas. Pero estas dificultades no se dan sólo en los alumnos de Primaria, sino que también entre los propios estudiantes de Magisterio.

Durante mis estudios de la carrera de Magisterio en la especialidad de didáctica del inglés, cuando abordábamos los temas relacionados con matemáticas, no era raro escuchar expresiones tales como “No lo veo”, “Lo sé pero no lo entiendo”, o “Lo memorizo para el examen y ya” ante los contenidos de la asignatura. Si prestamos atención a estas afirmaciones, que no distan tanto de las que los estudiantes en distintas etapas educativas expresan, nos damos cuenta de que existe un problema generalizado de actitud hacia las matemáticas.

Esta reflexión no es nueva y los intentos de modificación de ese sentimiento de rechazo e incompreensión hacia las matemáticas han contado, seguramente, con el concurso de diversas estrategias y recursos materiales. En este trabajo quisiera plantear, como elemento fundamental para motivar el aprendizaje de las matemáticas, el uso de un software libre y gratuito de reciente creación: GeoGebra. A pesar de que nuestra carrera y, más concretamente, mi especialidad, se considere “de letras”, es fundamental conocer estos recursos matemáticos que, en nuestra opinión, nos permitirán integrar nuestra acción docente en el conjunto de la escuela, logrando así una comprensión más completa del proceso de enseñanza-aprendizaje que beneficie a todos los sujetos implicados en dicho proceso.

Por ello, el tema que desarrollaremos en este TFG trata, más generalmente, del uso de las *applets*¹ en la enseñanza de las matemáticas (de las que GeoGebra es una de las fuentes más importantes), haciendo referencia tanto a los beneficios que aportan al proceso de aprendizaje de los alumnos como a su utilidad para aquellos docentes que no se sienten seguros con la docencia de esta área o que les gustaría aplicar nuevas herramientas.

¹ Dado que el término *applet* se menciona en la literatura tanto en masculino como femenino, elegimos la opción del femenino por las consideraciones relativas a las definiciones que introduciremos en el Capítulo 2.

INTRODUCCIÓN

A lo largo de este escrito hablaremos de las posibilidades y ventajas que ofrece la utilización de GeoGebra² en la enseñanza de las matemáticas. Pero, para lograr entender lo que esta manera de trabajar implica, es necesario plantear diferentes etapas en el desarrollo de este tema. Esto nos lleva a desarrollar cuatro capítulos en los que trataremos diferentes aspectos significativos para que el tema del conocimiento y uso de las *applets* pueda ser abordado de una manera clara y cómoda.

El capítulo primero trata de situarnos en el contexto en que nos encontramos, donde se mencionan ideas relativas a la formación de los propios maestros en la docencia de las matemáticas, tales como las implicaciones de la presencia de las nuevas tecnologías en las aulas; la consideración de aspectos fundamentales como el actual marco curricular que enfatiza en el logro de las competencias básicas; y la influencia de los modelos didácticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje que se da en el aula de Primaria.

Una vez que disponemos de ese marco general, nos centramos en concretar nuestro objeto de interés en el siguiente capítulo. Dado que el ámbito de estudio de las aplicaciones informáticas para el aprendizaje de las matemáticas sería excesivamente extenso abordado de forma general, delimitamos el objeto de atención en algunos aspectos específicos. En nuestro caso, dentro del mundo de estas herramientas, nos limitamos, en un primer lugar, a aquellas *applets* escritas como programas en lenguaje de programación Java, mencionando algunas ventajas concretas de ellas. A continuación nos centramos en aquellas creadas con el programa GeoGebra, programa que se engloba entre los *software* de geometría dinámica. Pero, dado que aun así nos encontraríamos en un campo demasiado amplio, atenderé primordialmente a aquellas *applets* planteadas en el Proyecto Gauss

² Software y material complementario disponibles a través del sitio web www.GeoGebra.org.

(INTEF), desarrollado por el INTEF (Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado³).

A continuación, para ilustrar el funcionamiento de estas *applets* de GeoGebra, destinamos el capítulo tercero a describir el uso de algunas de ellas y la forma en que creemos que pueden beneficiar a los alumnos. Para ello accederemos al Proyecto Gauss, de donde tomaremos recursos correspondientes al tema denominado “La necesidad de medir”, describiendo el funcionamiento y otros aspectos de dichas *applets*. En este caso, nos parece interesante poner de manifiesto diversas características que pueden servir como recurso para enfatizar la importancia de la Geometría, al tiempo que abundan en la idea de que las cosas no siempre son cómo nos parecen a simple vista, idea claramente ilustrada en el capítulo 3 de nuestro TFG con diferentes actividades basadas en conocidas ilusiones ópticas de la Gestalt.

Para el capítulo cuarto, aprovechando que ya hemos realizado un acercamiento de índole más teórica, se hace necesario comentar alguna experiencia del uso de estas *applets* en las aulas, por lo que dedicamos este capítulo a mencionar un par de ejemplos concretos de centros que recurren a las *applets* matemáticas en distintas etapas. Para no alargar en exceso nuestro trabajo, sólo hemos profundizado con cierto detalle en la experiencia de un centro asturiano donde el uso de las *applets* de GeoGebra se lleva realizando desde hace un tiempo, dado que hemos tenido la oportunidad de comunicarnos con uno de los responsables de dicha iniciativa, que ha prestado gustosamente su colaboración para nuestro trabajo.

En el último capítulo planteamos algunas conclusiones tras haber estudiado y profundizado en este tema a lo largo de los meses anteriores, siendo estas reflexiones fruto tanto de la lectura de las diversas fuentes de información recogidas en la bibliografía, como de experiencias personales y opiniones y visiones recogidas sobre las aplicaciones prácticas a las que nos referimos en el párrafo anterior.

³ Información disponible y ampliable en www.ite.educacion.es/es/intef

De este modo, esperamos lograr un acercamiento a este tema que, además de servir como muestra tangible de los resultados de la formación docente en la forma de este Trabajo Fin de Grado, también sea de utilidad para aquellos docentes que estén interesados en dar cabida en las aulas a una serie de herramientas y recursos para la docencia de las matemáticas que resulten atractivos y de utilidad tanto a alumnos como a maestros.

CAPÍTULO 1: MARCOTEÓRICO GENERAL

Sección 1.1 La competencia docente en matemáticas

Un buen comienzo para este capítulo podría incluir una reflexión sobre la naturaleza de las matemáticas y la vida cotidiana, yendo más allá de las puertas de las aulas y los colegios. Por ello, comenzamos citando un blog de un profesor de matemáticas en una escuela secundaria de Londres, reconocido por el uso de GeoGebra como recurso en el aprendizaje de las matemáticas:

“Mathematics is a way of thinking. The structure of our thought is important to our experience of the world. Some people had negative experience of mathematics in school, or they lack the aptitude necessary to appreciate its beauty and potential, and it is this set of people, along with the students of mathematics, to whom this site is aimed and dedicated” (Bullock, 2012)

Nos parece que, precisamente, reaccionar frente a esa referencia a las experiencias negativas en la escuela es algo fundamental si realmente consideramos las matemáticas como, traduciendo del fragmento, algo “importante en nuestra experiencia del mundo”. Pero nos hemos encontrado con una situación curiosa en los últimos años, y es que muchos de nuestros compañeros de diplomatura y adaptación al grado, formándose como docentes que también podrán impartir matemáticas en las aulas, comparten esas experiencias negativas que les hacen ver las matemáticas como algo abstracto, denso, poco útil o, simplemente, poco atractivo. Por ello creemos que el planteamiento de este Trabajo Fin de Grado debe incluir referencias a la formación del profesorado, ya que consideramos que si un docente no conoce y aprecia su materia, difícilmente podrá despertar el interés por ella entre los alumnos.

Cuando acudimos a la bibliografía buscando referencias sobre la formación en matemáticas, nos encontramos con afirmaciones tales como que uno de los ámbitos donde se relacionan con más fuerza investigación y práctica en esta área es en la formación de profesores (Linares, 2011, pág. 5).

Lo que justifica que, en el uso de las *applets*, mencionemos explícitamente la importancia de proporcionar a los maestros y futuros maestros herramientas que se hayan probado eficaces y no sólo propuestas teóricas para que los alumnos trabajen. Esta atención sobre el profesor se podría justificar parafraseando lo que el propio Salvador Linares añade a continuación de la idea anterior, que es necesario reflexionar sobre aquellas tareas que están dirigidas a que “los profesores adquieran el conocimiento y desarrollen las destrezas necesarias para la enseñanza de las matemáticas” (Linares, 2011, pág. 5). Así que nos parece que tratar la introducción de nuevas herramientas en la enseñanza de las matemáticas es algo de gran importancia y relevancia, sin que la responsabilidad de esta mejora sea algo que deba recaer sólo sobre el alumno, sino que también el propio docente debería plantearse preguntas sobre su competencia docente en el área de las matemáticas y la posibilidad de incorporar recursos como las *applets* en su aula.

Pero si mencionamos la idea de competencia docente en matemáticas no podemos dejar pasar el término sin dar una definición que permita caracterizarla, por lo que nos decantamos por una del mismo autor mencionado antes que, al mismo tiempo que es sencilla, nos servirá como punto de partida. En palabras de Salvador Linares, la competencia docente matemática se define como “el uso del conocimiento para resolver los problemas profesionales de la práctica de enseñar matemáticas” (Linares, 2009).

Dado que, como ya hemos mencionado anteriormente, parece existir una cierta dificultad en el tratamiento de las matemáticas entre los actuales estudiantes enfocados a la docencia en Educación Primaria, nos parece que, si pretendemos que este trabajo muestre una propia competencia docente, la reflexión sobre el problema de la visión poco atractiva de las matemáticas, y cuya mejora es algo que beneficiaría tanto a alumnos como a docentes, cumple con las expectativas puestas en este escrito.

De hecho, al hablar recurrentemente de competencias y matemáticas, resulta casi natural aprovechar la ocasión para reflexionar sobre las competencias básicas que se encuentran ahora explicitadas en los currículos.

En el caso particular de los currículos de matemáticas, existen autores que apuntan sobre la importancia de “plantearnos la riqueza competencial de las actividades que desarrollamos en el aula” (Mora & Rosich, 2011, p. 72), ya que la mayor parte de las actividades que planteamos en el aula combinan diferentes competencias y, en nuestro caso, al usar *applets* matemáticas, tales actividades permiten mostrar fácilmente su aportación a dos de las ocho competencias básicas: matemática y de tratamiento de la información y competencia digital.

Si tomamos el enunciado de la primera de esas dos competencias en el BOE, nos encontramos con un par de fragmentos que nos parecen pertinentes:

La competencia matemática implica una disposición favorable y de progresiva seguridad y confianza hacia la información y las situaciones (problemas, incógnitas, etc.) que contienen elementos o soportes matemáticos, así como hacia su utilización cuando la situación lo aconseja, basadas en el respeto y el gusto por la certeza y en su búsqueda a través del razonamiento. (España, 2007, pág. 7405)

Esta cita la hemos seleccionado porque menciona la disposición y sensaciones que debe despertar el aprendizaje de matemáticas, buscando la confianza y seguridad, y nos parece que la utilización de estas *applets*, que describimos más detalladamente en capítulos sucesivos, responde perfectamente a lo que implica esto. Idea que podemos completar con el siguiente fragmento:

En definitiva, supone aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas de apoyo adecuadas, e integrando el conocimiento matemáticos con otros tipos de conocimiento para dar una mejor respuesta a las situaciones de la vida de distinto nivel de complejidad. (España, 2007, pág. 7406)

Fragmento que nos parece apropiado porque sirve para enfatizar la idea de que las herramientas informáticas para el aprendizaje de las matemáticas, que

ya están creadas, podrían y deberían ser usadas y vinculadas a otras situaciones con distinta dificultad.

