



**XXII CONGRESO**  
NACIONAL INGENIERÍA MECÁNICA

# **ANALES DE INGENIERÍA MECÁNICA**

Revista de la Asociación Española  
de Ingeniería Mecánica

Año 21, Septiembre 2018

19-21

**LIBRO DE ACTAS SEP 2018 madrid**

Congreso y publicación promovidos por la Asociación Española de Ingeniería Mecánica AEIM.

**Editor:**

José I. Pedrero

**Comité Editorial:**

Miryam B. Sánchez

Miguel Pleguezuelos

Lourdes del Castillo

Eduardo Gómez

*Área de Ingeniería Mecánica*

*Departamento de Mecánica*

*UNED*

**Edita:**

Universidad Nacional de Educación a Distancia

Septiembre de 2018

**Anales de Ingeniería Mecánica**

Año 21, Septiembre

**ISSN: 0212-5072**

## **Efecto del par aplicado en el comportamiento dinámico de transmisiones mediante engranajes con defectos de grieta en la base de los dientes**

**A. Fernández del Rincón, M. Iglesias, A. Díez Ibarbia, F. Viadero**

*Dpto. de Ingeniería Estructural y Mecánica. Universidad de Cantabria, fernandra@unican.es*

---

*Las transmisiones mediante engranajes funcionan bajo altas cargas y condiciones de operación complejas, lo que conduce a fallos prematuros y no deseados. Entre estos, la presencia de grietas en base de los dientes, es uno de los más peligrosos y constituye una preocupación fundamental del personal de mantenimiento. La monitorización y análisis de señales vibratorias es una técnica habitualmente empleada con el fin de detectar la presencia de este tipo de defecto y reducir el riesgo de un fallo catastrófico. Con este objetivo, se han desarrollado varias técnicas de procesamiento de señal, siendo la demodulación de amplitud una de las más eficientes. Esta técnica requiere la elección de un armónico de la frecuencia de engrane (Gear Mesh Frequency) para ser filtrado, con el fin de extraer la señal demodulada. Un aspecto a tener en cuenta en este proceso es que la magnitud del par transmitido modifica los espectros base y altera la capacidad de detección, lo que complica el éxito de todo el procedimiento. Para comprender mejor el papel desempeñado por la magnitud del par a transmitir en la señal vibratoria, en este trabajo los autores presentan un modelo dinámico de una transmisión mediante engranajes que considera simultáneamente los diferentes elementos implicados en la transmisión de potencia admitiendo la inclusión de grietas en la base de los dientes y permitiendo la simulación de distintas condiciones de operación. El modelo presentado obtiene las fuerzas de engrane mediante una combinación de formulaciones numéricas y analíticas, incluyendo en el proceso la posible existencia de grietas en la base de los dientes que afecta a la flexibilidad del diente afectado. Para llevar a cabo las simulaciones dinámicas se emplea una rigidez de engrane previamente determinada, que se obtiene mediante un análisis cuasi-estático considerando diferentes niveles de par a transmitir con y sin defectos. En este trabajo se evalúan varios aspectos, prestando especial atención a la influencia del par en la respuesta dinámica del sistema. Las señales obtenidas de las simulaciones se procesan posteriormente llevando a cabo la demodulación de frecuencia, con el fin de verificar la capacidad de detección de grietas.*

---

### **1. Introducción**

Las transmisiones mediante engranes trabajan sometidas a cargas elevadas y condiciones de operación complejas y como consecuencia sufren fallos prematuros no deseados. Entre estos, las grietas en los dientes de los engranajes son uno de los más peligrosos y son una preocupación fundamental para los equipos de mantenimiento. Con el objetivo de detectar la presencia de este tipo de defectos y reducir el riesgo de un fallo catastrófico, se han desarrollado diversas técnicas y herramientas, destacando como una de las más apropiadas el registro y análisis del comportamiento vibratorio. Con este propósito se han desarrollado diversas técnicas de procesamiento de la señal vibratoria, siendo la demodulación en amplitud y fase una de las más eficientes [1]. Esta técnica requiere la elección de un armónico de la Frecuencia de Engrane (Gear Mesh Frequency GMF) alrededor del cual se filtra la señal registrada para extraer la señal demodulada. La utilización de señales promediadas sincronamente (Time Synchronous Average TSA) abarcando varias rotaciones de la rueda permite obtener todavía mejores resultados [2]. En cualquier caso, la selección del armónico de la GMF sobre el que aplicar la demodulación es una elección crítica que condiciona el resultado de esta técnica.

En la práctica, multitud de transmisiones deben operar en condiciones de funcionamiento no estacionarias, incluyendo cambios significativos de par y/o de velocidad. Como consecuencia, el espectro resultante puede ser

muy diferente y la elección del armónico de la GMF que debe ser filtrado para extraer la señal demodulada resulta complejo.

La GMF tiene su origen en la variación del número de parejas de dientes en contacto que en el caso de engranajes de dientes rectos convencionales oscila entre 1 y 2. Una modificación del par a transmitir implica una alteración de la deformación de los dientes en contacto, produciendo un cambio de la relación de contacto efectiva y de la rigidez media de engrane. Este cambio se manifiesta en una modificación del comportamiento dinámico del conjunto dando lugar a una modificación de la amplitud relativa de los armónicos de la frecuencia de engrane [3] alterando el resultado obtenido al demodular la señal vibratoria. Esta alteración de las amplitudes relativas de los armónicos de la GMF puede ser más notable en el caso de transmisiones que incluyan rebajes de los perfiles de los dientes definidos para una carga de diseño concreta [4]. Por su parte, los cambios en la velocidad de operación darán lugar a un desplazamiento en frecuencia de los armónicos de la GMF cuya amplitud relativa estará condicionada por la respuesta dinámica del conjunto.

Por lo tanto, es preciso desarrollar nuevas herramientas y técnicas que permitan abordar esta situación con el objeto de mejorar las prestaciones de los sistemas de monitorizado en la detección, diagnóstico y pronóstico del estado de las máquinas. Con este objetivo, los resultados experimentales y las técnicas de procesamiento de señal deben combinarse con modelos teóricos más avanzados capaces de proporcionar una visión detallada de la dinámica de las transmisiones mediante engranajes operando en presencia de defectos. Estos modelos deberán estar relacionados con el sistema físico real para que sean representativos del mismo y proporcionen un mejor conocimiento acerca del comportamiento en presencia de defectos.

En la literatura, es posible encontrar diversos modelos que incluyen la capacidad de incluir la presencia de una grieta en la base de un diente y determinar sus efectos en la rigidez de engrane y en el comportamiento dinámico del conjunto. Una revisión detallada de estos modelos puede encontrarse en [5]. Howard et al. [6] propusieron un modelo de 16 grados de libertad considerando translaciones y rotaciones contenidas en planos paralelos. Este modelo fue ampliado posteriormente [7] con el objetivo de comparar dos tipos de defectos como las grietas en la base y las picaduras superficiales. Ambos modelos empleaban un modelo de elementos finitos de una pareja de dientes en contacto que permitía evaluar la rigidez de engrane a lo largo de un ciclo de engrane. La utilización de modelos de elementos finitos para este propósito es frecuente [8], [9]. No obstante este tipo de herramientas lastiman la capacidad de cálculo de los modelos debido a la necesidad de plantear configuraciones de mallado distintas dependientes del área de contacto. Para soslayar este inconveniente, otros autores han propuesto modelos analíticos simplificados aprovechando sus mejores prestaciones desde el punto de vista computacional. Chaari et al. [10] describieron esta alternativa empleando una formulación analítica que combina la contribución de las deformaciones debidas a la flexión del diente, al contacto entre superficies y a un cuerpo de la rueda con el propósito de calcular la rigidez de engrane resultante. La formulación propuesta fue convenientemente adaptada, permitiendo la inclusión de una grieta en la base de un diente. En las referencias [11], [12] y [13] pueden encontrarse propuestas similares. Estas propuestas tienen como principal inconveniente su incapacidad para incorporar de forma precisa el efecto de la magnitud de los esfuerzos a transmitir sobre la rigidez de engrane. La combinación de contactos entre dientes y su interacción con la forma de los mismos y el propio cuerpo de la rueda genera situaciones complejas que no son abordables de forma apropiada mediante los modelos analíticos.

