

# “MODELIZACIÓN Y EVOLUCIÓN DE LA DESIGUALDAD EN ESPAÑA EN LA DÉCADA DE LOS 90: UN ESTUDIO EMPÍRICO A PARTIR DEL PHOGUE<sup>1</sup>”

JOSÉ MARÍA SARABIA<sup>1</sup> y MARTA PASCUAL<sup>2</sup>

Departamento de Economía  
Universidad de Cantabria

<sup>1</sup>Departamento de Economía.  
Facultad de CCEE y EE. Universidad de Cantabria.  
Avda. de los Castros s/n. Santander 39005  
Tel: 942-201635  
Fax: 942-201603  
E-mail: [sarabiaj@unican.es](mailto:sarabiaj@unican.es)

<sup>2</sup>Departamento de Economía.  
Facultad de CCEE y EE. Universidad de Cantabria.  
Avda. de los Castros s/n. Santander 39005  
Tel: 942-201628  
Fax: 942-201603  
E-mail: [pascualm@unican.es](mailto:pascualm@unican.es)

## RESUMEN

Este trabajo se centra en el estudio de la distribución personal de la renta en España en la década de los noventa utilizando distintas especificaciones probabilísticas de carácter paramétrico. Empíricamente se utilizan los datos del Panel de Hogares de la Unión Europea (PHOGUE) correspondientes a los años disponibles hasta la fecha. Se plantean dos objetivos. Por un lado, analizar un problema teórico de gran interés, como es la desigualdad, contrastando la adecuación de las técnicas a los datos empíricos. Por otro, comparar distribuciones monetarias en periodos diferentes de tiempo y analizar la heterogeneidad demográfica de la población. Metodológicamente se toma como unidad de análisis el hogar ajustando la renta por medio de diferentes escalas de equivalencia y analizando la sensibilidad de los resultados respecto a la escala de equivalencia elegida. Asimismo se analizan por separado tipos de hogares homogéneos entre sí para contrastar el impacto de la utilización de las escalas de equivalencia.

**Clasificación JEL:** D31, D63, H24.

**Palabras clave:** Distribución de la Renta, Escalas de Equivalencia, Desigualdad, PHOGUE.

---

<sup>1</sup> El presente trabajo se integra en el proyecto “Análisis de la desigualdad de renta con familias paramétricas de curvas de Lorenz clásicas y generalizadas”. Agradecemos la ayuda concedida por el Instituto de Estudios Fiscales (IEF) para su elaboración y al Ministerio de Ciencia y Tecnología (BEC2000-1186).

## 1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se centra en el estudio de la desigualdad en la distribución personal de la renta en España, utilizando diversas especificaciones probabilísticas de carácter paramétrico<sup>2</sup>. Se propone una metodología general para obtener funciones de cuantiles para el ajuste de datos de renta. El método consiste en seleccionar una curva de Lorenz suficientemente flexible con al menos dos parámetros y generar la función de cuantiles, mediante la cual se obtiene un modelo parametrizado por la media. Una de las ventajas de utilizar las funciones de cuantiles es que, a diferencia de lo que ocurre con especificaciones en términos de la función de densidad y la función de distribución, éstas dan lugar a curvas de Lorenz manejables, cuyas expresiones de algunas medidas de desigualdad son especialmente simples. Utilizando este tipo de metodología, veremos que los resultados relativos a las medidas de desigualdad, percentiles, tasas de variación relativas de la renta neta equivalente, etc., no varían apenas respecto a la forma funcional elegida (función de cuantiles beta o gamma). En este sentido, hablaremos de *robustez* de los resultados respecto del modelo. Esto se debe al hecho de trabajar con funciones de cuantiles suficientemente flexibles, que además presentan estimadores de los parámetros altamente estables. Asimismo, se estudia la *sensibilidad* de los resultados respecto a la escala de equivalencia elegida. Se observa además una relación en forma de “U” entre el índice de Gini y el parámetro que determina dicha escala. Finalmente, se analizan por separado tipos de hogares homogéneos entre sí para contrastar el impacto de la utilización de las escalas de equivalencia.

El trabajo se estructura de la siguiente manera. En el apartado 2, se plantean algunas observaciones relativas a la modelización de distribuciones de renta. En el apartado 3, se hace una breve referencia sobre los datos utilizados y las opciones metodológicas adoptadas. En los apartados 4 y 5, se estudian las funciones de cuantiles como una alternativa probabilística para especificar distribuciones de renta y se procede al ajuste, validación y comparación entre modelos. En el apartado 6, se analizarán por separado tipos de hogares homogéneos entre sí para contrastar el impacto de la utilización de las escalas de equivalencia. Finalmente, el apartado 7, se presentan las conclusiones más relevantes y se efectúan algunas consideraciones finales.

---

<sup>2</sup> La elección de una forma funcional para la curva de Lorenz es un aspecto clave en el análisis de desigualdad y sigue siendo un activo campo de investigación: Véanse Kakwani y Podder (1973), Kakwani (1980), Rasche et al. (1980), Gupta (1984), Arnold (1986), Arnold et al. (1987), Villaseñor y Arnold (1989), Basman et al. (1990), Ortega et al. (1991), Chotikapanich (1993), Holm (1993), Ryu y Slottje (1996), Lafuente (1998), Sarabia (1997), Sarabia, Castillo y Slottje (1999, 2001 y 2002), Sarabia y Pascual (2001 y 2002).

## **2. ALGUNAS OBSERVACIONES RELATIVAS A LA MODELIZACIÓN DE DISTRIBUCIONES DE RENTA**

Desde la investigación inicial de Pareto (1897) hace más de cien años, han aparecido numerosos estudios cuyo objetivo es estimar la distribución de renta a partir de diferentes distribuciones probabilistas. La cuestión previa que nos planteamos en este caso es: ¿por qué imponer una forma funcional sobre los datos, y calcular los índices de desigualdad basándonos en los parámetros de esa distribución particular, cuando podemos obtenerlos directamente a partir de los datos empíricos? Utilizando aproximaciones paramétricas de las funciones de cuantiles, podemos sintetizar miles de observaciones estimando únicamente unos pocos parámetros. Cuando establecemos una forma paramétrica ganamos flexibilidad, sin perjuicio de poder hacer comparaciones tanto a nivel agregado como individual. La filosofía que guía un análisis estadístico de este tipo se basa en obtener índices y medidas de desigualdad usando formas funcionales de carácter paramétrico, para a continuación validar los resultados por medio de medidas estadísticas de carácter no paramétrico (Slottje (1990)). Una vez seleccionada la forma funcional, se procede a estimar los parámetros correspondientes (por ejemplo, por el método de los momentos, máxima verosimilitud, etc.). Asimismo, se puede analizar la bondad de ajuste mediante la suma de cuadrados de los residuos, la suma de los errores absolutos, el test de la Chi-cuadrado, etc. El último paso es obtener el índice de Gini (u otras medidas de concentración y dispersión) a partir de los parámetros previamente estimados. Esta búsqueda de funciones teóricas que se ajusten a la distribución observada de rentas puede ser justificada desde varios puntos de vista (Casas et al. (1996)).

## **3. EL PANEL DE HOGARES DE LA UNIÓN EUROPEA (PHOGUE): CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS**

El PHOGUE es una nueva fuente de información estadística a nivel comunitario cuyo objetivo es reforzar la infraestructura estadística de la Oficina de Estadística de la Unión Europea (EUROSTAT) y poner a disposición de la Unión Europea de información que permita analizar las políticas sociales en diferentes ámbitos (nivel de vida, condiciones del mercado de trabajos y cohesión social) y seguir los efectos de estas políticas en todo el territorio de la Unión Europea. Después de varios estudios y conferencias preparatorias se realizó en 1994 el primer ciclo de un Panel que inicialmente se pensó de tres ciclos (1994, 1995 y 1996) y que en la actualidad llega hasta 1999. Los estudios preparatorios estuvieron orientados principalmente a analizar las fuentes disponibles, ya existentes, con un contenido de información que permitiera cubrir estos objetivos. Inicialmente se planteó la posibilidad de utilizar la Encuesta de Población Activa (EPA), la Encuesta de Presupuestos Familiares (EPF) y diversas fuentes administrativas. En cuanto a la EPA, fue rechazada por la ausencia de datos sobre rentas y la no conveniencia de

sobrecargar más los cuestionarios dada su especialización en el estudio del mercado de trabajo. En cuanto a las EPF, fueron rechazadas ya que no existe un nivel de armonización y homogeneidad suficiente entre países. Por último, las diferentes fuentes administrativas fueron rechazadas debido a las diferentes legislaciones, definiciones, clasificaciones, etc., entre los países. Así pues, se optó por la realización de una fuente estadística nueva, armonizada a nivel comunitario y coordinada por EUROSTAT. Esto permite que los conceptos, definiciones, población de estudio y metodología hayan sido diseñados de una manera homogénea para los diferentes países. En este sentido, es importante destacar que nunca se había dispuesto, para toda la Unión Europea<sup>3</sup>, de un panel fijo y armonizado que permitiera realizar un seguimiento de variables como la renta, el empleo, composición de los hogares, educación, etc., y que permitiera además estudiar la situación socioeconómica de los hogares e individuos dentro de la Unión Europea<sup>4</sup>. Cabe así destacar del PHOGUE dos características básicas. En primer lugar su ámbito geográfico, que permite hacer comparaciones a nivel europeo. En segundo lugar, su diseño de panel, que permite entrevistar a los mismos hogares e individuos a lo largo de varios años, incluso si se cambia de domicilio dentro de la Unión Europea, lo que hace posible estudiar la formación y evolución de nuevos hogares así como los movimientos migratorios internos.

