



*Facultad
de
Ciencias*

**ESTUDIO DE LA CALIDAD ÓPTICA DEL
SISTEMA OCULAR EN PACIENTES CON
CATARATA.
(STUDY OF THE OPTICAL QUALITY OF THE EYE
SYSTEM IN PATIENTS WITH CATARACT)**

Trabajo de Fin de Grado
para acceder al

GRADO EN FÍSICA

Autora: Paula de Celis Castro

Directores: Francisco González Fernández
María Dolores Ortiz Márquez

Septiembre - 2021

Agradecimientos

A mis padres y a mi abuela, por el apoyo y cariño que he tenido durante la realización de este trabajo.

A mis amigos, Pedro, David “Alva”, Alicia y Vicente, por darme ánimos para continuar cuando más lo necesitaba.

Agradecer a mis directores, Paco y Lola, por la oportunidad de realizar este trabajo y por su infinita paciencia.

Índice

| | |
|-----------------------------------------------------------------|----|
| 1. Introducción..... | 4 |
| 1.1. Motivación..... | 4 |
| 1.2. Objetivos..... | 5 |
| 1.3. Estructura del trabajo..... | 5 |
| 2. Conceptos previos..... | 6 |
| 2.1. El sistema visual y el ojo humano..... | 6 |
| 2.2. Anatomía del ojo humano..... | 7 |
| 2.3. Cataratas..... | 9 |
| 2.4. Modelos de ojo humano..... | 11 |
| 2.4.1. Modelo de ojo simplificado..... | 13 |
| 3. Modelo y método de caracterización del trazado de rayos..... | 15 |
| 3.1. Muestreo..... | 15 |
| 3.2. Trazado de rayos..... | 15 |
| 3.3. Diagrama de impactos, histogramas y mapas de color..... | 18 |
| 3.4. Parámetros de calidad óptica..... | 20 |
| 3.5. Caracterización de la catarata..... | 21 |
| 4. Resultados..... | 22 |
| 4.1. Ojo sano..... | 22 |
| 4.2. Ojo emétrope con catarata nuclear..... | 25 |
| 4.2.1. Variación del radio de la catarata..... | 25 |
| 4.2.2. Variación del índice de refracción..... | 29 |
| 4.3. Ojo emétrope con catarata cortical..... | 34 |
| 4.3.1. Variación del radio de la catarata..... | 34 |
| 4.3.2. Variación del índice de refracción..... | 37 |
| 5. Conclusiones..... | 41 |
| 5.1. Resultados principales..... | 41 |
| 5.2. Posibilidades futuras..... | 42 |
| 6. Referencias..... | 44 |
| 7. Apéndice A. Programa simulación..... | 46 |

Capítulo 1. Introducción.

1.1.- Motivación

Entre todos los procesos que permiten al ser humano un intercambio de información con el medio externo, el proceso de visión es el más completo. Dentro de las estructuras del ojo que permiten que se desarrolle este proceso, destaca el cristalino, el cual permite enfocar objetos a diferentes distancias.

Una de las patologías más comunes del cristalino que afectan actualmente a la sociedad, son las cataratas.

Este tipo de enfermedad provoca el oscurecimiento parcial o total del cristalino, haciendo que los rayos procedentes del exterior no viajen hasta la retina correctamente, causando así, problemas visuales como deslumbramientos, imágenes borrosas o en un caso extremo ceguera total.

Existen numerosas causas que pueden provocar la aparición de las cataratas, la principal y la más destacada es el propio envejecimiento del cristalino, seguido de un cambio metabólico del individuo o un traumatismo que afecta a la estructura del cristalino. Todo ello conlleva un cambio en el índice de refracción en la zona afectada, haciendo que la luz que pasa por dicha zona sufra efectos de refracción.

Estudios realizados por distintas organizaciones de Oftalmólogos han podido establecer, que las cataratas con mayor presencia en la sociedad actual y de mayor interés de estudio, son las de tipo senil. Este tipo de patología puede aparecer a partir de periodos tempranos entre los 40 y 50 años sin provocar ningún tipo de síntoma. Para edades comprendidas entre los 50 y 60 años los efectos sobre el proceso de visión son más notables. [1]

Actualmente no existe ningún tipo de medicamento que impida o ralentice el oscurecimiento del cristalino. Cuando la catarata está en una fase avanzada y la calidad visual del paciente es lo suficientemente baja, se recurre a la cirugía. En función de las características oculares del paciente y del tipo de catarata, se aplica una técnica concreta. Actualmente, entre todos los tratamientos quirúrgicos disponibles, el más utilizado es la facoemulsificación e implante de lente intraocular.[2]

1.2.-Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es establecer cómo afecta la aparición de cataratas en el cristalino, a la imagen ocular recogida en la retina. Los tipos de cataratas que se van a tratar son: la catarata nuclear y la catarata cortical. En ambos casos se analizará cuál es su efecto sobre la imagen ocular en función del índice de refracción y del tamaño de las misma, indicadores del estado en la que se encuentra la catarata.

Para caracterizar la calidad óptica bajo la influencia de la catarata, se estudiará cómo es el diagrama de impactos, cuando los rayos inciden sobre el sistema ocular, proporcionando una aproximación del tamaño de la imagen que se obtiene en la retina. Por otro lado, se analizarán los histogramas y los mapas de color en los que se representa la densidad de rayos en función de la distancia al centro, aportando información más detallada sobre el tamaño.

Finalmente, se compararán los resultados obtenidos para los distintos casos de cataratas estudiados, con aquellos obtenidos para un ojo sano (sin catarata).

1.3.-Estructura del trabajo

La memoria de este trabajo se estructura de la siguiente manera:

En el capítulo 2 se muestra el fundamento teórico necesario para entender este trabajo. Se describen los conceptos básicos sobre la fisiología ocular humana, así como la propia estructura del cristalino. Además, se hace una breve explicación de las cataratas atendiendo a su localización en el cristalino y las causas principales de su aparición, así como la descripción de los distintos modelos de ojo establecidos hasta ahora.

En el capítulo 3, se muestra el modelo de trazado de rayos que se utiliza cuando el ojo enfoca un objeto situado en el infinito, para el modelo de ojo seleccionado. Por otra parte, se presenta la modelización de los distintos tipos de cataratas que se llevarán a estudio, al igual que el cálculo de los parámetros de calidad óptica a partir de los diagramas de impacto, los histogramas y los mapas de color.

Posteriormente en el capítulo 4, se exponen los resultados obtenidos mediante un programa de simulación, elaborado de forma personalizada en Matlab, de los distintos casos estudiados al igual que su análisis.

En último lugar, en el capítulo 5, se muestran las conclusiones a las que se ha llegado, y las perspectivas de futuro de este trabajo.

Capítulo 2. Conceptos previos

En este capítulo analizaremos los conceptos básicos necesarios para entender el propósito de este trabajo. Se comenzará con una descripción de la anatomía del ojo humano, seguido de la clasificación de las cataratas según su posición y origen y finalizaremos con una descripción de los distintos modelos de ojos, centrándonos en el modelo de ojo simplificado, que va a servir de base para el desarrollo del estudio.

2.1.- El sistema visual y el ojo humano

El ser humano, a través del sentido de la vista, obtiene la mayor parte de la información del entorno, lo cual le permite interrelacionarse con el medio que le rodea.

El ojo es el órgano encargado del proceso de visión. Se trata un sistema convergente que crea una imagen invertida en la retina.

El proceso de visión se lleva a cabo en distintas fases:

- ✓ Fotorrecepción: la luz pasa por las distintas superficies refractivas del ojo, llegando a los fotorreceptores situados en la retina (conos y bastones), los cuales transforman ese estímulo en una señal eléctrica que a través del nervio óptico se envía hacia el cerebro.
- ✓ Transmisión y procesado de la información: Una vez que la señal es transmitida por el nervio óptico, esta llega al cortex visual donde es procesada y analizada. [3]

El sistema puede verse como una cámara fotográfica, donde el objetivo de la cámara sería el ojo humano, un sistema de lentes que toma la luz del medio externo y la CPU, el cerebro que interpreta esa información recibida, obteniendo así en la salida una imagen del entorno. [4] En la *Figura 2.1* da cuenta de esta comparación.

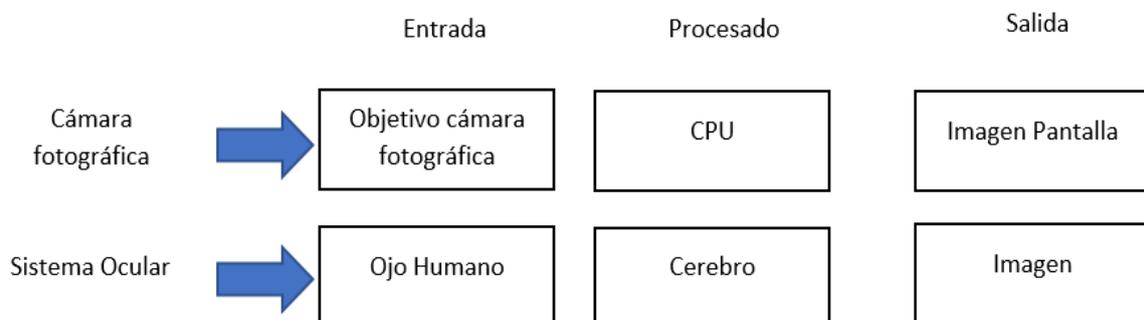


Figura 2.1. - Comparación entre el sistema ocular y la cámara fotográfica.

2.2.- Anatomía del ojo humano

La forma del ojo humano es aproximadamente esférica, cuyo diámetro oscila entre los 23 y 25 mm siendo la media aproximadamente 24mm. Se encuentra situado en una cavidad entre el hueso frontal, el hueso maxilar y el hueso cigomático.

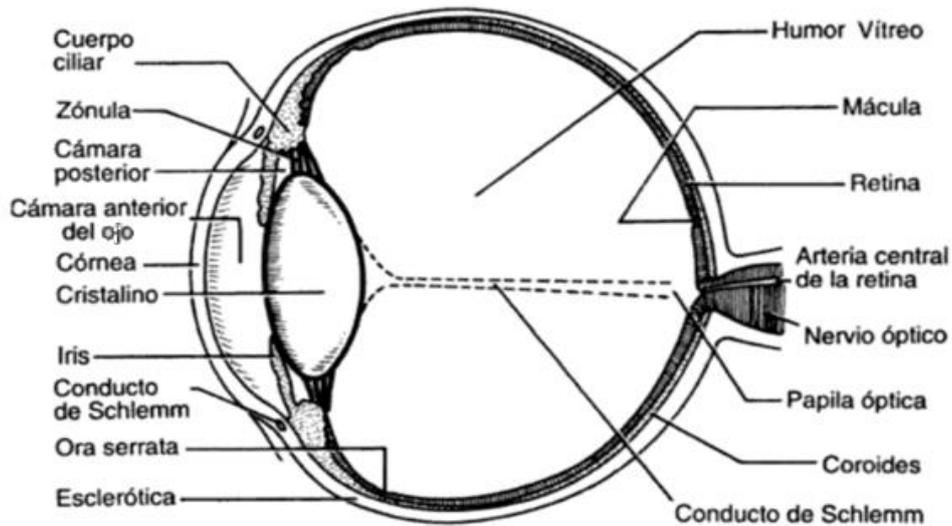


Figura 2.2 - Esquema ocular en el ser humano. [5]

Analizando la estructura se observan distintas partes como muestra la *Figura 2.2*. Las más importantes a destacar ya que se interponen entre la luz que entra en el ojo y la que acaba en la retina son: la esclerótica, la córnea, el iris, el cristalino y la retina. En el interior del ojo se encuentran la cámara anterior, entre la córnea y el iris, y la posterior entre el iris y el cristalino, ambas contienen el humor acuoso. La cámara vítrea situada entre el cristalino y la retina contiene el humor vítreo.

La esclerótica, es una membrana exterior cuya función es la protección ocular de agentes externos. Seguido se encuentra la córnea, una superficie aproximadamente esférica, transparente y que actúa como lente convergente permitiendo la transmisión de la luz.

El humor acuoso es un medio líquido transparente y homogéneo de índice de refracción constante de valor aproximado 1.337. Su función principal es aportar los nutrientes a aquellas estructuras oculares a las que no llegan los vasos sanguíneos y dar forma al globo ocular.

El iris es una membrana circular que da estructura a la pupila. Su función es controlar su propia apertura y regular la cantidad de luz incidente que pasa por la misma.

El cristalino es una de las estructuras más importantes del sistema óptico. Consiste en una lente transparente y biconvexa capaz de enfocar a distintas distancias. La función principal es focalizar los haces de luz que atraviesan el iris, en la retina. Se puede diferenciar una estructura en forma de capas: la cápsula, el epitelio y las fibras de la corteza externa, y el núcleo.

- ✓ La cápsula, también conocida como cristaloides, es una capa externa y elástica que rodea el cristalino, cuya función principal es la protección y nutrición del núcleo.
- ✓ El epitelio es una capa situada en la parte inferior de la cápsula cuya función es el intercambio de iones.
- ✓ El núcleo está formado por unas células llamadas fibras primarias que forman el núcleo embrionario. Estas se unen a las fibras de la corteza del cristalino por medio de entramados complejos. En el núcleo suelen aparecer las denominadas opacidades que coloquialmente se denominan cataratas.

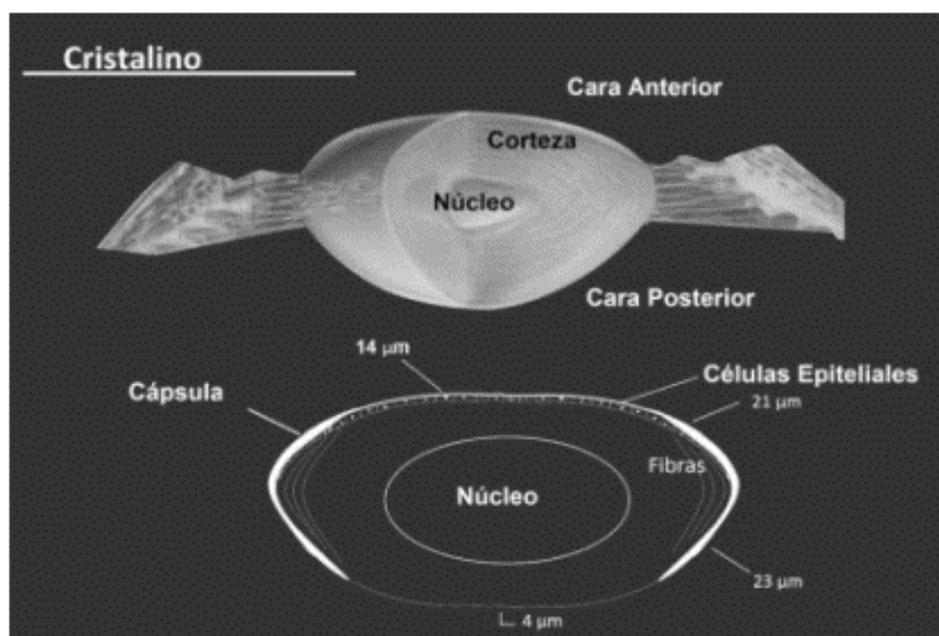


Figura 2.3. – Representación de las distintas capas del cristalino. [6]

El humor vitreo, situado entre el cristalino y la retina, es un líquido denso y transparente cuyo índice de refracción es algo superior al del humor acuoso. Entre sus funciones destaca, mantener la forma del ojo.

La retina es la capa más interna del ojo donde se desarrolla el proceso de visión. En ella se encuentran los fotorreceptores, los conos encargados de la visión diurna y los bastones

responsables de la visión en un régimen de poca luminosidad, que captan el haz de luz procedente del exterior y a través del nervio óptico transmiten ese estímulo hacia el cerebro. En la mácula, zona central de la retina, se encuentra la fovea con alta densidad de conos que permiten una mayor sensibilidad a la percepción de detalles. [7]

2.3.- Cataratas

Las cataratas se pueden definir como la pérdida parcial o total de la transparencia del cristalino. Desde el punto de vista óptico, este oscurecimiento se traduce a través de un cambio de índice de refracción del mismo. Este fenómeno induce que la luz se difunda en el interior del ojo y no se enfoque totalmente en la retina, provocando la generación de imágenes difusas.

Se pueden clasificar en función de la posición donde aparecen en el cristalino y según la causa que las origina.

