



Facultad de Ciencias

Determinación de la concentración de elementos radiactivos, especialmente ^{40}K , presentes en alimentos, condimentos, tabacos, fertilizantes y tierras mediante espectrometría gamma

Determination of radioactive elements concentration, especially ^{40}K , in food, condiment, tobacco, fertiliser and soil samples by gamma spectrometry

Trabajo de Fin de Grado para acceder al

GRADO EN FÍSICA

Autora: Desireé Ruiz Ponce

Director: Saturnino Marcos Marcos

Fecha: Junio 2022

Agradecimientos

Quisiera expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que han contribuido directa o indirectamente a la realización de este proyecto.

Primeramente, a Saturnino Marcos, que antes de ser mi director fue mi profesor y, con sus clases, hizo que me interesase por la física nuclear. Le agradezco el hecho de haberse volcado tanto con este trabajo. También agradezco al profesor Angel Mañanes su colaboración.

Igualmente, quisiera dar las gracias a mis compañeros de clase, Enrique, Sofía, Lucía y Rut, con los he pasado infinidad de horas tanto dentro como fuera de la facultad y me han hecho disfrutar de esta etapa. También a Santiago, que ha sido mi mayor apoyo.

Finalmente, agradecer a mi familia, por haber sido pacientes conmigo cuando no he tenido el tiempo suficiente para pasar con ellos. Y, en especial, a mi madre, que desde pequeña me ha impulsado a seguir estudiando y siempre ha creído en mí más que yo misma.

Resumen

En este trabajo se utiliza un método analítico para determinar la concentración de ^{40}K en muestras sólidas de geometría cilíndrica mediante espectrometría gamma con un cristal de NaI(Tl). Este método parte de la aproximación de fuente emisora puntual, pero se extiende a muestras extensas cilíndricas, y tiene en cuenta el efecto de atenuación de los fotones gamma dentro de la propia muestra (autoabsorción). Aunque en él se llevan a cabo diversas aproximaciones, se corrige con los resultados obtenidos para una muestra patrón que contiene una cantidad conocida de potasio.

Se han analizado muestras de alimentos, condimentos, tabacos, tierras y fertilizante. Algunas de las muestras de alimentos, condimentos y tabaco han sido sometidas a un proceso de secado, previamente al análisis, con el fin de crear muestras más concentradas en elementos radiactivos y, por lo tanto, obtener fotopicos más intensos, distinguibles del fondo ambiental. A partir del número de cuentas netas del fotopico producido por los fotones de 1460.8 keV emitidos en la desintegración del ^{40}K en ^{40}Ar (por captura electrónica) que aparece en el espectro gamma, se ha obtenido la actividad específica (actividad por unidad de masa) para cada una de las muestras analizadas. También, se ha realizado un análisis de espectrometría gamma con un detector semiconductor de germanio hiperpuro (HPGe) a determinadas muestras de alimentos, tierras, tabaco y, eventualmente, a una muestra de tierra del Sahara recolectada de la deposición seca de una calima que tuvo lugar el 19 de marzo de 2022 en Santander, mientras se realizaban el resto de medidas.

Palabras clave: potasio, elementos radiactivos, radiactividad, espectrometría gamma, cristal de NaI(Tl), detector semiconductor

Abstract

In this work, an analytic method has been used to determine the concentration of ^{40}K in cylindrical solid samples by gamma spectrometry with a NaI(Tl) crystal. This method is based on the punctual source approximation, but it's extended to extended cylindrical sources, and considers the attenuation effect of the gamma photons within the sample (self-absorption). Even though several approximations have been implemented, the method has been corrected with the results obtained from a standard sample containing a known amount of potassium.

Food, condiment, tobacco, soil and fertiliser samples have been analysed. Some of the food, condiment and tobacco samples have been dried before the analysis, in order to obtain concentrated samples of radioactive elements and, therefore, more intense photopeaks, distinguishable from the background. Samples specific activity (activity per unit mass) has been determined from the number of net counts produced by 1460.8 keV photons emitted in the decay of ^{40}K to ^{40}Ar (via electron capture) that appears in the gamma spectrum. It has also been carried out a gamma spectrometry analysis with a hyper pure germanium (HPGe) semiconductor detector on some of the food, soil and tobacco samples. A soil sample from the Sahara Desert collected from dry deposition of a haze that took place on the 19th of March in Santander, during the other samples analysis, has been analysed.

Key words: potassium, radioactive elements, radioactivity, gamma spectrometry, NaI(Tl) crystal, semiconductor detector

Índice

1. Introducción	1
1.1. Fuentes de radiactividad natural	1
1.2. Radioisótopos y cadenas de desintegración radiactiva	2
1.3. Incorporación de elementos radiactivos a los seres vivos	4
1.4. Asimilación de isótopos radiactivos en el cuerpo humano	5
2. Instrumentación: Equipo de espectrometría gamma	7
2.1. Interacción entre partículas gamma y el detector	7
2.2. Detector con cristal de NaI(Tl)	9
2.3. Detector con semiconductor de HPGe	10
2.4. Fotomultiplicador	12
2.5. Preamplificador	13
2.6. Amplificador	13
2.7. Analizador multicanal (MCA)	13
3. Determinación de la actividad absoluta del ^{40}K presente en una muestra mediante un detector de NaI(Tl)	14
3.1. Determinación la probabilidad de interacción de un fotón emitido por el ^{40}K con el detector	16
3.2. Determinación de la probabilidad de que un fotón emitido por el ^{40}K sea absorbido dentro de la muestra	20
3.3. Cálculo y corrección de la actividad absoluta de una muestra	22
4. Actividad mínima detectable (AMD)	23
5. Prodecimiento	25
5.1. Preparación del equipo de espectrometría gamma y de las muestras	25
5.2. Análisis de fopicos con el software “Gamma Acquisition”	26
6. Resultados y análisis	27
6.1. Resultados correspondientes al ^{40}K con el detector de NaI(Tl)	27
6.2. Resultados correspondientes a otros isótopos radiactivos con el detector semiconductor de HPGe	32
7. Discusión y conclusiones	38
8. Apéndices	39
8.1. Apéndice I	39
8.2. Apéndice II	41
8.3. Apéndice III	43
8.4. Apéndice IV	46
9. Referencias	47

1. Introducción

La radiactividad natural es un fenómeno consistente en la emisión espontánea de partículas alfa (núcleos de helio, α), beta (electrones, β^- , o positrones, β^+) o gamma (fotones, γ) por un núcleo inestable (núcleo padre). De esta manera se transforma en un nuevo nucleido (en el caso de emisiones α o β) o en nuevo estado menos energético del mismo isótopo. El núcleo hijo puede o no ser estable. En el caso de que se trate de un núcleo inestable, el proceso se repite sucesivamente hasta alcanzar la formación de un nucleido estable (no radiactivo). En general, las partículas α , β y γ tienen suficiente energía (en el rango de 10 keV a 10 MeV) para ionizar los átomos con los que interactúan, por lo que pueden producir efectos nocivos en los seres vivos.

El fenómeno de la radiactividad siempre ha coexistido con la vida sobre la Tierra, existiendo desde los orígenes del planeta numerosas fuentes de radiactividad natural. Actualmente, existen también radiaciones ionizantes producidas por el hombre como, por ejemplo, los rayos X utilizados en pruebas médicas.

La corteza terrestre contiene elementos radiactivos. El uranio, el torio, sus respectivos descendientes y el ^{40}K son los más abundantes y se encuentran distribuidos de forma bastante uniforme, aunque con ligeras fluctuaciones de unas regiones a otras.

Además, la atmósfera también alberga isótopos radiactivos procedentes de fuentes tanto internas como externas a nuestro planeta. Por consiguiente, las construcciones, los alimentos y todo lo que forma parte de la vida del hombre está impregnado de radionucleidos. Incluso el propio hombre en su interior y el resto de los animales que pueblan la Tierra contienen elementos radiactivos formando parte de su cuerpo.

Esta memoria se centra en el análisis de diversos alimentos, condimentos, tierras, tabacos y fertilizantes con el fin de medir su actividad radiactiva debida al decaimiento del ^{40}K en ^{40}Ar mediante captura electrónica. Aunque también se ha podido advertir la presencia de otros elementos radiactivos.

1.1. Fuentes de radiactividad natural

Existen diversas fuentes de radiactividad natural, tanto externas como internas a nuestro planeta.

Los rayos cósmicos constituyen la principal fuente externa de rayos ionizantes. Se clasifican en primarios y secundarios: los primeros llegan a las capas más altas de la atmósfera con gran energía e interactúan con los núcleos o los electrones de los átomos que conforman el aire, dando lugar a cascadas de interacciones secundarias, de las cuales surgen los rayos cósmicos secundarios, como se puede observar en la Figura 1.

La radiación cósmica primaria está constituida en su mayoría ($\sim 90\%$) por protones de energías comprendidas entre 1 MeV y 10^{14} MeV; aunque también por iones de ^4He ($\sim 10\%$) y por partículas pesadas, electrones, fotones y neutrinos (en proporciones muy bajas). La radiación cósmica secundaria que se detecta a nivel del mar está constituida al 70% por muones, al 29% por electrones y positrones y al 1% por iones pesados, aproximadamente [1].

Por otra parte, la llamada radiación terrestre se debe a los radionúcleos naturales presentes en la Tierra, que son los radionúcleos cosmogénicos (producidos por las interacciones de los rayos cósmicos con los elementos terrestres), como por ejemplo el ^{14}C y el ^7Be , y los radionúcleos primordiales (presentes en la Tierra desde sus inicios) de las series de ^{235}U , ^{238}U y ^{232}Th , además de el ^{40}K y el ^{87}Rb , fundamentalmente.

Cabe mencionar que solo una pequeña parte de la radiación de fondo es debida a los radionucleidos cosmogénicos, la mayor parte tiene su origen en los radionucleidos primordiales. De los muchos núcleos producidos por los rayos cósmicos, solo contribuyen apreciablemente el ^3H , ^7Be , ^{14}C y ^{22}Na . Respecto a los primordiales, el ^{40}K y el ^{87}Rb son las principales fuentes de radiación.

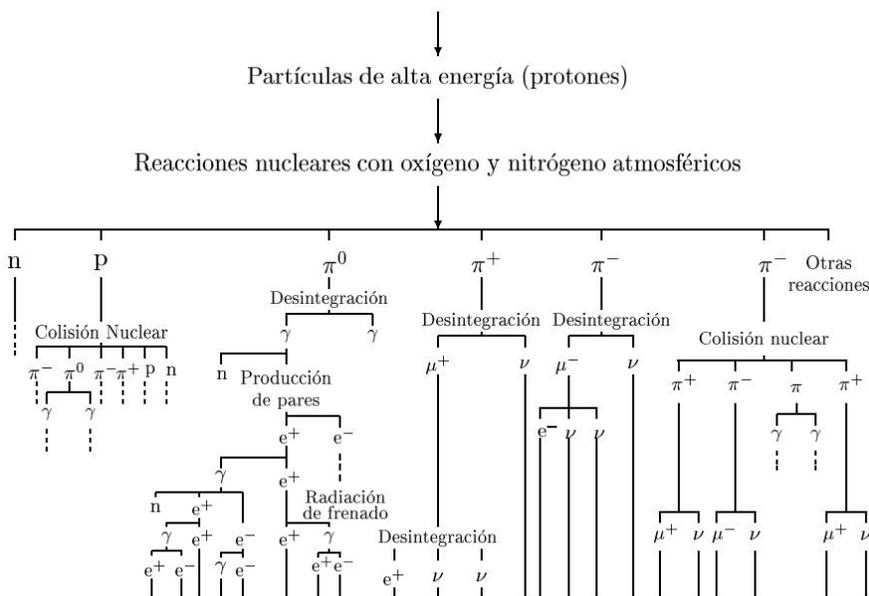


Figura 1. Interacción de la radiación cósmica primaria con la atmósfera. [1]

1.2. Radioisótopos y cadenas de desintegración radiactiva

Los nucleidos radiactivos naturales, también denominados radioisótopos, se clasifican en: primarios, secundarios o inducidos.

Los nucleidos primarios se caracterizan por tener periodos de semidesintegración suficientemente grandes para que sigan existiendo hoy en día en la Tierra en cantidades detectables, aunque el proceso de nucleosíntesis finalizase hace unos $5 \cdot 10^9$ años. Los más importantes son: ^{235}U , ^{238}U , ^{232}Th , ^{40}K , ^{87}Rb , ^{176}Lu y ^{138}La . Los tres primeros son emisores alfa y el resto emiten partículas beta. Exceptuando el ^{87}Rb , todos ellos emiten fotones.

Isótopo	Abundancia en corteza (%)	$T_{1/2}$ (años)	Actividad específica media de la corteza (Bq/Kg)
^{235}U	0.72	$7.1 \cdot 10^8$	1.85
^{238}U	99.28	$4.5 \cdot 10^9$	37
^{232}Th	100	$1.4 \cdot 10^{10}$	1.517

Tabla 1. Se recoge la abundancia en la corteza terrestre de los radioisótopos primarios ^{235}U , ^{238}U y ^{232}Th (en porcentaje), así como su periodo de semidesintegración $T_{1/2}$ (en años) y la actividad específica media de la corteza terrestre (en bequerelios por kilogramo) [2].

Por su parte, los nucleidos secundarios poseen periodos de semidesintegración cortos, comparados con la edad del Universo. Por lo que el hecho de que se puedan seguir detectando a día de hoy se explica por la continua desintegración de los radionucleidos primarios.

Finalmente, los nucleidos inducidos son los que se producen ininterrumpidamente debido a la interacción de los rayos cósmicos con algunos núcleos de la atmósfera y de la corteza terrestre. Algunos de ellos son el ^7Be , ^{10}Be , ^{14}C , ^{35}S y ^{36}Cl .

Actualmente, se pueden encontrar en la naturaleza miembros de las tres principales cadenas o series de desintegración radiactivas, encabezadas por los núcleos de: ^{235}U , ^{238}U y ^{232}Th (Apéndice I). También, se ha podido reconstruir artificialmente una cuarta serie, encabezada por el núcleo de ^{237}Np . Esta serie existía en la Tierra de forma natural, pero a día de hoy todos sus descendientes han desaparecido debido a sus cortas vidas medias, a excepción del ^{209}Bi , que es el único superviviente.

Si n es un número entero, los números másicos de los integrantes la serie del Th se pueden escribir como $4n$, los de la serie del Np como $4n + 1$, los de la serie del ^{238}U como $4n + 2$ y los de la serie del ^{235}U como $4n + 3$. Para el torio, $n = 58$; para el neptunio, $n = 59$; para el ^{238}U , $n = 59$ y; para el ^{235}U , $n = 58$.

Cabe mencionar que las tres series principales se caracterizan por la existencia de un miembro gaseoso, un isótopo del radón, que tiende a escapar de la red del mineral, incorporándose primero al aire que llena los poros del terreno y después, a la atmósfera. Como se puede observar en el Apéndice I, en la serie del ^{238}U , el isótopo presente es ^{222}Rn , cuyo periodo es de unos 3.825 días; en la serie del ^{232}Th , es el ^{220}Rn , cuyo periodo es de unos 55.6 segundos y; en la serie del ^{235}U , es el ^{219}Rn , cuyo periodo es de unos 3.96 segundos. De forma que, aunque el escape del isótopo del radón presente en una muestra supondría la rotura del equilibrio secular, este equilibrio puede ser fácilmente recuperable evitando el escape. En el caso del ^{222}Rn , el equilibrio se volvería a alcanzar al cabo de unas cuatro semanas de aislamiento de la muestra; mientras que para los descendientes que poseen vidas medias más cortas que la del ^{222}Rn , el equilibrio secular se alcanzaría en un periodo de tiempo inferior a una hora.

Además, en todas las series se dan los tres tipos de desintegración radiactiva. Aunque cada nucleido padre da lugar a un núcleo hijo mediante emisión alfa o beta, normalmente este último queda excitado, por lo que emite un fotón para desexcitarse.

1.3. Incorporación de elementos radiactivos a los seres vivos

Algunas familias de elementos presentes en nuestro ambiente, tales como las del hidrógeno, carbono, potasio, etc., que contienen isótopos radiactivos, son indispensables para los seres vivos. Sin embargo, otros radioisótopos pesados, también presentes en el ambiente, que forman parte de las series del torio y el uranio, no desempeñan ningún papel beneficioso en el organismo. Todos estos elementos penetran en los seres vivos mediante ingestión e inhalación. Por otra parte, mientras que la concentración de elementos ligeros en el cuerpo es aproximadamente igual para todos los individuos, la concentración de elementos pesados varía de forma más notable, puesto que viene determinada en mayor parte por la dieta y el lugar en el que se reside, es decir, la región geográfica.

El aire que respiramos contiene gases radiactivos y polvo radiactivo, es decir, partículas de aerosoles a las que se adhieren los isótopos radiactivos. El radón, al ser un isótopo gaseoso, es exhalado a la atmósfera a través de los poros de la corteza terrestre. Su capacidad de interacción con los gases de esta es pequeña, pues se trata de un gas noble. Sin embargo, el radón se desintegra generando isótopos radiactivos cargados, cuya capacidad para interactuar con los gases y aerosoles que se encuentran en la atmósfera es alta [1]. La cantidad de ^{222}Rn que puede penetrar en los alveolos pulmonares del ser humano y pasar directamente a la sangre es prácticamente despreciable. En cambio, las partículas de polvo radiactivo se depositan a lo largo del tracto respiratorio y se ven arrastradas por el moco existente en este. Una parte de él, sigue el tracto digestivo, incorporándose al final al torrente sanguíneo.

El agua, que es la sustancia que se presenta en mayor porcentaje en los seres vivos, presenta algún grado de radiactividad. Esto se debe a que, a su paso por el terreno, arrastra o lixivia materiales que se encuentran contenidos en este. Por lo que el contenido en radioisótopos de las aguas dependerá del tipo de terreno que atraviesan y de la naturaleza química de los elementos depositados en él. Por ejemplo, las aguas procedentes de suelos graníticos presentan un mayor contenido en uranio, radio y torio que las que proceden de terrenos sedimentarios [2]. En concreto, el elemento radiactivo más importante presente en el agua es el ^{226}Ra . El ^{222}Rn se encuentra también presente; sin embargo, la mayor parte de él se elimina por aireación y desintegración en el tratamiento del agua.

Los alimentos que constituyen la dieta normal del hombre proceden directa o indirectamente de los vegetales, los cuales extraen sustancias de la tierra y del aire al realizar su función clorofílica. La radiactividad de los alimentos es variable, puesto que depende del tipo de alimento, del lugar de procedencia (tipo de terreno en el que se haya cultivado) y del proceso de elaboración. Asimismo, el uso de fertilizantes puede incidir de forma sustancial en la radiactividad de los cultivos. En concreto, el uso de superfosfatos, que proceden de fosfatos naturales, pueden presentar un alto contenido en uranio y sus descendientes. También la utilización de fosfatos potásicos, que contienen ^{40}K . Algunos de ellos se utilizan como fertilizantes y otros como aditivos alimentarios. Los fosfatos monopotásico, dipotásico y tripotásico se identifican con las tres variedades del aditivo E-340: E-340(i), E-340(ii) y E-340(iii), respectivamente.

Otro modo de incorporación de radioisótopos a los vegetales es mediante deposición húmeda (lluvia, nieve, aguanieve, granizo o niebla) y seca de aerosoles radiactivos. En la Figura 2 se muestra este proceso en su totalidad.

