

# DISEÑO Y ANÁLISIS NO LINEAL DE UN OSCILADOR GENERADOR DE SOLITONES CON BALANCE ARMÓNICO

Mabel Pontón, Franco Ramírez, Almudena Suárez, Juan P. Pascual  
mabel.ponton@unican.es, ramirezf@unican.es, suarez@unican.es, pablo.pascual@unican.es  
Dpto. de Ingeniería de Comunicaciones. Universidad de Cantabria  
Plaza de la Ciencia s/n, Laboratorios I+D de Telecomunicaciones 39005 - Santander

**Abstract-** Soliton oscillators enable the generation of short-time pulses, applicable in sampling of fast signals or as probe signals in radar systems. The soliton oscillator is made up of a feedback loop containing an amplifier stage and a nonlinear transmission line. In this paper, an efficient technique for the harmonic balance design of these oscillators is presented. The bifurcation behavior of this kind of oscillators is analyzed in depth, with a detailed study of their oscillation modes. The sources of non ideality of the soliton-train waveform have also been investigated. The techniques have been applied to a first prototype at 1 GHz with very good agreement with the measured results.

## I. INTRODUCCIÓN

Los pulsos de duración corta se utilizan para el muestreo de señales de alta frecuencia o como señales de prueba en sistemas radar o en reflectometría. Este tipo de pulsos se puede construir naturalmente con la ayuda de una línea de transmisión no lineal (NLTL). Un pulso que viaja por una línea de transmisión dispersiva se ensancha al tiempo que se propaga a lo largo de la línea. Este efecto se puede compensar sintetizando una NLTL, que normalmente se compone de pequeñas secciones de línea de transmisión y diodos varactores [1]-[2]. La capacidad no lineal de los diodos contrarrestan el efecto dispersivo de manera que un único pulso, llamado solitón, se puede propagar sin dispersión [1]-[3]. En publicaciones recientes [4]-[5], se han presentado prototipos de osciladores generadores periódicos de solitones. Es decir, generadores de solitones de un único puerto, en lugar del sistema de dos puertos tradicional, evitando así la necesidad de una señal de entrada de alta frecuencia. En [5], el oscilador generador de solitones está compuesto por un amplificador y una NLTL como red de realimentación. Dicho amplificador tiene una característica de tensión entrada-salida no lineal, (atenúa en pequeña señal, gana en señales intermedias y satura en gran señal) e incorpora un control adaptativo de polarización. En [5], los autores sintetizan un generador de solitones con un ciclo duty de 10% y 30% a 130 MHz y 1.14 GHz, respectivamente.

En este trabajo se presenta una técnica de síntesis alternativa para osciladores generadores de solitones, menos exigente en cuanto al diseño del amplificador. Se basa en el uso de generadores de sustitución (SGs) en balance armónico (HB) [6]-[7], para imponer la forma del solitón a la salida del transistor. Se tiene en cuenta que se favorece la formación del solitón cuando la señal de entrada en la NLTL se aproxima a la forma de un solitón [3]. Para frecuencias armónicas bajas,

$k\omega_0$ ,  $k=2,\dots,4$ , los SGs toman el valor de las componentes armónicas de la forma de onda de un solitón ideal. Se optimiza el circuito utilizando un AG a la frecuencia fundamental para cumplir la condición de oscilación. Tras la optimización se extraen las relaciones tensión-corriente de los SGs para  $k\omega_0$  y se reemplazan por cargas armónicas pasivas. Una ventaja de esta técnica es que permite usar un número optimizado de celdas LC para la NLTL. Además se estudiarán los mecanismos de no idealidad de los pulsos resultantes. Se presentará un análisis preciso de la estabilidad global, con un estudio detallado de los modos de oscilación detectados. Para estudiar la evolución de los modos de oscilación, se hará un análisis de bifurcaciones del oscilador en función de uno de sus parámetros susceptible de ser variado tras el proceso de fabricación. Este estudio complementa el presentado en el trabajo [5], el cual no aborda el análisis de estabilidad. Las técnicas presentadas se han aplicado con éxito a un oscilador generador de solitones que opera a 1 GHz, con un ciclo duty de 10%.