Atendiendo a su etiología, se pueden clasificar en [8]:

- ✓ Cataratas congénitas: Están presentes desde el momento en el que una persona nace o surgen en los primeros meses de vida. Principalmente se dan por alteraciones genéticas. En la mayoría de los casos, este tipo de cataratas aparecen cuando la madre contrae durante el embarazo algún tipo de enfermedad como puede ser la rubeola.
- ✓ Cataratas Seniles: La opacidad del cristalino se produce principalmente por el envejecimiento del mismo, ver *Figura 2.4*. Normalmente, se desarrolla a partir de los 45 años sin afectar parcialmente a la visión. Es a una edad cercana a los 60 años cuando muestran sus efectos sobre el proceso de visión, a través de la aparición de síntomas como pueden ser los deslumbramientos en situaciones de baja luminosidad.[9]
- ✓ Cataratas Metabólicas: En este caso, la oscuridad del cristalino se debe por una alteración en el metabolismo.
- ✓ Cataratas Traumáticas: Producidas por algún tipo de lesión en el propio cristalino o en alguna parte de la estructura ocular, que afecta al cristalino.
- ✓ Cataratas Tóxicas: Surgen como efecto secundario de algún tipo de medicamento o fármaco tóxico. Principalmente se ha observado que el uso de corticoides puede ocasionar cataratas de tipo subcapsular posterior. [10]

Por otro lado, atendiendo a su posición en el cristalino, se pueden clasificar en:

- ✓ **Nucleares:** Aparecen en la zona central del cristalino. Están asociadas principalmente a la edad. Este tipo afecta más comúnmente a personas con problemas de visión de lejos. Su progresión suele ser lenta.
- ✓ **Subcapsular Posterior:** Este tipo de cataratas se sitúan en la parte posterior del cristalino.
- ✓ **Corticales:** Su desarrollo suele ser menos común que las nucleares, aparecen en la zona más externa, en el contorno del cristalino y suelen provocar deslumbramientos.



Figura 2.4. - Catarata Senil.[11]

Esta patología del cristalino se puede manifestar de distintas maneras. Los síntomas más comunes en los pacientes son:[11]

- ✓ Visión distorsionada con sensación de niebla.
- ✓ Aparición de deslumbramientos, mayormente en situaciones de visión nocturna.
- ✓ Doble Visión.
- ✓ Disminución del contraste de los colores.
- ✓ Pérdida de visión nocturna.

Esta enfermedad solo es tratable mediante cirugía con extracción total del cristalino y la sustitución del mismo por una lente intraocular, cuyas propiedades dependerán de la fisiología del ojo del paciente. Actualmente no existe ningún tipo de fármaco que permita prevenir o retrasar la aparición de las cataratas.

Existen numerosos métodos para catalogar según la clase y el grado en el que se encuentra la opacidad del cristalino: Oxford, Wimer, Wisconsin y LOCS III. [12]

El método más utilizado para la clasificación de las cataratas es el “Lens Opacities Classification System, LOCS”. Este sistema hace una clasificación de los distintos tipos según su opacidad. Su última versión, LOCS III publicada en 1993, introduce nuevas mejoras en la determinación de la opacidad del cristalino. Consta de una serie de imágenes obtenidas con una lámpara de hendidura, que permite obtener el color del núcleo del cristalino, *Figura 2.5*.

El conjunto de imágenes permite graduar el estado de opacidad y tipo de catarata. Una de las utilidades de esta clasificación es permitir el estudio de su avance y establecer el tipo de procedimiento a seguir a la hora de realizar la intervención quirúrgica [12]

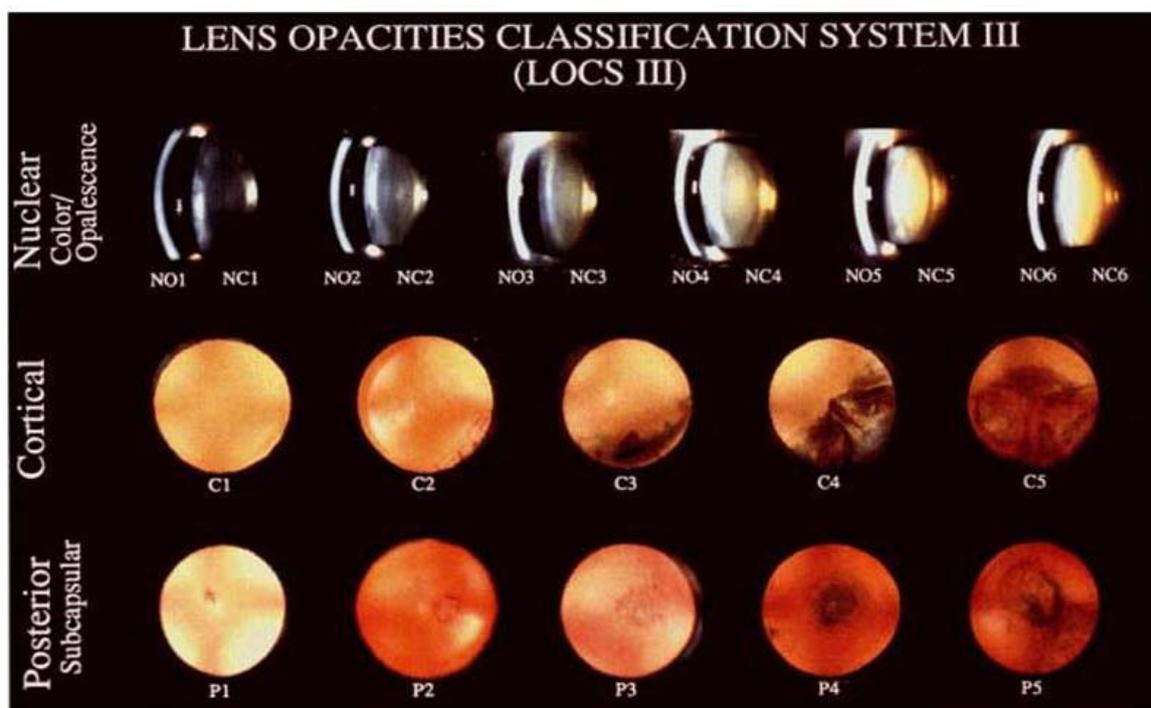


Figura 2.5. - Clasificación LOCS III (1993) [12]

2.4.- Modelos de ojo humano

El ojo humano se comporta como un sistema óptico de aproximadamente 60 dioptrías, formado por cuatro superficies con cierta asfericidad: dos corresponden a la córnea y dos al cristalino.

Actualmente existen, en el marco de la óptica paraxial, tres modelos de ojo cuya diferencia se establece según el número de superficies de refracción: modelo de ojo completo, modelo de ojo simplificado y modelo de ojo reducido. Dichos modelos describen cómo es la formación

de la imagen en la retina cuando un objeto se encuentra en el infinito, es decir, cuando el ojo no está acomodado.[13] La Figura 2.6 muestra un esquema de los distintos modelos de ojo existentes.

A) Modelo de ojo completo

Este modelo es el que más se aproxima al ojo humano. Se consideran cuatro superficies refractivas, dos correspondientes a la córnea y dos al cristalino. A lo largo de los años numerosos artículos han tratado este esquema, entre los más destacados: los Modelos de Le Grand y Gullstrand donde las superficies son totalmente esféricas y el Modelo de Rafael Navarro que introduce la asfericidad, mediante la cual, las superficies del ojo pueden tomar distintas formas (elipsoides, paraboloides etc.), además, se establece la existencia de un gradiente de índice de refracción en el cristalino que aumenta desde la superficie hacia el interior, siendo su máximo en el centro del mismo. [14]

B) Modelo de ojo simplificado

Un modelo algo más complejo que el modelo de ojo reducido ya que en él se consideran tres superficies refractivas. Este esquema solo tiene en cuenta las dos superficies del cristalino - se toma como una lente gruesa- y considera la córnea como una única superficie, ya que tanto la zona anterior como posterior de la misma se encuentran muy próximas. Además, el humor vitreo y el humor acuoso se consideran ambos, con el mismo índice de refracción.

C) Modelo de ojo reducido

El modelo de ojo reducido es el más simple de todos. Este modelo no reproduce con total exactitud el ojo humano ya que solo considera una única superficie, un solo dioptrio. Se tiene en cuenta que el plano objeto y el plano imagen se encuentran en la misma posición. [15]

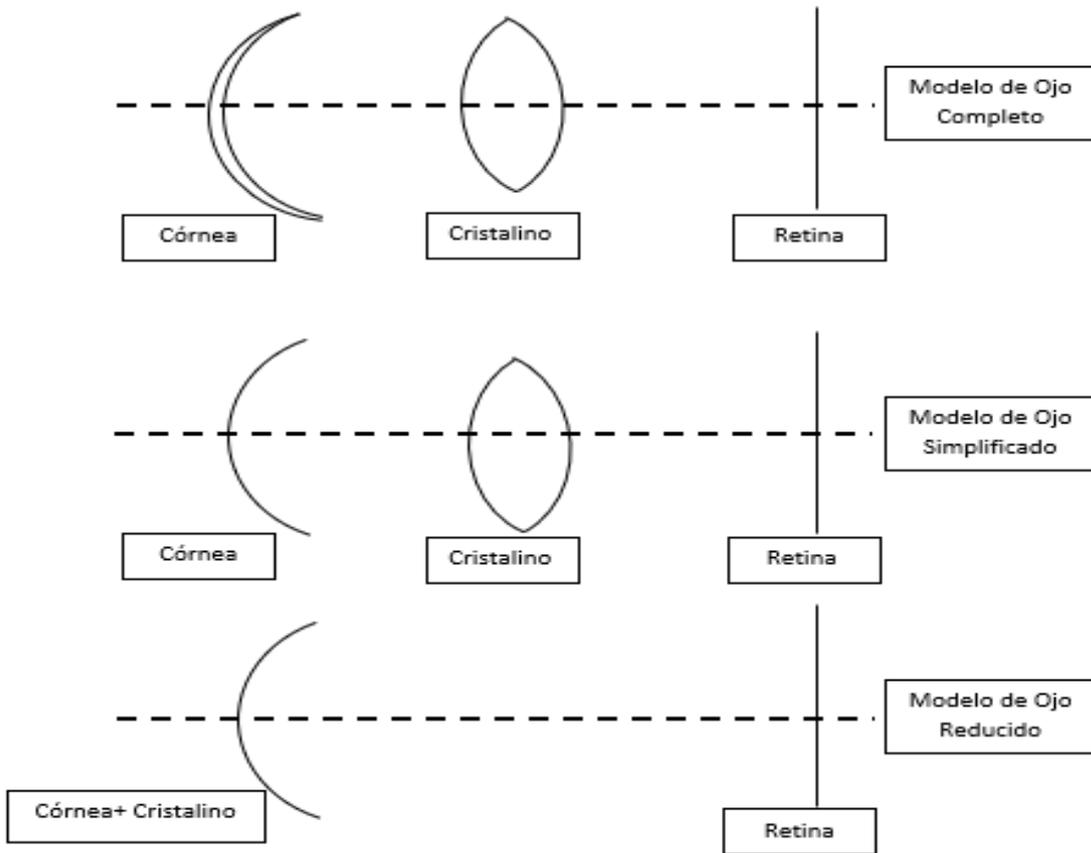


Figura 2.6. - Esquemas de los distintos modelos de ojo, modelo de ojo completo, modelo de ojo simplificado y modelo de ojo reducido. [15]

2.4.1.- Modelo de ojo simplificado

En este trabajo, se va a utilizar como base un modelo de ojo simplificado. Como ya se ha descrito anteriormente, este modelo considera tres superficies esféricas. Los autores más destacados son: Le Grand-Le Hage, Gullstrand-Emsley y Bennett-Rabbetts, ver *Tabla 2.1*. [16].

En la *Tabla 2.1*, se muestran los parámetros oculares establecidos por los distintos autores dentro del modelo de ojo simplificado. El criterio de signos que se ha adoptado para los radios de curvatura de las distintas superficies es el siguiente: se toma como origen del sistema de coordenadas del dioptrio, el punto de intersección del mismo con el eje óptico, siendo el radio positivo si se encuentra a la derecha de dicho punto o negativo si se sitúa a la izquierda. [17]

En este trabajo se utilizan los parámetros del modelo de Le Grand- El Hage.

| Parámetros Oculares | | Gullstrand- Emsley | Le Grand- El Hage | Bennett- Rabbetts |
|-------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|------------------------------|
| Radios de las superficies/mm | Córnea | 7.8 | 8 | 7.8 |
| | Sup. anterior del cristalino | 10 | 10.2 | 11 |
| | Sup. posterior del cristalino | -6 | -6 | -6.476 |
| Índices de refracción | Córnea | | 1.336 | 1.336 |
| | Cristalino | 1.4160 | 1.4208 | 1.422 |
| | Humor acuoso | 1.333 | 1.336 | 1.336 |
| | Humor vítreo | 1.333 | 1.336 | 1.336 |
| Posición/mm | Sup. anterior Cristalino | 3.6 | 3.6 | 3.6 |
| | Sup. posterior Cristalino | 7.2 | 7.6 | 7.3 |
| | Retina | 23.90 | 24.2 | 24.09 |

Tabla 2.1. - Parámetros oculares de los modelos de Gullstrand-Emsley, Bennett-Rabbetts y Le Grand-El Hage.

Capítulo 3. Modelo y método de caracterización del trazado de rayos.

Como se ha explicado en el capítulo anterior, el modelo de ojo que se va a utilizar durante este trabajo es el modelo de ojo simplificado de Le Grand-El Hage [Tabla 2.1]. En este capítulo se muestra el método de trazado de rayos empleado para obtener la imagen en la retina. Además, se explica cómo se modelizan los casos de cataratas estudiados: nuclear y cortical.

3.1.- Muestreo

Dado que el sistema de estudio es tridimensional y de revolución alrededor del eje óptico, se puede hacer el estudio del trazado de rayos en el plano bidimensional.

Para el muestreo se ha elegido una malla de puntos en un intervalo de 0.05 mm por lo que, dependiendo del tamaño pupilar, en el sistema entrarán más o menos rayos. En el caso que nos ocupa, se ha tenido en cuenta un muestreo circular cuyos diámetros de pupila son 3, 4 y 6 mm. En el primer caso, diámetro de 3mm, corresponde a una situación de alta luminosidad y, por el contrario, el diámetro de 6mm corresponde a un contexto de baja luminosidad.

Cada rayo entrante en la pupila tiene un plano diferente, es decir, unas coordenadas X_i e Y_i , donde i es el i -ésimo rayo incidente. Haciendo un cambio de variable a coordenadas polares h_i y θ_i , la coordenada h_i nos proporcionará la distancia del rayo al centro de la pupila y θ_i el ángulo que se forma con el eje Y.

$$h_i = \sqrt{X^2 + Y^2}$$
$$\theta_i = \arctg\left(\frac{Y}{X}\right)$$

3.2.- Trazado de Rayos

En la *Figura 3.1*, se pueden observar los distintos impactos que ocurren en las diferentes superficies del modelo de ojo considerado (una para la córnea y dos para el cristalino) y los ángulos implicados en las mismas.

Desarrollando un programa Matlab, dado el modelo utilizado y los parámetros de Le Grand-El Hage [Tabla 2.1], se determinan las distintas refracciones en las diferentes superficies, con el fin de obtener un conjunto de puntos, alturas de impacto de los rayos en la retina, que representarán la imagen en la misma.

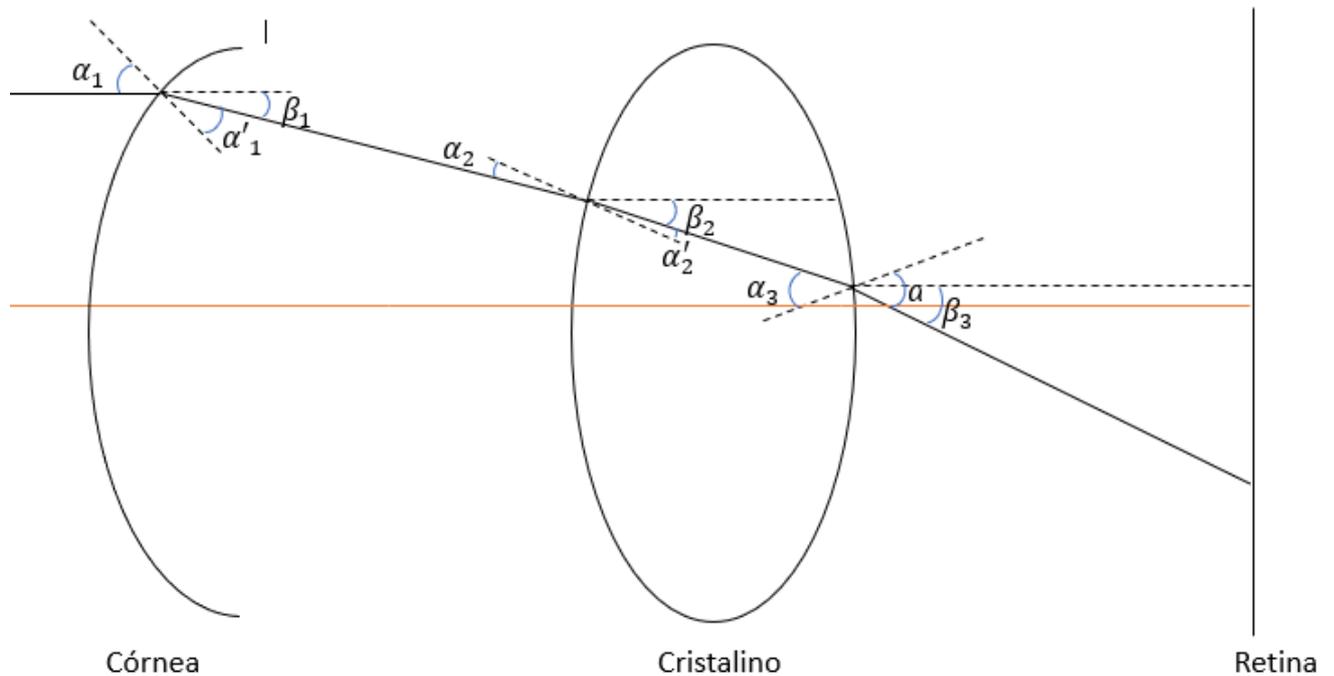


Figura 3.1. - Trazado de rayos a través del modelo de ojo simplificado

Suponiendo que el rayo limitado por la pupila procede del infinito, éste entra paralelamente al sistema ocular, impactando por primera vez sobre la superficie de la córnea en una determinada posición.

$$y_1 = \text{altura del rayo}$$

$$x_1 = R_1 - \frac{\frac{y_1^2}{R_1}}{1 + \sqrt{\left(1 - \left(\frac{y_1}{R_1}\right)^2\right)}}$$

Se produce una gran refracción debido a la diferencia entre índices, el del aire $n_1=1$ y la córnea $n_2=1.336$.