Y, de la segunda de las competencias que hemos mencionado, nos quedamos con las líneas siguientes:

En definitiva, la competencia digital comporta hacer uso habitual de los recursos tecnológicos disponibles para resolver problemas reales de modo eficiente. Al mismo tiempo, posibilita evaluar y seleccionar nuevas fuentes de información e innovaciones tecnológicas a medida que van apareciendo en función de su utilidad para acometer tareas u objetivos específicos. (España, 2007, pág. 7407)

Este fragmento se relaciona con la posibilidad de usar las herramientas digitales para resolver problemas, ya sean problemas de índole matemática como para superar las propias dificultades que las matemáticas plantean tanto para los alumnos como para los docentes. Por ello creemos que sirve para justificar nuestro interés por introducir *applets* de distintos tipos entre los recursos que ofrece el docente a sus alumnos.

De este modo, resulta evidente que los docentes no podemos escudarnos en el marco legal para dificultar la entrada de las *applets* en el aula de matemáticas, sino que incluso es un fuerte argumento a favor de llevarlas al aula e implementarlas con normalidad. Así, los maestros nos encontramos con la responsabilidad de solventar nuestras propias dificultades e investigar acerca de aquellas herramientas que podrían facilitar nuestra acción docente, algo en lo que pretendemos colaborar con este escrito.

Sección 1.2 Las TIC en las matemáticas

Si pretendemos recurrir a unas pequeñas aplicaciones informáticas en la didáctica de las matemáticas, nos vemos en la necesidad de justificar el motivo por el que consideramos que la introducción de las nuevas tecnologías es especialmente útil en las clases de esta área.

No podemos negar que vivimos en un momento en que las nuevas tecnologías están cada día más presentes a nuestro alrededor, y que ya no es infrecuente que los colegios dispongan de equipos informáticos variados, desde salas de informática hasta pizarras digitales interactivas (PDI); encontrándose incluso centros donde se pone a disposición de sus alumnos equipos informáticos portátiles. Todo ello ha provocado que el ambiente sea el adecuado para aproximarse a las diferentes asignaturas apoyándonos en esas tecnologías.

Es habitual que en las áreas de Conocimiento del Medio o Lengua se recurra a la búsqueda o creación de información mediante los interfaces portátiles para trabajar los diferentes temas o asuntos que se traten; o que en el aprendizaje de una lengua extranjera se utilice *software* diseñado para ello. Pero lo que no hemos apreciado realmente es el uso de muchos de los recursos que hemos visto a lo largo de la carrera destinados al aprendizaje de las matemáticas.

Sin embargo, recurrir a las tecnologías de la información y comunicación (TIC) sólo porque estén disponibles y se usen en otras materias no nos parece un principio de actuación válido. Por el contrario, creemos que para justificar nuestra propuesta de uso de *applets* en el aula de matemáticas es necesario argumentar motivos sólidos basados en estudios que avalen dicha actuación. Por lo que, a continuación, plantearemos un primer acercamiento al concepto de *applet* y las implicaciones que puede conllevar, aunque en el capítulo 2 se describirán con más detalle aquellas en las que nos centramos.

De forma general, las *applets* son pequeñas interfaces donde el propio alumno puede manipular elementos relacionados con las matemáticas con bastante libertad para poner a prueba sus conocimientos previos y desarrollarlos mediante la acción autónoma, aunque guiada por el profesor. Esto ya nos indica que el uso de estas herramientas matemáticas en el aula pretende encaminarse hacia un cierto tipo de modelo didáctico.

De hecho, si traemos a colación el análisis de María Pilar Jiménez Aleixandre, de la Universidad de Santiago de Compostela, que nos presenta como tres modelos de gran influencia en la actualidad el modelo de transmisión-recepción, el modelo de descubrimiento, y los modelos de corte constructivista (Jiménez Aleixandre, 2000), resulta evidente que nuestra aproximación a las matemáticas pretende superar la visión del primero, dando al alumno una especial participación; y tiende a acercarse a los de corte constructivista (aunque, en muchas ocasiones, la vinculación a un modelo concreto dependerá de cómo plantee el docente su acción en el aula, pasando desde modelos más puros a otros mixtos).



Ilustración 1. Cono de la Experiencia (Dale, 1964, pág. 45)

Si observamos las cualidades que diferencian los modelos didácticos (rol del docente, implicación de los alumnos, etc.) que hemos descrito anteriormente, sin excesiva dificultad podríamos vincularlas con el cono de aprendizaje de Edgar Dale (Dale, 1964), donde se observa que aquellas actividades que implican una mayor actividad por parte del alumno conllevan aprendizajes más potentes y significativos. De este modo, dado que mediante el uso de estas herramientas el alumno manipulará por sí mismo el concepto trabajado, es de esperar que su aprendizaje se vea muy reforzado, mucho más que si sólo contamos o mostramos lo que pretendemos.

Pero también nos parece curioso mencionar que, si bien la demostración de esta idea es reciente, ya se pueden encontrar apreciaciones atribuidas a filósofos antiguos, como es el caso de la siguiente cita adaptada del idioma chino:

“Dime y olvidaré. Muéstrame y me acordaré. Implicame y comprenderé”
Xunzi (312-230 A.C.)

Así pues, observamos que el interés por la implicación del alumno en la construcción de su propio conocimiento parece ser algo digno de tener en cuenta. Y por ello consideramos que las *applets* de GeoGebra pueden resultar muy provechosas, tanto por ser interactivas como estar muchas de ellas presentadas de una forma muy visual.

A este respecto, en un artículo de varios profesores de la Universidad Politécnica de Madrid para la revista de la asociación *World Scientific and Engineering Academy and Society* (Escribano, Giraldo, & Sastre, 2008) se hacía referencia al uso de herramientas gráficas e interactivas, en la enseñanza de las matemáticas, en dos sentidos: como apoyo al docente y como facilitadoras del aprendizaje en los alumnos (precisamente, el trabajo mencionado propone el uso de tutoriales interactivos que utilizan *applets* de Java, como GeoGebra, aunque su propuesta se centra en la Aritmética Modular, pero los principios son los mismos). Estos *applets*, por un lado, ayudan al profesor en sus clases y, por el otro, permiten a los alumnos trabajar y experimentar con ello incluso fuera de clase, contribuyendo así a que el estudiante aprenda, brindándole la oportunidad de experimentar por su cuenta con los conceptos, facilitando así la comprensión, memorización, compromiso y satisfacción de los alumnos, aumentando su motivación e interés.

Resulta, por tanto, que nos encontramos con un tipo de actividades que, además de facilitar el seguimiento de los principios constructivistas, implican al alumno en un proceso que despierta su motivación interna y le permite un margen de libertad y descubrimiento notable.

Pero esto no significa que el uso de las TIC en este contexto no esté libre de obstáculos o dificultades, sino que un profesor, tal como se señala en un estudio de la Facultad de Tecnologías de la Información de Malasia, puede encontrarse con las siguientes seis barreras: falta de tiempo, inadecuada preparación de los profesores, escaso soporte técnico, falta de conocimiento sobre la forma de incorporarlas en el currículo, dificultad para integrar diferentes herramientas en una misma lección, o la falta de TIC en las casas de los alumnos (Chee Keong, Horani, & Daniel, 2005). A pesar de que podría

parecer muy lejano el considerar un estudio originado en Malasia, dado que existe una tendencia global a implementar metodologías docentes propias a los modelos de corte constructivista, como los de investigación dirigida (*inquiry*) en ciencias (Abd-El-Khalick, y otros, 2004), y que los obstáculos mencionados son coherentes con nuestra realidad, creemos que el trabajo de Malasia es de utilidad en nuestro contexto. Eso nos lleva a reseñar que varias de las dificultades descritas arriban implican directamente al docente, lo que parece dar solidez a esta propuesta de enfocar este documento a la formación de todo aquel con interés por la docencia para que repercuta positivamente en los alumnos.

Sección 1.3 Conclusiones del capítulo

Para terminar el capítulo, creemos que es necesario volver a la reflexión inicial sobre las palabras de Micky Bullock y la atracción que pueden despertar las matemáticas. Cuando se trabaja o se entra en contacto con gente que realmente disfruta de las matemáticas, la forma de aproximarse a las mismas cambia, ya que se ven con algo con cierto sentido y perspectiva diferente, favoreciendo el alcance de las metas que se planteen.

Pero, de forma habitual, las matemáticas parecen volverse una materia o área de separación, algo que normalmente se esgrime como elemento diferenciador entre los alumnos “de ciencias” y los “de letras”. Si nos quedamos con esa separación la carrera de Magisterio se suele englobar dentro de las segundas, por lo que parece que puede acoger a aquellas personas que, a lo largo de su escolarización previa, no se han sentido atraídas por las matemáticas y, normalmente, han terminado sintiendo un cierto desapego hacia ellas. Aunque resulta curioso que, según los parámetros de ponderación de la Universidad de Cantabria para valorar las pruebas de modalidad en la selectividad en el acceso al Grado en Educación Primaria, entre las materias que más puntúan al acceder al curso 2013/2014 ⁴ (multiplicándose por

⁴Tal como se lee en la web de la Universidad de Cantabria sobre la PAU (Selectividad) en el documento: <http://www.unican.es/NR/rdonlyres/00014b94/rykiasjnbzpkwifaensqliysuohzmgkc/TablaPar%C3%A1metrosPonderaci%C3%B3nWeb.pdf>

0,2) encontramos tanto Literatura Universal o Latín, como Física y Biología, sin que se potencie especialmente una de esas categorías vulgares (ciencias o letras) sobre la otra.

Sin embargo, a pesar de que esa idea de atribuir a nuestra carrera un mayor peso en los aspectos “de letras” parece ser predominante, entre las funciones de un maestro de Educación Primaria, e incluso de forma quizás menos visible en las otras especialidades, también se encuentra el atender a que todas las competencias se desarrollen en cierto grado, lo que incluye los elementos más relacionados con las matemáticas. Y, si disponemos de bibliotecas de *applets* realizadas por diferentes expertos que pueden ayudar tanto al maestro como al alumno a hacer más atractiva y motivadora su aproximación a las matemáticas, ¿no resulta incluso negligente desaprovecharlas?

Por todo ello, consideramos que nos encontramos en un contexto muy favorable para la aplicación de las *applets* en la escuela: en la mayor parte de los centros encontramos tanto requisitos tecnológicos necesarios como un cierto interés de los profesores por encontrar herramientas que faciliten el enfoque de su labor hacia el marco de las competencias básicas. Además, disponemos de unas generaciones de alumnos que se encuentran inmersos de forma natural en el mundo de las TIC y que disponen de una gran capacidad intuitiva para manejarlas, en muchas ocasiones superior a las de los propios docentes. Lo que nos lleva a pensar que las *applets* de GeoGebra son un recurso adaptado a los tiempos, necesidades y capacidades de alumnos y profesores y pueden permitir que la noción que se tiene socialmente sobre las matemáticas evolucione de manera positiva.

CAPÍTULO 2: DEFINICIÓN Y SELECCIÓN DE *APPLETS*

Sección 2.1 Definiciones: del concepto de *applet* a GeoGebra

Una de las principales dificultades con las que nos encontramos al tratar el término *applet*, como ya hemos mencionado anteriormente, es la de tratar de asignar a este anglicismo un género gramatical en castellano. Cuando buscamos diferentes definiciones nos encontramos que se presentan como programas, componentes de una aplicación, o aplicaciones en sí mismas. Eso nos lleva a la necesidad de establecer un criterio a lo largo de este escrito que nos permita ser coherentes al referirnos a estos elementos. Por ello, dado que la palabra *applet* comparte una evidente raíz con el sustantivo *application*⁵ una de cuyas traducciones al castellano, usando el mismo radical, puede asumirse como “aplicación”, en este trabajo la trataremos como un sustantivo femenino singular, creando su plural añadiendo la terminación en –s: *applets*.

