



GRADO EN ECONOMÍA
CURSO ACADÉMICO 2021-2022

TRABAJO FIN DE GRADO

**DIVERSIFICACIÓN/GESTIÓN DE CARTERAS
INTERNACIONALES**

**DIVERSIFICATION/MANAGEMENT OF
INTERNATIONAL PORTFOLIO**

AUTOR/A: MARIO ARREDONDO RUIZ

DIRECTOR/A: CARLOS LÓPEZ GUTIÉRREZ

FECHA 22/06/2022

ÍNDICE

Resumen/Abstract.....	3
1. Introducción.....	4
2. Parte Teórica.....	6
2.1. ¿Qué es una cartera eficiente?.....	6
2.2. Teoría de la selección de carteras de Markowitz.....	7
2.3. Capital Asset Pricing Model	8
2.4. Diversificación Internacional.....	9
2.5. Modelo IAPM.....	10
3. Parte Práctica.....	11
3.1. Datos Utilizados.....	11
3.2. Frontera Eficiente Nacional.....	12
3.3. Frontera Eficiente Internacional.....	16
3.4. Comparativa entre fronteras.....	20
4. Medidas Performance.....	22
4.1. Índice de Sharpe.....	22
4.2. Alfa de Jensen.....	23
4.3. Betas Internacionales.....	25
5. Conclusiones	27
Bibliografía.....	28

RESUMEN

Revisar la teoría existente acerca de la gestión y diversificación de carteras es el punto de partida del presente trabajo. La literatura existente acerca de la gestión de carteras tiene origen en la Teoría de Selección de Carteras formulada por Harry Markowitz en 1952.

A partir de la revisión de la literatura, se realizará un análisis empírico en el que se analizarán 36 empresas de diferentes países y sectores. Se obtendrán las respectivas rentabilidades y riesgos de cada una de las empresas, y apoyándonos en la Teoría de Selección de Carteras se determinará el conjunto de carteras eficientes, es decir, el porcentaje a invertir en cada una de las empresas para maximizar la rentabilidad o minimizar el riesgo.

Una vez determinadas las carteras eficientes, se decidirá la calidad de la gestión de éstas mediante medidas performance. Las medidas performance hacen referencia a los resultados de una inversión, como por ejemplo su medición, explicación o presentación. Además de las medidas performance que se utilizarán, como el Índice de Sharpe y el Alfa de Jensen, también se verá la exposición al riesgo sistemático que presentan los títulos. Las betas internacionales determinarán la exposición al riesgo sistemático de las empresas, que serán obtenidas a partir del modelo IAPM.

ABSTRACT

Reviewing the existing theory about portfolio management and diversification is the starting point of this work. The existing literature portfolio management has its origin in the Portfolio Selection Theory formulated by Harry Markowitz in 1952.

Based on the review of the literature, an empirical analysis will be carried out in which 36 companies from different countries and sectors will be analyzed. The respective returns and risks of each of the companies will be obtained, and based on the Portfolio Selection Theory, the set of efficient portfolios will be determined, that is, the percentage to invest in each of the companies to maximize profitability or minimize the risk.

Once the efficient portfolios have been determined, the quality of their management will be decided through performance measures. Performance measures refer to the results of an investment, such as its measurement, explanation or presentation.

In addition to the performance measures that will be used, such as the Sharpe Index and the Jensen Alpha, the exposure to systematic risk presented by the titles will also be seen. The international betas will determine the companies' exposure to systematic risk, which will be obtained from the IAPM model.

1. Introducción

Ante el incesante crecimiento de los precios, y la consiguiente pérdida de poder adquisitivo de los individuos, éstos buscan alternativas ante la insuficiente subida de los salarios. Entre esas alternativas se encuentran las inversiones financieras, que no son más que la adquisición de diferentes activos financieros.

El conjunto de activos financieros que compre un individuo conformará su portafolio de inversión o cartera de valores (Mascareñas, 2012).

Los intereses de los individuos que adquieren una cartera de activos serán los de obtener la máxima rentabilidad con el menor riesgo posible. Con esto asumimos dos hipótesis de partida que son las de:

- Individuos racionales: Se elige la cartera que proporcione un mayor rendimiento.
- Aversión al riesgo: Ante dos carteras de igual rentabilidad, se preferirá la de menos riesgo.

Hay que puntualizar, que el riesgo no lo vamos a medir como la probabilidad de perder lo invertido, sino que se hablará de riesgo como un concepto de volatilidad, es decir, la intensidad de los cambios de rentabilidad respecto a la media. El riesgo será medido mediante la desviación típica.

El proceso de gestión de carteras y su diversificación se ha facilitado estos últimos años con la irrupción de la 'Globalización financiera', entendiendo esta cómo el proceso de intercomunicación y relaciones financieras del resto del mundo.

Este fenómeno, ha contribuido entre otros aspectos a ampliar la cobertura del riesgo, gracias a la innovación e ingeniería financiera, ha facilitado la gestión de carteras, mediante las mejores combinaciones de rentabilidad y riesgo, y, por último, ha contribuido al aumento de la inversión internacional a través de la mayor facilidad de los métodos de pago y de créditos internacionales.

Este fenómeno ha motivado a la realización del trabajo y poder comprobar de primera mano el efecto de la diversificación. Además, estos últimos años han estado marcados por los efectos de la pandemia de la COVID-19. Esta crisis sanitaria ha golpeado los índices bursátiles de manera unánime. Es por ello por lo que se quiere estudiar en este trabajo si la existencia de 'shocks' como el que se ha vivido estos últimos años, puede alterar la teoría existente acerca de la diversificación y gestión de carteras o, sin embargo, los efectos son los mismos.

El presente trabajo tiene intención de aportar una visión ejemplificada acerca de la temática de la gestión de carteras. Intentando ayudar a aquellas personas que en algún momento se plantean su decisión de inversión, y que muchas de ellas solo tienen en cuenta la rentabilidad de los títulos. Muchos inversores se olvidan de que el proceso inversor lleva aparejado un riesgo, y se centran solo en las rentabilidades que les reporta. Por ello, este trabajo tiene la intención de concienciar de que el riesgo es parte importante de la inversión ya que un elevado nivel de este puede acarrear consecuencias negativas para los inversores.

En lo que la metodología respecta, por un lado, se realizará una revisión sistemática de la literatura existente acerca de la materia, por otro lado, y en cuanto a la parte práctica, se extraerán las cotizaciones de diferentes empresas y países. Mediante hoja de cálculo obtendremos sus respectivas rentabilidades, así como sus riesgos. A partir de ahí se aplicará la Teoría de Selección de Carteras que veremos en la parte de fundamentos teóricos con intención de dar respuesta a si es posible una buena diversificación y cuál es la mejor opción de inversión partiendo de dicha correcta

diversificación.

Para la evaluación de la buena o mala gestión de las carteras utilizaremos medidas performance clásicas como el Índice de Sharpe o el Alfa de Jensen, estas medidas nos ayudarán a poder cuantificar de alguna manera la calidad de la gestión de las carteras.

Tras estas evaluaciones, y con la ayuda de las medidas performance, determinaremos qué cartera es la mejor diversificada, y veremos como la cartera que nos reporta la mayor rentabilidad no tiene por qué ser la preferida. A su vez, como se ha comentado antes, se verá como mayores posibilidades de inversión se traducen en una mejor diversificación y por tanto mejores resultados en términos de rentabilidad-riesgo.

2. Parte Teórica

En esta parte se revisará la literatura existente sobre la gestión de carteras, apoyándose principalmente en la Teoría de Selección de Carteras de Markowitz.

2.1. ¿Qué es una cartera eficiente?

Generalmente, el término cartera es asociado a aquel objeto en el cuál podemos guardar el dinero. Por ello, se tiene que partir de una definición de lo que es cartera en este trabajo. Según (Torres Pinzón, 2014), el concepto de cartera es el de “una determinada combinación de valores mobiliarios adquiridos por una persona física o jurídica, y que pasan, por tanto, a formar parte de su patrimonio”.

En este trabajo, los activos que formen la cartera serán acciones de empresas que cotizan en los principales índices bursátiles de referencia en Europa. Lógicamente, los inversores perseguirán la maximización del beneficio, mediante las rentabilidades de cada una de las acciones, mientras que esperan reducir el riesgo o la volatilidad todo lo que puedan.

Sin embargo, el concepto cartera eficiente radica en la Teoría de selección de carteras de Markowitz, una cartera eficiente es aquella que proporciona el máximo rendimiento a un riesgo determinado o el mínimo riesgo para un rendimiento establecido.