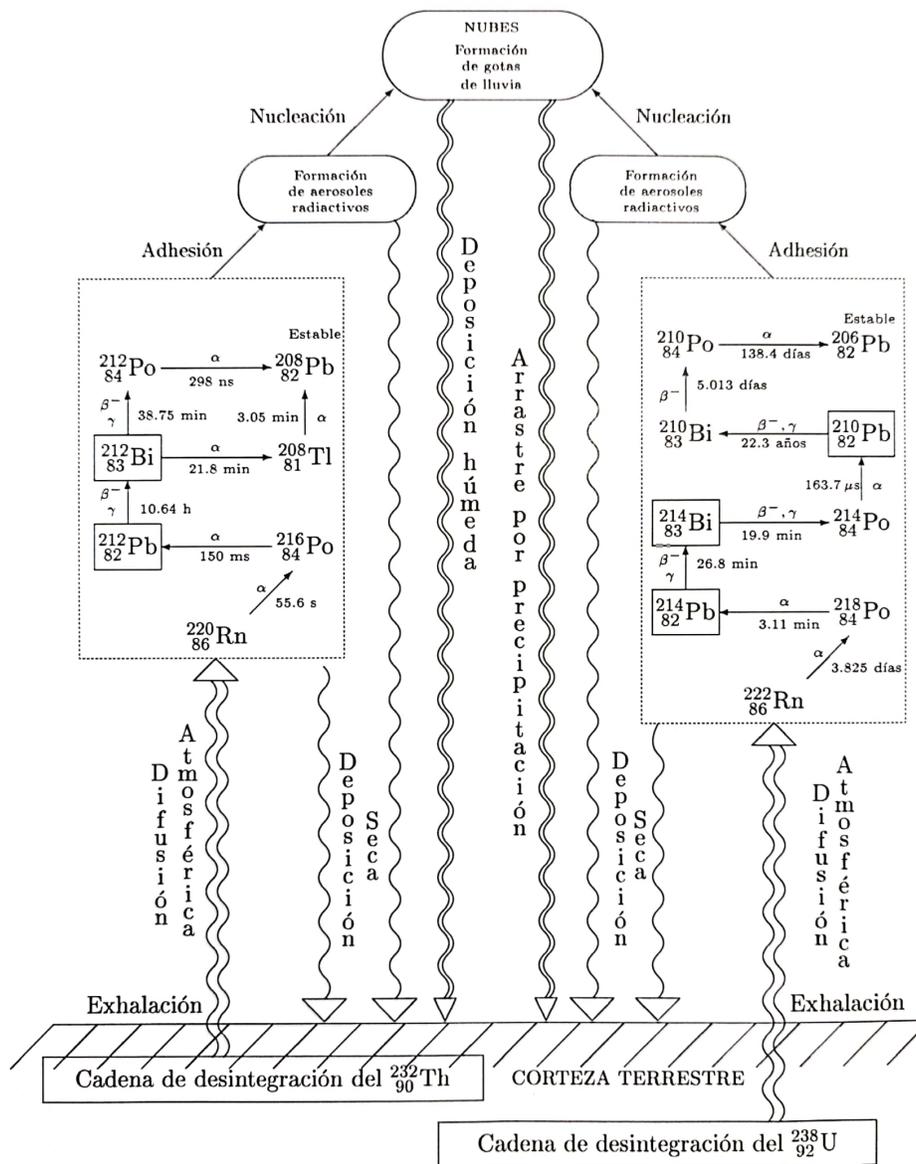


Figura 2. Representación de la dinámica en la atmósfera de los productos de desintegración del radón.[1]

1.4. Asimilación de isótopos radiactivos en el cuerpo humano

Afortunadamente, no todos los elementos radiactivos que los seres humanos ingieren o inhalan logran metabolizarse. El daño que ocasionan en el organismo depende del tipo de radiación que emiten y del tiempo que permanecen en él. Además, el lugar en el que se fijan no es arbitrario sino que viene determinado por su carácter bioquímico, que depende de la corteza atómica, y es independiente de que emita o no radiación. Al igual que sus homólogos no radiactivos, el ^{40}K se encuentra preferentemente en los músculos; el ^{14}C en lípidos, glúcidos y prótidos y; el ^3H en todas las sustancias anteriormente citadas y en el agua. Por su parte, el radio, por su parentesco químico con el calcio, tiende a fijarse en la estructura del fluorapatito de los huesos.

Para tener una idea de la cantidad de un cierto radioisótopo que puede ser metabolizada por el cuerpo humano, hay que hacer referencia a su periodo de semidesintegración efectivo $T_{e,1/2}$, que es el tiempo que debe transcurrir para que se reduzca a la mitad la presencia de dicho elemento en el organismo. Dos fenómenos son responsables de dicha reducción: el decaimiento radiactivo y la eliminación de este por distintas vías de excreción (fecal, urinaria y perspiración, entre otras). Ambos procesos son descritos por leyes exponenciales. La disminución relativa del número de átomos N/N_0 de un elemento en el organismo respecto a un instante dado ($t=0$) por cualquiera de estas vías puede expresarse como:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-(\lambda_r + \lambda_b)t} \quad (1)$$

donde

$$\lambda_r = \ln(2)/T_{r,1/2} \quad (2)$$

$$\lambda_b = \ln(2)/T_{b,1/2} \quad (3)$$

son las constantes de desintegración del elemento y del decaimiento del proceso biológico, respectivamente. $T_{r,1/2}$ y $T_{b,1/2}$ son los periodos de semidesintegración correspondientes.

La constante de decaimiento efectiva λ_e que engloba ambos procesos

$$\lambda_e = \lambda_r + \lambda_b \quad (4)$$

puede expresarse también en terminos del periodo de semidesintegración efectivo $T_{e,1/2}$ como

$$\lambda_e = \ln(2)/T_{e,1/2} \quad (5)$$

donde

$$T_{e,1/2} = \frac{T_{r,1/2} \cdot T_{b,1/2}}{T_{r,1/2} + T_{b,1/2}} \quad (6)$$

De la anterior expresión se desprende que $T_{e,1/2}$ es menor que $T_{r,1/2}$ y que $T_{b,1/2}$. Asimismo, si $T_{r,1/2}$ es mucho mayor que $T_{b,1/2}$, entonces el periodo de semidesintegración efectivo se aproxima al biológico. En este caso, el radioisótopo desaparece antes por excreción que por desintegración. De forma análoga, si $T_{b,1/2}$ es mucho mayor que $T_{r,1/2}$, entonces el periodo de semidesintegración efectivo se aproxima al radiactivo.

Cabe señalar, que el periodo de semidesintegración radiactivo tiene un valor conocido y no varía de un individuo a otro. Por el contrario, el periodo de semidesintegración biológico depende de la condición clínica del individuo. Por ejemplo, si una persona con una tiroides normal ingiere ^{131}I (isótopo que tiende a fijarse en los tejidos tiroideos y cuyo periodo de semidesintegración radiactivo es de 8 días), el 75 % de la dosis ingerida habrá sido eliminada a través de la orina al cabo de 48 horas. En cambio, si un individuo que sufre hipertiroidismo ingiere la misma dosis, al cabo de 48 horas habrá excretado aproximadamente la mitad que el individuo con tiroides normal. Por lo tanto, ingiriendo una misma dosis de ^{131}I , un individuo con mayor actividad tiroidea retendrá más cantidad de dicho radioisótopo que un individuo normal. [3]

2. Instrumentación: Equipo de espectrometría gamma

El método utilizado para determinar la presencia y actividad de radionucleidos en muestras, principalmente de alimentos, ha consistido en la realización de un análisis mediante espectrometría gamma. Para ello, se ha dispuesto de un equipo como el representado en la Figura 3. Además, el análisis ha sido doble, puesto que se ha llevado a cabo con dos detectores: primeramente, con un cristal de yoduro sódico activado con talio (NaI(Tl)) y, después, con un cristal semiconductor de germanio hiperpuro (HPGe).

Los procesos físicos de los fotones en los dos detectores y la respuesta del equipo de espectrometría asociado son, relativamente, similares. Cuando un fotón interacciona en un detector, el equipo de espectrometría produce un pulso eléctrico de potencial, cuyo máximo es aproximadamente proporcional a la energía cedida por el fotón en el detector.

A continuación, se describen en detalle los mecanismos de interacción de los fotones y los componentes del equipo.

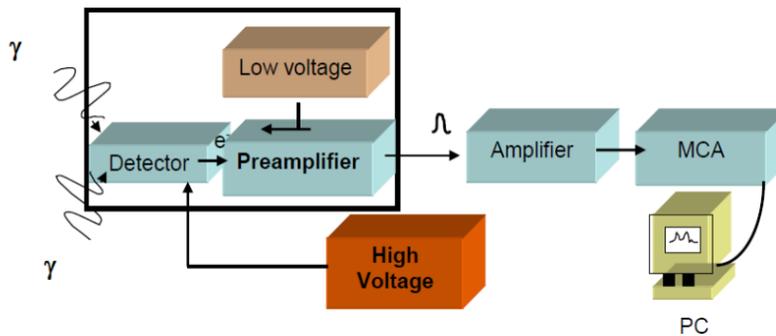


Figura 3. Componentes básicos de un equipo de espectrometría gamma.

2.1. Interacción entre partículas gamma y el detector

Los fotones de alta energía emitidos por la muestra analizada pueden interactuar con los electrones del detector (como con los de cualquier otro material) mediante uno o varios de siguientes procesos: efecto fotoeléctrico, efecto Compton y producción de pares (si tienen suficiente energía).

En el caso de que se produzca interacción fotoeléctrica en el detector, el fotón incidente es totalmente absorbido por un electrón atómico, el cual abandona el estado en el que se encontraba adquiriendo una energía cinética $E_{ef} = h\nu - E_l$, donde $h\nu$ representa la energía del fotón incidente y E_l , la energía de ligadura del electrón (normalmente, $E_l \ll h\nu$). De esta manera, si el electrón ocupa un estado atómico, el átomo queda ionizado, aunque por poco tiempo, ya que rápidamente un electrón con mayor energía del mismo átomo o de una banda del cristal del detector puede pasar a ocupar el estado de menor energía desocupado por el electrón. En cualquier caso, cuando un electrón pasa a ocupar un estado más ligado, el sistema libera energía en forma de fotones. Estos podrían producir nuevamente efecto fotoeléctrico. Aunque también podría suceder que un electrón atómico excitado traspasase su exceso de energía a otro electrón más externo, expulsándolo del átomo. Esto se conoce como efecto Auger. Los electrones expulsados de sus estados cuánticos pueden, a su vez, interactuar con otros electrones y expulsarlos también de sus estados ligados. Estos procesos pueden repetirse hasta que la energía cinética de los electrones es cedida al detector.

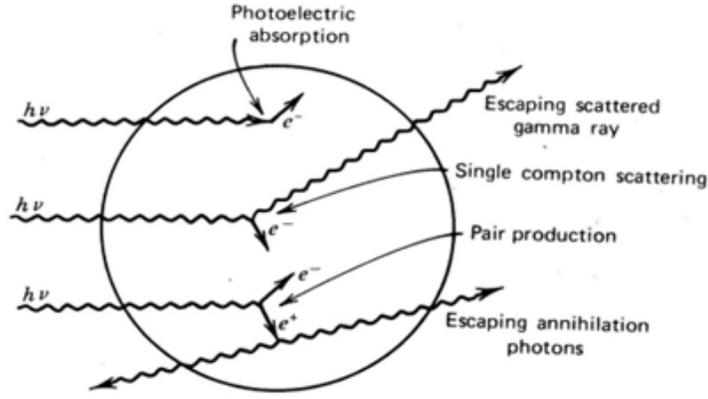


Figura 4. Interacción de fotones de energía $E = h\nu$ en el detector.

Tras todas las interacciones que pueden darse en cadena a partir del efecto fotoeléctrico primario, se considera que la energía E_l acaba siendo también depositada en el detector, ya que los electrones acaban ocupando el hueco que dejó el electrón que primeramente sufrió efecto fotoeléctrico. Además, todos los eventos tienen lugar en tiempos del orden de 10^{-8} s; por lo que, teniendo en cuenta que un pulso de tensión tarda en formarse 10^{-6} s, toda la energía del fotón incidente contribuye a formar un mismo pulso. En el espectro de energía (número de cuentas frente a energía depositada en el detector) representado en la pantalla del analizador multicanal (MCA) esto se refleja como un fotopico.

Otra parte de los fotones que llegan al detector producen en él efecto Compton, es decir, interactúan con sus electrones y les transfieren parte de su energía, sin llegar a ser absorbidos. Aunque se trate de electrones atómicos, su energía de ligadura es tan pequeña (del orden de los eV o unos pocos keV) comparada con la de los fotones incidentes que pueden considerarse libres. La energía máxima que pueden adquirir dichos electrones tras la interacción viene dada por la expresión:

$$T_{max} \cong E - \frac{E}{1 + \frac{2E}{mc^2}} \quad (7)$$

El efecto de la energía cedida por los fotones en el detector por efecto Compton se refleja en el MCA como un continuo de energía, llamado continuo Compton, hasta alcanzar un valor máximo (ec. (7)), que se corresponde con la situación en la que el fotón incidente es dispersado (hacia atrás) con un ángulo de 180° .

Cabe señalar que la probabilidad de que se produzcan interacciones Compton secundarias depende de diversos factores: de la energía del fotón incidente, del lugar en el que se produzca la primera interacción, del tamaño del detector y del material del que este hecho. Asimismo, siempre existirá la posibilidad de que escapen fotones secundarios, que no depositen su energía dentro del detector, y que, por tanto, se registre una energía menor a la correspondiente al fotón primario.

Si el fotón incidente es suficientemente energético, de forma más precisa, si su energía $E > 2m_e c^2 \cong 1.022$ MeV, podría aniquilarse produciendo un par electrón-positrón, cuya energía cinética total sería

$$T_{e^-} + T_{e^+} = T = (E - 1.022)\text{MeV} \quad (8)$$

El electrón perdería su energía frenándose en el detector, pero el positrón, además de frenarse, acabaría aniquilándose con un electrón del detector, creando dos fotones que se emitirían en direcciones contrarias. A continuación, se pueden dar varias situaciones. La primera: que la energía de ambos fotones o gammas se deposite en el detector, y se observe un fotopico a una energía:

$$(E - 1.022) \text{ MeV} + 1.022 \text{ MeV} = E \text{ MeV} \quad (9)$$

La segunda: que uno de los fotones escape y se produzca un pico denominado de escape simple a una energía:

$$(E - 1.022) \text{ MeV} + 0.511 \text{ MeV} = (E - 0.511) \text{ MeV} \quad (10)$$

La tercera: que ambos fotones escapen, dando lugar a un pico denominado de escape doble, de energía:

$$(E - 1.022) \text{ MeV} \quad (11)$$

También, puede darse la circunstancia de que algunos de los fotones emitidos por los átomos de la muestra interaccionen mediante efecto Compton con la propia muestra o con el blindaje antes de llegar al detector. En este caso, por geometría, los fotones dispersados con un ángulo $\theta > 120^\circ$ tienen mayor probabilidad de ser dirigidos hacia el detector y producen un pico en el espectro de energía para un valor de esta igual a:

$$\frac{E}{1 + \frac{2E}{m_e c^2}} \quad (12)$$

cuyo mayor máximo es inferior a $m_e c^2 / 2 \cong 250 \text{ keV}$. Este pico se denomina pico de “backscattering”.

Es preciso subrayar que cuando se realiza un análisis de espectrometría gamma a una muestra que emite algún tipo de rayo gamma, siempre aparecerá en el espectro de energía al menos un fotopico y su Compton asociado. Sin embargo, los picos de escape simple, de escape doble y de “backscattering”, no son observables en todos los casos.

2.2. Detector con cristal de NaI(Tl)

El yoduro de sodio activado con talio es un material centelleador. Esto se debe a que cuando una radiación ionizante interacciona con el material, algunos de los electrones de la banda de valencia de las impurezas de talio pasan a la banda de conducción y cuando vuelven a su estado inicial, es decir, cuando el material se desexcita, se emiten, fundamentalmente, fotones de luz en la banda visible del espectro.

Los cristales de NaI(Tl) presentan alta eficiencia de conversión luminosa cuando interaccionan con los electrones, alta transparencia para la radiación luminosa emitida y una gran probabilidad de interacción fotoeléctrica con la radiación gamma. Sin embargo, el NaI(Tl), como material, posee algunas propiedades indeseadas: es frágil y sensible a los gradientes de temperatura y choques térmicos. También es tan higroscópico que debe mantenerse encapsulado en todo momento. El NaI(Tl) siempre contiene una pequeña cantidad de potasio, que contribuye al fondo o “ruido” en el espectro gamma. [4]

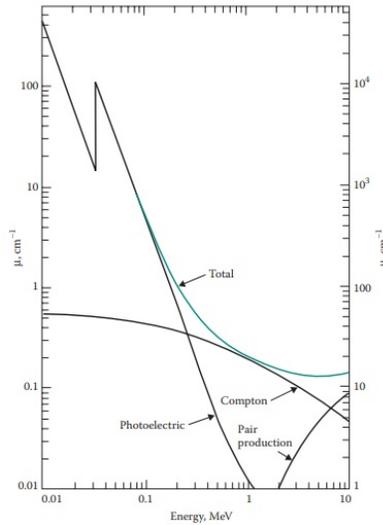


Figura 5. Coeficientes de atenuación lineal para el NaI(Tl). [5]

Otro inconveniente de los detectores centelleadores es la baja resolución que presentan comparados con otro tipo de detectores, como por ejemplo los de germanio. Esta limitación se debe a la, relativamente, alta energía que se necesita para excitar a los electrones en el cristal y al bajo rendimiento de la conversión de la luz de centelleo en electrones dentro del fotocátodo del fotomultiplicador asociado. En la práctica, el número de electrones excitados es relativamente pequeño, empeorando la estadística de recuento y aumentando, por tanto, la incertidumbre en la medida de la energía de los fotones incidentes. Este efecto no se puede eliminar.

2.3. Detector con semiconductor de HPGé

El germanio es un material semiconductor, es decir, puede comportarse como aislante o como conductor dependiendo de las condiciones de temperatura, presión, campos eléctricos o magnéticos aplicados o la radiación que en él incide.

Los materiales semiconductores presentan una estructura de bandas en la que a una temperatura de $T=0$ K todos los estados de la banda de valencia (BV) están llenos y todos los estados de la banda de conducción (BC) están vacíos, existiendo entre ambas una banda de energías prohibida o gap. En esta situación, actúan como aislantes. En cambio, si la temperatura aumenta, alguno de los electrones de la banda de valencia puede adquirir energía suficiente para superar el gap y saltar a la banda de conducción. Cada electrón que pasa a esta banda, deja un hueco en la banda de valencia, que se comporta como una carga positiva. Por lo que si se aplica un campo eléctrico, los electrones de la banda de conducción y los huecos de la banda de valencia se mueven en direcciones opuestas, contribuyendo ambos a la conductividad del material.

Los materiales semiconductores pueden ser dopados con impurezas que aporten electrones o produzcan huecos extra en el semiconductor para conseguir así aumentar su conductividad. Se habla entonces de semiconductores tipo n , en los que la concentración de electrones en la BC es mucho más alta que la concentración de huecos en la BV, y semiconductores tipo p , en los que la concentración de huecos en la BV es mucho más alta que la concentración de electrones en la BC.

