Análisis matricial exacto de los efectos de la polarización en un giróscopo de fibra con ganancia

J.L.Arce Diego, D.Pereda Cubián, F.J.Madruga, J.M.López-Higuera
Grupo de Ingeniería Fotónica, Dpto. TEISA, Universidad de Cantabria
Tlf: 942201537, Fax: 942201873, Correo: jlarce@teisa.unican.es, dpcubian@teisa.unican.es

***Abstract**. Using signal flow graphs and the optical Scattering matrix, the analysis of an optical fiber gyro with gain is presented. The dependence on anisotropic parameters is studied.*

1. Introducción

La teoría de grafos [1] permite describir cada combinación entrada-salida de un dispositivo óptico mediante un grafo que combina una serie de efectos simples [2] cada uno de los cuales se describe por una matriz de *Jones*. Mediante los diferentes grafos que caracterizan cada dispositivo, y utilizando métodos de reducción [3], se puede calcular la matriz de *Scattering* [2] que describe globalmente su comportamiento. Conocidas sus matrices, se puede determinar el comportamiento global de un sistema resultado de la concatenación de dispositivos simples [4]. En este artículo se realiza el análisis de los efectos de polarización en un giróscopo de fibra con ganancia, utilizando para ello el método matricial desarrollado por los autores.

2. Modelo matricial teórico

Cada elemento que componen un sistema se caracteriza mediante su correspondiente matriz de *Jones*. Los componentes empleados en un dispositivo todo fibra son la propia fibra y los acopladores. Conociendo las matrices que los describen se puede modelar el comportamiento de cualquier estructura interferométrica que contenga a estos elementos:

a) Fibra óptica. Para caracterizar una fibra óptica ideal basta con considerarla un simple retardador. En el caso no ideal, si se producen perturbaciones externas, se utiliza el equivalente de *Kapron* [5]. Sus matrices de Jones serían:

$$F_s = D(\beta L) = e^{-j\beta L} I \;\; ; \;\; F_p = R(\Omega)\cdot L(\delta)\cdot R(\theta) \quad (1)$$

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\mathrm{sen}(\theta) \\ \mathrm{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \;\; ; \;\; L(\delta) = \begin{pmatrix} e^{-j\delta/2} & 0 \\ 0 & e^{j\delta/2} \end{pmatrix} \quad (2)$$

b) Acopladores. Se han de tener en cuenta las constantes de acoplo, K_x y K_y, y las pérdidas dependientes de la polarización, γ_x y γ_y. Las matrices de *Scattering* que caracterizan el comportamiento de un acoplador son:

$$A_d = \begin{pmatrix} \sqrt{(1-K_x)(1-\gamma_x)} & 0 \\ 0 & \sqrt{(1-K_y)(1-\gamma_y)} \end{pmatrix} \quad (3.a)$$

$$A_i = \begin{pmatrix} \sqrt{K_x(1-\gamma_x)} & 0 \\ 0 & \sqrt{K_y(1-\gamma_y)} \end{pmatrix} \quad (3.b)$$

3. Giróscopo de fibra con ganancia

A continuación se describe un novedoso giróscopo de fibra con ganancia, resultado de la combinación de un interferómetro *Sagnac* y un resonador en anillo en el cual se ha introducido un amplificador óptico, de ganancia *G*, tal y como se muestra en la siguiente figura:

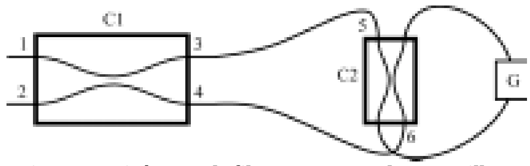

Figura 1: Giróscopo de fibra con resonador en anillo

En el primer acoplador se supone constante de acoplo *K*=0.5. La fibra que une los dos acopladores es ideal, mientras que para la fibra del resonador se considera el equivalente de *Kapron*. A continuación, se realiza por separado la descripción de cada una de las partes que conforman el giróscopo, para posteriormente hacer el estudio del dispositivo completo.

a) Interferómetro Sagnac. Es un interferómetro contradireccional (direcciones de propagación de señal y referencia opuestas) y balanceado (misma fibra para trayectorias de señal y referencia).

