



*Facultad
de
Ciencias*

**PAPEL DEL GRADIENTE DE ÍNDICE DEL
CRISTALINO HUMANO EN LA CALIDAD
ÓPTICA DEL SISTEMA OCULAR**
(Role of the human crystalline index gradient
in the optical quality of the eye system)

Trabajo de Fin de Grado
para acceder al

GRADO EN FÍSICA

Autor: Andrea Pérez Asensio

Director: María Dolores Ortiz Márquez

Septiembre - 2022

Agradecimientos

Me gustaría, primero de todo, agradecer a mi familia por el apoyo que me han dado durante toda la carrera, especialmente en los últimos tiempos. En especial a mi madre, que nunca ha dejado que me rindiese, y a mi hermana, que me ha soportado en los peores momentos.

También agradecer a mis amigos, que han hecho que esta etapa fuese inolvidable.

Por último me gustaría darle las gracias a Lola, por permitirme hacer este trabajo y por ayudarme durante todo el proceso.

Resumen

El ojo humano es un sistema óptico de una potencia aproximada de 60 dioptrías. Gran parte se debe a la córnea, que tiene una potencia de refracción fija de 43 dioptrías; el resto es debido al cristalino, que se trata de una lente biconvexa con una potencia variable gracias a un proceso denominado acomodación.

Otra característica del cristalino es que su índice de refracción no es constante, sino que varía siguiendo un gradiente de índice (GRIN). Esta magnitud alcanza su valor máximo en el centro de la lente debido a la acumulación de proteínas en las fibras del núcleo, y va disminuyendo hasta la corteza.

El objetivo de este proyecto es estudiar el efecto del gradiente de índice en la calidad óptica de la imagen y las aberraciones oculares. Para ello se realiza, usando Matlab, una simulación del trazado de rayos y se obtiene la distribución de luz en la retina.

Para caracterizar el gradiente de índices del cristalino se usa una aproximación a un modelo de capas, con índices de refracción constante entre superficies. Este modelo se compara con el modelo de ojo completo, que considera dos superficies refractivas para la córnea y dos para el cristalino.

Palabras clave: Cristalino, GRIN, calidad óptica del ojo, trazado de rayos

Abstract

The human eye is an optical system with an approximate optical power of 60 diopters. Much of it is due to the cornea, which has a fixed refractive power of 43 diopters; the rest power is due to the lens, which is a biconvex lens with variable power as a result of a process called accommodation.

Another characteristic of the lens is that its refractive index is not constant, but rather a continuous gradient index (GRIN). This magnitude reaches its maximum value in the center of the lens due to the accumulation of proteins in the fibers of the nucleus, and decreases to the cortex.

The objective of this project is to study the effect of the index gradient on the optical quality of the image and on the ocular aberrations. To do this, a simulation of the ray tracing is performed in Matlab and the distribution of light on the retina is obtained.

To characterize the index gradient of the lens, an approximation to a shell model is used, with constant refractive indices between surfaces. This model is compared to a model which considers two refractive surfaces for the cornea and two for the lens.

Keywords: Crystalline lens, GRIN, optical quality of the eye, ray tracing.

Índice general

1. Introducción	6
1.1. Motivación del trabajo	6
1.2. Objetivo y estructura del trabajo	7
2. Conceptos previos	9
2.1. El ojo humano	9
2.1.1. Anatomía del ojo	10
2.1.2. Cristalino	11
2.2. Modelos de ojo	13
2.2.1. Modelo de ojo completo	14
3. Modelo y método de trazado de rayos	16
3.1. Descripción de la simulación	16
3.2. Trazado de rayos	17
3.3. Modelización del cristalino.	19
3.4. Diagrama de impactos, histograma y mapa de color	21
3.5. Calidad óptica de la imagen	24
4. Resultados	25
4.1. Modelo de ojo emélope con cristalino simple	25
4.2. Modelo de ojo con cristalino a capas	28
5. Conclusiones	31
5.1. Resultados y conclusiones	31
5.2. Posibilidades futuras	32
Bibliografía	33
A. Programas de Matlab	35

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación del trabajo

El cristalino es una de las dos lentes localizadas en el ojo que permiten a la luz llegar hasta la retina. Su principal función es la de enfocar objetos que se encuentren a distintas distancias del ojo gracias al proceso denominado acomodación, esto lo consigue cambiando su potencia.

Una característica importante del cristalino es su estructura a capas que, gracias a las diferentes concentraciones de proteínas, consigue que el índice de refracción de esta lente no sea un valor constante, sino un gradiente de índices de refracción. Debido a la complejidad de cálculo que este gradiente implica en el trazado de rayos, normalmente se aproxima el índice del cristalino por un valor constante.

El GRIN o gradiente de índice de refracción del cristalino ha sido conocido desde 1909 [1][2] y, desde entonces, se han usado dos modelos ópticos diferentes para estudiar el ojo humano teniendo en cuenta este gradiente. El primero de ellos es un modelo de gradiente continuo de índice (Blackler, 1980; Smith, Pierscionek y Atchison, 1991) que se asimila al comportamiento real de la lente; y el segundo modelo se trata de una aproximación sencilla de este gradiente utilizando capas (Gullstrand, 1909; Liu, 2005, Navarro, 2007). En la Figura 1.1 se muestran diferentes modelos de capas que se han estudiado a lo largo de la historia.

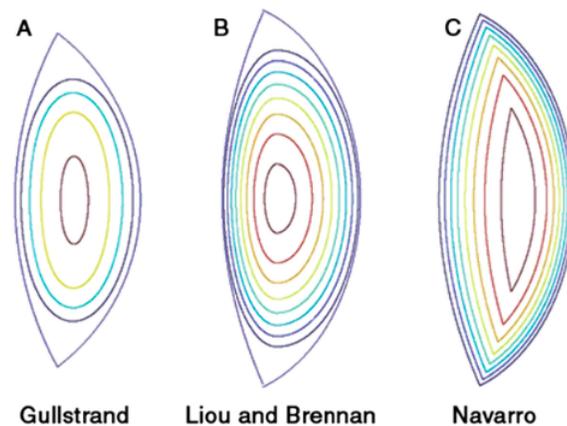


Figura 1.1: Esquemas de los diferentes modelos de capas del cristalino. [3]

El primer modelo de capas fue descrito por Gullstrand en 1909 [4], que representa el cristalino mediante dos capas. Su resultado fue prometedor, ya que al añadir dos superficies refractivas, la potencia de la lente fue mayor de lo que sería si estuviera formada por un material homogéneo de índice constante.

Con el tiempo se fue mejorando este modelo. Una mejora fue la de considerar más capas en el cristalino, como hicieron Liu [5] y Atchison [1]. Otros cambios fueron los de considerar diferentes curvaturas para las capas [6], centrar las capas no en el medio del cristalino, sino en el eje formado por la intersección de las capas externas, o aplicar este modelo al proceso de acomodación que sufre el cristalino.

Gracias a estos cambios se pudo diseñar un modelo simple que permitía obtener una mejor calidad en la imagen sin utilizar cálculos complejos como los necesarios para el GRIN. Esto permitía mejorar y facilitar los cálculos utilizados, entre otras cosas, para la fabricación de instrumentos ópticos necesarios para compensar defectos en la visión o aberraciones.

1.2. Objetivo y estructura del trabajo

El objetivo de este trabajo es el de estudiar el comportamiento del cristalino del ojo humano y como afecta el considerar un gradiente de índice (GRIN) en vez de un índice de refracción constante. Para estudiar este gradiente de índice se aplicará un modelo de capas, parecido al modelo de capas de Navarro, a la estructura del cristalino comparándolo con el modelo de ojo completo de Navarro con índice de refracción del cristalino constante.

La memoria del trabajo se estructura de la siguiente forma:

El Capítulo 2 consiste en un breve resumen de los conceptos teóricos usados para fundamentar este trabajo. Entre dichos conceptos se encuentra una explicación de la anatomía del ojo humano, poniendo especial atención en la del cristalino. También se describirán los diversos modelos de ojo y se explicará con mayor atención el modelo que se va a simular en este trabajo.

En el tercer capítulo se describe el trazado de rayos utilizado en la simulación de las imágenes formadas en la retina y la caracterización del cristalino mediante un modelo de capas. A partir de los diagramas de impactos, los histogramas y mapas de color se obtienen los parámetros de calidad óptica utilizados para estudiar la calidad de la imagen.

El Capítulo 4 muestra los resultados obtenidos del programa de simulación de Matlab junto al análisis de los mismos. Se divide en dos partes: la primera recoge los resultados del sistema óptico considerando el cristalino como una lente de dos superficies, la segunda parte muestra los resultados al aplicar el modelo de capas

Por último, el Capítulo 5 recoge las discusiones y conclusiones del tema junto a posibles vías para el estudio más completo de este trabajo, por ejemplo, teniendo en cuenta el mecanismo de acomodación.

Capítulo 2

Conceptos previos

En este capítulo se resume brevemente los conceptos básicos necesarios para la comprensión de este trabajo, tales como el proceso de visión y la anatomía del ojo humano, definiendo más exhaustivamente el cristalino. Por último, se explican los diferentes modelos de ojo humano centrándonos en el modelo que se usará en este trabajo.

2.1. El ojo humano

La visión es un proceso que permite interpretar la información que recibimos del entorno a través de los rayos de luz que alcanzan el ojo. El globo ocular tiene una potencia aproximada de 60 dioptrías. Este proceso se divide en tres etapas: óptica, fisicoquímica y procesado de la imagen o psicofisiológica [7].

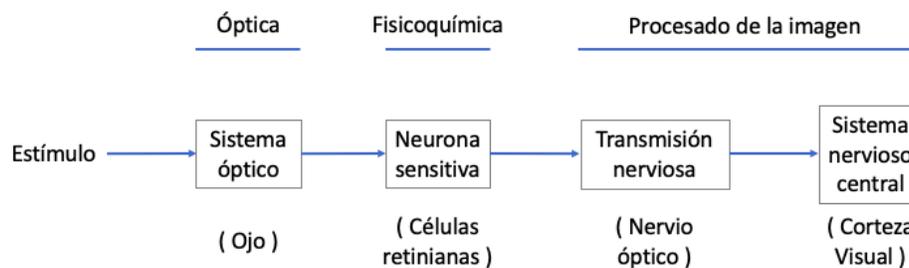


Figura 2.1: Esquema del proceso visual humano [7]

La primera fase consiste en un fenómeno físico en el cual los haces de luz atraviesan las diferentes superficies del ojo hasta llegar a formar una imagen en la retina.

Hay dos tipos de células fotosensibles en la retina: los conos y los bastones. Estos fotorreceptores ubicados en la retina son los encargados de recibir la señal luminosa. Cuando los fotorreceptores reciben un estímulo luminoso adecuado, se excitan y emiten impulsos eléctricos.

Por último, en la fase psicofisiológica, los impulsos eléctricos generados son enviados a través de las fibras del nervio óptico hasta alcanzar la corteza cerebral, donde se procesa y analiza la imagen. [7]

2.1.1. Anatomía del ojo

El globo ocular es aproximadamente una esfera de $24mm$ de diametro localizado en la órbita, que mantiene su posición debido a los músculos extraoculares. Estos músculos también son los encargados del control de la movilidad del ojo.