Para que el material semiconductor actúe como detector de radiación es necesario que forme un diodo. Esto es lo que ocurre con una unión entre un semiconductor tipo p y un semiconductor de tipo n . En el semiconductor n el nivel de Fermi se encuentra cercano a la banda de conducción; en cambio, en el semiconductor p , el nivel de Fermi se sitúa cerca de la banda de valencia. Al formar un diodo, los electrones se difunden de la región n a la región p y los huecos se difunden al contrario (de la región p a la región n) para intentar igualar el nivel de Fermi en ambas regiones. Tras la difusión de los portadores de carga de su región inicial hacia la otra, quedan al descubierto algunos iones fijos en la red cristalina: iones aceptores negativos en la región p e iones donadores positivos en la región n . Se denomina “zona de agotamiento” a la región en la que se encuentran dichos iones. Entonces, se tienen en dicha zona cargas negativas fijas en la cara p de la unión y cargas positivas fijas en la cara n . Esto da lugar a la aparición de un campo eléctrico cuyas líneas se dirigen desde la zona n hacia la zona p que finalmente detiene la difusión.

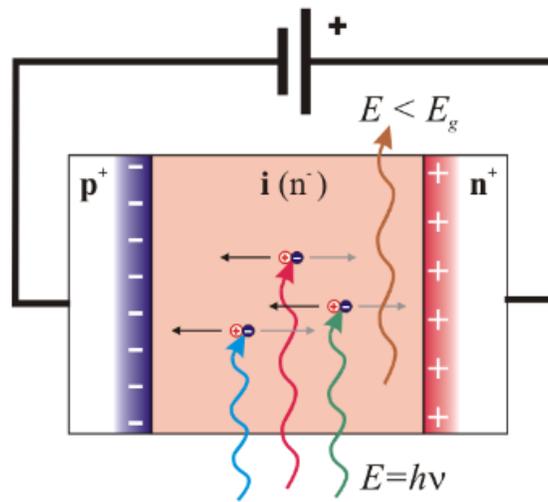


Figura 6. Unión $p - n$ de un diodo semiconductor.

Si se aplica un campo externo en polarización inversa, el diodo actúa como detector de fotones (fotodiodo). El funcionamiento es el siguiente. Cuando un fotón con suficiente energía incide en la zona de agotamiento del diodo, puede excitar un electrón por efecto fotoeléctrico, Compton o producción de pares (si $E > 2m_e c^2$). Entonces, el electrón (primario) deja vacío el estado inicial que ocupaba en el detector (produciendo un hueco). Puesto que el electrón primario posee energía cinética, puede excitar a otros electrones (secundarios), que son empujados por el campo eléctrico hacia la región n del detector. Se genera, de este modo, una corriente eléctrica, también llamada, fotocorriente. Cuando esta corriente eléctrica atraviesa una resistencia en el preamplificador, produce un pulso de voltaje.

Los detectores semiconductores proporcionan una resolución de energía mayor que los detectores de centelleo. En parte, esto es debido a que la energía media necesaria para crear un par electrón-hueco es notablemente menor. Por ejemplo, para un detector de NaI(Tl) dicha energía es de unos 20 eV, mientras que para un detector de HPGe es de unos 3 eV.

Cualitativamente, el comportamiento del coeficiente de atenuación (tanto lineal como másico) $\mu(E)$ para los dos detectores: cristal de NaI(Tl) y semiconductor de HPGe, es similar. La diferencia radica principalmente en que, para cualquier energía, el coeficiente de absorción del germanio es menor

que el del NaI(Tl). En consecuencia, para un tamaño dado del detector, si este es de HPGe, su eficiencia es menor que si es de NaI(Tl).

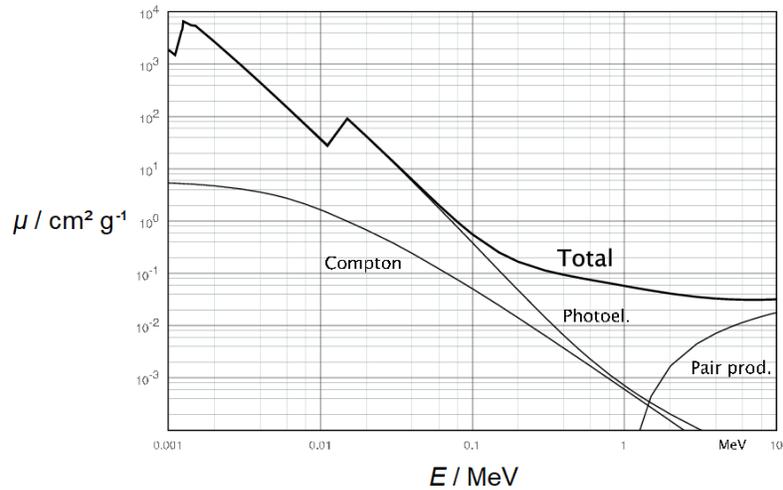


Figura 7. Coeficientes de atenuación para el germanio. [6]

2.4. Fotomultiplicador

Solo es necesario en el caso de utilizar un detector de centelleo. Presenta forma tubular y a su entrada se encuentra un fotocátodo, que desprende electrones cuando en él incide radiación electromagnética de energía suficiente para producir efecto fotoeléctrico. Estos electrones son acelerados mediante una diferencia de potencial hacia sucesivos dinodos, colocados tal y como se puede apreciar en la Figura 8, en los que arrancan nuevos electrones. Cada electrón incidente libera unos tres o cuatro electrones secundarios. De esta manera, se va formando una avalancha de electrones que, después del choque en el último dinodo, incide sobre un ánodo colector donde se crea un pulso de corriente de intensidad $I(t)$. Cuando las partículas interactúan con el detector, ceden diferentes energías, lo cual hace que se produzcan pulsos de diferentes intensidades.

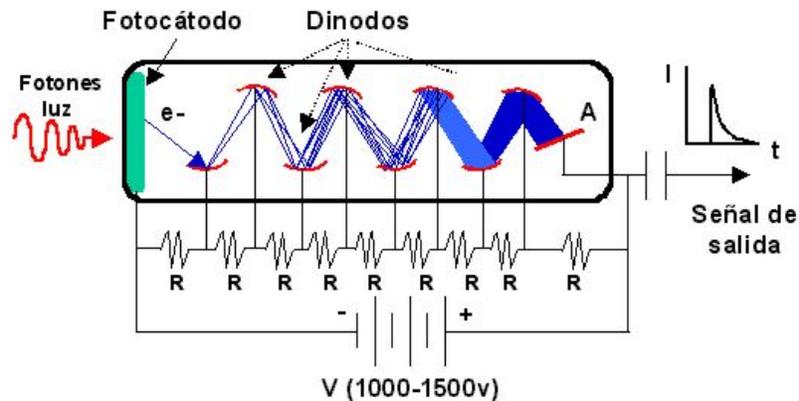


Figura 8. Funcionamiento interno de un fotomultiplicador.

Cabe mencionar que dentro de este tubo se hace el vacío. Además, se ha de tener en cuenta que la sensibilidad espectral del fotocátodo debe ajustarse a la distribución espectral de la luz emitida

por el cristal de NaI(Tl), para conseguir la mayor cantidad de electrones primarios posibles.

2.5. Preamplificador

Su función principal es optimizar el acoplamiento de impedancias entre la salida del detector y el resto del sistema de conteo. El fotomultiplicador produce una señal muy débil, del orden de los milivoltios, por lo que debe ser amplificada hasta el rango de los voltios antes de ser analizada. El preamplificador transforma los pulsos de corriente en pulsos de voltaje (por ejemplo, haciendo pasar el pulso de voltaje a través de una resistencia). Y amplifica la señal lo suficiente para poder ser transformada, amplificada y analizada a una determinada distancia sin que el ruido enmascare la señal.

2.6. Amplificador

Se trata de la unidad principal de amplificación del sistema, encargándose de aumentar la señal en un factor de 1000 o incluso mayor. A su salida, el pulso adquiere una forma más suave (de tipo gaussiana), siendo su altura en el máximo aproximadamente proporcional a la energía cedida por el fotón gamma al detector.

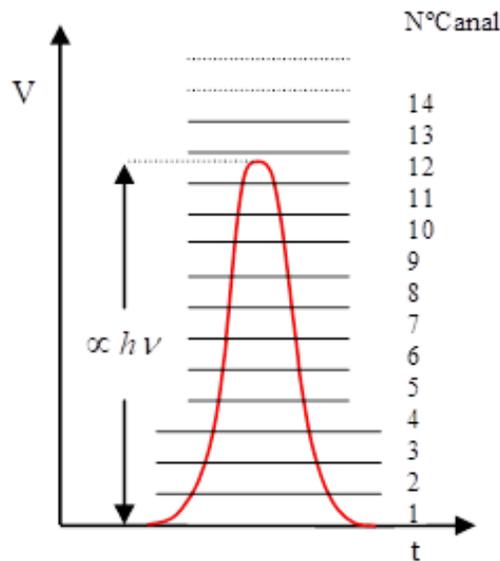


Figura 9. Pulso de voltaje a la salida del amplificador.

2.7. Analizador multicanal (MCA)

Este dispositivo registra y almacena los pulsos de voltaje entrantes en diferentes memorias o canales según su amplitud. Cada pulso contribuye como una cuenta a un canal. A medida que aumenta la energía de la partícula detectada, aumenta la amplitud del pulso registrado, y por tanto, se incrementa el número de canal en el que se añade una cuenta.

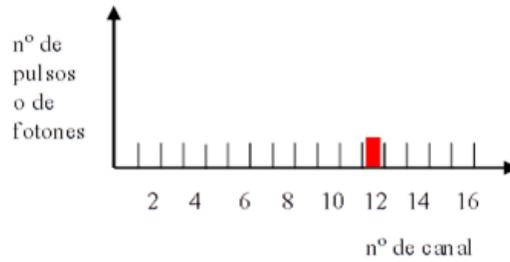


Figura 10. Almacenamiento y representación del pulso de la Figura 10 en el MCA.

Al final de un periodo de conteo, cuando este proceso se ha realizado muchas veces con diferentes pulsos procedentes de una muestra radiactiva que emite fotones de energía inferior a $2m_e c^2$, se puede obtener un espectro similar al representado en la Figura 11.

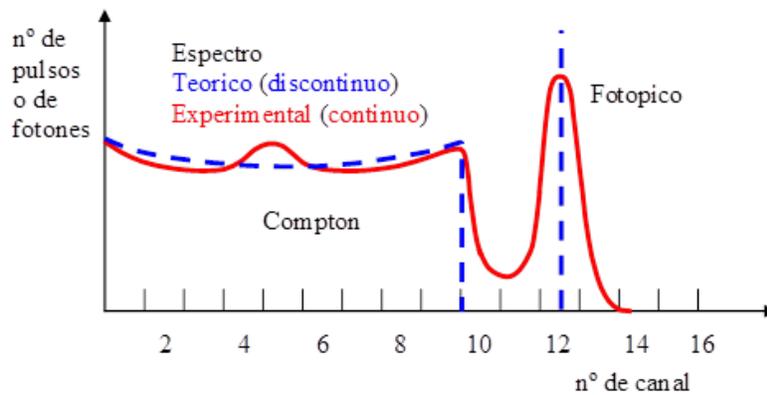


Figura 11. Representación cualitativa del espectro de energías teórico y experimental.

3. Determinación de la actividad absoluta del ^{40}K presente en una muestra mediante un detector de $\text{NaI}(\text{Tl})$

A la hora de medir la actividad gamma de una muestra, hay que tener en cuenta que el espectro obtenido corresponde tanto a la muestra como a otros elementos ajenos a esta. Esto se debe a la presencia de isótopos radiactivos en los materiales de construcción y a las diversas fuentes de radiactividad natural ya comentadas. La contribución de los elementos ajenos a la muestra se conoce como “fondo radiactivo ambiental” o simplemente “fondo”. El espectro correspondiente únicamente a la muestra se puede obtener fácilmente tomando una medida del espectro con el portamuestras vacío (es decir, sin muestra sobre el detector) y restando este al espectro obtenido con la muestra en el portamuestras.

La actividad de una muestra debida a la presencia de un determinado isótopo radiactivo puede determinarse de diferentes formas. En este trabajo se desarrolla un método sencillo para obtener la probabilidad total de interacción de un fotón emitido por una muestra con el detector y, a partir de esta, determinar la actividad. El método es corregido mediante el análisis de muestras que contienen una cantidad conocida de ^{40}K .

Para que un fotón emitido por la muestra interactúe en el detector, este debe de emerger de ella con energía suficiente. Para ello, no debe interactuar con los átomos de la propia muestra. La

probabilidad P_T de que un fotón gamma emitido por la muestra emerge de ella sin modificar su energía e interaccione con el cristal de NaI(Tl) se expresa como:

$$P_T = P_{int} P_{noabs} \quad (13)$$

donde P_{int} es la probabilidad de interacción (del cualquier tipo) del fotón con el detector y P_{noabs} , la probabilidad de que el fotón no sea atenuado por la propia muestra.

Para facilitar el seguimiento del método, se expone primero el cálculo de P_{int} y, después, se tiene en cuenta el efecto de la absorción dentro de la muestra, P_{noabs} . Finalmente, se muestra la corrección del método.

La determinación de P_{int} se basa la expresión de la probabilidad de interacción (del cualquier tipo) de un fotón emitido por una fuente puntual localizada en el eje de un detector cilíndrico, que se recoge en [5]:

$$P_{puntual} = \frac{1}{2} \int_0^{\theta_1} \left(1 - e^{-\mu_l(E) \frac{L}{\cos\theta}}\right) \text{sen}\theta \, d\theta + \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left(1 - e^{-\mu_l(E) \left(\frac{R_d}{\text{sen}\theta} - \frac{d}{\cos\theta}\right)}\right) \text{sen}\theta \, d\theta \quad (14)$$

donde $\mu_l(E)$ representa el coeficiente de absorción lineal del material del que está hecho el detector, en este caso, NaI(Tl), para una energía E ; L , la altura del detector; d , la distancia a la que se encuentra la fuente puntual sobre el eje del detector y; R_d , el radio del detector. Los ángulos de integración se definen como:

$$\theta_1 = \text{arctg}\left(\frac{R_d}{L+d}\right) \quad \theta_2 = \text{arctg}\left(\frac{R_d}{d}\right) \quad (15)$$

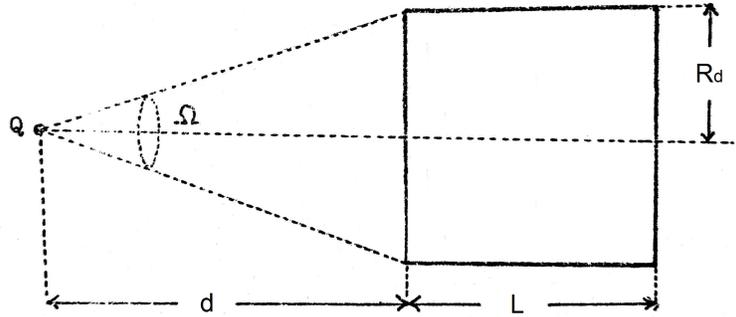


Figura 12. Representación del ángulo sólido Ω que subtende una muestra puntual Q respecto a un detector cilíndrico situado a una distancia d . El radio del detector es R_d y su altura es L .

El detector de NaI(Tl) utilizado presenta forma cilíndrica, con un diámetro de 3" ($R_d = 3.81$ cm) y una altura de 3" ($L = 7.62$ cm). Las muestras analizadas tienen también geometría cilíndrica, con un radio $R_m = 3$ cm y una altura $h_m = 3$ cm. La distancia que separa ambos es de, aproximadamente, $d_{md} = 0.6$ cm y se define d como la distancia vertical entre el detector y un punto cualquiera de la muestra.

3.1. Determinación la probabilidad de interacción de un fotón emitido por el ^{40}K con el detector

La probabilidad de interacción de los fotones emitidos por una muestra de volumen finito V en un detector puede ser determinada, en principio, a partir de la probabilidad correspondiente para una muestra puntual. Si suponemos que el vector \bar{r} representa el vector de posición de esta muestra puntual y $P(E, \bar{r})$, la probabilidad de interacción de un fotón emitido por ella en el detector, para una muestra homogénea de volumen finito se puede escribir:

$$P_{int,V} = \int_V P(E, \bar{r}) dV/V \quad (16)$$

donde dV/V representa la probabilidad de que el fotón emitido por la muestra provenga del elemento de volumen dV .

La expresión anterior puede extenderse fácilmente a muestras longitudinales o superficiales. Para una muestra longitudinal de longitud h , el dominio de integración V se sustituiría por el dominio h y dV/V , por dh/h . Para una muestra superficial de superficie S , el dominio de integración V se reemplazaría por S y dV/V , por dS/S . Los factores $1/h$, $1/S$ y $1/V$ permiten la normalización de la función probabilidad.

La función $P(E, \bar{r})$ y la integral de la ecuación anterior son, en general, difíciles de calcular para muestras extensas en las que la emisión gamma no se produce solamente desde puntos sobre el eje del decetor cilíndrico [7], como es el caso de la ec. (14), y puede ser conveniente utilizar para el cálculo de la integral el método de Montecarlo. Sin embargo, en este trabajo se expone una aproximación sencilla para determinar la probabilidad $P_{int,V}$ basada en las ideas descritas en los párrafos anteriores.

Para explicar el fundamento del método se representa en la Figura 13 un esquema del sistema muestra-detector empleado. Los pasos que se siguen son los siguientes: (1) Se determina la probabilidad $P_{int,a-b}$ de que los fotones provenientes de la región longitudinal $a - b$ de la figura interaccionen en el detector. Para ello, se suma la contribución de cada elemento de longitud dh de este segmento, utilizando la ec. (14). (2) Se lleva acabo un cálculo similar para la probabilidad $P_{int,c-e}$ correspondiente al tramo $c - e$, como si perteneciese a la muestra, aunque en este caso se realizan nuevas aproximaciones. (3) Se asume que la probabilidad $P_{int,f-g}(r)$ de que un fotón proveniente de un segmento $f - g$, similar a $a - b$ y $c - e$, que se encuentra a una distancia r del eje de la muestra puede aproximarse por una función cuadrática de r . Y se determina dicha función mediante condiciones de contorno. (4) Se realiza una división imaginaria de la muestra, en anillos concéntricos de radio r y anchura infinitesimal dr . Conocida $P_{int,f-g}(r)$, se puede calcular la probabilidad de que un fotón proveniente de cualquiera de estos anillos interaccione con el detector. Teniendo en cuenta todos los anillos, se determina la probabilidad de que un fotón proveniente de cualquier punto aleatorio de la muestra interaccione con el detector. A continuación, se explican con detalle los cálculos relativos a los puntos (1)-(4).

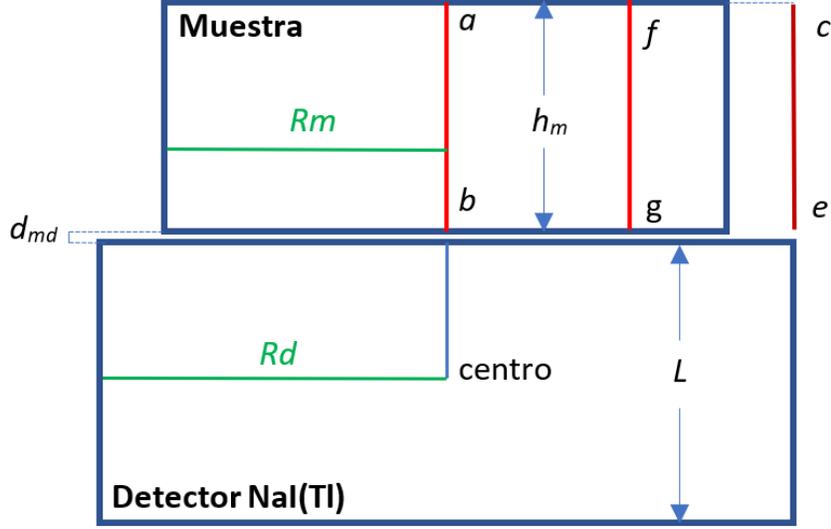


Figura 13. Esquema del sistema muestra-detector.