## II. DISEÑO CON HB DE UN GENERADOR DE SOLITONES

Aplicando las leyes de Kirchoff en el nodo  $n$  de una línea de transmisión no lineal como la representada en la Fig. 1 obtenemos:

$$v_n - v_{n+1} = L \frac{di_n}{dt}, \quad i_{n-1} - i_n = \frac{dq_n}{dt} \quad (a)$$

$$\frac{d^2 q_n(v_n)}{dt^2} = (v_{n-1} + v_{n+1} - 2v_n) / L \quad (b)$$

Donde (1b) se deriva de (1a) y  $L$  es la inductancia por sección de línea. La capacidad característica se suele aproximar por  $c(v) = C_0(1 - bv)$ . Entonces,  $v_{n+1}$  se expresa en una expansión de serie de Taylor en torno a  $v_n$ , con  $\Delta n = 1$  como incremento. El espaciado entre las capacidades es  $\delta$ . Se puede introducir  $x = n\delta$ , lo que nos lleva a la ecuación diferencial en derivadas parciales siguiente:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{1}{LC_0} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\delta^4}{12L} \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \frac{b}{2} \frac{\partial^2 (v^2)}{\partial t^2} \quad (2)$$

El término de la izquierda es la ecuación de onda libre de dispersión, lineal y sin pérdidas y el término de la derecha incluye la dispersión y los efectos no lineales. Dado que ambos términos tienen orden similar, los efectos no lineales se pueden compensar con los efectos de la dispersión

permitiendo la propagación de un pulso con un perfil invariable cuando se propaga con velocidad  $u$ . Este pulso tan particular se conoce como solitón [3]. Con el cambio de variable  $s = x - ut$ , se puede obtener una solución analítica de (2) [3] dada por:

$$v(x, t) = 3(u^2 - u_0^2)/(bu^2) \operatorname{sech}^2 \left( \sqrt{3(u^2 - u_0^2)}/u_0(x - ut)/\delta \right) \quad (3)$$

Donde  $u_0 = 1/\sqrt{LC_0}$  y  $u$  es la velocidad del pulso que depende de la amplitud del pulso como  $u = 1/\sqrt{LC_0(1 - bv_{\max}/3)}$ , por tanto se obtiene una mayor velocidad con una capacidad menor, o bien, una amplitud de pulso mayor. Por otro lado, la impedancia característica media de la línea está dada por  $Z_c = \sqrt{L/C_0}$ . Para que la salida esté adaptada, se debería cargar la línea con  $Z_c$ .

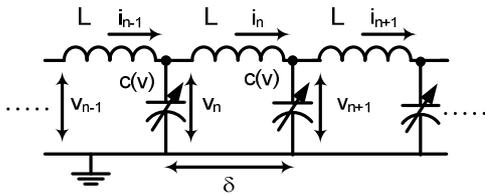


Fig. 1 NLTL formada con elementos discretos.

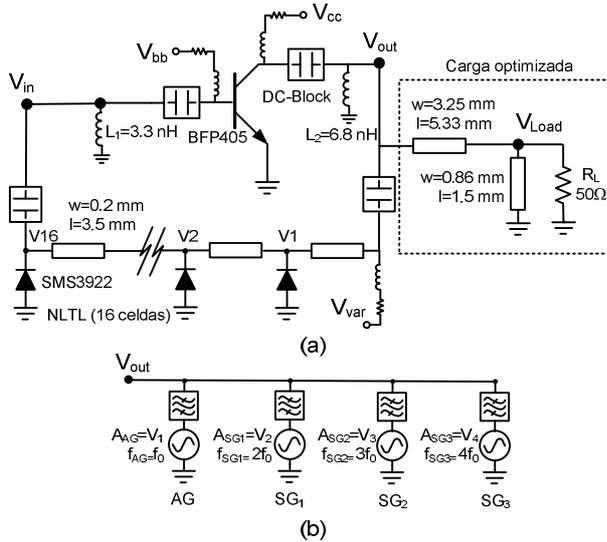


Fig. 2 Esquemáticos (a) Oscilador generador de solitones (amplificador y NLTL como realimentación). (b) AG y SGs conectados en paralelo a la salida del transistor para imponer la forma de onda del solitón.