A modo de ejemplo gráfico:

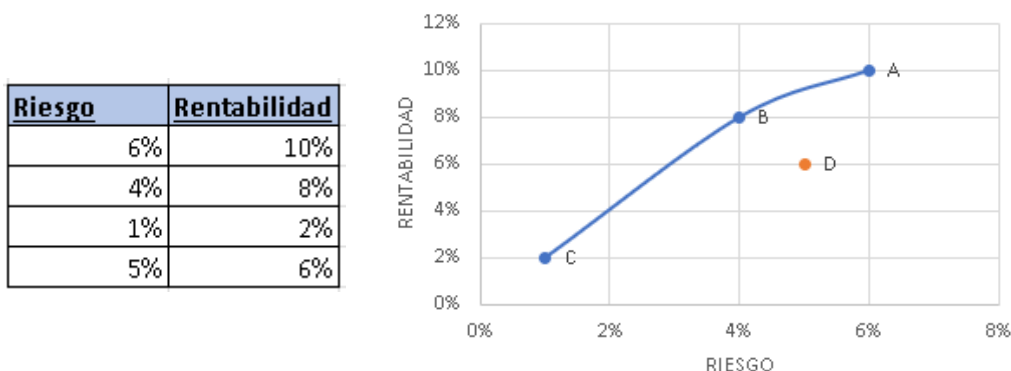


Tabla 1.1. Fuente: Elaboración Propia.

Observamos cuatro carteras con sus respectivas rentabilidades y riesgos; la A, la B y la C se encuentran dentro de una frontera eficiente, que es la línea que une el conjunto de carteras eficientes. Sin embargo, la cartera D, que nos reporta una rentabilidad de un 6% y un riesgo de un 5%, estaría fuera de la frontera eficiente como vemos. Así mismo, comparando la cartera B con la D, nos damos cuenta de que la B nos reporta una rentabilidad mayor y un riesgo menor que la D, por lo que es racional descartar la D.

2.2. Teoría de la selección de carteras de Markowitz

El modelo de Markowitz es la base de la mayoría de los modelos de selección de cartera (Vilá, 1998). Los modelos de selección de carteras tienen por objeto elegir en que proporción se invierten los recursos con los que cuenta el inversor de manera que se maximice su beneficio con el menor riesgo posible.

El primer enfoque formal para resolver el problema del portafolio es el llamado modelo de media-varianza formulado por (Markowitz ,1952), dando origen a lo que conocemos hoy como la Teoría Moderna de Portafolios (Munguía, 2013).

En este trabajo, los portafolios o carteras de inversión estarán formados por acciones de distintas empresas. Los cálculos de rentabilidad y riesgo de los portafolios se vuelven algo complejos, ya que debemos tener en cuenta aquellas rentabilidades y riesgos de cada instrumento que conforme el portafolio, aunque estos se determinan mediante el cálculo de la media y la desviación estándar. A su vez, el nivel de rendimiento también se verá influenciado por los distintos niveles de correlación existente entre los diferentes instrumentos de inversión (García, 2008).

Markowitz en 1952, propone identificar las carteras eficientes a través de un modelo de programación cuadrática. El modelo trata de encontrar la proporción invertida en cada título que conforma la cartera, de forma que se minimice el riesgo medido por la varianza.

El modelo quedaría expresado analíticamente de la siguiente forma:

$$\text{Min } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

sujeto a:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n X_i E(R_i) = Cte$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$X_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n)$$

Donde el objetivo es minimizar el riesgo de la cartera medido por la varianza (σ_p^2). La varianza del activo individual i viene expresada por σ_i^2 y su desviación típica por σ_i .

La ponderación del activo i o su peso en la cartera viene determinado por X_i , y de la misma manera, X_j para el activo individual j .

La cuestión de minimizar la función objetivo, que es la varianza de la cartera, viene sujeta a ciertas restricciones como podemos observar.

La primera de ellas es dar un valor constante al rendimiento esperado de la cartera $E(R_p) = Cte$, es decir, para cierta rentabilidad determinada, cuál sería el mínimo riesgo que podríamos obtener.

Por otro lado, la segunda restricción es la presupuestaria. La suma de las proporciones invertidas en cada título individual debe ser igual a 1 o al 100%.

Por último, tenemos la condición de no negatividad, como es lógico, no podemos invertir en una acción un -5%, es decir, vender dicha acción. Por tanto, en el modelo de

selección de carteras que propone Markowitz vamos a contar con un determinado número de acciones con los que tendremos que confeccionar nuestro portafolio de inversión, ajustando las ponderaciones o el peso de cada título individual dependiendo de las rentabilidades y riesgos que nos presentan cada uno de ellos.

La clave de este modelo es la correlación que presentan los diferentes títulos que conforman la cartera entre sí. Dentro de la función objetivo viene expresado por ρ_{ij} . El riesgo en conjunto de la cartera, por tanto, depende tanto del riesgo de cada título como de la relación o interacción entre dichos títulos, es por ello por lo que podemos conseguir una reducción del riesgo y una cartera más diversificada si en ella se encuentran títulos que no estén perfecta y positivamente correlacionados (Lamothé, 1999).

Con el presente modelo, lo que se busca es identificar carteras eficientes desde el punto de vista de la minimización del riesgo dada una determinada rentabilidad. Sin embargo, la Teoría de selección de carteras puede adoptar la óptica contraria, identificar las carteras eficientes, pero atendiendo al criterio de maximizar la rentabilidad dado un riesgo determinado (López & García, 2009).

2.3. CAPITAL ASSET PRICING MODEL

Como se mencionó anteriormente, un inversionista se encuentra ante la disyuntiva rentabilidad-riesgo a la hora de tomar decisiones. Hay que analizar ambos factores de manera conjunta para poder tomar de manera adecuada una decisión financiera.

El Capital Asset Pricing Model (CAPM) se basa en el concepto de equilibrio de mercado para determinar el precio que el mercado paga por el riesgo y de esta manera determinar de manera apropiada la relación rentabilidad-riesgo para un activo individual (Fracastore Roper, 2015). En su versión más clásica, Sharpe - Lintner (1964, 1965a), considera que la rentabilidad esperada de un activo depende de forma lineal y positiva de su riesgo sistemático o no diversificable, medido por su beta (Padrón & Boza, 2005).

En términos analíticos, la rentabilidad que esperamos obtener que un activo riesgoso viene expresado de la siguiente forma:

$$E(R_i) = R_F + \beta_i[E(R_M) - R_F] \quad (1)$$

donde R_i es la rentabilidad del activo i , la tasa libre de riesgo viene expresada por R_F y la rentabilidad de la cartera de mercado por R_M . La beta, que mide el riesgo sistemático como se mencionó anteriormente viene determinada de la siguiente manera:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_M)}{Var(R_M)}$$

donde Cov y Var , denotan covarianza y varianza respectivamente.

El término $[E(R_M) - R_F]$ se denomina prima de riesgo de mercado. Por el contrario, y reordenando la ecuación (1), obtenemos la prima de riesgo de un activo individual:

$$E(R_i) - R_F = \beta_i[E(R_M) - R_F] \quad (2)$$

que como se puede observar, es el resultado de su propia beta multiplicada por la prima de riesgo de mercado.

A su vez la versión contrastable empíricamente de la ecuación 2 viene determinada

por:

$$R_i - R_F = \alpha_i + \beta_i[E(R_M) - R_F] + \varepsilon_i \quad (3)$$

Donde la varianza de ε_i expresa el riesgo específico del activo individual i que es diversificable. Dicho riesgo, a diferencia del sistemático, se puede eliminar si incluimos en nuestra cartera de inversión un número suficientemente grande de activos (Fernández, 2005).

2.4. DIVERSIFICACIÓN INTERNACIONAL

Solnik (1974) llevo a cabo un análisis empírico en el que llegó a la conclusión de que ampliando las posibilidades de inversión el riesgo del portafolio se ve reducido.

El proceso de la diversificación internacional consiste en invertir en más de un activo financiero para así reducir el riesgo global de la cartera (Grado, 2009).

La globalización ha permitido, entre otros aspectos, ampliar las posibilidades de inversión permitiéndonos acceso a los mercados internacionales. Como consecuencia, ha incrementado la inversión internacional a través de la facilidad de los pagos hoy día, y ha mejorado la gestión de las carteras de activos mediante nuevas combinaciones de rentabilidad y riesgo.

Veamos, con la ayuda de un gráfico, como Solnik (1974) llegaba a la conclusión de que el riesgo específico se podía eliminar hasta cierto punto, introduciendo un número considerable de activos en la cartera de inversión.



Tabla 2.2. Fuente: Solnik (1974)

Este gráfico nos permite ver la comparativa entre la inversión en cartera nacional, en este caso Estados Unidos, y la inversión en cartera internacional. Atendiendo a los ejes del gráfico, vemos como el eje de ordenadas representa el riesgo y el eje de abscisas el número de títulos que componen la cartera.

Tanto para la cartera nacional como para la internacional se puede ver una reducción del riesgo a medida que introducimos nuevos títulos. Este riesgo es el específico, que es el que depende de las propias características del activo. Sin embargo, no se puede reducir la totalidad del riesgo introduciendo gran cantidad de títulos en la cartera, sino que con 20 o 30 títulos ya era suficiente para reducir de forma efectiva el riesgo específico.