(1): Para determinar la probabilidad de interacción de los fotones provenientes del segmento $a - b$, se puede aplicar la ec. (14) a cada elemento diferencial dh de este segmento. Cada dh se encuentra a una distancia del detector $d = d_{md} + h$, por lo que tomando el radio del detector R_d e integrando el resultado desde $h = 0$ hasta $h = h_m$, se obtiene dicha probabilidad:

$$P_{int}(r = 0) = P_{int, a-b} = \int_0^{h_m} P_{puntual}(h) dh/h \quad (17)$$

(2): Para determinar la probabilidad de interacción de los fotones provenientes del segmento $c - e$, se busca una geometría en la que el segmento $c - e$ respecto de un detector (imaginario) se encuentre en una situación parecida a la del segmento $a - b$ respecto del detector real, de radio R_d . Para ello, se considera un primer detector imaginario de radio $R_{c1} = 2R_d$, cuya sección circular es la mayor de las representadas en la Figura 14. Se asume que en dicha sección se inscriben tres hexágonos de lado R_d y sección transversal S_{hex} , que representan tres detectores de la misma altura y naturaleza que el detector real. A continuación, se supone un segundo detector cilíndrico imaginario de naturaleza similar a los anteriores, cuya sección es tres veces la de uno de los detectores de sección hexagonal, correspondiéndole un radio:

$$R_{c2} = \sqrt{3 S_{hex}/\pi} \quad (18)$$

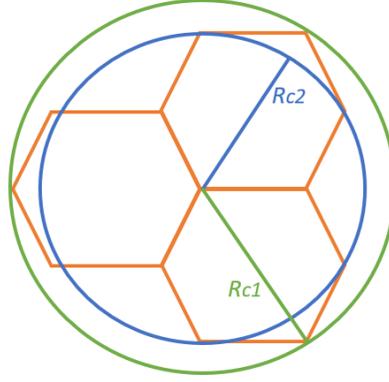


Figura 14. Detectores imaginarios: circular de radio R_{c1} (en azul claro), circular de radio R_{c2} (en azul oscuro) y hexagonales (en naranja).

Puede verse que los detectores hexagonales confluyen a lo largo de los ejes de los detectores cilíndricos imaginarios. Por lo que, la probabilidad $P_{int, R_{c2}, c-e}$ de que un fotón emitido desde el segmento $c - e$ situado sobre los ejes mencionados interactúe con el detector imaginario de radio R_{c2} será, aproximadamente, tres veces la probabilidad $P_{int, hex, c-e}$ de que interactúe con uno de los detectores hexagonales, es decir:

$$P_{int, hex, c-e} = \frac{P_{int, R_{c2}, c-e}}{3} \quad (19)$$

Por último, se tiene en cuenta que la sección del detector real ($S_{det, real}$) es algo mayor que la sección correspondiente a uno de los detectores de tipo hexagonal ($S_{det, hex}$), como se aprecia en la Figura 15.

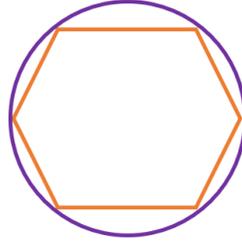


Figura 15. Secciones transversales de los detectores: real (morado) y hexagonal imaginario (naranja).

De esta manera, se puede escribir la probabilidad de interacción de un fotón proveniente del segmento $c - e$ en el detector real de forma aproximada como:

$$P_{int}(r = R_d) = P_{int, c-e} = P_{int, hex, c-e} \left(\frac{S_{det, real}}{S_{det, hex}} \right) = \frac{P_{int, R_{c2}, c-e}}{3} \left(\frac{\pi}{3 \text{sen}(\pi/3)} \right) \quad (20)$$

donde $S_{det, real}$ y $S_{det, hex}$ son las secciones de los detectores real y hexagonal imaginario, respectivamente. La probabilidad $P_{int, R_{c2}, c-e}$ debe de ser calculada a partir de la ec. (14), pero para un detector de radio R_{c2} :

$$P_{int, R_{c2}, c-e} = \int_0^{h_m} P_{puntual}(h) dh/h \quad (21)$$

(3): Para determinar la probabilidad $P_{int, f-g}(r)$ de que un fotón proveniente del segmento $f - g$ (de la misma altura que los anteriores, pero colocado a una distancia r del eje de la muestra) interactúe con el detector real, se aproxima $P_{int, f-g}(r)$ a un polinomio de segundo grado:

$$P_{int, f-g}(r) = ar^2 + br + c \quad (22)$$

Por razones de geometría, la función $P_{int, f-g}(r)$ debe tener un máximo en $r = 0$, por lo que $b = 0$. Los coeficientes a y c son determinados imponiendo las condiciones de contorno obtenidas para $r = 0$ y $r = R_d$ que son: $P_{int, f-g}(r = 0) = P_{int, a-b}$ y $P_{int, f-g}(r = R_d) = P_{int, c-e}$, respectivamente. Resulta:

$$a = \frac{P_{int, c-e} - P_{int, a-b}}{R_c^2} \quad (23)$$

$$c = P_{int, a-b} \quad (24)$$

(4): Se divide hipotéticamente la muestra en anillos cilíndricos concéntricos de espesores infinitamente estrechos, dr . La probabilidad de que un fotón proveniente de un punto al azar de estas regiones interactúe en el detector es igual a la obtenida para un fotón proveniente de un punto aleatorio de los segmentos $f - g$ que contiene. Se tiene en cuenta que la probabilidad de que un fotón cualquiera que sea emitido por la muestra globalmente (supuesta homogénea) provenga de uno de estos anillos cilíndricos es proporcional a su volumen. Pero como todos ellos tienen la misma altura h_m , esta probabilidad es también proporcional al área de su sección transversal, es decir, a $2\pi r dr$. Sumando las contribuciones totales y dividiendo por la superficie circular de la muestra para normalizar, se obtiene la probabilidad de interacción de un fotón de la muestra emitido al azar con el detector real:

$$P_{int, V} = \int_0^{R_m} \frac{P_{int, f-g}(r) r dr}{\pi R_m^2} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{R_m^2}{2} a + c \right) \quad (25)$$

3.2. Determinación de la probabilidad de que un fotón emitido por el ^{40}K sea absorbido dentro de la muestra

Tener en cuenta el efecto de atenuación de los fotones dentro de la propia muestra (autoabsorción) no resulta trivial, ya que cuando se emite un fotón desde un punto cualquiera de la muestra, este puede seguir una infinidad de trayectorias rectas posibles hasta llegar al detector [8].

El efecto de atenuación de la intensidad de fotones emitidos por una muestra dentro de esta o en cualquier otro material se puede expresar como:

$$I = I_0 e^{-\mu_l(E)x} \quad (26)$$

donde I_0 es la intensidad inicial de fotones; I , la intensidad de fotones que se tiene tras haber atravesado estos un espesor x y; $\mu_l(E)$ es el coeficiente de atenuación lineal del material para la radiación de energía E .

La probabilidad de que el fotón no sea atenuado dentro de la muestra es:

$$P_{no\ abs} = \frac{I}{I_0} = e^{-\mu_l(E)x} \quad (27)$$

El coeficiente $\mu_l(E)$ puede obtenerse a partir del coeficiente de atenuación másico, $\mu_m(E)$, el cual a $E = 1460.8$ keV toma aproximadamente el mismo valor para todos los materiales [6]. Esto es debido a que a esa energía, el efecto Compton, que depende esencialmente del número de electrones, es mucho mayor que el efecto fotoeléctrico. Se toma entonces $\mu_m = 0.051$ cm²/g [9] para todas las muestras. Con esto, el coeficiente de atenuación lineal de cada muestra se obtiene como:

$$\mu_l = \mu_m \rho_m = \mu \frac{m}{\pi R_m^2 h_m} \quad (28)$$

La distancia x , como se ha explicado anteriormente, es distinta para cada fotón, por lo que se considera una distancia media para cada punto de la muestra.

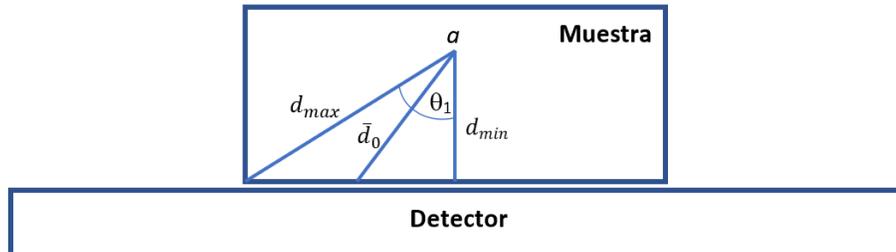


Figura 16. Representación de la distancia media \bar{d}_0 que recorre un fotón emitido desde un punto a de la vertical $r = 0$. La distancia mínima que podría recorrer es d_{min} y la distancia máxima, d_{max} .

Por un lado, se calcula la distancia media que recorre dentro de la muestra un fotón emitido desde un punto a de la vertical $r = 0$ hasta llegar a la cara superior del detector. La distancia mínima que puede recorrer se obtiene a partir de la distancia d a la que se emite el fotón y de la distancia d_{md} que separa la muestra del detector:

$$d_{min} = d - d_{md} \quad (29)$$

y la distancia máxima se expresa como:

$$d_{max} = \sqrt{R_m^2 + (d - d_{md})^2} \quad (30)$$

El ángulo sólido que subtende la trayectoria d_{max} se expresa como:

$$\Omega_{R_m} = 2\pi(1 - \cos \theta_1) = 2\pi \left(1 - \frac{d_{min}}{d_{max}}\right) \quad (31)$$

donde θ_1 es el ángulo que forma d_{max} con la vertical. Por lo que, definiendo la distancia media \bar{d}_0 como la distancia subtendida por un ángulo sólido $\Omega_{\bar{d}_0} = \Omega_{d_{max}}/2$, se tiene que:

$$\bar{d}_0 = \frac{2 d_{min} d_{max}}{d_{max} + d_{min}} \quad (32)$$

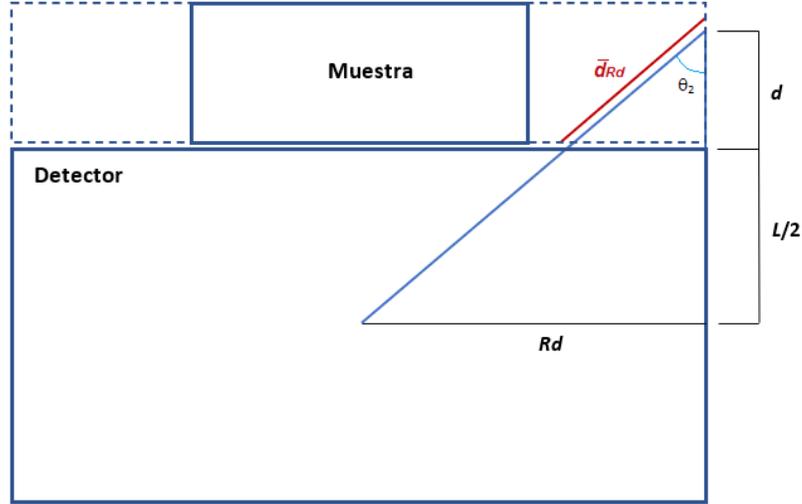


Figura 17. Representación de la distancia media \bar{d}_{R_d} que recorre un fotón emitido desde la vertical $r = R_d$.

Por otro lado, se calcula la distancia media \bar{d}_{R_d} que recorrería un fotón si la muestra tuviese el mismo radio que el detector y este emergiese desde un punto de la vertical $r = R_d$ hacia el centro geométrico del detector (Figura 17). Si se define θ_2 como el ángulo que forma la trayectoria del fotón con la vertical, se tiene que:

$$\tan \theta_2 = \frac{R_d}{d + \frac{L}{2}} \quad (33)$$

pero también que:

$$\tan \theta_2 = \frac{\sqrt{\bar{d}_{R_d}^2 - (d - d_{md})^2}}{d - d_{md}} \quad (34)$$

Igualando las expresiones (28) y (29), se obtiene:

$$\bar{d}_{R_d} = (d - d_{md}) \sqrt{\frac{R_d^2}{(d - \frac{L}{2})^2} + 1} \quad (35)$$

Una vez calculadas las distancias medias \bar{d}_0 y \bar{d}_{R_d} , se obtienen las probabilidades de no absorción dentro de la muestra:

$$P_{no\ abs}(r = 0) = e^{-\mu_l(E) \bar{d}_0} \quad (36)$$

$$P_{no\ abs}(r = R_d) = e^{-\mu_l(E) \bar{d}_{R_d}} \quad (37)$$

Estas se evalúan junto con las probabilidades $P_{int}(r = 0)$ y $P_{int}(r = R_d)$ obtenidas en el apartado anterior en un programa de Matlab (Ápndice II). Por lo que, la P_T que proporciona el programa para una muestra, es la probabilidad media total de que un fotón gamma emitido por dicha muestra no sea atenuado dentro de esta e interactúe con el cristal de NaI(Tl).

3.3. Cálculo y corrección de la actividad absoluta de una muestra

Una vez obtenida la probabilidad total de interacción con el detector P_T para el fotopico de energía $E = 1460.8$ keV, la actividad total se obtiene fácilmente a partir de [10]:

$$A_{met} = \frac{N_N}{t_M r_{pt} P_T P_\gamma} \quad (38)$$

donde N_N son las cuentas netas del fotopico medidas durante un tiempo t_M ; $r_{pt} = 0.33$, el ratio de cuentas del fotopico respecto de las cuentas totales del espectro; y $P_\gamma = 0.1067$, la probabilidad de que se emita un fotón de la energía considerada en la desintegración del ^{40}K (10.67%).

A la hora de obtener las probabilidades P_{int} y $P_{no\ abs}$, se han llevado a cabo aproximaciones. Es por esto que la actividad que se obtiene aplicando la ec. (38) no es exacta.

Una forma de solventar este problema es comparando la actividad obtenida mediante la ec. (38) con la actividad teórica para una sustancia que contenga una cantidad conocida del elemento radiactivo deseado (muestra patrón). En el caso de querer determinar la actividad debida al ^{40}K , se puede tomar una muestra (patrón) de KCl. Para ello, primero se ha de determinar el número de núcleos radiactivos, N_{nucl} , que contiene la muestra patrón:

$$N_{nucl} = \frac{m N_A G(^{40}\text{K})}{(M_K + M_{Cl})} \quad (39)$$

donde m es la masa de la muestra patrón; N_A , el número de Avogadro; $G(^{40}\text{K})$, la abundancia natural del isótopo radiactivo; y M_K y M_{Cl} , las masas molares del potasio y del cloro respectivamente. La actividad teórica se obtiene siguiendo la siguiente ecuación:

$$A_{teo} = N_{nucl} \lambda = N_{nucl} \frac{1}{\tau} = N_{nucl} \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \quad (40)$$

donde λ es la constante de desintegración radiactiva; τ , la vida media del isótopo radiactivo; y $T_{1/2}$, su periodo de semidesintegración.

Analizando varias muestras patrón de diferente masa y altura y calculando A_{met} para cada una de ellas, se obtiene una recta de ajuste, $A_{met}(h)$. Del mismo modo, aplicando la ec. (40) para las masas de las muestras patrón medidas, se tiene otra recta de ajuste $A_{teo}(h)$. Comparando ambas rectas, se obtiene un factor de corrección:

$$f_c = \frac{A_{teo}(h)}{A_{met}(h)} \quad (41)$$

el cual se puede utilizar para calcular un valor de la actividad experimental A_{exp} , más próximo al valor real, de otras muestras que contengan cantidades desconocidas de potasio:

$$A_{exp} = f_c A_{met} \quad (42)$$

El método anteriormente descrito se utiliza para determinar la actividad de una muestra a partir del número de cuentas netas registrado para el fotopico del ^{40}K , teniendo en cuenta las propiedades geométricas del sistema muestra-detector y el efecto de la autoabsorción. Este método ha sido implementado en Matlab.

4. Actividad mínima detectable (AMD)

A la hora de determinar la actividad radiactiva de un determinado elemento en una muestra, se ha de tener en cuenta el “límite de detección” del sistema de conteo. Este no se refiere a una limitación física del sistema como tal, sino a su capacidad de distinguir la actividad radiactiva de una determinada muestra de la actividad debida al fondo ambiental. Por ello, no es suficiente con medir el número de cuentas del fotopico asociado al rayo gamma emitido por la muestra, sino que se ha de medir también la contribución radiactiva debida al entorno en el que se lleva a cabo la medida. Así, el número de cuentas que se obtienen al analizar una muestra con el sistema de conteo, N_T , es en realidad la suma del número de cuentas debidas al fondo, N_F , y el número de cuentas debidas a la propia muestra N_N (cuentas netas):

$$N_T = N_F + N_N \quad (43)$$

La actividad mínima detectable o AMD puede definirse de diferentes formas. Sin embargo, la más extendida es la introducida por L. A. Currie, que se basa en una decisión binaria (si o no) sobre la presencia de actividad en una muestra.

Suponiendo una muestra que no presente actividad real, todas las cuentas registradas deben provenir de los fotones del fondo ambiental, por lo que el número de cuentas netas N_N debería ser cero. Sin embargo, debido a las fluctuaciones estadísticas del fondo, el 50 % de las veces se encontrará un número de cuentas netas superior a cero (falsos positivos) y el otro 50 % restante, se encontrará un número de cuentas netas inferior a cero (falsos negativos), tal y como se muestra en la Figura 18 (a).

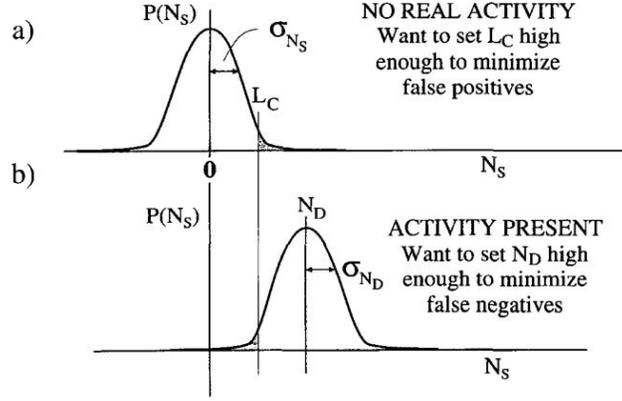


Figura 18. Distribuciones esperadas de las cuentas netas de una muestra: (a) cuando no hay actividad presente y (b) cuando sí hay una pequeña actividad real presente. L_C representa el límite crítico en ambos casos. [11]

L. A. Curie estableció un límite crítico L_C en el número de cuentas netas de la muestra, de forma que la probabilidad de obtener un número de cuentas netas superior a L_C para una muestra sin actividad real fuese inferior a un determinado valor suficientemente pequeño. Asimismo, si se trata de una muestra que sí presenta actividad real, la probabilidad de encontrar un número de cuentas netas inferior a L_C debe ser suficientemente pequeña. En la práctica, se suele tomar un valor de L_C tal que, en ambos casos, la probabilidad sea típicamente inferior a 0.05. En conclusión, si el número de cuentas netas N_N obtenidas del análisis de una muestra es inferior a L_C , se considera que la muestra no contiene radionucleidos; mientras que si N_N es mayor que L_C , se asume que la muestra sí presenta cierta actividad real.