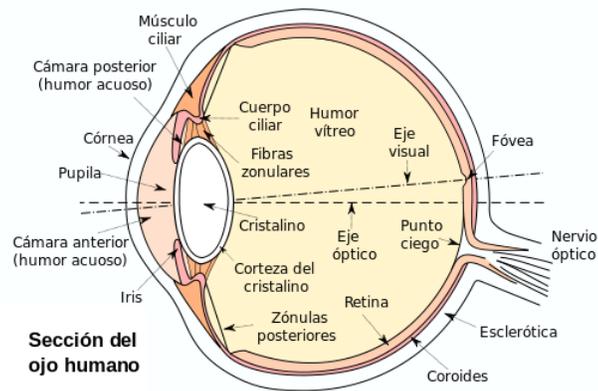


Figura 2.2: Esquema de la anatomía del ojo humano[8].

La capa externa del ojo se denomina esclerótica, que se trata de una membrana blanquecina, resistente y fibrosa cuya función es la de proteger a los elementos internos y dar forma al globo ocular.

La córnea se encuentra en la parte anterior de la esclerótica, es una superficie transparente que permite el paso de la luz y contribuye al sistema óptico con un poder refractivo fijo aproximado de 43 dioptrías.

En la parte interna de la esclerótica se encuentra la membrana conocida como coroides, la cual tiene una pigmentación oscura debido a que presenta una gran cantidad de vasos sanguíneos que nutren a las diversas partes del ojo; y a la presencia de melamina. Esta pigmentación absorbe parte de los rayos que llegan al ojo y evitan su reflexión.

No se trata de una membrana completamente cerrada, sino que presenta una apertura en la parte anterior conocida como iris. El iris es un diafragma circular cuya función es la de regular la cantidad de luz que llega al ojo mediante la dilatación y contracción de un orificio situado en el centro del mismo, denominado la pupila. Su diámetro varía entre $2mm$ cuando la luz es muy intensa y $8mm$ con baja iluminación.

La capa interna de la coroides se encuentra rodeada por la retina, una membrana nerviosa que tiene una estructura compleja ya que se trata de una prolongación del sistema nervioso [9]. En ella se forma la imagen y se transforma la señal luminosa en estímulos nerviosos que se transmiten a través del nervio óptico al cerebro. Los fotorreceptores son los encargados de recibir esta señal luminosa y hay de dos tipos: los conos, que son los responsables de la percepción del color, y los bastones, que se encargan de la visión en baja luminosidad. Estos últimos están ubicados en toda casi toda la superficie de la retina menos en la fovea.

En el centro de la retina hay una pequeña depresión de unos $1,5mm$ de diámetro conocida como fovea, que se encuentra poblada prácticamente por conos muy compactos y delgados, lo cual implica una mayor nitidez visual.

En el interior de las membranas se pueden distinguir dos cámaras separadas. Entre la córnea y el iris se sitúa la cámara anterior, formada por el humor acuoso, un líquido incoloro formado 98% por agua. Entre el iris y el cristalino se encuentra la cámara posterior, también llena del humor acuoso.

El cristalino es una lente transparente biconvexa situada detrás del iris y delante del humor vítreo. Su principal función es la de enfocar la imagen a distintas distancias. En el siguiente apartado se explicará detalladamente su anatomía y su función.

Por último, entre el cristalino y la retina, nos encontramos con el humor vítreo, un líquido gelatinoso y transparente más denso que el humor acuoso.

2.1.2. Cristalino

El cristalino es una lente biconvexa capaz de variar su curvatura o poder de convergencia mediante un proceso denominado acomodación.

Su tamaño aumenta a lo largo de la vida. El cristalino de un recién nacido tiene un espesor aproximado de $3,5mm$, mientras que el espesor de un adulto ronda los $4mm$. Gracias al proceso de acomodación este espesor sufre un incremento cuando se quiere enfocar la vista a objetos cercanos. Esto es lo que se conoce como presbicia.

El cristalino se encuentra localizado entre el iris y el humor vítreo, sujeto por la zónula, una ligamento compuesto por fibras elásticas, al músculo ciliar. Debido a la contracción de este músculo, la zónula se relaja y el cristalino cambia su curvatura, aumentando la esfericidad de la lente.

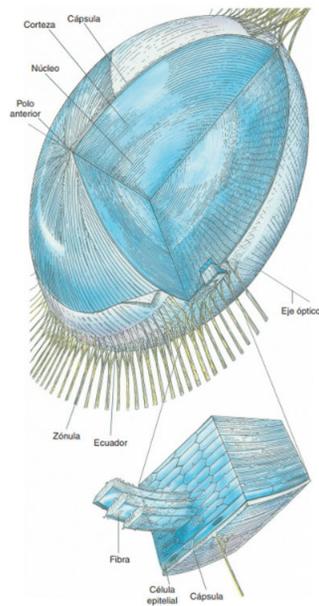


Figura 2.3: Esquema del cristalino humano [10].

El cristalino tiene una estructura de capas semejante a la de una cebolla, con alrededor de 22000 capas [11], pudiendo diferenciar cuatro partes principales:

- **Cápsula o cristalinoide.** Se trata de la membrana transparente y elástica que envuelve al cristalino. Está conectada al músculo ciliar a través de la zónula.
- **Epitelio.** Capa localizada en el interior de la cápsula. Su función es la de alimentar al cristalino.
- **Corteza.** El cristalino está formado por fibras compuestas principalmente por unas proteínas llamadas cristalinas. La lente del cristalino continua en crecimiento gracias a la producción de nuevas capas de fibras, que se van acumulando y superponiendo unas encima de otras formando la corteza. Debido a estas fibras el índice del cristalino no es un valor constante, sino que posee un gradiente de índice no uniforme.

- **Núcleo.** Zona rodeada por la corteza formada por las fibras primarias, que son fibras embrionarias. En este área el gradiente de índice de refracción prácticamente es constante.

Otra característica importante del cristalino es su transparencia, que permite a los rayos atravesar la lente para formar la imagen en la retina. La pérdida de esta transparencia se conoce como cataratas, que es una de las enfermedades principales que afectan al cristalino. Otra dolencia ocurre cuando, debido a la edad, el cristalino va perdiendo la capacidad de acomodar, impidiendo enfocar objetos cercanos.

2.2. Modelos de ojo

El ojo es un sistema óptico [12] formado por cuatro superficies refractivas que permite desviar los rayos para enfocarlos en la retina. Su comportamiento es el de un sistema convergente de aproximadamente 60 dioptrías.

Atendiendo al número de superficies consideradas se pueden describir tres tipos de modelos de ojo [3][7]:

- **Modelo de ojo reducido.** Se trata del modelo más simple, formado únicamente por una sola superficie que separa dos medios con diferentes índices de refracción (dioptrio).
- **Modelo de ojo simplificado.** El esquema del ojo se representa en tres dioptrios, dos pertenecientes al cristalino y se reduce la córnea a una única superficie ya que los planos principales de las dos superficies de la cornea están muy próximos.
- **Modelo de ojo completo.** Hace referencia al modelo más realista del ojo humano. En él se consideran cuatro superficies, dos pertenecientes a la córnea y dos al cristalino. Este modelo es el utilizado para la realización de los cálculos y la simulación del trazado de rayos de este trabajo.

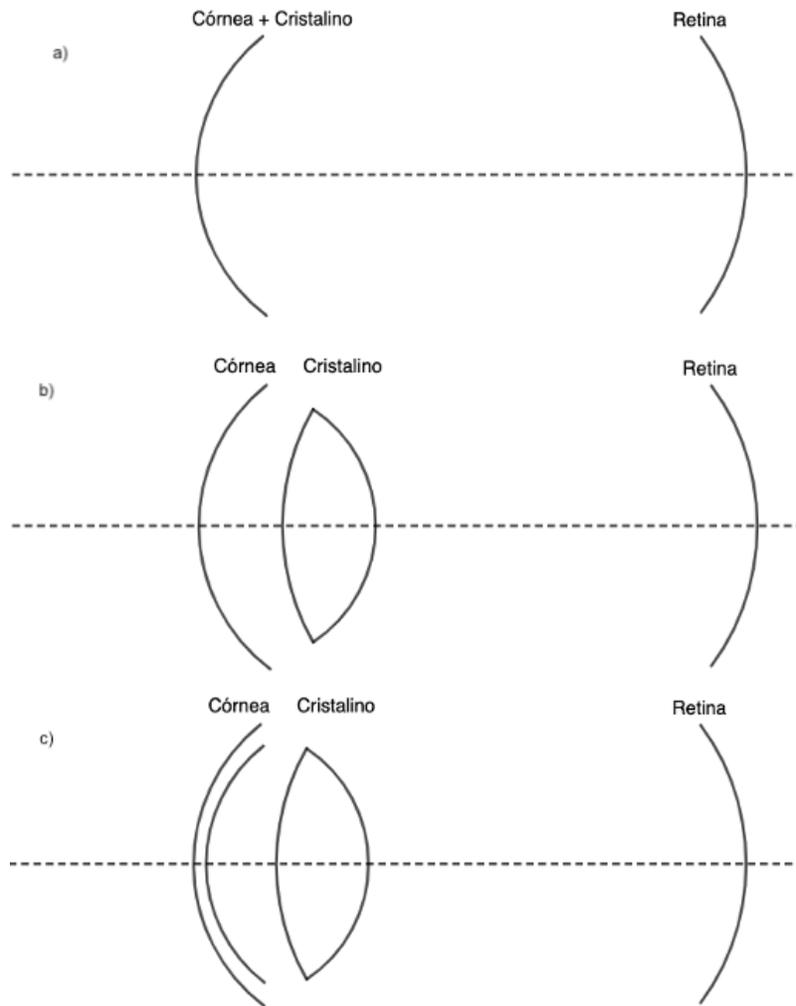


Figura 2.4: Esquemas de los modelos de ojo. (a) Modelo de ojo reducido. (b) Modelo de ojo simplificado. (c) Modelo de ojo completo

2.2.1. Modelo de ojo completo

Dentro de este tipo de modelo de ojo hay diferentes autores que han intentado reproducir con mayor exactitud el sistema óptico. Entre ellos cabe destacar los modelos de Gullstrand (1909), Le Grand-El Hage(1980), Kooijman (1983) y Navarro (1985).

Los dos primeros modelos se caracterizan por considerar superficies esféricas, mientras que el modelo de Kooijman utiliza los valores del modelo de Le Grand-El Hage

CAPÍTULO 2. CONCEPTOS PREVIOS

pero aplicando una cierta asfericidad a sus superficies. Por último, Navarro modifica los valores de la cara anterior de la córnea y del cristalino del modelo de Kooijman por unos valores más cercanos a los reales. En este trabajo se utilizan los parámetros descritos en el modelo de Navarro (Tabla 2.1.) pero teniendo en cuenta solamente superficies esféricas.