En el caso de un generador de solitones, tendremos un tren de pulsos de solitones de periodo  $T_0$ . El oscilador generador de solitones estará formado por una etapa amplificadora y una NLTL como red de realimentación (Fig. 2a). La etapa amplificadora consiste en un transistor bipolar y dos inductancias, que se utilizan para asegurar suficiente ganancia a las frecuencias armónicas (necesarias para un ciclo duty pequeño). La NLTL se sintetiza iterativamente en HB. Inicialmente, se introduce una línea de transmisión ideal entre el colector y la base del transistor. Se calcula su retardo  $\tau$  para obtener una oscilación en el estado estacionario a  $f_0=1\text{GHz}$ , utilizando para ello un generador auxiliar (AG) [8]. Se conecta en paralelo en el terminal de colector un AG de tipo voltaje, de amplitud  $V_{AG}$  a la frecuencia de oscilación deseada  $f_{AG}=1\text{GHz}$  (con un filtro paso banda ideal en serie a la frecuencia  $f_{AG}$ ). Optimizamos  $\tau$  y  $V_{AG}$  en HB para cumplir la condición de oscilación  $Y_{AG}=I_{AG}/V_{AG}=0$ , con  $I_{AG}$  la corriente

a través del AG. El retardo obtenido en la línea ideal es  $\tau=0.41$  ns. La forma de onda a la salida en el estado estacionario es cuasi-sinusoidal. Para obtener la forma de onda pulsada, se reemplaza gradualmente la línea ideal por celdas LC. La inductancia se estima para que tenga una impedancia característica  $Z_c = \sqrt{L/C_0} = 50 \Omega$ , con  $C_0$  la capacidad del varactor en el punto de polarización elegido. Aquí elegimos un varactor Schottky (SMS3922), polarizado con  $V_0=0.2\text{V}$ . El valor  $L$  deberá ser tal que se pueda implementar en sustrato microstrip con dimensiones razonables. La inductancia resultante es  $L=1.52$  nH. Como se demuestra en [1], el retardo ideal por celda es  $T_{\text{cell}} = \sqrt{LC_0\phi_0}/v_{\max} \sinh^{-1}(\sqrt{v_{\max}/\phi_0})$ , con  $\phi_0$  el potencial de unión. Asumiendo una amplitud de pulso entorno a  $1\text{V}$  ( $v_{\max} \approx 1\text{V}$ ), la expresión anterior nos da  $T_{\text{cell}}=27.1$  ps. Esto debería darnos un número de celdas pequeño para una frecuencia de oscilación de  $1\text{GHz}$ .

Reemplazamos progresivamente la línea de transmisión ideal con celdas L-C(v). Después de introducir cada celda  $n$  re-optimizamos el oscilador usando el AG manteniendo la frecuencia de oscilación deseada en el estado estacionario  $f_{AG}=1\text{GHz}$ . Las variables de optimización son el retardo de la sección de la línea ideal remanente  $\tau_n < \tau_{n-1}$  y las inductancias  $L_1$  y  $L_2$ . La condición es  $Y_{AG}=0$ . Tras completar la implementación, el número de celdas resultante es bastante pequeño  $N_c=16$ , lo que implica un diseño compacto. Sin embargo, el ciclo duty de la forma de onda obtenida es bastante alto para algunas aplicaciones (38%). En lugar de incrementar el número de celdas [2]-[5], desarrollamos una técnica de síntesis basada en el forzamiento de una forma de onda cuasi-solitón a la salida del transistor. Sabemos que la forma de onda evolucionará con mínima distorsión, aunque su amplitud disminuirá a lo largo de la NLTL. Cabe esperar algo de distorsión a la entrada del transistor debido a efectos de desadaptación. Sin embargo, la operación no lineal del transistor debería ser capaz de formar el espectro deseado en estas condiciones. Por lo tanto, para obtener un diseño robusto del oscilador generador de solitones, se combinan la operación no lineal del transistor y la capacidad de la NLTL para preservar la forma de onda pulsada.

TABLA I  
RELACIÓN ENTRE AMPLITUDES PARA DIFERENTES CICLOS DUTY

Ciclo Duty	$V_1/V_2$	$V_1/V_3$	$V_1/V_4$	$V_1/V_5$	...
10%	1.161	1.465	1.972	2.784	...
15%	1.375	2.187	3.826	7.089	...
20%	1.698	3.509	8.098	19.87	...