Una vez seleccionada la fuente de información, se han tenido que tomar una serie de decisiones relevantes tanto metodológicas como relativas a la elección de la variable objeto de estudio y a la forma en que se ponderan las unidades de análisis. En este sentido, el empleo de microdatos ofrece numerosas ventajas ya que permite tomar una serie de decisiones metodológicas, aplicarlas de forma homogénea y contrastar la sensibilidad y robustez de los resultados frente a diferentes hipótesis. La variable utilizada en este estudio es el *Ingreso anual neto del hogar*, que está constituido por todos los ingresos ordinarios del hogar sea cual sea su procedencia (rentas del trabajo, del capital, de la propiedad, transferencias privadas y prestaciones sociales)<sup>5</sup>.

Por tanto, en este trabajo se analiza la desigualdad de la renta en España utilizando los datos correspondientes a los cinco primeros ciclos del PHOGUE, siendo la unidad de análisis el hogar. Las entrevistas correspondientes a estas cinco oleadas fueron realizadas entre los años 1994 y 1998 y con la excepción de las variables de *Ingresos Actuales*, todos los montantes relativos a ingresos son anuales y se refieren al año anterior al de realización de la encuesta, es

---

<sup>3</sup> La base de datos internacionales del *Luxembourg Income Study* (LIS) permite estudiar la distribución de la renta en España en un contexto internacional. No obstante, en ella existen limitaciones ligadas a la diferente riqueza de la información contenida en cada fuente, así como el momento temporal al que se refieren las encuestas (véase Ayala, Martínez y Ruiz-Huerta (1993)).

<sup>4</sup> Véanse, entre otros, García et al. (2001), Álvarez et al. (2002) y Ayala et al. (2002).

decir, 1993 para el primer ciclo, 1994 para el segundo, etc. Metodológicamente se ha tomado como unidad de análisis el hogar, ya que constituye la unidad básica de recogida de información, teniendo en cuenta el tamaño y composición del hogar a la hora de efectuar el análisis. La primera pregunta que se plantea empíricamente en este caso es cómo abordar la heterogeneidad de los hogares. Es necesario, por tanto, hacer algunas consideraciones sobre la variable renta o ingresos. La primera es que el valor total de dicha variable no tiene en cuenta el número de personas que componen el hogar. Una posibilidad es considerar la variable en términos *per cápita*, es decir, por cada miembro del hogar ya sean mayores o menores. No obstante, surgen nuevos problemas debidos a la existencia de economías de escala en el seno de los hogares. Por otro lado, parece lógico suponer que las necesidades de los hogares varían según su tamaño y según la composición por edad de los miembros que lo forman. Para tener en consideración este hecho, es habitual utilizar escalas de equivalencia que asignan distintas ponderaciones a los distintos miembros del hogar<sup>6</sup>.

En este trabajo, se ha abordado la heterogeneidad de los hogares utilizando la especificación dada en Buhmann et al. (1988) que resumen diferentes escalas de equivalencia a través de un solo parámetro suponiendo que dicha escala depende solamente del número de miembros del hogar. De acuerdo con este método, la renta equivalente,  $Y_h$ , de un hogar con  $n_h$  miembros y con renta sin ajustar  $X_h$  es:

$$Y_h = \frac{X_h}{n_h^s}.$$

El parámetro  $s$  varía así entre 0 y 1. Cuando  $s=1$ , obtenemos la distribución de la renta per cápita del hogar, lo que equivale a dividir la renta del hogar por el tamaño familiar. Cuando  $s=0$ , la renta equivalente es igual a la renta sin ajustar, lo que equivale a no tener en cuenta el tamaño de los hogares. Asimismo, se ha analizado la sensibilidad de los resultados estimando la desigualdad para distintos valores que determinan la escala. En particular se han considerado los valores  $s=0, 0.25, 0.5, 0.75$ , y 1.

---

<sup>5</sup> Dichos ingresos son netos de retenciones a cuenta del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas (IRPF), cotizaciones a la Seguridad Social y otros pagos asimilados, pero no de los pagos y/o devoluciones directos del IRPF.

<sup>6</sup> En cualquier caso, la cuestión de cómo tratar a los hogares resulta polémica y muy discutida (Lambert (1989), Jenkins y Lambert (1993), Danziger y Taussig (1979)).

#### 4. LA FUNCIÓN DE PERCENTILES COMO INSTRUMENTO DE MODELIZACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA RENTA

La función de cuantiles constituye una de las alternativas probabilísticas para especificar una distribución de renta. En este trabajo se propone un método para obtener funciones de cuantiles para el ajuste de datos de renta. El método consiste en seleccionar una curva de Lorenz suficientemente flexible con al menos dos parámetros y generar la correspondiente función de cuantiles, mediante la cual se obtiene un modelo parametrizado por la media. Una de las ventajas de utilizar las funciones de cuantiles es que, a diferencia de lo que ocurre con especificaciones en términos de la función de densidad y la función de distribución, éstas dan lugar a curvas de Lorenz sencillas, cuyas expresiones para algunas medidas de desigualdad son especialmente simples. Las funciones de cuantiles (siempre que sean lo suficientemente flexibles) pueden ser especialmente recomendables para datos de renta, puesto que se basan en información robusta, que es la dada por los cuantiles.

##### 4.1 Resultados Previos

Sea  $X$  una variable aleatoria positiva con función de distribución  $F_X(x)$ . La función de cuantiles viene definida por:

$$X(p) = F_X^{-1}(p), \quad 0 \leq p \leq 1, \quad (1)$$

donde:

$$F_X^{-1}(p) = \inf \{x : F_X(x) \geq p\} \quad (2)$$

Como primer aspecto, hay que señalar que la función de cuantiles corresponde a la versión en la población de los cuantiles, deciles, etc., que son medidas habitualmente utilizadas en estadística económica descriptiva. La función  $X(p)$  representa el máximo nivel de renta percibido por el  $p$  por ciento de los individuos que menos ganan, o también el nivel mínimo de renta que percibe el  $(1-p)$  por ciento de los individuos que más ganan.

Asimismo, también pueden obtenerse expresiones alternativas de la función de cuantiles a partir de la curva de Lorenz. Sea  $L_X(p)$  una curva de Lorenz dos veces diferenciable. Se denomina función de cuantiles generada a partir de  $L_X(p)$  a la expresión:

$$X(p; \mathbf{m}) = \mathbf{m} L'_X(p), \quad 0 \leq p \leq 1, \quad (3)$$

donde  $\mathbf{m}$  es un parámetro que representa la renta media.

La definición anterior supone un modo alternativo de generar funciones de cuantiles. Por otro lado, las diferentes medidas de desigualdad admiten una representación en términos de la función de cuantiles. El objetivo que nos planteamos es presentar diversas especificaciones funcionales para la función de cuantiles de la renta, motivadas por algunas curvas de Lorenz.

#### 4.2 Especificaciones Paramétricas de Funciones de Cuantiles

A continuación se analizan brevemente los dos tipos de funciones de cuantiles utilizados. Las especificaciones paramétricas de estas funciones de cuantiles son:

1) Curva de Cuantiles Beta de Primera Especie:

$$X(p; a, b, \mathbf{m}) = \frac{\mathbf{m} p^{a-1} (1-p)^{b-1}}{B(a, b)}, \quad 0 \leq p \leq 1, \quad a \geq 1, \quad 0 < b \leq 1 \quad (4)$$

2) Curva de Cuantiles Gamma Transformada:

$$X(p; \mathbf{a}, I, \mathbf{m}) = \frac{\mathbf{m} I^{\mathbf{a}} p^{I-1} (-\log p)^{\mathbf{a}-1}}{\Gamma(\mathbf{a})}, \quad 0 \leq p \leq 1, \quad \mathbf{a} \leq 1, \quad I > 1 \quad (5)$$

Estas dos funciones de cuantiles surgen de aplicar la definición (3) a una determinada curva de Lorenz. Este método establece una nueva técnica para obtener distribuciones de renta con una serie de ventajas que señalaremos más adelante. Otras propuestas de funciones de cuantiles son la distribución de Gupta, la distribución Lambda de Tukey Generalizada (Ramberg et al. (1979)), la distribución de Wakeby (Houghton (1978)).

##### 4.2.1 Propiedades Teóricas de las Funciones de Cuantiles Beta y Gamma

La función de cuantiles Beta de Primera Especie (4) surge de aplicar la expresión (3) a la curva de Lorenz:

$$L(p; a, b) = \int_0^p \frac{x^{a-1} (1-x)^{b-1}}{B(a, b)} dx, \quad a \geq b, \quad 0 < b \leq 1. \quad (6)$$

El soporte de esta función de cuantiles es el intervalo  $(0, \infty)$ , que es un primer requisito para modelizar datos de renta. El índice de Gini toma una expresión especialmente simple:

$$G(a, b) = \frac{a-b}{a+b}. \quad (7)$$

Los momentos respecto al origen son:

$$E(X^k) = \mathbf{m}^k \frac{B(k(a-1)+1, k(b-1)+1)}{B(a, b)^k}, \quad (8)$$

y  $E(X^k) < \infty \Leftrightarrow b \geq 1 - 1/k$ , que es otra de las propiedades deseables de las distribuciones de renta (existencia de un número finito de momentos).