Una vez aclarada la cuestión referente al género de la palabra *applet*, nos centraremos en tratar de encontrar una definición adecuada para comprender este concepto.

Una de las primeras definiciones que se pueden localizar en la red es la que propone la Wikipedia, plataforma virtual abierta a modificaciones por lo que puede resultar más orientativa que precisa ya que, en este caso, no ofrece referencias a ningún autor o experto que avale dicha definición. Pero nos ha parecido que puede servirnos para lograr el primer aproximamiento, expresándose de la siguiente manera:

“Un applet es un componente de una aplicación que se ejecuta en el contexto de otro programa, por ejemplo un navegador web. El applet debe ejecutarse en un contenedor, que lo proporciona un programa anfitrión, mediante un plug in, o en aplicaciones como teléfonos móviles

⁵El diccionario Merry Webster define applet como “a short computer application especially for performing a simple specific task”, siendo su origen *appli-cation* + *-et* e indicando que su primer uso reconocido data de 1990. (Merriam-Webster, Inc.)

que soportan un modelo de programación por applets.” (Colaboradores de Wikipedia, 2013)

Definición que da especial énfasis a la idea de la necesidad de otro programa que actúe como contenedor, aunque esa idea queda matizada en otra definición que nos parece más precisa y adecuada a nuestro objeto de interés

“Los applets son pequeños programas que se incrustan entre otros contenidos dentro de una página web, lo que permite que el acceso a ellos o su aprovechamiento sean mucho más inmediatos o cómodos que, por ejemplo, los archivos creados con hojas de cálculo. Su contenido no es estático sino que permite la interacción por parte del usuario en escenas donde se pueden manipular diversos elementos, observar los cambios generados y extraer conclusiones o aprender a partir de esas interacciones” (Sada, 2011)

Donde de nuevo nos encontramos con esa idea de que requieren de otro elemento, o programa, para poder ejecutarse, aunque en esta ocasión la idea se amplía en otro sentido. Esta cita apunta que el uso de *applets* es más rápido y cómodo que otros recursos, además de que permiten ser manipulados con cierta libertad, idea que nos pareció fundamental a la hora de seleccionar este recurso. Al igual que apuntan profesores miembros de un grupo de innovación educativa en la Universidad Politécnica de Barcelona (X. Bohigas, Montse Bivekk y X. Jaén, 2003), que también hacen referencia tanto al dinamismo que ofrecen estas *applets* como a la interactividad que proporcionan.

Sin embargo, varias de las referencias que se encuentran en relación a las *applets* incluyen otro aspecto que nos parece especialmente relevante, que es el uso mayoritario del lenguaje de programación Java. Así, encontramos definiciones como:

“An applet is a small application designed to run within another application. While the term “applet” is sometimes used to describe small programs included with a computer’s operating system, it usually refers

to Java applets, or small applications written in the Java programming language.

Unlike ordinary applications, Java applets cannot be run directly by the operating system. Instead, they must run within the Java Runtime Environment, or within another program that includes a Java plug-in.”
(Christensson, 2012)

O definiciones como la siguiente, donde se dice que un *applet* es:

“Una manera de incluir programas complejos en el ámbito de una página web. Estos applets se programan en Java y por tanto se benefician de la potencia de este lenguaje para la Red.” (Álvarez, 2002)

Como hemos visto, un elemento recurrente de varias de estas definiciones, además de la noción de aplicación informática que requiere de otro soporte para ejecutarse, son las múltiples referencias a las *applets* que escritas en el lenguaje de programación Java. En nuestro caso, al centrarnos en el programa GeoGebra, conviene corroborar que también se corresponden con el lenguaje Java, algo que confirmamos en el texto del sitio web llamado “GeoGebra en la Enseñanza de Matemáticas” donde nos encontramos la siguiente aclaración:

“Los applets de GeoGebra son un caso particular de applets de Java, el lenguaje en el que está escrito GeoGebra.” (INTEF)

Por lo que resulta adecuado recurrir a una definición que nos centre en este tipo concreto de *applets*, ya que esto nos da pie a comentar las ventajas que ofrece este lenguaje de programación. Dicha definición es la siguiente:

“Java applets are programs written in Java that require a WWW browser or another Java application to run. (A Java application is a standalone program that requires the assistance of the Java interpreter, as the Java Virtual Machine (JVM), to run).” (Kamthan, 1999)

Definición que está sacada de un artículo donde se describen con claridad las ventajas que ofrecen las *applets* de Java, en general, así como algunos aspectos particulares especialmente beneficiosos en el ámbito educativo.

En el citado artículo de Kamthan se apunta a que Java permite crear aplicaciones que destacan ante otros entornos de programación por su velocidad, interactividad con el usuario, su independencia de un *hardware* específico, o numerosas posibilidades de combinación con distintos medios (texto, gráficos, animaciones y sonidos). Lo que hace de este tipo de aplicaciones accesibles y atractivas de forma general.

Pero, en el caso particular de las prácticas de enseñanza y aprendizaje, se apuntan en el mismo artículo varias ventajas que las *applets* Java pueden conllevar. La primera de ellas la define Kamthan bajo el concepto de “Open Class”, señalando que permiten acceder a la información en cualquier momento y lugar, lo que facilita a los alumnos el acceso a estos materiales desde su propio hogar en distintas instalaciones. Otro de los beneficios que se plantean es el sencillo apoyo multimedia que ofrecen estas herramientas, que permiten comunicar y visualizar un concepto de una forma más efectiva que las imágenes fijas o meras descripciones, incluyendo la posibilidad de manipulación de dichas *applets*. Ventaja que se combina con la facilidad con que permiten ejemplificar u ofrecer demostraciones de ideas expresadas en clase de una forma más realista e intuitiva, lo que ayuda a que los alumnos puedan elaborar sus propias conjeturas. Y otro de los principales pros que tiene este lenguaje Java de programación es que es un software gratuito, lo que claramente resulta muy atractivo para toda la comunidad educativa.

De modo que nos encontramos con que el programa GeoGebra, donde se crean las *applets* en que nos vamos a centrar, utiliza este lenguaje de programación, por lo que contamos con todos los beneficios que hemos enumerado. Todo ello nos lleva a la necesidad de explicar qué es este programa. Aunque también es necesario mencionar que, muy recientemente, GeoGebra ha desarrollado una aplicación para el navegador Chrome que no requiere el uso de Java, y que se está presentando a los usuarios de este

software. De hecho, según la Chrome Web Store (tienda de aplicaciones para el navegador Chrome), este software ya ha sido descargado por más de 100.000 usuarios, una muestra de su uso extendido aunque aún se encuentra en un proceso de mejora para acercarlo al modelo de software de ordenador.

GeoGebra es, en palabras de su creador y otro autor (Hohenwarter & Lavicza, 2009) el resultado de una tesis de máster de Markus Hohenwarter en la Universidad de Salzburgo en el año 2002. Este programa ha sido pensado para combinar características de software de geometría dinámica con sistemas de álgebra computacional, siendo sencillo de usar para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Pero no sólo está diseñado para funcionar como un programa, sino que también permite incluir *applets* Java en páginas web. Esta posibilidad nos da la posibilidad de tener una gran cantidad de recursos disponibles en cualquier equipo informático sin la necesidad de instalar el programa de GeoGebra.



En el caso que nos incumbe, en la enseñanza de las matemáticas en Primaria, docentes y discentes se pueden beneficiar, especialmente, de los aspectos relativos a la parte de geometría dinámica incluida en GeoGebra. Esta parte geométrica es la que permite introducir elementos visuales en la interfaz para ilustrar conceptos, ideas, etc. Así nos encontramos con que, dentro de otra página web que abramos con un navegador, puede haber una ventana integrada donde se encuentra la *applet*. Y, en dicha ventana, podremos manipular algunos elementos, los que se hayan diseñado para cada aplicación, realizando diferentes acciones (movimientos, cambios de tamaño, construcción de figuras, etc.) en función del objetivo que tenga el *applet*.

Todo ello nos lleva a plantear la idea de lo que es una *applet* de GeoGebra. Esto nos llevaría a definirla como una *applet*, una pequeña aplicación informática, escrita frecuentemente en lenguaje Java, lo que la dota de una serie de beneficios que ya hemos mencionado. Además, habría que hacer referencia a su presencia integrada en páginas web que permiten su manipulación sin la necesidad de disponer del programa GeoGebra,

combinando la potencia de este software matemático con la claridad visual que ofrece. Aunque, dado que esta definición nos parece insuficiente para ilustrar las posibilidades que ofrecen, en el capítulo próximo mostraremos ejemplos concretos que creemos ayudarán a visualizar mejor estas herramientas.

Finalmente, resulta especialmente relevante comentar que, dado que el programa fue diseñado para facilitar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y que usa habitualmente un lenguaje de programación (Java) con grandes ventajas ya mencionadas, estas *applets* resultan especialmente interesantes para introducirlas en una etapa en que los alumnos aún no han consolidado aquellas malas experiencias a las que hacíamos referencia al principio de este trabajo, permitiéndonos ofrecerles una visión más interactiva y atractiva de las matemáticas. Para finalizar, recordemos que no somos los únicos en considerar el valor de GeoGebra en este contexto, como muestran los numerosos premios internacionales recogidos por este *software*: tales como el *Multimedia Educational Resource for Learning and Online Teaching Classics Award, 2013* (Las Vegas, Nevada); *National Technology Leadership Award, 2012* (Washington D.C.) o *Association for Educational Communications and Technology Distinguished Development Award, 2008* (Orlando), entre otros.

Sección 2.2 Nuestra fuente de *applets*: El Proyecto Gauss

Ahora que ya disponemos de la idea de lo que las *applets* son y de lo que pueden aportar como herramientas informáticas, principalmente en lo que se refiere a los aspectos más técnicos, y antes de ejemplificar tales *applets*, nos parece interesante centrarnos en los lugares donde podemos encontrarlas.

Uno de los peligros que, a nuestros ojos, puede conllevar el presentar una nueva herramienta a través de sólo unos pocos ejemplos para integrar en el aula es que, precisamente, nos quedemos sólo con los ejemplos planteados. En muchas ocasiones, cuando se presenta un modelo didáctico de éxito, más enfocado al trabajo globalizado o investigativo, nos parece que existe la tendencia de tratar de reproducir literalmente la experiencia mostrada. En un primer momento no tendría por qué ser algo especialmente negativo. Sin

embargo, el problema puede llegar al tratar de ir más allá. Si el cambio que hemos introducido de manera puntual en nuestra práctica docente para testar el nuevo método resulta satisfactorio, lo normal es que se trate de extender a otros temas del currículo, pero eso no siempre resulta tan sencillo. Al trabajar partiendo de un ejemplo particular, el generalizar sobre él resulta laborioso y difícil, algo que puede desanimar al docente a implementarlo.

Por todo ello, tratando de facilitar que un docente pueda acceder a una gran cantidad de *applets* en nuestro caso concreto, nos parece conveniente comenzar mencionando una gran fuente de *applets* de GeoGebra ordenadas y estructuradas de una forma accesible y aplicable a la programación del área de matemáticas. De este modo, al hablar de la fuente antes de mencionar ejemplos o experiencias, esperamos lograr animar al docente a que recurra a ellas gracias a la manera en que se organizan y presentan.

Aunque existen diferentes proyectos o bibliotecas de *applets* creadas por distintos organismos o con distintas finalidades⁶, en nuestro caso nos ha parecido conveniente centrarnos en aquellas que se encuentran en el Proyecto Gauss. Proyecto desarrollado por el INTEF donde podemos encontrar una gran cantidad de *applets* de GeoGebra tanto para Educación Primaria, como Secundaria y Bachillerato, que parecen abarcar prácticamente la totalidad de contenidos mínimos de las matemáticas.