Como el diseño se llevará a cabo en el dominio de la frecuencia, describiremos la forma de onda del tren de solitones en términos de sus armónicos. Es posible obtener este tipo de onda fijando todas las fases de los componentes armónicos a cero e imponiendo algunas relaciones entre las amplitudes de los armónicos  $V_i$ . Las relaciones armónicas para diferentes ciclos duty (medidos a  $1/2v_{\max}$ ) se muestran en la Tabla I. Nuestro objetivo en el diseño es obtener un ciclo duty del 10% a la frecuencia de oscilación  $f_0=1\text{GHz}$ . Para este diseño se presentará una forma de onda cuasi-solitón en el terminal de colector que será la entrada de la NLTL. Impondremos las relaciones armónicas, mostradas en la Tabla

I, hasta el cuarto armónico. El objetivo es obtener una carga adicional para conectar a la salida del transistor y mejorar la forma de onda del solitón. Para ello usamos un AG a la frecuencia fundamental  $f_{AG}=1\text{GHz}$  y 3 generadores de sustitución (SG) del tipo voltaje, todos conectados en paralelo en el nodo de salida del transistor (con un filtro paso banda ideal en serie a las frecuencias correspondientes [6]-[7]), (Fig. 2b). Los generadores operan con los valores  $A_{AG}=V_1$ ,  $A_{SGk}=V_{k+1}$  y  $f_{SGk}=(k+1)f_{AG}$ , para  $k=1,\dots,3$ , respectivamente. Las dos inductancias y el punto de polarización se optimizan en HB para cumplir  $Y_{AG}=0$ . Después de completar la optimización, los SGs se pueden sustituir con cargas armónicas pasivas, que deberán dar lugar a los mismos voltajes armónicos. Las cargas armónicas  $k=1$  a 3 se calculan con las relaciones  $Y_{SGk}=I_{SGk}/A_{SGk}$ . Durante la optimización, se impone también la condición de pasividad  $\text{Re}(Y_{SGk})>0$ . Después de la optimización, se implementaron con técnicas estándar de síntesis, varias topologías de cargas multiarmónicas de diversa complejidad. Se optó por la más sencilla formada por una línea de transmisión y un stub cortocircuitado porque con ella no se penalizaba el rendimiento del circuito. La forma de onda simulada y medida en la carga para  $V_{bb}=0.9\text{V}$  con ciclos duty 10% y 12.9%, respectivamente, se comparan en la Fig. 3. El ciclo duty medido de 12.9% es menor que el 33% obtenido en [5] para una frecuencia de oscilación similar y 40 celdas en la NLTL. La forma de onda del oscilador generador de solitones es muy parecida a su forma ideal, excepto por una pequeña cola además del pulso principal.

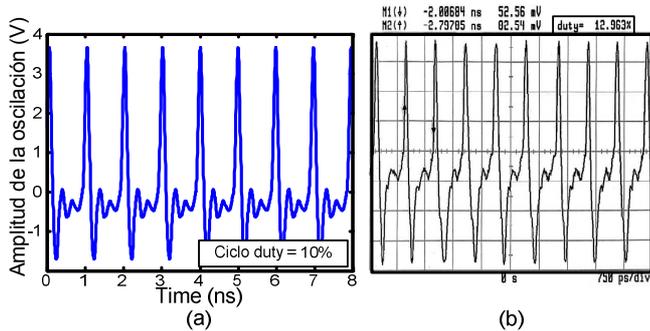


Fig. 3 Forma de onda del solitón en la carga del oscilador. (a) Simulación. (b) Medida con Analizador de Transición de Microondas (HP70820A).

### III. NO IDEALIDADES DEL GENERADOR DE SOLITONES

La Fig. 4 muestra la evolución de la forma de onda en el estado estacionario a lo largo de las diferentes celdas. Sabemos que, la velocidad de propagación del pulso es mayor cuanto mayor es la amplitud de pulso. Por otro lado, el pico de amplitud de la cola y el pulso principal deberían decrecer a medida que se propagan, debido a las pérdidas de inserción. En este caso, observamos que el valor del pico de la cola es mayor al final del lazo de realimentación (V16). Para explicarlo, vemos que la expresión (1) asume una línea ideal de longitud infinita. En la práctica, tenemos una línea de longitud finita terminada en impedancias  $Z_{in}$  y  $Z_{out}$ .