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{y_1}{R_1}\right);$$

$$\alpha_1' = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin(\alpha_1)\right)$$

$$\beta_1 = \alpha_1 - \alpha_1'$$

Una vez que el rayo pasa la córnea impacta sobre la primera superficie del cristalino. La altura sobre el eje óptico en este punto, se obtiene como resultado de considerar como referencia el centro de curvatura de la primera superficie.

$$x_2 = d_1 + \sqrt{\frac{\frac{y_2^2}{R_2}}{1 - \frac{y_2^2}{R_2^2}}}$$

$$y_2 = y_1 - \tan \beta_1 \cdot (x_2 - x_1)$$

Posteriormente el rayo llega a la segunda superficie. El punto de corte del impacto se obtiene cuando se resuelve la ecuación de segundo grado $Ax^2 + Bx + C = 0$, donde

$$A = 1 + \tan^2 \beta_1$$

$$B = -2 \cdot (x_1 \tan^2 \beta_1 + y_1 \tan \beta_1 + R_2 + d_1)$$

$$C = y_1 + x_1 \tan^2 \beta_1 + 2 R_2 \cdot d_1 + d_1^2$$

Dado que la ecuación nos proporciona dos soluciones posibles, nos quedamos con la negativa que es la que, según el trazado de rayos, se sitúa a la izquierda del radio de curvatura.

Una vez que llega a la segunda superficie, primera del cristalino, se produce una nueva refracción:

$$\gamma_1 = \arcsin\left(\frac{y_2}{R_2}\right)$$

$$\alpha_2 = \gamma_1 - \beta_1$$

$$\alpha_2' = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_3} \sin(\alpha_2)\right)$$

$$\beta_2 = \gamma_1 - \alpha_2'$$

Después el rayo refractado impacta sobre la segunda superficie del cristalino a una determinada altura.

$$x_3 = d_2 + \frac{\frac{y_3^2}{R_3}}{\sqrt{1 - \frac{y_3^2}{R_3^2}}}$$

$$y_3 = y_2 - \tan\beta_2 \cdot (x_3 - x_2)$$

Al igual que en el caso anterior, se resuelve la ecuación de segundo grado, $A_1 x^2 + B_1 x + C_1 = 0$, teniendo en cuenta la posición del cristalino.

$$A_1 = 1 + \tan^2 \beta_2$$

$$B_1 = -2 \cdot (x_2 \tan^2 \beta_2 + y_2 \tan\beta_2 + R_3 + d_2)$$

$$C_1 = y_2 + x_2 * \tan^2 \beta_2 - 2 \cdot R_3 d_2 + d_2^2$$

En la segunda superficie del cristalino se produce un nuevo fenómeno de refracción:

$$\gamma_2 = \arcsin\left(\frac{y_3}{R_3}\right)$$

$$\alpha_3 = \gamma_2 - \beta_2$$

$$\alpha_3' = \arcsin\left(\frac{n_3}{n_4} \sin(\alpha_3)\right)$$

$$\beta_3 = \alpha_3' - \gamma_2$$

Finalmente, el rayo impacta sobre la retina, obteniendo:

$$x_4 = d_3$$

$$y_4 = y_3 - \tan\beta_3 \cdot (x_4 - x_3)$$

3.3.- Diagrama de impactos, histogramas y mapas de color

El sistema ocular no es un sistema perfecto y aparecen aberraciones, principalmente la aberración esférica, debido a factores como el tamaño de la pupila y la forma esférica de las superficies. Esto implica que cuando un haz de luz atraviesa el sistema, este no se dirige a un único punto si no que forma una mancha, que se conoce como diagrama de impactos, ver *Figura 3.2.*

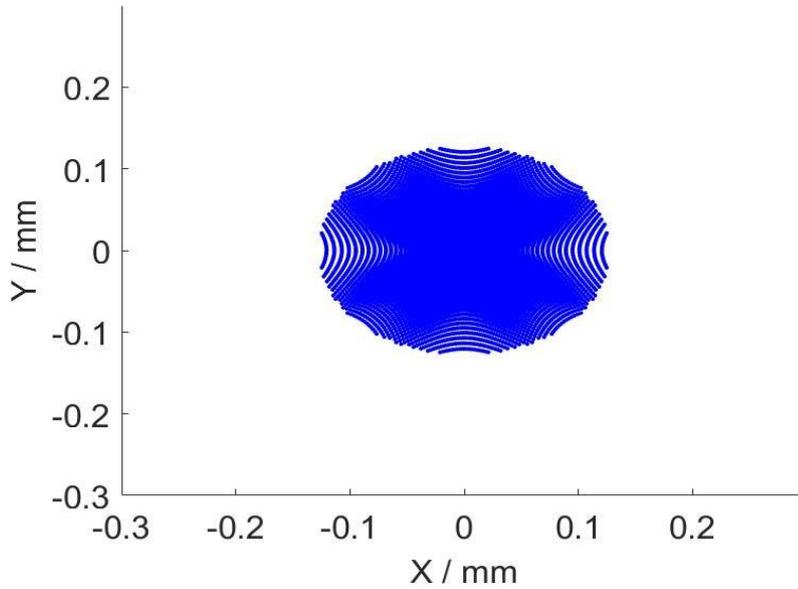


Figura 3.2.- Diagrama de Impactos. Representación gráfica para un ojo sano (sin catarata) cuyo diámetro de pupila es 6mm.

Para un mejor estudio de la distribución de rayos que impactan sobre la retina, se observa como varían en función de la distancia al centro. Haciendo uso de los histogramas, ver *Figura 3.3*, se obtiene el tamaño efectivo de la mancha. En los casos del ojo sano y la catarata nuclear, el sistema presenta simetría de revolución, al contrario que la catarata cortical.

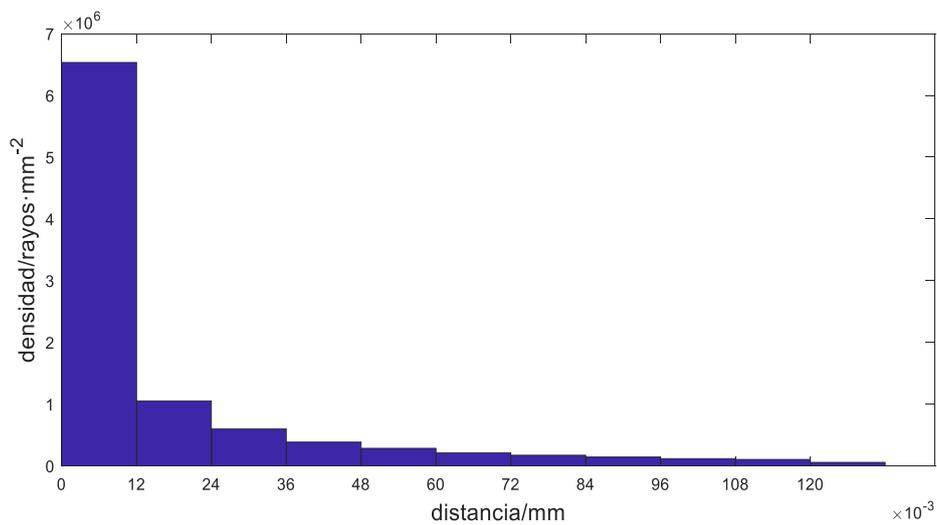


Figura 3.3.- Histograma. Representación gráfica correspondiente a un ojo sano, con un tamaño pupilar de 6mm. Se muestra como varía la densidad de energía en función de la distancia al eje en la mancha del diagrama de impactos.

Además, para un mayor estudio de cómo es el efecto producido por los dos modelos de catarata estudiados, se utilizan los mapas de color, que proporcionan información sobre la densidad de rayos que inciden sobre la retina, ver *Figura 3.4*.

Dado que el sistema con catarata cortical no tiene simetría respecto al eje óptico, se dispondrán los mapas anteriormente mencionados en vez de los histogramas, para analizar cómo es la densidad de rayos que ha impactado sobre la superficie de la retina.

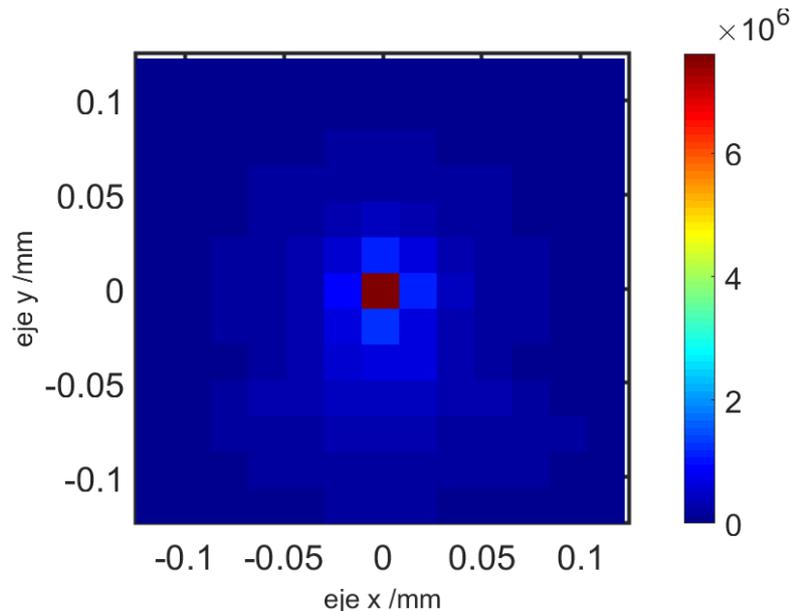


Figura 3.4.- Mapa de color para un ojo sano (sin catarata) cuyo diámetro pupilar es de 6mm.

3.4.- Parámetros de calidad óptica

Una vez obtenidos los distintos diagramas de impactos, histogramas y mapas de color, se definen unos parámetros con el fin de establecer unos criterios que nos permitan determinar la calidad óptica de la imagen en la retina. Se evaluarán y compararán los datos obtenidos para los casos del ojo sano y los casos de ojo de catarata nuclear y cortical.

a) Tamaño de la mancha

Cada diagrama de impacto tiene un tamaño en la retina, que está comprendido entre $[-x_{\text{máximo}}, x_{\text{máximo}}]$, donde $x_{\text{máximo}}$ es el radio máximo de la mancha, que para la obtención del tamaño de la misma, se debe calcular el doble de este valor, en el caso de que el sistema sea simétrico. En otro caso, sistema antisimétrico, este parámetro corresponde al tamaño de la mancha central.

En general, cuanto menor es el tamaño de la mancha, mejor será la calidad óptica de la imagen.

b) Tamaño efectivo de la mancha

Cuando el sistema es simétrico, el tamaño efectivo se obtiene a partir de la anchura a media altura del histograma de densidad de rayos. En el caso antisimétrico, este parámetro se obtiene a partir de los mapas de color. Se toma como referencia el punto donde la densidad de rayos es un 50% de la densidad total.

Con el tamaño efectivo de la mancha, se puede obtener con la mayor precisión el tamaño total, ya que permite extraer la información de la cantidad de luz que impacta en la parte central de la mácula.

3.5.- Caracterización de la catarata

Existen diversos tipos de cataratas en función de la posición en la que aparecen en el cristalino. En este caso analizaremos las nucleares- asociadas principalmente a la edad- y las corticales.

Para caracterizar ambos tipos de cataratas, ver *Figura 3.5*, se ha modificado la zona elegida del cristalino, cambiando el índice de refracción y su tamaño. En este trabajo se estudian las cataratas con radios 0.3mm ,0.5mm y 0.7 mm, e índices de refracción de 1.44, 1,47 y 1,50 [15], donde se examina el desarrollo de la catarata conforme aumenta de tamaño, y la evolución de la opacidad respectivamente.

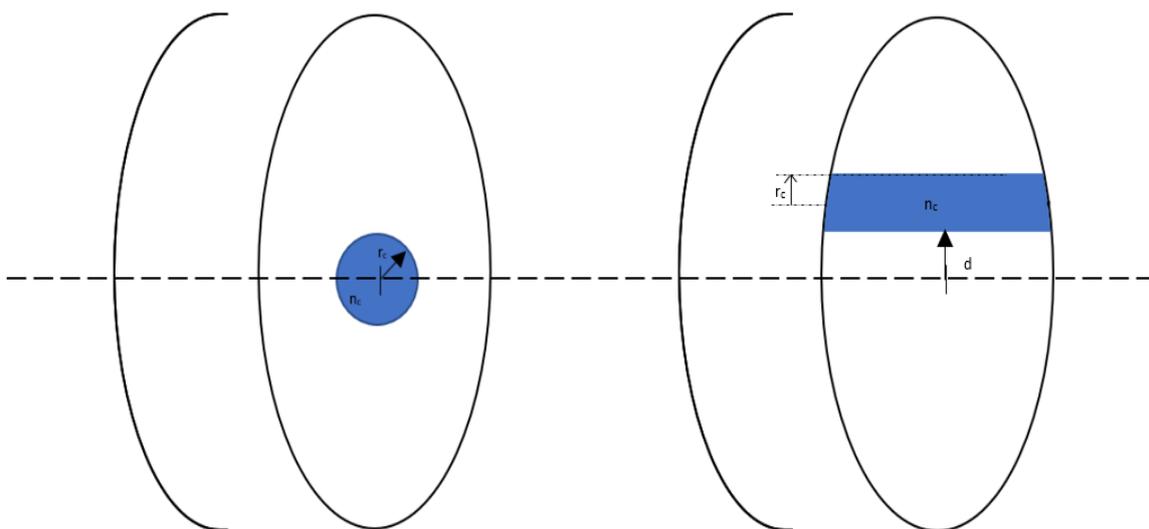


Figura 3.5.- Representación gráfica de los distintos tipos de catarata. En el caso a) se muestra la catarata nuclear central y en el caso b) se representa la catarata cortical, r_c representa el radio de la catarata, n_c el índice de la catarata y d la distancia desde el eje óptico al punto medio de la catarata.

Capítulo 4. Resultados.

En este capítulo se analizan los diagramas de impactos, los histogramas de la densidad de rayos y los mapas de color, obtenidos a partir de la simulación a través del programa Matlab, para un objeto situado en el infinito.

En primera instancia, se ha realizado un estudio del ojo sano para distintos diámetros pupilares. Posteriormente, se ha introducido el efecto que produce una catarata en la imagen que se genera en la retina, mediante la modificación del índice de refracción, el tamaño y la posición en la que aparece dentro del cristalino, catarata nuclear o cortical.

4.1.- Ojo sano

Antes de estudiar cómo es el efecto que produce una catarata en la imagen que se forma en la retina, se ha observado como es la calidad óptica en el ojo sano. Para este primer estudio se han seleccionado tres valores para el diámetro pupilar: 3 mm, 4 mm y 6mm, correspondientes a tres situaciones de luminosidad distintas.

Como se puede observar en las *Figuras 4.1.1 a 4.1.3*, el aumento pupilar hace más presente la aparición de aberraciones, en este caso aberración esférica, y el aumento del tamaño de la mancha.

Por otra parte, en el análisis de los histogramas donde la densidad de rayos varía en función del radio de la mancha, *Figuras 4.1.4 a 4.1.6*, se observa que, con el aumento del tamaño del diámetro pupilar, la densidad de rayos disminuye, viéndose que la mayor parte de estos van a situarse en torno al centro de la mancha.

