

Síntesis de guiado de sólido rígido en mecanismos espaciales mediante coeficientes de sensibilidad relativos

Pablo García Fernández, Ramón Sancibrián Herrera, Fernando Viadero Rueda, Alfonso Fernández del Rincón

ETSIT, Universidad de Cantabria, Avda. de Los Castros s/n, 39005-Santander, Cantabria, Telf.: 942201856, Fax: 942201853, garciafp@unican.es

Resumen

En este artículo se presenta un método para la síntesis dimensional óptima de mecanismos espaciales. Dicho método está basado en el cálculo exacto del gradiente a través de los denominados coeficientes de sensibilidad. La formulación de los mecanismos analizados se hace mediante ecuaciones de restricción en coordenadas esféricas. Una de las principales características del método es que hace posible la definición de un número elevado de posiciones de precisión así como la inclusión de distintos tipos de restricciones cinemáticas adicionales manteniendo unos tiempos de convergencia bajos.

Para mostrar sus características se ha aplicado a un mecanismo de suspensión de automóvil del tipo triángulos superpuestos.

Palabras Clave: Síntesis, sensibilidad, mecanismos espaciales, optimización.

Abstract

In this paper a method for dimensional synthesis in spatial linkages is presented. This method is based on the calculus of the exact gradient through the called sensitivity coefficients. The modelling of the mechanisms uses constraint equations formulated in spherical coordinates. One of the main advantages of the method is the possibility of definition of a high number of precision poses as well as various types of kinematics constraints with a low convergence time.

An automotive suspension mechanism type double wishbone is used to test the abilities of the method.

Keywords: Synthesis, linkages, sensitivity, spatial linkages, optimization.

1. Introducción

En el diseño de máquinas uno de los problemas cinemáticos que se presenta con notable frecuencia es el de guiado de sólido rígido. Los métodos desarrollados para abordar este problema han sido numerosos [1-2]. Cuando se trata del diseño de mecanismos espaciales, los únicos métodos prácticos son los analíticos y los numéricos. En general, los métodos analíticos tratan de hallar una solución exacta de un mecanismo que cumpla con un conjunto de posiciones de precisión para uno de sus elementos. Estos métodos suelen ser eficaces cuando tanto el número de posiciones de precisión como el número de variables de diseño es reducido [3]. En el caso de que los requerimientos de síntesis

sean mayores se suele recurrir a métodos numéricos para hallar la solución, normalmente empleando alguna técnica de optimización que haga mínima una función de error establecida entre la serie de posiciones deseadas y la alcanzada por el mecanismo solución.

Sin embargo, el tratamiento del problema de guiado de sólido rígido no se puede considerar ni mucho menos resuelto. Un gran número de métodos se han desarrollado para un mecanismo concreto y son difícilmente extrapolables a otros [4]. Por su parte los que son de aplicación general, cuando el número de variables o posiciones de precisión es elevado, presentan unos largos tiempos de ejecución que los hacen poco prácticos. Estas deficiencias son aún más notables cuando se trata del diseño de mecanismos espaciales.

Este artículo presenta un método de optimización para la síntesis de guiado de sólido rígido basado en los denominados coeficientes de sensibilidad. Estos coeficientes miden la influencia de la variación de cada una de las variables de diseño sobre el movimiento deseado entre dos posiciones sucesivas. Mediante un proceso iterativo se minimiza una función de error hasta la obtención del mecanismo que proporciona la mejor solución posible.

La aplicación del método desarrollado resulta de especial interés en aquellos casos en que se requiera un gran número de posiciones de precisión y/o de variables de diseño. Los tiempos de ejecución son relativamente bajos y perfectamente admisibles en su aplicación práctica. Además puede incorporar condiciones de síntesis adicionales, tanto cinemáticas como de otro tipo, sin incrementar en exceso dichos tiempos de ejecución.

2. Planteamiento del método

La técnica propuesta identifica y modifica aquellas variables de diseño que requieren una variación mínima para lograr que un mecanismo de partida llegue a cumplir con los requerimientos de diseño. La determinación de este mecanismo inicial depende de la experiencia del analista, no obstante, puede hacerse uso de otros métodos de síntesis exacta, en los que se consideren tan solo unos pocos puntos de precisión para reducir la subjetividad de esta fase inicial.

Tanto la definición del mecanismo como los requerimientos de diseño se formulan a través de ecuaciones de restricción. Podemos expresar las ecuaciones de restricción según la Ecuación (1)

$$\Theta(q, z) = 0 \quad (1)$$

Donde q representa las coordenadas dependientes y z las variables de diseño.