Parámetros oculares		Kooijman	Navarro
Radio / <i>mm</i>	Sup. anterior córnea	7.80	7.72
	Sup. posterior córnea	6.50	6.50
	Sup. anterior cristalino	10.20	10.20
	Sup. posterior cristalino	-6.00	-6.00
	Retina	-24.2	-24.2
Distancia Vertice / <i>mm</i>	Sup. posterior córnea	0.55	0.55
	Sup. anterior cristalino	3.60	3.60
	Sup. posterior cristalino	7.60	7.60
	Retina	24.20	24.20
Índice de refracción	Córnea	1.3771	1.367
	Humor acuoso	1.3374	1.3374
	Cristalino	1.42	1.42
	Humor vítreo	1.336	1.336
Asfericidad	Sup. anterior córnea	-0.25	-0.26
	Sup. posterior córnea	-0.25	-0.250
	Sup. anterior cristalino	-3.06	-3.1316
	Sup. posterior cristalino	-1.0	-1.0

Tabla 2.1: Parámetros oculares para los modelos de ojo de Kooijman y Navarro [7]

Capítulo 3

Modelo y método de trazado de rayos

En este capítulo se explicará el método de simulación del trazado de rayos usado para el estudio del modelo de ojo completo de Navarro [Tabla 2.1] junto a la caracterización por capas de la lente del cristalino. También se comentarán las gráficas y parámetros usados para el estudio de la imagen.

3.1. Descripción de la simulación

Se va a realizar una simulación del trazado de rayos del sistema óptico del ojo humano mediante un programa en *Matlab*. Esta simulación podría hacerse en un modelo de tres dimensiones, pero teniendo en cuenta la simetría de revolución en torno al eje óptico y que el objeto a estudiar está sobre este eje, se puede considerar que todas las refracciones tienen lugar en el plano definido por el eje óptico y el rayo.

Para seleccionar los rayos entrantes en este sistema óptico tenemos que tener en cuenta dos factores. El primero es el tipo de muestreo que se va a utilizar, para ello usaremos un muestreo cartesiano. Consideramos entonces una malla de puntos con un intervalo de $0,05mm$ en cada dirección .

El segundo factor a tener en cuenta es la pupila. La pupila tiene una apertura cuya función es la de regular la cantidad de rayos que llegan al ojo. Este diafragma tiene forma circular y cuenta con un diámetro variable dependiendo de la cantidad de luz que reciba. Para este trabajo se han tenido en cuenta tres diámetros pupilares de $3mm$, $5mm$ y $6mm$.

Cada rayo que pasa por la pupila tiene unas coordenadas X e Y diferentes, es decir,

un plano meridiano diferente. Estas coordenadas pueden pasarse a coordenadas polares mediante un simple cambio de variable, donde obtendremos la distancia del rayo al centro de la pupila h y el ángulo θ que se forma con el eje Y .

$$h = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (3.1)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right) \quad (3.2)$$

3.2. Trazado de rayos

Para estudiar el trazado de rayos se utilizan el modelo de ojo completo con los parámetros de Navarro. Este modelo consiste en un sistema óptico con cuatro dioptrios: dos correspondientes a la córnea y dos al cristalino. A partir del estudio geométrico y la aplicación de la ley de Snell, se pueden obtener los diferentes puntos de corte del rayo de luz con las superficies.

En la Figura 3.1 se muestra el esquema del trazado de rayos que se va a realizar para cada superficie.

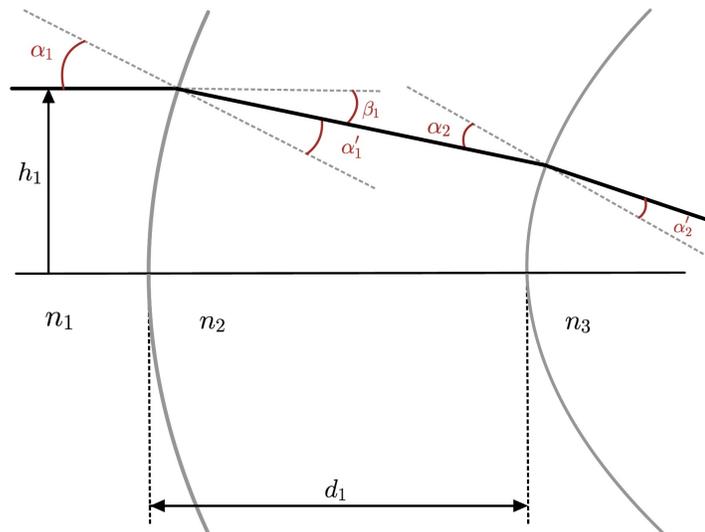


Figura 3.1: Esquema del trazado de rayos para dos dioptrios. El primer dioptrio de radio R_1 y el segundo de radio R_2 .

Se parte de un rayo de altura h_1 proveniente del infinito cuya entrada está limitada por las dimensiones de la pupila. Este rayo impacta con la superficie anterior de la córnea en un punto de corte concreto:

$$Y_1 = h_1 \quad (3.3)$$

$$X_1 = \frac{\frac{Y_1^2}{R_1}}{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{Y_1}{R_1}\right)^2}} \quad (3.4)$$

Debido a la diferencia de índices de refracción entre el aire ($n_1 = n_a = 1$) y la córnea ($n_2 = n_{cornea} = 1,367$) se produce una gran refracción del rayo. Aplicando la ley de refracción o ley de Snell ¹ se obtiene la relación entre el ángulo de incidencia α_1 y el ángulo de refracción α'_1 [11]

$$\theta_1 = \alpha_1 = \arcsin\left(\frac{Y_1}{R_1}\right) \quad (3.5)$$

$$\alpha'_1 = \arcsin\left[\frac{n_1}{n_2}\left(\frac{Y_1}{R_1}\right)\right] \quad (3.6)$$

Formando un ángulo entre el rayo refractado y el eje óptico de:

$$\beta_1 = \alpha_1 - \alpha'_1 \quad (3.7)$$

A continuación el rayo impactará con la segunda superficie de la córnea. Para obtener el punto de corte con la superficie posterior de la córnea se calcula la intersección entre la cónica y la ecuación del rayo, tomando como origen el centro de curvatura de la superficie anterior de la córnea. Como resultado de esta intersección se obtienen las siguientes ecuaciones:

¹La ley de Snell es una fórmula utilizada para calcular el ángulo de refracción de la luz al incidir con una superficie que separe dos medios de propagación diferentes.

$n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha'_1$

$$Y_2 = Y_1 - \tan \beta_1 (X_2 - X_1) \quad (3.8)$$

$$X_2 = d_1 + \frac{\frac{Y_2^2}{R_2}}{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{Y_2}{R_2}\right)^2}} \quad (3.9)$$

Para determinar el punto de corte es necesario resolver la ecuación de segundo grado $Ax^2 + Bx + C = 0$ donde dichos coeficientes vienen dados por:

$$\begin{aligned} A_1 &= 1 + \tan^2 \beta_1 \\ B_1 &= -2(X_1 \tan^2 \beta_1 + Y_1 \tan \beta_1 + R_2 + d_1) \\ C_1 &= (Y_1 + X_1 \tan \beta_1)^2 + 2R_2 d_1 + d_1^2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Pudiendo conocer la coordenada X_2 mediante la siguiente ecuación:

$$X_2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (3.11)$$

Se toma el resultado negativo de dicha ecuación ya que el punto de corte se sitúa a la izquierda del centro de la circunferencia.

Este proceso se repite con el resto de las superficies: dos en el cristalino y una en la retina. Hay que tener en cuenta que para la superficie posterior del cristalino y la retina es necesario tomar la solución positiva de la ecuación de segundo grado, esto es debido a que el punto de corte se encuentra a la derecha del centro de la circunferencia.

3.3. Modelización del cristalino.

Como se ha comentado previamente en el Capítulo 2, el cristalino es una lente transparente formada por un conjunto de capas fibrosas, lo cuál conlleva que el índice del cristalino no sea un valor constante, sino que se trate de un gradiente de índices o sistema GRIN. En este trabajo se estudia el papel de dicho gradiente en la calidad óptica.

Debido a la complejidad del trazado de rayos para un sistema GRIN, se ha aproximado el modelo del cristalino a una estructura de capas con índices de refracción constantes entre ellas como muestra la Figura 3.2.

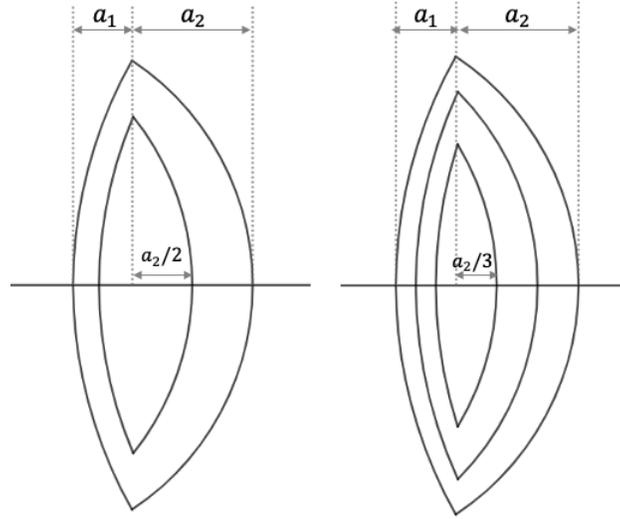


Figura 3.2: Esquema del cristalino para dos capas (izquierda) y tres capas (derecha) [1].

Para caracterizar este modelo hay que tener en cuenta los siguientes puntos:

- El cristalino tiene un eje central en el que interaccionan ambas superficies. Este eje divide ambas partes del cristalino en dos sectores: el sector anterior, de espesor a_1 , formado por la primera superficie anterior del cristalino y las superficies de las capas anteriores; y el posterior, de espesor a_2 , que recoge tanto la superficie externa posterior del cristalino como los dioptrios que se encuentren en su interior.
- Se ha considerado que las curvaturas de las capas internas son las mismas que la de las superficies externas, es decir, los radios de las superficies internas del cristalino tienen el mismo valor que los radios de la cápsula: $R_{ant} = R_{capas(ant)}$ y $R_{pos} = R_{capas(pos)}$. Simplemente estas superficies están desplazadas del centro de curvatura de la superficie externa.
- La distancia entre superficies es la misma para cada sector del cristalino. Para calcular esa distancia se ha dividido a_1 y a_2 entre el número de capas. En la Figura 3.2 se muestran ejemplos de los esquemas de un cristalino de dos capas y de tres capas.

- El índice de refracción del núcleo del cristalino es mayor que el de las capas más superficiales, disminuyendo dicho valor cuando mas se acerque a la cápsula del cristalino.

Para estudiar el comportamiento del gradiente de índice en la calidad óptica de la imagen se ha ido variando el número de capas junto a sus índices de refracción, teniendo en cuenta que el índice de la capa más externa tiene que ser mayor que los índices del humor vítreo y humor acuoso y su valor medio debe ser cercano a 1.42.

El trazado de rayos para el modelo de capas varía al añadir nuevas capas. Para conseguir esto simplemente hay que considerar nuevas superficies en el interior del cristalino.

3.4. Diagrama de impactos, histograma y mapa de color

Para evaluar la calidad óptica de la imagen se estudia el sistema óptico de un ojo emétrope, es decir, un ojo que, sin acomodación, hace converger los rayos con origen en el infinito en la retina.

