



*Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos,
Canales y Puertos.*
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



INFLUENCIA DEL COMPORTAMIENTO NO LINEAL DE LOS CABLES EN EL PROCESO DE ATIRANTAMIENTO DE UN PUENTE ATIRANTADO ASIMETRICO

Trabajo realizado por:

Alaia Malaina Arjones

Dirigido:

Oscar Ramón Ramos Gutiérrez

Titulación:

**Máster Universitario en
Ingeniería de Caminos, Canales y
Puertos**

Santander, 8 de julio de 2022

TRABAJO FIN DE MASTER



Escuela Técnica Superior de
Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

Influencia del comportamiento no lineal de los cables en el proceso de atirantamiento de un puente atirantado asimétrico

Autora: Alaia Malaina Arjones

Dirigido por: Óscar Ramón Ramos Gutiérrez

Santander, 8 de Julio de 2022



RESUMEN

Título:	Influencia del comportamiento no lineal de los cables en el proceso de atirantamiento de un puente atirantado asimétrico
Estudiante:	Alaia Malaina Arjones
Tutor:	Óscar Ramón Ramos Gutiérrez
Fecha:	8 de julio 2022
Palabras clave:	Cable estructural, comportamiento lineal, comportamiento no lineal, geométrico, material

El objetivo de este proyecto de fin de máster es analizar la influencia del comportamiento mecánico no lineal de los cables estructurales, en el caso de un puente atirantado asimétrico, durante su proceso de atirantamiento. Para la modelización de la estructura, se ha utilizado el programa de cálculo Sofistik, que ofrece la posibilidad de realizar análisis lineales y no lineales de las estructuras para cada etapa del proceso constructivo, y que es ampliamente utilizado en el diseño de puentes. En las aplicaciones presentadas aquí, el interés se centrará en la no linealidad geométrica y material de los cables, estando ambos presentes durante la vida útil de un cable.

Se compararán los resultados obtenidos en los análisis, con el fin de conocer el grado de importancia de este comportamiento. En el caso de que se observen variaciones, se identificarán las situaciones en las que es correcto y seguro aplicar cada tipo de hipótesis de cálculo.

El caso práctico se trata de un puente atirantado asimétrico compuesto por un tablero de hormigón armado, un mástil pretensado y cables estructurales frontales y de retención. En primer lugar, se presentan los elementos clave y las etapas necesarias para los distintos métodos de análisis. Posteriormente, se define la validez de cada uno de los resultados, obteniendo el procedimiento óptimo a implementar para el diseño del proceso constructivo para este tipo de obra.

ABSTRACT

Title: Influence of nonlinear cable behavior on the cable-staying process of an asymmetric cable-stayed bridge.
Author: Alaia Malaina Arjones
Tutor : Óscar Ramón Ramos Gutiérrez
Call: 8th July 2022
Key Words: Structural cable, lineal behaviour, non-linear, geometric, material

The aim of this final year project is to analyze the influence of the non linear mechanical behaviour of structural cables, in the case of an asymmetric cable-stayed bridge during its construction process. Sofistik software was used for modelling the structure, which offers the possibility to perform linear and non-linear analyses of structures for each construction process step, and which is widely used in bridge design. In the applications presented here, the interest will be focused on the geometric and material non-linearity of the cables, knowing that they are both present during the construction process.

The results obtained from the models will be compared, in order to know the rate of importance of this kind of calculation. In the case in which variations are observed, an identification will take place with the situations in which it is correct and safe to apply each type of hypothesis.

The analyses are carried out for an asymmetric cable-stayed bridge composed by a reinforced concrete slab, a prestressed pylone and frontal and retention structural cables. Firstly, the key elements and steps required for the different analysis methods are presented. Subsequently, the validity of each of the results is defined, obtaining the optimal path to follow.

Índice

1	INTRODUCCIÓN	9
1.1	Motivación y objetivos	9
1.2	Organización de la memoria	10
2	MARCO TEÓRICO	11
2.1	Comportamiento mecánico lineal y no lineal	11
2.2	Contexto histórico	12
2.2.1	Método de Newton-Raphson	14
2.2.2	Método de Rigidez lineal o Rigidez Constante	15
2.2.3	Método de Relajación Dinámica	15
2.2.4	Método de Longitud de Arco	16
2.3	Cálculo teórico de cables	17
2.4	Tipología de cables	27
2.5	Modelización y cálculo	27
2.5.1	Modelo por muelles	28
2.5.2	Modelo por barras	28
2.5.3	Modelo por tirantes	29
2.6	Proceso constructivo de puentes	30
3	CASO PRÁCTICO	32
3.1	Geometría	33
3.1.1	Mástil	34
3.1.2	Tablero	35
3.1.3	Estribos y cimentaciones	36
3.1.4	Tirantes	37
3.2	Proceso constructivo	37
4	MODELIZACIÓN EN SOFISTIK	40
4.1	Análisis lineal	43

4.2	Análisis no lineal	45
4.3	Análisis lineal modificado	47
5	RESULTADOS	50
5.1	Análisis lineal	50
5.2	Análisis no lineal material	52
5.3	Análisis no lineal geométrico	55
6	CONCLUSIONES	65
6.1	Conclusiones principales	65
6.2	Perspectiva y futuros trabajos	66
A	Resultados	68
A.1	Análisis no lineal material	68
A.2	Análisis no lineal geométrico	70
A.2.1	Efecto de la catenaria	72
A.2.2	Efecto del alargamiento	79

Índice de figuras

1	Métodos de iteración Newton-Raphson (regular a la izquierda y modificado a la derecha) [2]	14
2	Método de Rigidez lineal [2]	15
3	Método de Longitud de Arco [7]	16
4	Caso práctico [6]	18
5	Variación de la rigidez elástica [6]	19
6	Variación de la rigidez geométrica [6]	20
7	Variación de las rigideces elástica y geométrica [6]	20
8	Representación de las variables que definen un cable [4]	21
9	Representación de los valores de los módulos de elasticidad tangente y secante de un cable [4]	22
10	Tensión equivalente [10]	23
11	Desplazamiento vertical en el tablero (arriba) y desplazamiento horizontal en el mástil (abajo) para un análisis no lineal geométrico [14]	24
12	Comparación general entre modelo lineal y no lineal para un análisis no lineal geométrico de un cable [3]	25
13	Desplazamiento vertical en el tablero (arriba) y desplazamiento horizontal en el mástil (abajo) para un análisis no lineal material [14]	26
14	Curva tensión - deformación tipo de un acero estructural	29
15	Ubicación del puente	32
16	Ubicación del puente	33
17	Alzado y planta del puente [9]	34
18	Mástil del puente [9]	35
19	Sección transversal tipo del puente [9]	36
20	Estribo EP [9]	37
21	Construcción de vanos menores en tierra sobre cimbra cuajada [8]	38
22	Construcción del vano principal sobre el río apoyado en torres provisionales pilotadas [8]	38
23	Instalación y puesta en carga de los tirantes delanteros y traseros y retirada de las torres provisionales en el río [8]	39
24	Tesado del pretensado del vano central del tablero, instalación de barreras, firme y acabados y tesado definitivo de los tirantes [8]	39

25	Vista 3D del modelo de cálculo del puente en Sofistik	40
26	Definición del material en Sofistik para un análisis lineal	44
27	Definición de las secciones en Sofistik para un análisis lineal	45
28	Definición de análisis lineal en Teddy	45
29	Definición del material en Sofistik para un análisis no lineal	46
30	Definición de las secciones en Sofistik para un análisis no lineal	46
31	Definición del análisis no lineal material (arriba) y no lineal geométrico (abajo) en Teddy	47
32	Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en las parejas de cables delanteros 1 a 6, según un análisis lineal	50
33	Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en las parejas de cables delanteros 7 a 12, según un análisis lineal	51
34	Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en las parejas de cables de retenida 1 a 4, según un análisis lineal	51
35	Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en la pareja de cables delanteros 1 a 6, según un análisis no lineal material	53
36	Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en la pareja de cables delanteros 7 a 12, según un análisis no lineal material	53
37	Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en la pareja de cables de retenida 1 a 4, según un análisis no lineal material	54
38	Variación del esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento ($[P] - [P-1]$) en el cable 52001, según un análisis lineal y no lineal material	54
39	Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en la pareja de cables delanteros 1 a 6, según un análisis no lineal geométrico	56
40	Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en la pareja de cables delanteros 7 a 12, según un análisis no lineal geométrico	56
41	Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en la pareja de cables de retenida 1 a 4, según un análisis no lineal geométrico	57
42	Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable	58
43	Relación entre el módulo de elasticidad del acero y el módulo de elasticidad aparente durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable	58
44	Flecha durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable	59

45	Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable	61
46	Flecha durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable	61
47	Relación entre el módulo de elasticidad del acero y el módulo de elasticidad aparente durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable	62
48	Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable	62
49	Relación entre el módulo de elasticidad del acero y el módulo de elasticidad aparente durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable	63
50	Flecha durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable	63

Índice de cuadros

1	Proceso de atirantamiento	42
2	Cargas de tesado en tirantes delanteros y de retenida durante el proceso de atirantamiento	43
3	Módulos de elasticidad aparente para el cable 51001	49

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Motivación y objetivos

En las últimas décadas se han producido importantes avances en el análisis teórico y el desarrollo de modelos numéricos ligados al comportamiento mecánico de las estructuras. La generalización de estas nuevas herramientas ha permitido aumentar considerablemente la complejidad técnica de los proyectos y ha hecho evolucionar las tareas de los ingenieros de estructuras.

El trabajo diario de éstos ha pasado de la necesidad de realizar un gran número de simplificaciones y cálculos a mano utilizando tablas y gráficos, a la capacidad de modelar estructuras complejas en 3D. Estos avances reducen la necesidad de hacer suposiciones, así como el tiempo de resolución. El ahorro de tiempo y recursos que supone ha facilitado igualmente el desarrollo de proyectos de mayor envergadura y complejidad.

Gracias a la creación de programas de cálculo, íntimamente ligado a los desarrollos en el campo de los elementos finitos, y a la mejora de la potencia de los ordenadores, es posible dibujar estructuras en 3D y realizar cálculos de operaciones complejas, obteniendo resultados precisos en pocos minutos, o incluso segundos, de compilación. Es por ello que, hoy en día, gracias a las innovaciones tecnológicas, es posible diseñar y construir estructuras cada vez más exigentes desde el punto de vista técnico.

Para hacer uso de estos programas, las estructuras a calcular deben descomponerse en elementos definidos matemáticamente y geoméricamente. Los programas informáticos actuales incluyen una lista de elementos simples, como nodos, barras, placas, etc., a los que se les asocian propiedades geométricas: material, sección, condiciones de contorno; para luego poder realizar el cálculo de esfuerzos según las leyes físicas que mejor se adapten a cada caso.

Como consecuencia del desarrollo de estas herramientas numéricas, se han añadido tipos de elementos más complejos a los programas. La principal complejidad de estos nuevos elementos es la consideración de características mecánicas no lineales, para los cuales hay que realizar cálculos iterativos para encontrar el equilibrio estático. Este hecho, junto con los grandes desplazamientos y las dificultades de convergencia que puedan aparecer, puede dificultar la compilación del modelo. Nos encontramos frente a una situación común en el cálculo del comportamiento mecánico de cables estructurales.

Debido a su comportamiento no lineal, es difícil llevar a cabo las simplificaciones convencionales normalmente utilizadas para la modelización de vigas o pilares, con el riesgo de obtener resultados muy alejados de la realidad.

Esta falta de capacidad para simplificar un elemento cada vez más utilizado en la construcción, supone a menudo, una pérdida de tiempo, y por tanto de dinero, por parte de los ingenieros, que a menudo se ven obligados a realizar estudios y pruebas, así como a aplicar diversos métodos secundarios para garantizar la fiabilidad de sus estructuras atirantadas.

En el caso de un puente atirantado, el comportamiento no lineal de los cables está presente en varios momentos de su vida útil, dependiendo de la geometría del puente. En algunos casos, dicho comportamiento aparece durante el proceso de atirantamiento, ya que es el momento en el que los cables sufren una mayor variación de esfuerzos internos. Es por ello que durante el diseño del proceso

de atirantamiento es importante analizar la variación de esfuerzos en cada uno de los cables, aplicando análisis no lineales. Será igualmente necesario realizar un seguimiento durante la puesta en carga, para asegurar el buen comportamiento de los mismos. En otros casos, el comportamiento no lineal será más visible en las situaciones de mayor carga del puente, por lo que será importante estudiar todas las posibilidades a las que la estructura deba enfrentarse durante su vida.

Los objetivos de este trabajo son, comprender la problemática teórica en torno al cálculo mecánico de los cables estructurales, así como analizar la variación de resultados que se puede obtener realizando un cálculo lineal o no lineal aplicado a la fase constructiva de un puente atirantado. Se utilizará un caso de estudio, que se modelizará en el programa de cálculo Sofistik, para finalmente analizar las hipótesis de cada análisis y cuantificar la variación de los resultados, así como la presencia del comportamiento no lineal en este tipo de estructuras.

1.2 Organización de la memoria

Este documento se divide en seis capítulos. Tras la introducción de la memoria, se realiza una revisión de los conocimientos teóricos sobre el comportamiento mecánico de los cables y su modelización por métodos de elementos finitos.

En el tercer capítulo se describe el caso práctico. Se presenta el proceso de diseño de la estructura, así como la definición de las cargas y las condiciones de contorno.

El cuarto capítulo está dedicado a la modelización del caso práctico para un análisis lineal y un análisis no lineal. Se presentarán las distintas hipótesis a definir.

A continuación, en el quinto capítulo, se presentarán los resultados obtenidos y una comparación de los mismos. Se realizará un análisis para comprender las variaciones entre ellos.

Por último, en el sexto capítulo, se hará una síntesis del trabajo realizado y se explicarán las conclusiones obtenidas. También se presentarán las perspectivas para la continuación del estudio.

2 MARCO TEÓRICO

2.1 Comportamiento mecánico lineal y no lineal

El análisis del comportamiento mecánico lineal de cuerpos es una herramienta base en los métodos de cálculo de estructuras. Este análisis está basado en las hipótesis de linealidad constitutiva (comportamiento mecánico lineal del material) y linealidad geométrica (capacidad de formular el equilibrio de un cuerpo en su estado inicial) [1].

Sin embargo, existen situaciones en las cuales, por características materiales o geométricas, no se pueden considerar estas hipótesis de linealidad, ya que los resultados distarían demasiado de la realidad.

Para demostrarlo, se muestra a continuación la función de deformaciones longitudinales unitarias en un cuerpo:

$$\epsilon_x^* = \frac{\delta u^*}{\delta x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\delta u^*}{\delta x} \right)^2 + \left(\frac{\delta v^*}{\delta x} \right)^2 + \left(\frac{\delta w^*}{\delta x} \right)^2 \right] \quad (1)$$

Si ahora se consideran los desplazamientos del cuerpo $d^* = \{u^*, v^*, w^*\}$, donde $d^* = \epsilon d_1$, obtenemos la siguiente expresión:

$$\epsilon_x^* = \frac{\delta u_1}{\delta x} + \frac{\epsilon^2}{2} \left[\left(\frac{\delta u_1}{\delta x} \right)^2 + \left(\frac{\delta v_1}{\delta x} \right)^2 + \left(\frac{\delta w_1}{\delta x} \right)^2 \right] \quad (2)$$

Podemos observar que, en el caso de considerar desplazamientos pequeños, el valor de épsilon también puede ser considerado pequeño, formando una ecuación de segundo grado como se muestra en la fórmula 13. Sin embargo, en el caso en el que el valor de las deformaciones aumenta, épsilon debe ser considerada en la ecuación, transformándola en una ecuación de cuarto grado, impidiendo así la linearización del problema.

Es en ese caso donde es necesario incorporar en el análisis estructural la influencia de la esbeltez geométrica en las condiciones de equilibrio del cuerpo. Así es como el análisis de la no linealidad geométrica aparece en los cálculos. En otras ocasiones será la no linealidad material la que entre en juego, y en otras, ambos comportamientos no lineales al mismo tiempo.

En el análisis no lineal, el equilibrio se encuentra en la configuración deformada. Para calcularla, hay que aplicar métodos numéricos, que permiten realizar cálculos iterativos a gran velocidad. El uso de métodos iterativos es necesaria, ya que la configuración deformada es, en principio, desconocida.

Este tipo de cálculo, conocido como efecto P-Delta, finaliza cuando el resultado final converge. Los desplazamientos finales dependen, de forma no lineal, de las tensiones en los cuerpos.

2.2 Contexto histórico

En 1744, Leonhard Euler publicó *Methodus Inveniendi Lineas Curvas Maximi Minimivi Proprietate Gaudentes*. Su anexo titulado *Additamentum I. De Curvis Elasticis* puede ser considerado como el origen de la teoría del comportamiento no lineal, ya que presenta la solución al problema de la deformación plana de una pieza alargada sometida a flexión [1].

El principio utilizado para explicar dicha solución es que la energía de deformación (según Euler definida como fuerza potencial) acumulada en un cuerpo debe ser mínima en la curva elástica. El desarrollo de la ecuación que determina la deformación de la pieza se efectúa aplicando el método de máximos y mínimos, método definido y desarrollado por él mismo [1].

Se trata de la primera aplicación de un método iterativo para la resolución de un problema elástico y, al mismo tiempo, el primer estudio sistemático de la elástica, es decir, la primera resolución del problema elástico en 2D sin considerar ninguna restricción respecto a la magnitud de los desplazamientos o las deformaciones (curvatura) de los elementos.

El problema resuelto por Euler sólo considera las deformaciones por flexión, pero no las derivadas del alargamiento y esfuerzo cortante. Para ello, Euler parte de la definición de la fuerza potencial de una barra sometida a flexión:

$$\int \frac{dS}{R^2} = \int \frac{M^2}{(EI)^2} dS \quad (3)$$

que es precisamente la energía de deformación (flexión) dividida por la rigidez a flexión EI .

Un siglo después, Kirchhoff adaptó las investigaciones de Euler al caso tridimensional, y unos años más tarde, sus conclusiones fueron retomadas y ampliadas en el tratado de Love.

En la década de 1970, Antman y Green, así como Naghdi y Wenner, establecieron las bases para la formulación de las teorías de elementos alargados, basadas en dos posibles opciones:

- La restricción a una dimensión de las ecuaciones de campo del sólido tridimensional (teoría basada en la continuidad tridimensional)
- La modelización del sólido como un continuo unidimensional con un conjunto de vectores asociados a cada uno de sus puntos (teorías directas).

Finalmente, en la década de 1980, Reissner aportó la consideración de las deformaciones debidas a las fuerzas axiales y cortantes en el marco de una teoría no lineal en la que la amplitud de estas deformaciones y los desplazamientos asociados no están limitados. Como resultado, formuló la teoría denominada *Modèle géométriquement exact des éléments allongés* [1].

Hoy en día, existen varios métodos capaces de calcular el comportamiento no lineal de los cables mediante la aplicación de elementos finitos. Los más utilizados en los cálculos numéricos son:

- **Métodos incrementales:** método de Euler

- **Métodos iterativos:** método de Newton-Raphson, método de Newton-Raphson modificado, método de Quasi-Newton
- **Métodos de continuidad:** método de longitud de arco

Todos estos métodos se basan en el cálculo iterativo de un desequilibrio, que disminuye a lo largo de las iteraciones hasta llegar a un punto de convergencia en el que se encuentra el equilibrio. Esta función de desequilibrio puede formularse como sigue:

La forma matricial:

$$M\ddot{u} = F_{ex} - F_{int}\dot{u} \quad (4)$$

La forma discretizada:

$$r(u, \lambda) = f_{int}(u) - \lambda f_{ex} \quad (5)$$

donde:

λ = porcentaje de la carga aplicada en la iteración

r = función de desequilibrio

u = desplazamiento de la masa

M = masa

\dot{u} = velocidad de la masa

\ddot{u} = aceleración de la masa

La función se define entonces como la diferencia entre la fuerza externa aplicada y la fuerza interna resistente.

El proceso general para resolver este problema es el siguiente: en cada iteración de cálculo, se aplica una fuerza externa a la estructura ($\Delta f = f_{ext} - f_{int}$). A continuación se calcula el desplazamiento (Δu) inducido por esta variación de fuerza en la estructura. Finalmente, se obtiene la fuerza interna (f_{int}) inducida por el desplazamiento. Al final de la operación, se comprueba el equilibrio mediante la fórmula 5. Si no se verifica, se reinicia el cálculo del desplazamiento con la nueva fuerza interna calculada (que será diferente según el método) y, si se verifica, la iteración ha terminado. Se calcularán varias iteraciones hasta conseguir aplicar la carga completa y, al converger el modelo, se alcanza el resultado final.

IMAGEN

Para calcular el desplazamiento inducido por la fuerza externa, se define una matriz de rigidez y, dependiendo del método aplicado, esta matriz variará a lo largo del proceso de cálculo o permanecerá inalterada.

La matriz de rigidez se define como sigue:

$$\delta u_i = K_i \Delta f \quad (6)$$

donde:

K_i : matriz de rigidez

A continuación se presentan los métodos más utilizados en el ámbito del análisis de elementos finitos.

2.2.1 Método de Newton-Raphson

Este es uno de los métodos más utilizados en los programas de elementos finitos. A veces también se refiere a él como *rigidez tangencial* en contraposición a los métodos que se denominan *rigidez lineal o constante*.

Existen dos variantes de este método: regular y modificado de Newton-Raphson.

- *Newton-Raphson regular*: Este método se basa en el cálculo repetitivo de la matriz de rigidez K en cada iteración. Por tanto, los pasos de este método son más tediosos, debido al gran número de cálculos que hay que realizar en cada paso, pero al mismo tiempo son mucho más rigurosos, por lo que no suele ser necesario un gran número de iteraciones para que el modelo converja.
- *Newton-Raphson modificado*: La diferencia entre este modelo y el anterior es que, en lugar de recalculer la matriz de rigidez K en cada cálculo del desplazamiento, sólo se calcula al principio de cada iteración. De este modo, se utiliza la misma matriz en todos los cálculos de la misma iteración. Esto permite que el método sea más rápido, ya que cada iteración tiene menos cálculos a realizar, pero al mismo tiempo aumenta el número de iteraciones, debido a la pérdida de precisión.

En ambos casos, la matriz de rigidez será no simétrica. Se muestra a continuación la evolución de los dos métodos:

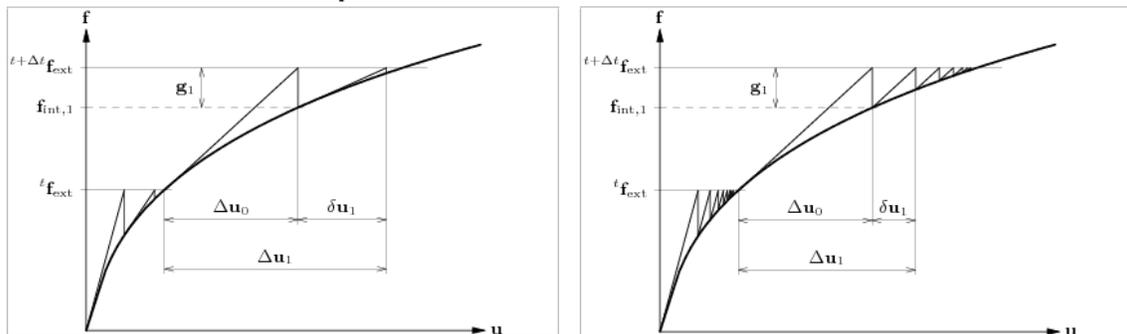


Figura 1: Métodos de iteración Newton-Raphson (regular a la izquierda y modificado a la derecha) [2]

2.2.2 Método de Rigidez lineal o Rigidez Constante

Este método se utiliza normalmente después de la aplicación del método Newton Raphson, en caso de que éste último no converja correctamente. La diferencia con el método anterior es que, en este caso, la matriz de rigidez se mantiene constante durante todo el proceso.