Por otro lado, el riesgo sistemático no se puede reducir en ninguno de los dos escenarios. Aunque es menor, como podemos ver, en la cartera internacional ya que las fluctuaciones en los mercados en unos países se pueden contrarrestar por los movimientos de otros (Bárcena, 2015).

2.5. MODELO IAPM

Teniendo claro que la mejor opción para poder diversificar nuestra cartera es invertir en el mercado internacional, tenemos que cuantificar el riesgo internacional. Eso es posible gracias a la beta del modelo International Asset Pricing Model (IAPM), que surge como modificación del modelo Capital Asset Pricing Model (CAPM).

Los trabajos de Grauer, Litzenberger y Stehle (1976), y, muy especialmente, Solnik (1974a) fueron quienes plantearon propiamente un primer modelo internacional de valoración de activos. El modelo de Solnik plantea básicamente que el premio por riesgo de un activo sobre su título nacional sin riesgo es proporcional al premio por riesgo de una cartera mundial de acciones (Gómez-Bezares., et al. 2004).

La expresión analítica de este modelo quedaría planteada de la siguiente manera:

$$E(R_i) = R_{Fi} + \beta_{iw}[E(R_{Mw}) - R_{FW}]$$

Donde $E(R_i)$ es la rentabilidad exigida al activo i , R_{Fi} es la rentabilidad libre de riesgo del país donde cotiza el activo i . Por otro lado, $E(R_{Mw})$ es la rentabilidad del mercado internacional y R_{FW} es la rentabilidad libre de riesgo del mercado internacional.

El riesgo es medido por la beta como en el modelo CAPM, en este caso al ser un modelo internacional, el riesgo internacional vendrá medido por β_{iw} . Este es el riesgo sistemático internacional del activo i .

Solink (1995), manifestó que cada acción está influida indirectamente por el mercado mundial a través de su mercado doméstico. Por lo que con los dos modelos de valoración de activo financieros podemos establecer una relación entre las betas.

$$\beta_{iw} = \beta_i * \beta_{pw}$$

Donde β_{iw} corresponde como hemos mencionado al riesgo sistemático internacional (IAPM). Mientras que β_i mide el riesgo sistemático en el mercado doméstico (CAPM). β_{pw} expresa la sensibilidad del factor del mercado doméstico al factor del mercado mundial.

3. Parte Práctica

En esta parte del trabajo, se realizará un estudio empírico basado en la Teoría de Selección de Carteras de Markowitz. Se analizarán las rentabilidades y riesgos tanto de empresas nacionales como internacionales.

3.1. Datos Utilizados

Se han escogido 12 empresas de 3 países diferentes; España, Francia y Alemania. Los 3 países son europeos para evitar problemas con el tipo de cambio. A su vez, dentro de cada país encontramos entidades de 3 sectores diferentes; el sector financiero, formado por bancos y corredurías de seguros, el sector tecnológico y el sector industrial.

Dentro de España, se han escogido empresas como el banco Santander, segunda empresa más grande por capitalización dentro del Ibex 35, Amadeus, empresa tecnológica dedicada a proveer soluciones tecnológicas en la industria de los viajes, o Acerinox, empresa dedicada a la fabricación de aceros inoxidables.

En Francia, se eligieron empresas como BNB Paribas, el banco más grande de Europa y sexto más grande del mundo por volumen de activos, Bouygues, grupo industrial francés, o Worldline, representando al sector tecnológico al ser uno de los líderes mundiales en el mercado de terminales de pago.

Por último, en Alemania se escogieron empresas como Allianz, uno de los grupos aseguradores y proveedores de servicios financieros más importantes del mundo, Deutsche Telekom, la empresa más grande de Europa proveedora de telecomunicaciones, o BMW, fabricante de automóviles alemán.

En total se ha trabajado con 36 empresas.

España	Francia	Alemania
Banco Santander	BNB Paribas	Deutsche Bank
CaixaBank	Crédit Agricole	Deutsche Börse
BBVA	Société Générale	Hannover Rück
Banco Sabadell	Bouygues	Allianz
Bankinter	Vinci	Deutsche Telekom
Amadeus	Veolia Environnement	Infineon Technologies
Indra	Compagnie de Saint-Gobain	Siemens Healthineers
Aena	L'Air Liquide	Covestro
Ferrovial	Capgemini	HeidelbergCement
Acciona	Atos	MTU Aero Engines
ACS	Worldline	Siemens Aktiengesellschaft
Acerinox	AXA	BMW

Tabla 3.1. Fuente: Elaboración Propia

Los datos han sido recogidos de la página de Yahoo Finance, obteniendo el precio de cierre de las distintas empresas desde el 2 de enero del 2020 hasta el 27 de abril de 2022. Una vez obtenidas las cotizaciones, en una hoja de cálculo se han calculado las respectivas rentabilidades y riesgo de cada uno de los títulos, así como la matriz de covarianzas entre ellos.

En cuanto a las rentabilidades, se ha calculado la rentabilidad continua, que se obtiene

de la siguiente manera:

$$R_c = \ln \left(\frac{P_{t+n}}{P_n} \right)$$

La rentabilidad continua es la utilizada para analizar rentabilidades de títulos financieros a lo largo de un período de tiempo. Fruto del logaritmo de $\left(\frac{P_{t+n}}{P_n} \right)$, el precio de $(t + n)$ dividido entre n , se obtienen dichas rentabilidades.

Para obtener el riesgo, que es medido como la volatilidad de la rentabilidad, se realizó la desviación típica de las cotizaciones de cada título individual.

Además, se necesitaba a su vez la tasa libre de riesgo para poder aplicar el Índice de Sharpe, medida performance que se mencionará más adelante. La tasa libre de riesgo se ha obtenido de la página web de la OECD (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico).

3.2. Frontera Eficiente Nacional

La cartera nacional, estará formada por los 12 títulos españoles. Para poder formar la frontera eficiente se tiene que comenzar, como punto de partida, con la obtención de la cartera con menor varianza, que por consiguiente es la de menor riesgo.

Así mismo, para poder minimizar el riesgo, se obtuvo la matriz de covarianzas entre los títulos individuales. A continuación, utilizando la hoja de cálculo y mediante el modelo de programación cuadrática propuesto por Markowitz;

$$\text{Min } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

Sujeto a las restricciones de la condición de no negatividad, las proporciones invertidas en cada título no pueden ser negativas, y a la condición de la restricción presupuestaria, es decir, la suma de todas las proporciones invertidas en cada título tiene que ser igual al 100%, se obtuvo la cartera nacional de menor riesgo, que en nuestro caso de estudio viene determinada de la siguiente manera:

Títulos	Cartera Mínimo Riesgo
Santander	0,000%
CaixaBank	2,993%
BBVA	0,000%
Sabadell	0,000%
Bankinter	0,000%
Amadeus	0,000%
Indra	11,896%
Aena	3,725%
Ferrovial	31,576%
Acciona	25,594%
ACS	0,000%
Acerinox	24,217%
Suma	100,00%

Tabla 3.2. Fuente: Elaboración Propia

Una vez obtenida la cartera de mínimo riesgo, quedaría completar la frontera eficiente nacional con 4 carteras más, a las cuales hemos añadido una restricción más al modelo de programación cuadrática mencionado anteriormente.

Esa restricción es la de valor constante para el rendimiento esperado de la cartera, es decir, para una rentabilidad dada cual sería el mínimo riesgo que podríamos obtener.

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n X_i E(R_i) = Cte$$

Quedando conformadas las carteras nacionales eficientes de la siguiente forma;

Títulos	Cartera Mínimo Riesgo	Cartera 2	Cartera 3	Cartera 4	Cartera 5
Santander	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
CaixaBank	2,993%	4,623%	5,338%	5,548%	0,000%
BBVA.	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
Sabadell	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
Bankinter	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
Amadeus	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
Indra	11,896%	7,716%	2,912%	0,000%	0,000%
Aena	3,725%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
Ferrovial	31,576%	25,004%	15,744%	5,186%	0,000%
Acciona	25,594%	38,576%	51,997%	65,733%	100,000%
ACS	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
Acerinox	24,217%	24,081%	24,009%	23,534%	0,000%
Suma	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Tabla 3.3. Fuente: Elaboración Propia

Observamos como en la cartera 5 solo invertimos en un título, esto es así porque es la cartera de máxima rentabilidad que podemos alcanzar con estos títulos. Teniendo así los dos extremos para poder formar la frontera nacional eficiente, la cartera de mínimo riesgo y la de máxima rentabilidad.

Frontera Eficiente Nacional					
-	Cartera Mínimo Riesgo	Cartera 2	Cartera 3	Cartera 4	Cartera 5
DSTD	1,797%	1,820%	1,891%	2,006%	2,407%
E(Rp)	0,034%	0,054%	0,073%	0,093%	0,132%

Tabla 3.4. Fuente: Elaboración Propia

Con las rentabilidades medias de las carteras y con sus respectivos riesgos, medido por la desviación típica, ya se puede elaborar el gráfico de la frontera eficiente nacional. Hay que destacar que el título de Acciona, el único que conforma la cartera 5, se va a encontrar sobre la frontera eficiente, al ser el título español que mayor rentabilidad nos reporta y ser la cartera 5 la cartera de máxima rentabilidad.