La función de cuantiles Gamma Transformada, surge a partir de la curva de Lorenz:

$$L(p; \mathbf{a}, I) = \int_0^p \frac{I^a}{\Gamma(\mathbf{a})} x^{I-1} (-\log x)^{a-1} dx, \quad I > 1, \mathbf{a} > 0. \quad (9)$$

El índice de Gini viene dado por:

$$G(\mathbf{a}, I) = 2 \left( \frac{1}{1+I^{-1}} \right)^a - 1. \quad (10)$$

Los momentos respecto del origen son ( $k = 1, 2, \dots$ )

$$E(X^k) = \mathbf{m}^k \frac{I^{ka} \Gamma(k(\mathbf{a}-1)+1)}{[k(I-1)+1]^{k(\mathbf{a}-1)+1} \Gamma(\mathbf{a})^k}. \quad (11)$$

### 4.3 Estimación de la Función Beta

Para la estimación partimos de un conjunto de datos  $(p_i, x(p_i))$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  procedentes de la función de cuantiles observada. Sustituyendo  $(p_i, x(p_i))$  en la expresión (6) y tomando logaritmos, se obtiene que ( $c = \log(\mathbf{m}/B(a, b))$ ):

$$\log x(p_i) = c + (a-1) \log p_i + (b-1) \log(1-p_i), \quad (12)$$

que es una ecuación lineal en los parámetros. A partir de (12) se pueden obtener diversos estimadores de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $\mathbf{m}$  tanto armonizados como sin restringir. Si se eligen tres cuantiles  $\{x(p_i), x(p_j), x(p_k)\}$  y se sustituyen en (12) se obtiene un sistema  $3 \times 3$  con solución única. Un método alternativo es estimar mediante mínimos cuadrados generalizados.

### 4.4 Estimación de la Función Gamma

Análogamente, sustituyendo en un dato observado y tomando logaritmos se obtiene que:

$$\log x(p_i) = c + (I-1) \log p_i + (\mathbf{a}-1) \log(-\log(p_i)), \quad 0 \leq p \leq 1, \quad (13)$$

( $c = \log(\mathbf{m}^a / \Gamma(\mathbf{a}))$ ) que vuelve a ser lineal en los parámetros. A partir de (13) se pueden obtener igualmente los estimadores de los parámetros  $\mathbf{m}$ ,  $I$  y  $\mathbf{a}$ .

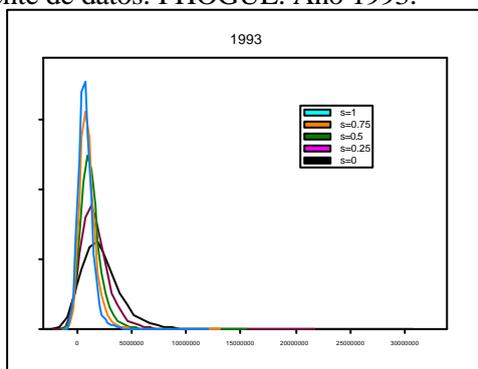
## 5. ANÁLISIS DE LA EVOLUCIÓN Y DISTRIBUCIÓN DE LA RENTA NETA EQUIVALENTE: RESULTADOS EMPÍRICOS

El análisis empírico se basa en la información contenida en el Panel de Hogares de la Unión Europea (PHOGUE) realizado para España por el INE. Para ello, se han analizado los cambios en la distribución de la renta que se han producido en el periodo considerado (1993-1997), utilizando distintos métodos tanto analíticos como gráficos. En una primera etapa, se han ajustado y analizado la adecuación de los modelos de cuantiles teóricos (Beta y Gamma) a los datos empíricos. Posteriormente, se ha procedido al análisis longitudinal de la distribución de la renta y dado que se consideran distintas escalas de equivalencia, esto ha permitido contrastar la sensibilidad y robustez de los resultados.

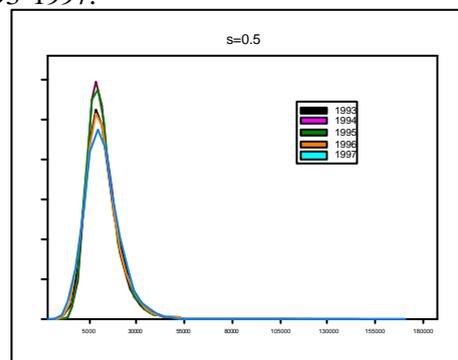
### 5.1 Estimación y adecuación de los modelos a los datos empíricos

Comenzaremos con un análisis descriptivo de los datos, para lo cual se utilizan estimaciones no paramétricas de las funciones de densidad (Silverman, (1986)). Para ello, se han obtenido las correspondientes funciones de densidad de la renta neta equivalente en España mediante estimación *kernel gaussiana* con una amplitud de ventana óptima (ver GRÁFICOS 1 y 2) para todos los años disponibles y los diferentes valores del parámetro “ $s$ ” antes considerados. Puede observarse que las funciones de densidad más apuntadas se corresponden siempre con el valor  $s=1$ , mientras que las más achatadas se corresponden con  $s=0$ . Por otro lado, el GRÁFICO 2 muestra la evolución de las correspondientes funciones de densidad empíricas de la renta real neta equivalente (a precios de 1992) tomando  $s=0.5$ , no pudiéndose apreciar diferencias significativas entre los distintos años<sup>7</sup>.

**GRÁFICO 1:** Funciones de densidad de la renta nominal neta equivalente en España según los diferentes valores del parámetro “ $s$ ”. Fuente de datos: PHOGUE. Año 1993.



**GRÁFICO 2:** Evolución de las funciones de densidad de la renta real neta equivalente en España ( $s=0.5$ ), a precios de 1992. Periodo 1993-1997.



<sup>7</sup> Las densidades kernel estimadas para los demás valores del parámetro “ $s$ ” se han omitido ya que son similares a las obtenidas tomado  $s=0.5$ .

Las TABLAS 1-3 presentan los resultados obtenidos en la estimación de los modelos de cuantiles Beta de Primera Especie y Gamma Transformada mediante mínimos cuadrados generalizados. Para ello, se han estimado los modelos para los diferentes valores del parámetro “ $s$ ” y para las cinco olas (1994 a 1998) y se han incluido los estimadores de los parámetros, la desviación típica de dichos estimadores, la distribución de la renta neta por percentiles y la suma de cuadrados de los residuos (SSE) como medida de bondad de ajuste. Si nos fijamos en el modelo Beta (TABLA 1), y comparamos los estimadores de los parámetros con su desviación típica, se comprueba que todos los estimadores son altamente significativos. Resulta relevante destacar que los estimadores de los parámetros  $a$  y  $b$  apenas varían de un año a otro, independientemente del valor de “ $s$ ”. Estos resultados son igualmente ciertos para el modelo de cuantil Gamma (TABLA 2). Nuevamente los estimadores de los parámetros  $\lambda$  y  $\alpha$  son altamente significativos, y presentan una variación muy suave de un año a otro. Esto es cierto para todos los valores de “ $s$ ”. De todo lo anterior podemos afirmar que los estimadores de los parámetros de ambos modelos son altamente estables, y por tanto especialmente útiles para comparaciones intertemporales. La TABLA 3 incluye las predicciones de las ventilas (desde la 5 hasta la 95) para los modelos Beta y Gamma, según los diferentes valores del parámetro “ $s$ ” para el año 1997. En términos generales se observan variaciones mínimas en los percentiles de un modelo a otro, lo que nos lleva a afirmar que se trata de modelos “robustos”.

Finalmente, para estudiar la adecuación de los modelos a los datos se han utilizado dos procedimientos gráficos. Se han obtenido los gráficos Q-Q PLOT<sup>8</sup>, junto con las cabalgatas de Pen<sup>9</sup>. Ambos instrumentos permiten contrastar visualmente la adecuación de las funciones de cuantiles a los datos empíricos. Mediante una inspección visual de los GRÁFICOS 3 y 4, se puede afirmar que los dos modelos parecen adecuados para los datos. Aunque sólo se muestran los resultados obtenidos para 1993, se han considerado de nuevo los cinco años y los diferentes valores del parámetro “ $s$ ”, obteniéndose resultados análogos.

---

<sup>8</sup> A través de los Q-Q PLOTS podemos comparar la renta observada con la renta ajustada a partir de los modelos teóricos. La perfecta adecuación de los modelos teóricos con los datos empíricos coincidiría con la bisectriz del gráfico.

<sup>9</sup> La cabalgata de Pen se corresponde con la función de distribución girada sobre la base (véase Cowel (2000) y Oliver et al. (2001a)).

**TABLA 1:** Estimadores de los parámetros del modelo Cuantil Beta. Errores estándar entre paréntesis. Fuente de datos: PHOGUE

Año de la Encuesta	s=0		s=0.25		s=0.5		s=0.75		s=1	
	<i>A</i>	<i>b</i>								
1994	1.4727	0.6532	1.4106	0.6599	1.3726	0.661068	1.3714	0.6658	1.3985	0.6563
	(0.0176)	(0.0176)	(0.0137)	(0.0137)	(0.0092)	(0.0092)	(0.0087)	(0.0087)	(0.0076)	(0.0076)
1995	1.4587	0.6638	1.3892	0.6649	1.3571	0.6691	1.3633	0.6725	1.4000	0.6696
	(0.0193)	(0.0193)	(0.0160)	(0.0160)	(0.0121)	(0.0121)	(0.0094)	(0.0094)	(0.0081)	(0.0081)
1996	1.4478	0.6495	1.3905	0.6596	1.3603	0.6620	1.3703	0.6682	1.4037	0.6636
	(0.0208)	(0.0208)	(0.0167)	(0.0167)	(0.0103)	(0.0103)	(0.0121)	(0.0121)	(0.0098)	(0.0098)
1997	1.4619	0.6381	1.4075	0.6490	1.3829	0.6567	1.3923	0.6630	1.4294	0.6613
	(0.0190)	(0.0190)	(0.0171)	(0.0171)	(0.0112)	(0.0112)	(0.0115)	(0.0115)	(0.0111)	(0.0111)
1998	1.4464	0.6378	1.3924	0.6535	1.3670	0.6622	1.3746	0.6703	1.4125	0.6709
	(0.0243)	(0.0243)	(0.0188)	(0.0188)	(0.0112)	(0.0112)	(0.0108)	(0.0108)	(0.0088)	(0.0088)