Como los valores de la matriz de rigidez no varían, se mantiene simétrica. A continuación se muestra una ilustración con el desarrollo del método:

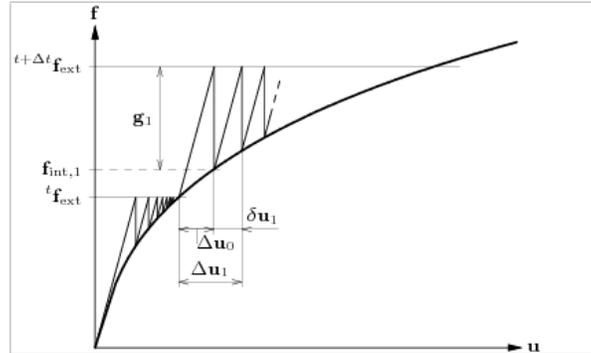


Figura 2: Método de Rigidez lineal [2]

2.2.3 Método de Relajación Dinámica

Este método se basa en la introducción de un factor de amortiguación en la ecuación formulada en 5, que depende de la masa de la estructura. El objetivo seguirá siendo encontrar el estado de equilibrio de la fórmula.

$$M\ddot{u} = F_{ext} - F_{int}u - c \cdot M \cdot \dot{u} \quad (7)$$

$$r(u, \lambda) = f_{int}(u) - \lambda f_{ex} - c \cdot M \cdot \dot{u} \quad (8)$$

donde:

c = factor de amortiguación

M = matriz de masa

La adición de una masa inexistente a la ecuación de equilibrio hace que los cálculos realizados durante el proceso de búsqueda del equilibrio no sean válidos, por lo que este método se suele utilizar en los procesos de búsqueda de forma, en una etapa temprana del diseño de una estructura, ya que el proceso de cálculo del equilibrio no es importante en este tipo de procesos.

El método suele requerir un gran número de iteraciones para alcanzar el resultado final, pero suele ser bastante rápido.

2.2.4 Método de Longitud de Arco

La particularidad de este método es que utiliza dos ecuaciones para encontrar el equilibrio de la estructura en lugar de una. Además de la ecuación de movimiento ya definida en 5, se define una ecuación de restricción. Esta restricción suele ser una longitud de arco dentro de la cual debe encontrarse la solución de cada iteración, pero puede estar relacionada con otros parámetros como la energía de la estructura, o los valores mínimos y máximos de las tensiones y deformaciones.

En función de esta ecuación de restricción, se pueden distinguir dos tipos de variaciones del método: *snap through* y *snap back*.

En todos los casos, la matriz de rigidez K cambia en cada cálculo de cada iteración, por lo que obviamente será una matriz no simétrica. A continuación se muestra una gráfica del método:

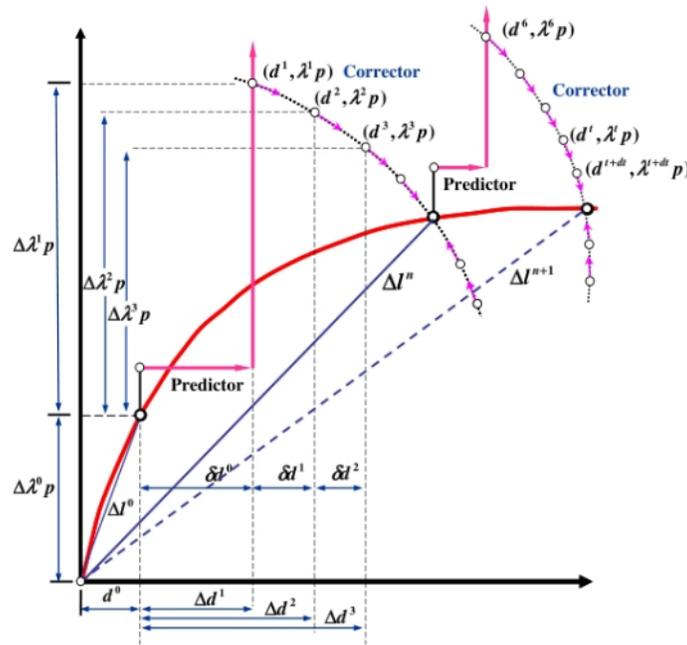


Figura 3: Método de Longitud de Arco [7]

Se puede observar entonces que, dependiendo del problema en el que nos encontremos, los valores de los esfuerzos y deformaciones de una pieza pueden variar en gran medida dependiendo de si se considera un comportamiento mecánico lineal o no lineal. Este es el caso, entre otros, de los cables estructurales. En el siguiente apartado se definen sus propiedades y su funcionamiento mecánico.

2.3 Cálculo teórico de cables

Los cables son elementos estructurales que presentan una rigidez a flexión despreciable. Esta singularidad proviene de su pequeña sección transversal en relación a su longitud, lo que genera que la carga que se les aplica se convierte directamente en tensión, cambiando la forma de los mismos en función de la intensidad de dicha carga. Esta característica del cable le otorga el nombre de *Sistema estructural activo*, ya que la forma del sistema coincide, en el caso ideal, precisamente con el flujo de fuerzas y, más concretamente, con el flujo de tensiones. Por lo tanto, la forma del cable sigue la trayectoria natural de las fuerzas aplicadas, la cual, al ser considerada la rigidez a flexión nula, coincide con la catenaria.

En la práctica, se pueden realizar distintos tipos de modelizaciones para describir su comportamiento mecánico. Dependiendo de la variable que se quiera dimensionar, será más acertado definir las características de un cable asemejándolas a las de un muelle (por ejemplo, para cuantificar la influencia de la sobrecarga en los tirantes de un puente), o a las de una catenaria (por ejemplo, para determinar la inclinación del cable a la hora de diseñar los elementos de anclaje).

Para identificar el método a utilizar en cada caso, es necesario comprender las variables que influyen en el comportamiento de un cable. Su comportamiento mecánico se identifica principalmente por ser puramente no lineal. Sin embargo, en diversos casos, se opta por un **análisis lineal** basado en las siguientes hipótesis:

- Sección transversal despreciable. Se considera que el cable tiene una dimensión predominante, mucho mayor que las otras dos, por lo que se puede definir como una línea, sin sección transversal, con un módulo de elasticidad constante. Basta con calcular su peso específico por unidad de longitud para tener en cuenta el peso de la sección transversal.
- *Una flexibilidad perfecta*. Los cables no pueden soportar los esfuerzos de flexión ni cortantes. Por lo tanto, sólo pueden soportar esfuerzos en la dirección longitudinal, es decir, tangente a la curva formada por el cable.
- *Inextensibilidad*. Cuando se somete a tensión, el cable es lo suficientemente rígido (en la dirección longitudinal) como para despreciar su extensibilidad. Por el contrario, cuando se somete a compresión, el cable no opone resistencia y se arruga.

Estas hipótesis suelen ser válidas en los casos en que los cables no tienen una gran longitud y no soportan cargas excesivamente elevadas. Sin embargo, en la ingeniería civil no siempre es así, ya que los proyectos suelen ser complejos y de gran envergadura, lo que hace necesario utilizar métodos de cálculo no lineales.

Si retomamos las dos hipótesis del cálculo de comportamiento lineal: linealidad geométrica y linealidad material, se puede afirmar que los cables suelen presentar, en el caso de obras civiles, mayor no linealidad geométrica. En la mayoría de las situaciones puede considerarse que la linealidad material se mantiene, ya que los cables son diseñados para trabajar en su zona elástica, con valores característicos considerados constantes.

Dentro de su no linealidad geométrica, existen dos fuentes: los efectos del alargamiento (que genera grandes deformaciones en la sección del cable) y los efectos de la catenaria (que genera grandes

desplazamientos perpendiculares al eje del cable) [12]. Dependiendo de la naturaleza del problema, predominará uno u otro de estos dos efectos.

En cuanto al efecto del **alargamiento elástico**, se va a considerar el caso de un cable apoyado en sus dos extremos, al cual se le aplica una carga puntual en el centro perpendicular a su eje.

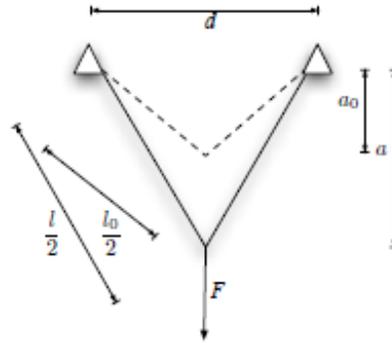


Figura 4: Caso práctico [6]

El equilibrio de este sistema se puede definir con dos ecuaciones principales: la ecuación de equilibrio y la ecuación de comportamiento elástico:

$$T = \frac{Fl}{4a} \quad (9)$$

$$L = L_0 \left(1 + \frac{T}{ES} \right) \quad (10)$$

Combinando ambas ecuaciones, se obtiene la siguiente fórmula:

$$T = T_{inf} \left(1 - \left(\frac{[l_0]^2}{4[a_0]^2} - 1 \right) \frac{T_{inf}}{ES} \right) \quad (11)$$

Observamos que, en el caso en que el cable sea inextensible (T_{inf}), el valor de la tensión será máximo en el cable. Por lo que se puede deducir que, cuanto mayor sea la extensibilidad del cable en este caso, menor será la fuerza interior que se genera para el mismo valor de tensión aplicada. Como se puede observar en la gráfica 5, cuanto más se incrementa la carga, más se alarga la cuerda y más deformación se genera en la sección. Esta deformación longitudinal, acarrea a la vez una deformación en la sección por el efecto de Poisson, lo que genera una variación en la rigidez elástica de la cuerda. A causa de ello, se produce un cambio en la tensión interna del cable. En la figura 5 se presenta la variación de la tensión en función de la carga aplicada, para un cable inextensible y otro extensible.

Observamos que la tensión en el cable extensible es menores que en el cable inextensible de igual longitud antes de la deformación.

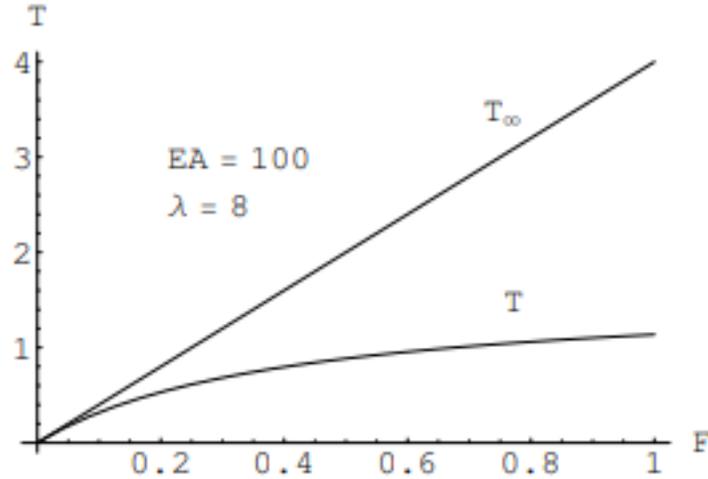


Figura 5: Variación de la rigidez elástica [6]

donde

l_0 = longitud inicial del cable

a_0 = flecha inicial del cable

$$\lambda = \frac{l_0}{2a_0}$$

Si estudiamos para el mismo caso el **efecto de la catenaria**, encontramos que, cuanto mayor sea la variación de la flecha del cable, mayor será la pendiente de la curva y, por tanto, mayor será la rigidez del sistema. Este desplazamiento del cable hace variar la rigidez geométrica. En la figura 6, se presenta la variación de la fuerza externa en función de la variación de la flecha, cuando fijamos la rigidez del elemento (ES) y la longitud del mismo (d), para un cable uniaxial y otro que soporta restricciones transversales. Observamos en este caso que la rigidez del sistema aumenta con la variación de la flecha.

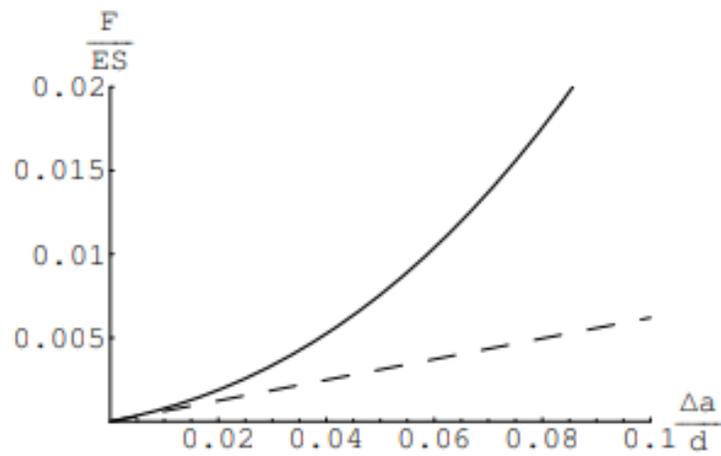


Figura 6: Variación de la rigidez geométrica [6]

Ambos efectos de la no linealidad geométrica (alargamiento elástico y efecto de la catenaria) pueden verse agrupados en la figura 10.

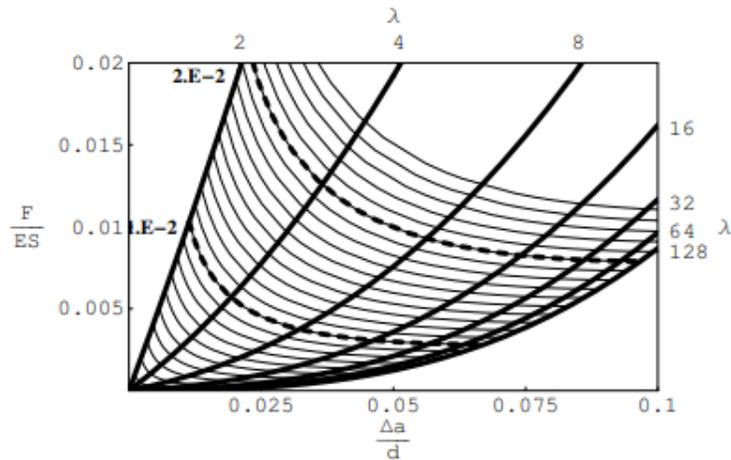


Figura 7: Variación de las rigideces elástica y geométrica [6]

Para cuantificar el efecto del comportamiento no lineal, se suele calcular lo que se denomina el **módulo de elasticidad aparente**, a partir del módulo de elasticidad del material del que esté constituido.

Para su cálculo, supondremos un tirante amarrado entre dos puntos A y B, con una carga puntual

T aplicada, y una carga por metro lineal, w . Se aplica entonces un aumento de carga ΔT . El tirante sufre un alargamiento de AB a AB' , generando un aumento de longitud Δs y un incremento de cuerda ΔL .

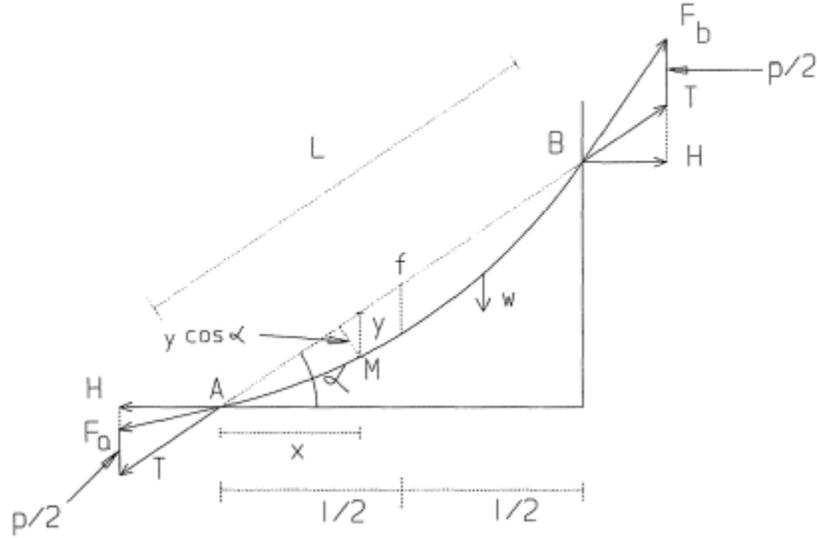


Figura 8: Representación de las variables que definen un cable [4]

Este alargamiento, como ya se ha expuesto anteriormente, depende del módulo de elasticidad del material y de la pérdida de flecha del cable. Se enuncia a continuación el alargamiento elástico del elemento:

$$\frac{dT}{EA} s = ds = \frac{sdH}{EA \cos \alpha} \quad (12)$$

Desarrollando la ecuación (desarrollo en [4]), y tomando como hipótesis que $s = L$, se obtiene el siguiente resultado:

$$\frac{dT}{dL} = E_v = \frac{E}{1 + \frac{w^2 l^2 EA}{12T^3}} \quad (13)$$

Siendo E_v lo que se denomina *módulo de elasticidad tangente* del tirante para la carga T .

En el caso en el que la variación de carga T sea considerablemente elevada, como puede ser el caso del proceso de tesado de un puente atirantado, la hipótesis tomada anteriormente ($s = L$) deja de ser válida, y es necesario definir un nuevo valor para el módulo de elasticidad.

Partiendo de la siguiente definición para un incremento diferencial de carga:

$$d\epsilon = \frac{LdT}{E_v A} \quad (14)$$

Integrando entre las cargas inicial y final T_1 y T_2 se obtiene (desarrollo en [4]):

$$E_{sec} = \frac{E}{1 + \frac{w^2 l^2 (T_1 + T_2) EA}{24 T_1^2 T_2^2}} \quad (15)$$

Siendo E_{sec} el *módulo de elasticidad secante* entre T_1 y T_2 .

En las siguientes imágenes se ven representados la variación de ambos módulos:

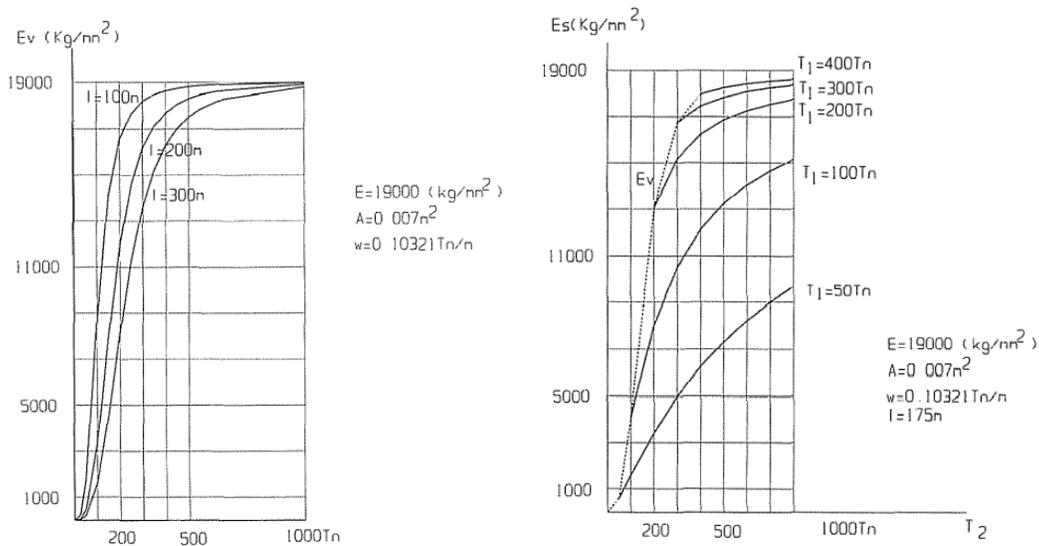


Figura 9: Representación de los valores de los módulos de elasticidad tangente y secante de un cable [4]

Se pueden obtener varias conclusiones de estas gráficas. Por un lado, se puede ver que, en el caso del módulo de elasticidad tangente, para valores muy elevados de tracción, el comportamiento del cable es prácticamente igual al de una barra de acero, ya que el valor del módulo del cable tiende hacia el valor del módulo del acero.

Por otro lado, se observa que la variación del módulo de elasticidad es mucho mayor en el segundo caso.

Otra manera de tener en cuenta ambos efectos de no linealidad en los cables es mediante el cálculo de la *tensión equivalente* en función de la tensión teórica del material (acero en este caso) y la relación que existe entre los módulos de elasticidad tangente y secante. Desarrollando estos cálculos se obtiene que:

$$\sigma = \sigma_m \left(\frac{16\mu^2}{(1+\mu)^4} \right)^{1/3} \quad (16)$$

siendo:

σ_m : la tensión media en el cable

σ : la tensión aparente en el cable

Utilizando la ecuación definida y la gráfica, se tiene en cuenta igualmente ambos efectos de no linealidad geométrica en los cables.

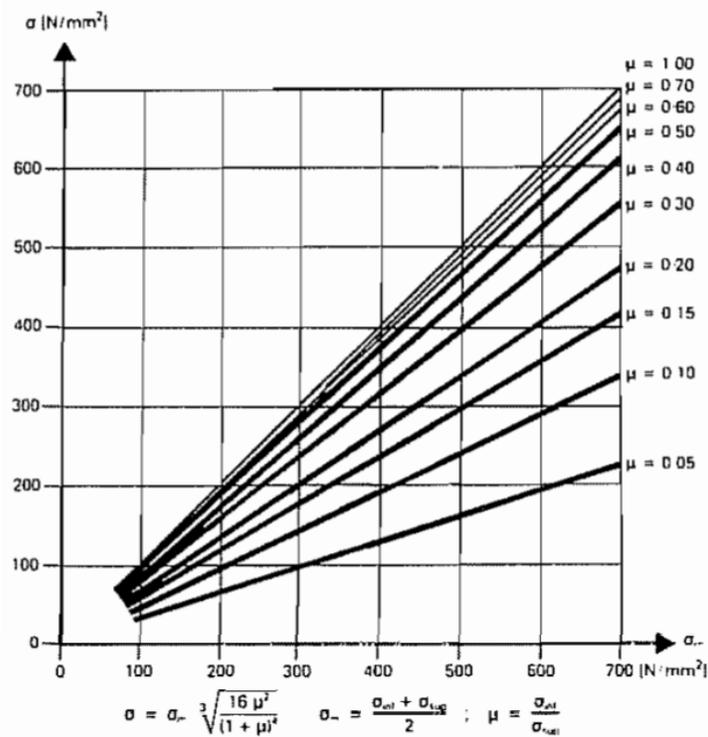


Figura 10: Tensión equivalente [10]

En cuanto a la influencia de cada una de las causas del comportamiento no lineal, siguiendo el estudio realizado por Ren [14], se comprueba que, en el caso de puentes atirantados, la no linealidad material predomina respecto a la geométrica si se realiza un estudio de resistencia última.

Para demostrarlo, se analizan los esfuerzos y desplazamientos de un puente atirantado al estado último. Se calcula primero la estructura aplicando únicamente el peso permanente del puente, y después se calcula el máximo valor de la carga de explotación que el puente es capaz de soportar,

definiéndola con un factor de carga en relación a la carga permanente, siendo:

$$\lambda = \frac{q_l}{q_d} \quad (17)$$

donde:

q_l : carga de explotación

q_d : carga permanente

Si se realiza el análisis considerando únicamente el comportamiento no lineal geométrico, obtenemos que el factor de carga tiene que ser aumentado por un valor de 4 para que la influencia sea visible en los resultados, como se muestra en las gráficas 11

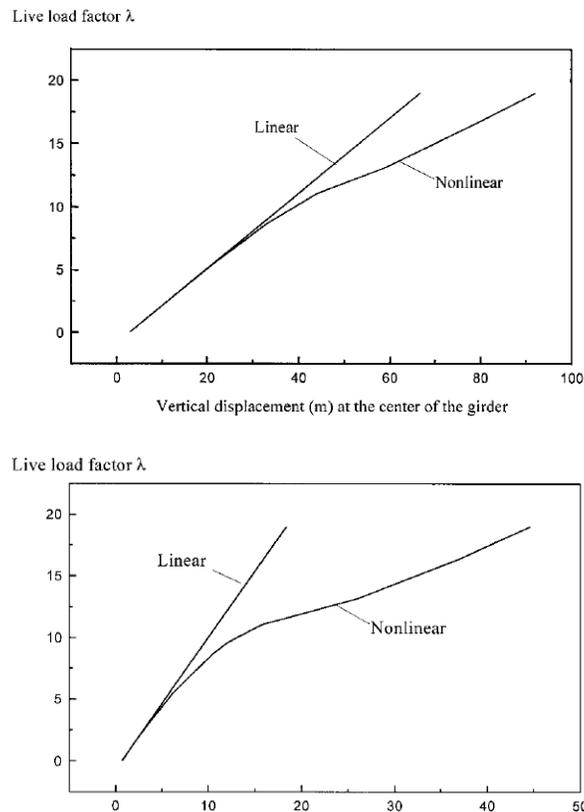


Figura 11: Desplazamiento vertical en el tablero (arriba) y desplazamiento horizontal en el mástil (abajo) para un análisis no lineal geométrico [14]

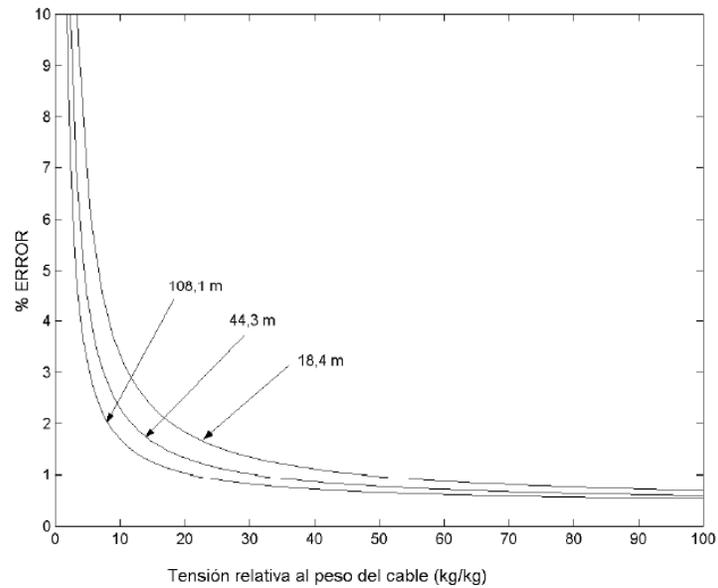


Figura 12: Comparación general entre modelo lineal y no lineal para un análisis no lineal geométrico de un cable [3]

Sin embargo, si se considera además el comportamiento plástico de los cables y el tablero (comportamiento no lineal material) se obtiene que el factor de carga hay que aumentarlo a un valor de 2, y que el estado ultimo se alcanza mucho antes, como se muestra en las gráficas 13.