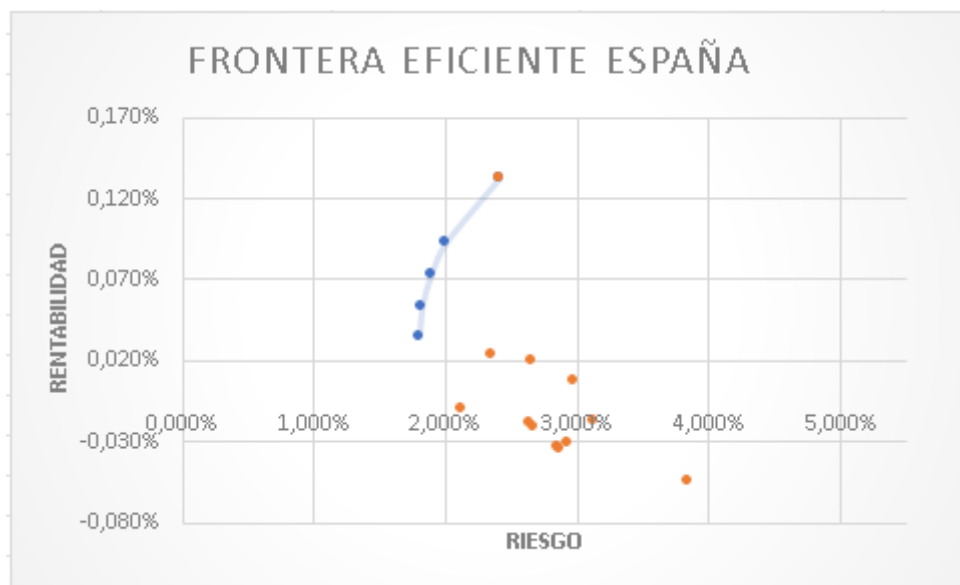


Gráfico 3.5. Fuente: Elaboración Propia

La rentabilidad se encuentra representada en el eje de ordenadas, mientras que el riesgo en el eje de abscisas. La **frontera eficiente nacional**, gráficamente está representada por la línea azul, que une las 5 carteras eficientes que antes se han mostrado.

Por otro lado, se encuentran los títulos individuales que corresponden con los puntos naranjas en el gráfico. Vemos como todos los títulos se encuentran a la derecha de la frontera eficiente, por lo que ninguno por sí mismo es eficiente; exceptuando el título de Acciona, que es el título que más rentabilidad ofrece y se sitúa sobre la frontera eficiente.

Para ver el efecto de la diversificación nacional, formaremos una cartera equidistribuida, en la que la proporción invertida en cada uno de los títulos sea la misma. Después, mediante la hoja de cálculo, obtendremos la cartera eficiente correspondiente a la cartera equidistribuida. Para ello, obtendremos el riesgo de la cartera equidistribuida y después, para obtener la correspondiente cartera eficiente, aplicaremos el modelo de programación cuadrática, en este caso, maximizando la rentabilidad para el riesgo dado (el que obtuvimos de la cartera equidistribuida).

Veámoslo de manera gráfica.

Cartera Equidistribuida		Proceso de diversificación	Diversificación	
Santander	8,333%	→	Santander	0,000%
CaixaBank	8,333%		CaixaBank	2,027%
BBVA	8,333%		BBVA	0,000%
Sabadell	8,333%		Sabadell	0,000%
Bankinter	8,333%		Bankinter	0,000%
Amadeus	8,333%		Amadeus	0,000%
Indra	8,333%		Indra	0,000%
Aena	8,333%		Aena	0,000%
Ferrovial	8,333%		Ferrovial	0,000%
Acciona	8,333%		Acciona	79,138%
ACS	8,333%		ACS	0,000%
Acerinox	8,333%		Acerinox	18,835%
Suma	100,00%		Suma	100,00%
Riesgo	2,139%		Riesgo	2,139%
E(Rp)	-0,003%		E(Rp)	0,109%

Tabla 3.6. Fuente: Elaboración Propia

Como podemos ver, las dos carteras presentan el mismo riesgo; 2,139%, y mediante un proceso de diversificación, cambiando los porcentajes invertidos en cada título individual, se ha conseguido maximizar la rentabilidad dado un riesgo fijo.

La rentabilidad en el primer caso era negativa (-0,003%), fruto de las rentabilidades negativas de algunas de las acciones, y en el segundo caso ha pasado a ser positiva (0,109%).

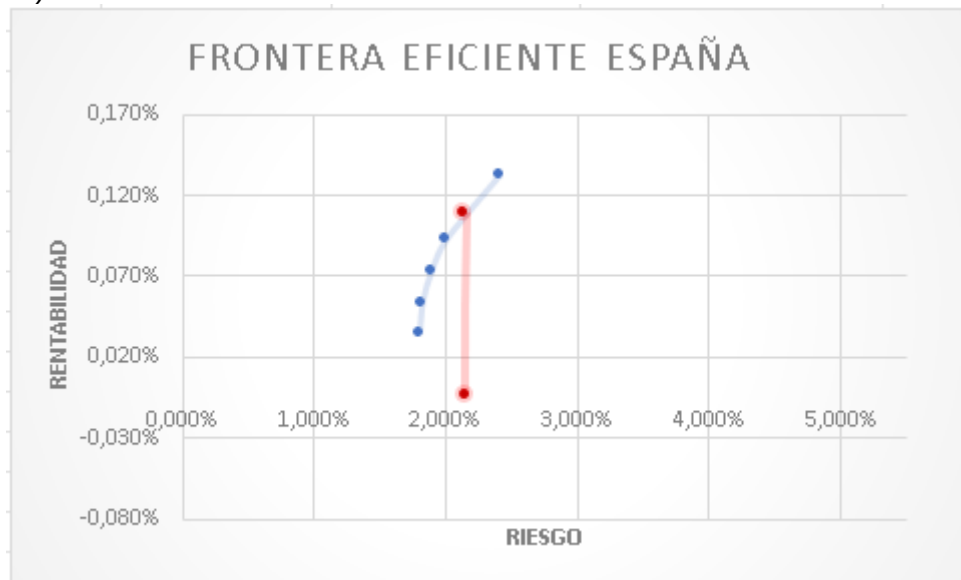


Gráfico 3.7. Fuente: Elaboración Propia

Con este ejemplo, vemos el efecto de la diversificación que podemos observar a su vez, de manera gráfica, en la **frontera eficiente nacional** representado por los 2 puntos rojos que vemos en el gráfico 3.7, el punto de más abajo corresponde a la cartera equidistribuida, mientras que el que se sitúa sobre la frontera eficiente, fruto de la diversificación, corresponde a la cartera diversificada.

Después de este proceso de diversificación tenemos claro que cualquier cartera que conforme la frontera eficiente va a ser mejor que los títulos individuales por sí solos,

pero ¿cuál es la mejor cartera dentro de las que conforman la frontera eficiente?

Se estudiará más adelante mediante una de las medidas performance más conocidas como es el Índice de Sharpe.

3.3. Frontera Eficiente Internacional

En este apartado se verá si lo que decía Solnik (1974) se corrobora o no. Solnik se dio cuenta de que ampliando las posibilidades de inversión se conseguía reducir el riesgo de la cartera.

Al introducir títulos de países como Alemania y Francia aumentamos las posibilidades de inversión. Además, los títulos de estos países tendrán comportamientos diferentes a los títulos españoles, puesto que cada país tiene sus particularidades como instituciones y políticas.

Siguiendo la misma estructura que la cartera eficiente nacional, la cartera internacional estará formada por 36 empresas, 12 de cada país. Repitiendo la operación de la frontera eficiente nacional; el punto de partida para formar la **frontera eficiente internacional** será encontrar la cartera con menor riesgo medido por la desviación típica, previamente de haber obtenido la matriz de covarianzas de los 36 títulos.

Seguido de esto, se formarán 4 carteras más mediante la minimización del riesgo dada una rentabilidad determinada. Haciendo coincidir la cartera con mayor rentabilidad nuevamente con la inversión del 100% en el título con mayor rentabilidad de los 36 estudiados. En este caso, el título que mayor rentabilidad ofrece vuelve a ser la empresa española de Acciona, que se dedica a la promoción y gestión de infraestructuras y energías renovables.

Así, conformamos 5 carteras que formarán parte de la frontera eficiente internacional. Siendo la primera cartera la de mínimo riesgo, y la última cartera la de mayor rentabilidad.