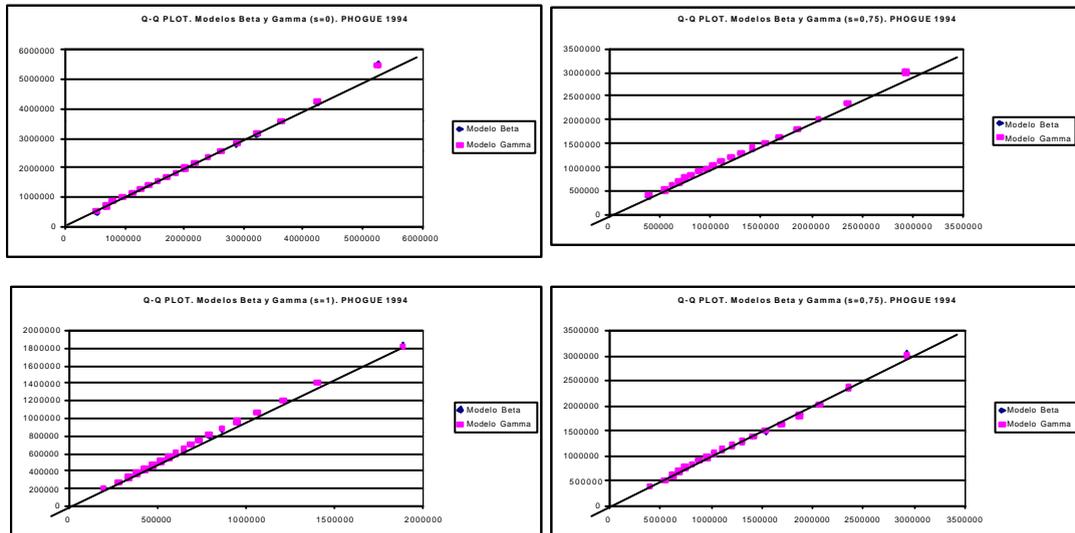
**TABLA 2:** Estimadores de los parámetros del modelo Cuantil Gamma. Errores estándar entre paréntesis. Fuente de datos: PHOGUE

Año de la Encuesta	s=0		s=0.25		s=0.5		s=0.75		s=1	
	<i>l</i>	<i>a</i>								
1994	1.3514	0.6660	1.2922	0.6728	1.2556	0.6748	1.2571	0.6802	1.2813	0.6714
	(0.0196)	(0.0146)	(0.0149)	(0.0111)	(0.0108)	(0.0080)	(0.0128)	(0.0095)	(0.0126)	(0.0094)
1995	1.3409	0.6758	1.2723	0.6774	1.2427	0.6823	1.2512	0.6866	1.2873	0.6841
	(0.0219)	(0.0163)	(0.0179)	(0.0133)	(0.0144)	(0.0107)	(0.0134)	(0.0099)	(0.0128)	(0.0095)
1996	1.3248	0.6620	1.2718	0.6724	1.2437	0.6757	1.2573	0.6830	1.2893	0.6786
	(0.0237)	(0.0176)	(0.0191)	(0.0142)	(0.0124)	(0.0093)	(0.0177)	(0.0131)	(0.0154)	(0.0114)
1997	1.3352	0.6512	1.2852	0.6622	1.2644	0.6706	1.2774	0.6778	1.3144	0.6766
	(0.0211)	(0.0157)	(0.0195)	(0.0145)	(0.0135)	(0.0100)	(0.0168)	(0.0125)	(0.0172)	(0.0128)
1998	1.3191	0.6505	1.2712	0.6662	1.2502	0.6757	1.2619	0.6846	1.3004	0.6855
	(0.0281)	(0.0209)	(0.0214)	(0.0159)	(0.0130)	(0.0097)	(0.0154)	(0.0114)	(0.0139)	(0.0104)

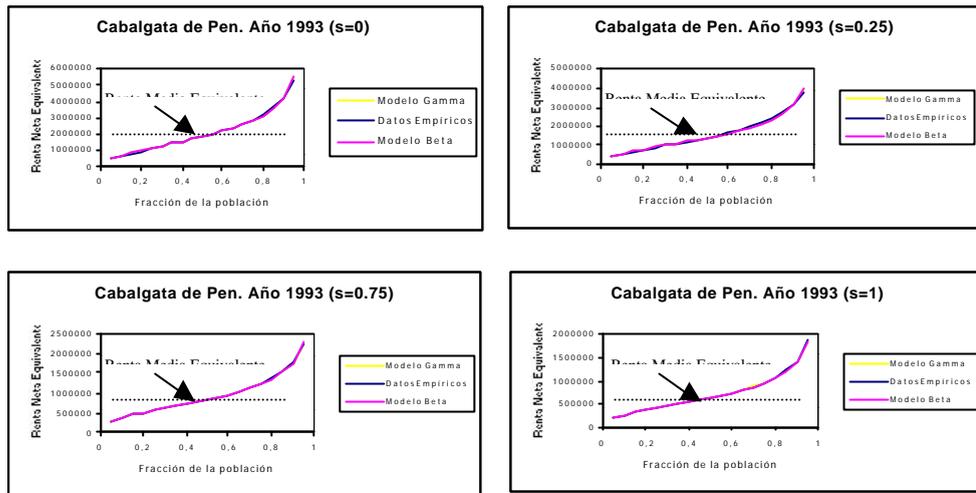
**TABLA 3:** Distribución de la renta nominal neta equivalente por percentiles. Resultados de los Modelos de Curvas Cuantiles Beta y Gamma. Fuente de datos: PHOGUE

1997	s=0		s=0.25		s=0.5		s=0.75		s=1	
	Modelo Beta	Modelo Gamma								
Percentil 5	591398	599934	524908	531944	436602	441878	338454	342133	244209	246796
Percentil 10	821824	820565	702007	700889	573444	572373	446691	445745	330881	330155
Percentil 15	1005509	999330	839535	834608	678420	674551	529852	526914	398550	396346
Percentil 20	1168696	1160226	959812	953245	769561	764602	602055	598396	457812	455062
Percentil 25	1321660	1312576	1071331	1064443	853643	848598	668619	664989	512730	510000
Percentil 30	1470020	1461495	1178623	1172296	934235	929764	732348	729235	565474	563141
Percentil 35	1617595	1610492	1284680	1279543	1013671	1010227	795071	792808	617476	615803
Percentil 40	1767470	1762447	1391855	1388366	1093761	1091665	858202	857020	669857	669030
Percentil 45	1922548	1920108	1502305	1500801	1176143	1175618	923015	923070	723633	723777
Percentil 50	2085927	2086450	1618280	1618998	1262513	1263703	990820	992204	779858	781049
Percentil 55	2261276	2265020	1742403	1745489	1354827	1357801	1063126	1065868	839746	842011
Percentil 60	2453315	2460412	1878013	1883512	1455567	1460309	1141835	1145896	904833	908141
Percentil 65	2668574	2678994	2029693	2037527	1568123	1574513	1229541	1234789	977218	981462
Percentil 70	2916744	2930215	2204211	2214116	1697490	1705252	1330053	1336225	1059981	1064943
Percentil 75	3213345	3229193	2412366	2423774	1851622	1860219	1449425	1456034	1158013	1163293
Percentil 80	3585706	3602487	2673105	2684874	2044451	2052858	1598242	1604384	1279868	1284716
Percentil 85	4088707	4103259	3024353	3034072	2303807	2309933	1797598	1801466	1442575	1445494
Percentil 90	4857966	4862313	3559428	3561176	2698009	2696851	2099140	2096481	1687806	1685271
Percentil 95	6397062	6362210	4622599	4595394	3478204	3452410	2691995	2668299	2168028	2148027
SSE	0,0425	0,0345	0,0257	0,0199	0,0090	0,0073	0,0084	0,0103	0,0056	0,0084

**GRÁFICO 3:** Q-Q PLOTS de los modelos Lorenz Beta y Lorenz Gamma según los valores del parámetro “s”. Fuente de datos: PHOGUE 1994



**GRÁFICO 4:** Adaptación de los modelos teóricos y los datos empíricos a partir de la cabalgata de Pen y según los valores del parámetro “s”. Fuente de datos: PHOGUE 1994



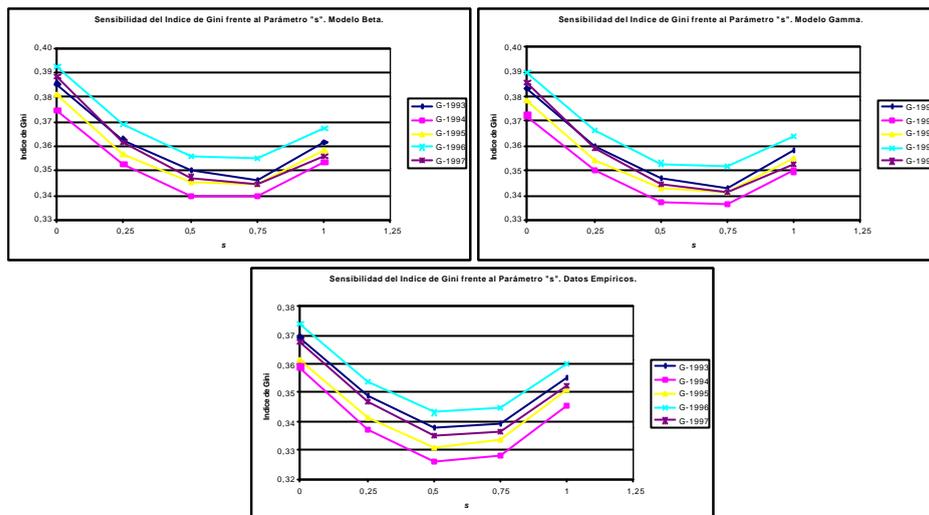
## 5.2 Evolución de la distribución de la renta en España a partir del PHOGUE: Análisis de la sensibilidad de los resultados a través de las escalas de equivalencia