Considerando solo fluctuaciones estadísticas en el número de cuentas, en el caso de una muestra con débil actividad radiactiva, para la que se ha medido el fondo en un tiempo t_F diferente al tiempo de medida de la muestra t_T , el número de cuentas netas de la muestra es:

$$N_N = N_T - \frac{N_F}{T} = N_T - n_F \quad (44)$$

donde T se define como el cociente de tiempos t_F/t_T . Por lo tanto, según se explica en detalle en el Apéndice III, el límite crítico se expresa como:

$$L_C = 1.645 \sqrt{1 + T} \sigma_{n_F} \quad (45)$$

siendo σ_{n_F} :

$$\sigma_{n_F} = \frac{\sqrt{N_F}}{T} = \sqrt{\frac{n_F}{T}} \quad (46)$$

Y el valor medio del número mínimo de cuentas N_D para las cuales probabilidad de obtener un número de cuentas inferior a L_C sea del 5% es:

$$N_D = 3.29 \sqrt{T + 1} \sigma_{n_F} + 2.706 \quad (47)$$

con una incertidumbre:

$$\sigma_{N_D} = \sqrt{T + 1} \sigma_{n_B} + 1.645 \quad (48)$$

La actividad mínima detectable (*AMD*) se obtiene sustituyendo N_D en la ec. (38) y realizando después la corrección que se describe en la expresión (42).

5. Prodecimiento

5.1. Preparación del equipo de espectrometría gamma y de las muestras

En primer lugar, se llevó a cabo el montaje del equipo de espectrometría gamma tal y como se describe en la Figura 3. El calibrado se llevó a cabo analizando una muestra de naturaleza y actividad conocida y asociando algunos de sus fotopicos a las energías correspondientes.

Una vez preparado el equipo, se empezaron a recolectar muestras de diferentes alimentos. Se tomaron muestras de: legumbres, verduras, hortalizas, frutas, marisco, frutos secos y condimentos. La mayoría de los alimentos fueron adquiridos en lugares habituales de venta al público y se desconoce su procedencia geográfica; pero en el caso de las patatas, las alubias y la berza, su origen es conocido y se pudieron tomar muestras de la tierra en las que habían sido cultivados. Es preciso señalar que en algunos casos se ha analizado el alimento completo, es decir, tanto la parte comestible como la cáscara o piel; mientras que en la mayoría de casos, se ha analizado solo lo último, para no desperdiciar comida. Se asume que el potasio se incorpora de forma no muy diferente en la corteza (o piel) y en su interior, aunque convendría estudiar en detalle las posibles diferencias para cada alimento. También, se tomó una muestra de fertilizante y dos muestras de tabaco con el fin de comprobar su contenido en radioisótopos, ya que este último está relacionado con algunos tipos de cáncer. Cabe mencionar que cuando se estaba trabajando con el detector de NaI(Tl), fue posible tomar una muestra de arena del Sahara (Tierra del Sahara) que había llegado Santander arrastrada por el viento desde el continente africano.

Después de recolectar los productos elegidos para ser estudiados, se llevó a cabo la preparación de muestras para su análisis en recipientes cilíndricos. Algunas de las muestras presentaban una humedad significativa, por lo que fueron deshidratadas con ayuda de un horno; otras, como las muestras de tierra húmeda, se dejaron secar a temperatura ambiente. En cambio, algunas de las muestras, como las cáscaras de frutos secos o los condimentos, no necesitaron secado o deshidratación. En la Tabla 3 se detalla esta información para cada una de las muestras. Por otro lado, se prepararon tres muestras de KCl en polvo, necesarias para corregir los valores de la actividad obtenidos con el programa de Matlab.



Figura 19. Muestras de Sal marina, Tierra 2 y Tabaco 2.

Todos los recipientes fueron debidamente sellados a fin de evitar el escape de los isótopos radiactivos y asegurar así que se alcanzase el equilibrio radiativo en su interior.

5.2. Análisis de fotopicos con el software “Gamma Acquisition”

Cuando se selecciona un fotopico con el software Gamma Acquisition, este proporciona el área y la integral de fotopico. Ambos valores son calculados de manera diferente, por lo que a continuación se explica cómo el programa obtiene cada uno y cuál se ha utilizado para tomar el número de cuentas.

En el caso de un fotopico aislado ideal de un espectro gamma, como el que aparece en la Figura 20 (a), el área del fotopico debería coincidir con su integral (aunque en la práctica, con detectores de NaI(Tl) no es así) y sería simplemente la suma de las cuentas acumuladas en cada uno de los canales que lo forman. Este tipo de fotopico se podría corresponder con el de mayor energía de una muestra.

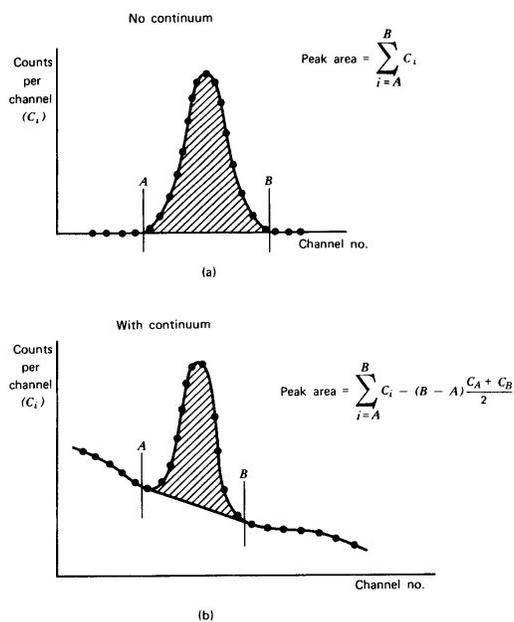


Figura 20. Métodos para obtener el área de un fotopico de un espectro multicanal en el caso de: un fotopico aislado ideal (a) y un fotopico sobre un continuo (b).

Sin embargo, cuando se analizan muestras naturales (y, en general, con detectores de NaI(Tl)), es más habitual encontrar fotopicos como el que se indica en la Figura 20 (b). Estos aparecen sobre la parte del espectro debida al efecto Compton correspondiente a fotones de mayor energía. En este caso, el área y la integral tienen diferente valor. La integral se corresponde con la suma de las cuentas acumuladas en los canales que forman el fotopico. Mientras que, para calcular el área, el software traza una recta que une los extremos del fotopico y resta el número de cuentas que caen debajo de esa línea al total de cuentas acumuladas en los canales que forman el fotopico.

Para determinar la actividad correspondiente a un fotopico de una muestra natural es más realista calcular el área sustrayendo a la integral un fondo constante, coincidente con el fondo a la derecha del fotopico.

6. Resultados y análisis

6.1. Resultados correspondientes al ^{40}K con el detector de NaI(Tl)

Con el fin de conocer la precisión del modelo, se analizaron tres muestras de KCl en polvo diferentes. De forma que, la actividad que proporciona el modelo que se describe en el apartado 3 para estas muestras se puede comparar con la actividad calculada teóricamente partir de la ec. (37). Los resultados obtenidos se recogen en la Tabla 2.

m (g) $\delta m=0.1$ g	h (cm)	δh (cm)	N_N	A_{met} (Bq)	δA_{met} (Bq)	A_{exp} (Bq)	δA_{exp} (Bq)	A_{teo} (Bq)
25.0	0.74	0.02	335515	377	2	417	2	415
75.0	2.21	0.07	743459	1122	12	1241	13	1245
101.6	3.0	0.1	880857	1517	22	1678	24	1676

Tabla 2. Datos correspondientes a las muestras de KCl. Se recoge la masa m (en gramos), la altura h (en centímetros), el número de cuentas netas N_N registradas durante 2 días y la actividad obtenida mediante el modelo A_{met} . La actividad experimental de las muestras A_{exp} se obtiene multiplicando A_{met} por un factor de corrección f_c . Se muestra también la actividad teórica A_{teo} . Todas las actividades se miden en bequerelios.

Si el número de cuentas netas N_N registradas correspondiera a una muestra de actividad desconocida, se podría obtener una actividad aproximada A_{exp} , denominada experimental, multiplicando A_{met} por $f_c = A_{teo}/A_{met}$, como se ha explicado en el apartado 3.3. En el caso del KCl, como se conoce su actividad teórica, la actividad A_{exp} obtenida debe ser idéntica a A_{teo} . En la Tabla 2 se observa que todos los valores de A_{exp} son compatibles con los valores de A_{teo} .

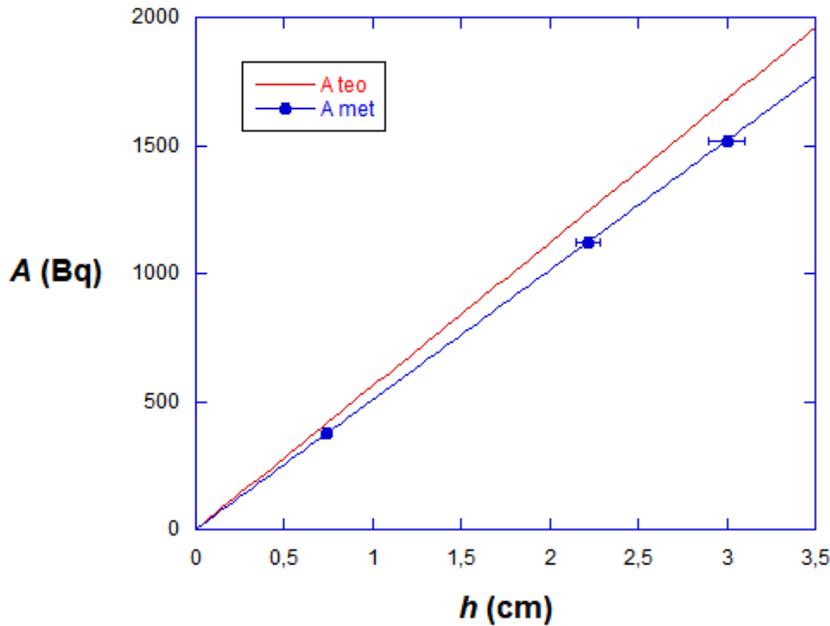


Figura 21. Representación de los datos correspondientes a las muestras de KCl. Se muestra la actividad A_{met} obtenida aplicando el método (puntos azules) en función de la altura h de la muestra. La actividad teórica A_{teo} queda representada por la recta roja.

La recta teórica representada en la Figura 21 ($A_{teo} = 560h$) sigue la ec. (38). En cuanto a los puntos experimentales, la recta que mejor se ajusta a ellos, es decir, la calculada mediante el método de mínimos cuadrados, es

$A_{met} = 504.3h + 4.6$. El hecho de que la ordenada en el origen de esta recta sea distinta de cero se debe a las aproximaciones realizadas en el cálculo de la probabilidad de interacción total de un fotón gamma con el detector, P_T . La corrección que supone considerar el efecto de autoabsorción apenas modifica los resultados, ya que el coeficiente de absorción del KCl a la energía de 1460.8 keV de los fotones que estamos analizando es relativamente pequeño. Por otro lado, el cálculo de $P_{int}(r = 0)$ es casi exacto, mientras que el cálculo de $P_{int}(r = R_d)$ es mucho menos preciso. La aproximación más relevante es la realizada de la función $P_{int}(r)$ entre $r = 0$ y $r = R_d$, como un polinomio de segundo grado. Aunque resulta interesante destacar que, a pesar de las aproximaciones llevadas a cabo, la función A_{met} se aproxima mucho a una recta que pasa por el origen, tal y como debe de ser.

Como $A_{met}(h = 0)$ debe ser cero, se toma la recta que mejor se ajusta a los puntos experimentales y, a su vez, pasa por el origen, que resulta $A_{met} = 506.2h$. A partir de esta y de la ecuación de la recta teórica, se puede obtener el factor de corrección f_c .

$$f_c = \frac{A_{teo}}{A_{met}} = \frac{560}{506.2} \approx 1.11$$

De esta forma, multiplicando la actividad obtenida mediante el modelo A_{met} y su incertidumbre por el factor f_c se obtiene la actividad A_{exp} corregida que aparece en la Tabla 2.

Una vez calculado el factor de corrección del modelo, se determinó la actividad de las muestras problema. En la Tabla 3 se recogen los datos correspondientes a la reducción en masa de algunas de las muestras tras el secado en el horno. Este proceso permitió obtener muestras más concentradas en los elementos radiactivos no volátiles.

Muestra	m_{fresco} (g) $\delta m_{fresco} = 0.1$ g	m_{seco} (g) $\delta m_{seco} = 0.1$ (g)	$\frac{m_{seco}}{m_{fresco}} 100$ (%)
Alubia	281.6	216.4	76.85
Patata roja	990.6	175.7	17.74
Patata blanca	1184.2	204.2	17.24
Zanahoria	712.0	64.2	9.02
Puerro	199.0	26.5	13.32
Berza	921.6	115.6	12.54
Lombarda	779.3	72.4	9.29
Brocoli	724.6	95.6	13.19
Calabaza	1447.3	76.4	5.28
Setas	456.5	56.6	12.40
Cáscara de plátano	182.6	16.5	9.04
Cáscara de banana	333.6	37.2	11.15
Cáscara de melón	731.0	82.3	11.26
Cáscara de naranja	395.8	97.6	24.66
Cáscara de mango	329.0	59.9	18.21
Aguacate	30.1	11.5	38.2
Cáscara de higo	523.2	84.0	16.06
Cáscara de kiwi amarillo	169.2	47.3	27.97
Cáscara de kiwi verde	176.7	13.3	7.53
Cáscara de langostino	143.0	35.3	24.69
Tabaco 1	81.2	62.8	77.3

Tabla 3. Datos experimentales obtenidos del secado de algunos alimentos y de uno de los tipos de tabaco. Se recoge su masa antes del proceso de secado m_{fresco} (en gramos), su masa después de llevar a cabo el secado m_{seco} (en gramos) y la reducción en masa de la muestra (en porcentaje).

El análisis de las muestras problema se llevó a cabo de forma idéntica al del KCl. A continuación, en la Tabla 4 se muestran los resultados correspondientes.

Muestra	A_{exp} de 100g (Bq)	δ (A_{exp} de 100g) (Bq)	AMD de 100g (Bq)
Arroz blanco	3.063	0.006	0.64
Harina de trigo	5.559	0.014	1.0
Pan rallado	11.10	0.03	0.8
Leche en polvo	38.78	0.10	1.1
Alubias	92.15	0.19	0.8
Garbanzos	30.73	0.07	0.8
Lentejas	25.60	0.05	0.63
Patata roja	13.47	0.03	0.17
Patata blanca	9.57	0.02	0.15
Zanahoria	10.25	0.03	0.10
Puerro	16.26	0.11	0.26
Berza	14.08	0.03	0.13
Lombarda	9.68	0.02	0.08
Brocoli	15.86	0.04	0.19
Calabaza	10.32	0.02	0.04
Setas	12.90	0.04	0.14
Tierra 1	62.46	0.12	0.53
Tierra 2	45.48	0.12	0.9
Fertilizante	444.1	0.9	0.61
Cáscara de plátano	25.7	0.2	0.10
Cáscara de banana	22.56	0.10	0.12
Cáscara de melón	8.97	0.02	0.12
Cáscara de naranja	6.76	0.02	0.26
Cáscara de mango	4.90	0.02	0.18
Aguacate	18.76	0.2	0.39
Cáscara de higo	8.43	0.02	0.14
Cáscara de kiwi amarillo	18.49	0.06	0.21
Cáscara de kiwi verde	9.03	0.10	0.10
Cáscara de langostinos	6.11	0.03	0.25
Conchas de almejas	0.6472	0.0013	0.49
Cáscara de nuez	11.34	0.03	0.9
Castañas	8.80	0.03	1.2
Cáscara de avellana	7.54	0.02	1.0
Avellana	17.47	0.04	0.60
Almendra	22.87	0.05	0.74
Pimentón	85.5	0.2	1.1
Poivre noir	42.54	0.10	0.9
Poivre rose	31.66	0.14	2.1
Jengibre	105.3	0.3	1.1
Nuez moscada	14.26	0.04	1.1
Canela	17.30	0.05	1.0
Colorante	4.311	0.010	0.7
Azúcar	0.874	0.002	0.62
Café molido	59.39	0.16	1.1
Café instantáneo	110.6	0.4	1.5
Sazonador pescado	16.12	0.03	0.53
Sal marina	1.947	0.004	0.46
Tabaco 1	80.06	0.31	1.4
Tabaco 2	58.49	0.17	1.3

Tabla 4. Datos experimentales obtenidos de diversas muestras de alimentos, condimentos, tierras y tabaco. Se muestra la actividad A_{exp} de 100 gramos de producto en fresco junto con su error y la actividad mínima detectable AMD para 100 gramos. Ambas actividades están medidas en bequerelios.

Para obtener los resultados de la Tabla 4, se tomó la masa y altura de las muestras y se midió el número de cuentas

durante un determinado tiempo (de 1 a 4 días). Estos datos se recogen en Apéndice IV. Después, introduciendo los datos en el modelo de Matlab, se obtuvo la actividad de cada una de las muestras y se multiplicó esta por el factor de corrección f_c . A partir de las actividades de los productos deshidratados (secos) y teniendo en cuenta los datos de la Tabla 3, se determinaron las actividades por cada 100 gramos de los productos frescos que figuran en la Tabla 4. Esto permite hacer una comparación directa de la actividad de los productos naturales entre sí. En la Tabla 4 también se muestra la actividad mínima detectable para cada caso.

La muestra de Tierra 1 procede de la comarca de Benavente (Zamora, Castilla y León), mientras que la muestra de Tierra 2 procede de Los Corrales de Buelna (Cantabria). Cabe señalar también que las muestras de tabaco se han tomado de diferentes marcas a granel. En la Tierra 1 se ha cultivado la berza y; en la Tierra 2, las alubias, las patatas rojas y las patatas blancas.

Del análisis de las muestras con el equipo de espectrometría gamma y el detector de NaI(Tl), se obtuvieron diferentes espectros de energías. A continuación, en la Figuras 22 y 23 se muestran los espectros obtenidos para dos muestras: la de avellana y la de plátano.

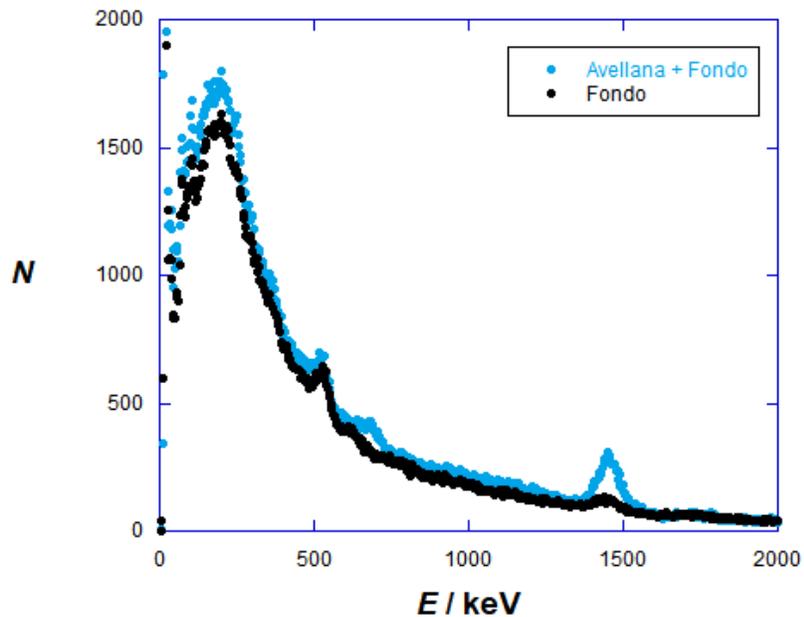


Figura 22. Espectro de energías obtenido para la muestra de Avellana.