Además, una de las principales ventajas de estos recursos es que no incluyen meramente las *applets* que ejemplifican o muestran los contenidos, sino que muestran una introducción a la actividad, las instrucciones necesarias para manipular las *applets* e incluso cuestionarios referentes a la construcción de GeoGebra, lo que hace que casi podamos hablar de que este proyecto como algo más que un depósito de *applets*. En nuestra opinión, el hecho de que vayan más allá de presentar tan sólo la actividad creada en GeoGebra e incluyan un evidente factor de comprensión lectora es algo muy positivo. Dado que en la actualidad se pretende que las competencias se desarrollen en el

⁶En el Capítulo 4 mencionamos otros dos sitios web donde encontrar *applets* de GeoGebra creadas y/o organizadas por docentes de un centro educativo concreto.

aula más allá de los límites horarios de las áreas, este tipo de planteamientos ayudan a que las matemáticas ya no sean tan sólo ejercicios mecánicos.

Pero ahí no queda todo. En la explicación de la forma en que se han diseñado estos “ítems didácticos” (como a menudo se denominan en el Proyecto Gauss, refiriéndose al conjunto de *applets*, instrucciones, cuestiones y comentarios para el profesor) nos encontramos con las siguientes palabras referidas a dichos ítems:

“Están diseñados para ser utilizados tanto sobre pizarra digital como en ordenadores. Así, el Proyecto Gauss, aporta a la comunidad escolar una forma diferente y creativa de enseñar y aprender matemáticas.”
(INTEF)

Esa cita hace hincapié en dos ideas. Por un lado, en que proporciona una manera diferente y más creativa de acercarse a las matemáticas y en que dice ser creativa. Aunque podemos estar de acuerdo con la primera parte, nos parece que considerarla creativa, en sí misma, es algo excesivo, ya que la creatividad depende de la aproximación que, usando tales ítems, haga el profesor en el aula. Aunque sí que es cierto que creemos que, al menos, es posible que facilite una aproximación más creativa a las matemáticas.

Y la segunda idea que nos gustaría recalcar es la que se enuncia en primer lugar en la cita anterior. Allí se menciona que estas actividades han sido diseñadas tanto para pizarra digital como para ordenadores, algo que, tomado en conjunto con la oración que la acompaña en la cita, parece ser uno de los argumentos que sustentan las ideas apuntadas en el párrafo anterior. No obstante, nos parece aventurado asumir que, simplemente por encontrarse en un soporte reproducible en equipos tecnológicos, impliquen una mejora de la calidad docente. Creemos que la implicación de los alumnos es uno de los principales argumentos que podrían esgrimirse para defender la validez de estas *applets* y de los elementos didácticos que las acompañan, como elementos innovadores que generen una mejora en el proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. En este tipo de actividades, planteadas de la

manera adecuada, esa implicación de los alumnos se manifestará cuando estos tengan que trabajar sobre una situación concreta, siguiendo una serie de instrucciones y reflexionando sobre los resultados obtenidos, yendo más allá de la mera repetición de algoritmos de resolución concretos.

También es cómodo para el profesor el hecho de que estas *applets* están agrupadas por etapas educativas y, dentro de cada etapa, por bloques temáticos, aunque sin indicar, de entrada, a qué curso o ciclo están dirigidas. Esta forma de agruparlas nos parece llamativa porque parece aceptar que los currículos educativos establecen una serie de contenidos mínimos, pero no se establece un máximo, por lo que es posible traer al aula una actividad que pareciera propia del temario de un curso superior pero sin caer en el riesgo de que tanto el profesor como los alumnos lo vean como algo excesivamente complicado y manifiesten de reticencias iniciales. Sin embargo, tampoco debemos olvidar que no todos los alumnos son iguales en cuanto a su ritmo y modo de aprendizaje, por lo que el Proyecto Gauss también incluye en algunas actividades la posibilidad de acceder a una versión con un nivel algo superior o inferior.

Para concluir este apartado, creemos que el Proyecto Gauss es un excelente recurso a incluir en la acción docente de los profesores de matemáticas que estén interesados en introducir las nuevas tecnologías de una forma útil y beneficiosa en las aulas. La gran cantidad de actividades, las explicaciones que contiene, la posibilidad de descargar las actividades en archivos comprimidos en caso de no tener acceso a internet, la forma de agrupar dichas actividades, etc. nos permiten a los docentes canalizar con facilidad la docencia de las matemáticas hacia un enfoque más atractivo para toda la comunidad educativa. Pero sin olvidar tampoco que la gratuidad y facilidad de uso de GeoGebra puede permitirnos crear nuestras propias actividades y *applets* más enfocadas a aspectos concretos y que podremos incluso compartir con otros docentes a través de los canales adecuados.

Primaria	
Novedades	
Aritmética	
Naturales y enteros	
Patrones	
Decimales y fracciones	
Cálculo mental	
Geometría	
Acertijos	
La necesidad de medir	
Procedimientos	
Ángulos	
Polígonos	
Escalas y planos	
Figuras curvas	
Simetrías	
Cuerpos	
Estadística y probabilidad	
Recuento	
Medidas	
Estimación	

Ilustración 3. Contenidos de Primaria del Proyecto Gauss

CAPÍTULO 3: MÁS ALLÁ DE LA DEFINICIÓN DE *APPLETS*: Algunos ejemplos del Proyecto Gauss.

En el capítulo anterior hemos buscado una definición más bien teórica para las *applets*, centrándonos en las creadas con GeoGebra. Pero explicarlas sólo desde una perspectiva teórica nos parece insuficiente. Si, ya en la sección 1.2, mencionamos la idea de que la mera enunciación o explicación de una idea o concepto dificulta que alcance cierta significatividad en su conocimiento mediante el diagrama de Dale, ahora resulta evidente que, siendo coherentes, debemos ir algo más allá. Por eso, en este capítulo, vamos a mostrar algunas *applets* concretas tomadas del Proyecto Gauss y a comentar la forma en que funcionan y los elementos que aportan para ayudar al aprendizaje.

El primer factor importante, a la hora de plantear estos ejemplos, es escoger algunos que resulten útiles, claros y aplicables al aula con facilidad. Y eso nos ha llevado a considerar una idea que puede resultar interesante incluso para introducir poco a poco las *applets* en una clase de Primaria (entorno al tercer ciclo de esa etapa educativa). Nuestra intención es mostrar ejemplos que se relacionen con la medición de distintas magnitudes. Pero no queremos centrarnos en el hecho de medir, sino comenzar un paso más atrás, tratando sobre la importancia de medir.

Es un hecho conocido que nuestro cerebro interpreta la realidad que perciben los ojos y le da un sentido, lo que puede llevar a que se den situaciones donde la reconstrucción mental incluya aspectos que no se encontraban en origen. Este es el caso de las ilusiones ópticas, donde la imagen de la realidad queda condicionada por las estrategias del cerebro para reconstruirla. Cuando se está trabajando con aspectos relativos a la geometría en el aula, este tipo de ilusiones pueden llevar a una serie de intuiciones y especulaciones erróneas que no se corresponden con la realidad. Y esta contradicción aparente entre la realidad y las impresiones que recibimos puede resultar de gran interés en el trabajo con las matemáticas, algo que se desarrolla en un artículo de Velasco Cebrián y de donde tomamos una explicación para estas ilusiones:

Estas ilusiones que surgen a partir de las imágenes se producen debido a que la mente configura elementos que llegan a ella a través de una interrelación entre la percepción visual y las representaciones que guardamos en la memoria. (Velasco Cebrián, 2012)

Al trabajar con estas ilusiones como punto de partida del trabajo con las matemáticas esperamos lograr dos objetivos. Por un lado lograr que los alumnos comprendan la importancia de realizar mediciones adecuadas sobre la realidad para disponer de datos más objetivos que los proporcionados por los propios sentidos, lo que nos permitirá trabajar los distintos tipos de mediciones con los alumnos. Y, por el otro lado, que desarrollen un sentido crítico ante la realidad que les rodea, algo que puedan extrapolar a otras materias o situaciones. Si introducimos a los alumnos en la noción de que los sentidos pueden equivocarse, sin necesidad de entrar en profundidad en las leyes de la corriente de la Gestalt, esperamos que ellos sean capaces de comprender la importancia de las matemáticas y la forma de usarlas para corroborar la realidad, o para dudar de ella.

Por todo lo anteriormente explicado, al mismo tiempo que proponemos una forma de introducir las *applets* de GeoGebra en el aula con esta actividad, ofrecemos al lector algunos ejemplos de estas aplicaciones, tal y como las presenta el Proyecto Gauss. Las siguientes imágenes han sido todas ellas tomadas como capturas de pantalla de la página oficial del Proyecto (<http://recursostic.educacion.es/gauss/web/>).

Sección 3.1 Falsas apariencias: un par de mesas

La primera de las ilusiones ópticas que vamos a comentar utilizando las *applets* de GeoGebra se presenta en el Proyecto Gauss con la explicación que se observa en la siguiente imagen:

Mesas

Nuestra mente está acostumbrada a interpretar la visión binocular que recibimos de los objetos de tres dimensiones a través de los ojos. Sin embargo, las figuras planas (dibujos, planos, fotografías, animaciones, cine...) pueden engañarnos debido a su falta real de profundidad, lo que a menudo causa interpretaciones ambiguas o erróneas. Este fenómeno puede ser potenciado si distorsionamos a propósito algunos aspectos del dibujo, creando falsas perspectivas, por ejemplo.

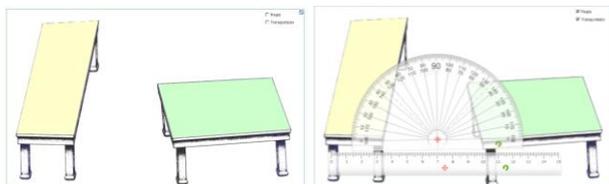
Las mediciones son necesarias para averiguar distintas características de un objeto, como área, volumen, inclinación, peso, etc. Pero además evitan que nos dejemos engañar por nuestra percepción visual.



Pulsa sobre esta imagen
para ver las instrucciones de uso

De entrada nos encontramos con el título que encabeza la actividad, algo que ya indica los elementos que vamos a manipular al usar la aplicación de GeoGebra. Junto a ese título aparece un símbolo que, al pulsar sobre él, nos redirige a una actividad diferente, pero de características similares. Y después aparece un texto nos describe en qué se basa la actividad, que en este caso es en el factor ilusorio de las perspectivas en el papel, además de ofrecer las indicaciones correspondientes a la manipulación de esta *applet* simplemente pulsando sobre la imagen del ratón (explicación que suele indicar la manera de mover y girar los elementos de medida en este tipo de actividades).

Más adelante, una vez que la actividad ha quedado presentada de forma sencilla y motivada, nos encontramos el recuadro con la *applet* que manejaremos. Como se observa en las siguientes ilustraciones, nos encontramos con un par de mesas coloreadas en dos tonalidades distintas y la posibilidad de usar una regla y un transportador de ángulos. Con este planteamiento ya podríamos intuir y plantear una forma de actuación, aunque en un primer momento sería interesante simplemente comentar la situación con que nos encontramos a través de esas imágenes.