Para un análisis aproximado de los efectos de la reflexión en la entrada del transistor implementamos un banco de prueba con una lazo abierto, utilizando un circulator (Fig. 5) [9]. La fuente multiarmónica que simula la forma de onda del solitón en el colector, se conecta en la celda 1 de la NLTL. En

el puerto 2 del circulator, conectamos el transistor y su red de salida, incluyendo la NLTL. La forma de onda reflejada entra por el puerto 3 a una tercera NLTL idéntica. La forma de onda en los nodos  $V1, V2, \dots, V16$ , muestra que el solitón se propaga casi sin deformación a lo largo de la NLTL conectada en el puerto 1. Sin embargo, observando las formas de onda en los nodos  $V1', V2', \dots, V16'$ , vemos que una onda reflejada se propaga a través de la NLTL conectada al puerto 3. La amplitud de esta onda reflejada es mayor en el nodo  $V16'$  y se va atenuando hasta el nodo  $V1'$ , debido a las pérdidas del diodo. Sumando las formas de onda en los respectivos nodos simétricos,  $V1$  y  $V1'$ , ...,  $V16$  y  $V16'$ , las formas de onda que se obtienen concuerdan cualitativamente con las obtenidas en el oscilador. Las formas de onda en las diferentes celdas son el resultado de las interacciones entre los solitones incidentes y reflejados. En el nodo  $V1$  (Fig. 4), la señal reflejada está mucho más atenuada mientras que la forma de onda deseada del solitón permanece casi inalterada.

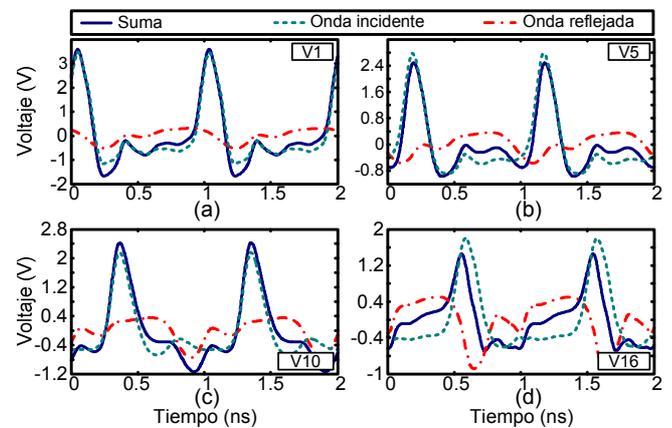


Fig. 4 Propagación de la onda incidente y reflejada a lo largo de las celdas de la línea de transmisión no lineal.

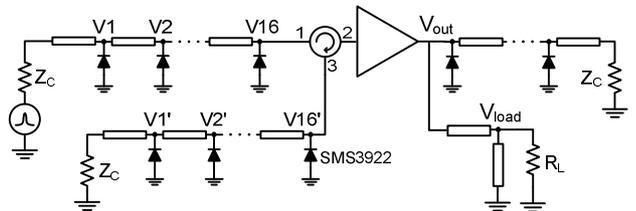


Fig. 5 Aproximación del oscilador con lazo abierto para el análisis de las no idealidades en la forma de onda debido a la reflexión de la señal.

### IV. ANÁLISIS DE LOS MODOS DE OSCILACIÓN

Los anteriores trabajos [4]-[5] presentan la operación del oscilador para valores particulares de sus parámetros, por ejemplo, para voltajes de polarización concretos. Sin embargo, no se ha investigado la evolución de la solución del oscilador o la posible generación de otros modos de oscilación a través del fenómeno de bifurcación. Es más, [5] menciona la posibilidad de modos de oscilación de frecuencia alta. Aquí, para el análisis de la estabilidad del oscilador de la Fig.2a se ha considerado la tensión de polarización de base  $V_{bb}$ . Inicialmente realizamos un análisis de la estabilidad de la solución de DC con una identificación de polos y ceros [10]. Para  $V_{bb}$  negativa la solución de DC es estable. Al incrementar  $V_{bb}$ , se obtiene una bifurcación de Hopf para  $V_{H1}=0.76\text{V}$ , con un par de polos complejos conjugados de frecuencia entorno a  $2\text{GHz}$  ( $f_2 \cong 2f_0$ ) cruzando el eje imaginario hacia el lado derecho del plano complejo (RHP).