En primer lugar, se han obtenido los valores del índice de Gini para los dos modelos y para los distintos valores del parámetro “s”. Con objeto de complementar el análisis, las TABLAS 1-3 contenidas en el ANEXO 1 recogen información detallada sobre la distribución en decilas de la renta real neta equivalente<sup>10</sup>, los índices de Gini y el ratio P90/P10 correspondientes a las diferentes olas y según los valores del parámetro “s”. A la vista de los resultados, dos son los aspectos a destacar. En primer lugar, se observa que los niveles de desigualdad observados son ligeramente inferiores que los estimados a partir de las funciones de cuantiles, con independencia del valor del parámetro “s” considerado. Por otro lado, y como parece obvio, la escala de equivalencia considerada incide de manera considerable en la desigualdad de la renta medida en un momento de tiempo. Cuando nos centramos en el análisis de la desigualdad, tomando como indicador el índice de Gini, de cada una de las distribuciones consideradas, se observa que las escalas de equivalencia determinan el grado de concentración tanto observado como ajustado. Asimismo, se observa una relación en forma de “U” entre el valor del índice de Gini y el del parámetro “s” (véase GRÁFICO 5)<sup>11</sup>.

<sup>10</sup> Se ha deflactado la renta nominal utilizando los índices de precios al consumidor publicados por el INE. Con ello, la renta está expresada en pesetas constantes de 1992.

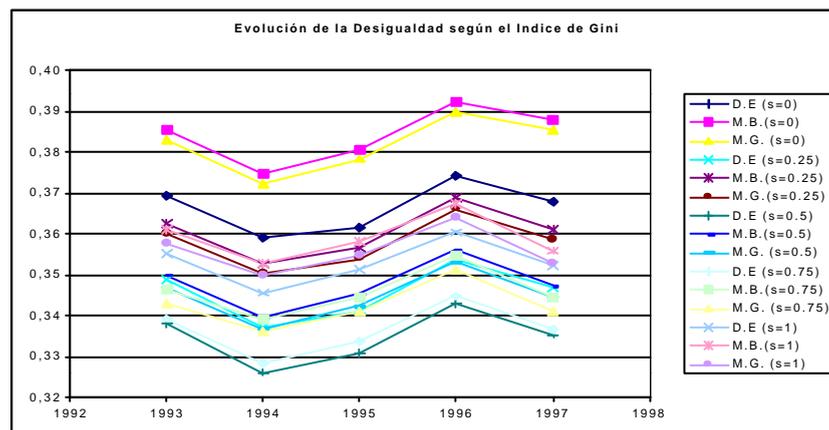
<sup>11</sup> Oliver et al. (2002b) obtienen la misma evidencia para el periodo 1985-1996 con la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares. Estos autores utilizan la escala de equivalencia paramétrica de Cutler y Katz (1992). Nótese que la escala de equivalencia de Buhmann et al. (1988) es un caso particular de la escala de equivalencia de Cutler y Katz.

**GRÁFICO 5:** Sensibilidad del índice de Gini frente al parámetro “s”. Datos empíricos, modelos Beta y Gamma. Fuente de Datos: PHOGUE



A continuación, se analizan los cambios en la distribución de la renta producidos entre los años 1993 y 1997, tomando como referencia la renta real neta equivalente. El GRÁFICO 6 permite estudiar la evolución de la desigualdad según el índice de Gini. Un análisis de los GRÁFICOS 5 y 6 permite concluir que las distribuciones que producen mayores índices de desigualdad son aquellas en las que no se ha considerado el tamaño del hogar, es decir aquellas en que  $s=0$  mientras que los niveles mínimos de desigualdad se alcanzan cuando el parámetro “s” oscila entre 0.5 y 0.75<sup>12</sup>.

**GRÁFICO 6:** Evolución de la Desigualdad a partir del índice de Gini según los diferentes modelos y valores del parámetros “s”. Fuente de datos: PHOGUE.



<sup>12</sup> Más concretamente, suponiendo una relación cuadrática entre el índice de Gini y el valor del parámetro “s”, es decir:  $Gini=a+bs+cs^2$ , se ha procedido a la estimación, utilizando el método de los mínimos cuadrados ordinarios, de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$ , para cada uno de los años considerados y tanto para los modelos teóricos como para los datos empíricos, obteniéndose que la tan utilizada escala de la OCDE equivale a un valor de “s” entre 0.77 y 0.79.

Si nos centramos en los índices de Gini como indicadores sintéticos del grado de desigualdad, se observa que, aunque los diferentes valores del parámetro “ $s$ ” inciden en el grado de desigualdad, no se modifica el signo de las variaciones. Así, desde 1993 a 1994 se produce una disminución de la desigualdad (el índice de Gini desciende más de un 2 por ciento), mientras que desde 1994 se incrementa paulatinamente la desigualdad. Finalmente, en 1997 se produce una nueva inversión de la tendencia de tal manera que considerando todo el periodo (1993-97) se ha producido un ligero descenso de la desigualdad<sup>13</sup> (véase TABLA 1 del ANEXO 1). Sin embargo, el perfil que muestra la evolución de la desigualdad en España en el periodo considerado (1993-1997), no ha sido del todo homogéneo. En primer lugar, la renta como porcentaje de la mediana, expresada a precios de 1992, se mantiene prácticamente constante para los ventiles situados debajo de la mediana, independientemente del valor del parámetro “ $s$ ” y del modelo considerado (véase TABLA 2 del ANEXO 1)<sup>14</sup>. No obstante, aunque los ventiles situados encima de la mediana no han sufrido cambios significativos en el periodo 1993-97, los percentiles 85 perdían en 1994 (respecto a 1993) entorno al 3 por ciento de su posición relativa con relación a la mediana, siendo esta pérdida superior al 4 por ciento para los percentiles 90 y 95, por lo que los más ricos resultarían los más perjudicados. Por último, señalar que las tasas de variación de la proporción de la renta por cada una de las ventilas, expresadas a precios de 1992, muestran continuas variaciones de signo positivo y negativo, mientras que la ratio entre la novena y la primera decila no experimenta grandes variaciones (TABLA 3 del ANEXO 1).

## **6. ANÁLISIS DE LOS EFECTOS ASOCIADOS A LAS DIFERENCIAS EN LA COMPOSICIÓN DE LOS HOGARES**

En este trabajo la heterogeneidad de los hogares se ha abordado utilizando diferentes escalas de equivalencia y analizando la sensibilidad de los resultados para distintos valores del parámetro que determina la escala. A continuación estudiaremos por separado grupos de hogares homogéneos entre sí, es decir, analizaremos los hogares clasificados por su tamaño asumiendo implícitamente que tienen las mismas necesidades. La TABLA 4 muestra la distribución de personas según el tamaño del hogar y en las TABLAS 1 y 2 (del ANEXO 2) se muestran los ingresos totales medios para cada grupo y en relación con la media poblacional, respectivamente. Cuando  $s=0$ , se obtiene la distribución del ingreso total por hogar, es decir, no se considera la diferente composición de los hogares, y cuando  $s \neq 0$ , los resultados se refieren al ingreso equivalente por persona. En las cinco olas utilizadas se

---

<sup>13</sup> En Ayala et al. (2002) se ofrece evidencia empírica para el caso español a partir de las cuatro primeras oleadas del PHOGUE y tomando como unidad de análisis el individuo. Dichos autores utilizando el panel puro y no el conjunto de observaciones reales para cada año muestran igualmente una relativa estabilidad en los indicadores de desigualdad. La misma tendencia puede observarse en Alvarez et al. (2002)

observa que alrededor del 50 por ciento de los individuos vive en hogares de 3 a 4 miembros. Además, para los hogares de menor tamaño el ingresos medio equivalente aumenta con “s”, mientras que ocurre lo contrario para los de mayor tamaño. Estos resultados confirman los de Coulter et al. (1992) para el Reino Unido y Ruíz Castillo (1993) para España a partir de las EPF.

Aunque a nivel global y considerando el periodo 1993-1997 se ha producido una mejora de los ingresos medios de los hogares españoles (véase TABLA 1 del ANEXO 2), la mejora no es la misma para todos los grupos. En términos relativos los hogares de 3 y 4 miembros (que representaban el 50 por ciento de la población) experimentan en estos 5 años continuas variaciones de signo positivo y negativo. No obstante cuando  $s=0$ , es decir, cuando no se tiene en cuenta la diferente composición de los hogares, prácticamente todos los grupos experimentaron mejoras en sus ingresos medios. Finalmente, en la TABLA 3 (del ANEXO 2) se recogen los índices de Gini según las diferentes particiones consideradas. Son los hogares de 2, 3 y 4 miembros los que experimentan una evolución de la desigualdad similar a la evolución del total poblacional (véase GRÁFICO 1 del ANEXO 2).

---

<sup>14</sup> Por ejemplo, cuando  $s=0.5$ , el percentil 45 en 1993 representa el 93 por ciento de la mediana y en 1997 continua representando el 93 por ciento de la mediana. Es más, para todo los años analizados representa el 93 por ciento de la mediana (excepto en 1997, que a partir de los datos empíricos se observa que representa el 92 por ciento de la mediana.)