El ojo no es un sistema óptico perfecto, aunque se trate de un ojo emétrope, por lo que la imagen formada en la retina no es un único punto, sino que se forma una mancha que se conoce como diagrama de impactos.

La imagen no es perfecta debido al tamaño de los fotodetectores y a las aberraciones. Para suplir estas imperfecciones el ojo mejora la calidad de la imagen colocando la imagen del objeto que se quiere examinar encima de la fovea, donde hay una mejor calidad óptica. [13]

En la Figura 3.3 se muestra un ejemplo de diagrama de impactos realizado en la simulación.

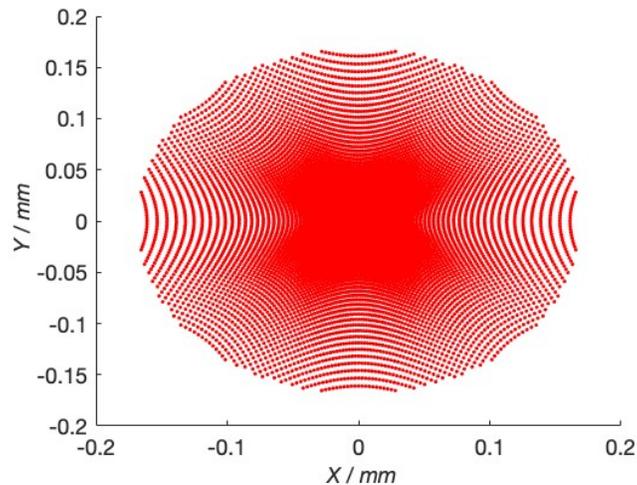


Figura 3.3: Diagrama de impactos del modelo simple del cristalino para un diámetro pupilar de 6mm .

Se han obtenido los diagramas de impacto para ambos modelos del cristalino. En el modelo simple se han realizado los diagramas para tres diámetros pupilares de 3mm , 5mm y 6mm . Mientras, en el modelo de capas, se ha estudiado el comportamiento de un ojo emétrope con diámetro pupilar de 5mm variando el número de capas.

A partir de cada diagrama de impactos se ha obtenido el histograma de densidad de rayos por área en función al centro de la imagen. Para obtener este diagrama se ha tomado el valor máximo de la mancha x_{max} y se ha dividido la mancha en 10 coronas equiespaciadas. Se han contabilizado el número de rayos que convergen en cada corona y se ha dividido entre el área de dicha superficie. Gracias al programa de simulación de Matlab se obtiene esta densidad de rayos y se representa en un histograma como el que se muestra en la Figura 3.4.

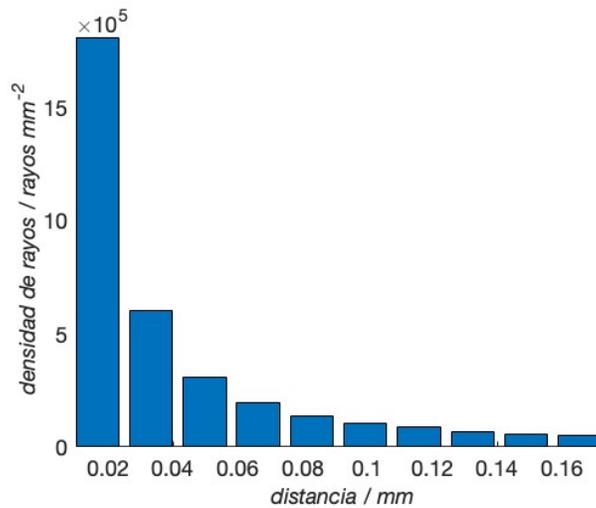


Figura 3.4: Histograma de la densidad de rayos en función de la distancia al centro de la imagen para una pupila de 6mm .

Para mayor información de los modelos del cristalino se han obtenido los mapas de color de cada diagrama de impactos. En este gráfico se representa la cantidad de rayos que llegan a cada punto específico de la retina. Un ejemplo de mapa de color es el de la Figura 3.5

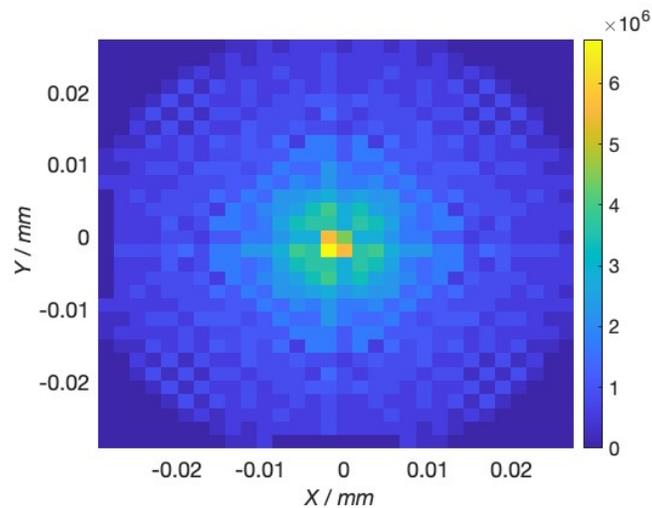


Figura 3.5: Mapa de color para el modelo simple de cristalino con una pupila de 3mm de diámetro.

3.5. Calidad óptica de la imagen

Para entender el papel del gradiente en la calidad óptica de la imagen es necesario definir unos parámetros que instauren criterios de calidad óptica en este modelo. La obtención de dichos parámetros sera a partir del estudio de los diagramas de impactos y sus correspondientes histogramas:

- **Tamaño de la mancha.** El diagrama de impactos tiene un tamaño de mancha comprendido entre $[-x_{max}, x_{max}]$. Siendo x_{max} el radio máximo de la mancha, podemos obtener su tamaño duplicando dicho valor. Gracias a este parámetro podemos comprender la calidad óptica de la imagen: a mayor tamaño de mancha menor es la calidad óptica de la imagen formada en la retina debido a que hay una mayor dispersión de rayos en la fovea.
- **Tamaño efectivo de la mancha.** Este parámetro indica la cantidad de rayos de luz que llega a la zona central de la mancha. Esta zona es conocida como fovea y tiene una mayor nitidez visual que el resto de la retina. Para ello es necesario calcular la anchura a media altura del histograma de la densidad de rayos.

Capítulo 4

Resultados

En este capítulo se recogen los diagramas de impactos, histogramas y mapas de color obtenidos de la simulación de Matlab para los dos modelos de cristalino.

Primero, se estudia el caso de un ojo emétrope con un cristalino simple, de una capa o, lo que es lo mismo, dos superficies; para varios diámetros pupilares.

A continuación, para un mismo diámetro pupilar, se añaden capas al cristalino, aumentando el número de superficies del sistema óptico y estudiando su calidad óptica mediante la comparación de los parámetros de calidad citados anteriormente.

4.1. Modelo de ojo emétrope con cristalino simple

Previamente a analizar el papel que produce el modelo de capas del cristalino, se ha estudiado el trazado de rayos y la calidad óptica de la imagen para un ojo sano considerando un modelo con solo dos superficies en el cristalino. Para ello se han utilizado unos diámetros pupilares de $3mm$, $5mm$ y $6mm$, representando así tres situaciones con distinta luminosidad.

En las Figuras 4.1, 4.2 y 4.3 se han representado los diagramas de impactos, los histogramas de la densidad de rayos y los mapas de color para esos diámetros pupilares.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS

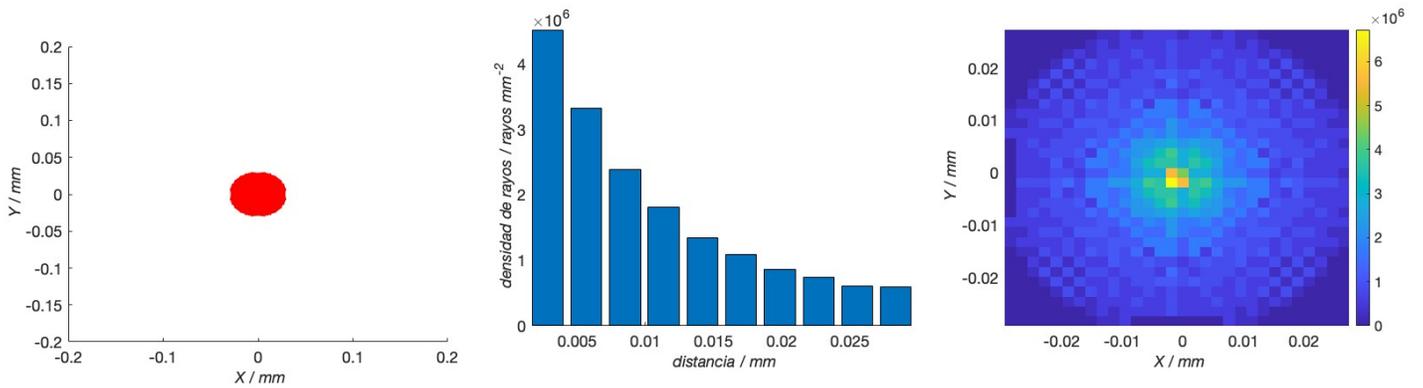


Figura 4.1: Diagrama de impactos, histograma de densidad de rayos y mapa de color para un diámetro pupilar de 3mm .

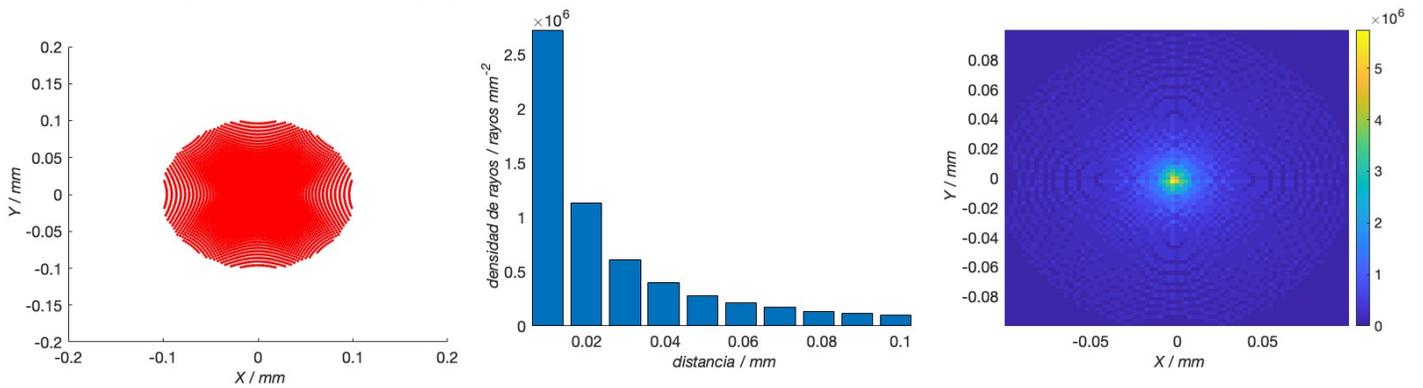


Figura 4.2: Diagrama de impactos, histograma de densidad de rayos y mapa de color para un diámetro pupilar de 5mm .