Para  $V_{H2}=0.77V$  un segundo par de polos en torno a 1GHz cruza el eje imaginario hacia RHP. La solución es inestable para  $V_{bb}>V_{H1}$ . Trazamos la curva solución a  $f_2$  frente a  $V_{bb}$  (Fig. 6) utilizando un AG a  $f_{AG}=f_2$ . Para las secciones de pendiente alta, barremos  $V_{AG}$  y optimizamos  $f_{AG}$  y  $V_{bb}$  con la condición  $Y_{AG}=0$ . Para las secciones con pendiente baja, barremos  $V_{bb}$  y optimizamos  $f_{AG}$  y  $V_{AG}$ . Aplicando identificación de polos y ceros a lo largo de la curva a  $f_2$  se detecta una bifurcación Flip (F), la cual da lugar a una división de frecuencia por 2. Se genera en F una solución con frecuencia armónica entorno a  $f_0=1GHz$ . Normalmente, la curva oscilación a  $f_2 \approx 2f_0$  es estable para un intervalo muy pequeño de  $V_{bb}$ . La forma de onda a  $f_2$  tiene un contenido armónico más bajo. Esto se muestra en la Fig. 7, donde se compara con las medidas. La existencia de este modo puede ser debida a que el circuito se ha optimizado para una amplitud alta al segundo armónico (Tabla I) y el ancho de banda de ganancia de lazo en pequeña señal es 2.55 GHz. La solución subarmónica se analiza con dos generadores auxiliares  $AG_1$  y  $AG_2$ , operando a  $f_0$  y  $2f_0$ , respectivamente. Inicialmente los valores eran  $V_{AG2}=0.124V$  (voltaje correspondiente a  $f_2$  para la bifurcación F) y  $V_{AG1}=\epsilon$ . Después  $V_{AG2}$  se incrementa mediante un barrido, calculando  $V_{AG1}$ ,  $f_0$ ,  $V_{bb}$  y la fase  $\phi_{AG2}$  de  $AG_2$  en cada paso del barrido. Para una amplitud  $V_{AG1}$  subarmónica relativamente alta,  $AG_2$  no es necesario. Las secciones planas de la curva a  $f_0$  se trazan barriendo  $V_{bb}$  y optimizando  $A_{AG1}$  y  $f_{AG1}$  ( $A_{AG2}$  no se utiliza).

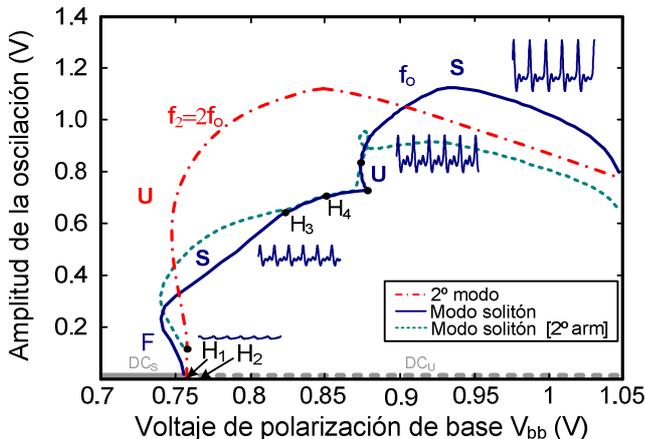


Fig. 6 Análisis de bifurcaciones. Curvas solución para los dos modos de oscilación. Las formas de onda pulsadas también están representadas.

La oscilación a  $f_0$  tiene una forma de onda pulsada inmediatamente después de ser generada en el punto F, donde el modo a  $f_2$  sufre una división de frecuencia. En la Fig. 6 también se muestra el crecimiento de la amplitud de la curva a  $f_0$ , evidenciando la robustez de la forma de onda. Hay un pequeño ciclo de histéresis entre los dos puntos de retorno de la curva. Aplicando identificación de polos y ceros a lo largo de esta curva, se obtiene a  $V_{H3}$  una segunda bifurcación de Hopf, con un par de polos complejos conjugados cruzando el eje imaginario a  $\Delta f=0.1$  GHz. Esto da lugar a una solución cuasi-periódica, a  $f_0$  y  $f_0+\Delta f$ , que se extingue en una bifurcación inversa de Hopf en  $V_{H4}$ . Este pequeño intervalo con comportamiento cuasi-periódico se observó en las medidas. La oscilación a  $\Delta f$  se ha suprimido con una rama RL paso bajo en paralelo en el colector. La Fig. 8a muestra la solución cuasi-periódica indeseada. La forma de onda estabilizada, para parámetros idénticos, se muestra en Fig. 8b.