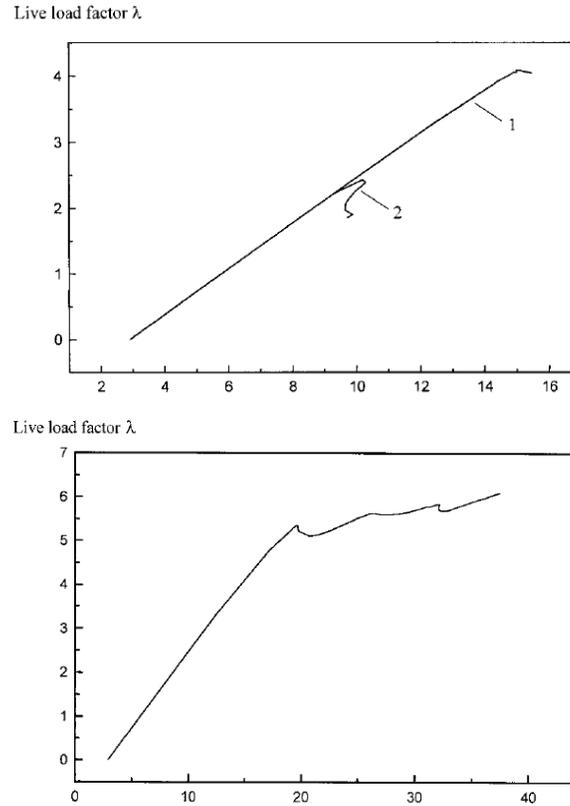


Figura 13: Desplazamiento vertical en el tablero (arriba) y desplazamiento horizontal en el mástil (abajo) para un análisis no lineal material [14]

Esto demuestra que el comportamiento no lineal material tiene una mayor influencia en el comportamiento global del puente atirantado y que, por tanto, es importante tenerlos en cuenta en los análisis.

En todos estos cálculos, la rigidez a la flexión se ha considerado despreciable. Aunque para el análisis del comportamiento de una estructura con cables éste es un supuesto totalmente válido, puede ser necesario considerarlo en algunas etapas del diseño cuando el cable sufre flexiones importantes. Éstos, combinados con los esfuerzos de tracción axial, pueden comprometer la durabilidad del tirante. Éste es el caso de los efectos locales en los anclajes [12].

Estos efectos locales, producidos por la acción de cargas de tráfico, acciones de viento y cambios de temperatura, pueden inducir cambios angulares en los anclajes que, si no están articulados, pueden producir flexiones.

Así, podemos afirmar que, para un tirante amarrado en ambos extremos, su comportamiento en los anclajes está condicionado por la rigidez a flexión y, a medida que se aleja de los anclajes, su

comportamiento pasa a ser puramente axial, pudiendo despreciarse totalmente la rigidez a flexión.

Con toda esta información, es necesario definir los métodos a seguir para la modelización y cálculo de los esfuerzos en los cables.

2.4 Tipología de cables

Los cables son elementos estructurales ampliamente utilizados en las construcciones de la ingeniería civil, entre otros, por su gran capacidad de soportar cargas en relación a su pequeña sección. Están compuestos por un conjunto de cordones colocados helicoidalmente alrededor de un núcleo textil o metálico, los cuales están compuestos por un conjunto de alambres colocados helicoidalmente alrededor de un alambre central; o directamente de un conjunto de alambres (monotorón, cordón helicoidal, cuerda de bobina cerrada).

Según el Eurocódigo 3 - Parte 1-11 [13], se definen tres grupos de cables:

- **A: Varilla (barra).** Este tipo de productos suelen utilizarse como arriostramiento para cubiertas, muros y vigas; tirantes para elementos de cubiertas; y sistemas de tesado para celosías de acero-madera, estructuras de acero y estructuras metálicas espaciales aperticadas.
- **B: Cable helicoidal abierto, cable cerrado (alambre circular en Z) y cable de cordones.** Este tipo de cables suelen utilizarse como tirantes para antenas, chimeneas, mástiles y puentes; para estructuras ligeras, celosías, unión de amortiguación o espaciado entre tirantes, etc.
- **C: Cordón de alambres paralelos (PWS), haz de alambres paralelos y haz de cordones paralelos.** Se utilizan principalmente como cables principales para los puentes colgantes y tendones externos.

El valor del módulo de elasticidad, E , puede variar entre 100 y 210 kN/mm^2 dependiendo del material. Los máximos valores de resistencia, f_u , impuestos por el Eurocódigo por razones de durabilidad son los siguientes:

- Cable redondo de acero inoxidable: 450 N/mm^2
- Cable redondo de acero: 770 N/mm^2
- Cable Z de acero: 1570 N/mm^2

Como se puede observar, los valores máximos de f_u suelen ser normalmente menores del 45% de la capacidad total de los cables.

2.5 Modelización y cálculo

Como se ha podido observar hasta ahora, existen diferentes hipótesis para definir el comportamiento mecánico de un cable. Estas hipótesis tienen que ser plasmadas a continuación en un programa de cálculo que facilite la obtención de resultados.

Dependiendo del programa de cálculo elegido, la estructura que se quiera modelizar y los resultados que se quieran obtener, se elegirá la opción mas óptima. Las opciones mas utilizadas son las explicadas a continuación.

2.5.1 Modelo por muelles

Este tipo de modelización se utiliza en una primera fase de predimensionamiento. Permite obtener resultados aproximados de las reacciones en los apoyos de los cables sin necesitar su modelización ni su estudio.

2.5.2 Modelo por barras

El modelo por barras se caracteriza por tratarse de un análisis lineal. Los cables son considerados barras metálicas de sección análoga a la de los cables, con un comportamiento lineal. Una vez estudiadas las consecuencias de los comportamientos no lineal geométrico y material, se entiende que los esfuerzos y deformaciones que se obtienen con este modelo no se ajustan completamente a la realidad.

Dependiendo de las condiciones de contorno de la estructura y de su comportamiento, estos resultados estarán más o menos alejadas de la realidad. Uno de los objetivos de este proyecto es el de cuantificar dicha variación de resultados.

Los elementos a definir en este caso son los siguientes:

- **Sección:** La sección asociada al elemento será una sección tipo barra análoga a la sección del cable.
- **Material:** El material definido será de tipo acero. Deberán aplicarse ciertas modificaciones al material para que el cálculo sea lineal:
 - Tipo de simetría direccional: Normalmente se elegirá la opción uniaxial, para que el elemento sea calculado en tracción pura, es decir, que no soporte esfuerzo de momentos flectores ni de fuerzas cortantes.
 - Resistencia: Por lo general, los valores del módulo de elasticidad, de Poisson, térmico y cortante no cambian. Sin embargo, sería preferible modificar los valores del límite elástico, σ_y , y de resistencia a la rotura, σ_u , ya que el tipo de acero utilizado normalmente para tirantes estructurales tiene una mayor resistencia que los aceros convencionales.
 - Comportamiento lineal: Como el objetivo de realizar un modelo de los cables a partir de elementos de tipo barra es la de simplificar el cálculo del comportamiento mecánico de éstos a través de un análisis lineal, las características del material se definirán como lineales.
- **Geometría:** Para asemejar el efecto de la no linealidad geométrica de los cables, el elemento barra puede ser dividido en varios subelementos, que dibujan la forma final que queremos diseñar para el cable. Cuanto más largos sean los cables, más importante será dividirlos en trozos más pequeños para que no se produzcan grandes errores, tanto en deformación como en esfuerzos.

- **Condiciones de contorno:** Los elementos barra deben estar simplemente apoyados en sus extremidades para evitar que se produzcan momentos flectores.

2.5.3 Modelo por tirantes

En el caso de realizar un modelo por tirantes, el análisis será no lineal, por lo que los resultados serán mas exactos, pero será más complicado ajustar las variables que engloban este tipo de análisis. Los parámetros a tener en cuenta son los siguientes:

- **Sección:** La sección asociada al elemento cable será la sección definida por su diámetro.
- **Material:** Se considerará la no linealidad material definiendo, en el caso en el que sea posible, la histéresis de los cables (El hecho de que los cables no soporten esfuerzos de compresión crea una no linealidad material en la curva de tensión-deformación del material. Es por ello que en ciertos programas de cálculo, como Robot Autodesk, en el momento de definir elementos que trabajan puramente a tracción, convierte el análisis automáticamente a no lineal).

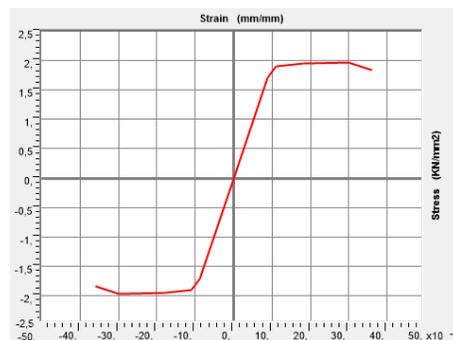


Figura 14: Curva tensión - deformación tipo de un acero estructural

- **Geometría:** Al contrario que en el apartado anterior, cada elemento cable representará un cable entero.
- **Condiciones de contorno:** Los elementos cable deben estar simplemente apoyados en sus extremidades para evitar que se produzcan momentos flectores.

A parte de los métodos de modelización de los cables explicados, es importante realizar distintos modelos (elementos tipo placa, tipo sólido, etc) para el resto de elementos de la estructura, para poder examinar la transmisión de la fuerza de los tirantes a los mismos.

Antes de comenzar con la definición del caso práctico, es conveniente explicar rápidamente el proceso constructivo de un puente atirantado, el cual será la situación del estudio.

2.6 Proceso constructivo de puentes

El proceso constructivo de un puente atirantado constituye la parte más importante de todo el desarrollo de cálculo del puente y la más comprometida, así como la más extensa.

En lo que se refiere al dintel, la finalidad es conseguir que la ley de momentos flectores generados por el peso propio, cuando esté terminado, coincida con la que tendría una viga continua apoyada en los puntos donde están situados los tirantes. Además, durante la construcción, el dintel no debe estar sometido a esfuerzos más importantes que aquéllos para los que ha sido dimensionado.

La determinación de los esfuerzos y movimientos que se producen en cada fase del puente se realiza del final de la construcción hacia el origen, es decir, se parte como situación inicial el puente ya construido y se va deconstruyendo siguiendo las distintas fases.

Para cada fase se obtiene:

- La rasante que debe tener el puente en ese momento
- La carga que hay que dar al tirante
- La ley de esfuerzos que tiene el dintel en cada fase
- Etc.

Como es lógico, en el caso de los puentes atirantados el correcto diseño de los tirantes tendrá una gran importancia a la hora de definir un proceso constructivo eficiente.

Uno de los problemas clave en este cálculo es la definición de la separación entre tirantes. Esta distancia condicionará el voladizo que se vaya a formar durante la construcción en el dintel entre el último tirante colocado y el extremo donde va a ir el próximo, y por tanto los esfuerzos que se puedan producir.

Para atenuar su efecto, se pueden adoptar distintas metodologías:

- **Atirantar cada dovela en su extremo**, para evitar así lo máximo posible la creación de voladizo. Este método no suele ser muy utilizado ya que requiere un gran número de cables.
- **Realizar una sección transversal del dintel que pueda construirse en varias fases**. Este método permite construir una parte del voladizo, el cual se atiranta al llegar a la posición del siguiente tirante, y posteriormente se acaba de construir el dintel, ya atirantado.
- **Establecer un sistema de atirantamiento provisional del carro de avance**.
- **Introducir en cada tirante una carga mayor de la necesaria para equilibrar el peso de las dovelas construidas**. Este sobreatirantamiento genera una ley de momentos positiva en el dintel. Después de haber aplicado la sobrecarga al último tirante del dintel, será necesario des-tensar el penúltimo tirante para que el dintel no reciba una sobrecarga y haya peligro de rotura. Como se puede intuir, este proceso aumenta el grado de dificultad del cálculo del comportamiento no lineal de los cables, ya que éstos sufren una doble variación de tensión importante.

Para definir la metodología adecuada para cada caso particular, será necesario realizar un estudio de la forma y comportamiento de los tirantes del puente. Además, es en esta fase en la que el comportamiento no lineal geométrico de los tirantes tendrá más importancia, ya que es durante el proceso constructivo cuando los cables sufrirán su mayor variación geométrica y tensional.

Es por ello que el objetivo de este proyecto es el de cuantificar la influencia del comportamiento no lineal de los cables en el proceso constructivo de un puente atirantado, siendo éste un cálculo con gran cantidad de variables e incógnitas.

3 CASO PRÁCTICO

El caso de estudio aplicado es el proyecto del puente Treng Treng Kay Kay. Este proyecto, cuyo diseño se aprobó en 2007, engloba el diseño y construcción de lo que sería la futura interconexión vial Temuco - Padre Las Casas en Araucanía, Chile, compuesto por 15 kilómetros de carretera, 9 kilómetros de carriles bici, pasos inferiores ferroviarios y puentes viales, entre los que se encuentra el puente Treng Treng Kay Kay.

Los objetivos de la construcción de este puente son, por un lado, salvar la distancia entre las ciudades de Temuco y Padre Las Casas cruzando el río Cautín y, por otro lado, generar un icono arquitectónico y atractivo turístico para ambas comunidades. Entre las tres alternativas propuestas para el proyecto, el diseño final fue elegido de forma popular.

El puente se entregó a tránsito el 1 de abril de 2021 por la empresa constructora Belfi S.A. La inversión aproximada de su construcción fueron 22.000 millones de dolares.



Figura 15: Ubicación del puente



Figura 16: Ubicación del puente

3.1 Geometría

La forma del puente está inspirada en el mito mapuche, el cual cuenta que la serpiente de la tierra Treng Treng protege a los hombres de ser inundados por el agua de lluvias, ríos o el mar que trae la serpiente de las aguas Kay Kay. Es por ello que el mástil se asemeja a lo que sería el cuerpo de una serpiente.

La estructura consiste en un puente atirantado asimétrico, con una longitud total de 240 m, dividida en 5 vanos, cuyo tramo atirantado equivale a 140 m. Su distribución de luces resultante es : $23 + 27 + 140 + 27 + 23$. La infraestructura se compone del estribo de entrada, estribo de salida, 4 cepas y el mástil.

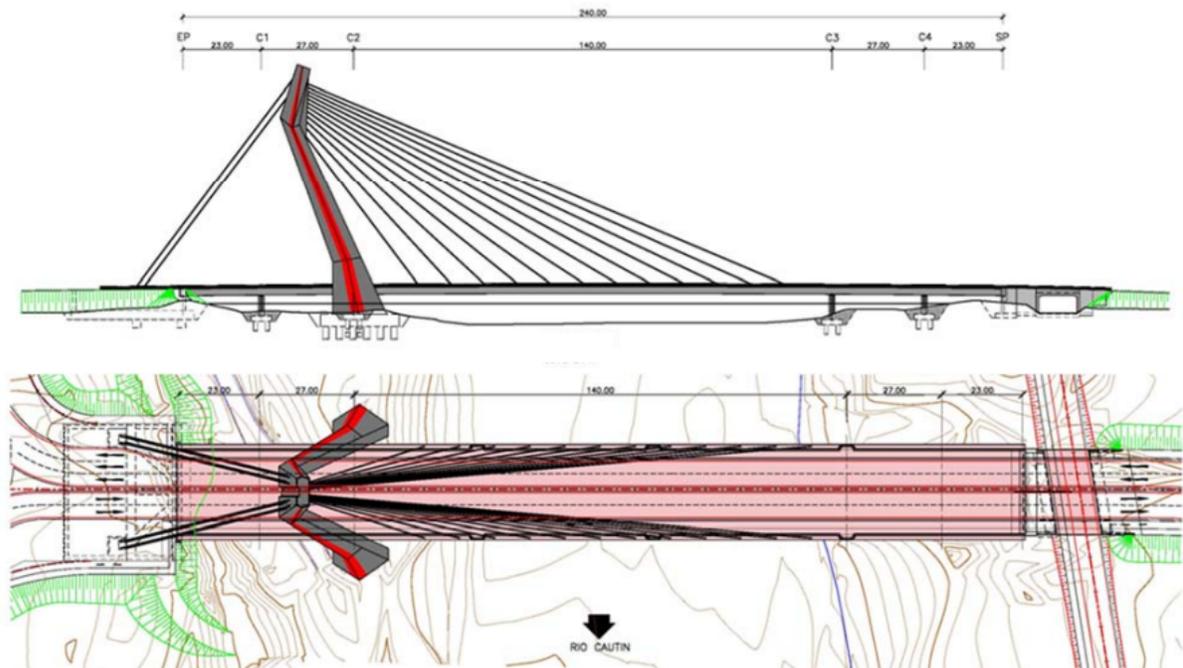


Figura 17: Alzado y planta del puente [9]

3.1.1 Mástil

El mástil del puente posee una altura de 72 metros y es de hormigón pretensado, se compone de dos fustes poliédricos que se unen en una cabeza común, cuya sección transversal posee un ancho variable. Está inclinado hacia el estribo norte, y tiene dos cambios de directriz, creando así la forma estilizada que se asemeja a una serpiente. Cerca de la punta, hay un segundo cambio que marca la cabeza del elemento. Entre esta cabeza y el mástil hay un cuerpo triangular de hormigón armado, el cual alberga los anclajes superiores de los tirantes delanteros, conecta las dos partes de la estructura y ayuda a resistir los momentos flectores que se generan en el cambio de directriz del mástil.

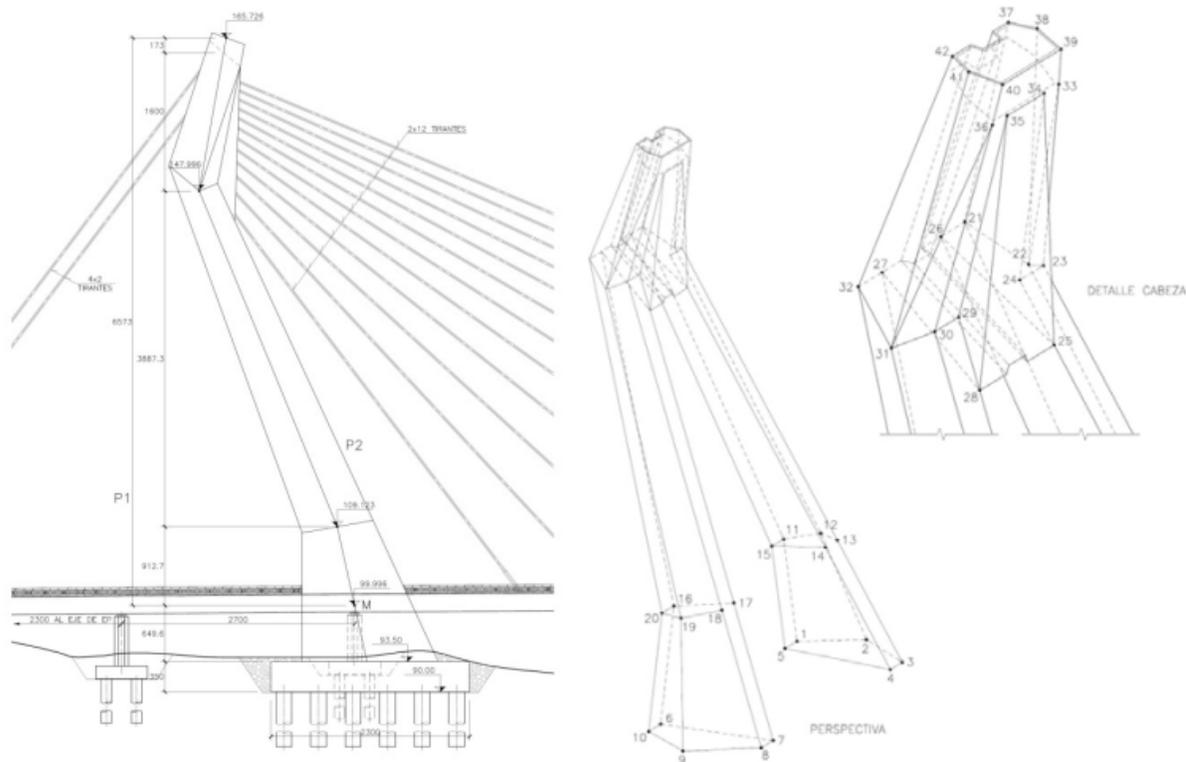


Figura 18: Mástil del puente [9]

La sección transversal de los fustes es pentagonal hueca de ancho variable, siendo de 15.77 m en la base y de 4.58 m en la punta. La cabeza del mástil tiene una forma hexagonal variable. La altura total del mástil sobre la cimentación es de 70.50 m, lo que corresponde a una altura aproximada de 63.0 m sobre el tablero. La separación entre los dos fustes del mástil en el suelo es de 37.50 m.

Las caras delanteras y traseras del mástil albergan tendones de pretensado para mantener íntegra la rigidez del mástil durante la construcción del puente. De esta manera, el pretensado contrarresta el momento flector causado por la fuerza de los tirantes; dirigiendo la resultante de los cables hacia la línea central del mástil. En el segundo cambio de directriz, se coloca un cuerpo triangular de hormigón armado, que alberga los anclajes superiores de los tirantes delanteros, conecta las dos partes del mástil y ayuda a resistir los momentos flectores que se generan por dicho cambio de directriz del mástil.

3.1.2 Tablero

El tablero del puente es de hormigón pretensado y posee un ancho total de 27 m, lo cual permite proyectar dos vías de circulación en cada sentido y un carril bici. La sección del tablero es de canto constante (2.00 m) a lo largo de toda su longitud, bajo forma de cajón bicelular.

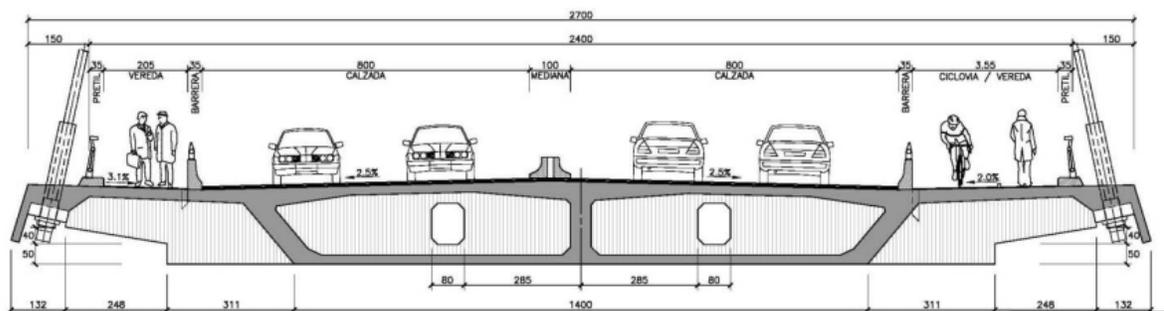


Figura 19: Sección transversal tipo del puente [9]

Los tirantes se anclan por detrás de la barandilla. Para ello se disponen diafragmas transversales de hormigón pretensado para transferir correctamente las fuerzas del cable hacia el cajón bicelular. Estos diafragmas se ensanchan a la altura de las pilas para poder apoyarse enteramente sobre los aparatos de apoyo.

El pretensado longitudinal discurre por las almas, entre el estribo de salida en el vano 5 hasta aproximadamente la mitad del vano central. Gracias a este pretensado, los vanos 4 y 5 se vuelven autoportantes. Los vanos 1 y 2 no necesitan de dicho pretensado al estar sometidos a la compresión inducida por los tirantes delanteros.