Con el objetivo de evitar las dificultades derivadas de la utilización de modelos de elementos finitos, pero conservando las ventajas de las formulaciones analíticas, los autores desarrollaron un procedimiento híbrido que proporciona una buena precisión en la determinación de la rigidez de engrane con un esfuerzo de cálculo razonable [14]. Dicho procedimiento ha sido empleado en el análisis cuasiestático de la rigidez de engrane resultante en presencia de defectos de grieta en la base de los dientes [15]. En este trabajo, dicho análisis previo se ha extendido a un modelo dinámico que incluye las principales características de engranajes y rodamientos [16], con el propósito de evaluar el impacto que la presencia de este tipo de defecto tiene en el comportamiento dinámico de una transmisión mediante engranajes.

## **2. Modelo dinámico incluyendo engranajes y rodamientos**

El modelo desarrollado es un modelo plano de parámetros concentrados que incluye las principales características de engranajes y rodamientos de modo que cada uno de estos elementos posee 3 grados de libertad correspondientes a dos traslaciones y una rotación. Tanto los engranajes como los rodamientos se caracterizan por presentar una variación de la rigidez como consecuencia del contacto sucesivo de parejas de dientes y de elementos rodantes. En operación, esta variación de rigidez se puede considerar como una excitación interna del sistema que se manifiesta mediante la aparición de las frecuencias características de cada uno de los citados elementos (GMF, Frecuencia de paso de bola, Frecuencia de spin, etc.). Esta fluctuación posee características no lineales fruto del contacto entre superficies y es un aspecto crucial en la simulación precisa del comportamiento dinámico del conjunto de la transmisión. La consideración simultánea de engranajes y rodamientos requiere una

cuidadosa selección del nivel de complejidad de los modelos individuales a emplear de forma que el tiempo de resolución permita llevar a cabo simulaciones dinámicas con un coste computacional aceptable.

Como se ha descrito en el apartado previo, en el caso del contacto entre engranajes, el procedimiento empleado consiste en dividir las deformaciones de los dientes en “locales” y “globales”. Las deformaciones “locales” se consideran de tipo Hertziano y se formulan mediante una expresión analítica de carácter no lineal. Por su parte las deformaciones “globales” resultan de la combinación de flexión y cortante del diente y del cuerpo de la rueda, y se obtienen empleando modelos de elementos finitos. De este modo, las características no lineales inherentes al contacto entre superficies quedan separadas y permiten reducir la dimensión del problema mejorando las prestaciones computacionales. Este procedimiento puede ser aplicado directamente en la simulaciones dinámicas o puede ser utilizado en una fase previa mediante el pre-cálculo de la rigidez de engrane. En este caso, el propósito es determinar la rigidez asociada a cada una de las parejas de dientes en contacto mediante un análisis cuasiestático llevado a cabo considerando la magnitud del par a transmitir y la distancia de engrane efectiva fruto de la deformación de los ejes y de los soporte. Esta alternativa requiere un esfuerzo computacional previo pero permite acortar significativamente los tiempos de cálculo de las simulaciones dinámicas. Además la consideración de la rigidez de engrane de cada pareja en contacto de forma individual permite introducir de forma más apropiada las consecuencias de la presencia de defectos como las grietas en la base de un diente. En cualquier caso, ambas alterantivas han sido evaluadas obteniendo resultados muy similares en el caso de transmisiones operando en condiciones estacionarias por lo que la utilización de pre-cálculo es la alternativa preferida en las simulaciones dinámicas. El lector interesado en este aspecto puede dirigirse a la referencia [3].

En el caso de los rodamientos, el modelo utilizado simplifica la dificultad del problema considerando únicamente las deformaciones de contacto entre los elementos rodantes y las pistas interior y exterior [17]. Esta hipótesis simplificativa es aplicable en la mayoría de las transmisiones en las que los ejes y los soportes de los apoyos poseen una rigidez elevada de forma que las deformaciones de flexión y cortante de los anillos interior y exterior de los rodamientos pueden considerarse despreciables.

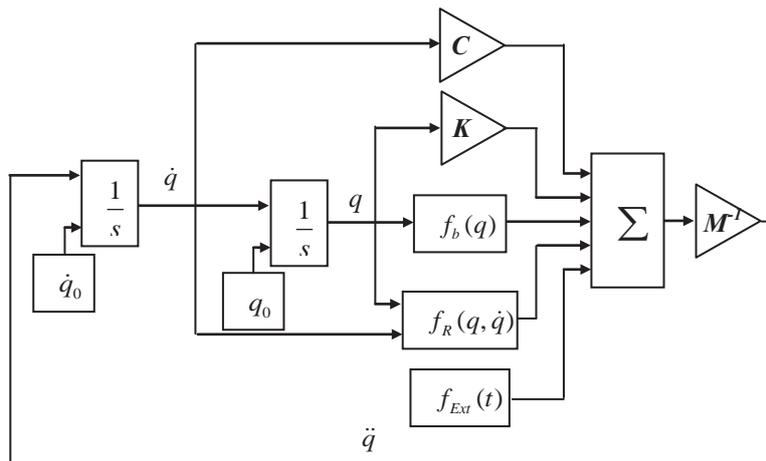


Figura 1: Esquema del modelo implementado en entorno SIMULINK.

La formulación de las ecuaciones dinámicas se ha implementado en el entorno SIMULINK ® de acuerdo con el esquema que se presenta en la Figura 1 y que se corresponde con la expresión (1):

$$\ddot{q} = [M]^{-1} (f_{Ext}(t) - [C]\dot{q} - [K]q - f_b(q) - f_R(q, \dot{q})); \tag{1}$$

$$q = \{q_{ibj}, q_{iRj}, \dots, \theta_{Out}\}^T;$$

En donde el vector  $f_R$  representa una función no-lineal que proporciona los esfuerzos debidos al contacto entre los dientes de los engranajes,  $f_b$  es también una función no lineal que proporciona los esfuerzos en el rodamiento, y  $f_{Ext}(t)$  incluye todos los esfuerzos externos como la gravedad, el par aplicado, los posibles desequilibrios, etc. La función  $f_R$  depende de la posición de las ruedas definida en el vector  $q$  y de su derivada pues además de las fuerzas de contacto también se determinan los esfuerzos vinculados con el rozamiento así como los relacionados con la viscosidad del lubricante. En el caso de los rodamientos, la función  $f_b$  solo depende del vector de posición puesto que los esfuerzos viscosos están incluidos en la matriz de amortiguamiento [C].