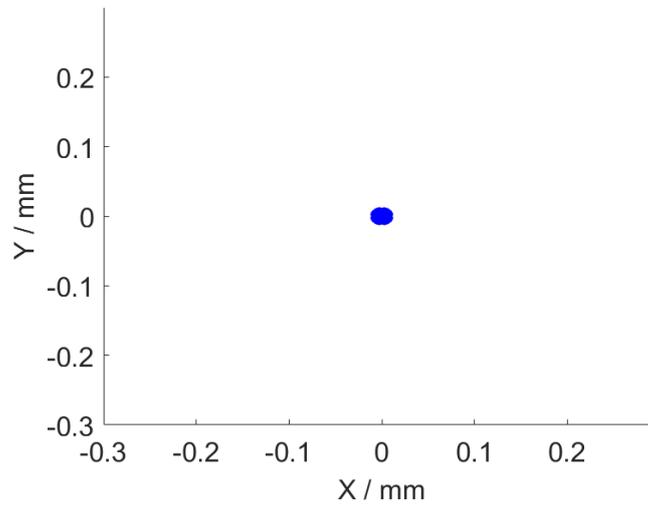


Figura 4.1.1.- Diagrama de Impactos. Representación gráfica para un ojo sano cuyo diámetro de pupila es 3mm

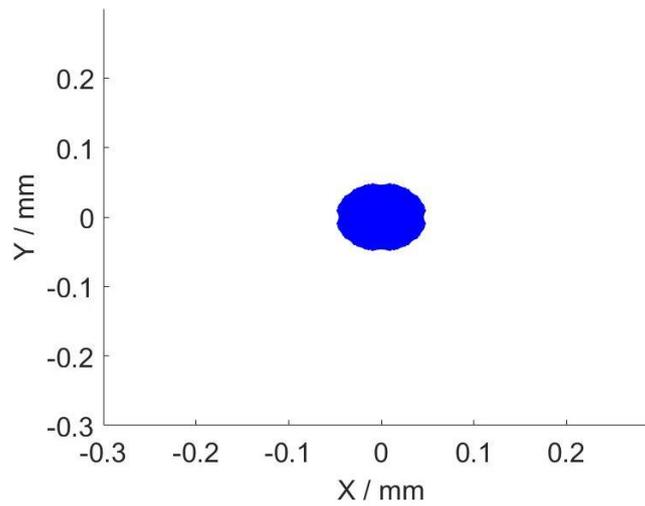


Figura 4.1.2.- Diagrama de Impactos. Representación gráfica para un ojo sano cuyo diámetro de pupila es 4mm

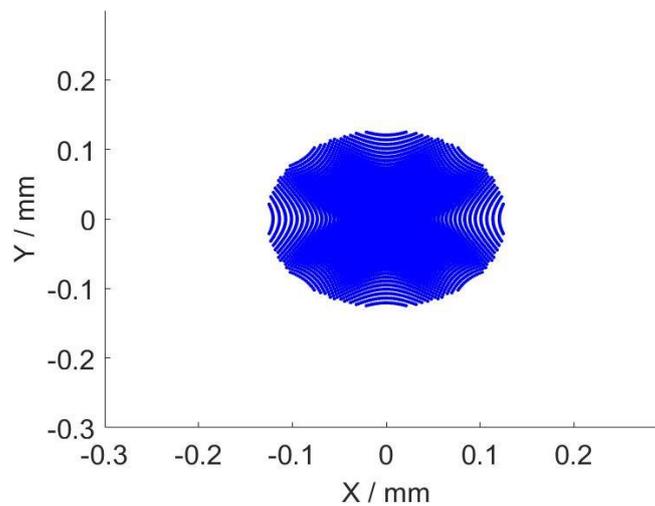


Figura 4.1.3.- Diagrama de Impactos. Representación gráfica para un ojo sano cuyo diámetro de pupila es 6mm

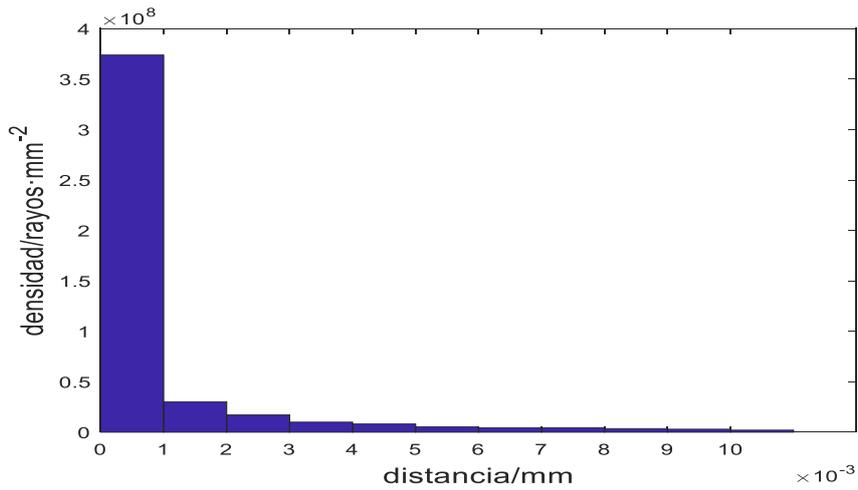


Figura 4.1.4.- Histograma. Representación gráfica correspondiente a un ojo sano, con un tamaño pupilar de 3 mm.

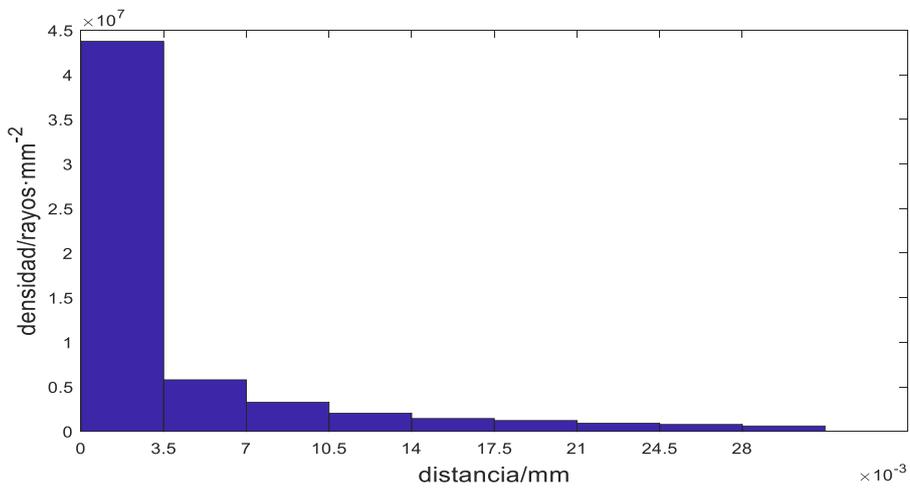


Figura 4.1.5.- Histograma. Representación gráfica correspondiente a un ojo sano, con un tamaño pupilar de 4 mm.

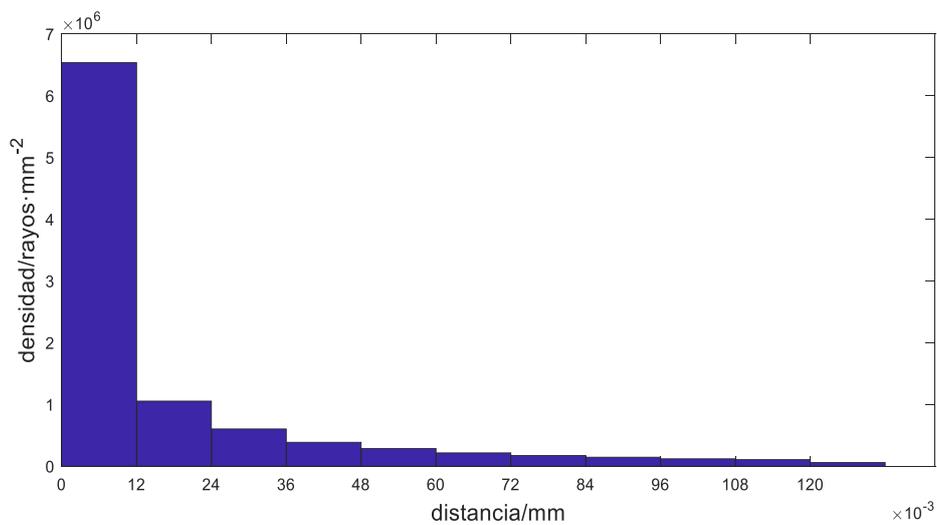


Figura 4.1.6.- Histograma. Representación gráfica correspondiente a un ojo sano, con un tamaño pupilar de 6mm.

| Diámetro Pupilar /mm | Parámetros de Calidad Óptica | |
|----------------------|------------------------------|--------------------|
| | Tamaño Mancha/mm | Tamaño Efectivo/mm |
| 3 | 0,0105 | 0,0018 |
| 4 | 0,0612 | 0,0080 |
| 6 | 0,2494 | 0.0346 |

Tabla 4.1.- Parámetros de calidad óptica para un ojo sano para diferentes diámetros pupilares.

Para cada uno de los casos estudiados anteriormente, se han extraído los parámetros de calidad óptica: tamaño de la mancha y tamaño efectivo, mostrados en la *Tabla 4.1*. Se observa un aumento del tamaño de la mancha conforme aumenta el diámetro pupilar. Se advierte que, en una situación de alta luminosidad, diámetro pupilar de 3 mm, el tamaño de mancha es bastante pequeño en comparación como con una visión nocturna, diámetro pupilar de 6mm, en el que tamaño de la macha es mayor y la manifestación de aberraciones es notable.

4.2.-Ojo emétrope con catarata nuclear

Una vez estudiado el ojo sano, se ha añadido el efecto producido por una catarata localizada en el núcleo del cristalino, la cual ha sido caracterizada por su tamaño y su índice de refracción.

Para entender el efecto que producen las cataratas, se muestran los diagramas de impacto, los histogramas y los mapas de color en los que hemos fijado un tamaño de pupila de 4mm, una situación de visión con luminosidad media.

4.2.1.- Variación del radio de la catarata

En primer lugar, para estudiar el efecto en el sistema ocular, se ha variado el radio de la catarata para un índice de refracción de $n_c=1.47$, manteniendo para el resto del cristalino un índice de refracción constante de $n_3= 1.4208$. Se ha modificado el radio nuclear en un paso de 0.2 mm, desde 0.3mm hasta 0.7mm. Se muestran los diagramas de impacto, *Figuras 4.2.1.1 a 4.2.1.3*, histogramas, *Figuras 4.2.1.4 a 4.2.1.6*, y mapas de color *Figuras 4.2.1.7 a 4.2.1.9*, para los casos de $r_c= 0.3\text{mm}$, 0.5mm y 0.7mm .

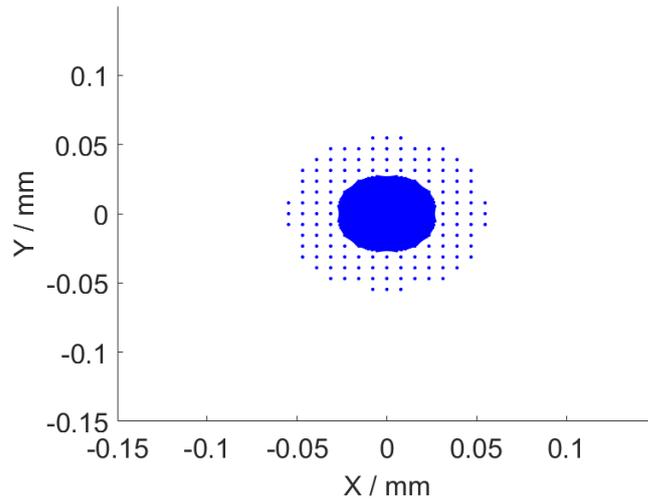


Figura 4.2.1.1.- Diagrama de Impactos de un ojo emétrope con catarata nuclear de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.3\text{mm}$ para un tamaño pupilar de 4mm.

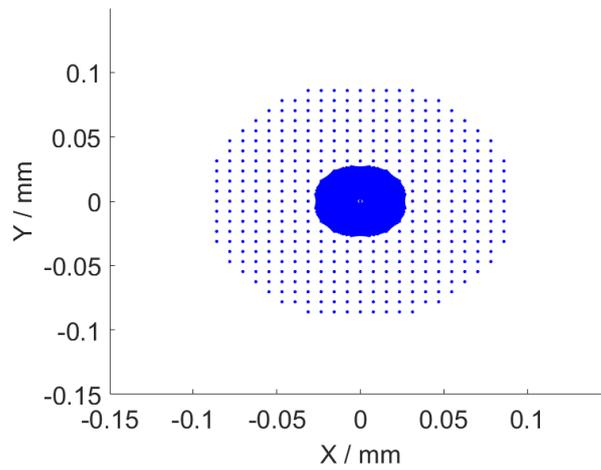


Figura 4.2.1.2.- Diagrama de Impactos de un ojo emétrope con catarata nuclear de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.5\text{mm}$ para un tamaño pupilar de 4mm.

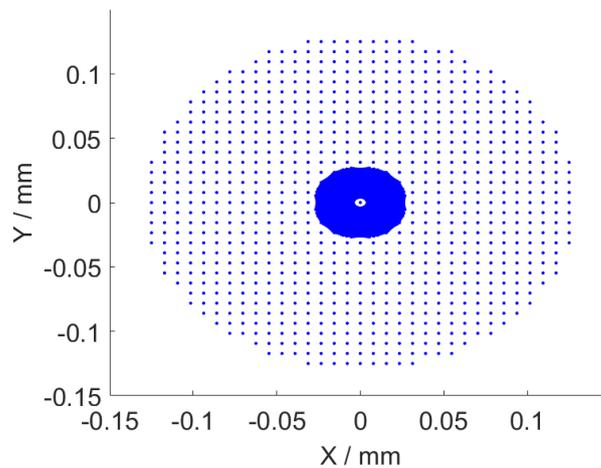


Figura 4.2.1.3.- Diagrama de Impactos de un ojo emétrope con catarata nuclear de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.7\text{mm}$ para un tamaño pupilar de 4mm.

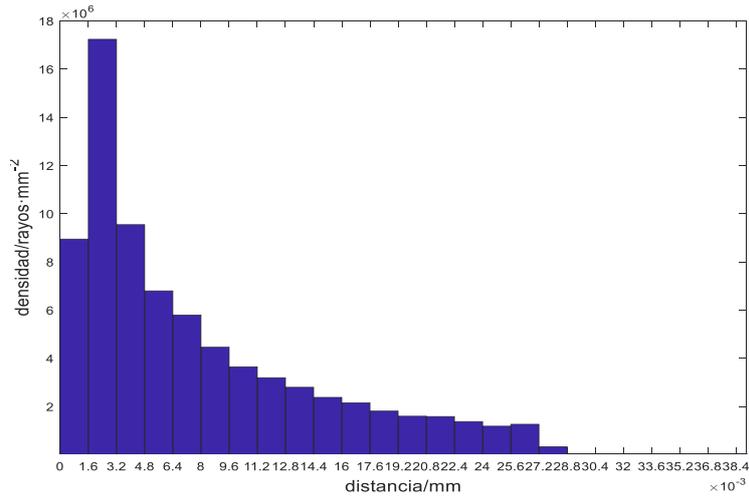


Figura 4.2.1.4.- Histograma de un ojo emétrepe con catarata nuclear de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.3\text{mm}$ para un tamaño pupilar de 4mm.

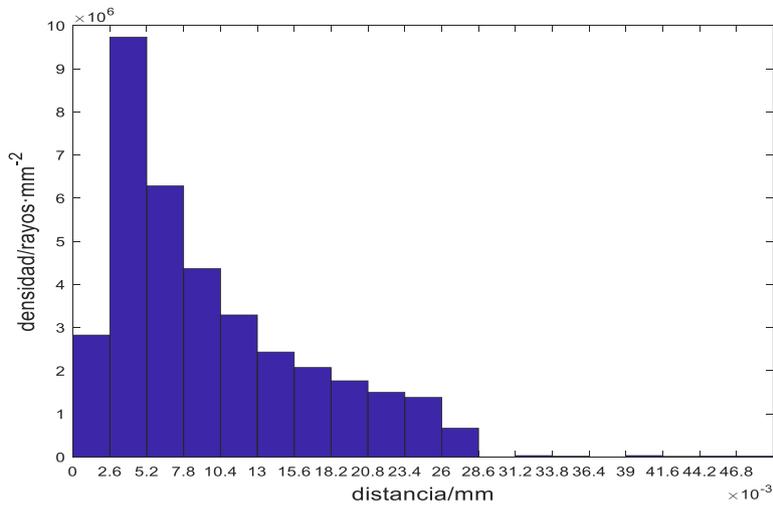


Figura 4.2.1.5.- Histograma de un ojo emétrepe con catarata nuclear de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.5\text{mm}$ para un tamaño pupilar de 4mm.