El tablero está apoyado sobre el estribo EP por 8 aparatos de apoyo tipo "pot" de 2.800 toneladas de capacidad cada uno. Tanto en las cepas como en el estribo SP se disponen aparatos de apoyo deslizantes multidireccionales. Se colocan igualmente topes transversales en ambos estribos y en el mástil.

De esta forma, la resistencia al sismo está garantizada gracias a la continuidad del tablero y al tesado del primer tirante, el cual comprime el tablero contra el estribo fijo (estribo EP).

3.1.3 Estribos y cimentaciones

Las cimentaciones en las pilas y el mástil son pilotadas, mientras que los estribos tienen cimentaciones superficiales.

Los estribos son de hormigón armado de ala recta con una altura sobre el suelo de aproximadamente 7,25 m en el estribo SP y de 6,30 m en el estribo EP, teniendo la altura de la mesa de apoyo aproximadamente a 2,2 m, lo que asegura un gálibo vertical suficiente para el paso de peatones y ciclistas por debajo del puente, junto al estribo.

El estribo EP alberga además los anclajes inferiores de los cables de retención del mástil. En su cimentación se incorpora un contrapeso para equilibrar las reacciones originadas por la carga del puente en el vano central. El contrapeso es esencialmente un cajón de hormigón armado relleno de material pétreo compacto.

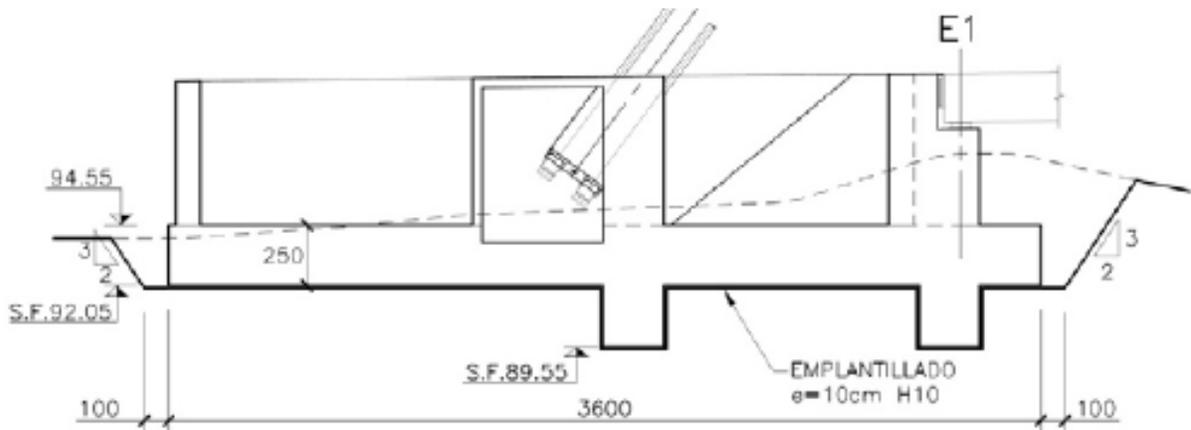


Figura 20: Estribo EP [9]

3.1.4 Tirantes

En la cabeza del mástil se anclan los tirantes del viaducto. Hay dos planos de tirantes, cada uno con 12 tirantes delanteros, y 4 tirantes traseros de retenida. Los tirantes delanteros están distanciados 10 metros y la separación de los anclajes superiores es de 1 m. Oscilan entre 27 y 67 cordones. Los tirantes traseros son paralelos y están anclados al estribo de retenida, con 127 cordones cada uno. Los tirantes están formados por un conjunto de cordones paralelos de acero galvanizado de 15,7 mm de diámetro cada uno y resistencia ultima 1.860 MPa, con sistema anticorrosivo.

El doble plano de atirantamiento, uno a cada lado del tablero, libera al mismo del trabajo a torsión, pudiendo optimizar su esbeltez.

La construcción del vano atirantado sobre el río se realiza cimbrado sobre una estructura provisional, la cual se va a medida que se van instalando y tesando los tirantes.

En cuanto al proceso de atirantamiento, tuvo que ser ejecutado por un equipo técnico proveniente del extranjero, ya que, en el país no existía el personal capacitado para llevar a cabo la instalación y tesado de los tirantes del puente. Se realizaron trabajos durante las madrugadas, ya que la ejecución de la inyección de la lechada en los tirantes debía realizarse bajo ciertas temperaturas.

3.2 Proceso constructivo

El proceso constructivo llevado a cabo independizó la construcción de cada uno de los elementos resistentes de la estructura:

- Construcción de vanos menores en tierra sobre cimbra cuajada
- Construcción del mástil

- Construcción del vano principal sobre el río apoyado en torres provisionales pilotadas
- Instalación y puesta en carga de los tirantes delanteros y traseros y retirada de las torres provisionales en el río
- Tesado del pretensado del vano central del tablero, instalación de barreras, firme y acabados y tesado definitivo de los tirantes



Figura 21: Construcción de vanos menores en tierra sobre cimbra cuajada [8]

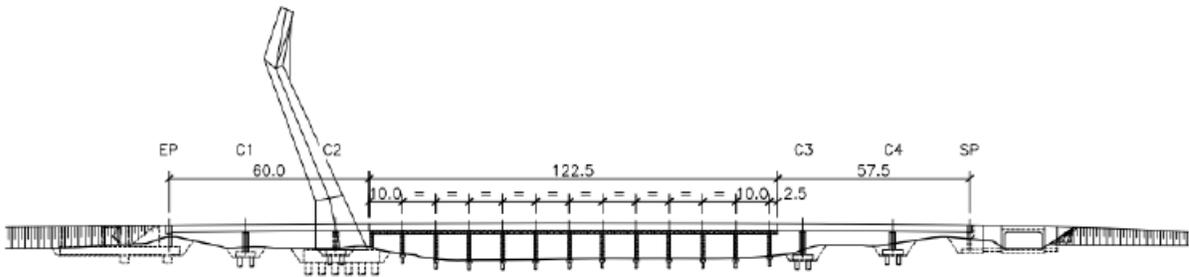


Figura 22: Construcción del vano principal sobre el río apoyado en torres provisionales pilotadas [8]

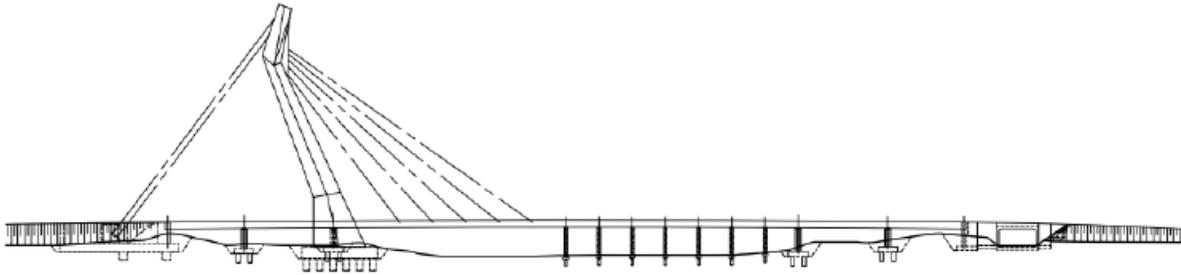


Figura 23: Instalación y puesta en carga de los tirantes delanteros y traseros y retirada de las torres provisionales en el río [8]

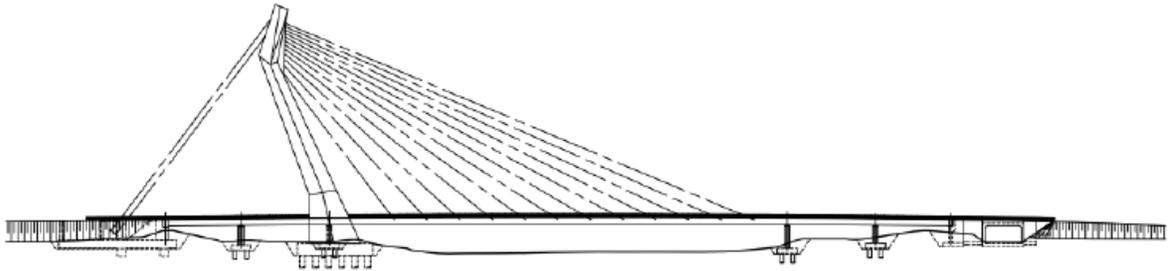


Figura 24: Tesado del pretensado del vano central del tablero, instalación de barreras, firme y acabados y tesado definitivo de los tirantes [8]

Como se puede observar en los pasos del proceso constructivo implementado, el atirantamiento de los cables no siguió ninguno de los métodos definidos en la sección 2.6. Gracias a las características del río a salvar, no fue necesario realizar la construcción del tablero y el atirantamiento del puente al mismo tiempo, ya que existía la posibilidad de sostener el tablero con elementos provisionales y realizar a posteriori el tesado de los cables. Esta ventaja facilitó el diseño del emplazamiento de los tirantes, ya que eliminó la necesidad de realizar un estudio sobre la separación entre los tirantes (para no crear sobre esfuerzos en los voladizos del tablero durante la construcción).

Sin embargo, fue necesario un ajuste del tesado al final del proceso constructivo, para ajustar las tensiones provenientes de las variaciones que habían sufrido los elementos del puente por la retirada del cimbrado y el proceso de tesado.

El proceso de atirantamiento de los cables se realizó de forma consecutiva, empezando por el cable delantero más cercano al mástil, hasta llegar al más alejado, e intercalando el tesado de los cables de retenida. Se diseñaron varios tesados para cada cable para poder así controlar los esfuerzos que se producían en el tablero y en el mástil.

Al ubicarse el puente en una zona de intensa actividad sísmica (aceleración básica del sismo 0.30 g) se llevó a cabo igualmente un meticuloso estudio sísmico de la estructura.

4 MODELIZACIÓN EN SOFISTIK

El diseño del proceso constructivo de un puente comienza al acabar el diseño de la estructura. Para su cálculo, se parte de la geometría, secciones y materiales del puente ya definidos. A continuación se muestra el modelo de Sofistik que incluye dichas características:

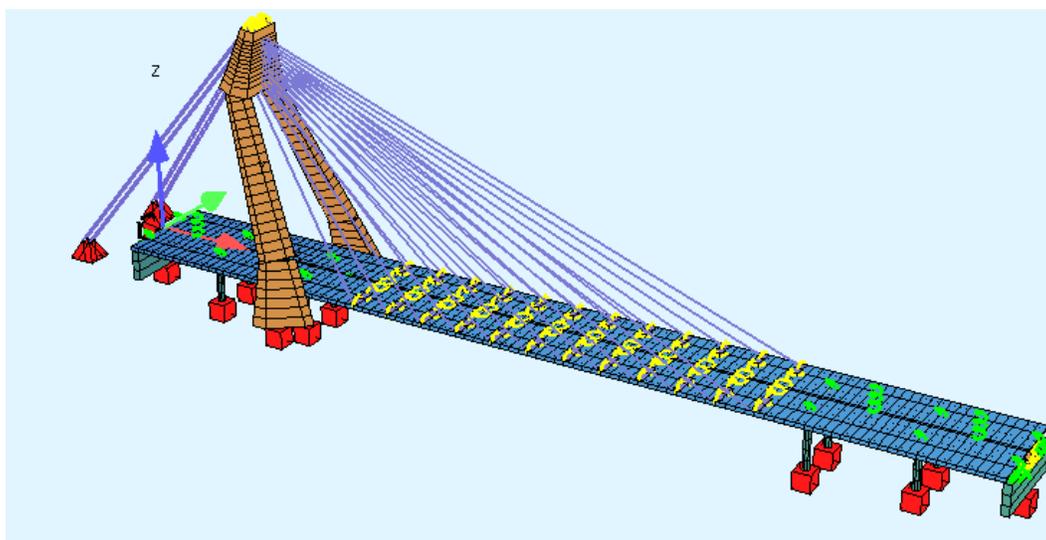


Figura 25: Vista 3D del modelo de cálculo del puente en Sofistik

Se puede observar cómo se han añadido en el modelo el tablero bicelular, el mástil, las pilas y los tirantes. Estos últimos están numerados de menor a mayor por parejas, de los tirantes más cercanos al mástil a los más alejados. Se puede observar también que se ha modelizado el cimbrado del tablero mediante muelles, ya que habrá que considerarlo durante el cálculo de tesado de tirantes.

En cuanto a las cargas a considerar en el puente, existen los siguientes tipos:

- **Cargas de peso propio:** En este caso, todas las cargas de peso propio están presentes en el proceso de atirantamiento del puente, ya que se construye totalmente antes de empezar con el tesado de los cables.
- **Cargas de atirantamiento:** Éstas serán las cargas que se irán aplicando una a por una a los tirantes, y por lo que haremos el estudio del comportamiento no lineal de los mismos.
- **Sobrecargas de construcción:** Aunque no supongan un gran porcentaje respecto a las cargas de peso propio y de atirantamiento, hay que considerar igualmente las cargas generadas por el personal y el equipo de construcción.
- **Cargas permanentes:** Firme y demás cargas permanentes (barreras, señalización, etc.)

Una vez identificadas las cargas a aplicar en el proceso, se definen los pasos a seguir. En nuestro caso, considerando que tenemos 12 pares de cables frontales y 4 cables de retenida, obtenemos el siguiente diseño:

Numeración de los pasos del proceso constructivo en Sofistik	
Nº de paso	Descripción
4030	F1 TD1
4031	Ret. AP1
4036	F1 TD1 Ret. SC
4039	F1 TD2 SC Const.
4040	F1 TD2
4041	Ret. AP2
4046	F1 TD2 Ret. SC
4049	F1 TD3 SC Const.
4050	F1 TD3
4051	Ret. AP3
4056	F1 TD3 Ret. SC
4059	F1 TD4 SC Const.
4060	F1 TD4
4062	F1 TR1
4064	Ret. AP4
4066	F1 TD4 Ret. SC
4069	F1 TD5 SC Const.
4070	F1 TD5
4071	Ret. AP5
4072	F1 TR3
4076	F1 TD5 Ret. SC
4079	F1 TD6 SC Const.
4080	F1 TD6
4082	F1 TR2
4084	Ret. AP6
4086	F1 TD6 Ret. SC
4089	F1 TD7 SC Const.
4090	F1 TD7
4091	Ret. AP7
4092	F1 TR4
4096	F1 TD7 Ret. SC
4099	F1 TD8 SC Const.
4100	F1 TD8
4106	F1 TD8 Ret. SC
4107	Ret. AP8
4109	F1 TD9 SC Const.
4110	F1 TD9
4112	F2 TR1

4113	F2 TR3
4114	Ret. AP9
4116	F1 TD9 Ret. SC
4119	F1 TD10 SC Const.
4120	F1 TD10
4122	F2 TR2
4123	F2 TR4
4124	Ret. AP10
4126	F1 TD10 Ret. SC
4129	F1 TD11 SC Const.
4130	F1 TD11
4136	F1 TD11 Ret. SC
4137	Ret. AP11
4139	F1 TD12 SC Const.
4140	F1 TD12
4141	Ret. AP12
4146	F1 TD12 Ret. SC
4170	Carga Permanente
4172	F3 TR1
4173	F3 TR3
4182	F3 TR2
4183	F3 TR4
4190	F2 TD1
4200	F2 TD2
4210	F2 TD3
4220	F2 TD4
4230	F2 TD5
4240	F2 TD6
4250	F2 TD7
4260	F2 TD8
4420	Estado Permanente $t=0$

Cuadro 1: Proceso de atirantamiento

donde:

FX: N^o de atirantamiento (1-3)

TDX: Valor de tensión correspondiente al n^o de cable delantero (1-12)

TRX: N^o de cable trasero (1-4)

APX: N^o de la cimbra correspondiente al número del cable (1-12)

Ret.: Retirada SC Const.: Sobrecarga de construcción

Como ya se ha explicado en el apartado 2.6, tanto para el cálculo manual como en los programas de cálculo convencionales, el método para diseñar las etapas de un proceso constructivo de un puente atirantado se basa en comenzar de la estructura estable terminada, e ir suprimiendo elementos (tirantes

en este caso), para calcular a cada paso las cargas que mantengan la estabilidad del conjunto.

Sin embargo, para hacer el diseño con Sofistik se define el proceso de atirantamiento siguiendo la temporalidad de la obra. Usando el modelo y realizando varias iteraciones, se obtienen los resultados siguientes para el tesado de tirantes en este caso:

TIRANTE	CARGA DE TESADO		
	1º	2º	3º
Tirantes delanteros 1	5716	1134	-
Tirantes delanteros 2	2782	1151	-
Tirantes delanteros 3	4546	1190	-
Tirantes delanteros 4	4677	1571	-
Tirantes delanteros 5	4855	2094	-
Tirantes delanteros 6	5554	1731	-
Tirantes delanteros 7	5863	1719	-
Tirantes delanteros 8	3646	3590	-
Tirantes delanteros 9	7367	-	-
Tirantes delanteros 10	6058	-	-
Tirantes delanteros 11	7218	-	-
Tirantes delanteros 12	5776	-	-
Tirantes de retenida 1	4049	3905	2629
Tirantes de retenida 2	3120	3714	2524
Tirantes de retenida 3	3447	3905	2629
Tirantes de retenida 4	3003	3714	2524

Cuadro 2: Cargas de tesado en tirantes delanteros y de retenida durante el proceso de atirantamiento

Siendo el objetivo del estudio analizar la influencia del comportamiento no lineal de los cables en el proceso de atirantamiento, tanto los valores de las cargas predefinidas como las cargas de atirantamiento obtenidas y el proceso de aplicación se mantendrán como las expuestas hasta el momento. De esta manera, el estudio se centrará en las variaciones que pueden aparecer si, aplicando las mismas cargas en el mismo orden, se analiza el comportamiento mecánico de la estructura por métodos diferentes (lineales y no lineales).

A continuación se explican los análisis realizados y se mostraran los resultados obtenidos, para poder estudiarlos posteriormente en la sección 5.

4.1 Análisis lineal

Se comienza el análisis de la estructura calculando la tensión en los cables mediante un análisis lineal. Para ello, se modelizan los cables con elementos tipo barra, como se ha explicado en la sección teórica. A estas barras, se les asigna secciones circulares de diámetros equivalentes a los de los tirantes de la estructura.

En el caso de un puente atirantado, la optimización del tesado de los tirantes se consigue obteniendo

un desplazamiento vertical de los puntos de unión entre los cables delanteros y el tablero nulos. De esta manera, el tablero trabajara como una viga continua con los *apoyos* en las uniones con los cables, consiguiendo así una repartición uniforme de los momentos flectores. Es importante prestar atención al valor de los momentos flectores, ya que si éstos varían mucho a lo largo del tablero, pueden formarse esfuerzos dañinos.

Como se ha explicado anteriormente, en el caso del puente de Treng Treng Kay Kay se independizó la construcción de cada uno de los elementos resistentes del puente. Por ello, se construyó la totalidad del vano haciendo uso de cimbras provisionales en todo el ancho del río, y posteriormente se realizó el tesado de los tirantes, lo que permitía auto-equilibrar la estructura y quitar los elementos de sujeción provisionales.

El material utilizado para los tirantes fue acero PSAC 275:

- $f_y = 1860$ MPa
- $f_u = 1860$ MPa
- $E = 197$ GPa
- Peso unitario = 78.5 kN/m³
- Coeficiente de relajación: $0.7 f_{pk} = 2.5$ GPa

A la hora de realizar los distintos modelos en Sofistik y definir la curva tensión-deformación del acero de los tirantes, se han aplicado dos métodos distintos para el análisis lineal y no lineal. En el caso del análisis lineal, se han definido las curvas para la capacidad en servicio y la capacidad última por defecto.

```

STEEL 31 PSAC '270' TITL "=S 270 (ACI 318M) Tirantes"
SSLA EPS SERV SIG 1[-]
SSLA EPS ULTI SIG 1[-] TYPE EXT

```

Figura 26: Definición del material en Sofistik para un análisis lineal

Para definir las secciones en Sofistik, también han tenido que ser aplicados dos métodos distintos, como ha sido explicado en los capítulos anteriores. En el caso del análisis lineal, los cables fueron modelizados con elementos tipo barra, de sección circular, con las siguientes características:

```

SCIT 2010 D 0.09673954 T 0.0 MNO 31
SCIT 2020 D 0.07181049 T 0.0 MNO 31
SCIT 2030 D 0.09270694 T 0.0 MNO 31
SCIT 2040 D 0.09869407 T 0.0 MNO 31
SCIT 2050 D 0.1070488 T 0.0 MNO 31
SCIT 2060 D 0.09869407 T 0.0 MNO 31
SCIT 2070 D 0.1034189 T 0.0 MNO 31
SCIT 2080 D 0.09869407 T 0.0 MNO 31
SCIT 2090 D 0.1131210 T 0.0 MNO 31
SCIT 2100 D 0.1052495 T 0.0 MNO 31
SCIT 2110 D 0.1061529 T 0.0 MNO 31
SCIT 2120 D 0.09772169 T 0.0 MNO 31

```

Figura 27: Definición de las secciones en Sofistik para un análisis lineal

donde:

D: diámetro (mm)

MNO: material

F: área útil (mm^2)

K: fuerza de rotura (kN)

W: peso propio lineal (kg/m)

Finalmente, para la definición del análisis lineal, se utilizó el siguiente comando:

```
CTRL PROB LINE
```

Figura 28: Definición de análisis lineal en Teddy

4.2 Análisis no lineal

Una vez obtenidos los resultados del análisis lineal, se continúa con el estudio considerando el comportamiento no lineal de los cables, por un lado material y por otro geométrico. Sofistik tiene dos opciones para considerar el comportamiento no lineal de los elementos a través de un análisis de segundo orden.

Para realizar dicho análisis, se han modelizado los tirantes como elementos de tipo cable, y se definen las secciones correspondientes como está explicado en el apartado 2.5.3.

El material utilizado fue acero PSAC 275 :

- $f_y = 1860$ MPa
- $f_u = 1860$ MPa
- $E = 197$ GPa
- Peso unitario = 78.5 kN/m³
- Coeficiente de relajación: $0.7 f_{pk} = 2.5$ GPa

Para definir el tipo de curva tensión-deformación, se aplicó el comando de Sofistik *CALC: Calculatoric values*. Este comando permite dibujar las curvas para análisis no lineales.

```
43 STEE 31 PSAC '270' TITL "=S 270 (ACI 318M) Tirantes" _
44 SSLA EPS CALC SIG 1[-] TYPE EXT
```

Figura 29: Definición del material en Sofistik para un análisis no lineal

Los cables fueron modelizados con elementos tipo cable, con las siguientes características:

```
CABL 101 D 96.73954 MNO 31 F 7350.180[mm2] K 13671.33[kN] W 57.69191[kg/m] KE 1 REF DIN
CABL 102 D 71.81049 MNO 31 F 4050.099[mm2] K 7533.185[kN] W 31.78942[kg/m] KE 1 REF DIN
CABL 103 D 92.70694 MNO 31 F 6750.165[mm2] K 12555.31[kN] W 52.98237[kg/m] KE 1 REF DIN
CABL 104 D 98.69407 MNO 31 F 7650.187[mm2] K 14229.35[kN] W 60.04668[kg/m] KE 1 REF DIN
CABL 105 D 107.0488 MNO 31 F 9000.220[mm2] K 16740.41[kN] W 70.64316[kg/m] KE 1 REF DIN
CABL 106 D 98.69407 MNO 31 F 7650.187[mm2] K 14229.35[kN] W 60.04668[kg/m] KE 1 REF DIN
CABL 107 D 103.4189 MNO 31 F 8400.206[mm2] K 15624.38[kN] W 65.93361[kg/m] KE 1 REF DIN
CABL 108 D 98.69407 MNO 31 F 7650.187[mm2] K 14229.35[kN] W 60.04668[kg/m] KE 1 REF DIN
CABL 109 D 113.1210 MNO 31 F 10050.25[mm2] K 18693.46[kN] W 78.88486[kg/m] KE 1 REF DIN
CABL 110 D 105.2495 MNO 31 F 8700.213[mm2] K 16182.40[kN] W 68.28839[kg/m] KE 1 REF DIN
CABL 111 D 106.1529 MNO 31 F 8850.217[mm2] K 16461.40[kN] W 69.46577[kg/m] KE 1 REF DIN
CABL 112 D 97.72169 MNO 31 F 7500.183[mm2] K 13950.34[kN] W 58.86930[kg/m] KE 1 REF DIN
```

Figura 30: Definición de las secciones en Sofistik para un análisis no lineal

donde:

D: diámetro (mm)

MNO: material

F: área útil (mm²)

K: fuerza de rotura (kN)

W: peso propio lineal (kg/m)

Finalmente, para la definición del tipo de análisis, se usaron los comandos siguientes:

```
CTRL PROB NONL v2 150 v3 0.005 v4 0.0001
CTRL PROB TH3 v2 150 v3 0.005 v4 0.0001
```

Figura 31: Definición del análisis no lineal material (arriba) y no lineal geométrico (abajo) en Teddy

donde:

v2: número de iteraciones

v3: tolerancia de los resultados 1

v4: tolerancia de los resultados 2

4.3 Análisis lineal modificado

Si se quisiera realizar un análisis lineal a través del cual se pudiesen obtener prácticamente los mismos resultados que a través de un análisis no lineal, se tendrían que aplicar los valores del módulo de elasticidad equivalentes explicados en el apartado 2.3.