**TABLA 4:** Número de hogares e individuos en cada una de las olas con información disponible de los ingresos totales netos en el año anterior a la entrevista según la composición del hogar.

<b>1994</b>	<b>Muestra Hogares</b>	<b>%Hogares s/Total</b>	<b>Muestra Individuos</b>	<b>%</b>
1	991	15	991	5
2	1619	24	3238	16
3	1393	21	4179	20
4	1552	23	6208	30
5	672	10	3360	16
6	253	4	1518	7
7 y +	146	2	1118	5
<b>TOTAL</b>	<b>6626</b>	<b>100</b>	<b>20612</b>	<b>100</b>
<b>1995</b>	<b>Muestra</b>	<b>%Hogares s/Total</b>	<b>Muestra Individuos</b>	<b>%</b>
1	913	14	913	4
2	1527	24	3054	15
3	1318	20	3954	19
4	1557	24	6228	31
5	708	11	3540	17
6	263	4	1578	8
7 y +	150	2	1139	6
<b>TOTAL</b>	<b>6436</b>	<b>100</b>	<b>20406</b>	<b>100</b>
<b>1996</b>	<b>Muestra</b>	<b>%Hogares s/Total</b>	<b>Muestra Individuos</b>	<b>%</b>
1	850	14	850	4
2	1518	25	3036	16
3	1252	20	3756	20
4	1478	24	5912	31
5	658	11	3290	17
6	238	4	1428	7
7 y +	127	2	965	5
<b>TOTAL</b>	<b>6121</b>	<b>100</b>	<b>19237</b>	<b>100</b>
<b>1997</b>	<b>Muestra</b>	<b>%Hogares s/Total</b>	<b>Muestra Individuos</b>	<b>%</b>
1	788	14	788	4
2	1421	25	2842	16
3	1189	21	3567	20
4	1377	24	5508	31
5	601	11	3005	17
6	215	4	1290	7
7 y +	112	2	865	5
<b>TOTAL</b>	<b>5703</b>	<b>100</b>	<b>17865</b>	<b>100</b>
<b>1998</b>	<b>%Hogares s/Total</b>	<b>Porcentaje</b>	<b>Muestra Individuos</b>	<b>%</b>
1	801	15	801	5
2	1434	26	2868	17
3	1097	20	3291	20
4	1301	24	5204	31
5	521	10	2605	16
6	188	3	1128	7
7 y +	85	2	654	4
<b>TOTAL</b>	<b>5427</b>	<b>100</b>	<b>16551</b>	<b>100</b>

Fuente: Elaboración propia a partir del PHOGUE

## 7. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha abordado el análisis de la desigualdad desde un punto de vista paramétrico, usando funciones de cuantiles. Para ello, se han utilizado formas funcionales que verifican determinados requerimientos matemáticos, suficientemente flexibles y que dan lugar a ajustes satisfactorios. Cuando utilizamos aproximaciones paramétricas (tanto de las curvas de Lorenz como de las funciones de cuantiles) se sintetiza gran cantidad de información, se gana flexibilidad (sin perjuicio de poder hacer comparaciones tanto a nivel agregado como individual) y se obtiene un instrumento válido para interpolar dentro de cada clase de rentas. Asimismo, se pueden obtener tanto los indicadores de desigualdad a partir de los parámetros

estimados, sin necesidad de incluir hipótesis adicionales, como realizar simulaciones que incorporen elementos de la distribución. Incluso puede ser una solución adecuada ante el problema de la existencia de discontinuidades en la distribución, difícilmente justificables por el propio comportamiento de las rentas en estudio. En lo referente al estudio de la desigualdad en términos de las funciones de cuantiles, las conclusiones más relevantes han sido las siguientes:

- Se han propuesto dos modelos de funciones de cuantiles: el modelo Lorenz Beta y el modelo Lorenz Gamma. Los dos modelos dan lugar a estimadores de los parámetros muy estables y que por tanto permiten estudiar de una manera fiable la evolución temporal de la distribución de la renta. Asimismo, los resultados obtenidos son robustos respecto a los dos modelos, si bien los ajustes a los que da lugar el modelo Gamma son ligeramente mejores que los del modelo Beta.
  
- Los ajustes son muy satisfactorios tanto en la parte central de la distribución como en las colas y todos los parámetros son altamente significativos. Tres parámetros parecen ser suficientes para captar las regularidades empíricas más importantes (TABLAS 1 y 2).
  
- En el estudio empírico se ha utilizado como fuente de datos el Panel de Hogares de la Unión Europea. Metodológicamente se ha tomado como unidad de análisis el hogar, ya que constituye la unidad básica de recogida de información, teniendo en cuenta el tamaño y composición del hogar a la hora de efectuar el análisis.
  
- Aunque el periodo analizado (1993-1997) puede resultar relativamente corto como para que los indicadores mostraran grandes variaciones, se puede apreciar un ligero aumento de la desigualdad desde 1994 hasta 1996. Estos resultados se hacen especialmente patentes en los ventiles de renta más altos. Además, y como es obvio, se pone de manifiesto la sensibilidad de los resultados ante variaciones del parámetro “s” (véanse GRÁFICOS 1 y 2) y se observa una relación en forma de “U” entre el índice de Gini y el parámetro que determina la escala de equivalencia. Esto es cierto para las dos formas funcionales ajustadas (GRÁFICO 5).
  
- Cuando se analizan por separado grupos de hogares homogéneos se observa que sólo los hogares de 2, 3 y 4 miembros experimentan una evolución de la desigualdad similar a la evolución del total poblacional (véase GRÁFICO 1 del ANEXO 2).

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Álvarez, S., Prieto, J. y Salas, R. (2002). "The Evolution of Income Inequality in the European Union", *Papeles de Trabajo*, 10, Instituto de Estudios Fiscales, Serie Economía.
- Arnold, B.C. (1986). "Majorization and the Lorenz Curve: A Brief Introduction". *Lecture Notes in Statistics*, Vol. 53. Springer-Verlag, New York.
- Arnold, B.C., Robertson, C.A., Brockett, P.L. y Shu, B.Y. (1987). "Generalized Ordered Families of Lorenz Curves by Strongly Unimodal Distributions". *Journal of Business and Economic Statistics*, 5, 305-308.
- Ayala, L., Martínez, R. y Ruíz-Huerta, J. (1993). "La Distribución de la Renta en España desde una Perspectiva Internacional: Tendencias y Factores de Cambio". *Actas del II Simposio sobre Desigualdad y Distribución de la Renta y la Riqueza*. Vol. 6, *La desigualdad de Recursos*, Fundación Argentaria, Madrid.
- Ayala, L. y Sastre, M. (2002). "La Dinámica de las Rentas Individuales en la Unión Europea: Divergencias y Factores Determinantes". *IX Encuentro de Economía Pública*, Vigo.
- Basman, R. L., Hayes, K.J., Slottje, D.J. y Johnson, J.D. (1990). "A General Functional Form for Approximating the Lorenz Curve". *Journal of Econometrics*, 43, 77-90.
- Buhmann, B., Rainwater, L., Schmaus, G. y Smeeding, T.M. (1988). "Equivalence Scales Well-Being, Inequality and Poverty: Sensitivity Estimates Across Ten Countries Using the Luxembourg Income Study (LIS) Database". *Review of Income and Wealth*, 42, 381-399.
- Casas, J. M., Callealta, F.J. y Núñez, J. (1996). "Distribución de la Renta per Cápita Disponible en España: Descripción, Desigualdad y Modelización" en: *Distribución Personal de la Renta en España*, Capítulo 5, B. Pena (director). Pirámide, Madrid.
- Chotikapanich, D. (1993). "A Comparison of Alternative Functional Forms for the Lorenz Curves". *Economic Letters*, 41, 129-138.
- Cowell, F. (2000). *Measuring Inequality*. Oxford University Press.
- Coulter, F., Cowell, F. y Jenkins, S. (1992). "Equivalence Scales Relativities and the Extent of Inequality and Poverty". *Economic Journal*, 102, 1067-1082.
- Cutler, D. y Katz, L. (1992). "Rising Inequality? Changes in the Distribution of Income and Consumption in the 1980s". *AER Papers and Proceedings*.
- Danziger, S.H. y Taussig, M.K. (1979). "The Income Unit and the Anatomy of Income Distribution" *Review of Income and Wealth*, 25, 365-375.
- García, C., Malo, M.A. y Toharia, L. (2001). *La Pobreza en España. Un Análisis Crítico Basado en el Panel de Hogares de la Unión Europea (PHOGUE)*. Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales.
- Gupta, M.R. (1984). "Functional Form for Estimating the Lorenz Curve". *Econometrica*, 52, 1313-1314.
- Holm, J. (1993). "Maximum Entropy Lorenz Curves". *Journal of Econometrics*, 44, 377-389.