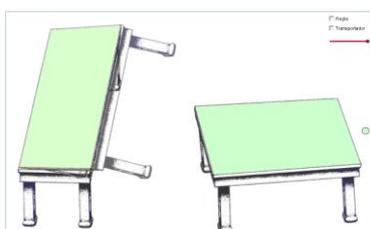
Así, es posible que a nuestros alumnos les parezca un dibujo bastante sencillo: dos mesas colocadas en distinta posición del mismo estilo aunque, aparentemente, de diferentes tamaños. Pero dado que disponemos de una

regla y un transportador, alguno de nuestros alumnos podría sospechar que la actividad va a tratar de encontrar algo en relación a las medidas de la mesa, cuestiones que se especifican en las preguntas que se plantean debajo del recuadro del applet que describe esta actividad:

Preguntas

1. Observa la superficie superior de las mesas, pintadas en verde y en amarillo. ¿Son iguales en tamaño? ¿Tienen la misma forma?
2. Con ayuda de la regla y el transportador, mide los lados y ángulos interiores de ambas mesas. Anota las medidas en tu cuaderno. ¿Qué tipo de cuadriláteros son? ¿Son iguales?
3. Haz clic hacia la mitad del borde derecho de la mesa verde y arrastra hacia la derecha, fuera de la mesa. Al hacerlo, estarás arrastrando un punto que se hará visible cuando no lo tape la mesa. Una vez hecho, aparecerá un deslizador en la parte superior derecha. Deslízalo para comprobar visualmente tus mediciones.

Ahí nos encontramos con indicaciones para medir las longitudes y los ángulos de las mesas, algo que puede servir tanto para repasar el uso de instrumentos de medida como para hacer referencia ligera a los tipos de ángulos y la forma en que la perspectiva los manipula. De hecho, no resultaría extraño que alguien dijese que los ángulos de la mesa son rectos (ya que es lo que el cerebro suele interpretar con estas imágenes en perspectiva) aunque el punto interesante de esta actividad radica en que, aunque el cerebro interpreta la mesa amarilla como más grande, la verdad es que su superficie es igual que la de la mesa verde y sus ángulos son iguales. Esta realidad la podríamos comprobar usando los instrumentos de medida o aplicando las indicaciones de la tercera pregunta, que nos permite girar la mesa y superponerla sobre la amarilla, tal y como se muestra en la siguiente ilustración:



De modo que nos encontramos con que esta actividad, de un aspecto tan sencillo y simple, nos permite introducir a los alumnos en el mundo de las ilusiones ópticas y los engaños de la percepción, mientras trabajamos con las medidas. Todo ello, en conjunto, puede servirnos para justificar la importancia de las matemáticas en la escuela en tanto en cuando nos ofrece las herramientas necesarias para cuantificar y comparar la realidad de una manera más objetiva que con los meros sentidos.

Sección 3.2 Arcos de circunferencia

La segunda de las actividades que planteamos utiliza otras estrategias para comprobar que nuestra intuición nos engaña. En vez de utilizar manualmente instrumentos de medida, como vamos a trabajar con arcos de circunferencia, será la propia *applet* la que nos ofrezca los datos con los que trabajaremos.

La actividad se explica en la página del Proyecto de la siguiente manera:

Arcos ✖

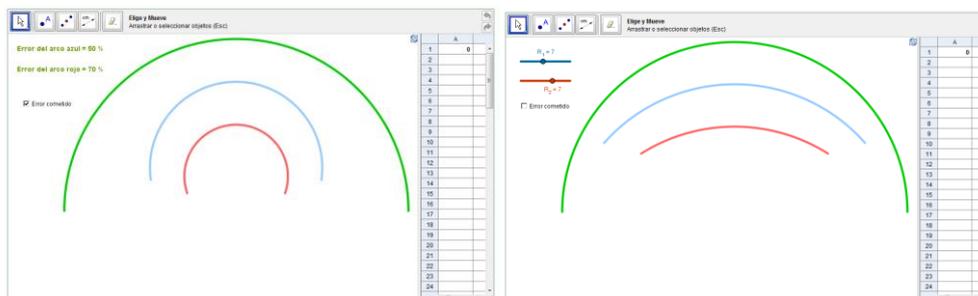
El cambio de alguna característica de un objeto puede afectar a cómo percibimos otras características que sin embargo se mantuvieron sin cambios. Este hecho nos obliga a realizar mediciones para asegurarnos de las medidas reales de los objetos.

En esta actividad se te presentarán tres arcos de distinta longitud. El mayor, en verde, está fijo. Deberás intentar que los otros dos, de menor longitud, tengan la misma curvatura que el verde, es decir, que los tres pertenezcan a circunferencias del mismo radio.

Preguntas

1. Desactiva la casilla "Error cometido" y mueve los deslizadores que aparecen hasta que pienses que la curvatura de todos los arcos es la misma. Entonces, vuelve a activar "Error cometido". Realiza esto varias veces hasta que el error sea cero en los dos arcos. ¿Te ha costado conseguirlo? ¿Te parecen que los tres arcos se pueden colocar sobre la misma circunferencia?
2. Usa las herramientas para realizar la comprobación de la medida del radio. Para cada arco, haz lo siguiente. Primero coloca un punto sobre él (herramienta Nuevo Punto). Después, encuentra su centro (herramienta Centro). Por último, mide la distancia entre ambos puntos (herramienta Distancia). Si creas algún punto indebido, puedes borrarlo con la herramienta "Elimina Objeto". ¿Cuál es el radio igual que deben tener los tres arcos?
3. Haz un clic en la celda A1 de la hoja de cálculo y escribe el valor de ese radio. Si ese valor es correcto, podrás mover los arcos azul y rojo hasta superponerlos con el arco verde y comprobar visualmente lo que ya habías comprobado con mediciones.

En este caso conviene seguir las indicaciones que acompañan a las preguntas ya que puede no resultar tan evidente la forma en que se manipulan los elementos disponibles y los datos que devuelve el programa. Pero, antes de comentar con algo más de detalle esta actividad, mostraremos dos capturas donde se observa la situación inicial y la situación final:



En un primer momento observamos que tenemos que desactivar la casilla de “Error cometido” y eso nos muestra un par de controles deslizantes con los que variamos el radio de los arcos de circunferencia cambiantes. Pero mientras se

manipula esta variable no se muestra el error que hay respecto al radio de la circunferencia a la que pertenece el arco fijo, por lo que el usuario tiene que probar tratando de igualar ese dato. Sin embargo, no es una actividad tan sencilla como parece. Pero, por la colocación de los arcos, cuando se llega al porcentaje de error 0% da la sensación de que los arcos no comparten el mismo radio.

Sin embargo, el que según esta *applet* sus radios sean iguales, no es algo que el usuario tenga que asumir inocentemente como válido, sino que se puede comprobar. Las siguientes dos preguntas nos guían en el uso general de este programa, aunque sólo en las herramientas necesarias, para comprobar que los arcos en la posición final se corresponden con el mismo radio.

Por ello, esta actividad, además de permitir trabajar con las ilusiones y la forma en que el cerebro interpreta la realidad, también puede servir como introducción a un uso más profundo de GeoGebra, iniciando a los alumnos en el uso de las herramientas de este software.

Sección 3.3 ¿Áreas cambiantes?

El tercer y último ejemplo de actividades con *applets* lo hemos seleccionado porque incluye elementos en movimiento, a diferencia de los casos anteriores donde la situación de partida era fija. Con ello pretendemos lograr dar una idea más cercana de las posibilidades que ofrecen estas herramientas y lo atractivas que pueden llegar a resultar.

Además, este ejemplo enfatiza la importancia de medir las superficies o áreas, dado que lo que se observa a simple vista puede dar lugar a errores de apreciación, idea que de nuevo se observa en la presentación de las actividades:

Eclipse parcial

Habitualmente, a través de los ojos recibimos una gran cantidad de información sobre nuestro entorno. Sin embargo, sabemos desde hace miles de años que no debemos fiarnos excesivamente de la vista. Necesitamos, comprobar la exactitud de nuestras observaciones y, si es posible, incluso hallar una explicación razonada de lo que vemos.

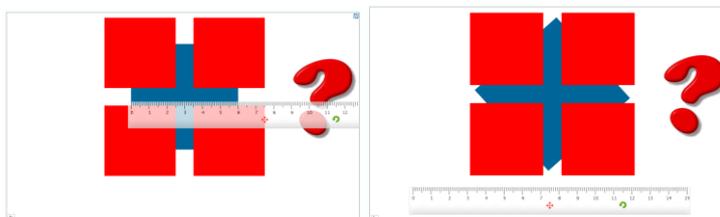
Las mediciones son necesarias para averiguar distintas características de un objeto, como área, volumen, inclinación, peso, etc. Pero además evitan que nos dejemos engañar por nuestra percepción visual.

En este caso la imagen que nos encontramos y sobre la que trabajamos la componen cuatro recuadros rojos, opacos en un primer momento, que cubren parcialmente a un cuadrado azul que, al pulsar el botón en la parte inferior izquierda, gira en torno a su centro. Precisamente ese movimiento es la base de esta ilusión en la que parece que dicho cuadrilátero cambia de tamaño y que guía las instrucciones de la actividad:

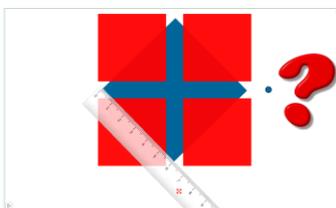
Preguntas

1. Activa la animación pulsando el botón . Observa atentamente el cuadrado azul, mientras gira. ¿Mantiene siempre el mismo tamaño?
2. Con ayuda de la regla, mide el lado del cuadrado azul. ¿Cuánto mide? Para la animación en diferentes momentos. ¿Cambia esa medida según el giro del cuadrado o no?
3. Haz clic sobre el centro del cuadrado azul y arrastra hacia un lado, fuera del marco formado por los cuadrados rojos. Al hacerlo, estarás arrastrando un punto que se hará visible cuando no lo tape ningún cuadrado. Una vez hecho, los cuadrados rojos se harán transparentes y podrás comprobar cómo el efecto desaparece. ¿A qué crees que puede deberse que los ojos "nos engañen" cuando los cuadrados rojos no son transparentes?

Véanselas figuras que mostramos a continuación, donde observamos la aparente variación del tamaño entre las dos imágenes del cuadrado azul.



Esto nos lleva a usar el botón de control del movimiento para poder detenerlo y utilizar la regla para medir el lado, obteniendo que su longitud es la misma en cualquier punto del giro. De hecho, para reforzar esta idea, existe la posibilidad de dar a los paralelogramos rojos la propiedad de ser translúcidos para poder observar el movimiento real del elemento móvil.



CAPÍTULO 4: UNA VISIÓN DESDE LAS EXPERIENCIAS REALES DE DISTINTOS CENTROS EDUCATIVOS

Todos los beneficios que hemos comentado relativos al uso de estas *applets* de GeoGebra no se quedan sólo en elementos puntuales y menciones teóricas. En la actualidad se pueden encontrar experiencias en diferentes centros donde se usan tales *applets* durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos en diferentes etapas y niveles. Estos colegios apuestan por el uso de estas *applets* en combinación con la dotación tecnológica de que disponen (generalmente ordenadores portátiles y PDI) para lograr un acercamiento diferente a las matemáticas.

A continuación nos referiremos a dos experiencias diferentes que nos parecen relevantes por la diferencia de la edad de los alumnos que participan en ellas. Una se corresponde con una página donde se han creado recursos con *applets* de GeoGebra para Educación Infantil (entre tres y cinco años de edad). Y la otra se orienta al trabajo con alumnos del último ciclo de Educación Primaria (alrededor de once años), a la que destinamos algo más de detalle puesto que es la etapa educativa acorde con mi formación docente.

Sección 4.1 MatemaTICinfantil⁷

Esta experiencia se basa en el uso de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) en las aulas de Educación Infantil para la adquisición de nociones matemáticas básicas. Para ello se presentan una serie de actividades pensadas para ser usadas sobre una PDI donde el niño pueda manipular los elementos diseñados a tal efecto con facilidad. Intentando, de este modo, mejorar una serie de capacidades explicitadas en las guías didácticas.