El vector  $q$  se subdivide en los vectores  $q_{ibj} = \{x_{ibj}, y_{ibj}, \theta_{ibj}\}^T$  y  $q_{iRj} = \{x_{iRj}, y_{iRj}, \theta_{iRj}\}^T$  que agrupan los grados de libertad asociados con los rodamiento (identificados mediante el subíndice b) y engranajes (identificados con el subíndice R). Así,  $q_{ibj}$  representa los grados de libertad del rodamiento  $j$  situado en el eje  $i$ .

Completan la expresión las matrices de masa  $[M]$ , amortiguamiento,  $[C]$  y rigidez  $[K]$  siendo todas ellas matrices de términos constantes. La matriz de rigidez incorpora la rigidez a flexión y torsión de los ejes de soporte mientras que, como se ha señalado anteriormente, la matriz de amortiguamiento añade además del amortiguamiento asociado con la operación de los rodamientos.

### 3. Descripción de la transmisión a analizar

El modelo descrito anteriormente ha sido implementado con el propósito de simular el comportamiento de una transmisión mediante una pareja de engranajes cilíndricos de dientes rectos definida por los parámetros que se muestran en la Tabla 1 de acuerdo con el esquema que se presenta en la Figura 2.

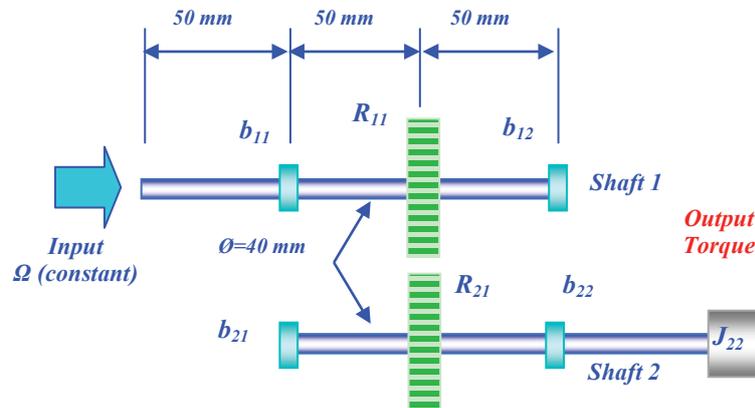


Figura 2: Esquema de la transmisión a analizar.

Ambas ruedas están soportadas mediante sendas parejas de rodamientos idénticos dispuestos de forma que todos los elementos rodantes se encuentran en fase y con las características recogidas en la Tabla 2. La información relativa a los ejes se encuentra en la Tabla 3.

Tabla 1: Datos y parámetros relativos a los engranajes.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Numero de dientes	28	Redondeo punta cremallera	0.25 m
Modulo (m)	3.175 [mm]	Redondeo de la punta rueda	0.05 m
Modulo Elástico	210 [GPa]	Ancho de cara	6.35 [mm]
Coefficiente de Poisson	0.3	Radio del eje	20 [mm]
Angulo de Presión	20 [degree]	Masa (miR1)	0.7999 [Kg]
Add. de la cremallera	1.25 m	Inercia Rotacional (JiR1)	4.0 10-4 [Kgm2]
Dedd. de la cremallera	1 m	Viscosidad Lubricante	0.004 [Pas]

Tabla 2: Datos y parámetros relativos a los rodamientos.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Rigidez de contacto	1.2 1010 [N/m3/2]	Diámetro bola	12.7 [mm]
Numero de bolas	9	$m_{1b1} = m_{2b2}$	0.490 [Kg]
Juego radial	15 [μm]	$m_{2b1} = m_{1b2}$	0.245 [Kg]
Diámetro pista exterior	77.706 [mm]	$J_{1b1} = J_{2b2}$	9.8 10-5 [Kgm2]
Diámetro pista interior	52.291 [mm]	$J_{2b1} = J_{1b2}$	4.9 10-5 [Kgm2]
Radio canal interior	6.6 [mm]	Amortiguamiento 5%	334.27 [Ns/m]

Tabla 3: Datos y parámetros relativos a los ejes.

Parámetro	Valor
Inercia rotacional masa de salida [Kg m2]	$J_{J2} = 3.56 10^{-4}$
Rigidez torsional acoplamiento. Entrada / Salida [Nm/rad]	$K_{T1J1b1} = K_{T2b2J2} = 4.0 105$
Amortiguamiento torsional acoplamiento. Entrada / Salida [Nms/rad] 1%	$C_{T1J1b1} = C_{T2b2J2} = 3.5761$
Rigidez torsional del eje [Nm/rad]	$K_{Tib1R1} = K_{TIR1b2} = 4.0 105$
Amortiguamiento torsional del eje [Nms/rad]	$C_{Tib1R1} = C_{TIR1b2} = 0$
Rigidez a flexión del eje [N/m]	$K_{ib1R1} = K_{IR1b2} = 6.24 108$
Amortiguamiento a flexión del eje [Ns/m] 1%	$C_{ib1R1} = C_{IR1b2} = 31.6$

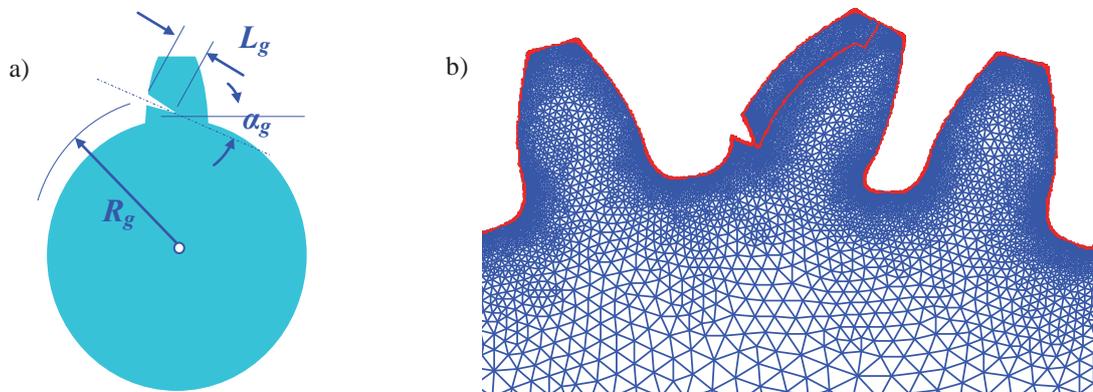
Durante las simulaciones, con el objeto de conseguir las condiciones deseadas de par y velocidad, se ha considerado que la transmisión está accionada mediante un motor cuya velocidad es constante y que se encuentra conectado con el eje de entrada mediante un acoplamiento elástico. El par de trabajo de la transmisión se introduce en el eje de salida.

#### 4. Implementación de la grieta en la base de un diente.

Como se ha señalado en el apartado introductorio, la presencia de una grieta se manifiesta en forma de modulación de la amplitud y la fase de la señal vibratoria entorno a la frecuencia de engrane, como consecuencia de la alteración local de la rigidez del diente afectado. Por lo tanto, la inclusión de una grieta en el modelo planteado afectará únicamente al comportamiento global del diente, por lo que será preciso elaborar un modelo MEF específico de incorpore este fenómeno, modificando las correspondientes matrices de flexibilidad empleadas en la obtención de los esfuerzos de contacto. Dicho modelo considera una grieta simplificada, localizada próxima a la base del diente, con una orientación y tamaño determinados.