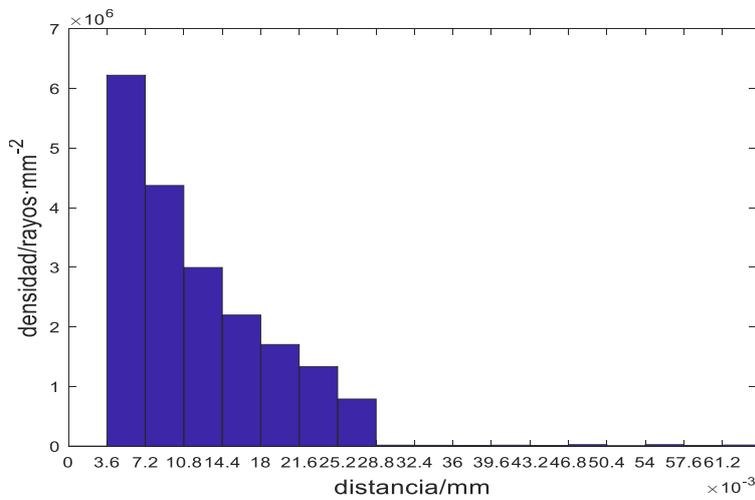


Figura 4.2.1.6.- Histograma de un ojo emétrepe con catarata nuclear de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.7\text{mm}$ para un tamaño pupilar de 4mm.

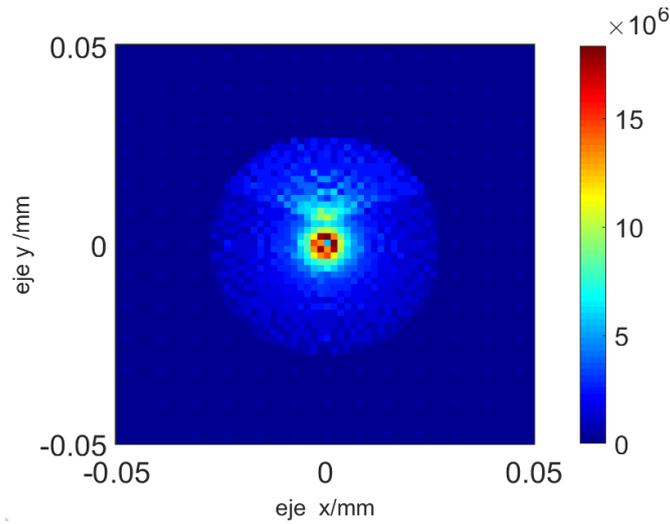


Figura 4.2.1.7.- Mapa de color para un ojo emétrope con catarata nuclear de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.3\text{mm}$ para un tamaño pupilar de 4mm.

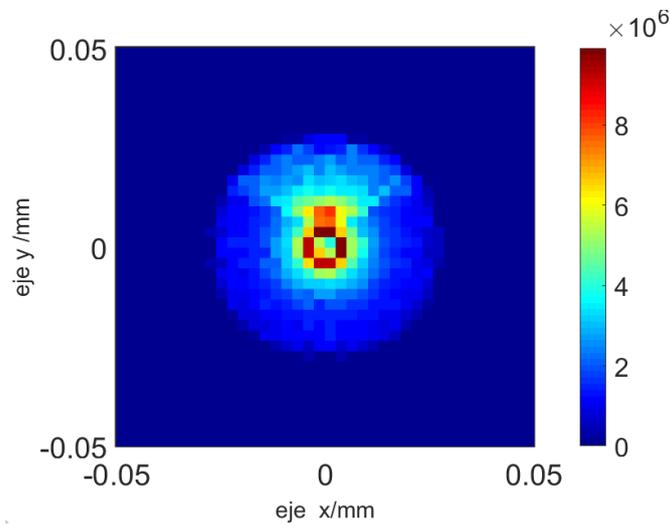


Figura 4.2.1.8.- Mapa de color para un ojo emétrope con catarata nuclear de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.5\text{mm}$ para un tamaño pupilar de 4mm.

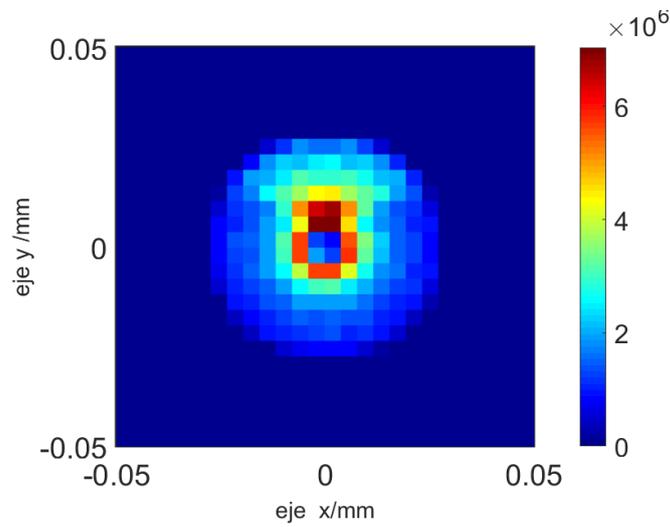


Figura 4.2.1.9.- Mapa de color para un ojo emétrope con catarata nuclear de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.7\text{mm}$ para un tamaño pupilar de 4mm.

| Radio Catarata/mm | Parámetros de Calidad Óptica | |
|-------------------|------------------------------|--------------------|
| | Tamaño Mancha/mm | Tamaño Efectivo/mm |
| 0.30 | 0.0547 | 0.0096 |
| 0.50 | 0.0860 | 0.0103 |
| 0.70 | 0.1250 | 0.0164 |

Tabla 4.2.1.- Parámetros de calidad óptica para un ojo con catarata nuclear para diferentes radios de la catarata. $n_c=1.47$.

A la vista de los resultados, cuando los rayos que entran en el sistema, inciden sobre un medio de índice de refracción distinto al del cristalino, estos se dispersan y no llegan a incidir en la retina sobre el mismo punto.

Comparando la *Figura 4.1.2*, correspondiente al ojo sano de tamaño pupilar de 4 mm, con las *Figuras 4.2.1.1 a 4.2.1.3*, para una catarata nuclear de índice de refracción de 1.47, a medida que aumenta el radio de la catarata, crece el número de rayos que son dispersados en el centro del cristalino y el tamaño del diagrama de impactos.

Fijándonos en los histogramas, en el caso del ojo sano, la mayor parte de los rayos se concentra en el primer intervalo, *Figura 4.1.5*, pero con la aparición de la catarata, esta densidad de rayos disminuye considerablemente, *Figuras 4.2.1.4 a 4.2.1.6*, conforme aumenta el tamaño de la misma. Para el caso de un radio de 0.7mm, *Figura 4.2.1.6*, la mayor parte de los rayos no se sitúan dentro del primer intervalo, debido a la gran refracción producida. Por otro lado, los mapas de color, *Figuras 4.2.1.7 a 4.2.1.9*, dan cuenta de cómo es este efecto sobre la superficie de la retina.

Teniendo en cuenta los datos de la *Tabla 4.2.1*, se observa que a medida que aumenta el radio de la catarata, el tamaño de la mancha y el tamaño efectivo de la misma crecen, debido a la refracción de los rayos. Este hecho produce que no se perciban adecuadamente los detalles y la visión comience a ser borrosa.

4.2.2.- Variación del índice de refracción

En segundo lugar, para estudiar el efecto de la catarata cuando varía su opacidad, se han analizado tres casos distintos, desde un estado inicial en el que se comienza el oscurecimiento hasta llegar a una catarata muy opaca. Para ello, se ha considerado una catarata con un radio nuclear de 0.5 mm. Las *Figuras 4.2.2.1 a 4.2.2.3* muestran los diagramas de impacto, las *Figuras 4.2.2.4 a 4.2.2.6* los histogramas y las *Figuras 4.2.2.7 a 4.2.2.9* los mapas de color, para los casos de $n_c=1.44$, 1.47 y 1.50.

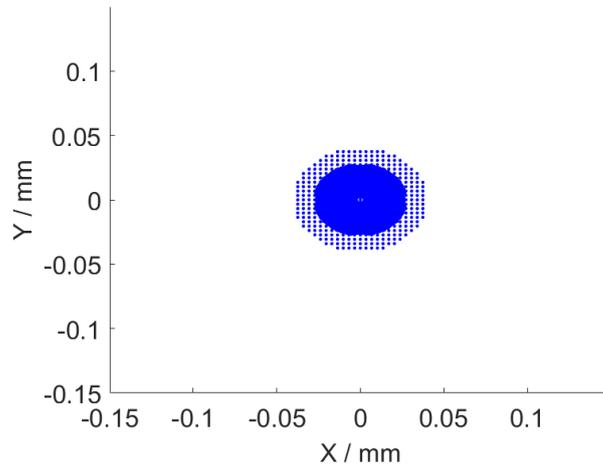


Figura 4.2.2.1.- Diagrama de Impactos de un ojo emétrope con catarata nuclear de radio $r_c=0.5\text{mm}$ e índice de refracción 1.44 para un tamaño pupilar de 4mm.

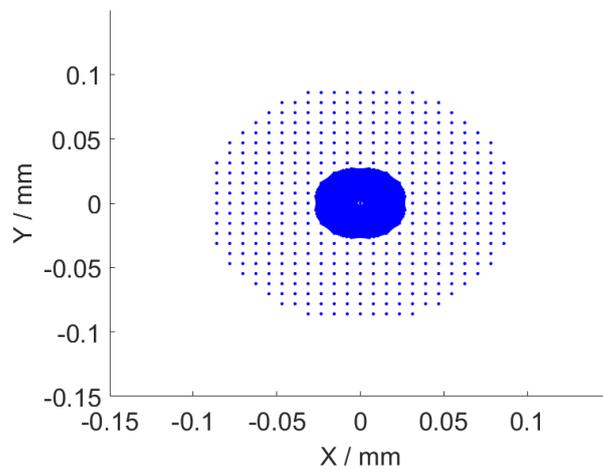


Figura 4.2.2.2.- Diagrama de Impactos de un ojo emétrope con catarata nuclear de radio $r_c=0.5\text{mm}$ e índice de refracción 1.47 para un tamaño pupilar de 4mm.

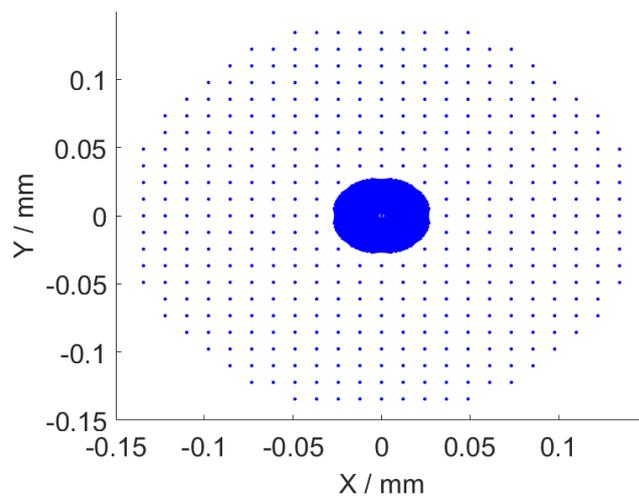


Figura 4.2.2.3.- Diagrama de Impactos de un ojo emétrope con catarata nuclear de radio $r_c=0.5\text{mm}$ e índice de refracción 1.50 para un tamaño pupilar de 4mm.

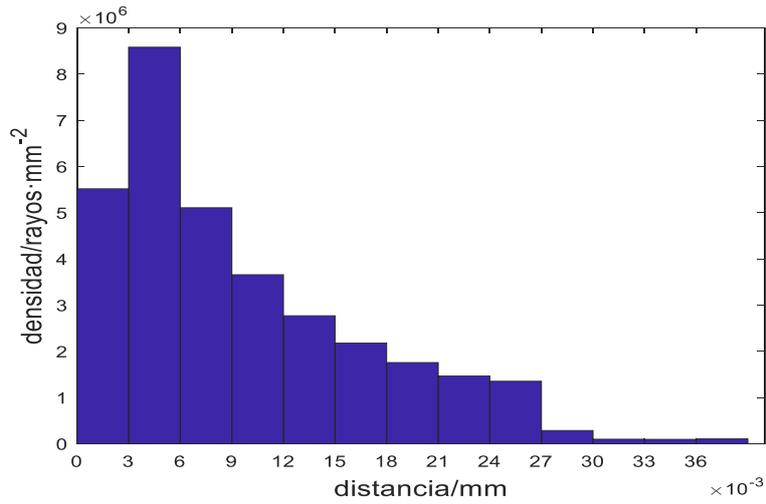


Figura 4.2.2.4.- Histograma de un ojo emétrepe con catarata nuclear de radio $r_c=0.5\text{mm}$ e índice de refracción 1.44 para un tamaño pupilar de 4mm.

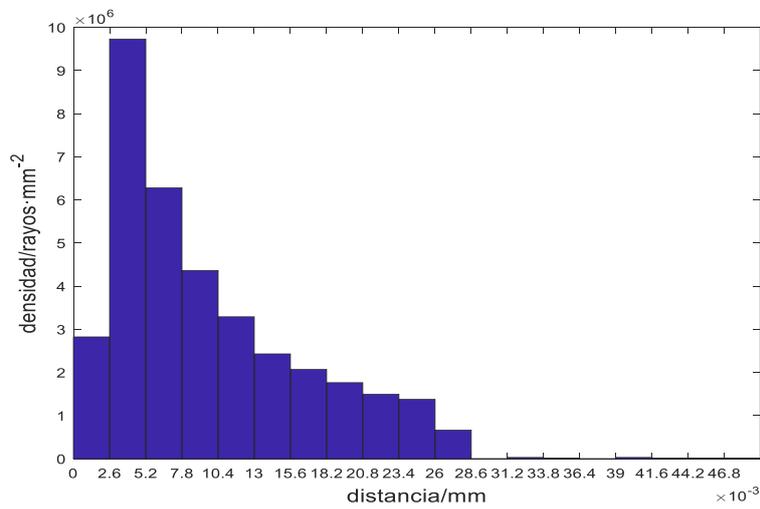


Figura 4.2.2.5.- Histograma de un ojo emétrepe con catarata nuclear de radio $r_c=0.5\text{mm}$ e índice de refracción 1.47 para un tamaño pupilar de 4mm.

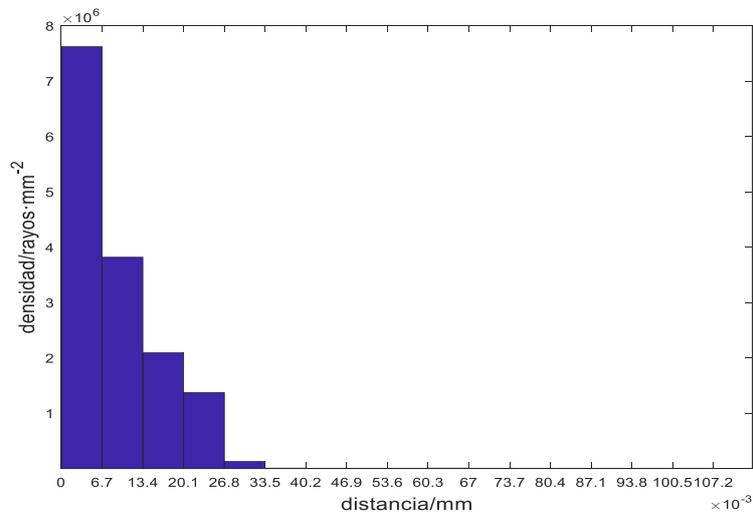


Figura 4.2.2.6.- Histograma de un ojo emétrepe con catarata nuclear de radio $r_c=0.5\text{mm}$ e índice de refracción 1.50 para un tamaño pupilar de 4mm

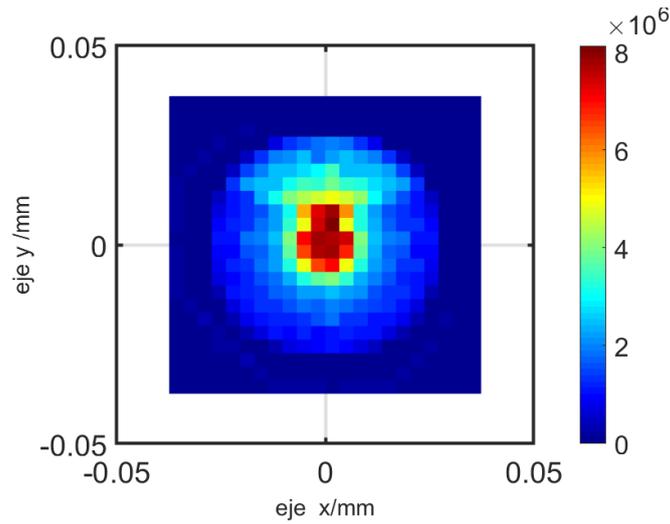


Figura 4.2.2.7.- Mapa de color para un ojo emétrepe con catarata nuclear de radio $r_c=0.5\text{mm}$ e índice de refracción 1.44 para un tamaño pupilar de 4mm.