Entre las ecuaciones de restricción se encuentran necesariamente aquellas que definen el comportamiento cinemático del mecanismo, pero también se pueden añadir otros tipos de ecuaciones de restricción al proceso de síntesis u otras relacionadas con criterios del mecanismo distintos de los puramente cinemáticos. Las que definen el comportamiento van a depender del tipo de mecanismo estudiado. Al tratarse de mecanismos espaciales el uso de coordenadas esféricas simplifica la formulación de estas ecuaciones. Los otros dos tipos de ecuaciones de restricción se formulan en función del propio mecanismo y de los requerimientos de diseño prefijados.

Para el planteamiento del problema de guiado de sólido rígido es necesario definir una serie de posiciones por las que debe pasar un elemento del mecanismo durante el movimiento de éste. Una posición deseada por la que debe pasar el cuerpo de referencia se formula según la Ecuación (2).

$$\Psi_d^T = [\zeta_d^T, \Omega_d^T] \quad (2)$$

donde ζ_d^T es el vector del punto de referencia de la posición y Ω_d^T el vector de ángulos de orientación del cuerpo.

El proceso de optimización trata de minimizar una función de error. En base al concepto del valor cuadrático se define una función de error de la forma dada por la Ecuación 3.

$$SE = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \left\{ [\Psi_g(j) - \Psi_d(j)]^T - [\Psi_g(j) - \Psi_d(j)] \right\} \quad (3)$$

donde el índice j señala la posición del mecanismo, $\Psi_g(j)$ define la posición alcanzada por el mecanismo inicial, y m indica el número de posiciones de precisión.

Para minimizar la Ecuación (3) se deriva (un sólo sumando) según las variables de diseño e igualando a cero nos queda la Ecuación (4)

$$J(j)^T [\Psi_d(j) - \Psi_g(j)] = 0 \quad (4)$$

donde $J(j)$ es la matriz jacobiana de las ecuaciones de restricción. Cada uno de sus términos se ha denominado como *coeficientes de sensibilidad* ya que indican la influencia de una variación de una variable de diseño sobre la posición actual del mecanismo.

$$J^j(Z) = \left[\frac{d\Psi_g^j(Z)}{dZ} \right] \quad (5)$$

Los coeficientes de sensibilidad se pueden calcular numéricamente o bien analíticamente a partir de las ecuaciones de restricción. La obtención numérica reduce la participación del analista en el proceso de implementación del método y puede ser útil para el desarrollo de un software de carácter general. Sin embargo la obtención analítica favorece la velocidad y la precisión del método.

3. El proceso de optimización

Una vez definidas las variables de diseño, el mecanismo inicial y las posiciones de precisión se calculan entre cada dos posiciones sucesivas los coeficientes de sensibilidad respecto a las variables de diseño.

Cada uno de estos coeficientes de sensibilidad se puede aproximar de acuerdo con la Ecuación (6)

$$J^j(Z) \approx \frac{\Psi_d^j(Z) - \Psi_g^j(Z)}{Z_{k+1}^j - Z_k^j} \quad (6)$$

A partir de ésta se obtiene la modificación necesaria para corregir la posición generada por el mecanismo hasta la posición deseada.

$$Z_{k+1}^j = Z_k^j + \left[J^j(Z) \right]^{-1} [\Psi_d^j(Z) - \Psi_g^j(Z)] \quad (7)$$

Entre todas las variaciones posibles sobre las variables de diseño se elegirá la menor de ellas, con el fin de evitar que el mecanismo modificado se aleje de la solución inicial en el resto de las posiciones de precisión.

Dado que no es posible la corrección simultánea de todos los parámetros que definen una posición de precisión deberá elegirse cual de ellos corregir en cada paso. Diversas estrategias pueden aplicarse en esta tarea. Por ejemplo, se puede establecer un factor de ponderación para el error de cada parámetro en función de su naturaleza y de la tolerancia admisible sobre las condiciones de diseño.

Una vez realizado el análisis de todas las posiciones objetivo, se evalúa la función de error para el mecanismo final resultante. Si esta no ha alcanzado un valor mínimo prefijado se vuelve a repetir el proceso en una nueva iteración. El esquema del algoritmo se muestra en la Figura 1.