Teniendo en cuenta las limitaciones de la herramienta empleada en el desarrollo de los modelos de elementos finitos, (PDE Toolbox de Matlab), el modelo de grieta no incluye elementos específicos que representen el comportamiento en el fondo de la misma. No obstante, dado que lo que se ha pretendido con el modelo de elementos finitos es obtener el desplazamiento del punto en el que se aplica la carga, así como el de los flancos adyacentes, la existencia un mallado inadecuado en la zona próxima a la grieta no afectará a los resultados.

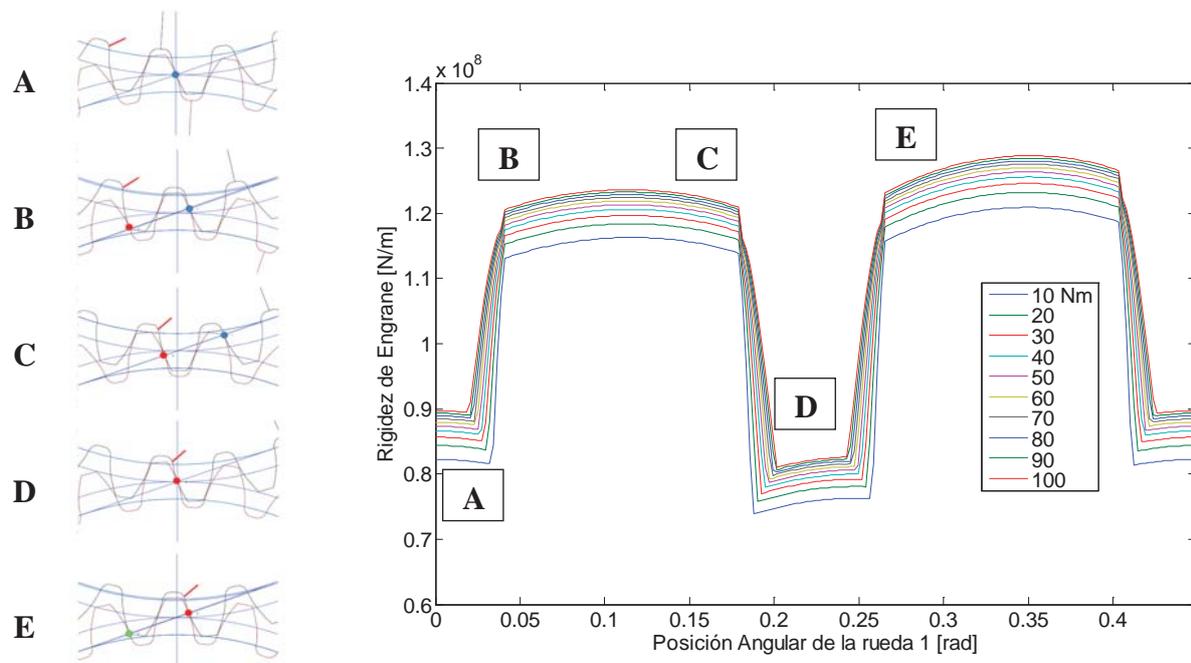
La grieta viene definida por su posición radial ( $R_g$ ), por el ángulo que forma con la horizontal ( $\alpha_g$ ) y por su longitud ( $L_g$ ), de acuerdo con la Figura 3 a). A modo de ejemplo, en la Figura 3 b) se muestra un modelo representativo en donde se aprecia la presencia de este defecto así como la deformación (exagerada) que presenta el diente cuando se aplica una carga en el flanco.



**Figura 3:** a) Parámetros que definen la presencia de una grieta; b) Ejemplo de modelo de elementos finitos incluyendo la presencia de la grieta.

La introducción de la grieta altera el error de transmisión resultante y la correspondiente rigidez a lo largo del contacto del diente defectuoso, afectando a dos ciclos de engrane. La determinación del error de transmisión se lleva a cabo mediante un análisis cuasiestático en el que se impone la posición angular de la rueda 1 y el par de trabajo de la transmisión, obteniéndose la posición del centro de ambas ruedas y la rotación de la rueda 2. Durante este análisis se obtienen los solapamientos geométricos correspondientes a cada contacto y la correspondiente rigidez a lo largo de los dos ciclos de engrane en los que interviene el diente dañado.

En la Figura 4 se muestra la rigidez de engrane obtenida considerando diversas magnitudes del par a transmitir cuando se introduce una grieta de longitud  $L_g = 1,5$  mm localizada en un radio  $R_g = 41,29$  mm, y con una orientación de  $\alpha_g = 30^\circ$ . El contacto del diente defectuoso se produce en tres fases que discurrirán en un sentido u otro en función del sentido del par aplicado y de la rotación de la transmisión. Con el objeto de describir estas fases, en el margen izquierdo de la Figura 4 se representa la secuencia de contactos asumiendo que el sentido de giro de la rueda 1 es anti-horario y que el par aplicado en la rueda 2 es negativo. Cuando la posición angular de la rueda 1 es de  $0^\circ$  el contacto tiene lugar en el punto primitivo involucrando a un diente sin defecto. Al girar en sentido anti-horario, el diente defectuoso, situado a la izquierda participa en el contacto compartiendo la carga entre con el diente sano, entre las posiciones B y C. Esta es la primera fase de contacto en la que este se produce en el punto correspondiente al máximo radio de contacto, por lo que la pérdida de rigidez debido a la presencia de la grieta es más significativa, disminuyendo su importancia a medida que el punto de contacto va desplazándose sobre el perfil y por lo tanto se reduce el radio de actuación de la carga. En el momento en el que el diente defectuoso soporta toda la carga (posición D), la rigidez sufre una reducción brusca, apreciándose de nuevo la menor intensidad de este incremento conforme se va reduciendo el radio del punto de contacto. Finalmente, cuando se inicia el contacto de una nueva pareja (posición E), el diente defectuoso presentará un menor radio para el punto de contacto, por lo que la modificación de la rigidez será sensiblemente inferior a la observada en los tramos anteriores.



**Figura 4:** Rigidez de engrane con distintos niveles de carga ( $L_g=1,5$  mm,  $R_g=41,29$  mm;  $\alpha_g = 30^\circ$ )

La magnitud del par aplicado altera la duración de los tramos de contacto simple y doble y por lo tanto modifica la relación de contacto efectiva y el comportamiento dinámico. La alteración de la rigidez del diente defectuoso también aparece reflejada en el coeficiente de reparto de cargas.

Por último, conviene señalar que mientras en general, la presencia de una grieta se suele manifestar en una modificación de la rigidez del diente, el crecimiento de la misma tendrá como consecuencia un aumento de la zona plástica en el fondo de la grieta y por lo tanto la aparición de una deformación permanente del perfil del diente. La evaluación de esta deformación permanente requiere un análisis de tipo no lineal considerando elementos adecuados para representar dicho comportamiento en el fondo de fisura. Este aspecto queda fuera de este trabajo, sin embargo, si es factible la alteración puntual del error de paso del diente o su error de perfil de cara a incorporar esta posibilidad de forma aproximada.