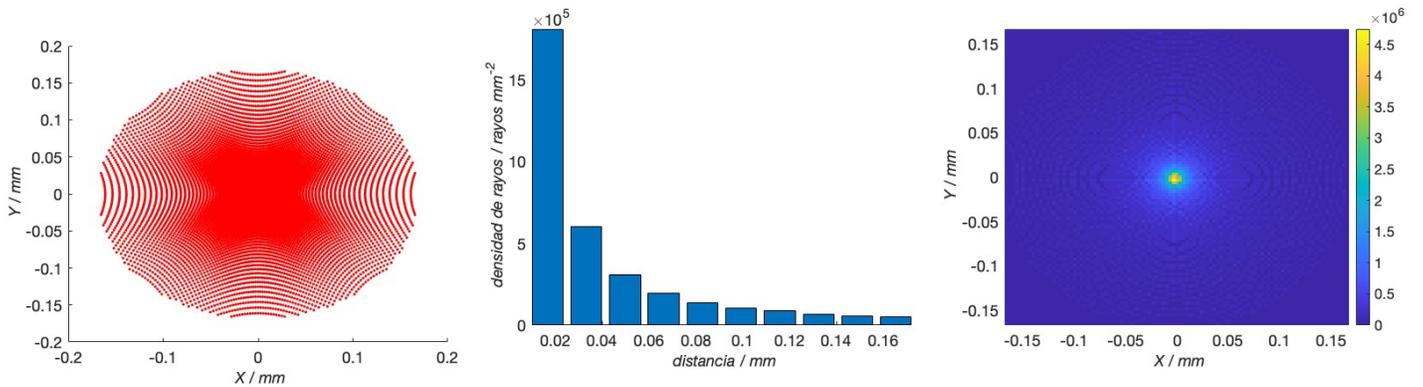


Figura 4.3: Diagrama de impactos, histograma de densidad de rayos y mapa de color para un diámetro pupilar de 6mm .

Como se puede apreciar, al aumentar el diámetro pupilar, aumenta el tamaño de la mancha en el diagrama de impactos debido a la aberración esférica. Esto se debe a que un diámetro pupilar mayor permite el paso a los rayos que inciden paralelamente al eje óptico pero que están más alejados del mismo. Estos rayos se concentran en un foco diferente a los rayos más cercanos al eje óptico, formando así una mancha.

De los histogramas de densidad de rayos se puede observar que la primera barra es de mayor tamaño que el resto, por lo que la mayor parte de los rayos se encuentran en la parte central de la mancha. A medida que se va aumentando el diámetro pupilar el histograma va variando. Aumentando el diámetro pupilar se aumenta el área en el que los rayos inciden en la retina, disminuyendo la densidad de rayos en toda la mancha ya que los rayos se reparten por una mayor superficie. Pero esta distribución de rayos no es homogénea, sino que la mayoría de rayos acaban en el centro de la mancha. Solamente los rayos incidentes más alejados al eje óptico terminan alejados del centro de la mancha por la aberración esférica.

Este comportamiento se puede apreciar más claramente analizando los mapas de color, que nos dan una imagen de la densidad de rayos de la mancha en dos dimensiones.

En la Tabla 4.1 se recogen los parámetros de calidad ópticos tales como el tamaño de mancha y el tamaño efectivo de la mancha para los tres diámetros pupilares diferentes.

Diámetro pupilar/mm	Tamaño de mancha/mm	Tamaño efectivo/mm
3	0.0566	0.0085
5	0.19766	0.0099
6	0.3310	0.0165

Tabla 4.1: Parámetros de calidad óptica de la imagen para un ojo emétrope utilizando un modelo de ojo completo.

Para comprender más profundamente la calidad de la imagen es necesario no solamente estudiar las gráficas de los diagramas de impactos, histogramas y mapas de color, sino también obtener los parámetros de calidad como el tamaño y tamaño efectivo de la mancha.

Como demuestra el tamaño de la mancha en la Tabla 4.1, podemos observar que la mancha va aumentando de tamaño al aumentar el diámetro pupilar. Pero el parámetro más realista es el del tamaño efectivo, ya que es el que nos da información de la cantidad de rayos que llega a la parte central de la mancha.

Al aumentar el diámetro de la pupila el tamaño efectivo aumenta también, debido a la aberración esférica, ya que la densidad de rayos se distribuye en una mancha mayor.

4.2. Modelo de ojo con cristalino a capas

Posteriormente a estudiar el ojo emétrope con un modelo de cristalino de una capa (2 superficies) se analiza el efecto que produce a la calidad de la imagen el añadir más capas al modelo del cristalino. Para este estudio se utiliza un diámetro pupilar de $5mm$.

Para ello se simula mediante un programa de Matlab el trazado de rayos para 3, 4 y 5 capas¹ y se obtienen sus diagramas de impactos, histogramas de densidad de rayos y mapas de color. Para facilitar la comparación con el modelo simple del cristalino se representa también el modelo simple del cristalino para el mismo diámetro pupilar. Estas gráficas se muestran en las Figuras 4.4, 4.5, 4.6 y 4.7.

Para caracterizar las capas del cristalino es necesario no solamente conocer el número de capas, sino también los índices de refracción de las superficies entre ellas. En el modelo más simple conocer su valor es sencillo, ya que al tener únicamente una capa, corresponde al parámetro del índice de refracción del cristalino de Navarro $n_c = 1,42$. Al aumentar el número de capas es necesario ir variando los índices de refracción en torno a este valor, teniendo en cuenta que en el núcleo del cristalino hay una mayor concentración de proteínas y, por lo tanto, un índice de refracción mayor. En la Tabla 4.2 se muestran los índices de refracción usados para cada número de capas.

Número de capas	Índices de refracción
1	[1.420]
3	[1.360 1.420 1.450]
4	[1.375 1.405 1.436 1.448]
5	[1.3898 1.3962 1.401 1.4442 1.458]

Tabla 4.2: Número de capas e índices de refracción para cada caracterización del cristalino. El orden en el que se presentan los índices corresponde al orden de la superficie más superficial (un índice menor) al núcleo del cristalino (un índice mayor).

En las Figuras 4.4, 4.5, 4.6 y 4.7 se muestran los diagramas de impactos, histogramas de densidad de rayos y mapas de color de cada modelo de cristalino a capas para un diámetro pupilar de $5mm$.

¹Teniendo en cuenta que en este número están tanto la capa externa del cristalino como las capas internas.

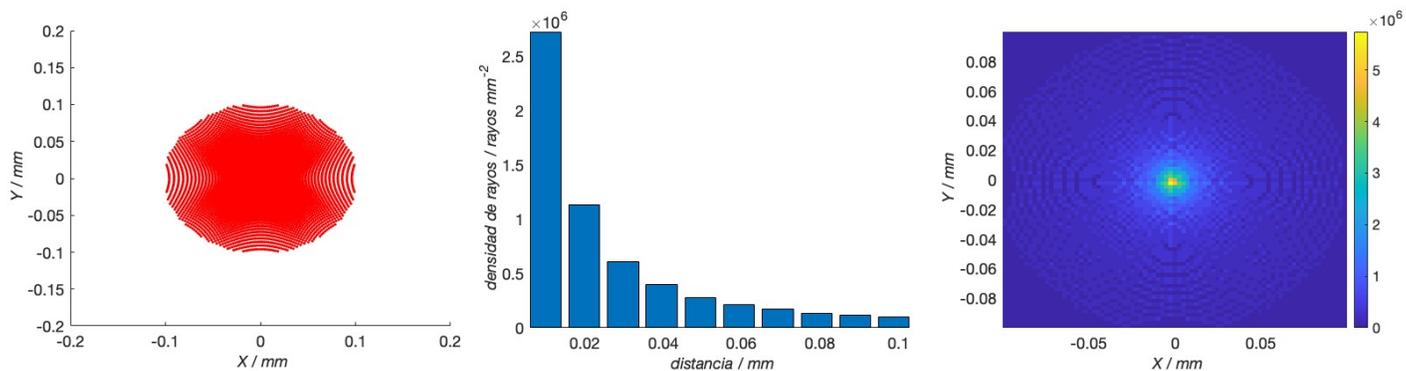


Figura 4.4: Gráficas para un modelo de cristalino homogéneo (una capa).

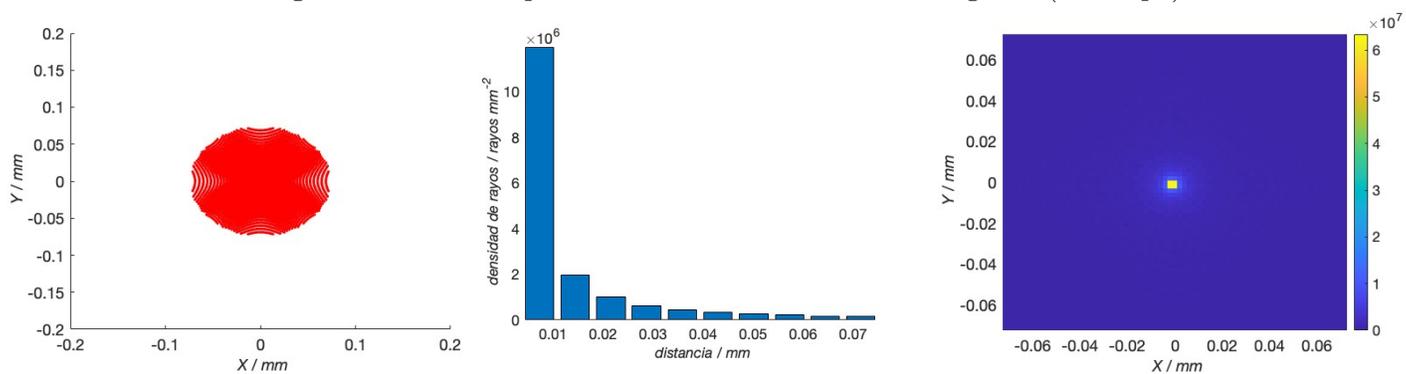


Figura 4.5: Gráficas para un modelo de cristalino de tres capas.

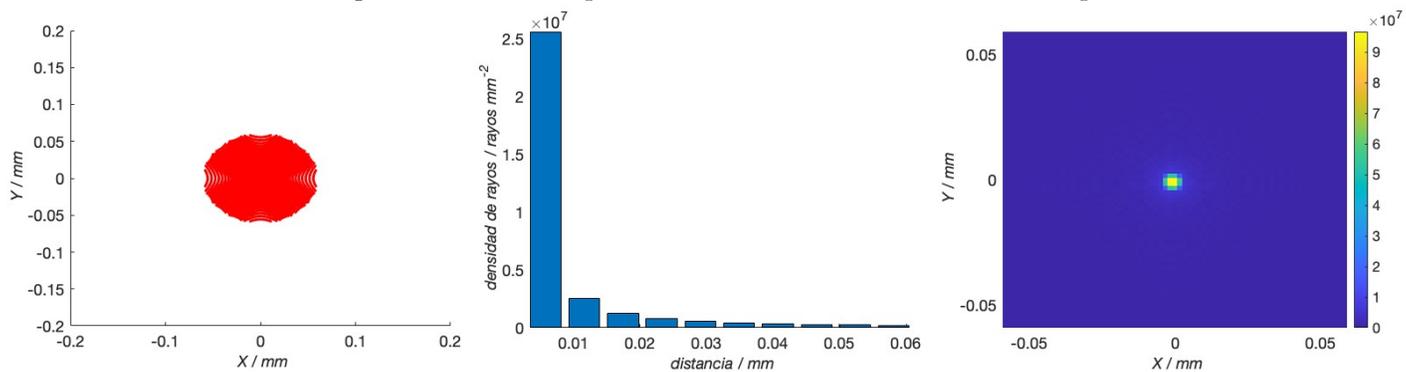


Figura 4.6: Gráficas para un modelo de cristalino de cuatro capas.