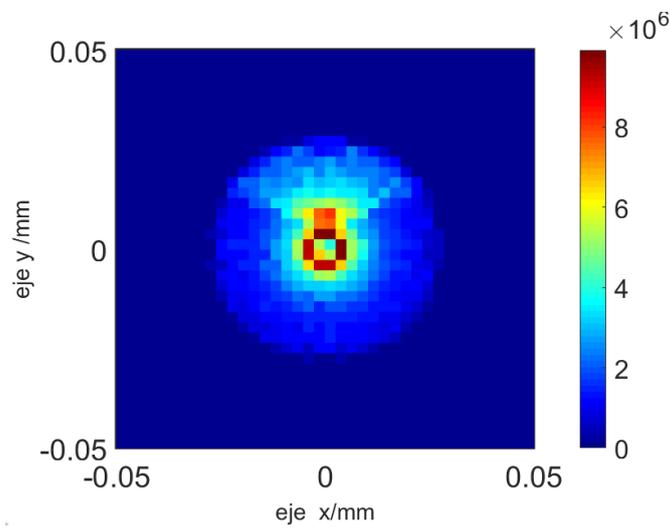


Figura 4.2.2.8.- Mapa de color para un ojo emétrepe con catarata nuclear de radio $r_c=0.5\text{mm}$ e índice de refracción 1.47 para un tamaño pupilar de 4mm.

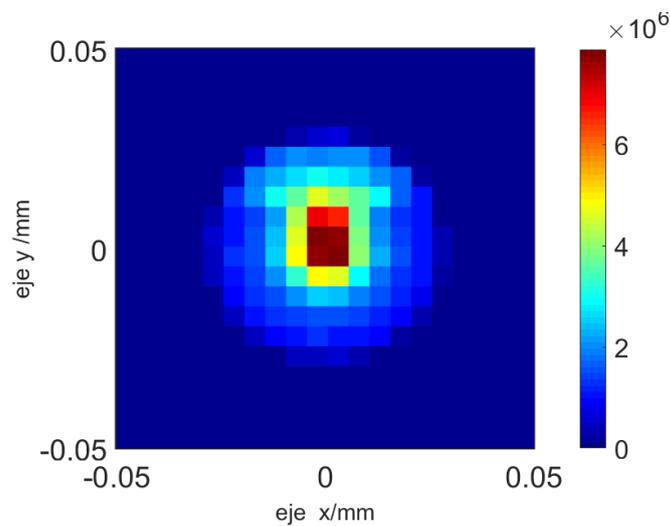


Figura 4.2.2.9.- Mapa de color para un ojo emétrepe con catarata nuclear de radio $r_c=0.5\text{mm}$ e índice de refracción 1.50 para un tamaño pupilar de 4mm.

| Índice de Refracción | Parámetros de Calidad Óptica | |
|----------------------|------------------------------|--------------------|
| | Tamaño Mancha/mm | Tamaño Efectivo/mm |
| 1.44 | 0.0374 | 0.0085 |
| 1.47 | 0.0860 | 0.0103 |
| 1.50 | 0.1344 | 0.0187 |

Tabla 4.2.2.- Parámetros de calidad óptica para un ojo con catarata nuclear de radio 0.5 mm para diferentes índices de refracción.

Comparando la *Figura 4.1.2* correspondiente al ojo sano de tamaño pupilar de 4 mm, con las *Figuras 4.2.2.1 a 4.2.2.3*, para una catarata nuclear de radio 0.5mm, conforme aumenta el índice de refracción, también aumentan el número de rayos dispersados en el centro del cristalino y el tamaño del diagrama de impactos.

Fijándonos en los histogramas, con la aparición de la catarata, la densidad de rayos disminuye considerablemente, *Figuras 4.2.2.4 a 4.2.2.6*. Centrándonos en la densidad de rayos en el primer intervalo, esta disminuye al aumentar el índice de refracción que para un valor de 1.50, llega a ser casi nula, ver *Figura 4.2.2.6*.

Este hecho se puede apreciar de mejor manera a partir de la observación de los mapas de color, ver *Figuras 4.2.2.7 a 4.2.2.9*, en los que se puede notar como en la zona central de la retina, impactan un menor número de rayos con el aumento del índice de refracción.

Estos resultados se pueden comprobar a través de los parámetros de calidad óptica, *Tabla 4.2.2*. A medida que aumenta el índice de la catarata, el tamaño de la mancha y el tamaño efectivo de la misma, aumentan debido a la refracción de los rayos.

En este caso, conforme aumenta el índice, se produce una gran refracción de los rayos en el centro de la mancha, dando lugar a una imagen borrosa en la retina por la concentración de proteínas en el núcleo.

Comparando ambos casos, por una parte, la variación del tamaño de la catarata manteniendo el índice de refracción constante, y por otro, la variación del índice para un tamaño dado, se observa que este último caso tiene un mayor efecto sobre la imagen que se origina en la zona central de la mácula, ya que aparece distorsionada.

4.3.- Ojo emétrope con catarata cortical

Atendiendo a la posición en la que se sitúa la catarata en el cristalino, que en la mayoría de los casos suele ser de tipo nuclear, existen otros, en los que la opacidad aparece en la periferia del mismo, catarata cortical.

En este caso, analizaremos cómo es la influencia de la catarata cortical situada en una determinada posición del cristalino, cuando varía el tamaño y el índice de refracción de la misma. Consideraremos para los casos de estudio, que el punto medio de la catarata se encuentra a una distancia $d=1\text{mm}$ del eje óptico.

4.3.1.- Variación del radio de la catarata

En primer lugar, para estudiar el efecto en el sistema ocular, se ha modificado el radio de la catarata para un índice de refracción de $n_c=1.47$. Se ha considerado un intervalo para los radios nucleares en un paso de 0.2mm desde 0.3mm hasta 0.7mm . Se muestran los diagramas de impacto, *Figuras 4.3.1.1 a 4.3.1.3*, y mapas de color, *Figuras 4.3.1.4 a 4.3.1.6*, para los casos de $r_c= 0.3\text{mm}$, 0.5mm y 0.7mm , correspondientes a un estado temprano del crecimiento de la catarata hasta un punto en el que la misma ocupa una zona considerable del cristalino.

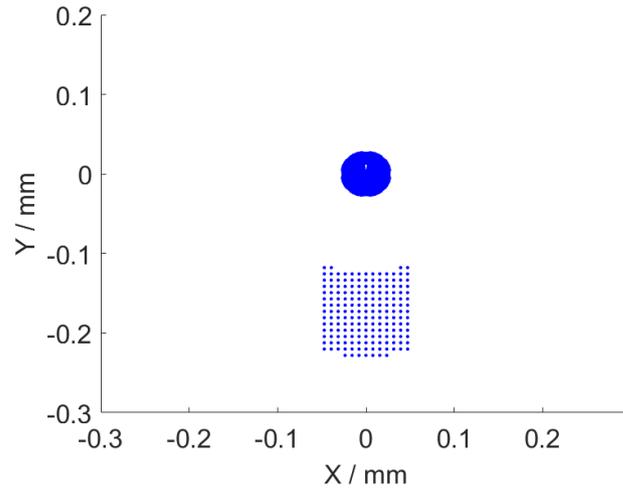


Figura 4.3.1.1.- Diagrama de Impactos de un ojo emétrope con catarata cortical de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.3\text{mm}$ para un tamaño pupilar de 4mm.

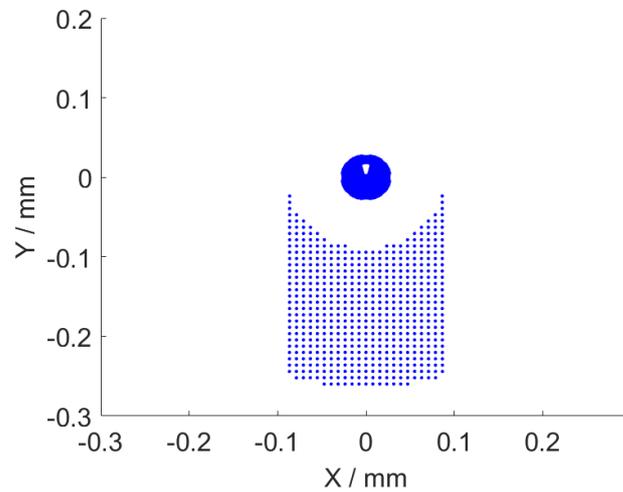


Figura 4.3.1.2.- Diagrama de Impactos de un ojo emétrope con catarata cortical de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.5\text{mm}$ para un tamaño pupilar de 4mm.

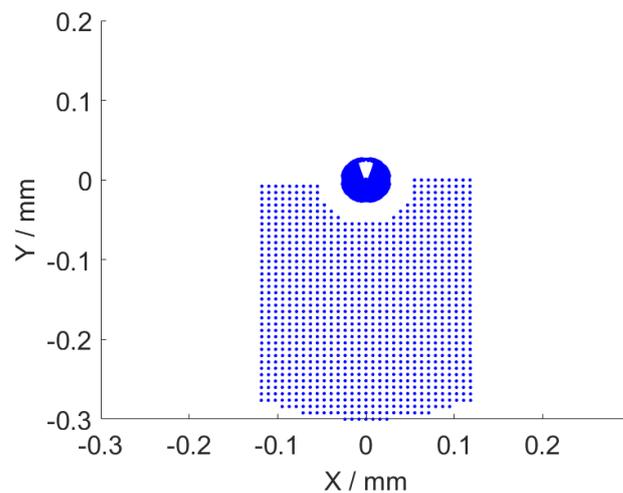


Figura 4.3.1.3.- Diagrama de Impactos de un ojo emétrope con catarata cortical de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.7\text{mm}$ para un tamaño pupilar de 4mm

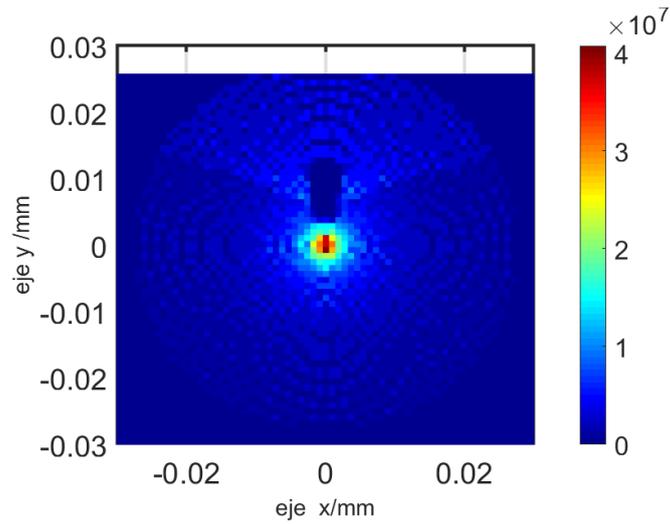


Figura 4.3.1.4.- Mapa de color para un ojo emétopo con catarata cortical de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.3$ mm para un tamaño pupilar de 4mm.

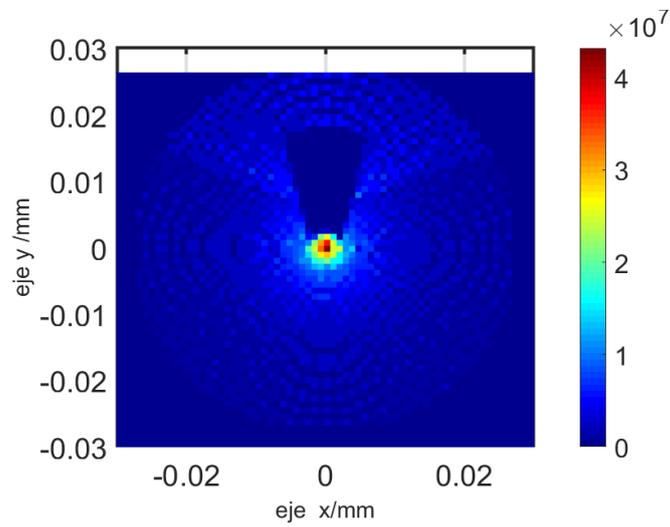


Figura 4.3.1.5.- Mapa de color para un ojo emétopo con catarata cortical de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.5$ mm para un tamaño pupilar de 4mm.

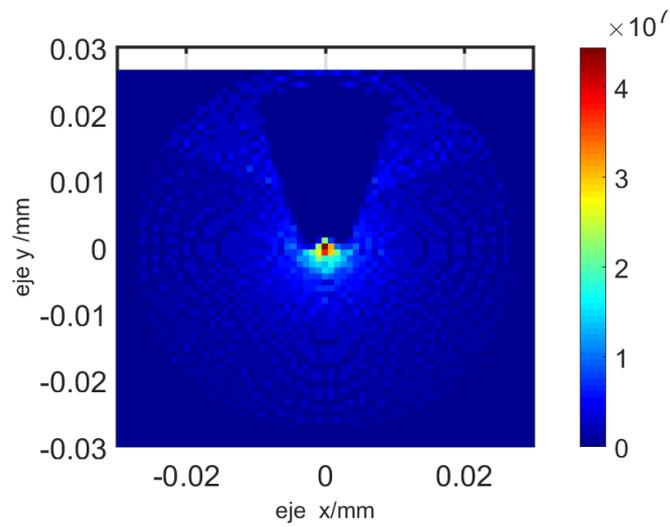


Figura 4.3.1.6.- Mapa de color para un ojo emétopo con catarata cortical de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.7$ mm para un tamaño pupilar de 4mm.

| Radio Catarata/mm | Parámetros de Calidad Óptica | |
|-------------------|------------------------------|--------------------|
| | Tamaño Mancha/mm | Tamaño Efectivo/mm |
| 0.30 | 0.0472 | 0.0023 |
| 0.50 | 0.0866 | 0.0025 |
| 0.70 | 0.1184 | 0.0035 |

Tabla 4.3.1.- Parámetros de calidad óptica para un ojo con catarata cortical para diferentes radios de la catarata. $n_c= 1.47$.

Comparando la *Figura 4.1.2* correspondiente al ojo emélope de tamaño pupilar 4mm sin catarata, con las *Figuras 4.3.1.1 a 4.3.1.3* en las que se distingue, cómo es el efecto producido por la variación del tamaño de una catarata cortical de índice de refracción de 1.47, se observa que, con el crecimiento de la misma, aumenta la refracción de rayos hacia zonas de la periferia de la retina.

En los mapas de color, *Figuras 4.3.1.4 a 4.3.1.6*, se observa que, el sistema mantiene su máxima densidad de rayos en su centro, mientras que, conforme nos alejamos en la dirección en la que se sitúa la catarata, la densidad disminuye hasta ser casi nula debido a la propia refracción.

Teniendo en cuenta los datos de calidad óptica recogidos en la *Tabla 4.3.1*, se observa que, con el aumento de la dimensión de la catarata, aumenta el tamaño de la mancha y el tamaño efectivo, traduciéndose en algún pequeño efecto sobre la imagen de la retina, pero en general, la densidad de rayos en la zona central no se ve afectada.

4.3.2.- Variación del índice de refracción

En segundo lugar, para estudiar el efecto de la catarata se ha modificado el índice de refracción para un radio de 0.5mm. El cambio de índice se ha realizado desde 1.44 hasta 1.50, siendo este último valor el correspondiente a una catarata muy opaca. Se muestran los diagramas de impacto, *Figuras 4.3.2.1 a 4.3.2.3* y mapas de color, *Figuras 4.3.2.4 a 4.3.2.6* para los casos de $n_c= 1.44, 1.47$ y 1.50.

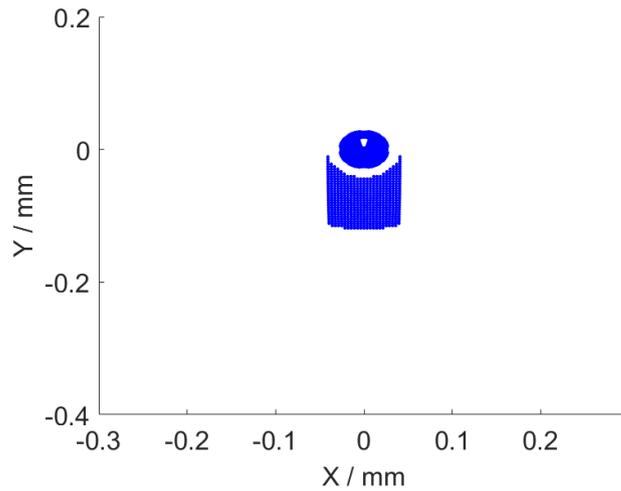


Figura 4.3.2.1.- Diagrama de Impactos de un ojo emétrope con catarata cortical de radio $r_c=0.5\text{mm}$ e índice de refracción 1.44 para un tamaño pupilar de 4mm.

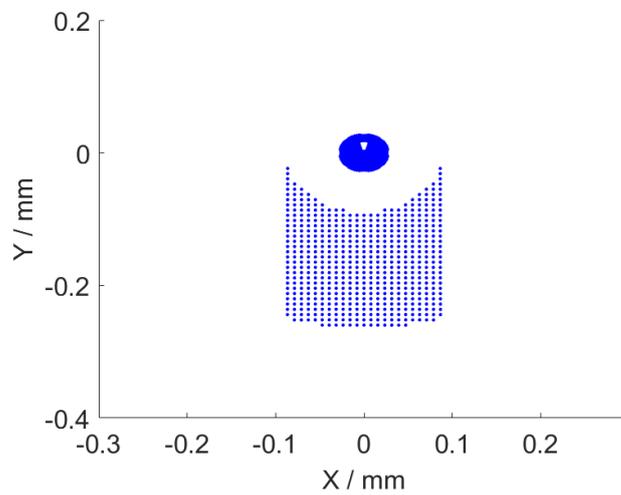


Figura 4.3.2.2.- Diagrama de Impactos de un ojo emétrope con catarata cortical de radio $r_c=0.5\text{mm}$ e índice de refracción 1.47 para un tamaño pupilar de 4mm.