Se ha presentado una técnica para el diseño con balance armónico de osciladores generadores de solitones con un número reducido de celdas en la línea de transmisión no lineal NLTL. Se ha llevado a cabo un análisis en profundidad de bifurcaciones en el generador de solitones con un estudio detallado de la estabilidad de los modos coexistentes. Se ha obtenido muy buen acuerdo con los resultados medidos.

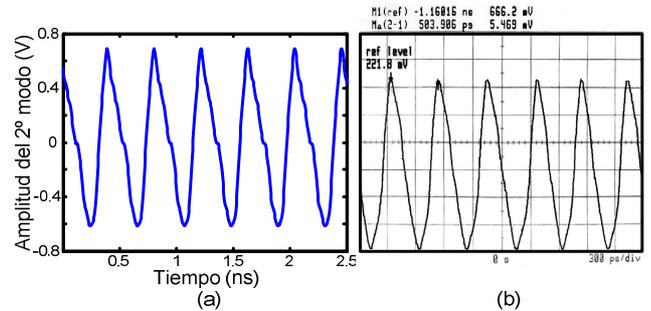


Fig. 7 Segundo modo de oscilación a  $f_2=2f_0$ . (a) Simulado. (b) Medido con un Analizador de Transición de Microondas (HP70820A).

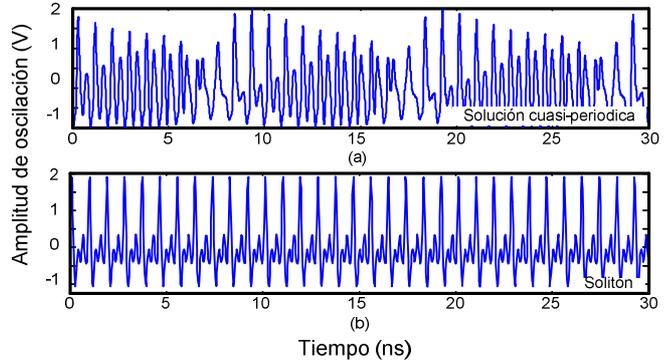


Fig. 8 Estabilización de la forma de onda en la región  $H_3$ - $H_4$ . (a) Solución cuasi-periódica indeseada. (b) Onda estabilizada en las mismas condiciones.

REFERENCIAS

- [1] M.J.W. Rodwell, S.T. Allen, R.Y. Yu, et al., "Active and Nonlinear Wave Propagation Devices in Ultrafast Electronics and Optoelectronics", *Proc., IEEE*, vol. 82, no.7, pp. 1037-1056, 1994.
- [2] E. Afshari, A. Hajimiri, "Nonlinear Transmission Lines for Pulse Shaping in Silicon", *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 40, no.3, pp. 744-752, March 2005.
- [3] M. Remoissenet, *Waves Called Solitons: Concepts and Experiments*. New York: Springer, 1999.
- [4] G. J. Ballantyne, P. T. Gough, et al., "A baseband soliton oscillator," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 5, no. 6, pp. 1013-1029, Jun. 1995.
- [5] D.S. Ricketts, X.Li, N. Sun, K.Woo,D.Ham, "On the Self-Generation of Electrical Soliton Pulses", *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol 42, no.8, pp. 1657-1668, August 2007.
- [6] D.Barataud, M. Campovecchio, J.M. Nebus, "Optimum design of very high efficiency microwave power amplifiers based on time-domain harmonic load-pull measurements," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol.49, pp.943-950, 2001.
- [7] S. Ver Hoeye, F. Ramírez, A. Suárez, "Nonlinear optimization tools for the design of high-efficiency microwave oscillators", *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.*, vol. 14, no. 5, pp. 189-191, 2004.
- [8] A. Suárez and R.Quéré, *Stability Analysis of Nonlinear Microwave Circuits*. Boston, MA: Artech House, 2003.
- [9] J. Chuan, J. P. Pascual, "New approach for the analysis and design of negative-resistance oscillators: Application to a quasi-MMIC VCO", *Int. J. RF and Microw. Comp. Eng.*, vol. 16, no. 4, pp.309-321, 2006.
- [10] Jugo, J. Portilla, A. Anakabe, A. Suarez, J. M. Collantes, "Closed-loop stability analysis of microwave amplifiers," *Electronics Letters*, vol. 37, no. 4, pp. 226-228, Mar, 2001.