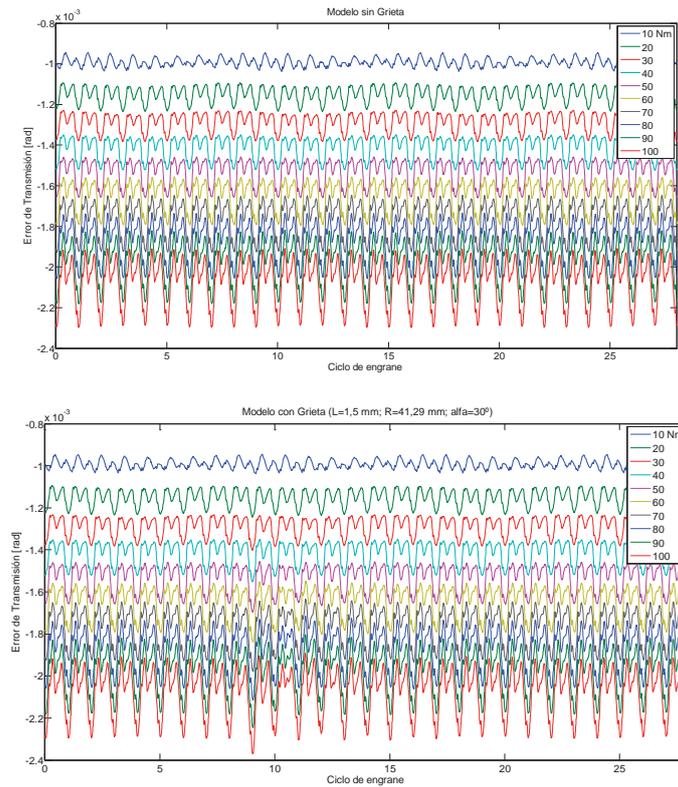
## 5. Simulaciones dinámicas

Con el propósito de analizar cuales son las consecuencias de la aparición de la grieta, se han llevado a cabo simulaciones dinámicas considerando una velocidad de operación constante de 1000 r.p.m. y varios niveles de par. La grieta considerada está localizada en la rueda 1 y se caracteriza por los parámetros definidos en el apartado anterior ( $L_g=1,5$  mm,  $R_g=41,29$  mm,  $\alpha_g=30^\circ$ ). Las ecuaciones dinámicas se han integrado en el entorno SIMULINK empleando un algoritmo de paso fijo (ode3 Bogacki-Shampine) con una frecuencia de 75 kHz. Con el objetivo de reducir la duración de los transitorios, antes de iniciar la integración numérica, con el propósito de determinar las condiciones iniciales, se lleva a cabo un análisis cuasi-estático previo mediante el que se localiza la posición final del centro de los ejes en función del par aplicado. Durante el proceso de integración, una función identifica la participación en el contacto del diente defectuoso y modifica los valores de rigidez asociados con los distintos puntos en contacto.

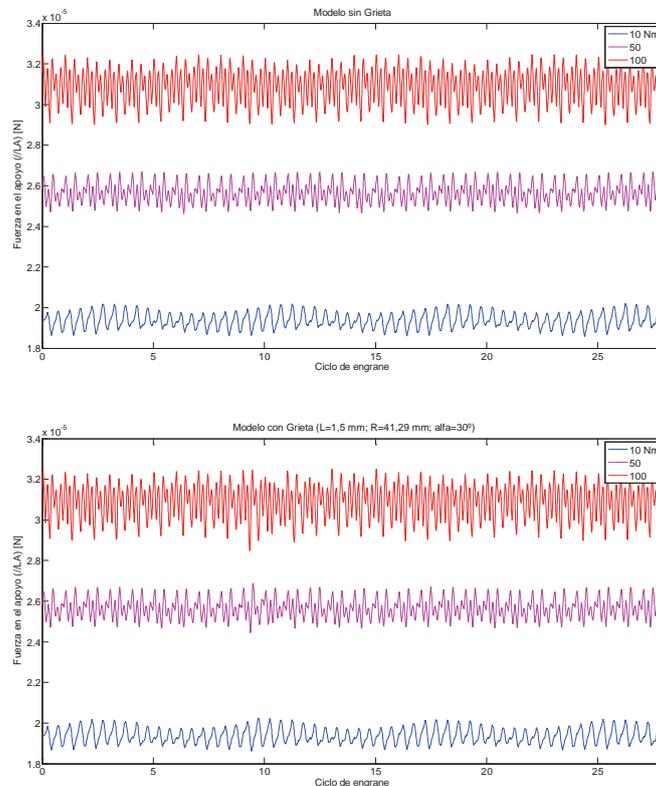
En la Figura 5 a) se presenta el error de transmisión obtenido para una rotación completa de la transmisión, considerando distintos niveles de par, cuando no existe defecto y cuando se incluye la presencia de la grieta (Figura 5 b). La presencia de la grieta, entorno al ciclo de engrane número 10 se hace más evidente cuando el par es más elevado.

La alteración en el error de transmisión se transmite a los apoyos, que es donde se ubicarán los captadores de vibración y aparece reflejada en los esfuerzos en la dirección de la línea de transmisión que se representan en la Figura 6. En este caso la presencia del defecto no es fácilmente apreciable resultando igualmente compleja para cualquier nivel de par. Un análisis en el dominio de la frecuencia sí permite observar las diferencias, apreciándose pequeñas alteraciones de las amplitudes de las bandas laterales entorno a los armónicos de la frecuencia de engrane. También se observa un incremento significativo de la amplitud del intervalo de frecuencias entre el 2º y 3er armónico de la frecuencia de engrane debido a la excitación de una frecuencia de resonancia del conjunto. Esta frecuencia se desplaza en el sentido creciente del eje de frecuencias conforme se