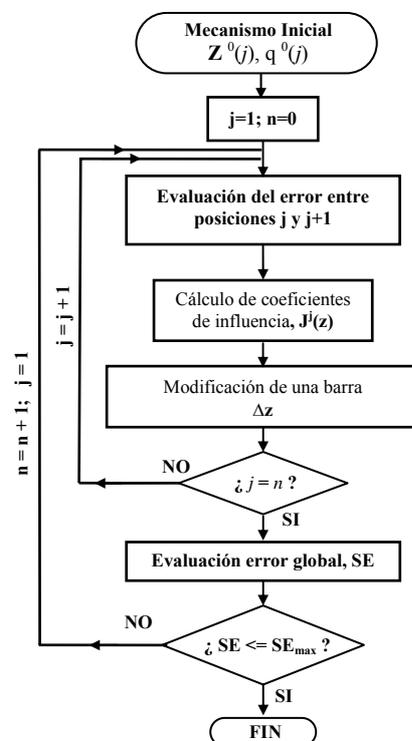


Figura 1. Esquema proceso de optimización

4. Ejemplo de aplicación

El problema de guiado de sólido rígido es una de las tareas fundamentales que se encuentra los diseñadores de sistemas de suspensión de vehículos. Para lograr un correcto comportamiento dinámico del vehículo es necesario que cada rueda tenga una posición y orientación específica durante su movimiento de subida-bajada, tanto respecto del chasis como de otros elementos del propio mecanismo de suspensión.

Para mostrar las capacidades del método presentado se ha decidido aplicarlo a la síntesis de un mecanismo de suspensión de automóvil del tipo triángulos superpuestos (double wishbone). Se han añadido condiciones adicionales para limitar las dimensiones de las barras y poder obtener así un mecanismo acorde con las dimensiones del vehículo. La posición de la rueda queda determinada por las coordenadas de su centro y los ángulos γ y θ de su eje. Un total de 150 posiciones de precisión han sido prefijadas. El esquema del mecanismo estudiado se muestra en la figura 2.

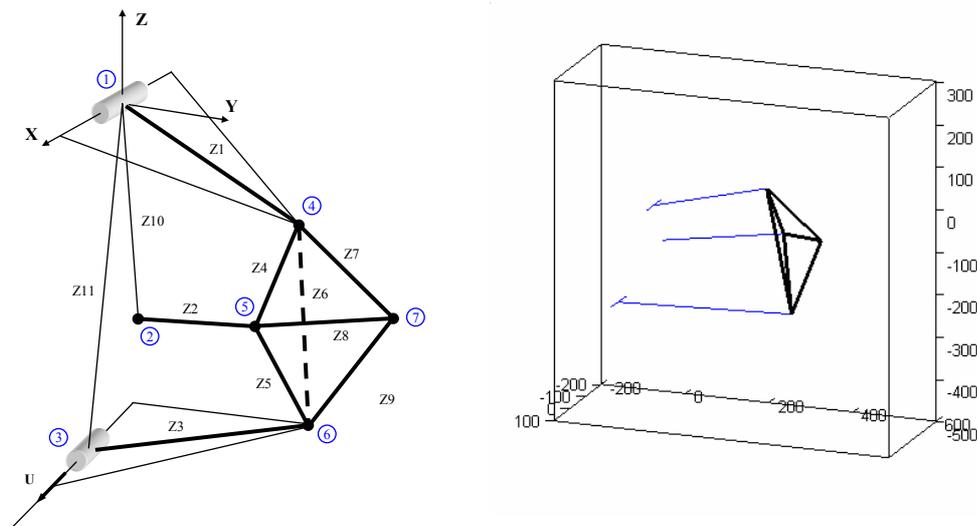


Figura 2. Esquema mecanismo suspensión

Las barras Z10 y Z11 definen los puntos fijos y se consideran invariables durante el proceso de optimización, al igual que los ejes de rotación de los triángulos.

La Tabla 1 muestra los valores de las variables de diseño del mecanismo inicial y el mecanismo optimizado alcanzado tras 5 iteraciones.

Tabla 1. Variables de diseño iniciales y óptimas.

Variable	Valor inicial	Valor Óptimo
Z1	269.1768	248.8965
Z2	311.5278	311.5278
Z3	414.4426	414.4426
Z4	208.6233	208.6233
Z5	188.5234	201.9010
Z6	315.7197	341.0079
Z7	199.8285	199.8285
Z8	125.3881	125.3881
Z9	178.9760	178.9760

La Figura 3 muestra la trayectoria deseada, las proporcionadas por el mecanismo inicial y por el mecanismo resultante de la optimización. De forma análoga la figura 4 muestra la evolución en las curvas de ángulos de convergencia y caída.