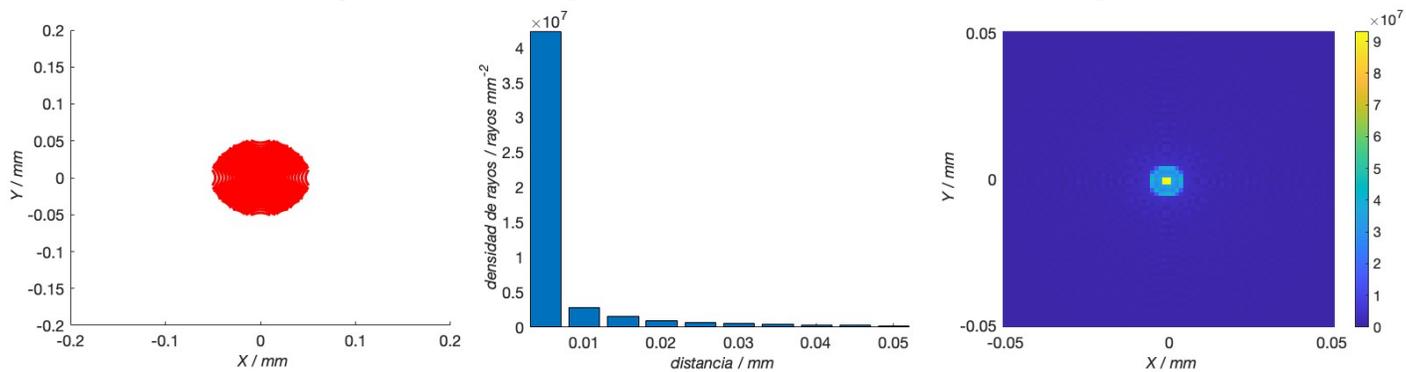


Figura 4.7: Gráficas para un modelo de cristalino de cinco capas.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS

En las Figuras 4.4, 4.5, 4.6 y 4.7 se puede apreciar que al aumentar el número de capas el tamaño de la mancha del diagrama de impactos disminuye. Estos valores quedan registrados en la Tabla 4.3. Esto significa que, al ir añadiendo diversos índices de refracción al modelo, consiguiendo un comportamiento más cercano al del gradiente de índices de un cristalino real, se va mejorando la calidad de la imagen en la retina, corrigiendo en cierta parte la aberración esférica.

Número de capas	Tamaño de mancha/mm	Tamaño efectivo/mm
1	0.1976	0.0099
3	0.1429	0.0071
4	0.1164	0.0058
5	0.1001	0.0050

Tabla 4.3: Parámetros de calidad óptica de la imagen para un ojo emétrope utilizando un modelo de ojo completo.

La forma más eficaz de comprobar la calidad de la imagen es estudiando el tamaño efectivo de la mancha, que corresponde con la anchura a media altura del histograma de densidades de rayo, es decir, la anchura de la mancha en la que la densidad de rayos es la mitad de la densidad total.

Como se puede apreciar en la Tabla 4.3 el tamaño de la mancha disminuye al considerar un mayor número de capas en el cristalino. Esto sucede también con el tamaño efectivo, que va disminuyendo, por lo que la imagen tiene una mejor calidad.

Capítulo 5

Conclusiones

En este último capítulo se presentan las principales conclusiones obtenidas en el trabajo. También se comenta posibles líneas futuras de estudio.

5.1. Resultados y conclusiones

En este trabajo se ha usado el modelo de ojo completo de Navarro para estudiar el efecto que tiene el gradiente de índices de refracción del cristalino en la calidad óptica de la imagen. Para ello se ha comparado dos modelos de cristalino; un modelo simple formado por dos superficies refractivas y un modelo a capas, que añade más superficies refractivas a la lente, intentando ajustarse al comportamiento del gradiente de índices.

Se ha desarrollado un programa de simulación en Matlab para realizar el trazado de rayos, obteniendo a su vez el diagrama de impactos, el histograma de densidad de rayos y el mapa de color. Este trazado de rayos ha sido realizado tanto para estudiar el modelo de cristalino simple variando el diámetro pupilar, lo cual simula distintas situaciones de luminosidad; como para el modelo de capas del cristalino, añadiendo un mayor número de superficies a la lente. Para comparar la calidad óptica de la imagen se han definido y obtenido los parámetros de calidad de la imagen, como son el tamaño de mancha y el tamaño efectivo.

En el estudio de los resultados obtenidos se ha observado que el modelo de capas mejora la calidad óptica de la imagen. Esto viene demostrado por los parámetros de calidad óptica recogidos en la Tabla 4.3. El modelo simple de cristalino, considerando una capa, tiene un tamaño de mancha de $1,976mm$ y un tamaño efectivo de $0,0099mm$. Añadiendo superficies de refracción a la parte interna de la lente se consigue disminuir ambos valores, pudiendo llegar a disminuir, usando cinco capas, el tamaño de mancha hasta un 49,34 % y el tamaño efectivo un 49,4 % de sus valores considerando un índice

de refracción constante.

5.2. Posibilidades futuras

En este trabajo se ha estudiado el comportamiento de la calidad óptica de la imagen al tener en cuenta que el cristalino tiene un gradiente de índices de refracción. Para ello se ha considerado el cristalino como una estructura de capas con diferentes índices de refracción. Un punto de mejora en este modelo es considerar un mayor número de capas, consiguiendo así una mayor similitud con el comportamiento real de la lente, o considerar el gradiente de índice sin aproximaciones de capas. Otra forma de mejora podría ser considerar un modelo diferente de capas, variando las curvaturas o el centro de las capas. También podría estudiarse el proceso de acomodación del cristalino y como varía su curvatura.

Otra mejora de este modelo podría ser la elección más precisa de los valores del índice de refracción entre capas. Atchison, en el artículo [1], estudio la distribución de los índices de refracción en el modelo de capas junto a la variación de la curvatura de las superficies.

En cuanto al modelo óptico usado, se ha utilizado el modelo de ojo completo de Navarro considerando todas las superficies como esferas. Una línea de estudio podría ser teniendo en cuenta la asfericidad de las superficies.

Otro punto interesante sería el estudio de un ojo que no sea emélope, es decir, que presente algún defecto de visión como la miopía, hipermetropía y astigmatismo.

Los parámetros utilizados para estudiar la calidad óptica han sido el tamaño de mancha y el tamaño efectivo. La información de la calidad de la imagen podría haber sido más completa estudiando otros parámetros tales como la razón de energía, que nos permite conocer la concentración de rayos en un área determinada respecto al total de rayos.

Bibliografía

- [1] Atchison D. A. y Smith G. «Continuous gradient index and shell models of the human lens». En: *Vision Research* 35.18 (1995), pp. 2529-2538. ISSN: 0042-6989. DOI: [https://doi.org/10.1016/0042-6989\(95\)00019-V](https://doi.org/10.1016/0042-6989(95)00019-V). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/004269899500019V>.
- [2] Navarro R. «The optical design of the human eye: A critical review». En: *J. Optom.* 2.1 (2009), pp. 3-18. DOI: <https://doi.org/10.3921/joptom.2009.3>.
- [3] Atchison D. A. y Thibos L. N. «Optical models of the human eye». En: *Clinical and Experimental Optometry* 99.2 (marzo de 2016), pp. 99-106. DOI: 10.1111/cxo.12352. URL: <http://dx.doi.org/10.1111/cxo.12352>.
- [4] Gullstrand A. *Appendices II and IV*. 3ª edición. Traducción en inglés editada por J P C Southall, Optical Society of America, 1924, 1909, 301–358, 382–415-.
- [5] Liu Y. J. et al. «An anatomically accurate eye model with a shell-structure lens». En: *Optik* 116.6 (julio de 2005), pp. 241-246. DOI: 10.1016/j.ijleo.2005.02.003. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijleo.2005.02.003>.
- [6] Navarro R. y Santamaría J. y Bescós 7. «Accommodation-dependent model of the human eye with aspherics». En: *J. Opt. Soc. Am. A* 2.8 (1985), pp. 1273-1280. DOI: 10.1364/JOSAA.2.001273. URL: <http://opg.optica.org/josaa/abstract.cfm?URI=josaa-2-8-1273>.
- [7] Artigas J.M. *Optica fisiológica: psicofísica de la visión*. McGraw-Hill, Interamericana de España, 1995. ISBN: 9788448601157. URL: <https://books.google.es/books?id=PJwS0gAACAAJ>.
- [8] Wikimedia Commons. *File:Eyesection-es.svg* — *Wikimedia Commons*, Recuperada el 28 de diciembre de 2021. 2021. URL: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Eyesection-es.svg&oldid=569642783>.
- [9] Marin M.C.P. *Óptica fisiológica*. Editorial Complutense, 2006. ISBN: 9788474918298. URL: <https://books.google.es/books?id=8oLkmt2iT8IC>.

BIBLIOGRAFÍA

- [10] *Esquema del cristalino*. Recuperada el 20 de junio de 2022. URL: <https://www.martinezdecarneros.com/wp-content/uploads/2019/02/cristalino-min.jpg>.
- [11] Hecht E. *Óptica*. 5ª. Madrid: Pearson Educación, 2017. ISBN: 9788490354926; 8490354928; URL: <https://go.exlibris.link/KmfBJ1pX>.
- [12] Graue E. «El ojo como sistema óptico». En: *Oftalmología en la práctica de la medicina general*, 4e. Ed. por Enrique Graue Wiechers. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2015. URL: accessmedicina.mhmedical.com/content.aspx?aid=1117579451.
- [13] Malacara D. *Óptica básica*. Ediciones Científicas Universitarias. FCE - Fondo de Cultura Económica, 2015. ISBN: 9786071634139. URL: <https://books.google.com.pe/books?id=TqASDQAAQBAJ>.
- [14] Smith G y Atchison D. A. «The gradient index and spherical aberration of the lens of the human eye». En: *Ophthalmic and Physiological Optics* 21.4 (2001), pp. 317-326. ISSN: 0275-5408. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0275-5408\(00\)00055-7](https://doi.org/10.1016/S0275-5408(00)00055-7). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0275540800000557>.
- [15] Díaz J A; Pizarro C. y Arasa J. «Single dispersive gradient-index profile for the aging human lens». En: *J. Opt. Soc. Am. A* 25.1 (2008), pp. 250-261. DOI: 10.1364/JOSAA.25.000250. URL: <http://opg.optica.org/josaa/abstract.cfm?URI=josaa-25-1-250>.
- [16] De Celis P. *Estudio de la calidad óptica del sistema ocular en pacientes con catarata*. González Fernandez, F., Ortiz Márquez, M. D. (dir.) [Trabajo Fin de Grado, Universidad de Cantabria]. Disponible en <http://hdl.handle.net/10902/23305>. 2021.
- [17] Martínez M. *Simulación del efecto producido por una catarata nuclear sobre la calidad óptica de un ojo sano*. González Fernandez, F., Ortiz Márquez, M. D. (dir.) [Trabajo Fin de Carrera, Universidad de Cantabria]. Disponible en: <http://hdl.handle.net/10902/4490>. 2014.
- [18] Palacio N. *Estudio teórico de la calidad óptica de lentes intraoculares para la corrección de las ametropías*. González Fernandez, F., Ortiz Márquez, M. D. (dir.) [Trabajo Fin de Grado, Universidad de Cantabria]. Disponible en: <http://hdl.handle.net/10902/8284>. 2016.