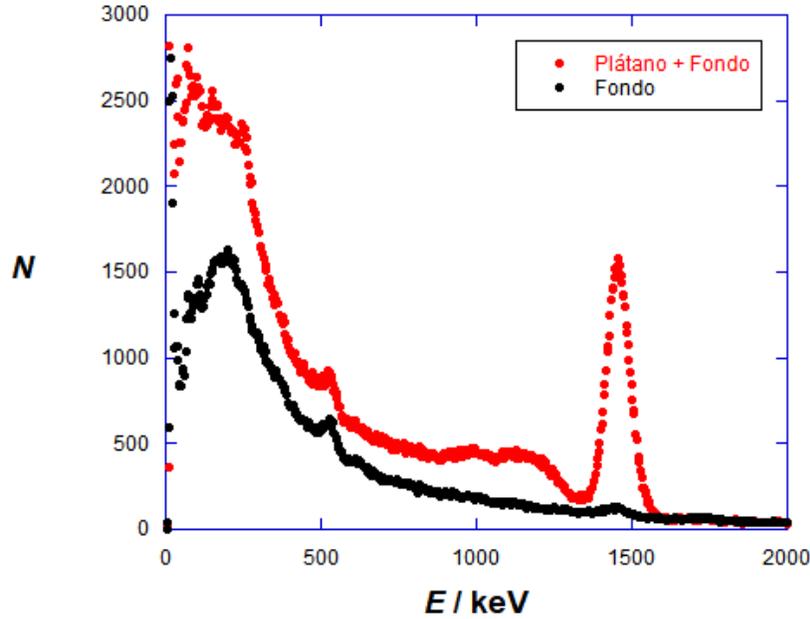


Figura 23. Espectro de energías obtenido para la muestra de Plátano.

Comparando ambos espectros, se puede apreciar que el fotopico debido a la desintegración del ^{40}K es considerablemente mayor para la muestra de plátano que para la de avellana. Esto hace que el continuo Compton también sea mayor en un caso que en otro. En la Figura 23, se distingue claramente el Compton asociado al fotopico del fondo, a diferencia de en la Figura 22, en la que ambos se encuentran muy próximos.

A continuación, en la Figura 24 se muestra el fotopico de ^{40}K obtenido para la Tierra 2 junto con los fotopicos obtenidos para las alubias y patatas, que fueron cultivadas en dicha tierra. Para las patatas (blancas y rojas) el fotopico es apreciablemente menos intenso que para las alubias. Y, para estas últimas, dicho fotopico es ligeramente más intenso que el de la tierra.

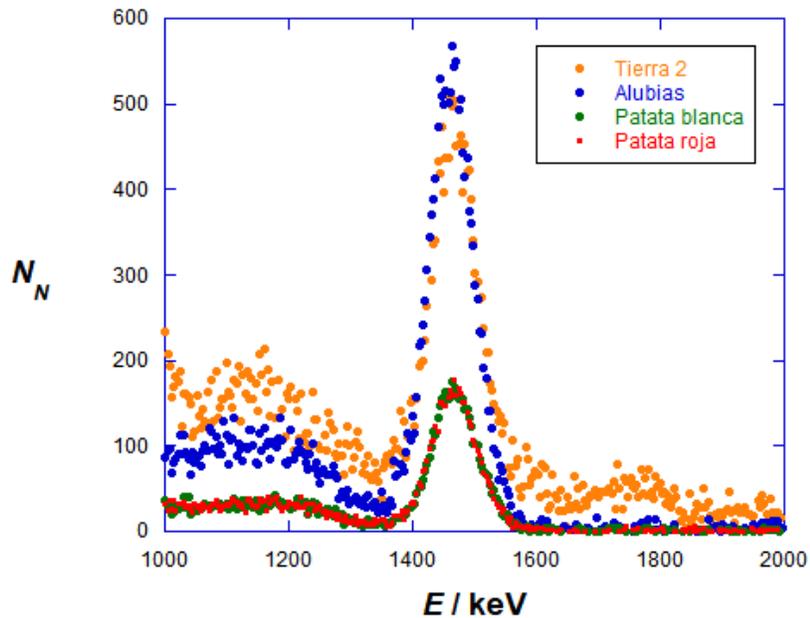


Figura 24. Cuentas netas N_N en un día para 100 gramos de Tierra 2, alubias, patata blanca y patata roja en

fresco.

Para finalizar con el detector de NaI(Tl), se analizó una muestra certificada de IAEA-447 de $m = 97.3$ g y $h = 3$ cm durante $t = 14$ horas. Se obtuvieron $N_N = 9915$ cuentas netas para el fotopico de ^{40}K , por lo que su actividad experimental resultó:

$$A_{exp} = (64 \pm 2) \text{ Bq}$$

Comparando este valor con la actividad certificada para dicha masa [12]:

$$A_{cer} = (53 \pm 2) \text{ Bq}$$

Se puede apreciar que ambos valores no son compatibles a priori. No obstante, se ha de tener en consideración que el número de cuentas es en realidad una distribución y se ha tomado como error la desviación estándar σ . Esto quiere decir que existe un 68.2% de probabilidad de que el valor real de las cuentas se encuentre dentro de ese intervalo, considerando que el valor obtenido coincide con el valor medio. En realidad, se podría tomar igualmente 2σ , 3σ o cualquier otro múltiplo de σ , para aumentar el intervalo de confianza.

Conviene recordar que se ha confiado en el dato del fabricante acerca de la pureza de la muestra de KCl. Este hecho ha conducido a la sobreestimación (en un 10%) de la actividad del ^{40}K de las muestras estudiadas. Si se hubiera supuesto una pureza del 90% para la muestra de KCl, los valores de A_{met} y A_{cer} anteriores serían mucho más próximos.

6.2. Resultados correspondientes a otros isótopos radiactivos con el detector semiconductor de HPGe

Con este detector no se pudieron realizar todas las medidas deseadas, como con el detector de NaI(Tl), debido al alto coste del nitrógeno líquido, necesario para el correcto funcionamiento del detector. Se seleccionaron: las dos muestras de tierras (Tierra 1 y Tierra 2), la muestra de tabaco concentrada (Tabaco 1) y tres muestras de alimentos (Lombarda, Zanahoria y Patatas rojas). Además, se pudo analizar una muestra de tierra del Sahara, procedente de la calima que tuvo lugar el 19 de marzo de 2022, mientras se estaban realizando medidas. Todas las muestras (incluido el fondo) se midieron durante 1 día, a excepción de la Tierra del Sahara, que se midió durante 2 días.

A continuación, en las Figuras 25, 26 y 27 se muestran los espectros obtenidos para las muestras de alimentos. En todos ellos, el único fotopico que se distingue claramente del fondo ambiental es el correspondiente al ^{40}K .

Cabe mencionar que, como para algún canal no se registró ninguna cuenta en el proceso de medida, en las figuras que se muestran en este apartado se ha representado en realidad $\ln(N + 1)$. El cambio es intrascendente, puesto que para los canales de interés $N \gg 1$.

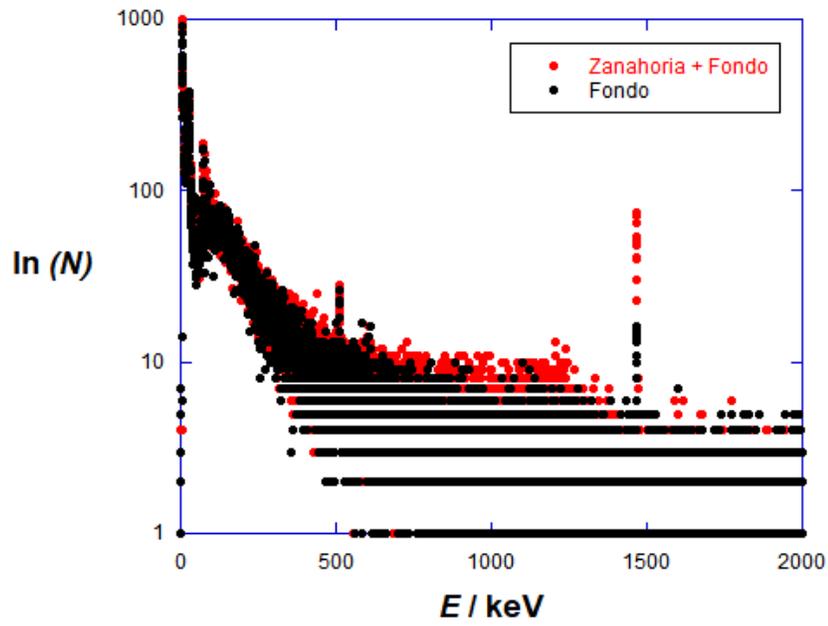


Figura 25. Espectro de la muestra de Zanahoria comparado con el fondo, ambos obtenidos tras un tiempo de medida de 1 día.

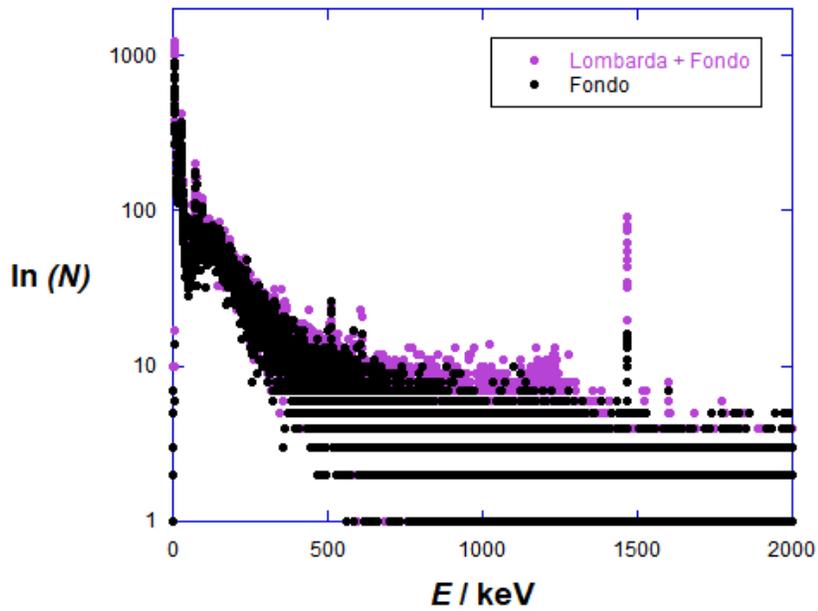


Figura 26. Espectro de la muestra de Lombarda comparado con el fondo, ambos obtenidos tras un tiempo de medida de 1 día.

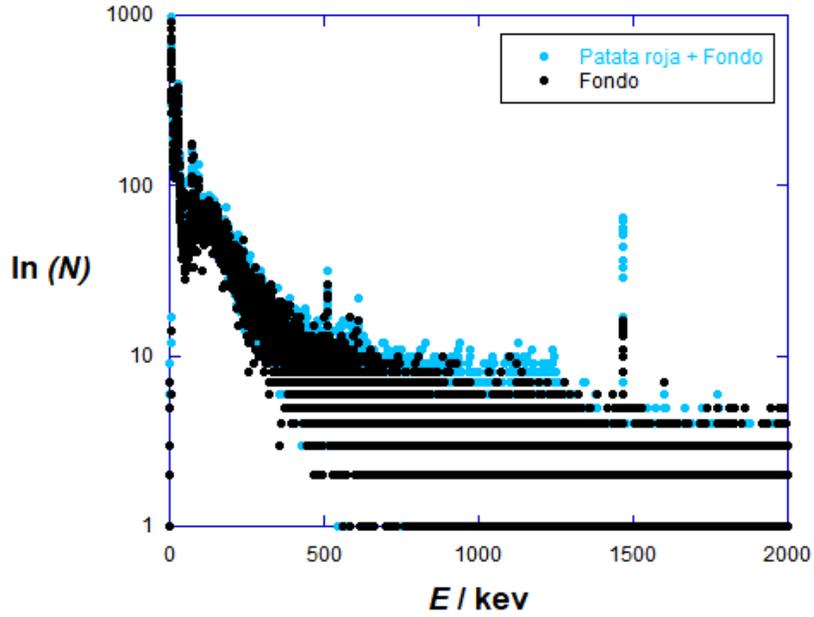


Figura 27. Espectro de la muestra de Patatas rojas comparado con el fondo, ambos obtenidos tras un tiempo de medida de 1 día.

Para el resto de muestras analizadas, se encontró un mayor número de fotopicos apreciablemente más intensos que el fondo ambiental, por lo que se tomaron las cuentas netas de dichos picos y se calcularon las cuentas mínimas detectables.

Los espectros obtenidos del análisis las muestras de Tierra 1 y 2 fueron similares. En las Tablas 5 y 6 se muestran los resultados obtenidos. Y en la Figura 28 se muestra el espectro correspondiente a la muestra de Tierra 1.

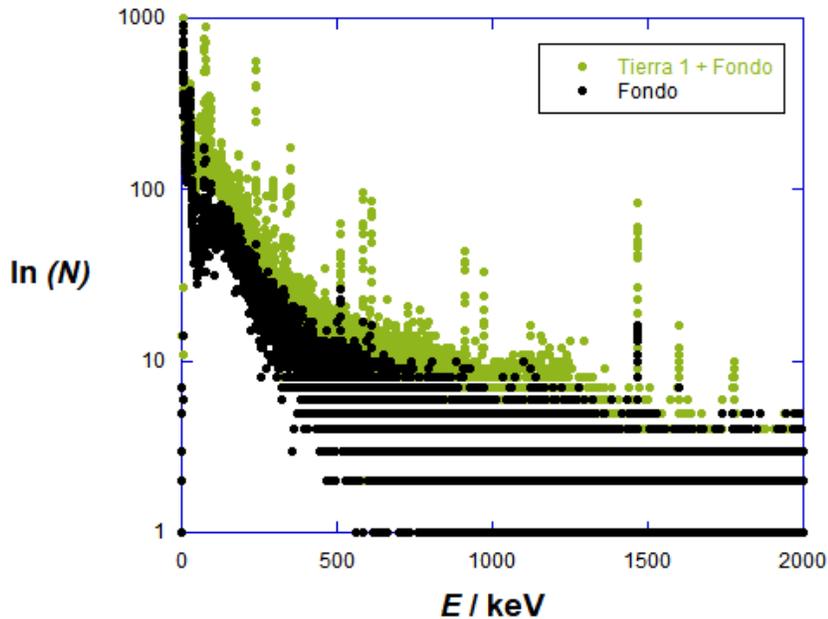


Figura 28. Espectro de la muestra de Tierra 1 comparado con el fondo, ambos obtenidos tras un tiempo de medida de 1 día.

E (keV)	N_T	N_F	N_N	δN_N
338.3	322	94	288	20
583.2	427	100	327	23
911.2	218	5	213	15
295.2	495	119	376	25
351.9	762	199	643	31
609.3	440	44	396	22

Tabla 5. Datos obtenidos del análisis de la muestra de Tierra 1, cuya masa es $m = (113.0 \pm 0.1)$ g y altura, $h_m = (3.0 \pm 0.1)$ cm, tras un tiempo de medida de 1 día. Se recoge la energía del fotopico E (en kiloelectronvoltios) y las cuentas netas de la muestra N_N junto con su error.

E (keV)	N_T	N_F	N_N	δN_N
238.6	688	94	594	28
338.3	122	95	27	15
583.2	144	28	116	13
186.2	493	359	134	29
295.2	291	119	171	22
351.9	449	119	327	24
609.3	255	44	116	17

Tabla 6. Datos obtenidos del análisis de la muestra de Tierra 2, cuya masa es de $m = (50.6 \pm 0.1)$ g y altura, $h_m = (1.5 \pm 0.1)$ cm, tras un tiempo de medida de 1 día. Se recoge la energía del fotopico E (en kiloelectronvoltios) y las cuentas netas de la muestra N_N junto con su error.

El espectro correspondiente a la muestra de Tierra del Sahara se muestra en la Figura 29 y sus datos correspondientes se recogen en la Tabla 7.

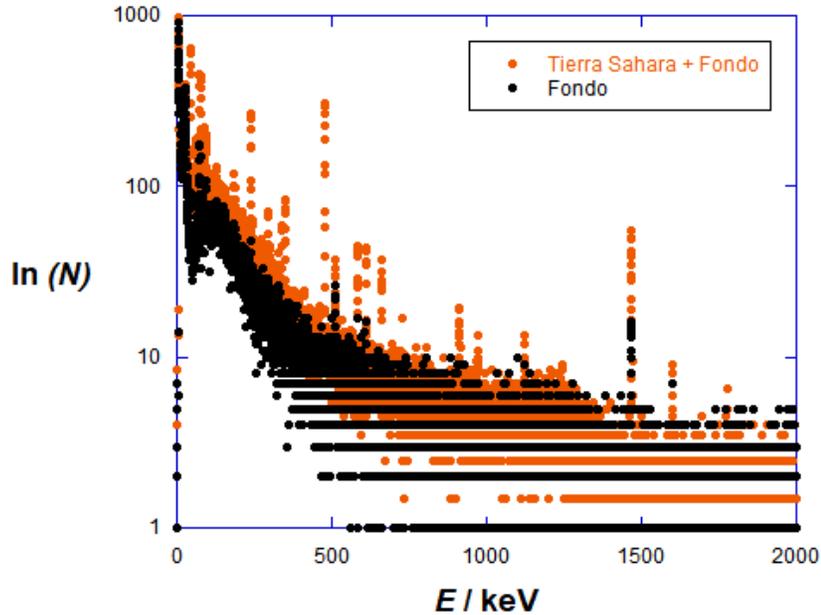


Figura 29. Espectro de la muestra de Tierra del Sahara comparado con el fondo, ambos normalizados a 1 día.

E (keV)	N_T	N_F	N_N	δN_N
238.6	1137	132	1005	37
338.3	174	69	105	18
583.2	419	50	369	23
351.9	520	120	400	28
609.3	242	107	135	21
477	1665	103	1562	43

Tabla 7. Datos obtenidos del análisis de la muestra de Tierra del Sahara, cuya masa es de $m = (50.7 \pm 0.1)$ g y altura, $h_m = (1.9 \pm 0.1)$ cm, normalizados a 1 día. Se recoge la energía del fotopico E (en kiloelectronvoltios) y las cuentas netas de la muestra N_N junto con su error.

En esta muestra, además de encontrar varios fotopicos correspondientes a la desintegración de elementos pertenecientes a series del ^{238}U y del ^{232}Th , se halló un fotopico muy intenso a $E = 477$ keV (Figura 30).