TÍTULOS	Cartera Mínimo Riesgo	Cartera 2	Cartera 3	Cartera 4	Cartera 5
Indra	1,347%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
Aena	2,185%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
Acciona	0,893%	10,657%	25,212%	42,533%	100,000%
Acerinox	2,853%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
L'Air Liquide	27,327%	24,043%	14,132%	0,000%	0,000%
Capgemini	0,000%	5,108%	15,057%	24,697%	0,000%
Atos	1,532%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
Deutsche Börse	15,328%	9,883%	0,000%	0,000%	0,000%
Deutsche Telekom	25,761%	27,704%	24,943%	17,458%	0,000%
Siemens Healthineers	22,775%	22,605%	20,657%	15,312%	0,000%
Suma	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
Riesgo	1,301%	1,324%	1,431%	1,633%	2,407%
E(Rp)	0,041%	0,060%	0,078%	0,096%	0,132%

Tabla 3.8. Fuente: Elaboración Propia

Quedando, como vemos, las 5 carteras conformadas por 10 títulos, 4 de ellos españoles, 3 franceses y 3 alemanes. Se han omitido las demás empresas porque su porcentaje de inversión dentro de las carteras eficientes era nulo.

Para elaborar la **frontera eficiente internacional**, como hicimos antes, nos quedamos con la rentabilidad media de cada una de las carteras y con sus respectivos riesgos.

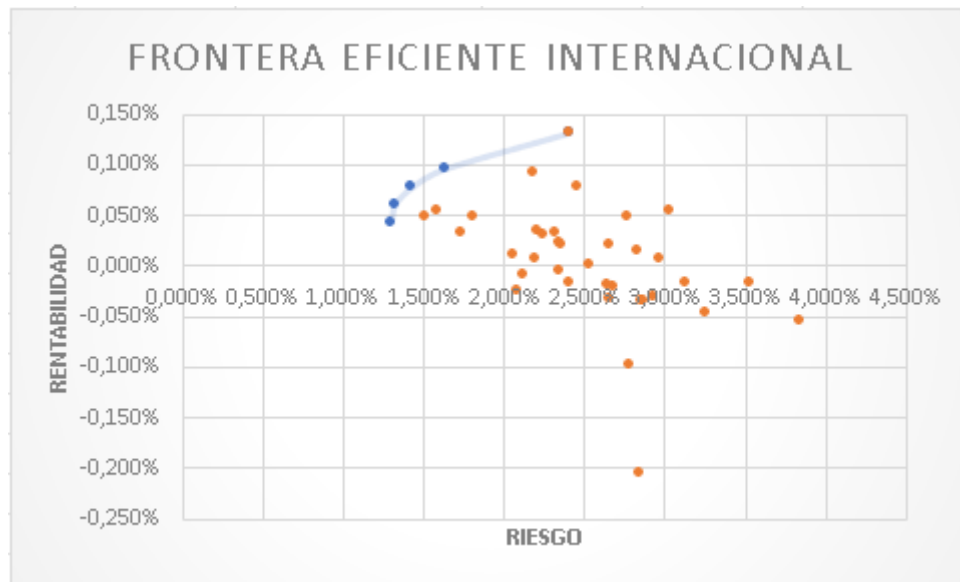


Gráfico 3.9. Fuente: Elaboración Propia

El eje de ordenadas representa la rentabilidad y el eje de ordenadas el riesgo. La línea azul conforma la frontera eficiente, y observamos una vez más, como el título de Acciona se sitúa sobre ésta. Los puntos naranjas representan a los títulos individuales. Ninguno de estos títulos es eficiente por sí mismo (exceptuando el de Acciona), por lo que la aplicación del modelo propuesto por Markowitz es de gran relevancia a la hora de la inversión.

Nos damos cuenta de que con una diversificación adecuada de nuestra inversión se puede maximizar la rentabilidad manteniendo constante el riesgo, o por el contrario, minimizar el riesgo manteniendo constante la rentabilidad.

Veamos el efecto de la diversificación en el panorama internacional. Vamos a realizarlo de una manera diferente a la anterior. Ahora se va a escoger un título individual, y vamos a ver si para el mismo nivel de rentabilidad, como mejoraría si invertimos en una cartera que sea eficiente.

Se ha escogido el título francés de Capgemini. El cual presenta una **rentabilidad de 0,092%**, y un **riesgo de 2,190%**.

Veremos si existe alguna cartera eficiente con la misma rentabilidad que Capgemini, que nos ofrezca un riesgo menor.

-	CAPGEMINI
RENTABILIDAD	0,092%
RIESGO	2,190%

Tabla 3.10. Fuente Elaboración Propia

TÍTULOS	Diversificación
Acciona	38,404%
L'Air Liquide	1,867%
Capgemini	22,518%
Deutsche Telekom	20,156%
Siemens Healthineers	17,055%
Suma	100,00%
Riesgo	1,578%
E(Rp)	0,092%

Tabla 3.11. Fuente: Elaboración Propia

Donde E(Rp) es la rentabilidad de la cartera, vemos como al mismo nivel de rentabilidad, conseguimos reducir significativamente el riesgo si invertimos las proporciones adecuadas en los títulos que aparecen en la tabla.

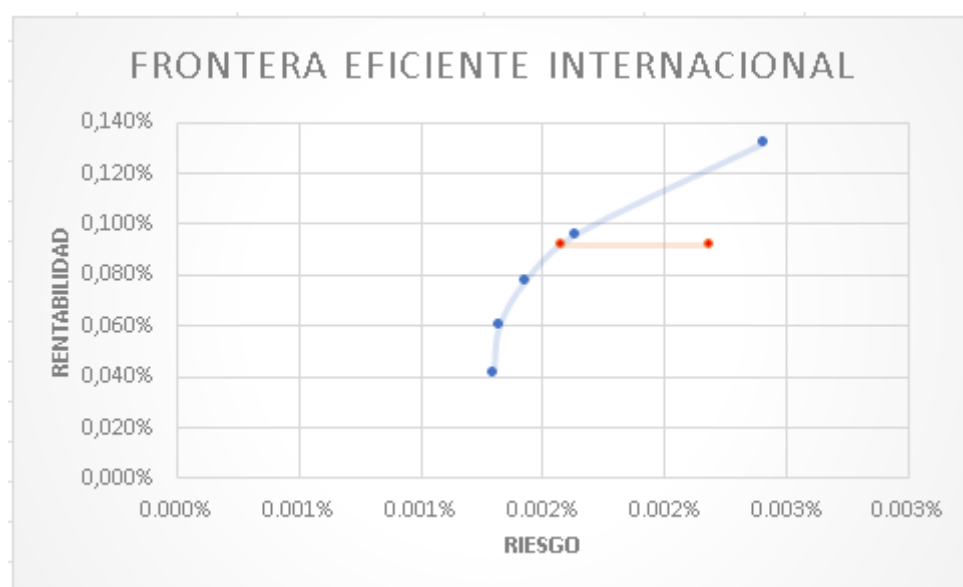


Gráfico 3.12. Fuente: Elaboración Propia.

Este proceso de diversificación lo observamos a su vez, en el gráfico de la **frontera eficiente internacional**, donde para cada título, siempre existe una opción de diversificación la cuál consigue reducir el riesgo o incrementar la rentabilidad, y de esta manera situarnos sobre la frontera eficiente.

¿Cómo influye la inclusión de países? Dejando de lado diversificación se encuentra el hecho de que la contribución de los países a la rentabilidad de la cartera y la contribución al riesgo no siguen un mismo patrón.

La contribución a la rentabilidad vendría dada por la proporción invertida en cada título individual (X_i) multiplicada por la rentabilidad correspondiente $E(R_i)$.

Por el contrario, la contribución al riesgo se comporta de manera diferente, viene expresada por la proporción invertida en cada título individual (X_i) multiplicada por la covarianza del título con la cartera ($\sigma_{i,p}$).

En nuestro ejemplo, las contribuciones a la rentabilidad y el riesgo quedarían de la siguiente manera:

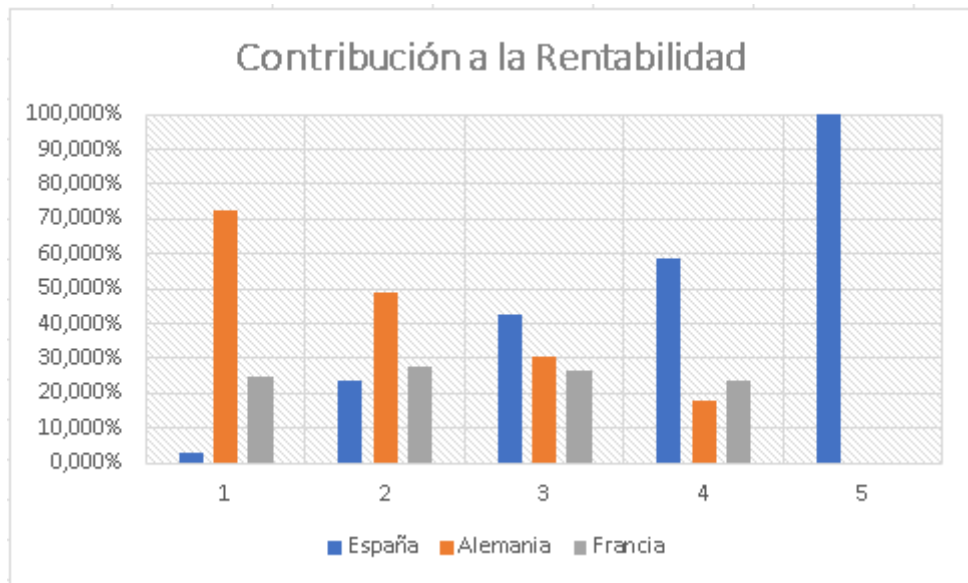


Gráfico 3.13. Fuente: Elaboración Propia

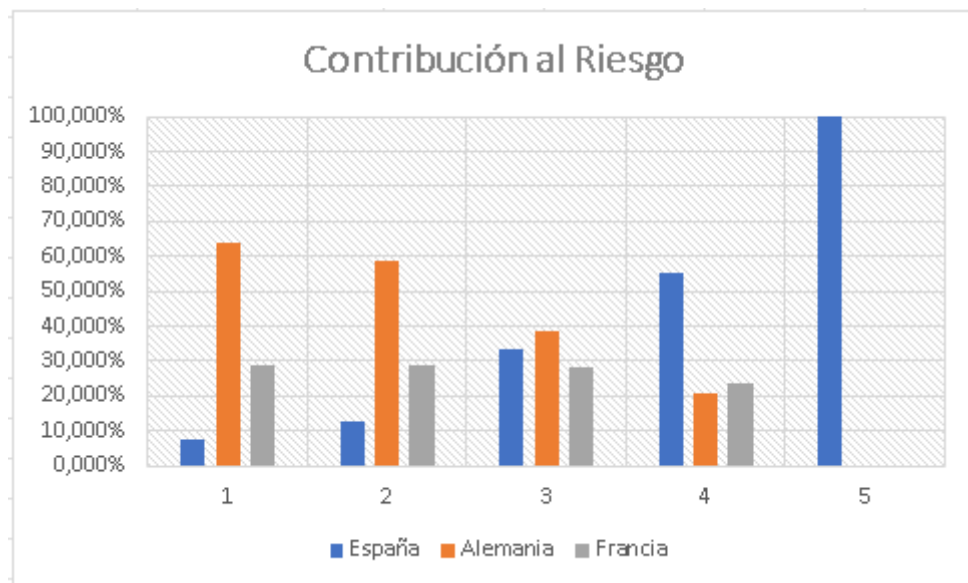


Gráfico 3.14. Fuente: Elaboración Propia

Con estos dos gráficos podemos observar de qué manera contribuyen los países a el riesgo y rentabilidad de las carteras. La cartera 1 corresponde a la cartera de menor riesgo. Si observamos las gráficas con detenimiento, nos damos cuenta de que la cartera 3 es en la que mejor se distribuye tanto riesgo como rentabilidad. Además, cuenta con la peculiaridad de que Alemania es la que más contribuye al riesgo de dicha cartera, pero no es la que más rentabilidad aporta, sino que es España. Por lo que podemos pensar que los títulos españoles que conforman la frontera eficiente internacional son preferibles a los títulos alemanes que conforman la frontera eficiente internacional.

Una vez analizadas las contribuciones de los países al riesgo y rentabilidad de las

carteras, como se hará también con la frontera eficiente nacional, dentro de la frontera eficiente internacional también se verá más adelante cuál es la mejor cartera mediante la aplicación del Índice de Sharpe.

3.4. Comparativa entre Fronteras

Fruto de las oportunidades de inversión en términos de sectores, compañías, países, etc., es posible una diversificación internacional. Esta diversificación, sobre la teoría, desplazaría la frontera eficiente hacia arriba y hacia la izquierda.

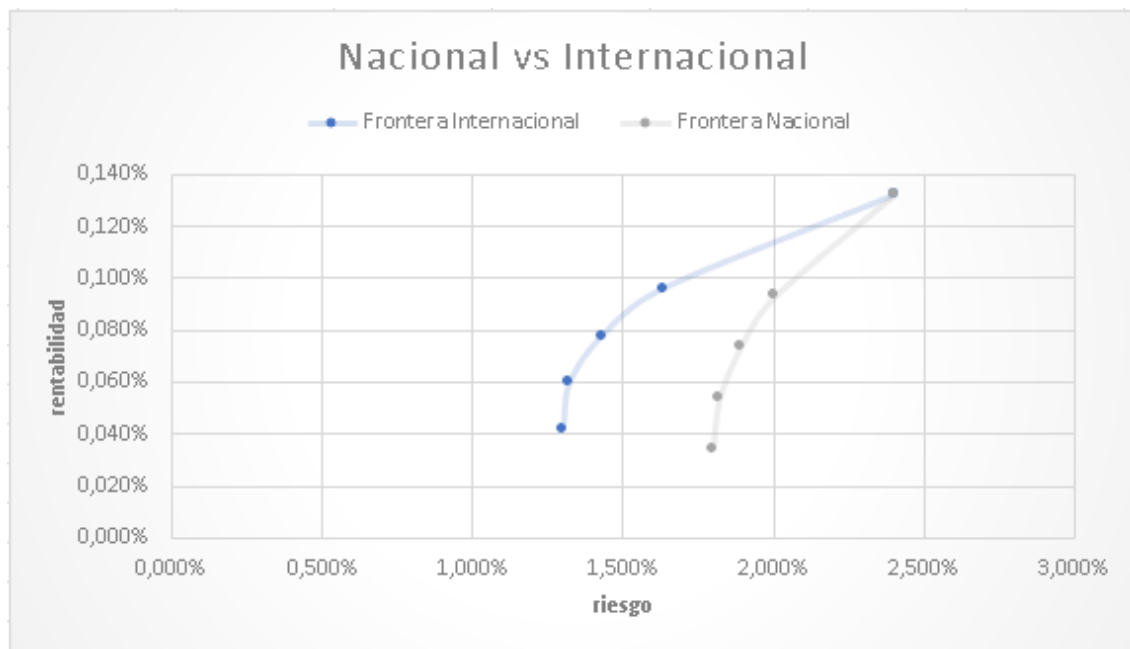


Gráfico 3.15. Fuente: Elaboración Propia

Aquí lo podemos ver reflejado en la práctica también. Para las carteras de mínimo riesgo, vemos como la frontera internacional nos ofrece una rentabilidad mayor además de un riesgo menor. Esto se repite para cada una de las carteras intermedias que conforman la frontera eficiente. Sin embargo, en el punto de máxima rentabilidad las dos fronteras coinciden. Esto es porque al ser la cartera que nos ofrece la mayor rentabilidad se invierte el 100% en el título que mayor rentabilidad reporte (Acciona).

Con este ejemplo práctico hemos corroborado lo que ya predecía Solnik en 1974, la introducción de un mayor número de títulos a la cartera hace posible una reducción del riesgo específico, el que es inherente a las características de los propios títulos individuales. La frontera eficiente nacional la conforman 6 títulos españoles, ya que los otros 6 títulos de los 12 seleccionados no tienen participación en la frontera. Por contraparte la frontera eficiente internacional es formada por 10 títulos, de los cuales 4 españoles, 3 franceses y 3 alemanes como vimos anteriormente.

A su vez, podemos ver los efectos de la diversificación de manera numérica:

Datos Frontera Eficiente Internacional					
Riesgo	1,301%	1,324%	1,431%	1,633%	2,407%
Rentabilidad	0,041%	0,060%	0,078%	0,096%	0,132%
Datos Frontera Eficiente Nacional					
DSTD	1,797%	1,820%	1,891%	2,006%	2,407%
E(Rp)	0,034%	0,054%	0,073%	0,093%	0,132%

Tabla 3.16. Fuente: Elaboración Propia

Donde observamos como para cada cartera, la frontera internacional no sólo presenta un menor riesgo como ya habíamos visto, sino también una mayor rentabilidad. Esto quiere decir que la diversificación no solo se lleva a cabo para reducir el riesgo, sino que también podemos aumentar la rentabilidad, por lo que para aquellos inversores que den menos importancia al riesgo también se les recomienda llevar a cabo una diversificación buscando ampliar sus opciones con vistas a no simplemente reducir su riesgo sino también a conseguir aumentar su rentabilidad.

4. Medidas Performance

Destacados especialistas de la Economía Financiera como Sharpe y Jensen dedicaron gran parte de sus carreras al estudio de la denominada “Teoría de Cartera” y, en especial, a la valoración de la bondad de la administración (performance) de las carteras formadas por títulos financieros por parte de sus gestores, o lo que es lo mismo, de la eficiencia de la gestión de las inversiones financieras (Agudo, 1997).

4.1. Índice de Sharpe

Como se ha mencionado anteriormente, mediante el Ratio de Sharpe o Índice de Sharpe evaluaremos la gestión y administración de nuestras carteras. Además, dentro de la frontera eficiente resultante del proceso de diversificación se verá que cartera es la que mejor ratio presenta y, por ende, en la que se recomendaría invertir.

El índice fue elaborado por William F. Sharpe (1966), el cual representa la remuneración al riesgo que obtiene una cartera en términos de diferencial de rentabilidad y tasa libre de riesgo por cada punto porcentual de desviación típica del rendimiento de la cartera.