- Houghton, J.C. (1978). "Birth of a Parent: The Wakeby Distribution for Modeling Flood Flows". *Water Resources Research*, 14, 1105-1109.
- Jenkins, S.P. y Lambert, P.J. (1993). "Ranking Income Distributions When Needs Differ". *Review of Income and Wealth*, 39 (4), 337-356.
- Kakwani, N. C. (1980). "On a Class of Poverty Measures". *Econometrica*, 48, 437-446.
- Kakwani, N.C. y Podder, N. (1973). "On Estimation of Lorenz Curves from Grouped Observations". *International Economic Review*, 14, 278-292.
- Lafuente, M. (1998). "La Distribución Gamma como Modelo para Analizar la Distribución de la Renta: Una Aplicación a la EPF 1990-91", *Revista de Estudios Regionales*, 1, 161-186.
- Lambert, P. (1989). *The Distribution and Redistribution of Income*. Ed. Blackwell.
- Oliver, J., Ramos, X. y Raymond, J.L. (2001a). "Anatomía de la Distribución de la Renta en España, 1985-1996: La Continuidad de la Mejora". *Papeles de Economía Española*, 88, 67-88.
- (2001b). "La mejora en la Distribución de la Renta en España, 1985-1996. Un Análisis de Robustez". *Estudios de Hacienda Pública: Desigualdad, Redistribución y Bienestar: Una Aproximación a partir de la Microsimulación de Reformas Fiscales*, 355-367, Instituto de Estudios Fiscales.
- Ortega, P., Martín, A., Fernández, A., Ladoux, M. y García, A. (1991). "A New Functional Form for Estimating Lorenz Curves". *Review of Income and Wealth*, 37, 447-452.
- Pareto, V. (1897). *Cours d'Economie Politique*, Vol. 2, Part 1, (Lausanne).
- Prieto, J. Salas, R. y Álvarez, S. (2002). "Movilidad Social y Desigualdad Económica". *Papeles de Trabajo*, 7, Instituto de Estudios Fiscales, Serie Economía.
- Rasche, R.H., Gaffney, J., Koo, A.Y.C. y Obst, N. (1980). "Functional Forms for Estimating the Lorenz Curve". *Econometrica*, 48, 1061-1062.
- Ramberg, J.S., Dudewicz, E.J., Tadikamalla, P.R. y Mykytra, E.F. (1979). "A Probability Distribution and its uses in Fitting Data". *Technometrics*, 21, 201-214.
- Ruíz-Castillo (1993). "La Distribución del Gasto en España de 1973-74 a 1980-81". *I Simposio sobre Igualdad y Distribución de la Renta y la Riqueza*, Vol. II, 51-89.
- Ruíz Huerta, J., Martínez, R. y Ayala, L. (1993). "La Distribución de la Renta en España en los Años Ochenta: Una Perspectiva Comparada", en *I Simposio sobre Desigualdad y Distribución de la Renta y la Riqueza*. Vol. II *La distribución de la renta*, Fundación Argentaria: 101-137, Madrid.
- Ryu, H. y Slottje, D. (1996). "Two Flexible Functional Forms for Approximating the Lorenz Curve". *Journal of Econometrics*, 72, 251-274.
- Sarabia, J.M. (1997). "A Hierarchy of Lorenz Curves based on the Generalized Tukey's Lambda Distribution". *Econometric Reviews*, 16, 305-320.
- Sarabia, J.M., Castillo, E. y Slottje, D. (1999). "An Ordered Family of Lorenz Curves". *Journal of Econometrics*, 91, 43-60.
- (2001). "An Exponential Family of Lorenz Curves", *Southern Economic Journal*, 67 (3), 748-756.

- (2002). "Lorenz Ordering Between McDonald's Generalized Functions of the Income Size Distribution". *Economics Letters*, 75, 265-270.
  
- Sarabia, J.M. y Pascual, M. (2001). "Rankings de Distribuciones de Renta basados en Curvas de Lorenz Ordenadas: Un Estudio Empírico". *Estudios de Economía Aplicada*, 19, 151-169.
- (2002). "A Class of Lorenz Curves based on Linear Exponential Loss Functions", *Communications in Statistics, Theory and Methods*, 31 (6), 925-942.
  
- Silverman, B.W. (1986). *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. Monographs on Statistics and Applied Probability. Chapman and Hall.
  
- Slottje, D.J. (1990). "Using Grouped Data for Constructing Inequality Indices. Parametric versus Non Parametric Methods". *Economic Letters*, 32, 193-197.
  
- Villaseñor, J.A. y Arnold, B.C. (1989). "Elliptical Lorenz Curves". *Journal of Econometrics*, 40, 327-338.

ANEXO 1<sup>15</sup>:

**TABLA 1:** Evolución de la distribución de la renta real neta equivalente en España, 1993-1997. Índices de Gini.

Gini	s=0			s=0.25			s=0.5			s=0.75			s=1		
	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.
1993	0,3695	0,3855	0,3831	0,3490	0,3627	0,3601	0,3380	0,3499	0,3469	0,3394	0,3464	0,3431	0,3552	0,3612	0,3578
1994	0,3590	0,3745	0,3724	0,3375	0,3526	0,3502	0,3262	0,3395	0,3368	0,3284	0,3393	0,3363	0,3457	0,3529	0,3497
1995	0,3618	0,3806	0,3783	0,3413	0,3565	0,3540	0,3311	0,3453	0,3424	0,3338	0,3444	0,3411	0,3513	0,3580	0,3546
1996	0,3741	0,3923	0,3897	0,3538	0,3688	0,3662	0,3431	0,3561	0,3531	0,3448	0,3548	0,3515	0,3604	0,3674	0,3639
1997	0,3679	0,3880	0,3856	0,3468	0,3611	0,3587	0,3355	0,3473	0,3445	0,3367	0,3444	0,3413	0,3523	0,3559	0,3527

Fuente: Elaboración propia a partir del PHOGUE

**TABLA 2:** Evolución de la distribución de la renta real neta equivalente en España, 1993-1997. Índice: Mediana=100.

Perc	s=0															s=0.25														
	Datos Empíricos					Modelo Beta					Modelo Gamma					Datos Empíricos					Modelo Beta					Modelo Gamma				
	1994	1995	1996	1997	1998	1994	1995	1996	1997	1998	1994	1995	1996	1997	1998	1994	1995	1996	1997	1998	1994	1995	1996	1997	1998	1994	1995	1996	1997	1998
5	29	31	31	30	32	27	28	28	27	28	27	27	27	27	27	32	34	34	32	34	31	33	33	31	32	32	33	33	32	33
10	37	38	38	38	37	38	39	40	38	39	38	38	38	38	38	43	46	46	45	45	42	44	44	42	43	42	44	44	42	43
15	43	44	44	44	44	47	48	48	47	48	47	47	47	47	47	49	50	49	49	48	51	52	52	51	52	51	52	52	50	52
20	52	53	52	51	51	55	56	56	55	56	55	55	55	55	55	55	57	56	54	55	59	60	60	58	59	58	59	59	58	59
25	60	61	61	60	61	63	63	64	63	63	62	62	62	62	62	63	64	64	62	63	66	67	66	65	66	65	66	66	65	66
30	68	69	69	69	69	70	71	71	70	70	69	69	69	69	69	70	71	71	70	71	72	73	73	72	73	72	73	73	72	72
35	75	76	77	76	77	77	78	78	77	78	77	77	77	77	77	78	79	79	77	79	79	80	80	79	79	79	79	79	79	79
40	84	83	84	83	85	84	85	85	84	85	84	84	84	84	84	85	85	86	84	85	86	86	86	86	86	86	86	86	85	86
45	92	92	92	91	93	92	92	92	92	92	92	92	92	92	92	92	92	93	92	92	93	93	93	93	93	93	93	93	93	93
50	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
55	108	108	109	110	110	109	108	108	109	108	109	109	109	109	109	107	109	107	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108
60	118	118	118	119	120	118	117	117	118	118	118	118	118	118	118	116	118	118	117	118	116	116	116	116	116	117	116	116	117	116
65	129	129	129	131	131	128	127	127	128	128	129	129	129	129	129	127	127	128	129	128	126	125	125	126	125	126	125	126	127	126
70	140	140	142	143	143	140	139	139	141	140	141	141	141	141	141	138	138	139	140	140	137	135	136	137	136	137	136	136	138	137
75	155	154	155	158	157	154	152	153	155	154	155	155	155	155	155	152	151	153	154	154	150	148	148	150	149	150	148	149	151	150
80	174	171	172	175	173	172	169	170	173	172	172	172	172	172	172	169	168	168	170	169	166	163	164	167	165	166	164	165	168	166
85	195	192	194	199	199	195	191	193	198	196	196	196	196	196	196	191	188	190	192	190	187	184	185	189	187	188	184	186	190	187
90	228	223	228	234	229	231	225	229	235	233	231	231	231	231	231	220	215	217	223	218	220	216	218	224	220	220	216	217	223	220
95	283	273	279	290	288	301	291	299	309	307	299	299	299	299	299	268	263	267	274	269	285	278	281	291	286	283	276	279	289	284

Fuente: Elaboración propia a partir del PHOGUE

<sup>15</sup> Nota: Los acrónimos utilizados se corresponden con: D.E. : Datos Empíricos, M.B.: Modelo Beta, M.G.: Modelo Gamma.

**TABLA 2 (Continuación):** Evolución de la distribución de la renta real neta equivalente en España, 1993-1997. Índice: Mediana=100. Fuente de datos: PHOGUE.