Tomando los valores de longitud y área de cable para cada cable de cada caso, se han calculado tres valores de módulos de elasticidad:

- **Módulo de elasticidad tangente, E_v .** Este módulo de elasticidad es válido cuando la variación de carga en el tirante no es muy elevado. Es el caso de los tirantes delanteros, una vez cargados, la variación de carga que van sufriendo a causa del tesado de los cables contiguos. Para su cálculo se ha aplicado la ecuación 13
- **Módulo de elasticidad secante, E_{sec} .** El módulo de elasticidad secante es válido cuando las variaciones de carga en el tirante son elevadas y por tanto la hipótesis de L (longitud de cable) = s (longitud de la catenaria del cable) deja de ser válida. Para calcularlo, se han aplicado los dos métodos existentes:
 - **Módulo de elasticidad secante directo, $E_{sec,2}$.** Para calcular este módulo se ha aplicado directamente la ecuación 15.
 - **Módulo de elasticidad secante por fuerza equivalente, $E_{sec,1}$.** Para calcular este módulo, se ha calculado previamente el valor de la fuerza equivalente, a través de la ecuación 16, y posteriormente se ha utilizado este valor para calcular el valor del módulo de elasticidad secante aplicando la ecuación 13.

A continuación se muestra el principio de la tabla Excel a través de la cual se han realizado los cálculos de los módulos de elasticidad tangente y secante para el cable 51001:

Cálculo del módulo de elasticidad aparente para el cable 51001					
Caso de carga	N (kN)	E_v (kPa)	F_{equiv} (kN)	$E_{sec,1}$ (kPa)	$E_{sec,2}$ (kPa)

4030	5226	7991093	5209	7916544	7916544
4031	5192,1	7842741	5190	7835562	7835562
4036	5188,8	7828390	5193	7845778	7845778
4039	5196,8	7863208	5151	7664207	7664207
4040	5105,3	7470610	5098	7439156	7439156
4041	5090,4	7407844	5082	7371304	7371304
4046	5073	7334957	5082	7374229	7374229
4049	5091,8	7413727	5010	7075921	7075921
4050	4930,5	6754647	4928	6744131	6744131
4051	4925,2	6733632	4909	6671485	6671485
4056	4893,8	6609956	4906	6659721	6659721
4059	4919,2	6709890	4839	6399015	6399015
4060	4761,3	6103655	4828	6355478	6355478
4062	4896	6618575	4890	6593500	6593500
4064	4883,2	6568527	4863	6491948	6491948
4066	4843,9	6416333	4859	6474234	6474234
4069	4874	6532700	4826	6349434	6349434
4070	4779,5	6171715	4781	6177344	6177344
4071	4782,5	6182979	4807	6274567	6274567
4072	4831,2	6367624	4810	6286974	6286974
4076	4789	6207428	4803	6261320	6261320
4079	4817,6	6315719	4783	6185938	6185938
4080	4749,3	6059037	4765	6118996	6118996
4082	4781,6	6179598	4776	6159137	6159137
4084	4770,7	6138748	4752	6067943	6067943
4086	4732,8	5998022	4745	6041545	6041545
4089	4756,4	6085411	4733	5998660	5998660
4090	4709,7	5913247	4708	5907950	5907950
4091	4706,8	5902658	4713	5925840	5925840
4092	4719,5	5949120	4705	5894334	5894334
4096	4689,6	5840095	4698	5872012	5872012
4099	4707,2	5904118	4698	5868912	5868912
4100	4687,9	5833934	4679	5802068	5802068
4106	4670,3	5770390	4671	5772909	5772909
4107	4671,7	5775429	4678	5797036	5797036
4109	4683,7	5818731	4669	5765964	5765964
4110	4654,5	5713716	4660	5733210	5733210
4112	4665,4	5752777	4671	5772175	5772175
4113	4676,2	5791643	4677	5793086	5793086
4114	4677	5794529	4670	5769286	5769286
4116	4663	5744162	4667	5757439	5757439
4119	4670,4	5770750	4661	5736045	5736045
4120	4651,1	5701566	4655	5715318	5715318
4122	4658,8	5729105	4663	5742719	5742719
4123	4666,4	5756369	4666	5756009	5756009

4124	4666,2	5755650	4662	5741284	5741284
4126	4658,2	5726956	4660	5733761	5733761
4129	4662	5740575	4652	5704192	5704192
4130	4641,7	5668059	4640	5661300	5661300
4136	4637,9	5654549	4638	5654372	5654372
4137	4637,8	5654194	4638	5656503	5656503
4139	4639,1	5658814	4631	5630214	5630214
4140	4623	5601771	4629	5622261	5622261
4141	4634,6	5642833	4634	5642301	5642301
4146	4634,3	5641769	4819	6320606	6320606
4170	5013,4	7088653	5016	7099286	7099286
4172	5018,6	7109936	5021	7120589	7120589
4173	5023,8	7131259	5026	7141726	7141726
4182	5028,9	7152210	5031	7162902	7162902
4183	5034,1	7173611	5458	9054213	9054213
4190	5931,8	11470645	5843	10992395	10992395
4200	5756,3	10535201	5683	10156420	10156420
4210	5610,2	9792080	5540	9445825	9445825
4220	5470,7	9112595	5409	8821330	8821330
4230	5348,2	8539999	5317	8398104	8398104
4240	5286,2	8258732	5269	8182221	8182221
4250	5252,1	8106470	5234	8027940	8027940
4260	5216,7	7950226	5217	7950226	7950226

Cuadro 3: Módulos de elasticidad aparente para el cable 51001

donde:

Longitud de cable = 67.38 m

Área de cable = 7350.18 mm

Módulo de elasticidad, $E = 197000$ MPa

Peso propio, $w = 78.5$ kN/m³

Gracias a la tabla dinámica se obtienen automáticamente los valores para cada uno de los cables.

Se comprueba de esta manera que ambos métodos para calcular el módulo de elasticidad secante dan el mismo resultado, así como la diferencia de valores entre el módulo de elasticidad tangente y secante.

Una vez obtenidos todos los valores necesarios, habría que definir en Sofistik un material por cada módulo de elasticidad y asociarlo a cada cable. De esta manera, se encuentra unos valores de esfuerzos axiales iguales a los obtenidos mediante el análisis no lineal.

Este análisis no se ha llevado a cabo, ya que, cuando se realiza un análisis no lineal en Sofistik, el propio programa calcula los valores del módulo de elasticidad aparente para cada paso. Por lo que a través de los análisis no lineales se ha podido estudiar la variación de dicho modulo.

5 RESULTADOS

En el siguiente apartado mostramos los resultados obtenidos mediante los análisis lineal y no lineales del modelo. Empezaremos analizando los resultados obtenidos a través de un análisis lineal.

5.1 Análisis lineal

A continuación se muestran los esfuerzos axiales en los cables a lo largo del proceso constructivo. Los resultados de los cables delanteros se han dividido en dos gráficas, para poder ser más visibles.

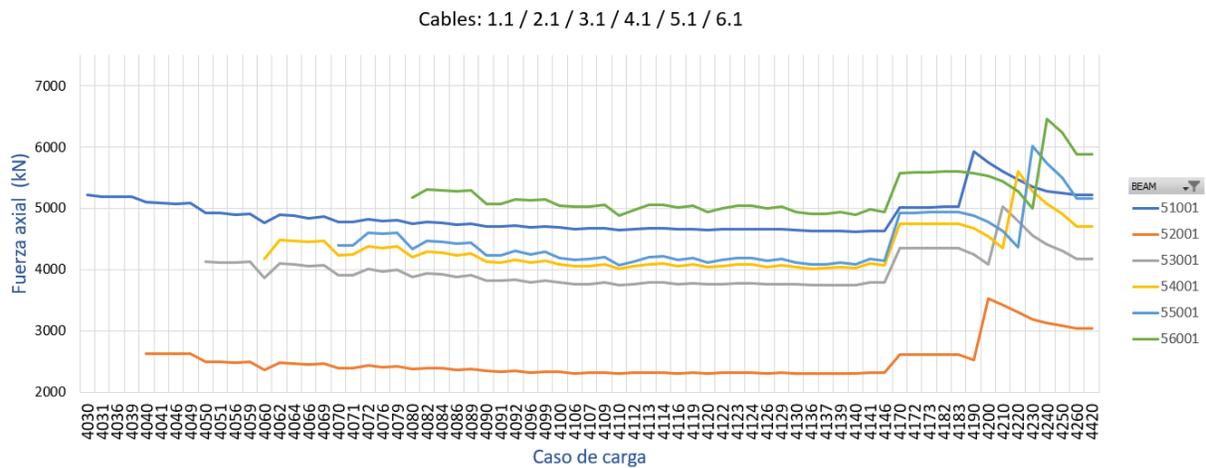


Figura 32: Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en las parejas de cables delanteros 1 a 6, según un análisis lineal

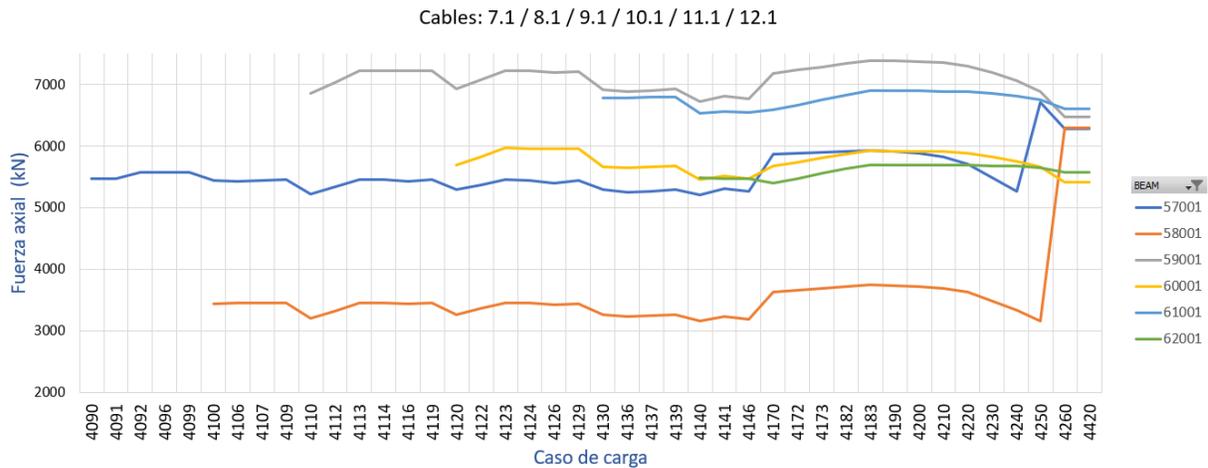


Figura 33: Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en las parejas de cables delanteros 7 a 12, según un análisis lineal

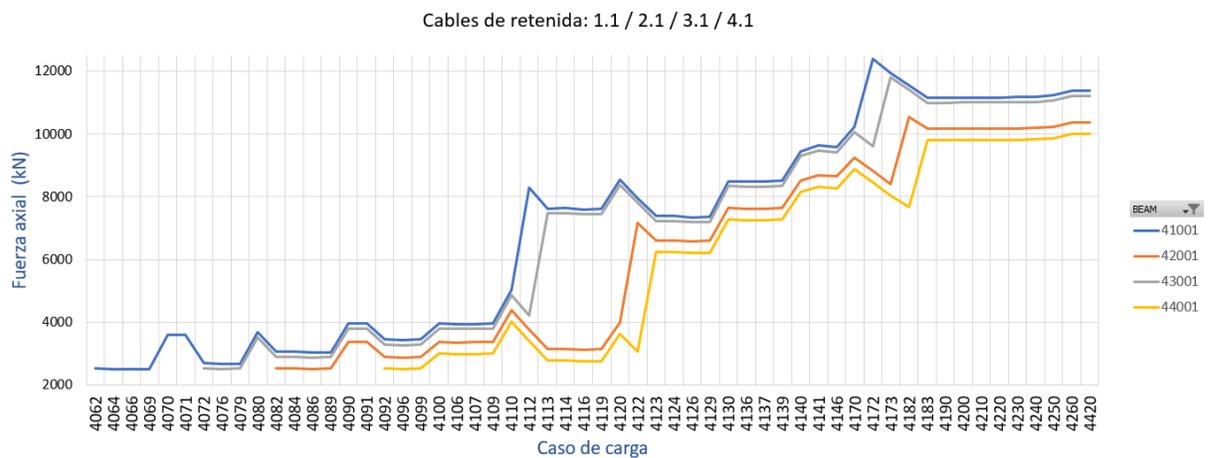


Figura 34: Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en las parejas de cables de retenida 1 a 4, según un análisis lineal

Lo primero que se observa en las gráficas es la gran diferencia de variación de esfuerzo axial entre los cables delanteros y los de retenida. En efecto, siguiendo el diseño del proceso de atirantamiento, el objetivo es el de ir tesando los cables delanteros, mientras que los de retenida son utilizados como controladores de los esfuerzos que se producen en el tablero, y sobre todo en el mástil. Es por ello que, mientras que los cables delanteros son tesados en una única maniobra (o en dos), los cables de retenida son tesados en tres maniobras. Esto hace que la variación de los esfuerzos en los cables de

retenida sea mucho mayor, lo que, siguiendo la teoría explicada hasta el momento, debería influir en mayor medida las variaciones originadas por su comportamiento no lineal.

Si nos fijamos en la variación de esfuerzo que sufre cada uno de los cables, se observa que los cables delanteros reciben una primera carga causada por la primera maniobra de tesado, y que, a medida que avanza el proceso de atirantamiento, va disminuyendo paulatinamente el esfuerzo axial a causa de tesar los cables contiguos. Este efecto ocurre porque, al tesar el cable N , dicho cable absorbe la carga recibida del tesado y es mantenida gracias a la resistencia que oponen tanto el tablero como el mástil. Al cargar el cable $N+1$, dicha resistencia se reparte entre los agarres de ambos cables, relajando ligeramente el esfuerzo obtenido en el cable N en el paso anterior. Es por ello que es muy importante durante el diseño del proceso de atirantamiento, no controlar solamente el esfuerzo en los tirantes, sino también los esfuerzos que se generan en los elementos de amarre (en este caso el tablero y el mástil).

En nuestro caso, los cables delanteros son diseñados para mantener un tesado de entre 5000 y 7000 kN, a excepción de los cables más próximos al mástil, que son ligeramente menos cargados. Los cables de retenida, en cambio, reciben una carga final de unos 12000 kN. La máxima variación que sufren los cables delanteros no supera los 1000 kN, y lo sufren dos veces, en el primer y segundo tesado; mientras que los cables traseros sufren el triple de variaciones, aunque la amplitud sea parecida.

Se puede observar que, en el caso de los cables delanteros, cuanto más se aleja el cable del mástil, mayor será la carga aplicada. Esto ocurre porque, al tener el cable una mayor longitud, se necesita de una mayor carga para poder tensarlo. Sin embargo, los cables con mayor carga son el 9.1 y el 10.1, ya que se encuentran en el centro del vano, y por tanto deberán soportar una mayor carga del puente.

Sin embargo, en el caso de los cables de retenida, los mas afectados serán los cables próximos al mástil.

5.2 Análisis no lineal material

A continuación se muestran los resultados del análisis no lineal material:

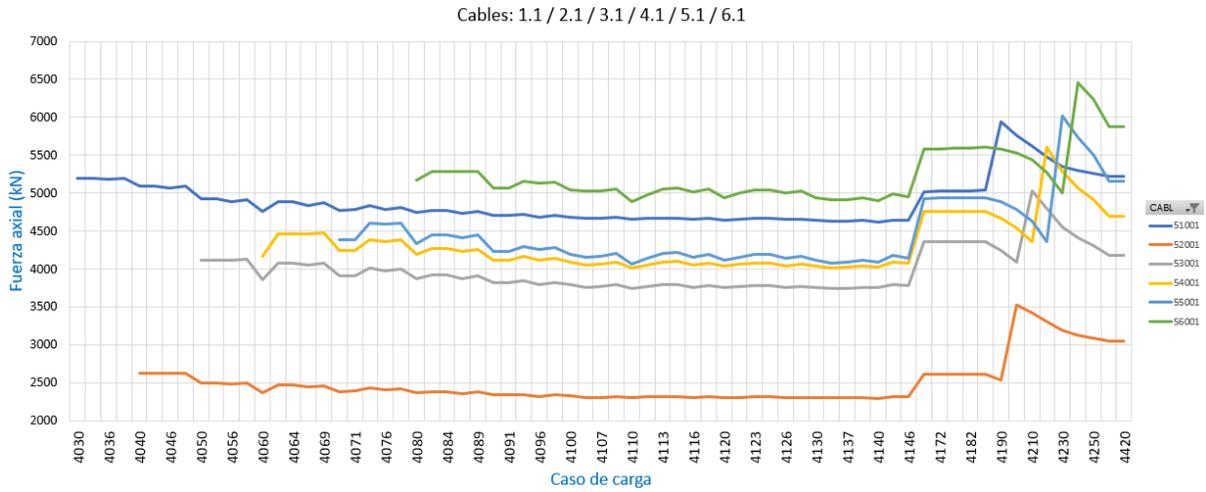


Figura 35: Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en la pareja de cables delanteros 1 a 6, según un análisis no lineal material

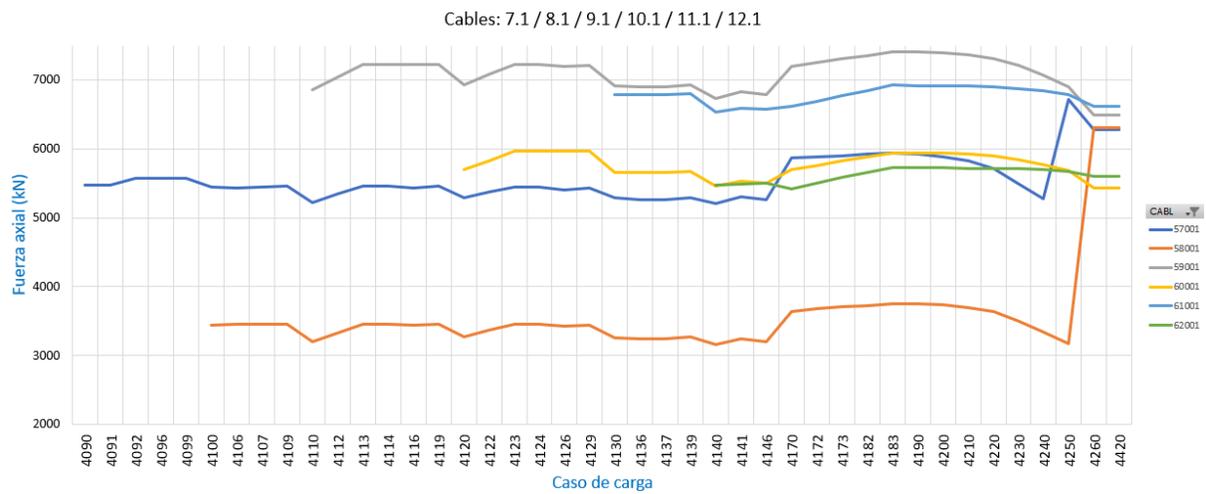


Figura 36: Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en la pareja de cables delanteros 7 a 12, según un análisis no lineal material

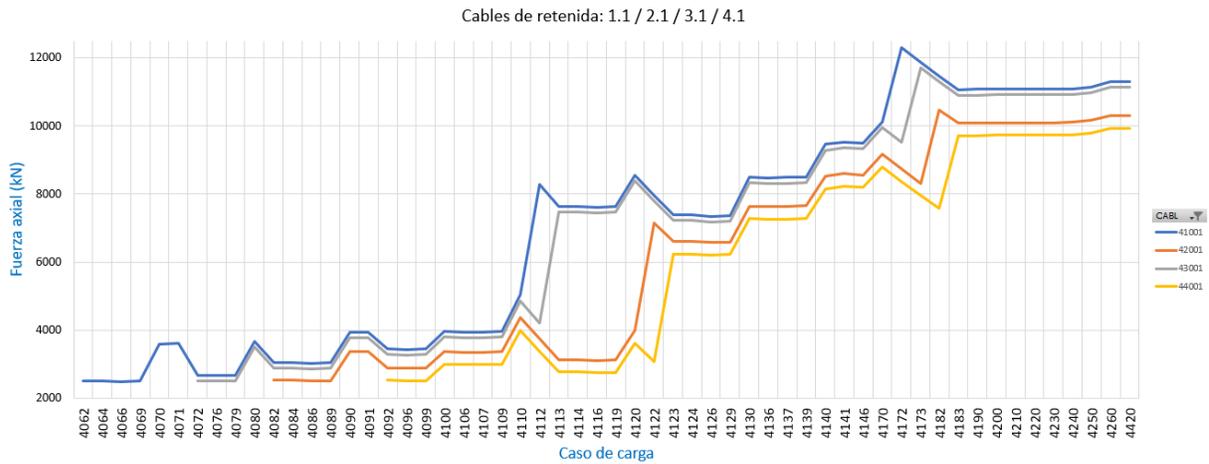


Figura 37: Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en la pareja de cables de retenida 1 a 4, según un análisis no lineal material

Lo primero que se puede observar en estas gráficas es que la diferencia de resultados entre el análisis lineal y el análisis no lineal material es prácticamente nula, del orden del 1%. Se aísla el caso de un solo cable para poder analizar la variación de resultados entre el análisis lineal y no lineal material. La gráfica que se obtiene es la siguiente:

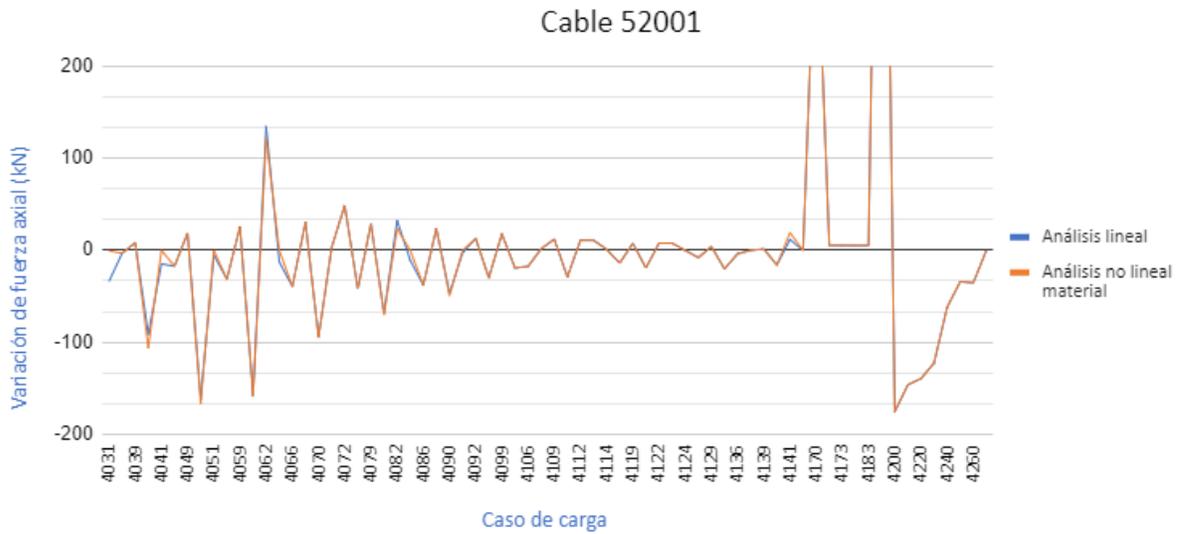


Figura 38: Variación del esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento ($[P] - [P-1]$) en el cable 52001, según un análisis lineal y no lineal material

Se confirma que efectivamente no existe prácticamente diferencia entre ambos resultados, mas allá del error que puede provenir del propio programa de cálculo.

Si recordamos lo explicado en el apartado teórico y lo aplicamos al caso actual se obtiene que, efectivamente, los cables no presentan no linealidad material en el proceso de tesado, ya que la carga que se les aplica no es suficiente para sobrepasar su límite elástico.