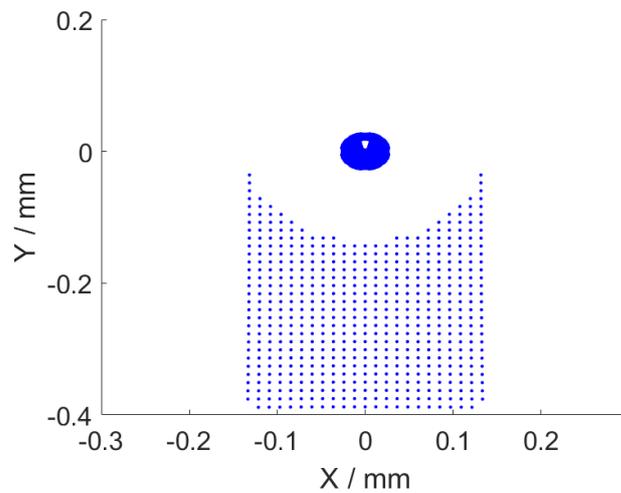


Figura 4.3.2.3.- Diagrama de Impactos de un ojo emétrope con catarata cortical de radio $r_c=0.5\text{mm}$ e índice de refracción 1.50 para un tamaño pupilar de 4mm.

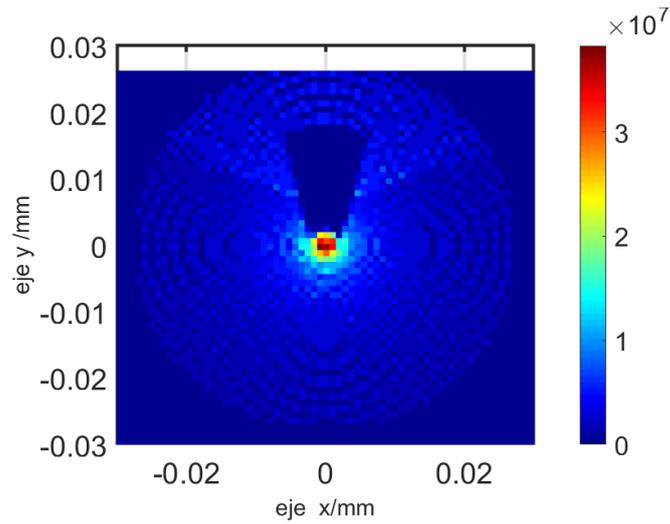


Figura 4.3.2.4.- Mapa de color para un ojo emétrepe con catarata cortical de índice de refracción $n_c=1.44$ con un radio de catarata de $r_c=0.5\text{mm}$ para un tamaño pupilar de 4mm.

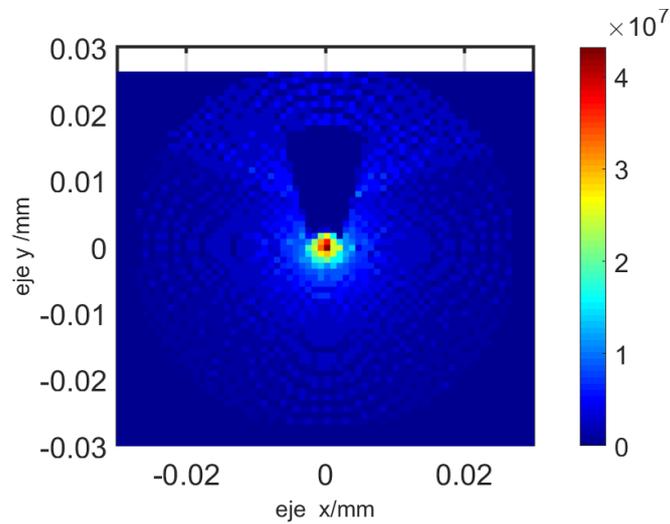


Figura 4.3.2.5.- Mapa de color para un ojo emétrepe con catarata cortical de índice de refracción $n_c=1.47$ con un radio de catarata de $r_c=0.5\text{mm}$ para un tamaño pupilar de 4mm.

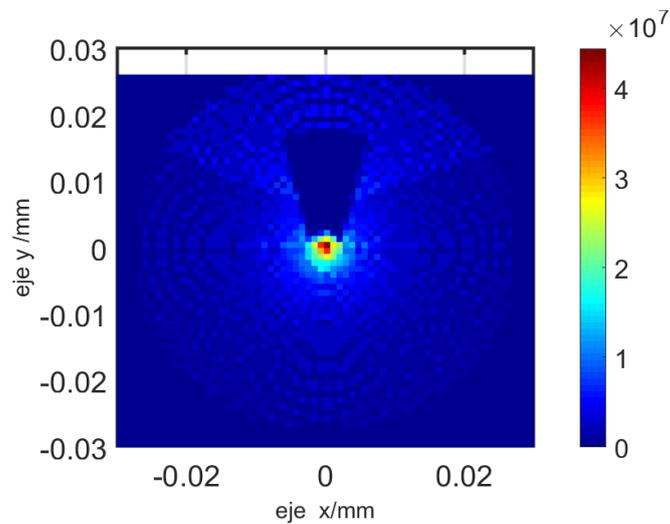


Figura 4.3.2.6.- Mapa de color para un ojo emétrepe con catarata cortical de índice de refracción $n_c=1.50$ con un radio de catarata de $r_c=0.5\text{mm}$ para un tamaño pupilar de 4mm.

| Índice Catarata | Parámetros de Calidad Óptica | |
|-----------------|------------------------------|--------------------|
| | Tamaño Mancha/mm | Tamaño Efectivo/mm |
| 1.44 | 0.0408 | 0.0013 |
| 1.47 | 0.0866 | 0.0025 |
| 1.50 | 0.1334 | 0.0027 |

Tabla 4.3.2.- Parámetros de calidad óptica para un ojo con catarata cortical para diferentes índices de refracción y radio de catarata $r_c=0.5\text{mm}$.

Examinando las *Figuras 4.3.2.1 a 4.3.2.3*, para una catarata cortical de radio 0.5mm y comparándolas con la *Figura 4.1.2* correspondiente al ojo sano de tamaño pupilar de 4 mm, al incrementar el índice de refracción, aumentan también el número de rayos dispersados y así el tamaño de la mancha.

Este hecho se puede apreciar de un modo más efectivo a partir de la observación de los mapas de color, ver *Figuras 4.3.2.4 a 4.3.2.6*, en los que se pueden distinguir que, con el aumento del índice de refracción, varía la distribución de los rayos en la zona central.

Se hace notar que, en el caso de un índice de refracción elevado, catarata de radio 0.5mm e índice 1.50, *Figura 4.3.2.6*, el máximo de rayos incidentes en el centro de la retina se ven algo afectados por la catarata.

Por otra parte, a partir de los datos de la *Tabla 4.3.2*, la calidad óptica para un ojo con catarata cortical se ve algo afectada por el aumento del índice de refracción.

Contrastando ambos casos, se observa que la calidad óptica no está afectada, existe refracción de rayos hacia la periferia. La zona donde se sitúa la fovea, zona central de la imagen, no se ve alterada, la densidad de rayos que impactan en ella no varía prácticamente.

Capítulo 5. Conclusiones.

A continuación, se exponen las principales conclusiones obtenidas a partir del estudio, aplicaciones y futuras posibilidades.

5.1.- Conclusiones principales

En este proyecto se ha utilizado el modelo de ojo simplificado con los parámetros oculares de Le Grand-Hage, para estudiar cómo es el efecto de las cataratas nuclear y cortical para un ojo emétrope.

Se ha empleado el programa Matlab para el cálculo del trazado de rayos, con el fin de obtener tanto el diagrama de impactos, como la densidad de rayos que inciden sobre la retina. Asimismo, la caracterización de la catarata se ha llevado a cabo mediante la modificación del índice de refracción en la zona nuclear y en la zona cortical del cristalino, así como su tamaño. Del mismo modo, se han establecido unos parámetros de calidad óptica que permiten realizar un estudio más cuantitativo.

En primer lugar, se ha examinado la influencia de la catarata cuando se sitúa en la zona nuclear del cristalino, observando una disminución de la densidad de rayos en la zona central de la mancha, debido a la refracción de los rayos que provoca la catarata.

Analizando los resultados de la influencia del tamaño de la catarata, cuando ésta es pequeña ($r_c=0.3\text{mm}$) el tamaño de la mancha aumenta ligeramente respecto al ojo sano. En el caso en el que la catarata ocupa gran parte del núcleo del cristalino ($r_c=0.7\text{mm}$), el tamaño resultante es casi el doble que, en el caso del ojo sano, traduciéndose en una visión borrosa.

Dado que se ha estudiado, cómo con la variación del índice de refracción de la catarata, cambia el tamaño de la mancha, se puede llegar a la conclusión de que, conforme aumenta el índice, es decir, incremento de la concentración de proteínas, aumenta el tamaño. Este hecho se observa cuando la catarata es temprana ($n_c=1.44$), produciendo cierta refracción de los rayos que provocan que su tamaño incremente, pero cuando la catarata tiene una considerable opacidad ($n_c=1.50$), hace que su dimensión sea mucho mayor.

De sufrir este tipo de patología, catarata nuclear, el caso más favorable para que el paciente disponga de una calidad óptica razonable, sin sufrir muchos de los síntomas que las cataratas

producen, sería aquella que se encuentra en un estado incipiente, es decir, catarata de pequeño tamaño e índice de refracción cercano al del cristalino.

En segundo lugar, se ha estudiado la influencia de la catarata cuando esta aparece en una zona distinta al centro del cristalino, catarata cortical. Se ha observado que este tipo de patología afecta en menor medida a la calidad de la imagen que en el caso de la catarata nuclear.

Como se ha indicado anteriormente, la fovea, situada en el centro de la mácula, posee la mayor densidad de conos capaces de detectar con mayor exactitud los detalles. En el caso que nos ocupa, el paciente que sufre de este tipo de patología, no ve reducida tanto su calidad óptica. Los rayos que son refractados por la opacidad impactan en zonas cercanas a la periferia de la superficie de la retina, pudiendo causar algún tipo de síntoma cuando la catarata se encuentra en un estado temprano, de pequeño tamaño o baja concentración de proteínas.

El caso más favorable es la catarata cortical, teniendo en cuenta las posibles manifestaciones físicas que puedan aparecer. Aunque en estados tempranos, este tipo de opacidad solo induzca la aparición de posibles deslumbramientos, se pueden apreciar detalles con mayor exactitud, que en el caso de la nuclear no serían posibles.

5.2.- Posibilidades futuras

En un principio se ha considerado el cristalino como una lente de índice de refracción constante, aunque en realidad no es del todo exacto, ya que en el mismo existe un gradiente de índice, siendo su máximo en el centro debido a la concentración de proteínas.

En este proyecto se ha tratado el efecto de la catarata, cuando esta se sitúa en el centro del cristalino, catarata nuclear y cuando se sitúa en un punto de la periferia del mismo, catarata cortical, para unos índices de refracción y radios de catarata dados. Una mejor aproximación de cómo es en realidad este efecto, sería considerar el índice de refracción como un gradiente ya que la opacidad del cristalino varía en función de la concentración proteica.

Por otra parte, se ha utilizado el modelo de ojo simplificado en el que se consideran tres superficies refractivas, una correspondiente a la córnea y dos al cristalino. Para tener una mejor aproximación del sistema ocular y así obtener unos resultados más ajustados a la realidad, sería conveniente utilizar el modelo de ojo completo, en el que se consideran cuatro superficies, dos correspondientes a la córnea y dos al cristalino e incluso tener en cuenta la asfericidad de las superficies.

Para este trabajo se ha considerado el ojo humano como emétrope, sin ningún tipo de irregularidad óptica, pero en realidad una mejor estimación al ojo real, sería introducir distintas anomalías ópticas como es el astigmatismo o la miopía, junto al efecto producido por la catarata en el cristalino.

Desde el punto vista de la óptica física, habría que considerar la difracción que se produce cuando la luz atraviesa un obstáculo, la pupila, así como su comportamiento cuando pasa por las distintas superficies. Para ello se podría hacer uso de un programa más avanzado como Zemax, donde se podría emplear la función de transferencia de modulación (MTF) o la función de dispersión en un punto (PSF) con el fin de obtener una representación más detallada de la imagen.

Referencias.

- [1] ACOSTA, R. et al. Revisión sistemática de estudios poblacionales de prevalencia de catarata. *Arch Soc Esp Oftalmol* [online]. 2006, vol.81, n.9 ,pp.509-516. Disponible en: <http://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0365-66912006000900005&lng=es&nrm=iso>. ISSN 0365-6691.
- [2] Clínica Universidad de Navarra. 2020.Enfermedades y Tratamientos, Cataratas. Oculares. [Consulta 4-02-2021]. Disponible en: <https://www.cun.es/enfermedades-tratamientos/enfermedades/cataratas>
- [3] RUIZ MEGIAS. SERGIO;2013; Correlación en la clasificación y gradación de cataratas entre valoración subjetiva (locs iii system) y objetiva (osi) mediante la técnica de doble paso. Ondategui Parra J.C. (dir.) Trabajo final master. Universitat Politècnica de Catalunya.
Disponible en:
<http://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/19509/TFM%20SRM%20Definitiu.pdf>
- [4] VIQUEIRA PEREZ, V.; MARTÍNEZ VERDÚ, F.M.; DE FEZ SAIZ, D. 2003. Óptica Fisiológica: Modelo Paraxial y Compensación óptica del ojo. Universidad de Alicante. ISBN 84-7908-775-7.
- [5] GUTIÉRREZ CIRLOS, G. 2004. Principios de anatomía fisiología e higiene: educación para la salud. Universidad de Alicante. Limusa Editores. ISBN 968-18-4662-1
- [6] A LÓPEZ VALVERDE, G. Estudio genético de la catarata presenil. CRUZ GONZÁLEZ, F.; GONZÁLEZ SARMIENTO, R.; HERNÁNDEZ GALILEA, E.(dirs.) Tesis doctoral, Universidad de Salamanca. Disponible en: https://gredos.usal.es/bitstream/handle/10366/127428/DC_LopezValverdeG_Estudiogeneticocatarata.pdf;sequence=1
- [7] ALONSO CAVIEDES, S; COLLADO HORNILLOS, J.A; GÓMEZ DACASA, A. 1993. Oftalmología II. Universidad de Cantabria. ISBN 84-87412-47-5
- [8] PEREZ-SALVADOR GARCIA, Eduardo. Atlas Urgencias en Oftalmología: Volumen I. Barcelona, Editorial Glosa, 2001. ISBN: 84-7429-115-1
- [9] National Eye Institute. 2019.Learn About Eye Health. [Consulta 4-03-2021]. Disponible en: <https://www.nei.nih.gov/learn-about-eye-health/en-espanol/las-cataratas>

- [10] De Pablo Gómez de Liaño, Lucía & Rodríguez, Marta & Gutiérrez-Díaz, Esperanza. (2012). Corticoides: efectos secundarios oculares. *Más dermatología*. 18-21. DOI: 10.5538/1887-5181.2012.17.18.
- [11] VisiónBaja. 2020. Cataratas. [Consulta 12-03-2021]. Disponible en: <https://visionbaja.webnode.es/tema-catarata/catarata/>
- [12] Lima-Gómez, Virgilio & Urrutia-Breton, Ingrid. (2010). Opacidad del cristalino de acuerdo al sistema LOCS III en una muestra hospitalaria mexicana. 77. 43-49.
- [13] ORTIZ MARQUEZ, M. D. (2004): *Evaluación de parámetros de calidad visual mediante un modelo de ojo personalizado, aplicación a la cirugía refractiva*. Universidad de Cantabria, Santander
- [14] NAVARRO R., PALOS F., et GONZÁLEZ L., "Adaptive model of the gradient index of the human lens. I. Formulation and model of aging ex vivo lenses," *J. Opt. Soc. Am. A* 24, 2175-2185 (2007)
- [15] Puell Marín, María Cinta (2006) *Óptica Fisiológica: el sistema óptico del ojo y la visión binocular*. Manual. Universidad Complutense de Madrid, Madrid. ISBN: 1-4135-6363-5
- [16] ARTIGAS J.M, CAPILL, P., FELIPE, A. y PUJOL, J. (1995): *Óptica Fisiológica. Psicofísica de la Visión*. Madrid, McGraw-Hill-Interamericana España
- [17] CASAS, J. (2008): *Óptica* Zaragoza, Librería Pons, S.L.
- [18] MARTÍNEZ MORO, M. 2014. *Simulación del efecto producido por una catarata nuclear sobre la calidad óptica de un ojo sano*. GONZÁLEZ FERNÁNDEZ, F., ORTIZ MÁRQUEZ, D. (dir.) Trabajo Final de Carrera, Universidad de Cantabria. Disponible en: <http://hdl.handle.net/10902/4490>
- [19] HECHT, E., ZAJAC, A. (1986) *Óptica*, Wesley Iberoamericana

Apéndice A: Programa simulación.