Perc	s=0.75															s=1																		
	Datos Empíricos					Modelo Beta					Modelo Gamma					Datos Empíricos					Modelo Beta					Modelo Gamma								
	1994	1995	1996	1997	1998	1994	1995	1996	1997	1998	1994	1995	1996	1997	1998	1994	1995	1996	1997	1998	1994	1995	1996	1997	1998	1994	1995	1996	1997	1998	1994	1995	1996	1997
5	34	35	33	32	34	34	35	34	33	34	35	35	35	33	34	31	31	30	28	30	32	32	32	30	31	32	33	32	30	32				
10	47	49	48	46	48	45	46	45	44	45	45	46	45	43	45	43	43	43	41	43	43	43	43	41	42	43	43	43	41	42				
15	55	57	57	55	56	54	54	54	52	53	53	54	53	52	53	52	52	52	51	53	52	52	51	50	51	51	51	51	49	51				
20	62	63	64	62	63	61	61	61	60	61	60	61	60	59	60	60	59	59	59	59	59	59	59	58	59	59	59	59	57	58				
25	70	70	71	70	71	68	68	68	66	67	67	68	67	66	67	66	65	65	65	66	66	66	66	65	66	66	66	65	64	65				
30	76	77	78	77	78	74	74	74	73	74	73	74	74	73	73	73	72	72	72	74	73	73	73	72	73	72	73	72	71	72				
35	82	82	83	82	82	80	81	80	80	80	80	80	80	79	80	80	78	78	79	80	79	80	79	79	79	79	79	79	78	79				
40	87	87	87	87	88	87	87	87	86	87	86	87	86	86	86	87	86	86	86	88	86	86	86	85	86	86	86	86	85	86				
45	93	94	93	93	94	93	93	93	93	93	93	93	93	93	93	93	93	93	94	95	93	93	93	93	93	93	93	93	92	93				
50	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100				
55	107	107	107	108	108	107	107	107	108	107	107	107	107	108	107	106	105	104	104	106	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108				
60	115	116	116	116	117	115	115	115	116	115	116	115	115	116	115	113	111	111	113	114	116	116	116	117	116	116	116	116	117	116				
65	125	126	126	127	126	124	124	124	125	124	125	124	124	125	124	123	120	120	121	123	126	125	125	126	125	126	125	126	127	126				
70	136	137	138	138	137	134	134	134	136	134	135	134	135	136	135	133	131	130	133	133	136	135	136	137	136	137	136	136	138	136				
75	150	150	151	152	151	147	145	146	148	146	147	146	147	149	147	146	144	144	146	148	149	148	149	151	148	150	148	149	151	149				
80	166	165	168	170	171	162	160	161	164	161	162	161	162	164	162	164	160	162	164	164	165	163	165	167	164	166	164	165	167	164				
85	189	186	189	194	191	182	180	181	185	181	182	180	182	185	182	186	181	182	188	187	187	184	186	189	185	187	184	186	189	185				
90	219	216	219	224	220	213	210	212	217	212	212	209	211	216	211	216	212	215	223	219	220	215	218	222	216	219	215	217	221	216				
95	274	269	278	283	274	274	268	272	279	272	271	266	269	276	269	290	276	282	291	282	285	277	281	287	278	282	274	278	284	275				

Fuente: Elaboración propia a partir del PHOGUE

**TABLA 3:** Evolución de la distribución de la renta real neta equivalente en España, 1993-1997. Ratio entre el Percentil 90 y el Percentil 10. Fuente de datos: PHOGUE

P90/P10	s=0			s=0.25			s=0.5			s=0.75			s=1		
	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.	D. E.	M. B.	M. G.
1993	6,1808	6,0526	6,0650	5,0702	5,2042	5,2135	4,6767	4,7750	4,7814	4,6249	4,7134	4,7177	4,9789	5,1083	5,1123
1994	5,8936	5,7357	5,7478	4,6866	4,9109	4,9201	4,2951	4,5345	4,5408	4,4345	4,5620	4,5662	4,9295	4,9769	4,9806
1995	6,0054	5,7779	5,7907	4,6963	4,9820	4,9914	4,4731	4,6379	4,6440	4,5320	4,6773	4,6804	5,0494	5,0850	5,0883
1996	6,2321	6,1111	6,1246	4,9957	5,2939	5,3041	4,7504	4,9313	4,9380	4,8711	4,9648	4,9685	5,4267	5,4069	5,4099
1997	6,1397	5,9112	5,9256	4,8530	5,0704	5,0809	4,5555	4,7049	4,7117	4,6235	4,6993	4,7033	5,1104	5,1009	5,1045

Fuente: Elaboración propia a partir del PHOGUE

## ANEXO 2

**TABLA 1:** Ingreso Medio Equivalente (en pesetas constantes) por tamaño del hogar y según los valores del parámetro “s”.

1993					
Tamaño del hogar	s=0	s=0.25	s=0.5	s=0.75	s=1
1	1106201	1106201	1106201	1106201	1106201
2	1786063	1501894	1262937	1061999	893031
3	2394837	1819683	2394837	2394837	2394837
4	2647672	1872187	1323836	936093	661918
5	2829564	1892244	1265420	846237	565913
6	2941329	1879342	1200793	767238	490222
7 y más	3294005	1982575	1194483	720357	434818
<b>TOTAL</b>	<b>2197347</b>	<b>1660848</b>	<b>1275300</b>	<b>996057</b>	<b>792207</b>
1994					
Tamaño del hogar	s=0	s=0.25	s=0.5	s=0.75	s=1
1	1154524	1154524	1154524	1154524	1154524
2	1899152	768571	646289	543462	456995
3	2425715	1843145	1400487	1064140	808572
4	2735417	1934232	1367708	967116	683854
5	2970167	1986270	1328299	888287	594033
6	3104249	1983439	1267304	809735	517375
7 y más	3592405	2164498	1305539	788235	476352
<b>TOTAL</b>	<b>2310189</b>	<b>1738059</b>	<b>1328407</b>	<b>1032765</b>	<b>817688</b>
1995					
Tamaño del hogar	s=0	s=0.25	s=0.5	s=0.75	s=1
1	1233749	1233749	1233749	1233749	1233749
2	1972825	1658941	1394998	1173049	986413
3	2533025	1924683	1462443	1111216	844342
4	2882452	2038201	1441226	1019101	720613
5	3036159	2030402	1357811	908023	607232
6	3030312	1936197	1237120	790449	505052
7 y más	3786977	2284282	1379331	833709	504380
<b>TOTAL</b>	<b>2397484</b>	<b>1809516</b>	<b>1387102</b>	<b>1081251</b>	<b>858040</b>
1996					
Tamaño del hogar	s=0	s=0.25	s=0.5	s=0.75	s=1
1	1267890	1267890	1267890	1267890	1267890
2	2073731	749781	630488	530175	445822
3	2619057	1990053	1512113	1148958	873019
4	2963539	805449	569539	402725	284769
5	3272538	2188478	1463524	978717	654508
6	3365656	2150463	1374023	877923	560943
7 y más	3862096	2319874	1395165	839992	506273
<b>TOTAL</b>	<b>2501085</b>	<b>1887815</b>	<b>1447016</b>	<b>1127685</b>	<b>894506</b>
1997					
Tamaño del hogar	s=0	s=0.25	s=0.5	s=0.75	s=1
1	1277095	1277095	1277095	1277095	1277095
2	2199552	1849595	1555318	1307861	1099776
3	2717863	2065129	1569159	1192303	905954
4	3015220	753370	532713	1066041	753805
5	3389843	2266925	1515984	1013800	677969
6	3368743	2152435	1375284	878728	561457
7 y más	4689042	2825971	1704499	1028860	621489
<b>TOTAL</b>	<b>2557473</b>	<b>1942232</b>	<b>1497938</b>	<b>1174525</b>	<b>937197</b>

Fuente: Elaboración propia a partir del PHOGUE

**TABLA 2:** Ingreso Medio Equivalente en porcentaje de la media poblacional por tamaño del hogar y según los valores del parámetro “s”.

1993					
Tamaño del hogar	s=0	s=0.25	s=0.5	s=0.75	s=1
1	50	67	87	111	140
2	81	90	99	107	113
3	109	110	188	240	302
4	120	113	104	94	84
5	129	114	99	85	71
6	134	113	94	77	62
7 y más	150	119	94	72	55
<b>TOTAL</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>
1994					
Tamaño del hogar	s=0	s=0.25	s=0.5	s=0.75	s=1
1	50	66	87	112	141
2	82	44	49	53	56
3	105	106	105	103	99
4	118	111	103	94	84
5	129	114	100	86	73
6	134	114	95	78	63
7 y más	156	125	98	76	58
<b>TOTAL</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>
1995					
Tamaño del hogar	s=0	s=0.25	s=0.5	s=0.75	s=1
1	51	68	89	114	144
2	82	92	101	108	115
3	106	106	105	103	98
4	120	113	104	94	84
5	127	112	98	84	71
6	126	107	89	73	59
7 y más	158	126	99	77	59
<b>TOTAL</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>
1996					
Tamaño del hogar	s=0	s=0.25	s=0.5	s=0.75	s=1
1	51	67	88	112	142
2	83	40	44	47	50
3	105	105	104	102	98
4	118	43	39	36	32
5	131	116	101	87	73
6	135	114	95	78	63
7 y más	154	123	96	74	57
<b>TOTAL</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>
1997					
Tamaño del hogar	s=0	s=0.25	s=0.5	s=0.75	s=1
1	50	66	85	109	136
2	86	95	104	111	117
3	106	106	105	102	97
4	118	39	36	91	80
5	133	117	101	86	72
6	132	111	92	75	60
7 y más	183	146	114	88	66
<b>TOTAL</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>

Fuente: Elaboración propia a partir del PHOGUE

**TABLA 3:** Índice de Gini por tamaño del hogar y según los valores del parámetro “s”.

Tamaño del hogar	1993	1994	1995	1996	1997
1	0,3617	0,3501	0,3464	0,3542	0,3451
2	0,3300	0,3193	0,3261	0,3342	0,3338
3	0,3193	0,3131	0,3222	0,3264	0,3253
4	0,3300	0,3134	0,3224	0,3379	0,3309
5	0,3205	0,3354	0,3354	0,3656	0,3272
6	0,3230	0,3334	0,3168	0,3699	0,3414
7 y más	0,3514	0,3423	0,3605	0,3218	0,3671

Fuente: Elaboración propia a partir del PHOGUE

**GRÁFICO 1:** Evolución de la desigualdad según el índice de Gini y la composición de los hogares.