En este caso, los cables están sometidos a una carga máxima de 7000 kN. Teniendo un área de sección media igual a 8000 mm^2 , obtenemos un esfuerzo máximo de $f_y = 875 \text{ MPa}$, como se muestra a continuación:

$$f_y < \frac{F}{A} = \frac{7000}{8000 \cdot 10^{-6}} = 875 \text{ MPa} \quad (18)$$

Sabiendo que el material que estamos utilizando, comúnmente utilizado para cables estructurales, tiene un límite último igual a $f_u = 1850 \text{ MPa}$ y un límite elástico muy cercano al límite último, se comprueba que es prácticamente imposible que los cables alcancen la plastificación.

Esto ocurre por la condición de diseño expuesta anteriormente:

$$\sigma = 0,45 \% f_u \quad (19)$$

Este límite evita que surjan problemas ligados al comportamiento no linealidad material de los cables.

5.3 Análisis no lineal geométrico

A continuación se muestran los resultados obtenidos de un análisis no lineal geométrico:

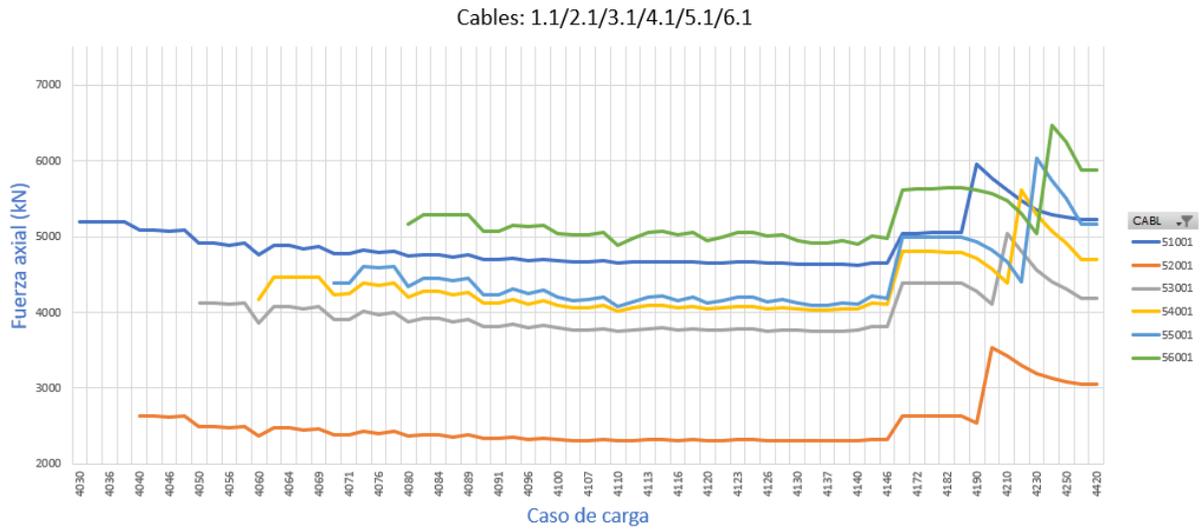


Figura 39: Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en la pareja de cables delanteros 1 a 6, según un análisis no lineal geométrico

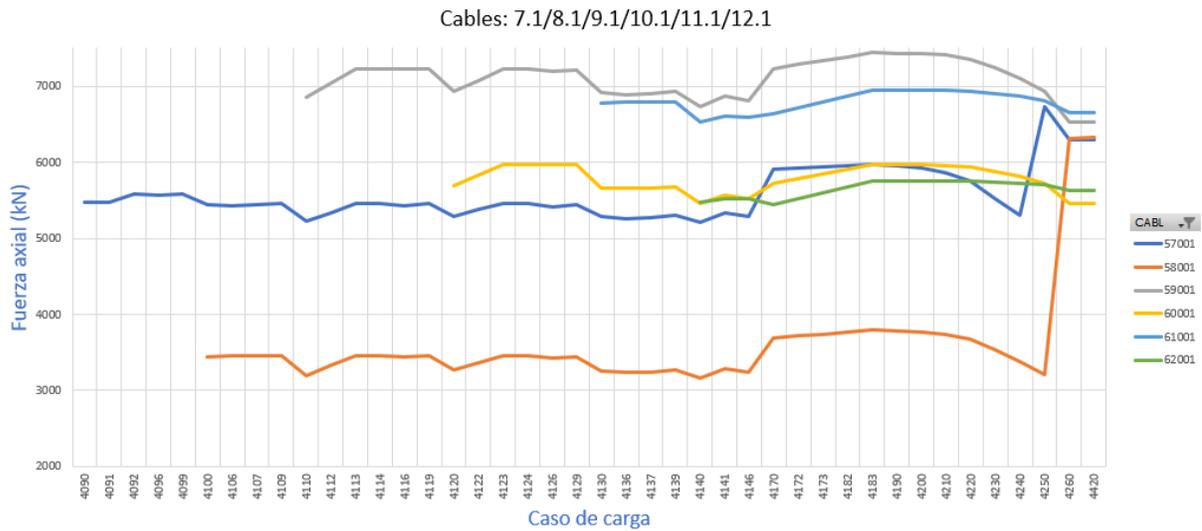


Figura 40: Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en la pareja de cables delanteros 7 a 12, según un análisis no lineal geométrico

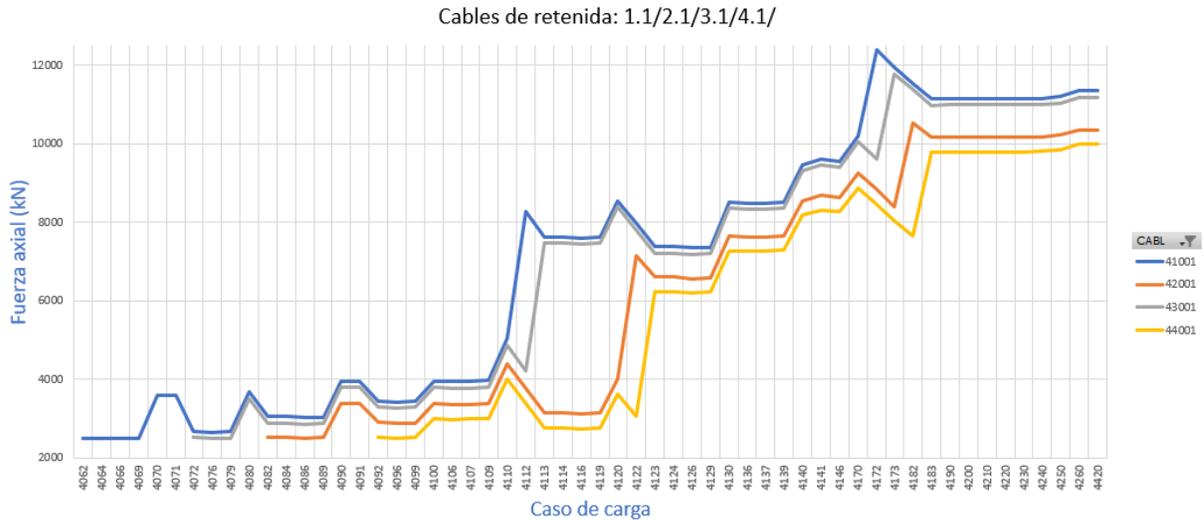


Figura 41: Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en la pareja de cables de retenida 1 a 4, según un análisis no lineal geométrico

Como se puede observar, la variación con los resultados del análisis lineal vuelve a ser muy pequeña, del orden del 1 %.

Dentro de la no linealidad geométrica, se encuentran el efecto del alargamiento y el efecto de la catenaria. Por tratarse de cables que al ser tesados toman una forma prácticamente recta, el efecto de la catenaria es despreciable, quedando solamente el efecto del alargamiento. Este efecto es lo que vemos reflejado en la diferencia de resultados entre el análisis lineal y no lineal.

Para que el **efecto del alargamiento** sea más pronunciado, habría que aumentar considerablemente la carga. Si volvemos al gráfico 13, sabemos que la amplitud de la carga que hay que aplicar a los cables para poder apreciarlo es de aproximadamente 20 veces el peso propio del tablero del puente atirantado. Durante el proceso constructivo nunca alcanzaremos dichos valores.

Con el objetivo de mostrar el efecto del alargamiento de los cables, se repite el análisis no lineal aumentando la carga en el puente por un factor de 10.

A continuación se muestran los resultados obtenidos en el cable 52001 para los distintos casos:

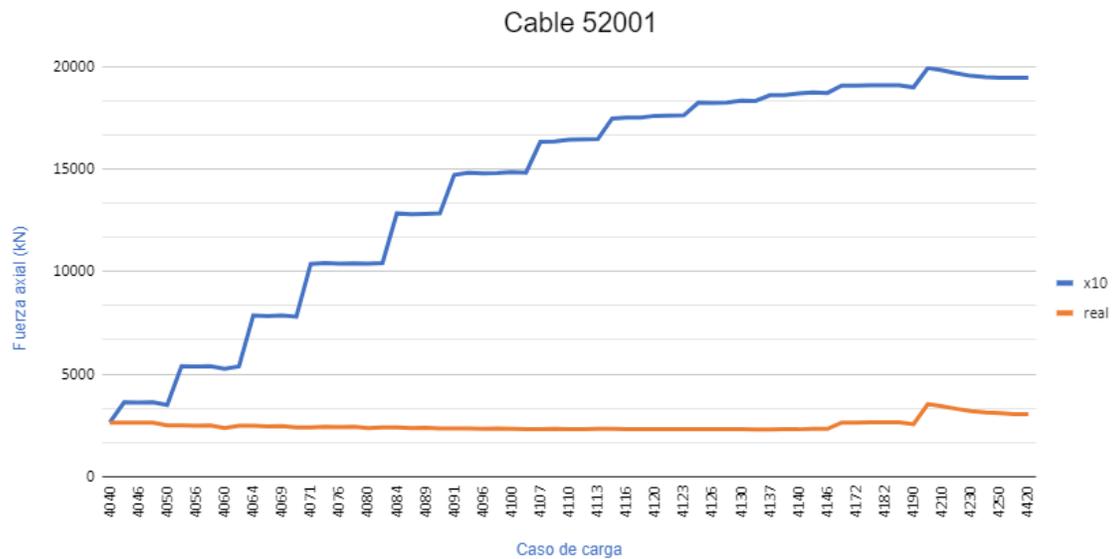


Figura 42: Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable

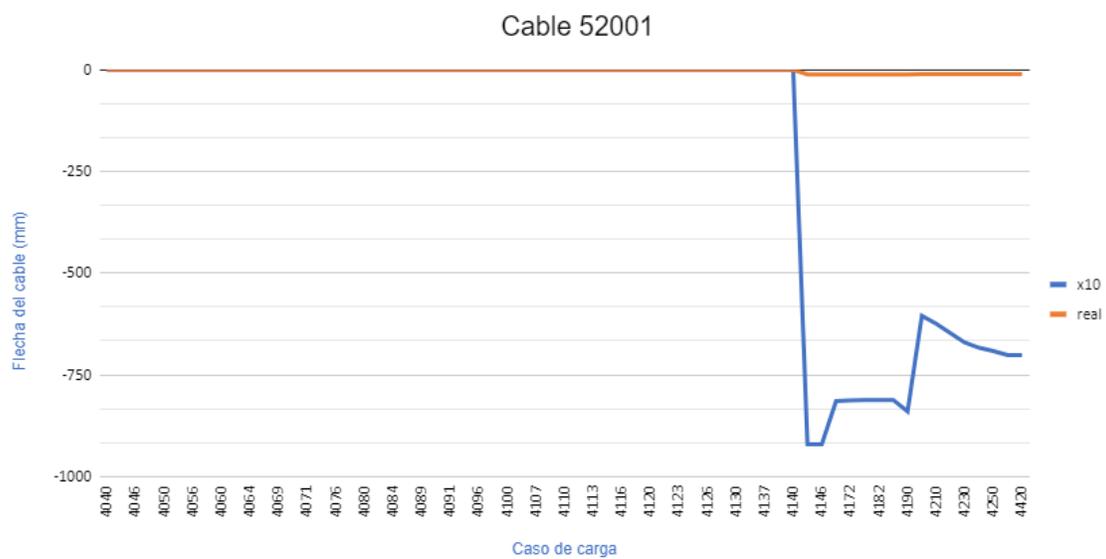


Figura 43: Relación entre el módulo de elasticidad del acero y el módulo de elasticidad aparente durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable

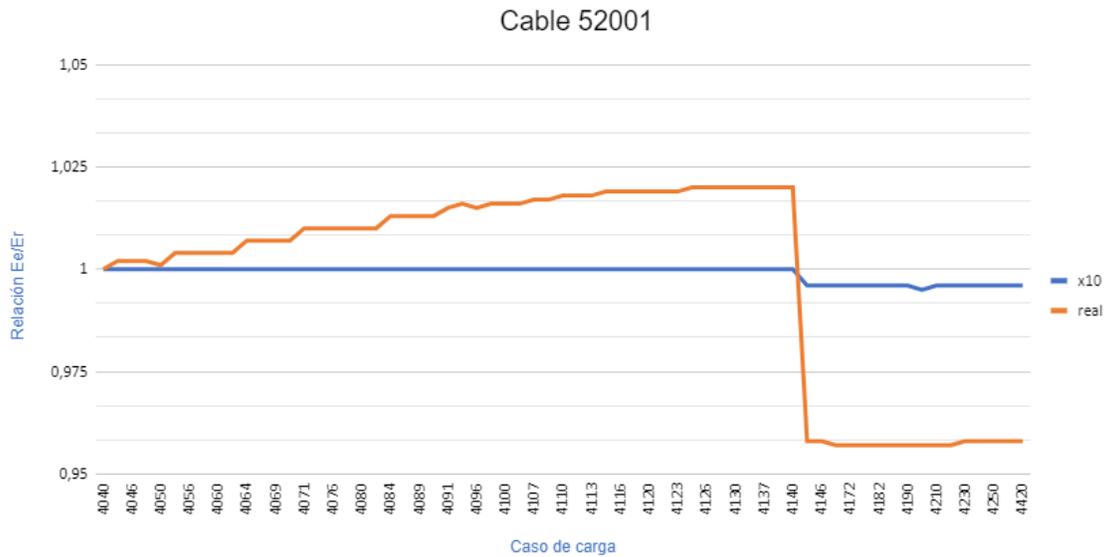


Figura 44: Flecha durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable

Se fija la atención en los resultados del ratio entre el módulo de elasticidad aparente y el módulo de elasticidad real. A primera vista, no existe un gran efecto del atirantamiento, ya que el valor ronda en torno al 1. Además, si observamos la gráfica de la fuerza axial, comprobamos que el peso del tablero carga el cable 52001 hasta un valor mayor a su límite último, el cual recordamos que es $F_u = 15000kN$. Estas dos gráficas demuestran que el cable fallará por rotura antes de mostrar alguna influencia por el efecto del alargamiento de sus cables.

Para comprobar esta hipótesis, se hace el siguiente cálculo:

Para un valor máximo de tracción de $F = 15000kN$ y un área medio de cable de $A = 8000mm^2$, se obtiene un valor de tensión igual a $\sigma = F/A = 1875MPa$. Aplicando la ley de Hooke, se obtiene el valor de la deformación unitaria $\epsilon = \sigma/E = 1,875/190000 = 0,00987$.

Esta deformación unitaria, para una longitud de cable de alrededor de $L = 80m$, obtenemos una variación de longitud de cable de $\Delta l = 0,79m$. Aplicando Poisson, se obtiene una deformación lateral de $\epsilon_{lateral} = 0,33 \cdot 0,00987 = 0,00325$. Aplicado a la sección del cable, se obtiene una variación de sección igual a $\Delta A = 26mm^2$.

Si se vuelve a calcular la tensión en el cable con la reducción de sección máxima (ya que en caso de someterse a una fuerza de tracción superior el cable sobrepasaría su valor máximo de tracción), se obtiene $\sigma_2 = 15000/7974mm^2 = 1881MPa$.

Se obtiene una variación de tensión en el cable de $\Delta\sigma = 1881 - 1875 = 6MPa$. Que en el caso de los cables del caso de estudio es un 0.3% de variación respecto a la tensión total. Variación claramente despreciable.

Si observamos el valor del módulo de elasticidad efectivo más detalladamente, podemos comprobar que, en el caso en el que el peso del tablero está aumentado por un factor de 10, el módulo varía de manera escalonada desde la retirada del cimbrado de la primera pareja de tirantes. Si observamos la variación de tensión en el proceso del primer atirantamiento, antes de retirar el cimbrado el cable está sometido a una carga de 300 kN y al retirar la cimbra aumenta a casi 6000 kN. Esta variación aparece porque el diseño del atirantamiento de los cables no está ajustado a las nuevas cargas aplicadas en el tablero, por lo que se trata únicamente de un problema de diseño. Esto demuestra la importancia de ajustar correctamente el atirantamiento de los cables para que la tensión aplicada coincida con la carga que va a recibir al descimbrar el tablero.

En cuanto al **efecto de la catenaria**, es necesario fijarse en la relación entre el peso de los cables y la carga aplicada para poder cuantificarla. Siguiendo la gráfica 12, si la relación es menor de 1, los efectos empiezan a ser importantes. En nuestro caso, tenemos:

$$ratio = \frac{T}{\rho \cdot A \cdot L} = \frac{7000}{78,5 \cdot 8000 \cdot 10^{-6} \cdot 100} = 112 \quad (20)$$

donde:

T = tensión máxima en los cables (kN)
 ρ = peso propio de los cables (kN/m^3)
 A = área media de los cables (m^2)
 L = longitud máxima de los cables (m)

Por lo que la relación entre la tensión y el peso medio del cable es superior al necesario para poder apreciar el efecto de la catenaria. El ratio será más cercano a 1 en puentes atirantados de mayores luces, siendo una referencia aceptada la de puentes con luces mayores de 300 metros. Siendo nuestro caso la luz a salvar de 140 metros, el ratio es bastante superior, y el efecto de la catenaria sobre el comportamiento mecánico de los cables despreciable.

Para poder comprobar este efecto en nuestro caso, se vuelve a realizar el análisis no lineal geométrico modificando el peso propio de los cables:

Se repite el cálculo del atirantamiento para un peso del cable igual a $p_1 = 60kN/m^3$, $p_2 = 100kN/m^3$, $p_3 = 500kN/m^3$ y $p_4 = 4000kN/m^3$. Para analizar mejor estas variaciones, se han obtenido los valores de la flecha de los cables, así como el valor del módulo de elasticidad aparente, calculado por el propio Sofistik. Se escogen el segundo y noveno par de cables, para poder comparar el efecto de la no linealidad en un cable más corto y en otro más largo. Los resultados son los siguientes:

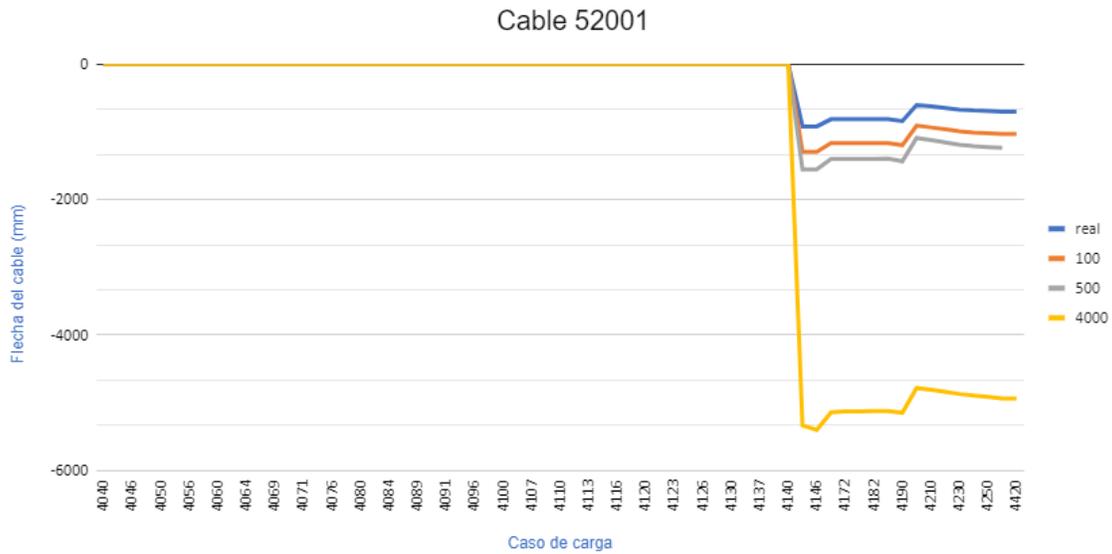


Figura 45: Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable

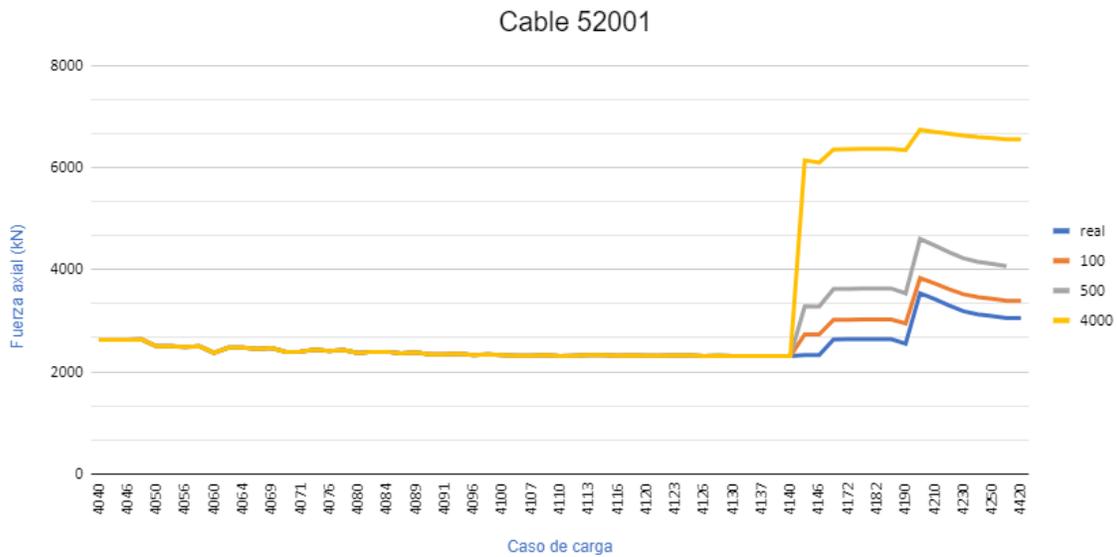


Figura 46: Flecha durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable

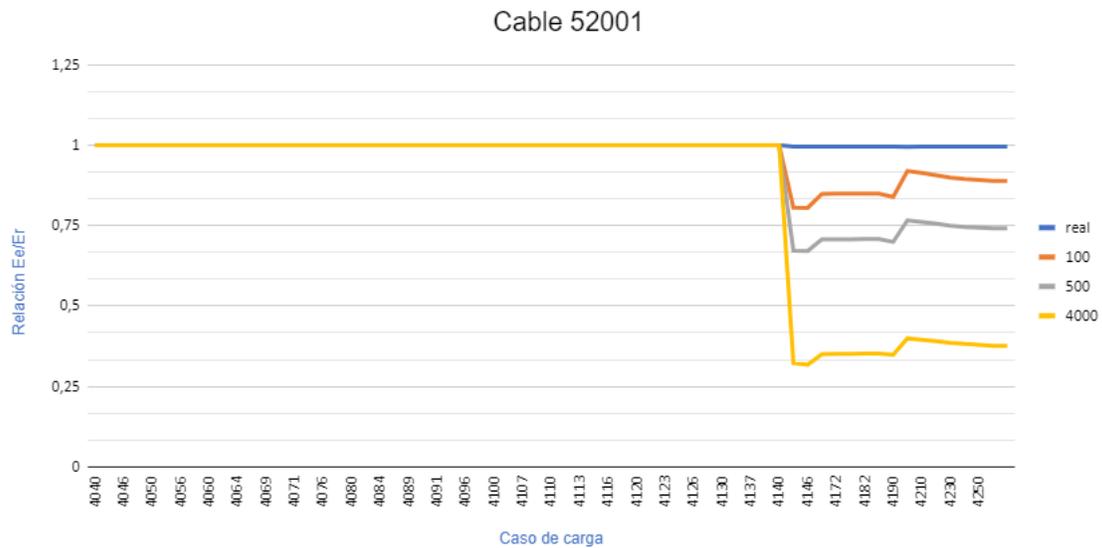


Figura 47: Relación entre el módulo de elasticidad del acero y el módulo de elasticidad aparente durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable

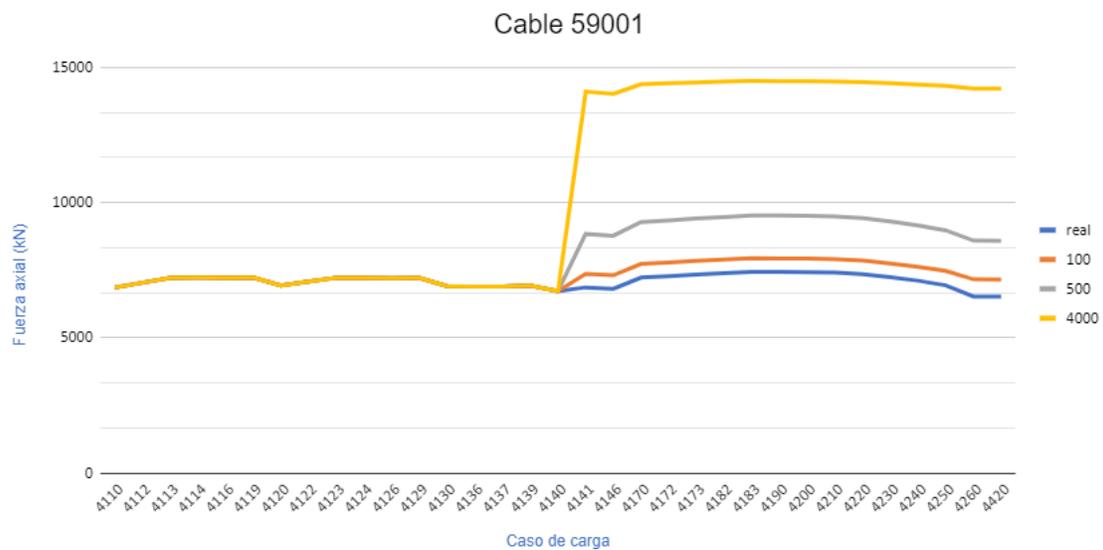


Figura 48: Esfuerzo axial durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable

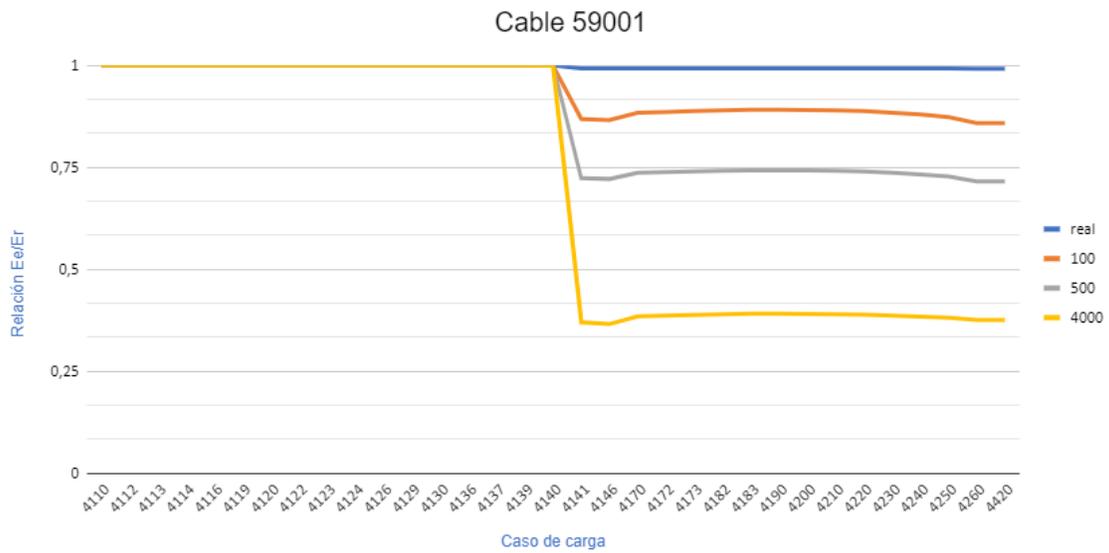


Figura 49: Relación entre el módulo de elasticidad del acero y el módulo de elasticidad aparente durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable

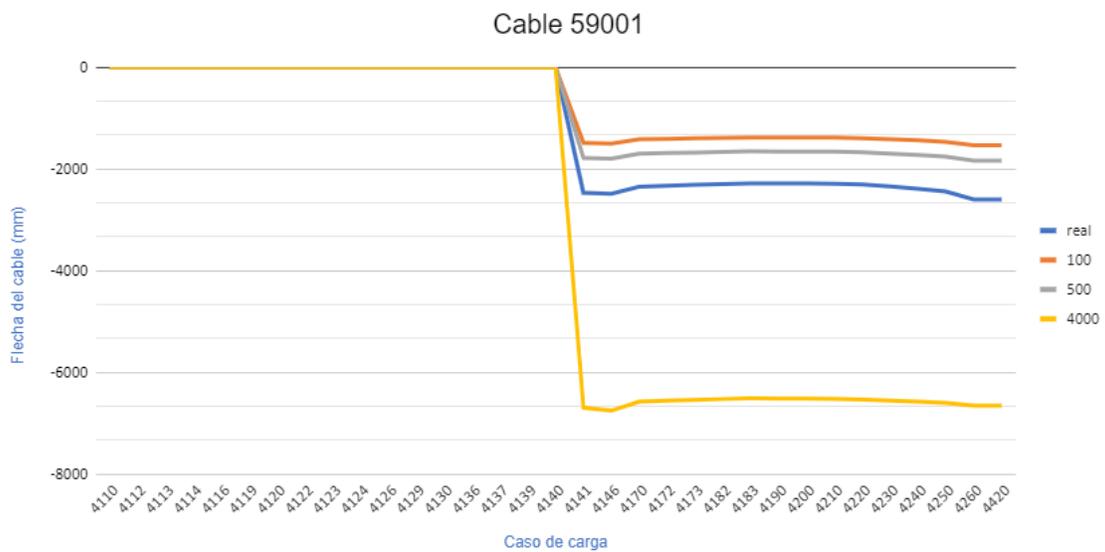


Figura 50: Flecha durante el proceso de atirantamiento en el cable 52001, según un análisis no lineal geométrico para distintos pesos de cable

Cuando los saltos de tensión son muy grandes, el análisis lineal no encuentra resultados ya que las deformaciones son demasiado grandes, por lo que únicamente se puede calcular a través de análisis no lineal.

Se observa que la variación en los resultados se mantiene parecido en el primer atirantamiento, pero que en el segundo y tercero el comportamiento no lineal aparece, mostrando diferencias notables en el valor del esfuerzo axial.

Se observa que, a mayor peso de los cables, mayor es su deformación para el mismo valor de tensión, y que por tanto mayor es la influencia del comportamiento no lineal. De todas formas, como ya se ha dicho antes, estos valores del peso de cable son totalmente irreales por lo que la única forma de que este efecto sea visible realmente es aumentando considerablemente la largura de los cables.

El caso de aumentar el peso de los tirantes hasta un valor de aproximadamente $p_2 = 100kN/m^3$ no es totalmente irreal ya que, antiguamente, el método para proteger los cables estructurales de la degradación producida a lo largo del tiempo, era envolverlos en una vaina que posteriormente era rellenada con lechada. Esto permitía, de forma muy parecida al caso del hormigón armado, que una capa de lechada cubriese los cables metálicos y así tuviesen una mayor durabilidad.

Hoy en día, esta practica ha quedado en desuso, ya que los cables son tratados con varios procesos químicos que les aporta una mayor durabilidad que antes, sin los problemas relacionados a posibles fisuraciones en la lechada.

Por tanto, se puede concluir que, si bien a día de hoy el efecto de la catenaria esta mucho menos presente en los puentes atirantados, hace unas décadas su influencia en los cálculos era mucho mayor.

6 CONCLUSIONES

6.1 Conclusiones principales

Este trabajo ha permitido entender en profundidad el comportamiento mecánico de los cables estructurales y las hipótesis de cálculo existentes para su correcto análisis y dimensionamiento. Se ha podido comprobar y cuantificar las variaciones que se obtienen en los resultados de los análisis de comportamiento lineal y no lineal, particularmente aplicados en el proceso constructivo de un puente atirantado asimétrico.

Gracias a los resultados, se ha podido observar que, en este caso, el comportamiento no lineal de los cables no es determinante en el cálculo y análisis del proceso constructivo del puente atirantado. De los dos orígenes de comportamiento no lineal que nos podemos encontrar, geométrico y material, se observa que ninguno de los dos tiene una influencia importante en este proceso.

Por un lado, el comportamiento no lineal material no está presente en todo el proceso, ya que los cables siempre son dimensionados para que no estén sometidos a un esfuerzo mayor al 45 % de su capacidad de ruptura. Sabiendo que son elementos que se diseñan para que su límite elástico sea muy similar al límite plástico, y en cualquier caso mucho mayor al 45 % del límite plástico, la plastificación de los cables está totalmente anulada.

Por tanto, el comportamiento no lineal material de los cables será únicamente visible, y será por tanto necesario considerarlo, en el caso en el que se quiera calcular la capacidad última de un puente atirantado. En cuyo caso, tal y como se explica en ??, los resultados derivados de un análisis no lineal diferirán en gran medida del análisis lineal debido a la plastificación de dichos elementos, dependiendo evidentemente del material elegido para su diseño.

Por otro lado, en cuanto al comportamiento no lineal geométrico de los cables, se ha comprobado que, si bien está presente en el proceso de atirantamiento de los cables, su influencia es totalmente despreciable en este caso, ya que la variación de resultados es en torno al 1 % a causa de la forma de los cables y su relación entre el peso de los cables y la fuerza a la que están sometidos.

Podemos concluir entonces que, durante el proceso de atirantamiento de un puente atirantado el efecto de la no linealidad geométrica estará más presente, y que, a lo largo de su vida útil, será el efecto de la no linealidad material el que tomara importancia. Por lo que, dependiendo en la fase en la que se quieran realizar los cálculos de la estructura, habrá que prestar más atención a un efecto o a otro.

Dicho esto, es lógico pensar que en el caso de puentes colgantes, el efecto de la no linealidad geométrica será mucho mayor. En el caso de puentes atirantados, formados en su gran mayoría por cables rectos, este efecto será visible para cables de una mayor longitud, según [3] a partir de luces de puente de 300 m, la influencia empieza a ser significativa.

Si bien la influencia de la no linealidad en el caso estudiado era mínima, ha sido posible comprobar que en ciertos escenarios el efecto del comportamiento mecánico no lineal de los cables puede ser considerable. Es por ello que es importante realizar un buen diseño del proceso constructivo para disminuir los efectos del comportamiento no lineal de los cables.

6.2 Perspectiva y futuros trabajos

Dada la poca influencia del comportamiento no lineal encontrado en el proceso de atirantamiento del puente, sería de interés encontrar las situaciones en las que el efecto de dicho comportamiento sí tenga una influencia importante y sí sea necesario tenerla en cuenta para el correcto cálculo de los esfuerzos en las estructuras.

Dentro de las estructuras de tipo puentes, sería interesante estudiar la influencia de la no linealidad en puentes colgantes, ya que la curvatura de los cables principales del puente pueden estar altamente influenciados por su comportamiento no lineal.

En una escala más pequeña, no hay que olvidarse del efecto de la no linealidad en las zonas más cercanas de los cables a los amarres, ya que un mal dimensionamiento de las vainas de agarre puede llevar a roturas producidas por variaciones de cargas en los puentes y por tanto variaciones de esfuerzos en los cables.

Si nos alejamos del ámbito de los puentes, se diseñan cada vez más proyectos que incluyen elementos cable en la ingeniería civil, como pueden ser las cubiertas o las fachadas, en las cuales el estudio del comportamiento no lineal está convirtiéndose más y más importante.

El estudio del comportamiento mecánico no lineal es un campo en vías de desarrollo en nuestro sector, de gran interés general y que puede ayudar a encontrar soluciones a grandes problemas de la ingeniería. Estos avances podrían permitir la consideración de la plastificación de los materiales en el diseño de estructuras, posibilidad que hasta ahora los Eurocódigos y demás normativas no permiten, quedándose siempre al lado de la seguridad, en el comportamiento elástico de las estructuras. Esto permitiría un gran ahorro de material, disminuyendo su consumo y la huella de carbono que los proyectos de ingeniería civil generan, tema en auge estos últimos años.

Referencias

- [1] CARLOS LAZARO FERNANDEZ, *Formulación material y espacial del modelo geoméricamente exacto de piezas alargadas*, Universitat Politècnica de Valencia, Diciembre 2005
- [2] DIANA, *Finite Element Analysis. User's Manual. Analysis Procedures*, Release 9.4.4, Febrero 2002
- [3] FRANCISCO JAVIER CARRION VIRAMONTES, JOSÉ RICARDO HERNANDEZ JIMÉNEZ, JORGE TERAN GUILLÉN, *Estudio experimental de un puente atirantado. Evaluacion de cables* Publicacion Técnica No 265, Sanfandila, Qro, 2005
- [4] JAVIER MANTEROLA ARMISEN, *Puentes. Apuntes para su diseño, cálculo y construcción*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Junio 2006
- [5] JOSÉ M.A. GOICOLEA RUIGÓMEZ, *Cálculo de cables*, Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, Mayo 2012
- [6] MAURICIO BROCATO, *Conception des structures*, École des Ponts ParisTech, Septiembre 2020
- [7] N.M. LAFONTAINE, X.R. WANG, K.F. HUANG, M.W. YUAN, EUGENIO OÑATE, *On the arc length method: combining ideas and implementations aspects*, Research Reports of the International Centre for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), March 2018
- [8] OSCAR RAMÓN RAMOS GUTIÉRREZ, RICARDO RAFAEL PEREIRA DE SOUSA, GUILLERMO ORTEGA CARRERAS, RODRIGO PERALES ARAVENA, MARCOS J. PANTALEÓN PRIETO, FRANK SCHANACK, *Construcción del Puente Atirantado TrengTreng KayKay*, VIII congreso de la Asociación Española de Ingeniería Estructurañ ACHE, Santander, 2020
- [9] OSCAR RAMÓN RAMOS GUTIÉRREZ, RICARDO RAFAEL PEREIRA DE SOUSA, GUILLERMO ORTEGA CARRERAS, FRANK SCHANACK, MARCOS JESÚS PANTALEÓN PRIETO, JUAN PEÑA LASO, *Puente Atirantado TrengTreng KayKay en Temuco (Chile)*, VII Congreso de ACHE, A Co-ruña, Junio 2017
- [10] RENÉ WALTHER, *Cable stayed bridges*,
- [11] SALVADOR MONLEON CREMADES Y CARLOS LAZARO FERNANDEZ, *Análisis geoméricamente no lineal de estructuras de barras*, Universitat Politècnica de Valencia, Febrero 2018
- [12] SETRA SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES, *Recommandations de la comission interministérielle de la précontrainte*, Noviembre 2001
- [13] , *UNE-EN 1993-1-11 (Eurocódigo 3)*
- [14] WEI-XIN REN, *Ultimate behaviour of long-span cable-stayed bridges*, Journal of Bridge Engineering, Febrero 1999

A Resultados

A.1 Análisis no lineal material

Cable 52001 - Variación de la fuerza axial		
Caso de carga	Análisis lineal	Análisis no lineal material
4031	-33,9	-0,7
4036	-3,3	-3,3
4039	8	8
4040	-91,5	-106,4
4041	-14,9	-0,1
4046	-17,4	-17,4
4049	18,8	18,8
4050	-161,3	-166,5
4051	-5,3	-0,1
4056	-31,4	-31,4
4059	25,4	25,4
4060	-157,8	-157,8
4062	134,6	122
4064	-12,8	-0,1
4066	-39,3	-39,3
4069	30,1	30,1
4070	-94,5	-94,5
4071	3	3
4072	48,6	48,6
4076	-42,1	-42,1
4079	28,6	28,6
4080	-68,3	-70,2
4082	32,3	23,3
4084	-10,9	-0,1
4086	-37,8	-37,8
4089	23,6	23,6
4090	-46,8	-49,6
4091	-2,8	-0,1
4092	12,7	12,7
4096	-29,9	-29,9
4099	17,6	17,6
4100	-19,3	-19,3
4106	-17,6	-17,6
4107	1,5	1,5
4109	12	12
4110	-29,1	-29,1
4112	10,9	10,8

A RESULTADOS

4113	10,8	10,8
4114	0,8	0,8
4116	-14	-14
4119	7,4	7,4
4120	-19,3	-19,3
4122	7,6	7,6
4123	7,6	7,5
4124	-0,2	0
4126	-8,1	-8,1
4129	3,9	3,9
4130	-20,3	-20,3
4136	-3,9	-3,9
4137	-0,1	-0,1
4139	1,3	1,3
4140	-16,1	-16,1
4141	11,6	19,1
4146	-0,3	-0,3
4170	379,2	379,2
4172	5,2	5,2
4173	5,2	5,2
4182	5,1	5,1
4183	5,1	5,1
4190	897,7	897,7
4200	-175,5	-175,5
4210	-146,1	-146,1
4220	-139,5	-139,5
4230	-122,5	-122,5
4240	-62	-62
4250	-34,1	-34,1
4260	-35,4	-35,4
4420	0	0

A.2 Análisis no lineal geométrico

Cable 52001 - Caso real			
Caso de carga	N (kN)	Flecha (mm)	Ee/Er
4040	2627,9	0	1
4041	2627,9	0	1
4046	2623,7	0	1
4049	2629,6	0	1
4050	2498,5	0	1
4051	2498,5	0	1
4056	2484,5	0	1
4059	2498,1	0	1
4060	2369	0	1
4062	2472,8	0	1
4064	2472,8	0	1
4066	2448,8	0	1
4069	2467,3	0	1
4070	2389,6	0	1
4071	2392,3	0	1
4072	2434,8	0	1
4076	2406,4	0	1
4079	2427	0	1
4080	2369,9	0	1
4082	2390	0	1
4084	2390	0	1
4086	2361,1	0	1
4089	2380,1	0	1
4090	2341,2	0	1
4091	2341,1	0	1
4092	2351,4	0	1
4096	2326,2	0	1
4099	2341,6	0	1
4100	2328,1	0	1
4106	2312,6	0	1
4107	2314,2	0	1
4109	2325,6	0	1
4110	2309	0	1
4112	2316,7	0	1
4113	2324,4	0	1
4114	2325,5	0	1
4116	2311,4	0	1
4119	2319,2	0	1
4120	2311,3	0	1

4122	2315,3	0	1
4123	2318,9	0	1
4124	2318,9	0	1
4126	2309,8	0	1
4129	2314,5	0	1
4130	2309,5	0	1
4136	2304,7	0	1
4137	2304,8	0	1
4139	2307,3	0	1
4140	2304,9	0	1
4141	2330,1	-920,6	0,996
4146	2327,9	-920,69	0,996
4170	2634,8	-814,35	0,996
4172	2636,1	-812,69	0,996
4173	2637,4	-812,05	0,996
4182	2638,7	-812,36	0,996
4183	2640	-811,81	0,996
4190	2549,6	-840,42	0,996
4200	3538,2	-604,81	0,995
4210	3424,5	-624,59	0,996
4220	3301,7	-647,49	0,996
4230	3186,7	-670,76	0,996
4240	3124,5	-683,57	0,996
4250	3088,1	-691,69	0,996
4260	3048,2	-701,35	0,996
4420	3048	-701,63	0,996

Cable 59001 - Caso real			
Caso de carga	N (kN)	Flecha (mm)	Ee/Er
4112	7036,2	0	1
4113	7220	0	1
4114	7223,8	0	1
4116	7221,1	0	1
4119	7226,1	0	1
4120	6934,1	0	1
4122	7079,5	0	1
4123	7221,2	0	1
4124	7221,2	0	1
4126	7199,2	0	1
4129	7217,9	0	1
4130	6912,1	0	1
4136	6893	0	1
4137	6900,5	0	1

4139	6928,6	0	1
4140	6724,8	0	1
4141	6863,1	-2470,64	0,993
4146	6810,6	-2488,15	0,993
4170	7226,9	-2346,2	0,993
4172	7282,7	-2328,36	0,993
4173	7338,7	-2311,4	0,993
4182	7388,5	-2294,11	0,993
4183	7438,3	-2280,03	0,993
4190	7436,5	-2280,29	0,993
4200	7428,6	-2282,49	0,993
4210	7408,2	-2288,36	0,993
4220	7356,4	-2303,43	0,993
4230	7244,1	-2340,46	0,993
4240	7109,7	-2386,66	0,993
4250	6938,4	-2441,51	0,993
4260	6526,2	-2597,49	0,992
4420	6524,5	-2599,22	0,992

A.2.1 Efecto de la catenaria

Cable 52001 - Peso del cable = 100 kN/m^3			
Caso de carga	N (kN)	Flecha (mm)	Ee/Er
4041	2627,9	0	1,000
4046	2623,7	0	1,000
4049	2629,6	0	1,000
4050	2498,5	0	1,000
4051	2498,5	0	1,000
4056	2484,5	0	1,000
4059	2498,1	0	1,000
4060	2369,0	0	1,000
4062	2472,8	0	1,000
4064	2472,8	0	1,000
4066	2448,8	0	1,000
4069	2467,3	0	1,000
4070	2389,6	0	1,000
4071	2392,3	0	1,000
4072	2434,8	0	1,000
4076	2406,4	0	1,000
4079	2427,0	0	1,000
4080	2369,9	0	1,000
4082	2390,0	0	1,000
4084	2390,0	0	1,000

4086	2361,1	0	1,000
4089	2380,1	0	1,000
4090	2341,2	0	1,000
4091	2341,1	0	1,000
4092	2351,4	0	1,000
4096	2326,2	0	1,000
4099	2341,6	0	1,000
4100	2328,1	0	1,000
4106	2312,6	0	1,000
4107	2314,2	0	1,000
4109	2325,6	0	1,000
4110	2309,0	0	1,000
4112	2316,7	0	1,000
4113	2324,4	0	1,000
4114	2325,5	0	1,000
4116	2311,4	0	1,000
4119	2319,2	0	1,000
4120	2311,3	0	1,000
4122	2315,3	0	1,000
4123	2318,9	0	1,000
4124	2318,9	0	1,000
4126	2309,8	0	1,000
4129	2314,5	0	1,000
4130	2309,5	0	1,000
4136	2304,7	0	1,000
4137	2304,8	0	1,000
4139	2307,3	0	1,000
4140	2304,9	0	1,000
4141	2734,7	-1294	0,806
4146	2731,7	-1295	0,805
4170	3019,7	-1167	0,849
4172	3021,1	-1166	0,849
4173	3022,4	-1165	0,849
4182	3023,8	-1165	0,849
4183	3025,2	-1164	0,849
4190	2946,2	-1197	0,839
4200	3834,5	-909	0,920
4210	3731,3	-934	0,914
4220	3620,5	-963	0,907
4230	3518,3	-992	0,899
4240	3461,2	-1009	0,895
4250	3427,0	-1020	0,892
4260	3391,4	-1031	0,889
4420	3391,2	-1031	0,889

Cable 52001 - Peso del cable = 500 kN/m^3			
Caso de carga	N (kN)	Flecha (mm)	Ee/Er
4041	2627,9	0,000	1,000
4046	2623,7	0,000	1,000
4049	2629,6	0,000	1,000
4050	2498,5	0,000	1,000
4051	2498,5	0,000	1,000
4056	2484,5	0,000	1,000
4059	2498,1	0,000	1,000
4060	2369,0	0,000	1,000
4062	2472,8	0,000	1,000
4064	2472,8	0,000	1,000
4066	2448,8	0,000	1,000
4069	2467,3	0,000	1,000
4070	2389,6	0,000	1,000
4071	2392,3	0,000	1,000
4072	2434,8	0,000	1,000
4076	2406,4	0,000	1,000
4079	2427,0	0,000	1,000
4080	2369,9	0,000	1,000
4082	2390,0	0,000	1,000
4084	2390,0	0,000	1,000
4086	2361,1	0,000	1,000
4089	2380,1	0,000	1,000
4090	2341,2	0,000	1,000
4091	2341,1	0,000	1,000
4092	2351,4	0,000	1,000
4096	2326,2	0,000	1,000
4099	2341,6	0,000	1,000
4100	2328,1	0,000	1,000
4106	2312,6	0,000	1,000
4107	2314,2	0,000	1,000
4109	2325,6	0,000	1,000
4110	2309,0	0,000	1,000
4112	2316,7	0,000	1,000
4113	2324,4	0,000	1,000
4114	2325,5	0,000	1,000
4116	2311,4	0,000	1,000
4119	2319,2	0,000	1,000
4120	2311,3	0,000	1,000
4122	2315,3	0,000	1,000
4123	2318,9	0,000	1,000
4124	2318,9	0,000	1,000