Durante la búsqueda de experiencias escolares donde se utilizan *applets* de GeoGebra para enseñar matemáticas, nos encontramos la página de MatemaTICinfantil, que hace referencia a “un proyecto que busca explorar las posibilidades de integración de un software de geometría dinámica en el

⁷ Información referente a este proyecto en el sitio web: <http://catedu.es/matematicinfantil>

desarrollo curricular de Educación Infantil utilizando como herramienta de aula la pizarra digital interactiva” (Blasco, Plaza, Alonso, & Soguero, 2013).

Se trata de un proyecto de cuatro docentes de Teruel de distintas etapas educativas: dos profesoras de Educación Infantil y dos de Matemáticas en institutos, siendo todos ellos de diferentes centros. Estos profesionales han propuesto en esta página web una serie de actividades ordenadas por temáticas (la ciudad, el espacio, los animales, etc.) y con las indicaciones pedagógicas que se utilizan para organizar estas actividades y clasificarlas por edades. Esta relación es importante porque, aunque las actividades son variadas y ofrecen cierta flexibilidad, es cierto que hay contenidos pensados para alumnos de edades específicas. Y, una vez seleccionada una temática, si accedemos a su guía didáctica, nos encontramos una descripción de sus objetivos, contenidos, indicadores de evaluación, etc. Sin embargo, quizás lo más interesante que podemos encontrar es que, dentro de cada tema, las actividades se organizan en función de lo que buscan.

Ya que no queremos centrarnos en esta etapa, a modo de ejemplo señalaría que, accediendo a la unidad didáctica denominada “Los Castillos”, las actividades que se proponen abarcan los siguientes factores: grafo-motricidad, asociación número-cantidad, medida, formas geométricas y atención visual. Pero todas estas actividades unen un aspecto atractivo con un cierto margen de manipulación, lo que, a nuestro modo de ver, hace que estos recursos supongan una potencial mejora en las prácticas de aula.

Aunque el tema central de este trabajo se centra en las *applets* de GeoGebra para Educación Primaria, nos ha parecido conveniente mencionar estas actividades que, aunque están pensadas para otra etapa, podrían servir de base para introducir estas herramientas desde el primer ciclo de Educación Primaria. Además, el hecho de que muchos colegios sean Centros de Educación Infantil y Primaria, puede hacer que este abordaje se inicie desde una edad muy temprana y que luego se prolongue en el tiempo. Idea que complementamos en la siguiente sección donde nos encontramos una experiencia relativa al último ciclo de Educación Primaria.

Sección 4.2 CEIP El Lloreu⁸

En este colegio de Asturias nos encontramos un compromiso con las nuevas tecnologías muy extendido en las materias generales (lengua, matemáticas y conocimiento del medio) del último ciclo de primaria, tal y como se comenta en la red Buenas Prácticas 2.0 (Salgueirio, Jose Antonio, 2012). En este documento de audioescuchamos a un tutor de quinto curso, a varios alumnos y algunas opiniones de madres de alumnos explicando y opinando sobre esta incorporación de las nuevas tecnologías en las aulas y en el trabajo en casa.

Más allá de los cambios que supone en el aula, quizás lo más destacable son las opiniones vertidas por las madres donde hablan del interés que despiertan estas herramientas en sus hijos. En muchos casos comentan que, si antes usaban el ordenador en casa para el ocio (Hotmail, Messenger, redes sociales), ahora lo utilizan como elemento de aprendizaje afrontando las actividades que inician en clase. Pero, además, lo que más puede animarnos a incorporarlas es el hecho de que algunas familias declaran que ellos mismos esperan la llegada de sus retoños con ganas por conocer más sobre las nuevas tecnologías. En todo ello podemos observar que la incorporación de elementos TIC supone un cambio que afecta a toda la comunidad.

Sin embargo, aunque en este centro observamos una presencia importante de las nuevas tecnologías, nosotros nos centraremos en su aproximación al uso de las *applets* de GeoGebra. Más concretamente, hemos podido contactar con el profesor Nacho Miguel, de sexto curso, para comprender la manera en que implementan el uso de estas *applets* en el aula.

En su escrito (que hemos incluido como Anexo número 1) podemos leer que presenta el uso de estas herramientas de GeoGebra en cuatro niveles de complejidad creciente para satisfacer las necesidades del aula. Esto nos muestra otro ejemplo de la gran versatilidad que ofrece este *software*: desde el apoyo a la explicación del docente hasta la creación de *applets* por parte de los propios alumnos.

⁸ Centro que dispone de un blog general donde podemos encontrar muestras de su compromiso con las nuevas tecnologías cuya dirección es <http://cpilloreu.blogspot.com.es/>

En los dos niveles más básicos que plantea este docente, el alumno utilizaría *applets* ya creadas para reforzar sus estrategias de aprendizaje. En la forma más básica se usarían para ilustrar lo que se explica en el aula y, en un nivel por encima partiríamos de una *applet* sobre la que los alumnos experimentarían e indagarían, logrando que el aprendizaje de las matemáticas responda ya a una visión más participativa e investigativa (aspectos que ya mencionamos como importantes en el capítulo primero).

En ese momento inicial el alumno no necesita apenas conocimientos de manejo de estas herramientas, ya que el uso que se les da es sencillo y se busca más el acto reflexivo, por lo que estos dos primeros niveles de actuación son bastante asequibles para los docentes que dispongan de una noción mínima de este tipo de herramientas. Por todo ello, una implementación en el aula básica de las *applets* de GeoGebra se correspondería con estos niveles y no requeriría una especial habilidad informática o matemática en el maestro.

Sin embargo, en los dos niveles siguientes, ya es necesario disponer de unas habilidades de manejo de GeoGebra. Al llegar a este punto trataríamos de crear *applets* propias para responder a nuestras necesidades concretas. En el nivel más básico dentro de esta fase la responsabilidad de la creación recaería sobre el docente aunque, al igual que comenta este docente de El Lloreu, el uso de GeoGebra resulta bastante intuitivo y no excesivamente complicado, por lo que podría ser un salto bastante asequible para aquellos docentes que no conozcan el programa. No obstante, si ya se ha tenido algo de experiencia con GeoGebra, esta etapa no debería implicar ningún problema serio. Y, en el último nivel que nos plantea Ignacio, serían los propios alumnos los que crearían sus propias *applets*.

Al afrontar la creación de *applets* de GeoGebra específicos para el aula incrementamos notablemente la cercanía de los recursos a nuestro propio contexto y el interés que suscitan en nuestros alumnos. De hecho, nos parece que, incluso aunque sea el docente el que crea la aplicación, los alumnos se verán más atraídos ya que ha sido algo creado y destinado específicamente a ellos, sintiéndose así como la parte implicada que son en la realidad del aula,

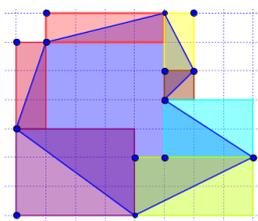
algo que en ocasiones puede quedar en duda por recurrir a actividades estandarizadas y genéricas como las que presentan los libros de texto que usan alumnos de diferentes centros.

Pero podemos ir más allá. Como ya hemos mencionado, GeoGebra es un programa de geometría dinámica muy intuitivo. Por ello, los alumnos, con una asequible formación en el uso de este *software* que se puede lograr progresivamente implementando los niveles anteriores, pueden crear sus propias *applets* con fines diferentes, aunque resulta especialmente útil para la faceta más geométrica de las matemáticas. Si un alumno se ve capaz de utilizar sus conocimientos para crear algo que sirva tanto para aprender como para consolidar o ampliar conocimientos, entonces estaremos logrando que el alumno vaya mucho más allá de la mera adquisición de conocimientos para alcanzar la capacidad de aplicación y de resolución de situaciones diferentes mediante estrategias propias.

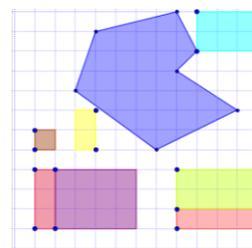
No obstante, si nuestros alumnos crean sus propias *applets* resulta sencillo ir más allá de los límites del aula. En la propuesta para el uso de las nuevas tecnologías de este centro, tal y como se menciona tanto en el archivo de audio mencionado anteriormente como en la información proporcionada por el profesor Ignacio Miguel, nos encontramos con que se usan *blogs*, tanto de aula como personales de los alumnos. Y es en esos soportes donde podríamos mostrar estos recursos para aumentar su motivación. Si lo que se trabaja y se crea en el aula por parte de los alumnos se puede mostrar a las familias y a otras personas de la comunidad educativa, el interés por mejorar y aprender de los alumnos aumentará notablemente, ya que sentirán que están contribuyendo y siendo reconocidos ante la sociedad que les rodea.

Por todo ello, ahora nos resulta casi obligatorio hacer mención a algunas de las *applets* que han creado los alumnos de este docente con el que hemos contactado, ya que así estamos tanto ilustrando las posibilidades de creación de alumnos del tercer ciclo de Primaria como dando visibilidad a los resultados del trabajo de estos alumnos.

El primer ejemplo que observamos es una actividad sencilla. Partiendo de una superficie compuesta por un polígono irregular, se busca calcular su área. Para ello se trata de construir una serie de rectángulos que, colocados

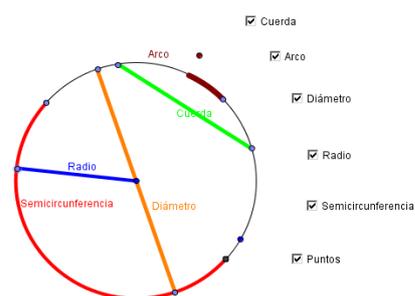
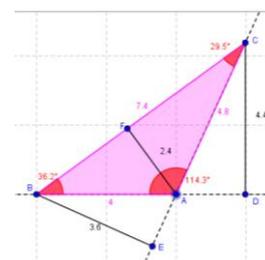


sobre la imagen, permitan simplificar el cálculo. En este caso vemos los rectángulos diseñados (cada uno de ellos se puede rotar y desplazar) y su colocación para simplificar la superficie,



tomado del blog de Daniel, un alumno de sexto (Linde Lopez).

Otro ejemplo de actividad, con una complejidad algo mayor en cuanto al uso de GeoGebra y en las nociones sobre geometría, es la siguiente, creación de otra alumna (Arias Sanchez, 2012) de este curso que construye un triángulo del que podemos desplazar sus vértices de la manera que queramos mientras observamos la variación de los ángulos, o las alturas del mismo. Siendo este último concepto, el de altura, uno de los que más problemas pueden dar dado que, en algunos casos como el del dibujo, pueden quedar fuera del perímetro del polígono, algo que a muchos alumnos les cuesta comprender. Por ello, tener un triángulo que se puede alterar con facilidad es una gran ayuda visual y experiencial.



Finalmente, el último ejemplo, creado por Diego (Martinez Muñoz, 2012), es un compendio de los elementos de una circunferencia. Uno de los aspectos más interesantes de esta *applet* es que podemos variar el radio de la circunferencia, desplazar el radio, el diámetro y

la semicircunferencia o tomar diferentes arcos y cuerdas. Aunque también podemos ocultar aquellos elementos que no nos interesen en un momento dado. Todo ello nos permite trabajar con facilidad estos conceptos y, por ejemplo, ilustrar que un diámetro es una cuerda que mide el doble del radio, algo que en un dibujo sobre el papel sería difícil de mostrar.

CONCLUSIONES

A lo largo de este trabajo hemos conocido un recurso que se sustenta en el uso de las nuevas tecnologías para la docencia de las matemáticas. Las *applets* permiten dar un nuevo enfoque a los procesos de enseñanza-aprendizaje ya que permiten un mayor grado de manipulación directa que las actividades más tradicionales sobre el encerado o el papel, algo que se ha probado más eficaz que la mera actitud receptiva del alumno hacia los conocimientos que ofrece el profesor.