Apéndice A

Programas de Matlab

A continuación se muestran los programas de Matlab creados para esta simulación. Estos programas consisten en dos trazados de rayos: un modelo de índice del cristalino constante y otro con el modelo de capas. También muestra el programa utilizado para general los diagramas de impactos, los histogramas y los mapas de color

Trazado de rayos de modelo de cristalino simple.

```
function [ImagenSimple] = trazadoDeRayosSimple (h_Rayo)
% Funcion que se encarga de calcular la altura de la imagen para un
% trazado de rayos sin considerar las capas del cristalino
%
% @ h_Rayo          Altura del rayo inicial
%
% Definimos los parametros necesarios para el trazado de rayos
% Indice de refraccion de las diferentes superficies
n=[1.00 1.376 1.3374 1.42 1.336];
% Radios de las superficies
R=[7.72 6.5 10.2 6 14.1];
% Distancias de la superficie a la cornea anterior
d=[0.55 3.6 7.6 24.2];
% Se calculan los puntos de corte del rayo incidente con las
% diferentes superficies
% Inicializamos los vectores
% Coordenadas de los puntos de corte
```

```

Y=0;
X=0;

% Componentes ecuacion de segundo grado
A=0;
B=0;
C=0;

% Angulos
alpha=0;
alphaprima=0;
beta=0;
theta=0;

% Primera superficie de la cornea
Y(1)=h_Rayo;      % La altura de corte corresponde
                  % con la altura del rayo incidente
X(1)=(Y(1)^2/R(1))/(1+sqrt(1-(Y(1)/R(1))^2));

% Angulos de refraccion de la primera superficie
alpha(1)=asin(Y(1)/R(1));
alphaprima(1)=asin((n(1)/n(2))*sin(alpha(1)));

beta(1)=(alpha(1)-alphaprima(1));

% Segunda superficie de la cornea
% Se resuelve la ecuacion para calcular el punto de corte (X2,Y2)
A(1)=1+(tan(beta(1)))^2;
B(1)=-2*(X(1)*((tan(beta(1)))^2)+Y(1)*tan(beta(1))+R(2)+d(1));
C(1)=(Y(1)+X(1)*tan(beta(1)))^2+2*R(2)*d(1)+(d(1))^2;

% Se calcula X(2) como la solucion negativa de la ecuacion de
% segundo
% grado debido a que corresponde al punto situado a la izquierda del
% centro de curvatura
X(2)=((-B(1))-sqrt(((B(1))^2)-(4*A(1)*C(1))))/(2*A(1));
Y(2)=Y(1)-tan(beta(1))*(X(2)-X(1));

% Refraccion de la segunda superficie de la cornea con el humor
% acuoso
theta(2)=asin(Y(2)/R(2));

alpha(2)=theta(2)-beta(1);
alphaprima(2)=asin((n(2)/n(3))*sin(alpha(2)));

beta(2)=(theta(2)-alphaprima(2));

```

```

% Primera superficie del cristalino
% Se calcula el punto de corte de la primera superficie del
% cristalino
% (X3, Y3)
A(2)=1+(tan(beta(2)))^2;
B(2)=-2*(X(2)*((tan(beta(2)))^2)+Y(2)*tan(beta(2))+R(3)+d(2));
C(2)=(Y(2)+X(2)*tan(beta(2)))^2+2*R(3)*d(2)+(d(2))^2;

X(3)=((-B(2))-sqrt((B(2)^2)-(4*A(2)*C(2))))/(2*A(2));
Y(3)=Y(2)-tan(beta(2))*(X(3)-X(2));

% Refraccion del cristalino
theta(3)=asin(Y(3)/R(3));

alpha(3)=theta(3)-beta(2);
alphaprima(3)=asin((n(3)/n(4))*sin(alpha(3)));

beta(3)=(theta(3)-alphaprima(3));

% Segunda superficie del cristalino
A(3)=1+(tan(beta(3)))^2;
B(3)=-2*(X(3)*((tan(beta(3)))^2)+Y(3)*tan(beta(3))+R(4)+d(3));
C(3)=(Y(3)+X(3)*tan(beta(3)))^2+2*R(4)*d(3)+(d(3))^2;

X(4)=((-B(3))-sqrt((B(3)^2)-(4*A(3)*C(3))))/(2*A(3));
Y(4)=Y(3)-tan(beta(3))*(X(4)-X(3));

% Refraccion del cristalino con el humor vitreo
theta(4)=asin(Y(4)/R(4));

alpha(4)=theta(4)+beta(3);
alphaprima(4)=asin((n(4)/n(5))*sin(alpha(4)));

beta(4)=(alphaprima(4)-theta(4));

% Imagen en la retina
A(4)=1+(tan(beta(4)))^2;
B(4)=-2*(X(4)*((tan(beta(4)))^2)+Y(4)*tan(beta(4))+R(5)+d(4));
C(4)=(Y(4)+X(4)*tan(beta(4)))^2+2*R(5)*d(4)+(d(4))^2;

X(5)=((-B(4))-sqrt((B(4)^2)-(4*A(4)*C(4))))/(2*A(4));
Y(5)=Y(4)-tan(beta(4))*(X(5)-X(4));

```

```
% La funcion proporciona un vector con las coordenadas X e Y de la
  imagen
ImagenSimple= [X(5) Y(5) ];
end
```

Trazado de rayos de modelo de cristalino a capas.

```

function [ImagenCapas] = trazadoDeRayosCapas (h_Rayo,nc)
% Funcion que se encarga de calcular la altura de la imagen para un
  trazado
% de rayos simple , sin considerar las capas del cristalino
%
% @ h_Rayo           Altura del rayo inicial
% @ nc()             Indices de refraccion de las capas del
  cristalino
%

%Definimos los parametros necesarios para el trazado de rayos
nc2=fliplr(nc);      % Indices de refraccion de las capas del
  cristalino

numCapas=length(nc)-1; % Numero de capas internas del cristalino

% Indice de refraccion de las diferentes superficies
n=[1.00 1.376 1.3374 1.42 1.336];

% Radios de las superficies
R=[7.72 6.5 10.2 6 14.1];

% Distancias de la superficie a la cornea anterior
d=[0.55 3.6 7.6 24.2];

% La interseccion entre ambas superficies del cristalino se
  encuentra en el
% punto X=4.9115mm. Para calcular la distancia de las capas del
  cristalino
% se ha dividido la distancia del centro del cristalino por el
  numero de
% capas

medioCrist=4.9115;

% Inicializamos valores
dCant=0;           % Distancia de las capas de radio 10.2mm
dCpos=0;           % Distancia de las capas de radio 6mm

for i=1:numCapas
  dCant(i)=d(2)+i*(medioCrist-d(2))/(numCapas+1);
  dCpos(i)=medioCrist+i*(d(3)-medioCrist)/(numCapas+1);
end

```

```

% Inicializamos los vectores
% Coordenadas de los puntos de corte
Y=0;
X=0;

% Componentes ecuacion de segundo grado
A=0;
B=0;
C=0;

% Angulos
alpha=0;
alphaprima=0;
beta=0;
theta=0;

% Primera superficie de la cornea
Y(1)=h_Rayo; % La altura de corte corresponde
% con la altura del rayo incidente
X(1)=(Y(1)^2/R(1))/(1+sqrt(1-(Y(1)/R(1))^2));

% Angulos de refraccion de la primera superficie
alpha(1)=asin(Y(1)/R(1));
alphaprima(1)=asin((n(1)/n(2))*sin(alpha(1)));

beta(1)=(alpha(1)-alphaprima(1));

% Segunda superficie de la cornea
% Se resuelve la ecuacion para calcular el punto de corte (X2,Y2)
A(1)=1+(tan(beta(1)))^2;
B(1)=-2*(X(1)*((tan(beta(1)))^2)+Y(1)*tan(beta(1))+R(2)+d(1));
C(1)=(Y(1)+X(1)*tan(beta(1)))^2+2*R(2)*d(1)+(d(1))^2;

% Se calcula X2 como la solucion negativa de la ecuacion de segundo
grado
% debido a que corresponde al punto situado a la izquierda del
centro de
% curvatura
X(2)=((-B(1))-sqrt(((B(1))^2)-(4*A(1)*C(1))))/(2*A(1));
Y(2)=Y(1)-tan(beta(1))*(X(2)-X(1));

% Refraccion de la segunda superficie de la cornea con el humor
acuoso
theta(2)=asin(Y(2)/R(2));

```

```

alpha(2)=theta(2)-beta(1);
alphaprima(2)=asin((n(2)/n(3))*sin(alpha(2)));

beta(2)=(theta(2)-alphaprima(2));

% Primera superficie del cristalino

% Interseccion de ambas superficies del cristalino en el punto x
    =4.9115mm
% Se calcula el punto de corte de la primera superficie del
    cristalino
% (X3, Y3)
A(2)=1+(tan(beta(2)))^2;
B(2)=-2*(X(2)*((tan(beta(2)))^2)+Y(2)*tan(beta(2))+R(3)+d(2));
C(2)=(Y(2)+X(2)*tan(beta(2)))^2+2*R(3)*d(2)+(d(2))^2;

X(3)=((-B(2))-sqrt((B(2)^2)-(4*A(2)*C(2))))/(2*A(2));
Y(3)=Y(2)-tan(beta(2))*(X(3)-X(2));

% Refraccion del cristalino
theta(3)=asin(Y(3)/R(3));

alpha(3)=theta(3)-beta(2);
alphaprima(3)=asin((n(3)/nc(1))*sin(alpha(3)));

beta(3)=(theta(3)-alphaprima(3));

% Capas internas del cristalino.
% Se usan dos bucles ya que se calcula primero las capas con radio
    10.2mm y
% despues las de radio de 6mm

for j=1:numCapas;
    A(2+j)=1+(tan(beta(2+j)))^2;
    B(2+j)=-2*(X(2+j)*((tan(beta(2+j)))^2)+Y(2+j)*tan(beta(2+j))+R
    (3)+dCant(j));
    C(2+j)=(Y(2+j)+X(2+j)*tan(beta(2+j)))^2+2*R(3)*dCant(j)+(dCant(j)
    )^2;

    X(3+j)=((-B(2+j))-sqrt((B(2+j)^2)-(4*A(2+j)*C(2+j))))/(2*A(2+j))
    ;
    Y(3+j)=Y(2+j)-tan(beta(2+j))*(X(3+j)-X(2+j));

% Refraccion del cristalino
theta(3+j)=asin(Y(3+j)/R(3));