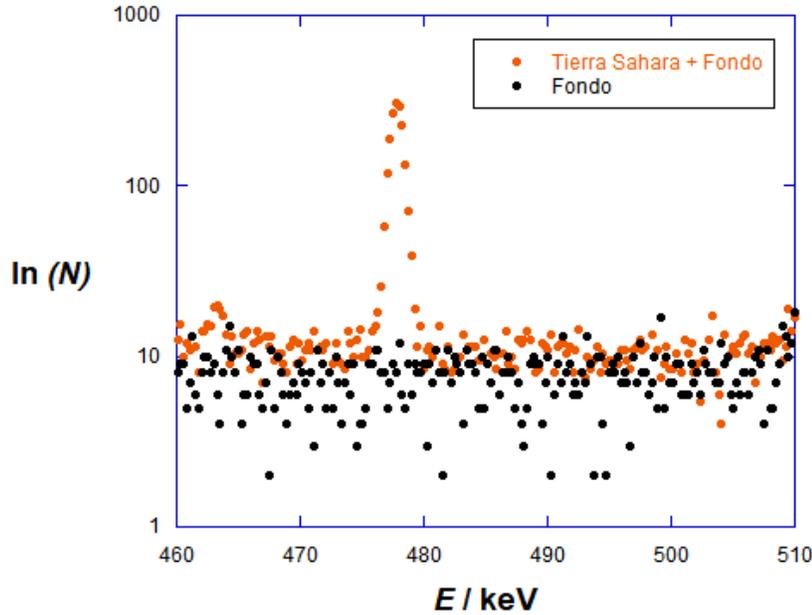


Figura 30. Fotopico correspondiente a la desintegración de ^7Be en la muestra de Tierra del Sahara.

La energía de dicho pico parecía coincidir con la energía del fotón gamma emitido por el ^7Be para dar lugar a ^7Li . Para comprobar si se trataba de este elemento, se midió su periodo de semidesintegración. Se tomaron tres medidas del número de cuentas registradas durante un tiempo $t = 2$ días. Comparando el número de cuentas obtenidas en la primera medida, con las cuentas obtenidas en las otras dos, se pudo obtener el periodo de semidesintegración. Estos datos se recogen en la Tabla 8.

Δt / s	$N_N(t + \Delta t)$ / s	λ / s^{-1}	$\delta\lambda$ / s^{-1}	$T_{1/2}$ / días	$\delta T_{1/2}$ / días
173632	82876	$1.3 \cdot 10^{-7}$	$0.310 \cdot 10^{-7} t$	64	14
348355	80920	$1.3 \cdot 10^{-7}$	$0.1 \cdot 10^{-7}$	61	7

Tabla 8. Datos obtenidos del análisis de la muestra de Tierra del Sahara. En el instante de tiempo $t = 0$ s, se registraron $N_N = 84707$ cuentas. Se muestran las cuentas netas registradas $N_N(t + \Delta t)$ cuando había transcurrido un tiempo Δt desde el instante inicial. También, la constante de semidesintegración λ y el periodo de semidesintegración $T_{1/2}$, con sus respectivas incertidumbres.

Los dos valores experimentales obtenidos del periodo de semidesintegración: $T_{1/2} = (64 \pm 14)$ días y $T_{1/2} = (61 \pm 7)$ días, son compatibles con el periodo de semidesintegración que manifiesta el Organismo Internacional de la Energía Atómica (IAEA) para el del ${}^7\text{Be}$, $T_{1/2} = 53.2$ días [13].

Finalmente, en la Figura 31 se muestra el espectro correspondiente a la muestra de Tabaco 1 y en la Tabla 8 se recogen los datos de los fotopicos obtenidos. Cabe puntualizar que, aunque en la Figura 32 se representan las cuentas totales para la muestra, en la Tabla 9 se muestran los datos para 100 gramos de dicho tabaco en fresco.

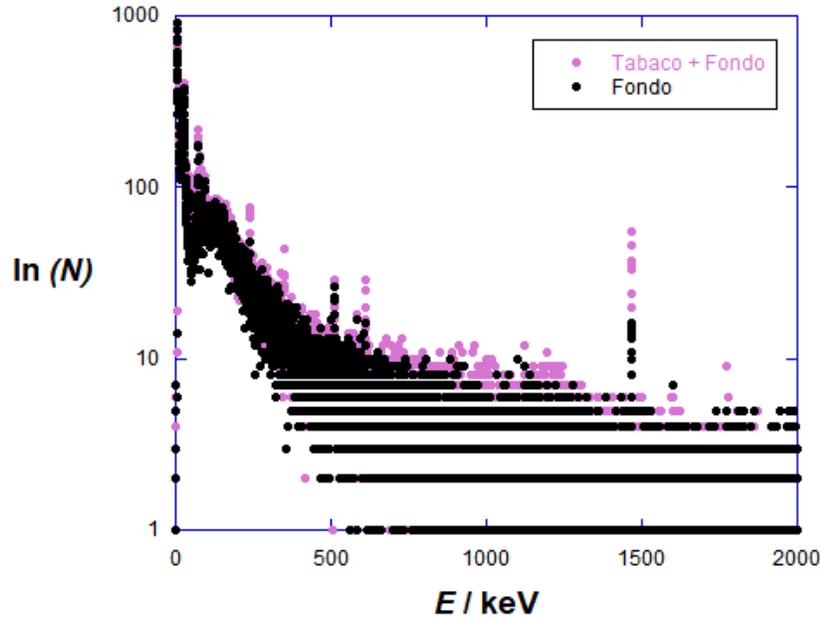


Figura 31. Espectro de la muestra de Tabaco 1 comparado con el fondo, ambos obtenidos tras un tiempo de medida de 1 día.

E (keV)	N_T	N_F	N_N	δN_N
238.6	270	126	144	18
46.54	278	240	38	23
63.3	242	15	86	16
351.9	148	53	95	14
609.3	92	61	31	12

Tabla 9. Datos obtenidos del análisis de la muestra de Tabaco 1, cuya masa es de $m = (33.0 \pm 0.1)$ g y altura, $h_m = (3.0 \pm 0.1)$ cm, tras un tiempo de medida de 1 día. Se recoge la energía del fotopico E (en kiloelectronvoltios) y las cuentas netas de la muestra N_N junto con su error.

7. Discusión y conclusiones

El objetivo principal de este trabajo ha sido determinar la concentración del isótopo radiactivo natural del potasio, el ^{40}K , en diferentes muestras de alimentos, condimentos, tabacos y fertilizantes, así como en las tierras de cultivo de algunos de esos alimentos, con el fin de analizar y explicar sus diferencias y similitudes. Para ello, se ha ideado un método analítico sencillo basado en la aproximación de fuente puntual, que se ha generalizado para fuentes extensas de geometría cilíndrica. También, se ha podido advertir la presencia de elementos radiactivos pertenecientes a las series del ^{238}U y ^{232}Th en algunas de dichas muestras.

Como se puede observar en la Tabla 3, se han encontrado cantidades detectables de ^{40}K en todas las muestras analizadas. Destaca notablemente la muestra de fertilizante, con una actividad de $A_{exp} = (4441 \pm 9)\text{Bq/Kg}$. En cuanto a los alimentos, las alubias destacan dentro de las legumbres analizadas, con una actividad de $A_{exp} = (921.5 \pm 1.9)\text{Bq/Kg}$, casi 3 veces mayor que la detectada en los garbanzos y casi 4 veces mayor que la detectada en las lentejas.

Resulta interesante la diferencia en los resultados obtenidos para el pan rallado $A_{exp} = (111.0 \pm 0.3)\text{Bq/Kg}$ y la harina de trigo $A_{exp} = (55.59 \pm 0.14)\text{Bq/Kg}$. El pan rallado se obtiene a partir de pan, el cual se prepara a partir de: harina de trigo, sal, levadura y agua. Por lo que la diferencia entre sus actividades proviene, aparentemente, de la contribución de la sal, la levadura y el agua. Algo similar ocurrirá con el sazónador de pescado, que se compone de sal marina, pimienta negra, ajo, cebolla, pimienta rosa, perejil y ácido cítrico.

De las muestras analizadas de frutos secos, las almendras son las que presentan una mayor actividad debida al ^{40}K , con $A_{exp} = (228.7 \pm 0.5)\text{Bq/Kg}$. Además, se aprecia una clara diferencia en la concentración de potasio de la parte interior de las avellanas y de su cáscara, lo que indica que el ^{40}K puede ser selectivo en cuanto a concentrarse en una parte u otra de un vegetal.

Se observa también una diferencia en las actividades de distintas variedades de un mismo alimento. Por ejemplo, en el caso de la patata, para la roja se ha obtenido $A_{exp} = (134.7 \pm 0.3)\text{Bq/Kg}$ y para la blanca, $A_{exp} = (95.7 \pm 0.2)\text{Bq/Kg}$. Aunque esta diferencia es todavía mayor en el caso del kiwi: en el verde se ha encontrado $A_{exp} = (90.3 \pm 1.0)\text{Bq/Kg}$ y el amarillo, $A_{exp} = 184.9 \pm 0.6)\text{Bq/Kg}$.

En cuanto al café, se ha obtenido una mayor concentración de ^{40}K en el café instantáneo, $A_{exp} = (1106 \pm 4)\text{Bq/Kg}$, que en el café molido, $A_{exp} = (593.9 \pm 1.6)\text{Bq/Kg}$. Esta disparidad podría deberse al proceso de elaboración industrial del café instantáneo.

Por otra parte, se han encontrado isótopos radiactivos pertenecientes a las series del ^{238}U y ^{232}Th en las muestras de tierras y en la de tabaco, pero no en las de alimentos. Esto evidencia que aunque las plantas extraen ^{40}K de la tierra, no hacen lo mismo con los otros elementos radiactivos. Además, las plantas y los frutos están expuestos a la deposición de aerosoles radiactivos, por lo que se comprueba que estos no penetran en ellas.

En las muestras de Tierra 1 y 2 se han podido distinguir entre tres y cuatro fotopicos correspondientes a elementos de las series del ^{238}U y ^{232}Th , por lo que se confirma la presencia de uranio y torio en estas muestras.

En cuanto al tabaco, solo se ha podido observar con claridad un fotopico correspondiente a un radioisótopo de la serie del ^{232}Th , mientras que se han encontrado cuatro fotopicos asociados a elementos de la cadena radiactiva del ^{238}U . Por lo que se puede decir que el tabaco tiene un mayor contenido de uranio que de torio.

En la tierra del Sahara, se ha constatado la presencia ^{40}K y de elementos de las series del ^{238}U y del ^{232}Th . Además, se ha advertido la presencia de ^7Be , un isótopo radiactivo que se origina en la estratosfera, a partir de la interacción de los rayos cósmicos con el oxígeno y nitrógeno presentes en la atmósfera terrestre. Después, el ^7Be se adhiere a los aerosoles presentes y, finalmente, precipita en forma de deposición húmeda o seca [14]. Es conocido que la calima del desierto del Sahara en ocasiones llega a las Islas Canarias y en la tierra correspondiente se ha detectado ^{137}Cs , que se atribuye a los residuos de los ensayos de las explosiones de bombas atómicas que los franceses llevaron a cabo en el desierto del Sahara entre 1960 y 1966. Sin embargo, no se ha detectado una presencia significativa de ^7Be . Esto podría atribuirse al hecho de que la tierra del Sahara no necesita alcanzar grandes alturas para llegar a las Islas Canarias. En las muestras de tierras del Sahara recogidas en Santander, no se han encontrado cantidades significativas de ^{137}Cs .

8. Apéndices

8.1. Apéndice I

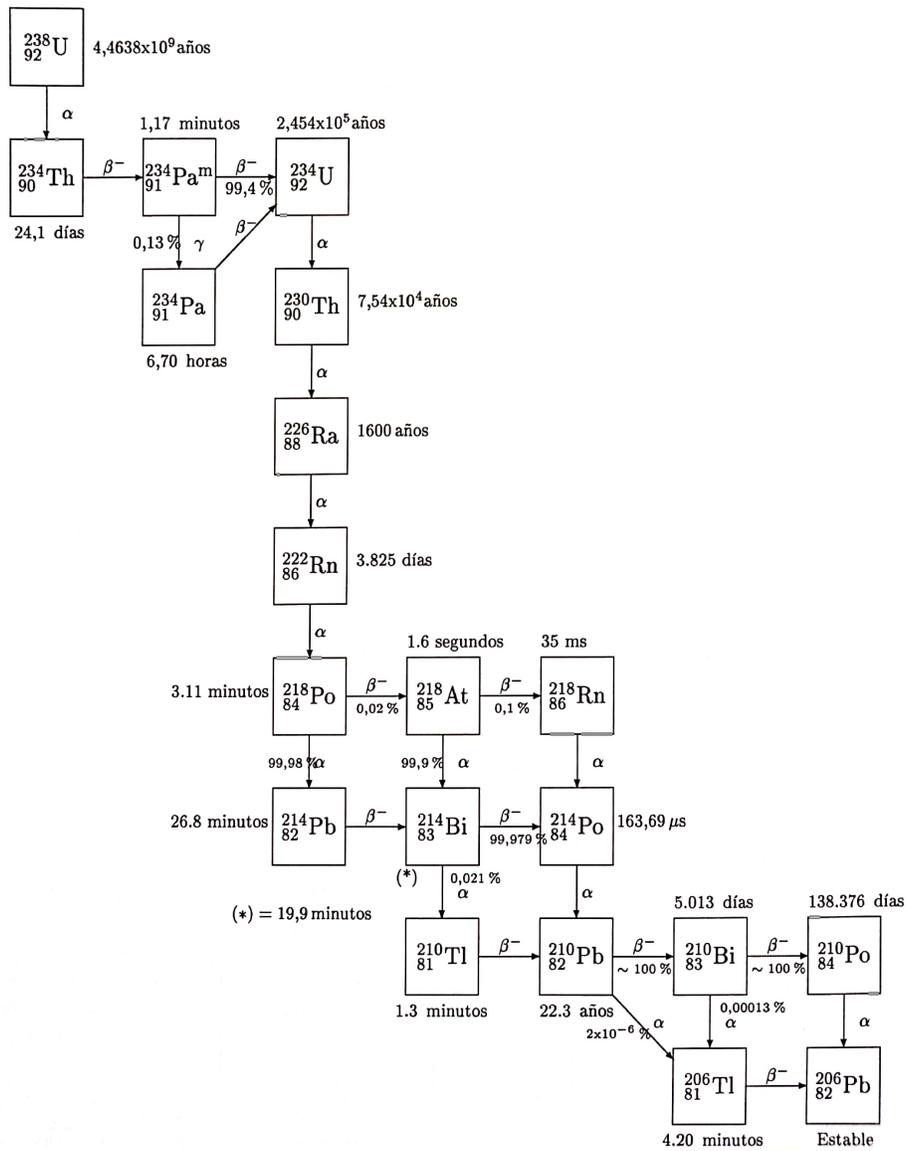


Figura 30. Cadena de desintegración del ^{238}U . [1]

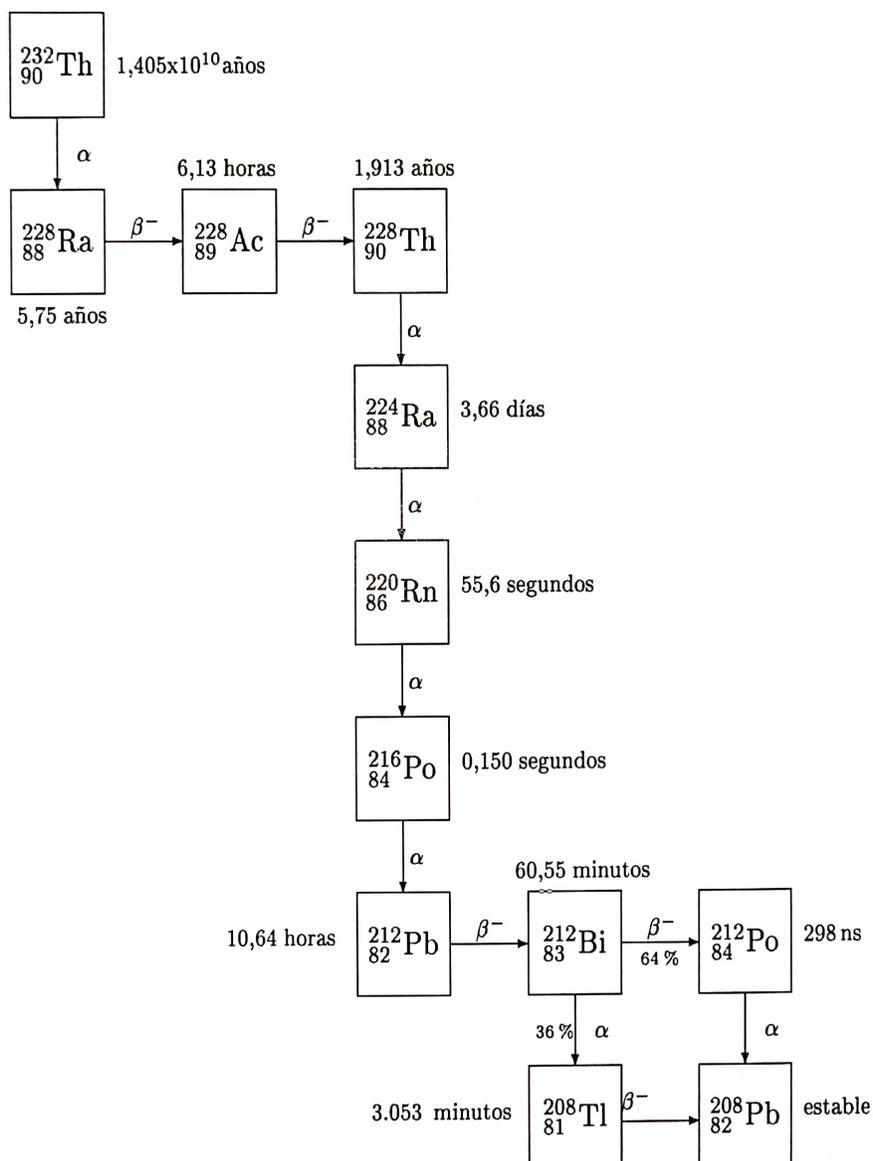


Figura 31. Cadena de desintegración del ^{232}Th . [1]

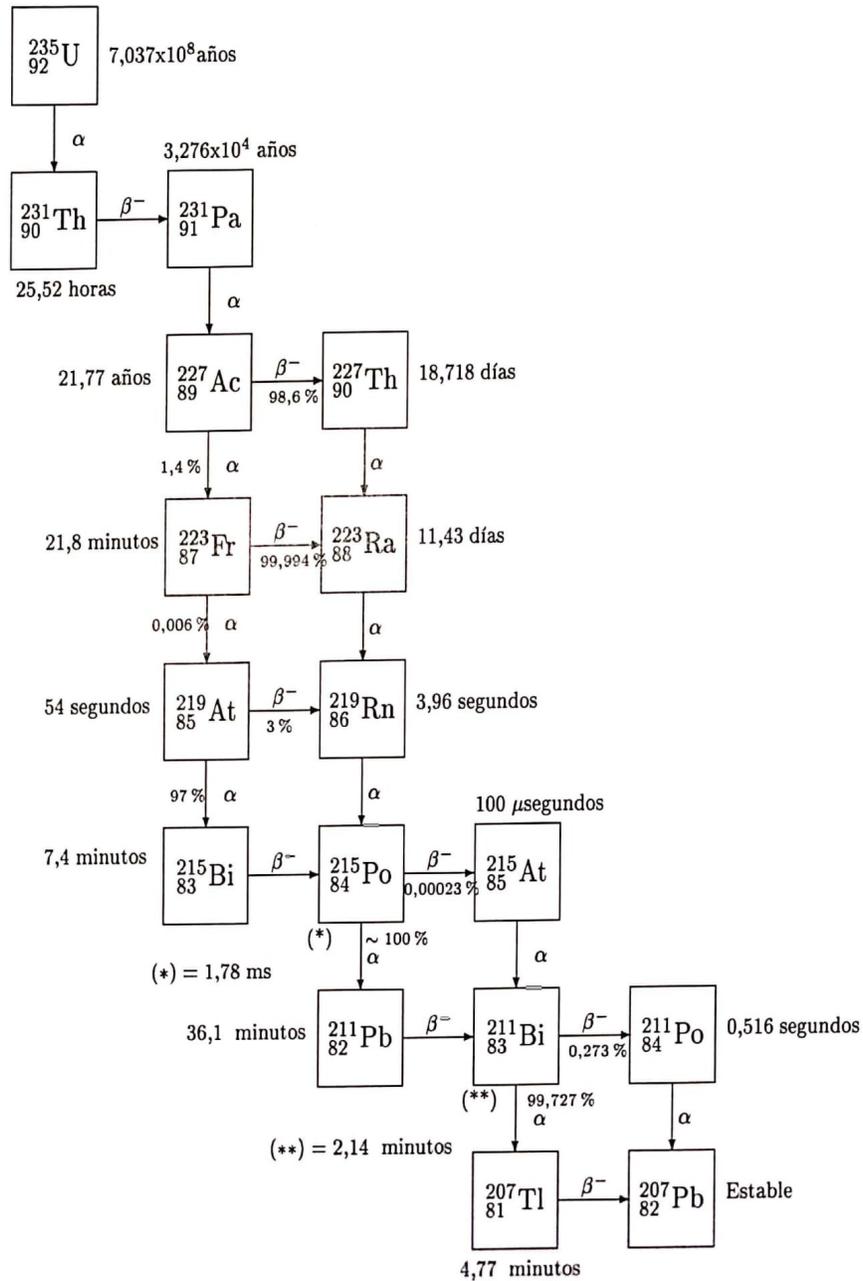


Figura 32. Cadena de desintegración del ^{235}U . [1]

8.2. Apéndice II

Programa principal

Este programa determina la eficiencia absoluta y la actividad para una muestra, teniendo en cuenta la autoabsorción de los rayos gamma dentro de la propia muestra. La geometría de la muestra es cilíndrica de radio $R_m = 3$ cm y se encuentra colocada a una distancia d del detector de INa. Este programa utiliza una la función PE descrita en el siguiente apartado.