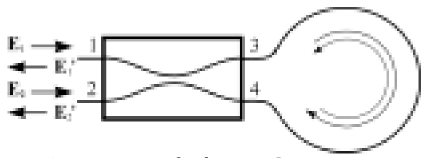

Figura 2: Interferómetro de Sagnac

Hay que considerar tanto el camino de señal como el camino de referencia:

$$S_{ij} = S_{ij}^S + S_{ij}^R \quad (4)$$

Las matrices que relacionan las entradas y salidas para las ramas de señal y referencia son las siguientes:

$$\begin{cases} S_{11}^S = A_i \cdot F_s \cdot F_p \cdot Inv \cdot A_d \cdot D(\phi) \\ S_{11}^R = A_d \cdot F_s \cdot Inv \cdot F_p^T \cdot A_i \cdot D(\phi) \end{cases} \quad (5.a)$$

$$\begin{cases} S_{21}^S = A_d \cdot F_s \cdot F_p \cdot Inv \cdot A_d \cdot D(\phi) \\ S_{21}^R = A_i \cdot F_s \cdot Inv \cdot F_p^T \cdot A_i \cdot D(\phi) \end{cases} \quad (5.b)$$

donde $D(\phi)$ es la matriz de desfase producido por el elemento transductor de fase, e *Inv* es la matriz de inversión que considera el cambio de coordenadas producido por el giro de la fibra.

$$Inv = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

b) Resonador en anillo. La estructura de un resonador en anillo es la siguiente:

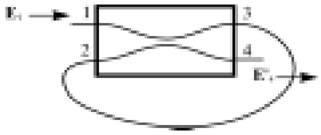

Figura 3: Resonador en anillo

A partir del grafo correspondiente a esta estructura, y aplicando las reglas de reducción de grafos, se llega a la siguiente expresión:

$$S_{anillo} = A_d + A_i \cdot \left(I - F_p \cdot A_d\right)^{-1} \cdot F_p \cdot A_d \qquad (7)$$

donde en F_p hay que considerar Ω=-θ.

c) Giróscopo con ganancia. La matriz S_{11} del primer acoplador será la suma de las matrices correspondientes a los caminos de señal y referencia.

$$\begin{cases} S_{11}^{R} = A_{i1} \cdot D(\Delta_1) \cdot S_{anillo} \cdot D(\Delta_1) \cdot A_{d1} \\ S_{11}^{S} = A_{d1} \cdot D(\Delta_1) \cdot S_{anillo}^{*} \cdot D(\Delta_1) \cdot A_{i1} \end{cases} \qquad (8)$$

donde S_{anillo} es la expresión anteriormente deducida para el resonador en anillo, considerando una ganancia *G*. S^{*}_{anillo} es la misma, pero considerando el camino de señal, o sea, el camino opuesto al de referencia.

$$\begin{cases} S_{anillo} = A_{i2} + A_{d2}\left(I - F_{ref} A_{i2}\right)^{-1} F_{ref} A_{d2} \\ S_{anillo}^{*} = A_{i2} + A_{d2}\left(I - F_{señal} A_{i2}\right)^{-1} F_{señal} A_{d2} \end{cases} \qquad (9)$$

donde $F_{señal}$ y F_{ref} modelan los caminos de señal y referencia.

$$\begin{cases} F_{ref} = D(\Delta_2) \cdot F_p \cdot Inv \cdot G \cdot e^{j\phi_s} \\ F_{señal} = D(\Delta_2) \cdot Inv \cdot G \cdot F_p^{T} \cdot e^{-j\phi_s} \end{cases} \qquad (10)$$

La matriz *G* es la de un amplificador, representándose como la de un atenuador pero con parámetro mayor de uno.

$$G = \begin{pmatrix} \gamma_x & 0 \\ 0 & \gamma_y \end{pmatrix} \qquad (11)$$

4. Simulaciones y resultados

Analizando esta configuración, y teniendo en cuenta que la irradiancia es $I_k = E_k^{\oplus} \cdot E_k$, se llega a las siguientes conclusiones:

a) Si constante de acoplo del segundo acoplador K_2 vale uno, la irradiancia es uno, y estamos en la situación de un interferómetro *Sagnac*. El valor de K_1 que maximiza la irradiancia es, como cabía esperar, K_1=0.5.