Sin embargo, esta participación del alumno no es el único argumento a favor de la incorporación de GeoGebra en las aulas. De hecho, si nos centrásemos sólo en utilizar este programa, habría poca diferencia con la forma más tradicional de dar clase, ya que la simple realización de estas actividades podría volverse algo rutinario. En cambio, mediante un uso adecuado de estas *applets* de GeoGebra (especialmente en muchas de las que se describen en el Proyecto Gauss, o siguiendo algunas de las orientaciones de las experiencias mencionadas en el capítulo precedente) podemos contextualizar estas actividades con elementos ajenos al mundo del aula y más realistas, algo que ayuda a fomentar la motivación de los alumnos. E incluso debemos tener en cuenta que muchas de las actividades tomadas del Proyecto Gauss inician al alumno al uso de las herramientas de GeoGebra para que ellos mismos creen soluciones o *applets* propias para el aprendizaje de las matemáticas.

Por todo ello, la implementación de las *applets* de GeoGebra en el aula es un recurso interesante en diferentes sentidos, ya que puede fomentar tanto la autonomía en el aprendizaje como el papel del profesor como un guía o acompañante del alumno. Al usar estos recursos tecnológicos la adquisición del conocimiento no tiene por qué comenzar con explicaciones teóricas, sino que se facilita que primero se experimente sobre un caso concreto, algo que da pié a despertar preguntas que, al ser contestadas, permitirán a los alumnos adquirir los conocimientos buscados.

Pero esta propuesta de utilización de estas *applets* no es algo que quede como un planteamiento teórico e idealista, sino que existen experiencias donde la incorporación de estas aplicaciones de GeoGebra se ha llevado a cabo en el aula con una buena aceptación por gran parte de la comunidad educativa. La labor de los profesores se ve animada por la incorporación de nuevos recursos en el aula, aumentando su interés y motivación profesional; los alumnos aprecian tanto el uso de las nuevas tecnologías como el atractivo visual de las actividades, sin olvidar el hecho de que pueden manipular las matemáticas de una forma más directa y experimental (especialmente cuando se llega a un punto en que ellos mismos son capaces de crear sus propias *applets* en GeoGebra); y las familias observan que este renovado interés por las matemáticas es algo que mejora el rendimiento de los alumnos y hace de las matemáticas algo más atractivo.

Así, nos encontramos con que los docentes disponemos de un recurso muy potente para renovar la forma en que se conciben las matemáticas por los diferentes agentes educativos. Utilizar estas herramientas de una forma reflexiva y crítica, algo que favorecen las indicaciones con que se acompañan en diferentes propuestas y experiencias, favorece que el proceso de enseñanza - aprendizaje responda a principios más constructivistas y competenciales donde el alumno debe ir más allá de una visión algorítmica en pos de una comprensión más profunda de las nociones matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

- Abd-El-Khalick, F., Boujaoude, S., Duschl, R., Lederman, N., Mamlok-Naaman, R., Hofstein, A. N., y otros. (2004). Inquiry in Science education: International perspectives. *Science Education*, 3(88), 397-419.
- Álvarez, M. Á. (22 de Marzo de 2002). *¿Qué son los Applets de Java?* Recuperado el 4 de Marzo de 2013, de Desarrolloweb: <http://www.desarrolloweb.com/articulos/731.php>
- Arias Sanchez, N. C. (1 de Marzo de 2012). Recuperado el 15 de Marzo de 2013, de Noelia 6ªA: <http://noelia-arias.blogspot.com.es/>
- Blasco, A. I., Plaza, M. P., Alonso, R., & Soguero, C. (2013). Recuperado el 13 de Marzo de 2013, de matematicinfantil: <http://catedu.es/matematicinfantil/>
- Bullock, M. (20 de Febrero de 2012). *The Secret Garden of Maths: Maths to the Masses*. Recuperado el 18 de Febrero de 2013, de www.mickybullock.com/blog
- Chee Keong, C., Horani, S., & Daniel, J. (Diciembre de 2005). A Study on the Use of ICT in Mathematics Training. *Malaysian Online Journal of Instructional Technology*, 2(3), 43-51.
- Christensson, P. (20 de Enero de 2012). Recuperado el 4 de Marzo de 2013, de TechTerms.com: <http://www.techterms.com/definition/applet>
- Colaboradores de Wikipedia. (4 de Abril de 2013). *Wikipedia, La enciclopedia Libre*. Recuperado el 10 de Abril de 2013, de <http://es.wikipedia.org/wiki/Applet>
- Dale, E. (1964). *Métodos de enseñanza audiovisual*. (B. Parra de Gomez, Trad.) México: Reverté.
- Escribano, C., Giraldo, A., & Sastre, M. A. (February de 2008). Interactive tools for Discrete Mathematis e-learning. *WSEAS TRANSACTIONS on ADVANCES in ENGINEERING EDUCATION*, 5(2), 97-103.
- España. (2007). Decreto 56/2007, de 10 de mayo, por el que se establece el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Cantabria. *Boletín Oficial de Cantabria*, 7399-7465.
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2009). The Strength of the Community: How GeoGebra can inspire technology integration in mathematics teaching. *MSOR Connections*, 9(2), 3-5.
- INTEF. (s.f.). Recuperado el 6 de Marzo de 2012, de Proyecto Gauss: <http://recursostic.educacion.es/gauss/web/>
- INTEF. (s.f.). *GeoGebra en la Enseñanza de las Matemáticas*. Recuperado el 13 de Abril de 2013, de <http://geogebra.es/cvg/13/2.html>

- Jimenez Aleixandre, M. P. (2000). Modelos didácticos. En F. J. Perales, & P. Cañal, *Didáctica de las ciencias experimentales: teoría y práctica de la enseñanza de las ciencias*. Editorial Marfil.
- Kamthan, P. (1999). *Java Applets in Education*. Recuperado el 4 de Marzo de 2013, de <http://tech.irt.org/articles/js151/indez.htm>
- Linares, S. (2009). Competencias docentes del maestro en la docencia en matemáticas y el diseño de programas de formación. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 51, 92-101.
- Linares, S. (Noviembre de 2011). Tareas matemáticas en la formación de maestros. Caracterizando perspectivas. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 78, 5-16.
- Linde Lopez, D. (s.f.). Recuperado el 14 de Marzo de 2013, de Daniel Linde 6a: <http://daniel6a.blogspot.com.es/>
- Martinez Muñoz, D. (27 de Junio de 2012). Recuperado el 14 de Marzo de 2013, de Blog de Diego: <http://lloreudiego.blogspot.com.es>
- Merriam-Webster, Inc. (s.f.). Recuperado el 4 de Marzo de 2013, de Merriam-Webster: www.merriam-webster.com/dictionary/applet
- Mora, L., & Rosich, N. (Marzo de 2011). Las actividades matemáticas y su valor competencial. Un instrumento para su detección. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 76, 69-82.
- Sada, M. (2011). Los applets para la enseñanza de la Estadística y Probabilidad. *UNO. Revista de didáctica de las matemáticas*, 58, 38-48.
- Salgueirio, Jose Antonio. (2012). *Las TIC en El Lloreu*. Recuperado el 15 de Marzo de 2013, de Red Buenas Prácticas 2.0: <http://recursostic.educacion.es/buenaspracticass20/web/es/inicio/podcasts/727-las-tic-en-el-tercer-ciclo-del-cp-el-lloreu>
- Velasco Cebrián, M. P. (Noviembre de 2012). Descartes y Gestalt: la ilusión encerrada en imágenes. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas.*, 81, 61-66.

ANEXO I:

A continuación adjuntamos la documentación remitida por el profesor Ignacio Miguel, del CEIP El Lloreu de Gijón, para su consulta y uso en este trabajo. Esta documentación contiene una presentación sobre la implementación de las *applets* de GeoGebra que se está llevando a cabo en el centro escolar.

RECURSOS DIDÁCTICOS 2.0 PARA EL ÁREA DE MATEMÁTICAS

- 1.- DESCRIPCIÓN DE LOS MATERIALES. JUSTIFICACIÓN DIDÁCTICA
- 2.- JUSTIFICACIÓN
- 3.- DIFERENTES NIVELES DE UTILIZACIÓN DE LOS MATERIALES.
- 4.- UBICACIÓN DE LOS RECURSOS DE GEOMETRÍA.
- 5.- EL TRABAJO DEL ALUMNADO: PROYECTO "GEOTICO". EJEMPLOS

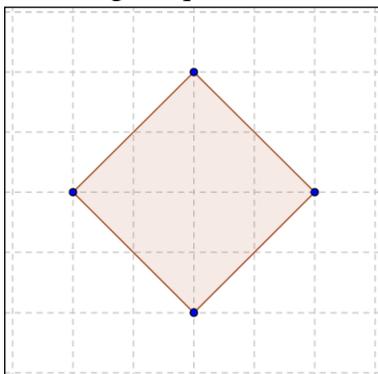
1.- DESCRIPCIÓN DE LOS MATERIALES. JUSTIFICACIÓN DIDÁCTICA

El material didáctico consiste en esencia en una serie de applets interactivos creados con el programa "Geogebra", para trabajar el área de matemáticas, fundamentalmente el bloque de geometría, en el segundo y tercer ciclo de educación primaria. En cada applet aparecen diferentes figuras y elementos geométricos sobre los que podemos interactuar para cambiar su forma, situación en el plano, etc., permitiendo que el alumnado estudie y deduzca las características de esos elementos geométricos mediante el movimiento de los mismos, procedimiento imposible de realizar con los recursos estáticos, es decir, con imágenes en papel. También podemos utilizar estas figuras sencillamente para realizar explicaciones en nuestras clases, sin más que pinchar en el enlace correspondiente, ayudados de un proyector conectado al ordenador o muchísimo mejor con la ayuda de una PDI. Posteriormente describiremos algunos ejemplos de utilización de los applets, con diferentes niveles de aplicación. El único requisito necesario es una conexión a Internet y tener instalado Java (<http://www.java.com/es/download/>).

Como decimos, las actividades han sido creadas con el programa "Geogebra", software libre para matemáticas (<http://www.geogebra.org/>). Este programa tiene múltiples opciones que no son adecuadas para la etapa de Educación Primaria, puesto que esta etapa no ha sido su objetivo inicial, pero siempre podemos realizar las adaptaciones adecuadas que nos permitan trabajar con este software, ya que la interactividad que nos ofrece es lo suficientemente importante como para que hagamos ese esfuerzo. No obstante, si lo que deseamos es sencillamente utilizar las aplicaciones interactivas ya creadas para apoyo de nuestras explicaciones en clase, no necesitamos en absoluto conocer este programa, aunque sin duda alguna el saber utilizarlo nos abre muchas más posibilidades de trabajo en el aula.

2.- JUSTIFICACIÓN

¿Qué creen que nos dirán los alumnos sobre la imagen que está a continuación? Imaginemos que ya hemos estudiado las definiciones y características de diferentes figuras geométricas en el plano y además hemos comprobado que la gran mayoría del alumnado de la clase ya las conoce; vamos a comprobar la puesta en práctica de esos conocimientos adquiridos. Para ello dibujamos en la pizarra o pasamos una fotocopia con la figura que mostramos a continuación, para que el alumnado nos diga su nombre.