Se introducen los datos referentes a una muestra determinada:

mm = % masa en gramos

```

Rm = 3 % radio en centímetros
hm = % altura en centímetros
mumastico = 0.051 % igual para todas las sustancias a la energía de 1460.8 keV
mum = (mumastico*mm)/(pi*9*hm);
dias = % el número de días que se midió la muestra
Np = % las cuentas del fotopico de 1460.8 keV

```

Se introducen los datos referentes al detector de INa:

```

Rd = 3*2.54/2.0 % radio
L = 3*2.54 % altura
mu = 0.18 % coeficiente de absorción del INa

```

La distancia entre la muestra y el detector es:

```

d0 = 0.60 % en metros

```

Se define la distancia de un punto de la muestra al detector:

```

dm = d0+hm

```

Se integra con la regla del trapecio para obtener la eficiencia absoluta en $r = 0$:

```

dd = 0.0001;
d = d0:dd:dm
Rd1=Rd;
xx=0;
[ic ifilas]=size(d)
for i = 1:ifilas
    di = d(i)
    OmegaRm = 2*pi*(1-((di-d0)/sqrt((di-d0)^2+Rm^2)))
    Rmi = (di-d0)*sqrt((1/(1-(OmegaRm/(4*pi))^2))-1)
    x = sqrt((di-d0)^2+Rmi^2)
    aten = (1.-exp(-mum*x))
    yy(i) = PE(di,Rd1,L,mu)*(1-aten)
    xx = xx+yy(i)
end
xxx = dd*(xx-0.5*(yy(1)+yy(ifilas)))
PTO = xxx./hm

```

Se integra con la regla del trapecio para obtener la eficiencia absoluta en $r = Rd$:

```

Shex = 3*Rd^2*sin(pi/3);
Rd2 = sqrt(3*Shex/pi); % radio obtenido a partir de la aproximación de 3 hexágonos
xx = 0;
[ic ifilas] = size(d);
for i = 1:ifilas;
    di = d(i);
    x = (di-d0)*sqrt((di+L/2)^2+Rd^2)/(di+L/2);
    aten = (1.-exp(-mum*x));
    yy(i) = PE(di,Rd2,L,mu)*(1-aten);
    xx = xx+yy(i);
end
xxx = dd*(xx-0.5*(yy(1)+yy(ifilas)));
PTRd = (xxx./hm)/3.0;

```

Se multiplica la eficiencia obtenida anteriormente por el cociente de la superficie de círculo y la de los 3 hexágonos:

```
eficabsRd = eficabsRd*pi*Rd^2/Shex;
```

Se calcula la eficiencia absoluta media para la muestra:

```
dr = 0.01*Rm;
r = 0:dr:Rm;
xx = 0;
[ic irm] = size(r);
for i = 1:irm;
    ri = r(i);
    yyy(i) = (PT0-(PT0-PTRd)/Rd^2*ri^2)*2*ri;
    xx = xx+yyy(i);
end
xxx = dr/Rm^2*(xx-0.5*(yyy(1)+yyy(irm)));
PT = xxx
```

Se obtiene la actividad de la muestra

```
rpt = 0.33; % cociente aproximado (cuentas fotopico)/(cuentas totales)
Prob = 0.1067 % probabilidad de que se emita un foton
Nt = Np/(dias*86400) % número de cuentas por segundo
A = Nt/(Prob*rpt*PT)
```

Función PE

Función para calcular la eficiencia absoluta del detector (sin tener en cuenta la autoabsorción en la muestra), es decir, la probabilidad de interacción del fotón en el detector. Se considera una fuente gamma puntual situada a una distancia d del detector (sobre su eje). El detector tiene radio r y espesor L .

```
function y = PE(d,Rd,L,mu)
    t1 = atan(Rd/(L+d));
    t2 = atan(Rd/d);
    tm = max(t1,t2);
    dt = 0.01*tm;
    t = 0.0:dt:tm;
    f1 = @(t) 0.5.*(1-exp(-mu.*L./cos(t))).*sin(t);
    y1 = quad(f1,0,tm);
    y = y1;
    if t2 > t1 ;
        f2 = @(t) 0.5.*(1-exp(-mu.*(Rd./sin(t)-d./cos(t)))).*sin(t);
        y2 = quad(f2,t1,t2);
        y = y+y2;
    end
end
```

8.3. Apéndice III

A continuación se generaliza el desarrollo expuesto en [11]. Se considera la medida de una muestra radiactiva durante un tiempo t_T y la debida al fondo F durante un tiempo t_F . Las cuentas debidas al fondo deben sustraerse de las

cuentas medidas para la muestra para obtener así las cuentas netas de la muestra N_N . Para reducir el error en N_N , puede ser conveniente tomar $t_F > t_T$. Si $T = t_F/t_T$, el número de cuentas netas (sin fondo) de la muestra puede escribirse como:

$$N_N = N_T + \frac{N_F}{T} = N_T + n_F \quad (49)$$

medidas en un tiempo t_T inferior al tiempo de medida del fondo t_F . Se definen: $T = t_F/t_T$ y $n_F = N_F/T$.

Considerando solo fluctuaciones estadísticas:

$$\sigma_{N_T} = \sqrt{N_T} \quad (50)$$

$$\sigma_{N_F} = \sqrt{N_F} \quad (51)$$

Suponiendo que los tiempos t_T y t_F no tienen asociada incertidumbre. El error de n_F se toma como:

$$\sigma_{n_F} = \frac{\sigma_{N_F}}{T} = \frac{\sqrt{N_F}}{T} = \sqrt{\frac{n_F}{T}} \quad (52)$$

Y la incertidumbre de N_M se expresa como:

$$\sigma_{N_M}^2 = \sigma_{N_T}^2 + \frac{\sigma_{N_F}^2}{T^2} = N_T + \frac{N_F}{T^2} = N_T + \frac{n_F}{T} \quad (53)$$

Si la muestra no presenta radiactividad, se denota el número de cuentas netas de la muestra como N_S y su error se expresa como:

$$\sigma_{N_S} = \sqrt{N_T + \frac{N_F}{T^2}} = \sqrt{N_T + \frac{n_F}{T}} \quad (54)$$

En esta situación, valor medio de N_S es cero, puesto que los valores medios de N_T y n_F son iguales. Entonces:

$$\sigma_{N_T} = \sqrt{\sigma_{N_T}} = \sqrt{n_F} = \sqrt{T} \sigma_{n_F} \quad (55)$$

Sustituyendo $\sigma_{N_T}^2 = N_T$ y $\sigma_{n_F}^2 = n_F/T$ en la ec. (54), se llega a:

$$\sigma_{N_S} = \sqrt{1 + T} \sigma_{n_F} \quad (56)$$

La probabilidad de que una muestra aleatoria de una distribución gaussiana tenga un valor dentro del intervalo $\pm 1.645\sigma$ de la media es del 90%. Como en este caso solo nos conciernen las desviaciones positivas de la media (porque los valores negativos de N_S se interpretan siempre como si no existiese una fuente de fotones), hay un 95% de probabilidad de que la muestra aleatoria caiga bajo la media más 1.645σ . Según esto, se define un límite crítico que asegura que la probabilidad de falso positivo no sea mayor del 5%.

$$L_C = 1.645 \sigma_{N_S} \quad (57)$$

Teniendo en cuenta la ec. (56):

$$L_C = 1.645 \sqrt{1 + T} \sigma_{n_F} \quad (58)$$

Si ahora se asume que el valor medio de N_S es positivo, es decir, que sí hay radiactividad real presente en la muestra, las conclusiones de que no hay radiactividad presente son falsos negativos. Claramente, para valores medios de N_S iguales a L_C , la tasa de falsos negativos es del 50%, debido a que la distribución Gaussiana es simétrica respecto del valor medio. Se define, entonces, un número de cuentas mínimas para las que la probabilidad de falso negativo sea del 5%. El número de cuentas N_S que cumplen este criterio se denotan como N_D .

Para asegurar que el 95% del área de la distribución N_S supera el nivel crítico L_C :

$$N_D = L_C + 1.645 \sigma_{N_D} \quad (59)$$

Como una primera aproximación, se considera que todas las señales son pequeñas comparadas con el fondo, por lo que $N_D \ll n_F$. Esto lleva a que:

$$\sigma_{N_D} \cong \sqrt{1+T} \sigma_{n_F} \quad (60)$$

Sustituyendo en la ec. (59) se obtiene:

$$N_D = 3.29 \sqrt{1+T} \sigma_{n_F} \quad (61)$$

Sin embargo, la expresión (60) lleva implícita la asunción de que la anchura de la distribución neta de N_S cuando hay radiactividad presente es igual a la distribución neta de N_S cuando no hay radiactividad presente. En realidad, estas dos anchuras no son iguales. Un cálculo más riguroso siguiendo la ec. (54) sería el siguiente:

$$\sigma_{N_D} = \sqrt{N_T + \frac{N_F}{T}} = \sqrt{n_F + N_D + \frac{n_F}{T}} = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{T}\right) n_F + N_D} \quad (62)$$

Expandiendo dicha expresión para $N_D \ll n_F$:

$$\sigma_{N_D} \cong \sqrt{\left(1 + \frac{1}{T}\right) n_F} \left[1 + \frac{N_D}{2 \left(1 + \frac{1}{T}\right) \sigma_{n_F}} \right] \quad (63)$$

Sustituyendo la ec. (61) en la ec. (63), se llega a:

$$\sigma_{N_D} = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{T}\right) n_F} \left[1 + \frac{3.29 \sqrt{1+T} \sigma_{n_F}}{2 \left(1 + \frac{1}{T}\right) \sigma_{n_F}} \right] \quad (64)$$

Y sustituyendo $n_F = T \sigma_{n_F}^2$ en la expresión (64):

$$\sigma_{N_D} = \sqrt{1+T} \sigma_{n_F} + 1.645 \quad (65)$$

Despejando n_F en la ec. (65) y sustituyendo en la ec. (61), se obtiene:

$$N_D = 3.29 \sqrt{1+T} \sigma_{n_F} + 2.706 \quad (66)$$

8.4. Apéndice IV

Muestra	m (g)	h (cm)	t_T (días)	N_T	N_F	N_N	δN_N	A_{exp} (Bq)	δA_{exp} (Bq)
Arroz blanco	82.8	3	2	13024	11648	1376	137	2.3	0.3
Harina de trigo	51.7	2.2	3	21945	19254	2691	191	2.6	0.2
Pan rallado	51.3	1.9	3	19704	14116	5588	174	5.1	0.2
Leche en polvo	51.4	2.3	3	40193	21809	18384	238	18.0	0.5
Alubias	50.6	1.9	4	66673	26945	39728	306	54.8	1.3
Garbanzos	73.4	3	2	26339	14013	12326	183	20.4	0.6
Lentejas	87.7	3	2	24656	12521	12135	176	20.3	0.6
Patata roja	51.1	1.9	2	41540	14414	27126	221	35.1	0.9
Patata blanca	51.2	1.5	2	41445	13456	27989	219	25.7	0.6
Zanahoria	51.2	2.7	2	48351	14614	33737	236	53	1
Puerro	27.1	2.5	2	35159	15015	20144	207	29.9	0.8
Berza	50.8	2.9	2	44744	12581	32163	226	52	1
Lombarda	61.8	2.9	2	49600	13602	35998	237	58	1
Brocoli	45.2	3.0	4	89802	29105	60697	345	49	1
Calabaza	68.8	3.0	2	87744	13948	73796	308	122	2
Setas	50.3	3.0	2	43449	14332	29117	225	47	1
Tierra 1	113	3.0	2	75000	18872	56128	299	64	1
Tierra 2	50.6	1.5	2	29749	13656	16093	191	20.8	0.6
Fertilizante	94.5	3.0	2	239530	13852	225678	496	379	6
Cáscara de plátano	51.0	3.0	2	94595	14057	80538	319	131	2
Cáscara de banana	50.4	2.9	2	71358	13824	57534	280	92	2
Cáscara de melón	50.4	2.8	2	35906	12932	22974	206	36.3	0.8
Cáscara de naranja	50.1	2.9	2	20409	14057	80538	319	12.4	0.4
Cáscara de mango	51.0	2.2	3	31536	18680	12856	213	12.4	0.4
Aguacate	50.5	2.8	2	26708	12521	14187	182	22.4	0.6
Cáscara de higo	62.8	3.0	2	32025	13852	18173	197	29.8	0.7
Cáscara de kiwi amarillo	74.4	3.0	2	41818	14257	27561	221	46	1
Cáscara de kiwi verde	41.5	2.1	4	91786	28149	63637	346	45	1
Langostinos	50.8	2.9	2	18694	11607	7087	157	11.4	0.4
Almejas	100.3	2.4	2	12087	11709	378	134	0.6	0.2
Cáscara nuez	50.2	2.9	2	13625	10412	3213	137	5.1	0.3
Castañas	43.6	3.0	2	14777	12630	2147	145	3.5	0.3
Cáscara avellana	55.3	3.0	2	14624	12313	2311	144	3.8	0.3
Avellana	98.0	3.0	2	23192	14013	9179	174	15.5	0.5
Almendra	72.7	3.0	2	21462	12381	9081	166	15.0	0.5
Pimentón	50.2	3.0	2	36950	13063	23887	209	38.8	0.9
Poivre noir	59.0	3.0	2	27271	13499	13872	185	22.7	0.6
Poivre rose	24.5	3.0	2	16639	12234	4405	151	7.0	0.3
Jengibre	51.0	3.0	2	42792	12917	29875	222	49	1
Nuez moscada	44.3	2.5	2	15867	12076	3791	148	5.7	0.3
Canela	42.8	2.4	1	7978	5720	2258	97	6.7	0.4
Colorante	62.9	2.7	1	6441	5662	779	89	2.5	0.3
Azúcar	95.6	3.0	2	15132	14683	449	150	0.8	0.3
Café molido	51.0	3.0	2	32453	15607	16846	201	27.4	0.7
Café instantáneo	36.4	3.0	2	35898	13248	22650	206	36.4	0.8
Sazonador pescado	102.7	3.0	2	21206	12351	8855	165	15.0	0.5
Sal marina	121.4	3.0	2	13801	12556	1245	142	2.1	0.3
Tabaco 1	33.0	3.0	3	49680	20778	28902	255	30.9	0.7
Tabaco 2	43.6	3.0	2	29006	14740	14266	191	23.1	0.6

Tabla 10. Datos obtenidos del análisis del fopico de ^{40}K para las muestras estudiadas. Se recoge la masa m y la altura h de la muestra, el tiempo de medida t_T , las cuentas totales N_T medidas durante t_T , las cuentas debidas al fondo N_F normalizadas al tiempo de medida de la muestra, las cuentas netas N_N de la muestra y la actividad que proporciona el método en Matlab A_{met} . ($\delta m = \pm 0.1$ g, $\delta h = \pm 0.1$ cm.)

9. Referencias

- [1] G. Cortes Rossell. (2004) “Aportaciones al estudio de los campos de radiación ionizante ambiental”. [Tesis de Doctorado, Universitat Politècnica de Catalunya (UPC)]
- [2] L. Garzón Ruiperez. (1979) “Radiactividad y medio ambiente”. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Oviedo.
- [3] C. Yamil Chain, L. Illanes. (2015). “Radiofármacos en medicina nuclear: Fundamentos y aplicación clínica”. Editorial de la Universidad de La Plata.
- [4] A. Tanarro. (1970). “Instrumentación Nuclear”, Publicaciones Jen. Madrid .
- [5] N. Tsoulfanidis, S. Landsberger. (2015). “Measurement and Detection of Radiation”. CRC Press .
- [6] NIST XCOM library. <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/Text/XCOM.html>
- [7] A. M. El-Khatib. (2013). “Calculation of Full Energy peak Efficiency of NaI(Tl) Detectors by New Analytical Approach for Cylindrical Sources”. International Journal of Instrumentation Science, 2(2), 13-24.
- [8] M. I. Abbas. (2001). “HPGe detector photopeak efficiency calculation including self-absorption and coincidence corrections for Marinelli beaker sources using compact analytical expressions”. Applied Radiation and Isotopes, 54(5), 761-768.
- [9] M. Attrep, B. Kahn. (2008). “Determination of Gamma Ray Self-absorption in a KCl Sample”. Radioanalytical Chemistry Experiments. Springer, New York, NY.
- [10] C. Dovlete, P. P. Povinec. (2004). “Quantification of uncertainty in gamma-spectrometric analysis of environmental samples”. Quantifying uncertainty in nuclear analytical measurements, 103.
- [11] G. F. Knoll. (2000). “Radiation Detection and Measurement”. John Wiley Sons, Inc.
- [12] <https://nucleus.iaea.org/sites/ReferenceMaterials/Pages/IAEA-447.aspx>
- [13] IAEA library. <https://www-nds.iaea.org/nuclearmoments/isotopemeasurementresults.php?A=7Z=4>
- [14] Hy. Cho, Y. Hong, G. Kim. (2011). “Atmospheric depositional fluxes of cosmogenic ^{35}S and ^7Be : Implications for the turnover rate of sulfur through the biosphere”. Atmospheric Environment, 45(25), 4230-4234.