4126	2309,8	0,000	1,000
4129	2314,5	0,000	1,000
4130	2309,5	0,000	1,000
4136	2304,7	0,000	1,000
4137	2304,8	0,000	1,000
4139	2307,3	0,000	1,000
4140	2304,9	0,000	1,000
4141	3281,6	-1552,800	0,671
4146	3278,1	-1554,000	0,671
4170	3623,6	-1400,400	0,707
4172	3625,3	-1399,200	0,707
4173	3626,9	-1398,000	0,708
4182	3628,6	-1398,000	0,708
4183	3630,2	-1396,800	0,708
4190	3535,5	-1436,400	0,699
4200	4601,4	-1090,800	0,766
4210	4477,5	-1120,800	0,762
4220	4344,6	-1155,600	0,756
4230	4222,0	-1190,400	0,750
4240	4153,5	-1210,800	0,746
4250	4112,4	-1224,000	0,744
4260	4069,7	-1237,200	0,741
4420	4069,4	-1237,200	0,741

Cable 52001 - Peso del cable = $4000kN/m^3$			
Caso de carga	N (kN)	Flecha (mm)	Ee/Er
4041	2627,9	0	1,000
4046	2623,7	0	1,000
4049	2629,6	0	1,000
4050	2498,5	0	1,000
4051	2498,5	0	1,000
4056	2484,5	0	1,000
4059	2498,1	0	1,000
4060	2369,0	0	1,000
4062	2472,8	0	1,000
4064	2472,8	0	1,000
4066	2448,8	0	1,000
4069	2467,3	0	1,000
4070	2389,6	0	1,000
4071	2392,3	0	1,000
4072	2434,8	0	1,000
4076	2406,4	0	1,000

A RESULTADOS

4079	2427,0	0	1,000
4080	2369,9	0	1,000
4082	2390,0	0	1,000
4084	2390,0	0	1,000
4086	2361,1	0	1,000
4089	2380,1	0	1,000
4090	2341,2	0	1,000
4091	2341,1	0	1,000
4092	2351,4	0	1,000
4096	2326,2	0	1,000
4099	2341,6	0	1,000
4100	2328,1	0	1,000
4106	2312,6	0	1,000
4107	2314,2	0	1,000
4109	2325,6	0	1,000
4110	2309,0	0	1,000
4112	2316,7	0	1,000
4113	2324,4	0	1,000
4114	2325,5	0	1,000
4116	2311,4	0	1,000
4119	2319,2	0	1,000
4120	2311,3	0	1,000
4122	2315,3	0	1,000
4123	2318,9	0	1,000
4124	2318,9	0	1,000
4126	2309,8	0	1,000
4129	2314,5	0	1,000
4130	2309,5	0	1,000
4136	2304,7	0	1,000
4137	2304,8	0	1,000
4139	2307,3	0	1,000
4140	2304,9	0	1,000
4141	6142,9	-5335	0,323
4146	6097,1	-5399	0,317
4170	6354,6	-5141	0,350
4172	6362,0	-5129	0,351
4173	6364,6	-5126	0,351
4182	6366,4	-5124	0,352
4183	6368,5	-5122	0,352
4190	6342,4	-5147	0,348
4200	6738,0	-4781	0,399
4210	6695,4	-4808	0,395
4220	6663,0	-4836	0,390
4230	6624,3	-4870	0,386
4240	6597,4	-4894	0,382

4250	6577,3	-4912	0,380
4260	6550,6	-4936	0,376
4420	6549,8	-4937	0,376

Cable 59001 - Peso del cable = 100 kN/m^3			
Caso de carga	N (kN)	Flecha (mm)	Ee/Er
4112	7036,2	0	1,000
4113	7220,0	0	1,000
4114	7223,8	0	1,000
4116	7221,1	0	1,000
4119	7226,1	0	1,000
4120	6934,1	0	1,000
4122	7079,5	0	1,000
4123	7221,2	0	1,000
4124	7221,1	0	1,000
4126	7199,2	0	1,000
4129	7217,9	0	1,000
4130	6912,1	0	1,000
4136	6893,0	0	1,000
4137	6900,5	0	1,000
4139	6928,6	0	1,000
4140	6724,8	0	1,000
4141	7363,5	-1488	0,868
4146	7312,7	-1498	0,866
4170	7731,2	-1416	0,884
4172	7785,4	-1406	0,886
4173	7840,0	-1396	0,888
4182	7888,6	-1387	0,890
4183	7937,1	-1379	0,891
4190	7934,3	-1379	0,891
4200	7925,2	-1381	0,891
4210	7903,8	-1385	0,890
4220	7852,7	-1394	0,888
4230	7748,9	-1412	0,884
4240	7626,3	-1436	0,880
4250	7475,8	-1465	0,873
4260	7159,9	-1531	0,858
4420	7158,4	-1531	0,858

Cable 59001 - Peso del cable = 500 kN/m^3			
Caso de carga	N (kN)	Flecha (mm)	Ee/Er

4110	6852,3	0,000	1,000
4112	7036,2	0,000	1,000
4113	7220,0	0,000	1,000
4114	7223,8	0,000	1,000
4116	7221,1	0,000	1,000
4119	7226,1	0,000	1,000
4120	6934,1	0,000	1,000
4122	7079,5	0,000	1,000
4123	7221,2	0,000	1,000
4124	7221,1	0,000	1,000
4126	7199,2	0,000	1,000
4129	7217,9	0,000	1,000
4130	6912,1	0,000	1,000
4136	6893,0	0,000	1,000
4137	6900,5	0,000	1,000
4139	6928,6	0,000	1,000
4140	6724,8	0,000	1,000
4141	8836,2	-1785,2	0,724
4146	8775,2	-1798,0	0,722
4170	9277,4	-1699,6	0,736
4172	9342,5	-1687,1	0,738
4173	9408,1	-1675,2	0,740
4182	9466,4	-1664,8	0,741
4183	9524,5	-1654,3	0,743
4190	9521,1	-1654,9	0,743
4200	9510,2	-1656,7	0,742
4210	9484,6	-1661,4	0,742
4220	9423,2	-1672,4	0,740
4230	9298,7	-1694,9	0,737
4240	9151,5	-1722,7	0,733
4250	8971,0	-1757,7	0,728
4260	8591,9	-1836,7	0,715
4420	8590,1	-1837,4	0,715

Cable 59001 - Peso del cable = 4000 kN/m^3			
Caso de carga	N (kN)	Flecha (mm)	Ee/Er
4110	6852,3	0	1,000
4112	7036,2	0	1,000
4113	7220,0	0	1,000
4114	7223,8	0	1,000
4116	7221,1	0	1,000
4119	7226,1	0	1,000
4120	6934,1	0	1,000

4122	7079,5	0	1,000
4123	7221,2	0	1,000
4124	7221,1	0	1,000
4126	7199,2	0	1,000
4129	7217,9	0	1,000
4130	6912,1	0	1,000
4136	6893,0	0	1,000
4137	6900,5	0	1,000
4139	6928,6	0	1,000
4140	6724,8	0	1,000
4141	14097,8	-6694	0,370
4146	14014,9	-6753	0,365
4170	14365,7	-6576	0,385
4172	14403,2	-6555	0,387
4173	14436,1	-6539	0,388
4182	14464,7	-6524	0,390
4183	14494,0	-6510	0,391
4190	14487,9	-6512	0,391
4200	14480,5	-6516	0,391
4210	14467,0	-6523	0,390
4220	14442,7	-6535	0,389
4230	14402,3	-6554	0,386
4240	14359,3	-6576	0,384
4250	14309,8	-6600	0,381
4260	14208,5	-6651	0,376
4420	14207,7	-6653	0,376

A.2.2 Efecto del alargamiento

Cable 52001 - Carga del tablero x10			
Caso de carga	N (kN)	Flecha (mm)	Ee/Er
4040	2634,8	0	1
4041	3617,8	0	1,002
4046	3613,1	0	1,002
4049	3618,9	0	1,002
4050	3492,9	0	1,001
4051	5380	0	1,004
4056	5363,6	0	1,004
4059	5377,9	0	1,004
4060	5257,8	0	1,004
4062	5370,3	0	1,004
4064	7862,7	0	1,007
4066	7834,5	0	1,007

4069	7854	0	1,007
4070	7796,7	0	1,007
4071	10374,7	0	1,01
4072	10414	0	1,01
4076	10384,1	0	1,01
4079	10406,1	0	1,01
4080	10390,8	0	1,01
4082	10420,4	0	1,01
4084	12830,3	0	1,013
4086	12794,6	0	1,013
4089	12816,1	0	1,013
4090	12842,3	0	1,013
4091	14717,3	0	1,015
4092	14820,5	0	1,016
4096	14791,8	0	1,015
4099	14809,9	0	1,016
4100	14844,6	0	1,016
4106	14826,5	0	1,016
4107	16327,4	0	1,017
4109	16339,6	0	1,017
4110	16429,8	0	1,018
4112	16444	0	1,018
4113	16458,7	0	1,018
4114	17467	0	1,019
4116	17506,5	0	1,019
4119	17516,3	0	1,019
4120	17600	0	1,019
4122	17610,8	0	1,019
4123	17622	0	1,019
4124	18236,6	0	1,02
4126	18226,9	0	1,02
4129	18232,9	0	1,02
4130	18332,2	0	1,02
4136	18326,1	0	1,02
4137	18602,2	0	1,02
4139	18611,3	0	1,02
4140	18684,6	0	1,02
4141	18735,3	-11,64	0,958
4146	18709,7	-11,573	0,958
4170	19072,6	-11,446	0,957
4172	19078	-11,441	0,957
4173	19083,5	-11,427	0,957
4182	19088,6	-11,431	0,957
4183	19093,7	-11,434	0,957
4190	18986,1	-11,483	0,957

4200	19929,5	-10,939	0,957
4210	19816,4	-10,983	0,957
4220	19673	-11,06	0,957
4230	19544	-11,142	0,958
4240	19480,6	-11,181	0,958
4250	19452,8	-11,197	0,958
4260	19444,4	-11,198	0,958
4420	19443,9	-11,182	0,958



Comportamiento mecánico no lineal

ORIGEN

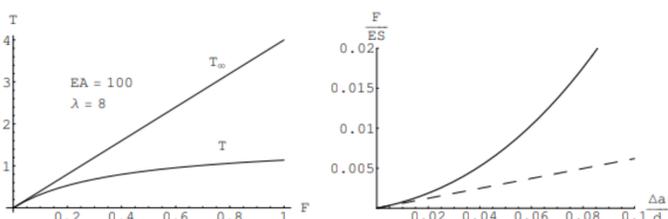
Grandes desplazamientos y deformaciones

- Comportamiento dinámico no lineal
- Cables estructurales no lineales
- Materiales de propiedades no lineales
- Etc ...

TIPOS

No linealidad material

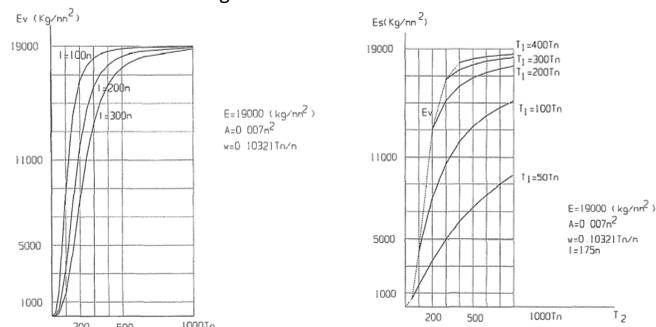
No linealidad geométrica



CÁLCULO TEÓRICO

Módulo de elasticidad tangente

Módulo de elasticidad secante



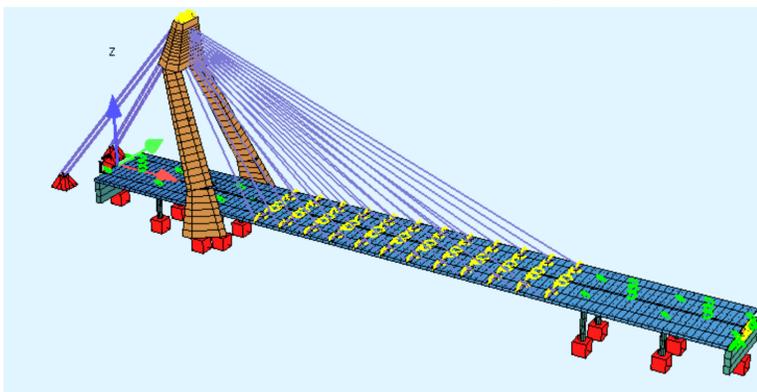
N (KN)	Etiquetas de color z	Long (m)	Área (mm²)	E (kPa)	v (N/mm³)
4030	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4031	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4032	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4033	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4034	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4035	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4036	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4037	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4038	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4039	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4040	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4041	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4042	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4043	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4044	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4045	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4046	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4047	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4048	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4049	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4050	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4051	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562
4052	5192.1	7842741	5190	7839562	7839562

Caso de estudio: Puente TrengTreng KayKay

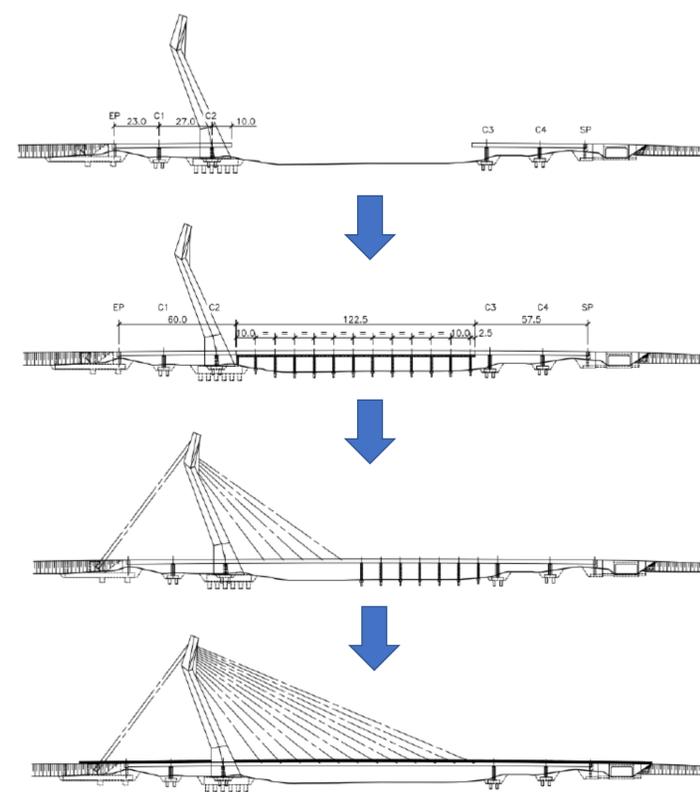


LOCALIZACION	
País	Chile
Municipios	Temuco y Padre Las Casas
Atraviesa	Río Cautín
CARACTERISTICAS	
Tipo de puente	Atirantado asimétrico
Material	Hormigón
Longitud total	240 metros
Nº de vanos	5
Nº de tirantes	12 parejas delanteras y 4 parejas de retención
DISEÑO Y CONSTRUCCION	
Concepción	ORRAMOS Ingeniería
Construcción	Belfi S.A.
Coste	20 mil millones \$

Modelización: Sofistik - Teddy



Cálculo del proceso de atirantamiento de cables



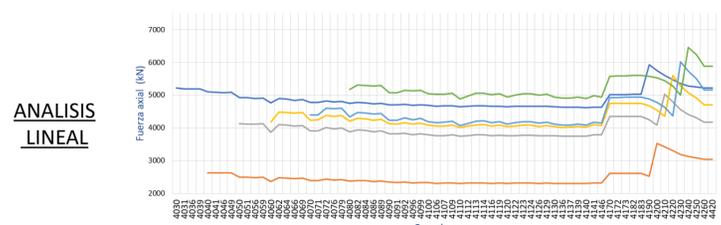
TIRANTE	CARGA DE TESADO		
	1º	2º	3º
Tirantes delanteros 1	5716	1134	-
Tirantes delanteros 2	2782	1151	-
Tirantes delanteros 3	4546	1190	-
Tirantes delanteros 4	4677	1571	-
Tirantes delanteros 5	4855	2094	-
Tirantes delanteros 6	5554	1731	-
Tirantes delanteros 7	5863	1719	-
Tirantes delanteros 8	3646	3590	-
Tirantes delanteros 9	7367	-	-
Tirantes delanteros 10	6058	-	-
Tirantes delanteros 11	7218	-	-
Tirantes delanteros 12	5776	-	-
Tirantes de retenida 1	4049	3905	2629
Tirantes de retenida 2	3120	3714	2524
Tirantes de retenida 3	3447	3905	2629
Tirantes de retenida 4	3003	3714	2524

TEDDY

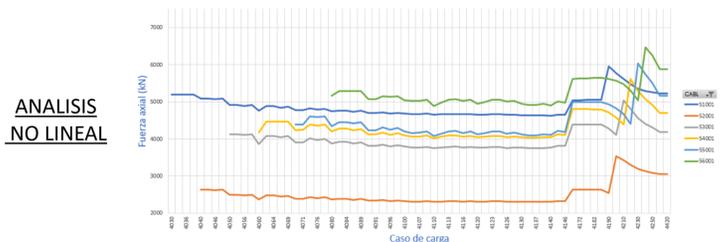
Análisis	Analisis lineal	Analisis no lineal	
	CTRL PROB LINE	No lineal material	No lineal geométrico
Material	43 STEE 31 PSAC '270' TITL "S 270 (ACI 318M) Tirantes" 44 SSLA EPS SERV SIG 1[-] TYPE EXT 45 SSLA EPS ULTI SIG 1[-] TYPE EXT 46 STEE 100 A 'S0' GAM 0 TITL "A S0 (American Stand.) Rígido de" 47 SSLA EPS SERV SIG 1[-] 48 SSLA EPS ULTI SIG 1[-] TYPE EXT 49 END	STEE 31 PSAC '270' TITL "S 270 (ACI 318M) Tirantes" SSLA EPS SERV SIG 1[-] SSLA EPS ULTI SIG 1[-] TYPE EXT	43 STEE 31 PSAC '270' TITL "S 270 (ACI 318M) Tirantes" 44 SSLA EPS CALC SIG 1[-] TYPE EXT
Secciones	SCIT 2010 D 0.09673954 T 0.0 MNO 31 SCIT 2020 D 0.07181049 T 0.0 MNO 31 SCIT 2030 D 0.09270694 T 0.0 MNO 31 SCIT 2040 D 0.09869407 T 0.0 MNO 31 SCIT 2050 D 0.1070488 T 0.0 MNO 31 SCIT 2060 D 0.09869407 T 0.0 MNO 31 SCIT 2070 D 0.1034189 T 0.0 MNO 31 SCIT 2080 D 0.09869407 T 0.0 MNO 31 SCIT 2090 D 0.1131210 T 0.0 MNO 31 SCIT 2100 D 0.1052495 T 0.0 MNO 31 SCIT 2110 D 0.1061529 T 0.0 MNO 31 SCIT 2120 D 0.09772169 T 0.0 MNO 31	CABL 101 D 96.73954 MNO 31 F 7350.180[mm2] K 13671.33[KN] W 57.69191[kg/m] KE 1 REF DIN CABL 102 D 71.81049 MNO 31 F 4050.099[mm2] K 7533.185[KN] W 31.78942[kg/m] KE 1 REF DIN CABL 103 D 92.70694 MNO 31 F 6750.165[mm2] K 12555.31[KN] W 52.98237[kg/m] KE 1 REF DIN CABL 104 D 98.69407 MNO 31 F 7650.187[mm2] K 14229.35[KN] W 60.04668[kg/m] KE 1 REF DIN CABL 105 D 107.0488 MNO 31 F 9000.220[mm2] K 16740.41[KN] W 70.64316[kg/m] KE 1 REF DIN CABL 106 D 98.69407 MNO 31 F 7650.187[mm2] K 14229.35[KN] W 60.04668[kg/m] KE 1 REF DIN CABL 107 D 103.4189 MNO 31 F 8400.206[mm2] K 15624.38[KN] W 65.93361[kg/m] KE 1 REF DIN CABL 108 D 98.69407 MNO 31 F 7650.187[mm2] K 14229.35[KN] W 60.04668[kg/m] KE 1 REF DIN CABL 109 D 113.1210 MNO 31 F 10950.25[mm2] K 18693.46[KN] W 78.88486[kg/m] KE 1 REF DIN CABL 110 D 105.2495 MNO 31 F 8700.213[mm2] K 16182.40[KN] W 68.28839[kg/m] KE 1 REF DIN CABL 111 D 106.1529 MNO 31 F 8850.217[mm2] K 16461.40[KN] W 69.46577[kg/m] KE 1 REF DIN CABL 112 D 97.72169 MNO 31 F 7500.183[mm2] K 13950.34[KN] W 58.86930[kg/m] KE 1 REF DIN	

Resultados

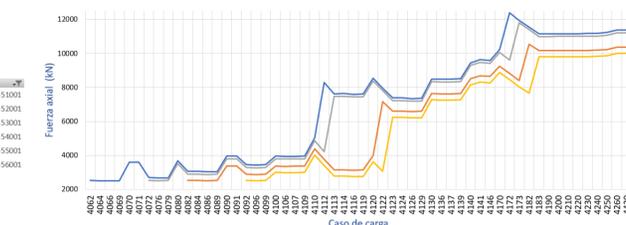
Cables: 1.1 / 2.1 / 3.1 / 4.1 / 5.1 / 6.1



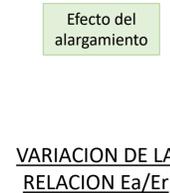
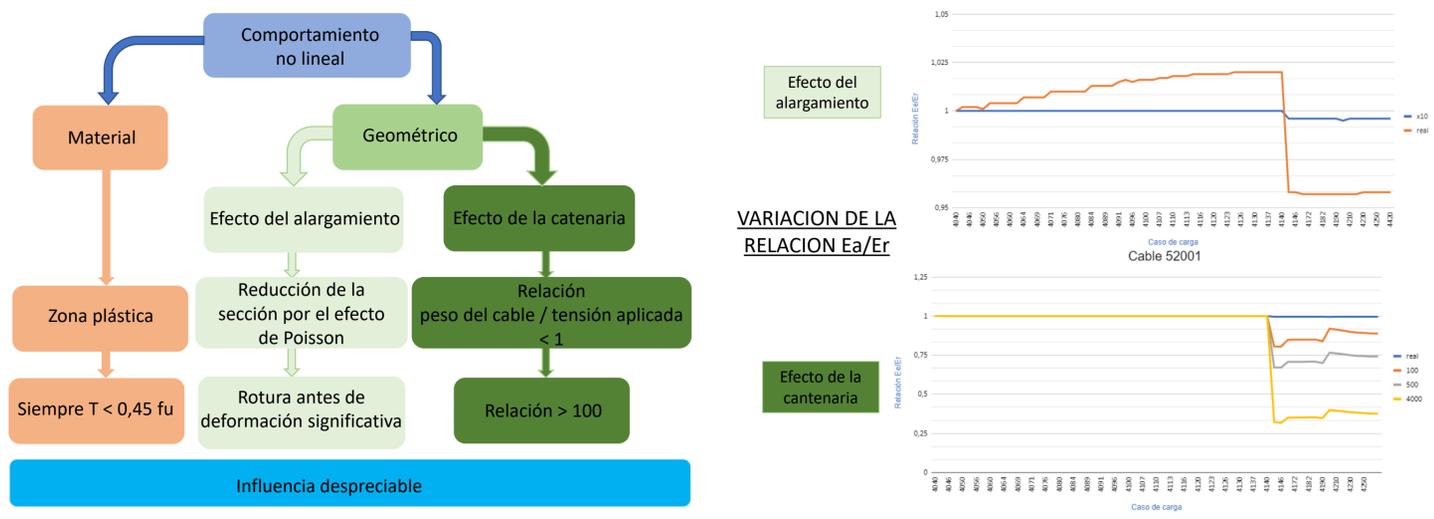
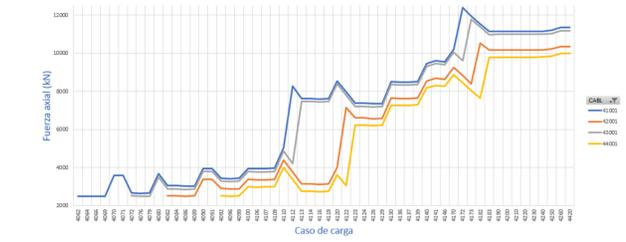
Cables: 1.1/2.1/3.1/4.1/5.1/6.1



Cables de retenida: 1.1 / 2.1 / 3.1 / 4.1



Cables de retenida: 1.1/2.1/3.1/4.1/



VARIACION DE LA RELACION Ea/Er

Efecto de la catenaria