```

```

alpha(3+j)=theta(3+j)-beta(2+j);
alphaprima(3+j)=asin((nc(j)/nc(j+1))*sin(alpha(3+j)));
beta(3+j)=(theta(3+j)-alphaprima(3+j));
end

for i=1:numCapas;

A(2+i+numCapas)=1+(tan(beta(2+i+numCapas)))^2;
B(2+i+numCapas)=-2*(X(2+i+numCapas)*((tan(beta(2+i+numCapas)))
^2)+Y(2+i+numCapas)*tan(beta(2+i+numCapas))+R(4)+dCpos(i));
C(2+i+numCapas)=(Y(2+i+numCapas)+X(2+i+numCapas)*tan(beta(2+i+
numCapas)))^2+2*R(4)*dCpos(i)+(dCpos(i))^2;

X(3+i+numCapas)=((-B(2+i+numCapas))-sqrt((B(2+i+numCapas)^2)-(4*
A(2+i+numCapas)*C(2+i+numCapas))))/(2*A(2+i+numCapas));
Y(3+i+numCapas)=Y(2+i+numCapas)-tan(beta(2+i+numCapas))*(X(3+i+
numCapas)-X(2+i+numCapas));

% Refraccion del cristalino
theta(3+i+numCapas)=asin(Y(3+i+numCapas)/R(4));
alpha(3+numCapas+i)=theta(3+i+numCapas)+beta(2+i+numCapas);
alphaprima(3+i+numCapas)=asin((nc2(i)/nc2(i+1))*sin(alpha(3+i+
numCapas)));
beta(3+i+numCapas)=(alphaprima(3+i+numCapas)-theta(3+i+numCapas)
);

end

% Segunda superficie de la capsula del cristalino

A(3+(2*numCapas))=1+(tan(beta(3+(2*numCapas))))^2;
B(3+(2*numCapas))=-2*(X(3+(2*numCapas))*((tan(beta(3+(2*numCapas))))
^2)+Y(3+(2*numCapas))*tan(beta(3+(2*numCapas)))+R(4)+d(3));
C(3+(2*numCapas))=(Y(3+(2*numCapas))+X(3+(2*numCapas))*tan(beta
(3+(2*numCapas))))^2+2*R(4)*d(3)+(d(3))^2;

X(4+(2*numCapas))=(-B(3+(2*numCapas))-sqrt((B(3+(2*numCapas))^2)
-(4*A(3+(2*numCapas))*C(3+(2*numCapas))))) / (2*A(3+(2*numCapas)));
Y(4+(2*numCapas))=Y(3+(2*numCapas))-tan(beta(3+(2*numCapas)))*(X
(4+(2*numCapas))-X(3+(2*numCapas)));

% Refracion segunda superficie de la capsula del cristalino
theta(4+(2*numCapas))=asin(Y(4+(2*numCapas))/R(4));

```

```

alpha(4+(2*numCapas))=theta(4+(2*numCapas))+beta(3+(2*numCapas));
alphaprima(4+(2*numCapas))=asin((nc(i)/nc(i+1))*sin(alpha(4+(2*
numCapas))));
beta(4+(2*numCapas))=(alphaprima(4+(2*numCapas))-theta(4+(2*numCapas
)));

% Retina

A(4+(2*numCapas))=1+(tan(beta(4+(2*numCapas))))^2;
B(4+(2*numCapas))=-2*(X(4+(2*numCapas))*((tan(beta(4+(2*numCapas))))
^2)+Y(4+(2*numCapas))*tan(beta(4+(2*numCapas)))+R(5)+d(4));
C(4+(2*numCapas))=(Y(4+(2*numCapas))+X(4+(2*numCapas))*tan(beta
(4+(2*numCapas))))^2+2*R(5)*d(4)+(d(4))^2;

X(5+(2*numCapas))=(-B(4+(2*numCapas))-sqrt((B(4+(2*numCapas))^2
-(4*A(4+(2*numCapas))*C(4+(2*numCapas)))/((2*A(4+(2*numCapas)))));
Y(5+(2*numCapas))=Y(4+(2*numCapas))-(tan(beta(4+(2*numCapas))))*(X
(5+(2*numCapas))-X(4+(2*numCapas)));

ImagenCapas= [X(5+(2*numCapas)) Y(5+(2*numCapas))];

end

```

Diagrama de impactos, histograma y mapa de color.

```

function [] = diagramas (diametro, nc)
% Programa para representar diagramas de impacto, histogramas y
  mapas
% de color
%
% @ diametro      Diametro pupilar
% @ nc()          Indices de refraccion de las capas del cristalino
%

numeroCapas=length(nc); % Numero de capas del cristalino
  considerando          % tambien las de la capsula del cristalino

% Se crea una matriz de rayos
  x=-10:0.05:10;
  y=-10:0.05:10;
  [X,Y]=meshgrid(x,y); % X es una matriz en la que las columnas
  valen                % lo mismo
                      % Y es una matriz en la que las filas valen
                      % lomismo

% Generamos un bucle for para diferentes diametros pupilares.
for d=1:length(diametro);

  radio_pupilar=diametro(d)/2; % Radio pupilar en mm
  h_Rayo_Inicial=sqrt(X.^2+Y.^2); % Distancia del rayo al centro
  de                          % la pupila
  theta_Inicial=atan2(Y,X);

  m1=size(h_Rayo_Inicial);
  m2=size(h_Rayo_Inicial);

  % Inicializamos las variables para las coordenadas de las
  imagenes
  X_ret = 0; % Vector de los valores X de la
              % imagen
  Y_ret = 0; % Vector de los valores Y de la
              % imagen

  conteo_X=0;
  conteo_Y=0;
  contador = 1; %Solo vale para el else
  for i=1:m1
    for j=1:m2
      if h_Rayo_Inicial(i,j)< radio_pupilar

```

```

% Si el rayo es mayor que el radio pupilar no se
% produce el trazado de rayos

[Retina] = trazadoDeRayosSimple(h_Rayo_Inicial(i
,j));

%[Retina] = trazadoDeRayosCapas(h_Rayo_Inicial(i
,j),nc);

% Se calculan los puntos en la retina

x_ret=Retina(2)*(cos(theta_Inicial(i,j)));
y_ret=Retina(2)*(sin(theta_Inicial(i,j)));

% Se meten los valores en dos matrices
X_ret(i,j) = x_ret;
Y_ret(i,j) = y_ret;

% Vector para el histograma, recoge los valores que
no
% son 0 en la retina
if x_ret~=0 & y_ret~=0
conteo_X(end+1)=x_ret;
conteo_Y(end+1)=y_ret;
end
end
contador = contador+1;
end
end

% Reorganizar los vectores para obtener vectores de conteos para
% obtener los valores maximos y minimos

x_Conteo=zeros(1,length(conteo_X)-1);
y_Conteo=zeros(1,length(conteo_Y)-1);

for i=1:length(x_Conteo)
x_Conteo(i)=conteo_X(i+1);
y_Conteo(i)=conteo_Y(i+1);
end

x_Max=max(x_Conteo);
y_Max=max(y_Conteo);

x_Min=min(x_Conteo);

```

```

y_Min=min(y_Conteo);

% Por comodidad se borran las variables que no se van a usar
clear conteo_Y conteo_Y d contador i j

% Histograma de densidades

n_Bin=10;
anchura_Bin=x_Max/n_Bin;

% Vector del eje X del histograma
eje_X=0:anchura_Bin:x_Max;
% Se crea un vector que recoja los valores de las densidades
densidad_Vector=zeros(1,length(eje_X));
altura_Vector=sqrt(x_Conteo.^2+y_Conteo.^2);

for i=1:length(densidad_Vector)-1
    for j=1:length(altura_Vector)
        if(altura_Vector(j)>eje_X(i) && altura_Vector(j)<=eje_X(
i+1))
            densidad_Vector(i)=densidad_Vector(i)+1;
        end
    end
end

area=zeros(1,length(eje_X));
for i=2:length(densidad_Vector)
    area(i-1)=pi*(eje_X(i)^2-eje_X(i-1)^2);
end

densidad_area=densidad_Vector./area;
densidad_histograma=zeros(1,length(densidad_area)-1);
eje_histograma=zeros(1,length(densidad_area)-1);
for i=1:length(densidad_area)-1
    densidad_histograma(i)=densidad_area(i);
    eje_histograma(i)=eje_X(i+1);
end

% Mapa de Color
% Se definen los limites del mapa de color usando los valores
% maximos y minimos

anchura_X=(x_Max-x_Min)/100;

```

```

anchura_Y=(y_Max-y_Min)/100;

% Se crean los ejes del mapa de color
ejeX_mapa=x_Min:anchura_X:x_Max;
ejeY_mapa=y_Min:anchura_Y:y_Max;

% Se calcula la altura del rayo y el angulo para la imagen en la
% retina

altura_Matriz=sqrt(X_ret.^2+Y_ret.^2);
theta_Matriz=atan2(Y_ret,X_ret);
rayo_X=altura_Matriz.*cos(theta_Matriz);
rayo_Y=altura_Matriz.*sin(theta_Matriz);

% Creamos una matriz Densidad para almacenar las densidades

densidad_Matriz=zeros(length(ejeY_mapa),length(ejeX_mapa));

for i=1:length(ejeX_mapa)-1
    for j=1:length(ejeY_mapa)-1
        for k=1:length(rayo_X)-1
            for l=1:length(rayo_Y)-1
                if (rayo_X(k,l)>ejeX_mapa(i) && rayo_X(k,l)<
ejeX_mapa(i+1))
                    if (rayo_Y(k,l)>ejeY_mapa(j) && rayo_Y(k,l)<
ejeY_mapa(j+1))
                        densidad_Matriz(i,j)=densidad_Matriz(i,j
)+1;
                    end
                end
            end
        end
    end
end

% Representamos las diferentes graficas

%Figura del Diagrama de Impacto
figure,
hold on % Permite crear mas de una grafica
set(gca, 'FontSize', 18);
xlabel(' \it{X} / mm ', 'FontSize', 18);
ylabel(' \it{Y} / mm ', 'FontSize', 18);
axis([-0.2 0.2 -0.2 0.2]) % Definimos los ejes de la
grafica
plot(X_ret, Y_ret, 'r. ')

```

```

    hold off;

%Figura del Histograma
figure ,
hold on
set(gca, 'FontSize', 18);
ylabel(' \it{densidad de rayos} / rayos mm^{-2}', 'FontSize',
18);
xlabel(' \it {distancia} / mm ', 'FontSize', 18);
axis("tight")
bar(eje_histograma ,densidad_histograma)
hold off;

% Mapa de color
figure ,
hold on % Para poder representar varias figuras
% Se calcula la densidad por unidad de area (cuadrado)
densidad_Area=densidad_Matriz./(anchura_X*anchura_Y);
imagesc(ejeX_mapa ,ejeY_mapa ,densidad_Area)
set(gca, 'FontSize', 18);
axis tight % Ajustar ejes
xlabel(' \it{X} / mm ', 'FontSize', 18);
ylabel(' \it{Y} / mm ', 'FontSize', 18);
colorbar % Muestra la barra de color
hold off;

end

end

```