Programa Principal

```
%% Programa Principal
close all;
clear all;
clc;
% creamos una matriz de rayos
x=-10:0.05:10;
y=-10:0.05:10;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
% cambio de coordenadas
radio_pupila=4/2;
h_rayo=sqrt(X.^2+Y.^2);
fi=atan2(Y,X); % ángulo de entrada
[n,m]=size(h_rayo);

% iniciamos la figura que vamos a modificar

% fichero2 = fopen('x_ret e y_ret.txt','wt');
% fichero3 = fopen('rayo_altura_retina_angle.txt','wt');

figure;
hold on;
set(gca, 'FontSize', 14);
xlabel(' X / mm ', 'FontSize', 14);
ylabel(' Y / mm ', 'FontSize', 14);
set(gca,'color','white')
set(gcf,'color','white')
% limite de los ejess
axis([-0.1 0.1 -0.1 0.1])

for i=1:n
for j=1:m
    if h_rayo(i,j)< radio_pupila % llamamos a la funcion trazaajo, que es la que hemos creado

        Altura= sano(h_rayo(i,j));
%         Altura= nuclear(h_rayo(i,j));
%         Altura= cortical(h_rayo(i,j),fi(i,j));

        x_ret=Altura.*(cos(fi(i,j)));
        y_ret=Altura.*(sin(fi(i,j)));

        plot((x_ret), (y_ret), 'b.');
```

```
%         fprintf(fichero2,'%2.10f %2.10f\n', x_ret, y_ret);
```

```

%             output = [ x_ret y_ret];
%             save 'x_ret e y_ret.txt' output -ascii -append
%
%             fprintf(fichero3,'%2.10f %2.10f\n',Altura, fi(i,j));
%             output = [ Altura fi(i,j)];
%             save 'rayo_altura_retina_angle.txt' output -ascii -append

        end
end
end

%% Mapas Color
close all;
clear all;
clc;
anchox = 0.0009;%ancho para el eje x y el eje y
anchoy=anchox;
data=load('x_ret e y_ret.txt'); %carga de datos x e y retina
x = data(:,1);
y = data(:,2);

xmin = min(x);
xmax = max(x);

ymin = min(y);
ymax = max(y);

data1=load('rayo_altura_retina_angle.txt'); %carga de datos altura impacto y ángulo
h=data1(:,1);
fi=data1(:,2);

ejex=xmin:ancho:xmax;
ejey=ymin:ancho:ymax;

m=length(ejex);
n=length(ejey);
Densidad = zeros(m,n); %Matriz densidad

for i=1:m-1
    for j=1:n-1
        %Compruebo para cada impacto de rayo si se encuentra dentro
        %del area cuadrada.
        for l=1:length(h)
            hx=h(l)*cos(fi(l));
            hy=h(l)*sin(fi(l));

```

```

        if (hx>ejex(i) && hx<ejex(i+1))
            if (hy>ejey(j) && hy<ejey(j+1))

                Densidad(i,j)=Densidad(i,j)+1;

            end
        end
    end

end

end

    area=anchox*anchoy; %como el ancho en x e y es el mismo. el área es el de un
cuadrado
    Densidad=(1/area).*Densidad; %Densidad de rayos

f=figure;

    s=surf(ejey,ejex,Densidad,'Parent',axes('Parent',f));
    set(s,'edgecolor','none');
    view(axes('Parent',f),[90,-90]);
    colormap(jet);

axHand = s.Parent;

axHand.XLim = [-0.03, 0.03];
axHand.YLim = [-0.03, 0.03];

fontname='CMU Sans Serif';
set(0,'defaultaxesfontname',fontname);
set(gca,'fontsize',18,'linewidth',2);
box on;
xlabel('eje y /mm','FontSize',14);
ylabel('eje x/mm','FontSize',14);

%% Histogramas ojo normal y catarata central (Simetría de revolución)

ancho = 0.012;
data=load('x_ret e y_ret.txt');
x = data(:,1);

xmin = min(x);
xmax = max(x);

data1=load('rayo_altura_retina_angle.txt');
alturas=data1(:,1);
h = abs(alturas);

```

```

ejex=0:ancho:xmax;
punto = 0;
Densidad = zeros(size(ejex));
for i=0:ancho:xmax
punto = punto+1;
Densidad(punto)=length(nonzeros(h>i & h<=(i+ancho)))
area=pi*(ancho^2+2*i*ancho);
Densidad(punto)=Densidad(punto)/area;

```

```

end

```

```

figure
bar(ejex,Densidad,'histc')
ax=gca;
ax.XAxis.Exponent = -3;
xlabel('distancia/mm','FontSize',16);
ylabel('densidad de rayos·mm(-2)','FontSize',16);
set(ax,'XTick',ejex);

```

Ojo Sano (sin catarata)

```
function Altura=sano(h_rayo)
% Parametros oculares
R= [8 10.2 -6]; % radios curvatura /mm
d=[3.6 7.6 24.2]; % distancia superficies a la cornea /mm
n= [1 1.336 1.4208]; % indices de refracción Le-Grand

% Incidencia cornea
Y1=h_rayo;
X1=(Y1*Y1/R(1))/(1+sqrt(1-((Y1/R(1))^2)));

% Refraccion cornea
alpha1=asin(Y1/R(1));
alphaprima1=asin((Y1/R(1))*(n(1)/n(2)));
beta1=alpha1-alphaprima1;

% Incidencia primera superficie Cristalino
A_1=1+(tan(beta1))^2;
B_1=-2*(X1*(tan(beta1))^2+Y1*tan(beta1)+R(2)+d(1));
C_1=(Y1+X1*tan(beta1))^2+2*R(2)*d(1)+d(1)^2;

X2=(-B_1)-sqrt((B_1^2)-(4*A_1*C_1))/(2*A_1);
Y2=Y1-tan(beta1)*(X2-X1);

% Refraccion primera superficie Cristalino
gamma2=asin(Y2/R(2));
alpha2=gamma2-beta1;
alphaprima2=asin(n(2)/n(3)*sin(alpha2));
beta2=gamma2-alphaprima2;

% Incidencia segunda superficie Cristalino
A_2=1+(tan(beta2))^2;
B_2=-2*(X2*(A_2-1)+Y2*tan(beta2)-(R(3))+d(2));
C_2=(Y2+X2*tan(beta2))^2+(2*(-R(3))*d(2))+d(2)^2;

X3=(-B_2)-sqrt((B_2^2)-(4*A_2*C_2))/(2*A_2);
Y3=Y2-tan(beta2)*(X3-X2);

% Refraccion segunda superficie Cristalino
gamma3=asin(Y3/(-R(3)));
alpha3=gamma3+beta2;
alphaprima3=asin((n(3)/n(2))*sin(alpha3));
```

$\beta_3 = \alpha_3 - \gamma_3;$

% Incidencia Retina

$X_4 = d(3);$

$Y_4 = Y_3 - (\tan(\beta_3)) * (X_4 - X_3);$

Altura= $Y_4;$

Ojo Catarata Nuclear

```
function Altura=nuclear(h_rayo)
%Parametros oculares

R= [8 10.2 -6]; % radios /mm
d=[3.6 7.6 24.2]; % distancia a la cornea /mm
n= [1 1.336 1.4208]; % indices de refracci?n Le-Grand

%Parametros Catarata
rc=0.5;          %Radio Catarata
nc=1.44;         %indice Catarata
ant=5.6-rc;     %Posicion anterior sup.catarata
post=5.6+rc;    %Posicion posterior sup.catarata

%Incidencia cornea
Y1=h_rayo;
X1=(Y1*Y1/R(1))/(1+sqrt(1-((Y1/R(1))^2)));

%Refraccion cornea
alpha1=(Y1/R(1));
alphaprima1=asin((Y1/R(1))*(n(1)/n(2)));
beta1=alpha1-alphaprima1;

% Incidencia primera superficie Cristalino
A_1=1+(tan(beta1))^2;
B_1=-2*(X1*(tan(beta1))^2+Y1*tan(beta1)+R(2)+d(1));
C_1=(Y1+X1*tan(beta1))^2+2*R(2)*d(1)+d(1)^2;

X2=(-B_1)-sqrt((B_1^2)-(4*A_1*C_1))/(2*A_1);
Y2=Y1-tan(beta1)*(X2-X1);

%Refraccion primera superficie Cristalino

gamma2=asin(Y2/R(2));
alpha2=gamma2-beta1;
alphaprima2=asin(n(2)/n(3)*sin(alpha2));
beta2=gamma2-alphaprima2;

% ¿ Incidencia primera superficie Catarata?
A_2=1+(tan(beta2))^2;
B_2=-2*(X2*(A_2-1)+Y2*tan(beta2)+R(2)+ant);
C_2=(Y2+X2*tan(beta2))^2+(2*R(2)*ant)+ant^2;

X3=(-B_2)-sqrt((B_2^2)-(4*A_2*C_2))/(2*A_2);
```

```
Y3=Y2-tan(beta2)*(X3-X2);
```

```
if Y3<rc && Y3>-rc
```

```
% Refraccion primera superficie catarata  
gamma4=asin(Y3/R(2));  
alpha4=gamma4-beta2;  
alphaprima4=asin((n(3)/nc)*sin(alpha4));  
beta4=gamma4-alphaprima4;
```

```
% Incidencia segunda superficie catarata  
A_4=1+(tan(beta4))^2;  
B_4=-2*(X3*(A_4-1)+Y3*tan(beta4)-(R(3))+post);  
C_4=(Y3+X3*tan(beta4))^2+(-2*(R(3))*post)+post^2;
```

```
X5=(-B_4)-sqrt((B_4^2)-(4*A_4*C_4))/(2*A_4);  
Y5=Y3-tan(beta4)*(X5-X3);
```

```
% Refraccion segunda superficie catarata  
gamma5=asin(Y5/-(R(3)));  
alpha5=gamma5+beta4;  
alpha_prima_5=asin((nc/n(3))*sin(alpha5));  
beta5=alpha_prima_5-gamma5;
```

```
% Incidencia segunda superficie cristalino  
A_5=1+(tan(beta5))^2;  
B_5=-2*(X5*(A_5-1)+Y5*tan(beta5)-(R(3))+d(2));  
C_5=(Y5+X5*tan(beta5))^2+(-2*(R(3))*d(2))+d(2)^2;
```

```
X6=(-B_5)-sqrt((B_5^2)-(4*A_5*C_5))/(2*A_5);  
Y6=Y5-tan(beta5)*(X6-X5);
```

```
% Refraccion segunda superficie cristalino  
gamma3=asin(Y3/(-R(3)));  
alpha3=gamma3+beta5;  
alphaprima3=asin((n(3)/n(2))*sin(alpha3));  
beta3=alphaprima3-gamma3;
```

```
% Incidencia Retina  
X4=d(3);  
Y4=Y6-(tan(beta3))*(X4-X6);
```

```
Altura=Y4;
```

```
else
```

```
    % Incidencia segunda superficie crisalino  
    A_2=1+(tan(beta2))^2;  
    B_2=-2*(X2*(A_2-1)+Y2*tan(beta2)-(R(3))+d(2));
```

```
C_2=(Y2+X2*tan(beta2))^2+(2*(-R(3))*d(2))+d(2)^2;
```

```
X3=(-B_2)-sqrt((B_2^2)-(4*A_2*C_2))/(2*A_2);
```

```
Y3=Y2-tan(beta2)*(X3-X2);
```

```
% Refraccion segunda superficie Cristalino
```

```
gamma3=asin(Y3/(-R(3)));
```

```
alpha3=gamma3+beta2;
```

```
alphaprima3=asin((n(3)/n(2))*sin(alpha3));
```

```
beta3=alphaprima3-gamma3;
```

```
% Incidencia Retina
```

```
X4=d(3);
```

```
Y4=Y3-(tan(beta3))*(X4-X3);
```

```
Altura=Y4;
```

```
end
```

Ojo Catarata Cortical

```
function Altura=cortical(h_rayo,fi)
%Parametros oculares

R= [8 10.2 -6]; % radios /mm
d=[3.6 7.6 24.2]; %distancia a la cornea /mm
n= [1 1.336 1.4208]; %indices de refracci?n Le-Grand

%Parametros Catarata
rc=0.5;          %Radio Catarata
nc=1.5;          %Indice Catarata
pt=1;           %distancia al eje óptico
p=pt+rc;
q=pt-rc;

%Incidencia cornea
Y1=h_rayo;
X1=(Y1*Y1/R(1))/(1+sqrt(1-((Y1/R(1))^2)));

%Refraccon cornea
alpha1=(Y1/R(1));
alphaprima1=asin((Y1/R(1))*(n(1)/n(2)));
beta1=alpha1-alphaprima1;

% Resolvemos la ecuacion para X_2 e Y_2 ---- Incidencia anterior Cristalino
A_1=1+(tan(beta1))^2;
B_1=-2*(X1*(tan(beta1))^2+Y1*tan(beta1)+R(2)+d(1));
C_1=(Y1+X1*tan(beta1))^2+2*R(2)*d(1)+d(1)^2;

X2=(-B_1)-sqrt((B_1^2)-(4*A_1*C_1))/(2*A_1);
Y2=Y1-tan(beta1)*(X2-X1);

%Refraccion anterior Cristalino

gamma2=asin(Y2/R(2));
alpha2=gamma2-beta1;
alphaprima2=asin(n(2)/n(3)*sin(alpha2));
beta2=gamma2-alphaprima2;

% Resolvemos la ecuacion para X_3 e Y_3 ---- Si Incidencia Catarata
A_2=1+(tan(beta2))^2;
B_2=-2*(X2*(A_2-1)+Y2*tan(beta2)+R(2)+d(1));
C_2=(Y2+X2*tan(beta2))^2+2*R(2)*d(1)+d(1)^2;
```

```

X3=(-B_2)-sqrt((B_2^2)-(4*A_2*C_2))/(2*A_2);
Y3=Y2-tan(beta2)*(X3-X2);

if (((Y3*sin(fi)<p*sin(fi) && Y3*sin(fi)>q*sin(fi))) && (Y3*cos(fi)<=rc && Y3*cos(fi)>-rc))

%Refracci?n superficie anterior del catarata
gamma4=asin(Y3/R(2));
alpha4=gamma4-beta2;
alphaprima4=asin((n(3)/nc)*sin(alpha4));
beta4=gamma4-alphaprima4;

%Incidencia posterior catarata
A_4=1+(tan(beta4))^2;
B_4=-2*(X3*(A_4-1)+Y3*tan(beta4)-(R(3))+d(2));
C_4=(Y3+X3*tan(beta4))^2+(2*(-R(3))*d(2))+d(2)^2;

X5=(-B_4)-sqrt((B_4^2)-(4*A_4*C_4))/(2*A_4);
Y5=Y3-tan(beta4)*(X5-X3);

%Refraccion superficie posterior del catarata
gamma5=asin(Y5/(-R(3)));
alpha5=gamma5+beta4;
alphaprima5=asin((nc/n(3))*sin(alpha5));
beta5=alphaprima5-gamma5;

%Incidencia posterior cristalino
A_5=1+(tan(beta5))^2;
B_5=-2*(X5*(A_5-1)+Y5*tan(beta5)-(R(3))+d(2));
C_5=(Y5+X5*tan(beta5))^2+(-2*(R(3))*d(2))+d(2)^2;

X6=(-B_5)-sqrt((B_5^2)-(4*A_5*C_5))/(2*A_5);
Y6=Y5-tan(beta5)*(X6-X5);

%Refraccion posterior cristalino
gamma3=asin(Y3/(-R(3)));
alpha3=gamma3+beta5;
alphaprima3=asin((n(3)/n(2))*sin(alpha3));
beta3=alphaprima3-gamma3;

% Incidencia Retina
X4=d(3);
Y4=Y6-(tan(beta3))*(X4-X6);
Altura=Y4;

else
    %Incidencia posterior crisalino
    A_2=1+(tan(beta2))^2;

```

```
B_2=-2*(X2*(A_2-1)+Y2*tan(beta2)-R(3))+d(2);  
C_2=(Y2+X2*tan(beta2))^2+(2*(-R(3))*d(2))+d(2)^2;
```

```
X3=(-B_2)-sqrt((B_2^2)-(4*A_2*C_2))/(2*A_2);  
Y3=Y2-tan(beta2)*(X3-X2);
```

```
%Refraccion posterior Cristalino  
gamma3=asin(Y3/(-R(3)));  
alpha3=gamma3+beta2;  
alphaprima3=asin((n(3)/n(2))*sin(alpha3));  
beta3=alphaprima3-gamma3;
```

```
% Incidencia Retina  
X4=d(3);  
Y4=Y3-(tan(beta3))*(X4-X3);
```

```
Altura=Y4;  
end
```