La imagen tiene como fondo una trama cuadrículada para ayudar al alumnado a emitir una respuesta correcta y evitar cualquier tipo de confusión o interpretación errónea, por lo que en principio no debería de existir ningún tipo de dificultad para que emitiesen la respuesta

correcta, pero seguro que ya sabemos el error que van a cometer y la respuesta que van a dar, a pesar de que “sepan” las características de las dos figuras geométricas: cuadrado y rombo. ¿A qué se debe que la mayoría del alumnado cometa el mismo error? Seguro que se podrían poner muchos ejemplos similares. Creo que el trabajar en geometría con imágenes estáticas, sean del tipo que sean, está condicionando los aprendizajes del alumnado, incluso sin percatarnos de ello, y en contenidos relacionados con la geometría esto puede tener una importancia decisiva.

3.- DIFERENTES NIVELES DE UTILIZACIÓN DE LOS MATERIALES.

Los materiales se pueden utilizar en diferentes niveles que pasamos a describir en orden de menor a mayor dificultad y necesidades formativas del profesorado:

Primer nivel.- Utilización de los applets como base de la explicación en clase. Basta disponer de un ordenador, proyector y conexión a Internet. También hemos de tener instalado Java como decía anteriormente. No se necesitan más recursos, aunque si trabajamos con PDI, las explicaciones pueden resultar más explícitas, pues el alumnado ve mucho mejor la forma de interactuar con los elementos geométricos.

Segundo nivel.- En este segundo nivel podemos plantear a nuestro alumnado actividades de investigación. Se trata de utilizar como estrategia el aprendizaje por descubrimiento guiado, pues en todo momento nosotros sabemos el funcionamiento del applet y los posibles descubrimientos que puede realizar el alumnado. Los recursos técnicos y formativos son los mismos que en el nivel anterior, salvo que ahora el alumno va a interactuar con el applet y por tanto necesitará un ordenador. También hemos de organizar la actividad de clase pensando en la forma en la que el alumnado va a trabajar con ese applet: elaboración de preguntas, (algunos applets tienen incorporados varios ejemplos), conclusiones, trabajo en equipo, etc. El cambio en los aprendizajes del alumnado puede ser importante, puesto que los conocimientos se van a adquirir mediante una investigación activa, probando, deduciendo,..., y no solamente “viendo”, lo que representa un cambio sustancial en los mismos. Se trata pues de un paso más en ese camino desde el "saber" al "saber hacer".

Tercer nivel.- Se trataría de crear nuestros propios applets. Evidentemente se necesita un nivel de formación un poco mayor, puesto que ya debemos conocer el programa Geogebra, pero si lo vemos interesante, lo cierto es que no resulta difícil, pues se trata de un programa muy intuitivo. En este caso ya necesitaremos algo de formación y un poco más de tiempo de dedicación, aunque la ventaja será que podremos hacer nuestras propias construcciones y a gusto de nuestras necesidades personales. El programa, como ya hemos comentado anteriormente, es software libre y nos permite crear applets para cualquier nivel educativo.

Cuarto nivel.- El alumnado realiza sus propios applets. Se trata sin duda alguna del nivel más ambicioso, pero muy asequible tanto para el profesorado como para el alumnado en general. Para ello deberemos mostrar al alumnado algunas de las características del programa y enseñarles a crear y exportar sus propios applets. Además es conveniente pensar en la ubicación de los mismos, puesto que la motivación del alumnado será mucho mayor si ve publicadas sus actividades. El blog de clase puede ser

una buena opción. En nuestro caso hemos utilizado Blogger y el alumnado ha colocado sus propias creaciones en su blog personal, que está unido al blog de clase.

4.- UBICACIÓN DE LOS RECURSOS DE GEOMETRÍA.

Los applets están en dos páginas web:

<http://www.proyectoscpgrjion.es/mateprimaria/index.php>

Los applets presentes en esta página han sido realizados con Geogebra. En estos momentos hay unos cuarenta applets interactivos, la mayoría de geometría para el tercer ciclo de la educación primaria, pudiendo utilizarse también adaptar algunos para el segundo ciclo.

Otra web:

<http://platea.pntic.mec.es/jmigue1/>

Esta página ya tiene algunos años, pero se mantiene pues hay bastantes usuarios de la misma. El planteamiento didáctico es el mismo, pero está realizado con un programa de geometría dinámica denominado “Cabri”, también muy interesante, pero que no es de software libre.

NOTA.- Si no deseamos escribir la dirección web, podemos poner en Google: “geometria primaria”. Ambas páginas web suelen estar posicionadas en la primera página del buscador.

5.- EL TRABAJO DEL ALUMNADO: PROYECTO "GEOTICO". EJEMPLOS

En cuanto se les muestra a los alumnos algún applet, rápidamente se ven atraídos por el programa, ya que pueden mover las figuras, cambiarles el tamaño, modificar su ubicación, interactuar sobre sus elementos notables, etc. De ahí a que posteriormente realicen sus propias construcciones, solamente hay un paso y cuando las en su blog y comprueban que sigue manteniendo esa interactividad, ya no tenemos que hacer mucho más para conseguir motivarles y que se sientan atraídos por esta herramienta. En todo caso e independientemente del nivel de trabajo que hayamos seleccionado de los cuatro mencionados anteriormente, hemos de tener en cuenta que los aprendizajes del alumnado serán más ricos cuanto más experimenten, construyan y analicen por ellos mismos.

En nuestro caso concreto hemos trabajado en los cuatro niveles mencionados anteriormente, siendo el último de ellos, es decir, la elaboración de applets por parte del alumnado el que nos parece más interesante.

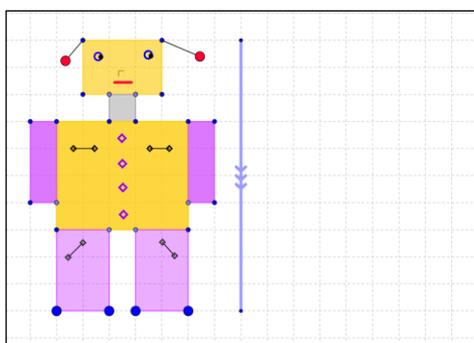
Para que el alumnado pudiese construir sus propios applets, lo primero que hicimos fue descargar e instalar el programa “Geogebra” en sus ordenadores y actualizar “Java”. Posteriormente les comentamos muy brevemente el funcionamiento del mismo: sus características, la forma de construir una línea, un polígono y poco más. Posteriormente

iban construyendo diferentes figuras geométricas de manera que, a la vez que iban adquiriendo y practicando con diferentes elementos geométricos, también vamos profundizando en el conocimiento del programa: barra de herramientas, modos de exportar, etc. No obstante una de las características del programa es su interactividad inmediata, lo que es sin duda alguna una valiosa herramienta de motivación ya que les permite construir figuras, jugar con ellas, cambiar la forma, descubrir posibilidades, etc., cuestiones que no pueden hacer, o desde luego sería de forma mucho más laboriosa y engorrosa, con figuras estáticas.

Para iniciar al alumnado en el trabajo con este programa hemos diseñado el "Proyecto Geotico", que consiste básicamente en tomar como centro de interés un robot: "Geotico", para posteriormente crear con Geogebra diferentes figuras relacionadas con el mismo. En el proyecto comenzamos construyendo una figura simétrica al robot "Geotico", basado en cuadriláteros, posteriormente dibujamos su nave, "la nave de Geotico", que ya está formada por diferentes polígonos irregulares, su familia, en la que las figuras deben tener unas dimensiones (cuadrículas) determinadas, la parcela de terreno, sobre la que tuvieron que construir diferentes cuadriláteros para medir su superficie, ya que ésta es un polígono irregular, etc. Mediante la construcción de estas figuras vamos trabajando los contenidos de geometría que nos interesan.

También realizaron otras figuras como circunferencias con sus elementos notables, clases de triángulos, de forma que se puedan mover sus vértices pero que deben seguir perteneciendo a esa clase determinada, trabajos con alturas, mediatrices, etc. y además, cuando ya tenían un cierto conocimiento del programa, también realizaron construcciones geométricas "libres", normalmente con movimiento, como composiciones artísticas.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES.



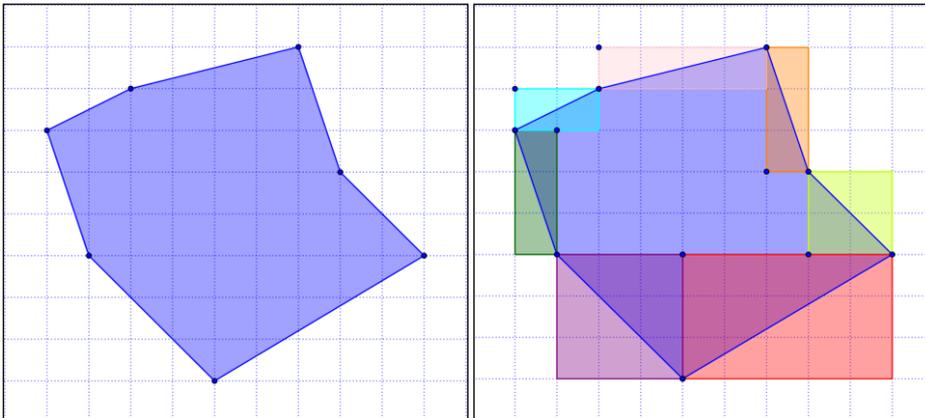
El robot Geotico.

Se trata de familiarizarse con la herramienta. Como se puede ver en la figura, el robot estará formado por cuadrados y rectángulos. Los alumnos han de realizar un robot simétrico a la parte de la derecha. En el applet, si pinchamos en la nariz del robot aparece su simétrico a la derecha, con lo que pueden hacer la comparación con la figura que hayan realizado.

La parcela de Geotico.

Partimos de una parcela con forma de polígono irregular y tenemos que calcular cuantas cuadrículas tiene, es decir, la superficie de la misma. El problema será el medir o contar el número de cuadrículas que no están enteras, para lo cual los alumnos han de construir diferentes cuadrados y rectángulos que, colocados sobre esas cuadrículas incompletas

formen otras figuras que nos permitan medir esa zona. En la figura vemos la parcela original y la solución del problema.



Medida de la parcela:

- Parcela = mitad de tres + mitad de cuatro + mitad de quince + mitad de nueve + mitad de tres + mitad de dos + mitad de cuatro + cuadrículas enteras de la zona central.
- Parcela = $1,5 + 2 + 7,5 + 4,5 + 1,5 + 1 + 2 + 21$
- Parcela = $20 + 21 = 41$ cuadrículas.

Ejemplo de resolución del trabajo "La parcela".

Alumno: Daniel Rodríguez:

- Dirección: <http://danielr6a.blogspot.com.es/p/la-parcela.html>

Ejemplo de resolución del trabajo sobre la circunferencia:

Alumno: Diego Martínez Muñoz.

Dirección: <http://lloreudiego.blogspot.com.es/p/circunferencia.html>

Otros ejemplos de trabajos de alumnos publicados en su blog:

Círculo, cuadrado, alturas en triángulo y tangram.

Alumno: Germán Álvarez Domínguez.

http://wwwelblogdegermanblogspotcom.blogspot.com.es/2012_03_01_archive.html

Cuadriláteros, alturas en triángulos, tangram y parcela:

Alumna: Noelia Covadonga Arias Sánchez.

<http://noelia-arias.blogspot.com/es/>

Triángulos, alturas y ángulos:

Alumno: Daniel Linde López

<http://daniel6a.blogspot.com.es/p/triangulos.html>

Antes de finalizar me gustaría solamente comentar que, caso de no disponer de los recursos informáticos, siempre podremos recurrir al papel cuadriculado o al geoplano, pero sin duda alguna las aportaciones de las TIC en temas relacionados con la geometría dinámica suponen un claro avance, muy difícil de igualar con otro tipo de recursos.

José Ignacio Miguel Díaz
Maestro del C.P. Lloréu
Gijón - Asturias
nacho.miguel@gmail.com
jmigue1@platea.pntic.mec.es