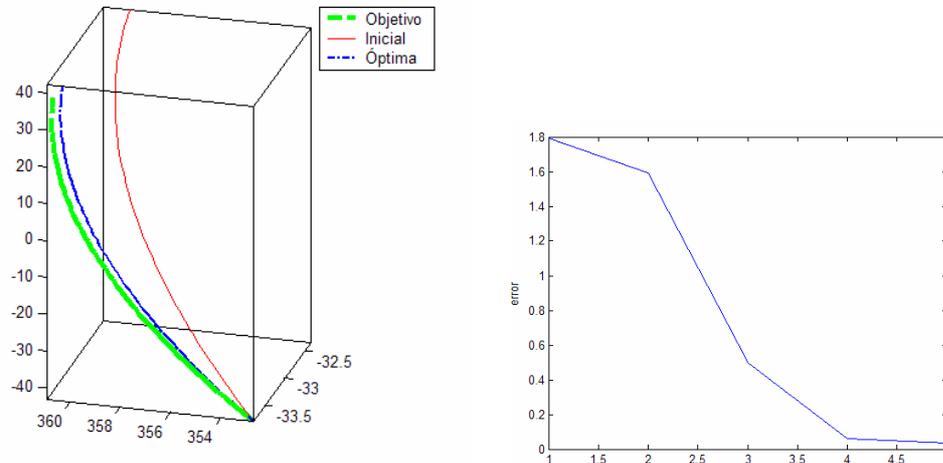


Figura 3. Trayectoria del centro de la rueda y evolución del error.

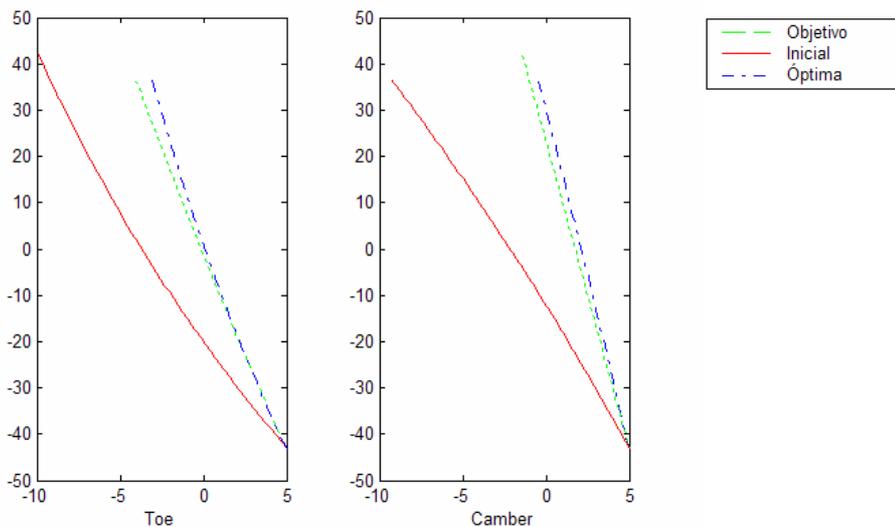


Figura 4. Curvas de ángulos de caída y convergencia.

El tiempo de cálculo ha sido inferior a 3 minutos. Se puede apreciar que la solución alcanzada logra un buen ajuste tanto de la trayectoria del centro de la rueda como de su orientación para cada posición. La convergencia se alcanza prácticamente entre la tercera y la cuarta iteración. Con un número mayor de iteraciones no se logra disminuir apreciablemente el error.

5. Conclusiones

El método presentado en este artículo se muestra como una herramienta eficaz en aquellos problemas de síntesis de guiado de sólido rígido donde es necesario definir un gran número de posiciones de precisión. Además es posible añadir condiciones de síntesis adicionales sin que los tiempos de ejecución se incrementen de forma apreciable. La aplicación de este método a distintos tipos de mecanismos no reviste especial complejidad, si bien es posible plantear el cálculo numérico de los coeficientes de sensibilidad con el fin de simplificar más su aplicación genérica.

6. Referencias

1. Jiménez, J. M., Álvarez, G., Cardenal, J., Cuadrado, J., *MMT* 32(3) (1997) 323-341.
2. Avilés, M.B.G. Ajuria, J. Vallejo, A. Hernández, *FEAD* Vol. 22 (1996) 305-327.
3. Z. Liu, J. Angeles, *TCSME* Vol, 16(4) 1993, pp. 47-60.
4. M-Y Lee, A. G. Erdman, S. Faik, *MMT*, Vol. 34 1999, pp. 1127-1139.
5. Mariappan, J., Krishnamurty, S., *MMT* 3(4) (1996) 413-421.
6. R. Sancibrián, F. Viadero, P. García, A. Fernández, *MMT*, Vol. 39 (2004) 839-856.
7. H. Cheng, K.C. Gupta, *JMTAD*, Vol. 110 (1998) 429-434.
8. Jalón, J. G., Bayo, E., *Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems*, Springer-Verlag, New York, 1993.

7. Agradecimientos

Este trabajo ha sido desarrollado en el marco del Proyecto DPI2002-02043 financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología del Gobierno de España.