Quedaría expresado analíticamente de la siguiente manera:

$$\text{Índice de Sharpe} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

Donde R_p representa la rentabilidad media de la cartera, R_f la tasa libre de riesgo, y σ_p la desviación típica de la rentabilidad de la cartera.

Centrándonos en nuestro estudio, usaremos el Índice de Sharpe como media performance para ver si efectivamente el proceso de diversificación da pie a un mayor valor de esta ratio.

Usaremos los ejemplos que se han expuesto anteriormente para ver la diversificación, tanto el ejemplo nacional como el internacional.

En cuanto al ejemplo nacional (*Tabla 3.6*), contamos con 2 carteras, una equidistribuida y otra bien diversificada.

-	Cartera Equidistribuida	Diversificada
Rp	-0,003%	0,109%
Rf	0,00096%	0,00096%
Desviación Típica	2,139%	2,139%
Índice de Sharpe	-0,1851%	5,0509%

Tabla 4.1. Fuente: Elaboración Propia

Observamos claramente como mediante un proceso de diversificación se obtiene un Índice de Sharpe mayor. Hemos tomado como tasa libre de riesgo la de España.

Veámoslo ahora con el ejemplo internacional (*Tabla 3.10 y Tabla 3.11*), en el que por un lado tenemos el título individual de Capgemini, y por el otro lado tenemos la

correspondiente cartera diversificada.

-	Capgemini	Diversificada
Rp	0,092%	0,092%
Rf	-0,00102%	-0,00102%
Desviación Típica	2,190%	1,578%
Índice de Sharpe	4,2474%	5,8948%

Tabla 4.2. Fuente: Elaboración Propia

Observamos también como una correcta diversificación se traduce en un mayor valor del Índice de Sharpe. En este segundo ejemplo hemos tomado como tasa libre de riesgo la de Alemania por ser la economía más representativa de la UE.

Por último, dentro de las 5 carteras que conforman la frontera eficiente internacional, veremos cuál de ellas presenta un mayor Índice de Sharpe.

-	Cartera Mínimo Riesgo	Cartera 2	Cartera 3	Cartera 4	Cartera 5
Sharpe	3,27%	4,60%	5,51%	5,94%	5,54%

Tabla 4.3. Fuente: Elaboración Propia

La cartera 4 es la que mayor ratio de Sharpe nos reporta, por lo que en base a esta medida performance sería la opción de inversión más correcta.

4.2. Alfa de Jensen

El alfa de Jensen mide el exceso de rentabilidad obtenido por la cartera ajustado al riesgo respecto de la cartera de mercado (Alonso, 2003). En otras palabras, esta clásica medida performance, mide la habilidad del gestor de carteras de obtener una rentabilidad mayor que la del índice de referencia.

Para obtener la expresión del alfa de Jensen se tiene que volver al modelo CAPM que vimos anteriormente.

$$R_i - R_F = \alpha_i + \beta_i [E(R_M) - R_F] + \varepsilon_i$$

Partiendo de dicho modelo, para obtener el alfa de Jensen (α_i) hay que regresar el diferencial de rendimientos de la cartera eficiente sobre la tasa libre de riesgo ($R_i - R_F$), respecto del diferencial de los rendimientos del mercado sobre la tasa libre de riesgo [$E(R_M) - R_F$].

De esta regresión obtenemos dos parámetros principales, el alfa de Jensen (α_i) y el coeficiente de volatilidad de la cartera (β_i). Al igual que con el Índice de Sharpe, evaluaremos los casos del proceso diversificador, tanto para el ejemplo nacional (Tabla 3.6) como para el ejemplo internacional (Tabla 3.10 y Tabla 3.11).

Veamos los principales resultados.

1) Caso Nacional

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	
Intercepción	0,00024822	0,00030129	0,823860823	0,410350985	Equidistribuida
Variable X1	1,21667052	0,0182189	66,78069054	1,6129E-277	
	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	
Intercepción	0,00126375	0,00062175	2,03255845	0,042543702	Diversificada
Variable X1	0,91684495	0,03759707	24,38607174	2,0499E-91	

Tabla 4.4. Fuente: Elaboración Propia

Aquí se ven los resultados de la regresión. Se tiene que poner especial atención a dos aspectos, el primero es el coeficiente del Alfa de Jensen, si es positivo, negativo o neutro, y el segundo sería si ese coeficiente es estadísticamente significativo o no, esto lo vemos mediante el p-valor.

El Alfa de Jensen viene representado en la fila de Intercepción y en la primera columna (Coeficientes), y podemos ver como en los dos casos, tanto en la cartera equidistribuida nacional como en la ya diversificada se obtiene un valor positivo del alfa de Jensen. Esto quiere decir que la gestión de la cartera estaría siendo buena ya que el gestor estaría aportando valor.

Sin embargo, si nos fijamos en el p-valor (columna Probabilidad) para determinar si estos coeficientes son significativos o no, nos damos cuenta de que en la cartera equidistribuida el p-valor es superior a 0,05 (valor de referencia), esto quiere decir que el coeficiente del alfa de Jensen no es estadísticamente significativo por lo que lo consideramos como nulo.

En cambio, en la cartera diversificada el p-valor es 0,04, por lo que es menor que 0,05 por lo que es estadísticamente significativo y podemos dar por bueno su signo positivo.

De esta manera vemos como el proceso diversificador una vez más ha resultado bueno desde el punto de vista del alfa de Jensen.

2) Caso Internacional

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	
Intercepción	0,00087041	0,00062962	1,382441226	0,167358448	Capgemini
Variable X1	0,96229499	0,03863665	24,90627187	3,64281E-94	
	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	
Intercepción	0,00086648	0,00038636	2,242675252	0,025287657	Diversificada
Variable X1	0,78012502	0,02370929	32,90376844	1,0489E-135	

Tabla 4.5. Fuente: Elaboración Propia

En esta tabla observamos los resultados de la regresión en el caso internacional. Por un lado, observamos como los coeficientes del alfa de Jensen son ambos positivos lo que nos indica una buena gestión. Sin embargo, por otro lado, volvemos a observar como en la cartera formada únicamente por el título Capgemini, el alfa de Jensen no es estadísticamente significativa al presentar un p-valor por encima de 0,05.

En cambio, la correspondiente cartera internacional diversificada reporta un p-valor de

0,025, es decir, menos que 0,05 y por lo tanto su alfa de Jensen es estadísticamente significativa.

En definitiva, al llevar a cabo un proceso diversificador pasamos de un alfa de Jensen nulo (cero), lo que indica que el papel del gestor de carteras es irrelevante, a un alfa de Jensen con signo positivo lo que es una buena señal de gestión.

Por último, atendiendo a las conclusiones anteriores de que la frontera eficiente internacional resulta mejor que la frontera eficiente nacional, se ha querido ver cuál de las carteras que conformar la frontera eficiente internacional es la mejor en base al alfa de Jensen.

-	Mín Riesgo	Cartera 2	Cartera 3	Cartera 4	Cartera 5
Alfa de Jensen	0,04%	0,05%	0,07%	0,09%	0,13%
P-valor	0,159330132	0,04455776	0,02101639	0,02832018	0,13029816

Tabla 4.6. Fuente: Elaboración Propia

Observamos como la cartera que nos reporta la mayor alfa de Jensen es la número 5. Sin embargo, esta cartera presenta un p-valor superior a 0,05, por lo que como se ha comentado anteriormente, el alfa de Jensen no es estadísticamente significativa. Esto también ocurre con la cartera de mínimo riesgo, y puede ser explicado en parte porque son las 2 carteras que menos diversificadas están, al ser una la de mínimo riesgo y la otra (cartera 5) la de máxima rentabilidad.

Dentro de las carteras en las que el alfa de Jensen es estadísticamente significativa, se observa como la cartera 4 es la que mayor alfa de Jensen reporta por lo que sería cartera mejor gestionada como ya vimos también con el Índice de Sharpe.

4.3. Betas Internacionales

Como vimos en el modelo IAPM, las betas internacionales miden la exposición al riesgo sistemático de los títulos individuales en el mercado internacional.

En este apartado, estableceremos una comparativa entre las betas domésticas de los títulos individuales y sus correspondientes betas internacionales, y se comprobará que grado de sensibilidad tienen los activos, es decir, la sensibilidad del factor del mercado doméstico al factor de mercado mundial, expresado en el modelo IAPM por β_{pw} .

$$\beta_{iw} = \beta_i * \beta_{pw}$$

Las betas internacionales vendrían expresadas por β_{iw} y las betas domésticas (CAPM) por β_i .

Para poder hallar las betas internacionales, se calculó una tasa libre de riesgo 'mundial', y unas rentabilidades de mercado 'mundial'. Para ello, se obtuvo una media ponderada en base al PIB de los 3 países estudiados. España representaba un 16,65%, Alemania representaba un 49,49%, mientras que Francia representaba el 33,85% restante. Se calculó las rentabilidades del mercado 'mundial' multiplicando estos porcentajes por las rentabilidades del IBEX, DAX y CAC respectivamente. A su vez, se repitió el mismo proceso para calcular la tasa libre de riesgo 'mundial'.