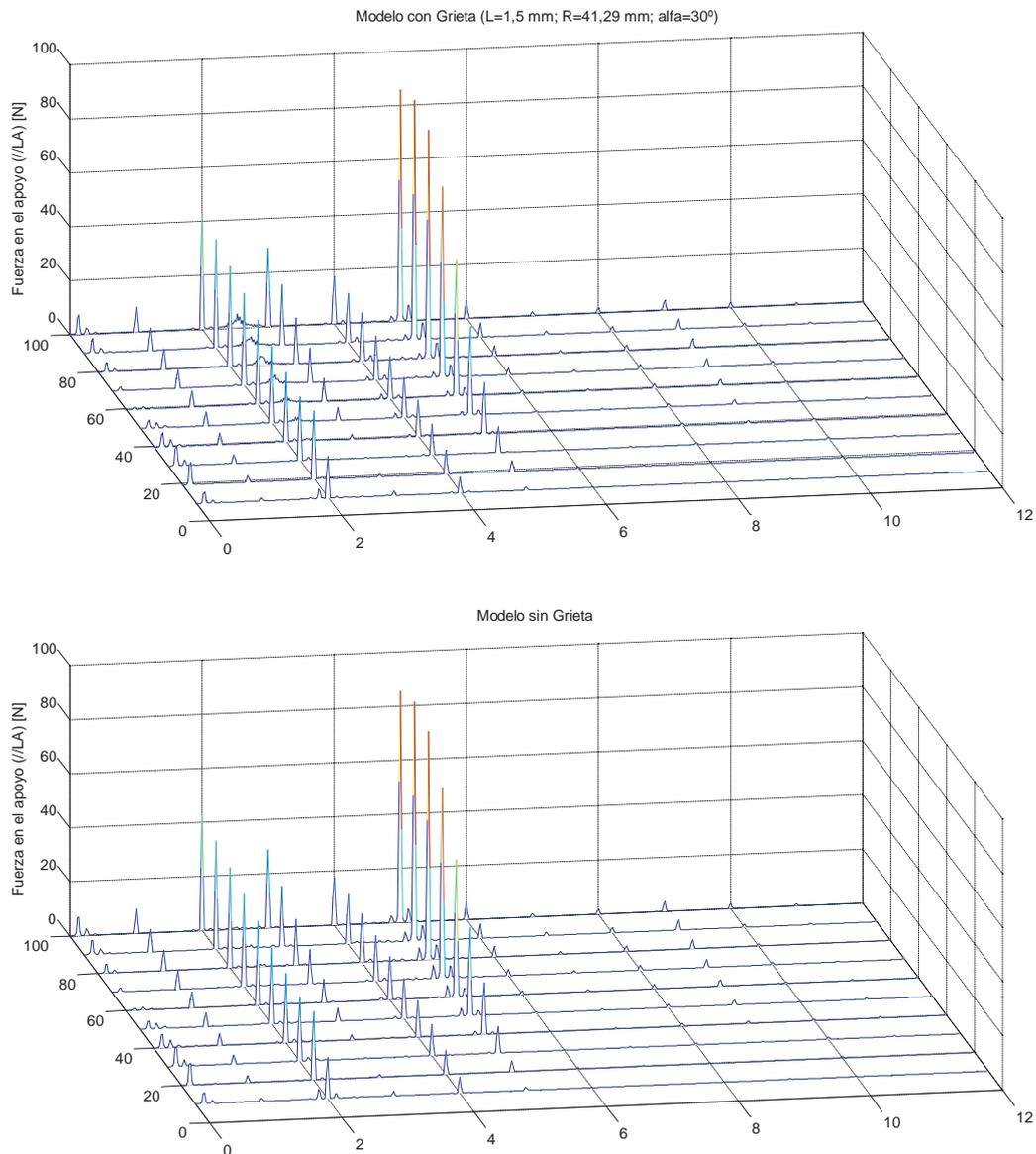
incrementa la carga debido al incremento de rigidez vinculado con los contactos entre dientes y entre pistas y elementos rodantes.



**Figura 5:** Error de transmisión considerando distintos niveles de par (1000 r.p.m.): a) sin defecto b) incluyendo grieta en un diente ( $L_g = 1,5$  mm,  $R_g = 41,29$  mm;  $\alpha_g = 30^\circ$ )



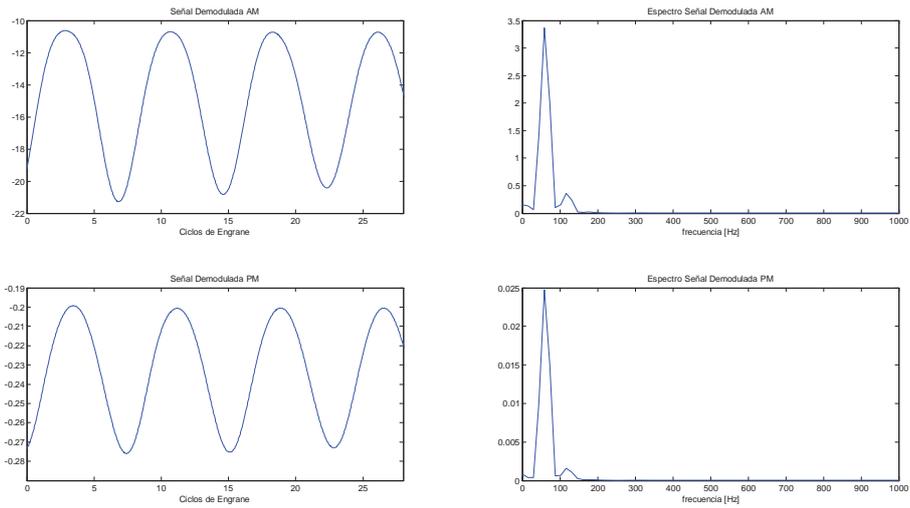
**Figura 6:** Esfuerzos en el apoyo **1b1** en la dirección de la línea de acción considerando distintos niveles de par (1000 r.p.m.) a) sin defecto b) incluyendo grieta en un diente ( $L_g = 1,5$  mm,  $R_g = 41,29$  mm;  $\alpha_g = 30^\circ$ )



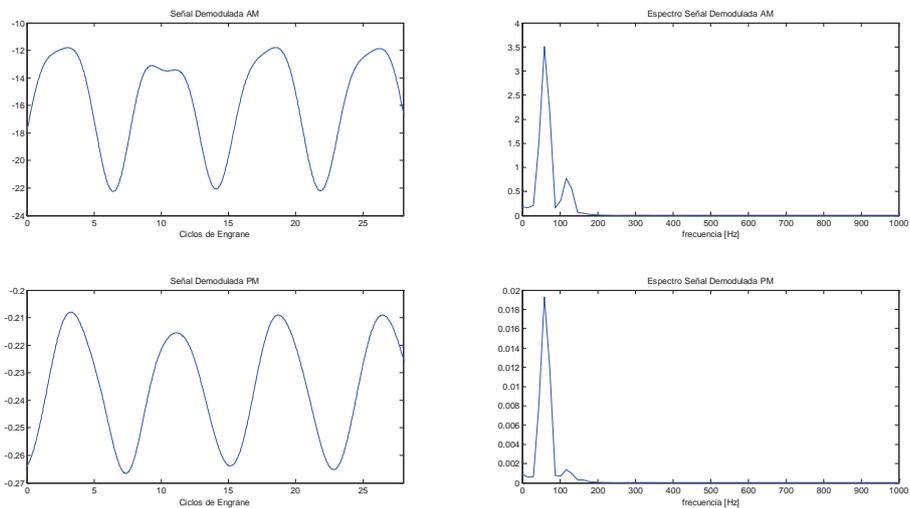
**Figura 7:** Espectro de la fuerza paralela a la línea de acción (**1b1**) considerando distintos niveles de par (1000 r.p.m.) a) sin defecto b) incluyendo grieta en un diente ( $L_g = 1,5$  mm,  $R_g = 41,29$  mm;  $\alpha_g = 30^\circ$ )

La detección del defecto y la localización del mismo puede llevarse a cabo mediante la demodulación de la señal. Para ello es preciso filtrar el registro entorno a uno de los armónicos de la GMF. Con el propósito de identificar cual de ellos es el más adecuado, se han analizado los 6 primeros armónicos extrayendo la señal demodulada en amplitud y frecuencia para los distintos niveles de carga considerados. La evaluación de los resultados muestra que el armónico de la frecuencia de engrane que permite la detección del defecto depende de la magnitud del par a transmitir. A modo de ejemplo se muestran los resultados obtenidos con los armónicos 2° y 5° y los niveles de par extremos de 10 y 100 Nm. En la Figura 8 se muestran los resultados obtenidos en el caso del par de 10 Nm al filtrar el 2° armónico de la GMF en ausencia de fallo, mientras que en la Figura 9 se presentan los resultados en presencia de la grieta. La combinación de par y armónico de filtrado no permite identificar la presencia del defecto. Por el contrario, si en lugar del segundo armónico, el filtrado se llevara a cabo entorno al 5° armónico de la frecuencia de engrane (ver Figura 10 y Figura 11) si puede observarse la posibilidad de identificar la presencia del defecto en las proximidades del ciclo número 10.