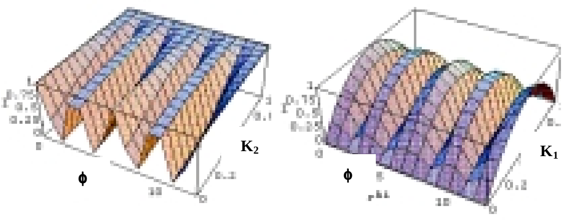

Figura 4: Irradiancia respecto; a) K_2, b) K_1

b) El sistema es insensible al *azimut* de entrada, pero la sensibilidad varía con la rotación del plano de polarización de la fibra, $\alpha = \theta + \Omega$, y con la birrefringencia lineal δ, siendo máxima para $\alpha=\pi/2$ y $\delta=0$, es decir, en el mismo caso que para un interferómetro de *Sagnac*.

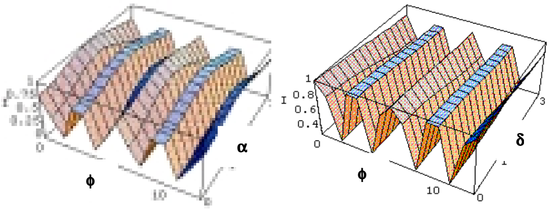

Figura 5: Irradiancia respecto; a) α, b) δ

c) La ganancia en el resonador *G* compensa las pérdidas que pueda introducir la estructura, que producen una pérdida de sensibilidad del sistema. A partir de un valor de ganancia la irradiancia se hace uno para cualquier valor de ϕ. En caso de tener una ganancia dependiente de la polarización, la sensibilidad aumenta o disminuye en función de que g_y sea mayor o menor que g_x.

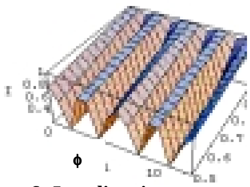

Figura 6: Irradiancia respecto g_x/g_y

5. Conclusiones

Se ha analizado un giróscopo con interferómetro *Sagnac* y resonador en anillo con ganancia. La introducción de ganancia en el lazo compensa las posibles pérdidas que se puedan producir. Este dispositivo, al igual que un interferómetro de Sagnac, es independiente del *EdP* de entrada, pero su sensibilidad depende de la rotación del plano de polarización que se produzca en la fibra. Una dependencia del *EdP* permite variar la sensibilidad del sistema, aumentándola o disminuyéndola según los valores relativos que tomen g_y y g_x.

6. Agradecimientos

Este proyecto se ha podido realizar en parte gracias a los medios aportados por la *CICYT* a través del proyecto *TIC'98-0397-CO3-02*.

7. Bibliografía

[1]. R.E.Colin. *Foundations for microwave engineering*, 2ªEd, McGraw-Hill, 1992.

[2]. Y.Weissman. *Optical Network Theory*, Artech House, Inc, Boston, 1992.

[3]. S.J.Mason. *Feedback Theory – some properties of signal flow graph*. Proc.IRE, Vol.41, pp.1144-1156, 1953

[4]. J.L.Arce-Diego *et col. Matricial methods for the systematic analysis of fiber optic bidirectional birefringent networks*. Proceedings of SPIE, Vol.4016, pp.490-496, Praga 1999.

[5]. F.P.Kapron *et col. Birefringence in dielectric optical waveguides*. IEE Journal of Quantum Electronics, Vol.QE-8, pp.222-225, 1972.