Betas	CaixaBank	Indra	Aena	Ferrovial	Acciona	Acerinox
Doméstica	1,2406	0,9415	1,1466	1,0014	0,8977	0,9621
Internacional	1,1234	0,9346	1,0937	1,0071	0,8643	1,0115
β_{pw}	0,9055	0,9926	0,9538	1,0056	0,9627	1,0513

Tabla 4.7. Fuente: Elaboración Propia

Aquí podemos ver las betas correspondientes a los títulos individuales que conforman la frontera eficiente nacional. Como podemos observar, hay títulos agresivos con la beta mayor que 1, como CaixaBank, esto quiere decir que tiene a fluctuar más que el mercado. A su vez, si nos fijamos en las betas de Ferrovial, vemos como es un título neutro (beta=1) lo que se traduce en una fluctuación del título igual a la de mercado. También observamos títulos defensivos, con la beta menor que 1, como Acciona, lo que significa que es un título que tiende a fluctuar menos que el mercado. Esto es positivo ya que, como vimos antes, Acciona es el título que mayor rentabilidad presentaba. Teniendo en cuenta que es el título (dentro de los nacionales), que menor exposición tiene al riesgo (medido por las betas), se llega a la conclusión de que es el activo que mejor rentabilidad-riesgo presenta dentro de la frontera eficiente nacional.

En cuanto a la frontera eficiente internacional, vimos cómo estaba conformada por 10 activos, 4 más que en la frontera eficiente nacional.

Betas	Indra	Aena	Acciona	Acerinox	L`Air Liquide
Doméstica	0,9415	1,1466	0,8977	0,9621	0,7091
Internacional	0,9346	1,0937	0,8643	1,0115	0,7302
β_{pw}	0,9926	0,9538	0,9627	1,0513	1,0297

Betas	Capgemini	Atos	Deutsche Böise	Deutsche Telekom	Siemens Healthineers
Doméstica	0,9839	0,9317	0,7308	0,7416	0,5369
Internacional	0,9866	0,9452	0,7172	0,7684	0,5330
β_{pw}	1,0027	1,0144	0,9813	1,0361	0,9927

Tabla 4.8 y 4.9. Fuente: Elaboración Propia

En este caso, a diferencia del caso nacional, observamos la mayoría de los títulos con una beta menor que 1, es decir, son títulos defensivos y no están muy expuestos al riesgo sistemático. Destacando mayormente a Siemens Healthineers, con una beta doméstica de 0,5369, fluctuando bastante menos que lo que fluctúa el mercado. Esto puede ser debido a que es una empresa que se dedica a los dispositivos y tecnología médica, por lo que el impacto que tuvo la pandemia COVID en la cotización de esta empresa no fue tan significativo como en otras.

En cuanto a la sensibilidad del factor del mercado doméstico al factor de mercado mundial, vemos como en la mayoría de los títulos no existen cambios significativos entre betas domésticas e internacionales, por lo que el coeficiente de β_{pw} es cercano a uno en la mayoría de los casos. Lo mismo pasa con los índices bursátiles, con unos coeficientes de β_{pw} como podemos ver en la Tabla 4.10.

-	IBEX	DAX	CAC
β_{pw}	0,9901	1,0033	1,0156

Tabla 4.10. Fuente: Elaboración Propia

5. Conclusiones

Partiendo de la hipótesis de si se cumplía o no la Teoría de Selección de Carteras, se han analizado dos escenarios posibles, el caso nacional, invirtiendo únicamente en títulos españoles, y el caso internacional, ampliando las posibilidades de inversión, invirtiendo en países como Alemania y Francia.

Se ha podido comprobar como ampliando el abanico de posibilidades se consigue una mejor diversificación, desplazando la frontera eficiente hacia arriba y hacia la izquierda, lo que se traduce en mayor rentabilidad y menor riesgo respectivamente. Por tanto, respondiendo a nuestra pregunta de si la pandemia COVID ha podido desvirtuar la Teoría de Selección de Carteras, vemos como no ha sido así y se han obtenido los efectos esperados.

Se concluye también, como ya decía Solnik en 1974, que la introducción de un mayor número de títulos individuales en una cartera lleva aparejado una reducción del riesgo específico, que es el riesgo asociado a las características de los propios títulos.

Las medidas performance nos han permitido cuantificar la calidad de la gestión. Dándonos cuenta de que la mejor cartera no es la que ofrece la mayor rentabilidad, como podría pensar la mayoría de la gente, sino que es la cartera 4 correspondiente a la frontera eficiente internacional. Esto quiere decir que es la cartera que mejor gestionada está. No es una recomendación de inversión ya que hay que tener en cuenta factores individuales inherentes a cada individuo como las expectativas de futuro, aversión al riesgo, preferencias del inversor...etc.

Dejando de un lado las carteras y centrándonos propiamente en los títulos individuales, mediante las betas internacionales hemos visto como el título de Acciona reportaba una beta menor que uno, por lo que fluctuaba menos que el mercado (menor riesgo), y además esto no se traducía en una menor rentabilidad, ya que Acciona era el título que mayor rentabilidad presentaba de los 36 estudiados. Además, la inversión del 100% del patrimonio en títulos de Acciona era parte tanto de la frontera eficiente nacional como de la internacional.

Sin embargo, se concluye que la diversificación tiene efectos positivos en casi todas las inversiones. Por lo que sería recomendable de cara a la inversión diversificar, en vez de invertir el total del patrimonio en un activo, ya que como hemos visto con las medidas performance, la inversión del 100% del patrimonio en un activo no era la cartera mejor gestionada.

BIBLIOGRAFÍA

AGUDO, Luis Ferruz; MARZAL, José Luis Sarto. Revisión crítica de las medidas clásicas de performance de carteras y propuesta de índices alternativos. Aplicación a fondos de inversión españoles (1990-1995). *Boletín de estudios económicos*, 1997, vol. 52, p. 549.

ALONSO, Belén Vallejo. Importancia de la cartera de referencia en la evaluación de los fondos de inversión españoles a través del alfa de Jensen. *Cuadernos de gestión*, 2003, vol. 3, no 1-2, p. 49-61.

BÁRCENA HERNÁNDEZ, Alejandro. Diversificación de carteras eficientes nacionales e internacionales. 2015.

FIRACATIVE ROPERO, Edwin Francisco. Aplicación del modelo CAPM para la valoración de acciones en el mercado integrado latinoamericano MILA. *Facultad de Ciencias Económicas*, 2015.

GARCÍA, OCHOA GARCÍA SANDRA IBETH OCHOA. *El modelo de Markowitz en la teoría de portafolios de inversión*. 2008. Tesis Doctoral. INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL.

GÓMEZ-BEZARES, Fernando, et al. Modelos Internacionales De Valoración de Activos: Contratación Empírica. *Lecturas sobre Gestión de carteras*, 2004, p. 183.

GRADO, Ángel Rodríguez. La asignación de activos en portafolios diversificados internacionalmente. *Visión Gerencial*, 2009, p. 189-202.

LAMOTHE FERNANDEZ, PROSPER. Gestión de carteras de acciones internacionales. 1999.

LÓPEZ, F.; GARCÍA, P. 2009. Bolsa, mercados y técnicas de inversión. 2ª ed. Corea, McGrawHill.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 1952.7(1), pp. 77-91.

MASCAREÑAS, Juan. Gestión de carteras I: Selección de carteras. *España: Universidad Complutense de Madrid*, 2012.

MUNGUÍA, Moral, et al. Selección de cartera y gestión de riesgo para una sociedad de inversión con fondos cotizados y su aplicación al mercado financiero mexicano. 2013.

PADRÓN, Yaiza García; BOZA, Juan García. El Modelo CAPM a través de los tiempos revisión de la evidencia empírica. *Ciencia y sociedad*, 2005, vol. 30, no 3, p. 411-437.

SHARPE, William F. Rendimiento de los fondos mutuos. *El Diario de los negocios*, 1966, vol. 39, nº 1, pág. 119-138.

SOLNIK, Bruno H. ¿Por qué no diversificarse internacionalmente en lugar de nacionalmente? *Revista de analistas financieros*, 1974, vol. 30, nº 4, pág. 48-54.

SOLNIK, Bruno H. ¿Por qué no diversificarse internacionalmente en lugar de nacionalmente? *Revista de analistas financieros*, 1995, vol. 51, nº 1, pág. 89-94.

TORRES PINZÓN, Daniel Eduardo, et al. *Construcción de un portafolio de Inversión de renta variable y TES mediante modelos de volatilidad para un perfil de riesgo determinado*. 2014. Tesis Doctoral. Universidad EAFIT.

VILÁ, Daniel Villalba. Un modelo de selección de cartera con escenarios y función de riesgo asimétrica. *Revista española de financiación y contabilidad*, 1998, p. 613-637.