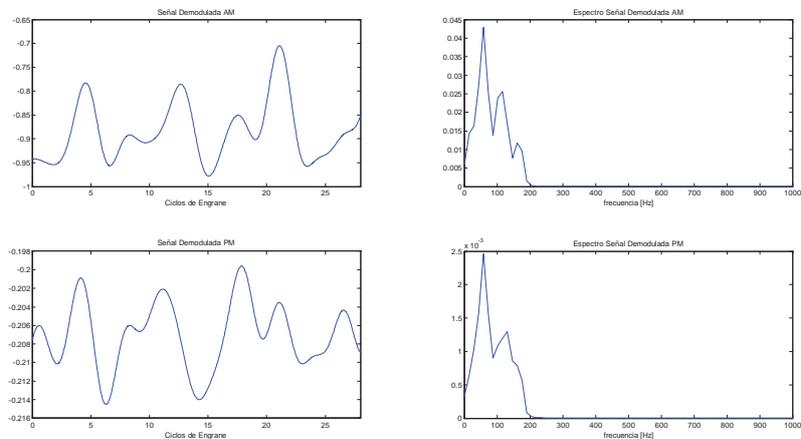
Sin embargo al incrementarse la magnitud del par a transmitir, la eficiencia del armónico a filtrar se intercambia. Así, cuando el par es de 100 Nm, la presencia del defecto se aprecia claramente cuando el armónico a filtrar es el segundo (ver Figura 12 y Figura 13) mientras que no es posible detectarlo si el armónico seleccionado fuera el 5° (ver Figura 14 y Figura 15).



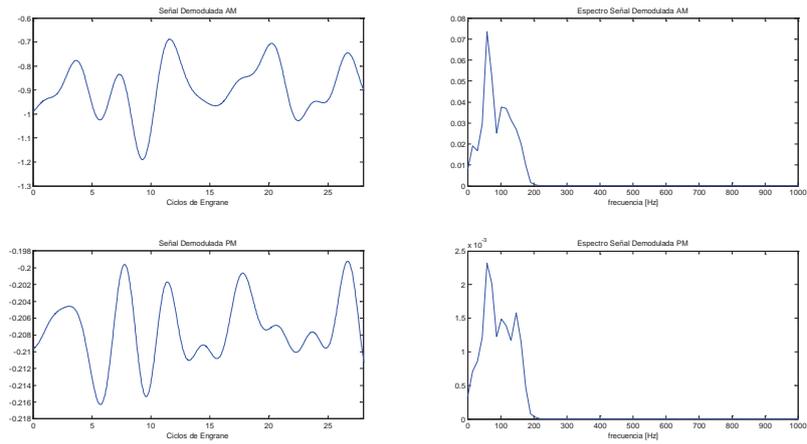
**Figura 8:** Demodulación (filtrando en 2xGMF) en amplitud (fila superior) y fase (fila inferior), de la fuerza paralela a la línea de acción en el apoyo **1b1** sin defecto, 10 Nm, (1000 r.p.m.).



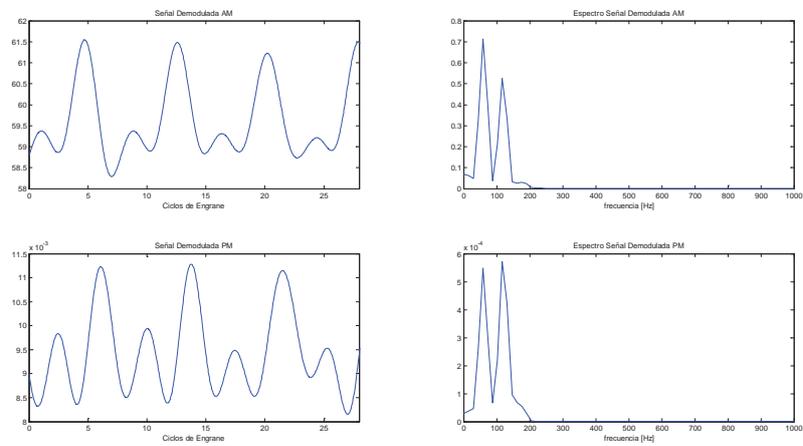
**Figura 9:** Demodulación (filtrando en 2xGMF) en amplitud (fila superior) y fase (fila inferior), de la fuerza paralela a la línea de acción en el apoyo **1b1** con grieta, 10 Nm, (1000 r.p.m.).



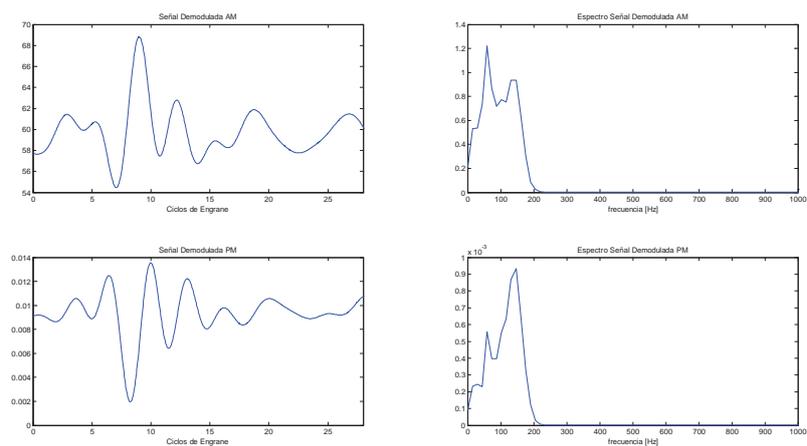
**Figura 10:** Demodulación (filtrando en 5xGMF) en amplitud (fila superior) y fase (fila inferior), de la fuerza paralela a la línea de acción en el apoyo **1b1** sin defecto, 10 Nm, (1000 r.p.m.).



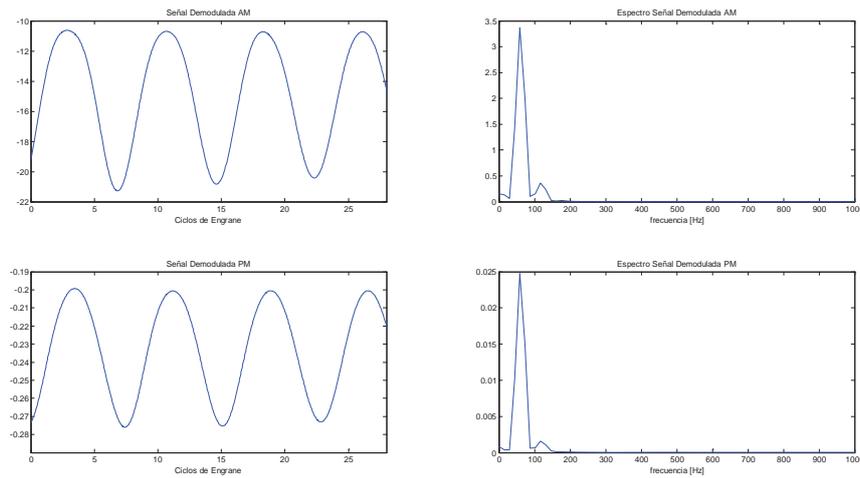
**Figura 11:** Demodulación (filtrando en 5xGMF) en amplitud (fila superior) y fase (fila inferior), de la fuerza paralela a la línea de acción en el apoyo **1b1** con grieta, 10 Nm, (1000 r.p.m.).



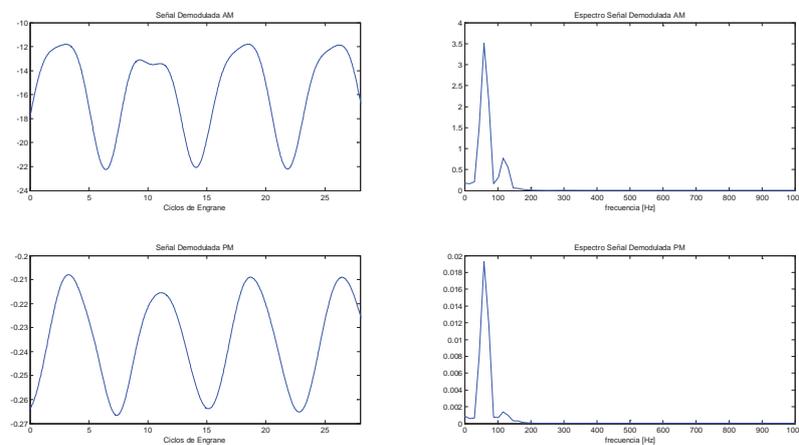
**Figura 12:** Demodulación (filtrando en 2xGMF) en amplitud (fila superior) y fase (fila inferior), de la fuerza paralela a la línea de acción en el apoyo **1b1** sin defecto, 100 Nm, (1000 r.p.m.).



**Figura 13:** Demodulación (filtrando en 2xGMF) en amplitud (fila superior) y fase (fila inferior), de la fuerza paralela a la línea de acción en el apoyo **1b1** con grieta, 100 Nm, (1000 r.p.m.).



**Figura 14:** Demodulación (filtrando en 5xGMF) en amplitud (fila superior) y fase (fila inferior), de la fuerza paralela a la línea de acción en el apoyo **1b1** sin defecto, 100 Nm, (1000 r.p.m.).



**Figura 15:** Demodulación (filtrando en 5xGMF) en amplitud (fila superior) y fase (fila inferior), de la fuerza paralela a la línea de acción en el apoyo **1b1** con grieta, 100 Nm, (1000 r.p.m.).

## 6. Conclusiones

En este trabajo se ha presentado un modelo conjunto de engranajes y rodamientos capaz de simular comportamiento dinámico de una transmisión mediante engranajes. El modelo propuesto contempla la inclusión de una grieta en la base de los dientes y ha sido aplicado a una transmisión ejemplo incluyendo este tipo de defecto. Los resultados obtenidos en las simulaciones reflejan las prestaciones del modelo. La presencia de una grieta en la base de un diente aparece con claridad si se analiza el error de transmisión pero resulta más complejo en el caso de que se analicen los esfuerzos transmitidos a la carcasa que serán los que estarán directamente vinculados con las aceleraciones registradas en los apoyos. En cualquier caso, frente a otros modelos desarrollados en la literatura, las señales obtenidas proporcionan una descripción realista del defecto que no es evidente de forma inmediata. Se han llevado a cabo simulaciones considerando distintos niveles de par observando como este parámetro interacciona con los armónicos de la frecuencia de engrane y condiciona la capacidad de detección del defecto mediante la demodulación en amplitud y frecuencia de las señales dinámicas.

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido desarrollado en el marco del proyecto DPI2017-85390-P, financiado por el Ministerio Español de Ciencia y Tecnología.

## 7. Referencias

- [1] P.D. McFadden, "Detecting fatigue cracks in gears by amplitude and phase demodulation of the meshing vibration", *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME* **108** 165-170. (1986).
- [2] P.D. Mcfadden, J.D. Smith, "A signal processing technique for detecting local defects in a gear from the signal average of the vibration", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* **199** 287-292. (1985).
- [3] A. Fernandez-del-Rincon, P. Garcia, A. Diez-Ibarbia, A. de-Juan, M. Iglesias, F. Viadero, "Enhanced model of gear transmission dynamics for condition monitoring applications: Effects of torque, friction and bearing clearance", *Mechanical Systems and Signal Processing* **85** 445-467. (2017).
- [4] A. Fernández, M. Iglesias, A. De-Juan, P. García, R. Sancibrián, F. Viadero, "Gear transmission dynamic: Effects of tooth profile deviations and support flexibility", *Applied Acoustics* **77** 138-149. (2014).
- [5] H. Ma, J. Zeng, R. Feng, X. Pang, Q. Wang, B. Wen, "Review on dynamics of cracked gear systems", *Engineering Failure Analysis* **55** 224-245. (2015).
- [6] I. Howard, S. Jia, J. Wang, "The dynamic modelling of a spur gear in mesh including friction and a crack", *Mechanical Systems and Signal Processing* **15** 831-853. (2001).
- [7] S. Jia, I. Howard, "Comparison of localised spalling and crack damage from dynamic modelling of spur gear vibrations", *Mechanical Systems and Signal Processing* **20** 332-349. (2006).
- [8] H. Ma, X. Pang, J. Zeng, Q. Wang, B. Wen, "Effects of gear crack propagation paths on vibration responses of the perforated gear system", *Mechanical Systems and Signal Processing* **62-63** 113-128. (2015).
- [9] R. Shao, F. Dong, W. Wang, P. Jia, "Influence of cracks on dynamic characteristics and stress intensity factor of gears", *Engineering Failure Analysis* **32** 63-80. (2013).
- [10] F. Chaari, T. Fakhfakh, M. Haddar, "Analytical modelling of spur gear tooth crack and influence on gearmesh stiffness", *European Journal of Mechanics - A/Solids* **28** 461-468. (2009).
- [11] Z. Chen, Y. Shao, "Mesh stiffness calculation of a spur gear pair with tooth profile modification and tooth root crack", *Mechanism and Machine Theory* **62** 63-74. (2013).
- [12] R. Ma, Y. Chen, "Research on the dynamic mechanism of the gear system with local crack and spalling failure", *Engineering Failure Analysis* **26** 12-20. (2012).
- [13] X. Liang, M.J. Zuo, M. Pandey, "Analytically evaluating the influence of crack on the mesh stiffness of a planetary gear set", *Mechanism and Machine Theory* **76** 20-38. (2014).
- [14] A. Fernandez Del Rincon, F. Viadero, M. Iglesias, P. García, A. De-Juan, R. Sancibrian, "A model for the study of meshing stiffness in spur gear transmissions", *Mechanism and Machine Theory* **61** 30-58. (2013).
- [15] A.F. Del Rincon, F. Viadero, M. Iglesias, A. De-Juan, P. Garcia, R. Sancibrian, "Effect of cracks and pitting defects on gear meshing", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* **226** 2805-2815. (2012).
- [16] A model of spur gears supported by ball bearings. WIT Transactions on Modelling and Simulation; 2007.
- [17] S. Fukata, E.H. Gad, T. Kondou, T. Ayabe, H. Tamura, "ON THE RADIAL VIBRATION OF BALL BEARINGS. (COMPUTER SIMULATION)", *Bulletin of the JSME* **28** 899-904. (1985).