

# Análisis del resalto hidráulico sumergido en cuenco amortiguador radial convergente<sup>(\*)</sup>

Por JOSE ANGEL SAINZ BORDA; ANDRES LIAÑO HERRERA  
JOSE REVILLA CORTEZON Y AGUSTIN ASCORBE SALCEDO

Profesores Titulares de Ingeniería Hidráulica E.T.S.  
Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander

*La disposición de un cuenco amortiguador con formación de resalto hidráulico es una solución habitual para la disipación de energía en presas vertedero. En el artículo se realiza un estudio teórico-experimental de las características del resalto hidráulico sumergido que se produce en un cuenco radial convergente. Los resultados se presentan en forma de gráficos adimensionales y se comparan con los correspondientes a un cuenco rectangular.*

## 1. INTRODUCCION

Se denomina resalto hidráulico al fenómeno que se produce, en flujos en lámina libre, en la transición brusca de régimen rápido a lento. Se caracteriza por la formación de un violento remolino de eje horizontal, que facilita el arrastre de una importante cantidad de aire hacia el interior de la masa de agua, consiguiéndose una notable disipación de energía.

Las características del resalto hidráulico denominado clásico, en cuenco con solera horizontal, cajeros verticales y planta rectangular, son de sobra conocidas. Por otro lado, como se comprueba en la bibliografía adjunta, numerosos autores han analizado las características del fenómeno en otros casos, que pueden considerarse variantes del denominado clásico.

Así, se han analizado, entre otros, los casos de resalto hidráulico sumergido; cuenco con solera inclinada, sección transversal diferente de la rectangular y el de cuenco de planta no rectangular. En este último, se han considerado las variantes de cuenco radial divergente y de cuenco con expansión brusca.

En la bibliografía consultada no se han encontrado referencias del análisis de un cuenco radial convergente, con solera horizontal. Ello puede ser debido a que es una solución poco utilizada en la práctica por los inconvenientes que pre-

sentan «a priori» frente a otras soluciones más clásicas.

A pesar de todo, la consideración de condicionantes de diversa índole puede llevar al proyectista a adoptar este tipo de solución. Tal es el caso de la proyectada presa reguladora del río Pas (Cantabria), presa vertedero de tipo arco-gravedad en la que está prevista la construcción, al pie del aliviadero, de un cuenco amortiguador de cajeros laterales verticales y con dirección radial.

La realización, en el Laboratorio de Ingeniería Hidráulica de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander, del ensayo hidráulico en modelo reducido del mencionado aliviadero, planteó la posibilidad de llevar a cabo un estudio más general, de carácter teórico-experimental.

## 2. PLANTEAMIENTO TEORICO

El teorema de la cantidad de movimiento aplicado al volumen de control comprendido entre las secciones 1 y 2 indicadas en la figura 1, con las siguientes hipótesis:

- Fluido incompresible.
- Flujo radial.
- Movimiento permanente.
- Coeficiente de Coriolis y de cantidad de movimiento iguales a la unidad.
- Solera horizontal.
- Distribución hidrostática de presiones en las secciones 1 y 2.

(\*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que podrán remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 30 de junio de 1988.

## ANÁLISIS DEL RESALTO HIDRA. SUMERGIDO EN CUENCO AMORT. RADIAL CONVERGENTE

conduce, proyectando en la dirección  $x$ , a la ecuación:

$$-2\eta v_1^2 r_1 y_1 \sin \frac{\theta}{2} + 2Q v_2^2 r_2 y_2 \sin \frac{\theta}{2} = P_1 - P_2 - P_L \sin \frac{\theta}{2} \quad [1]$$

en donde  $P_1$  y  $P_2$  son las resultantes de las presiones hidrostáticas en las secciones 1 y 2, respectivamente.

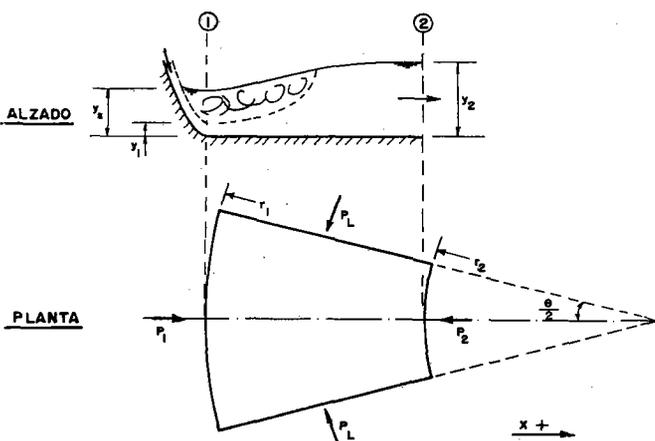


Figura 1.—Esquema del resalto hidráulico sumergido en cuenco radial convergente.

Como:

$$P = 2 \int_0^{\theta/2} \gamma_w \frac{y}{2} \times y \times r d\alpha \times \cos \alpha$$

resulta:

$$P_1 = \gamma_w \times y_s^2 \times r_1 \sin \theta/2 \quad [2]$$

$$P_2 = \gamma_w \times y_2^2 \times r_2 \sin \theta/2 \quad [3]$$

$P_L$  es la fuerza que ejerce cada una de las paredes laterales sobre el volumen de control:

$$P_L = \int_{r_2}^{r_1} \gamma_w \frac{y_m}{2} y_m \times dr = \frac{1}{2} \gamma_w y_m^2 (r_1 - r_2)$$

en donde  $y_m$  es un calado medio representativo. Si este calado se hace igual a la media geométrica de los calados extremos, es decir, igual a  $\sqrt{y_s y_2}$ , resulta:

$$P_L = \frac{1}{2} \gamma_w y_s y_2 (r_1 - r_2) \quad [4]$$

El coeficiente  $\eta$  trata, por una parte, de introducir el efecto del flujo de retorno que se produce en la parte superior de la sección 1 y, por otra, de corregir el efecto de la simplificación que se realiza al hacer  $y_m$  igual a la media geométrica.

Teniendo en cuenta la ecuación de la continuidad entre las secciones 1 y 2:

$$v_1 r_1 y_1 = v_2 r_2 y_2 \quad [5]$$

si se sustituye en la ecuación [1] y se opera, resulta:

$$S = 0,5 y_0 (1 - r_0) + \sqrt{0,25 y_0^2 (1 - r_0)^2 + r_0 y_0^2 + 2 F_1^2 \left( \frac{1}{r_0 y_0} - \eta \right)} \quad [6]$$

en donde:

$$\left. \begin{aligned} S &= y_s / y_1 \\ y_0 &= y_2 / y_1 \\ r_0 &= r_2 / r_1 \\ F_1 &= v_1 / \sqrt{g y_1} \end{aligned} \right\} \quad [7]$$

La expresión [6] es la ecuación del resalto radial sumergido en cuenco convergente que relaciona las variables dimensionales siguientes:

- Factor de sumersión,  $S$ .
- Relación entre el calado final del resalto sumergido y el calado inicial del resalto libre correspondiente,  $y_0$ .
- Relación entre los radios final e inicial del resalto,  $r_0$ .
- Número de Froude,  $F_1$ .
- Factor  $\eta$ , que se obtendrá experimentalmente.

Por otra parte, mediante la aplicación del teorema de Bernoulli entre las secciones 1 y 2 y teniendo en cuenta la ecuación de la continuidad (5), se obtiene la ecuación:

$$\frac{\Delta E}{E_1} = 1 - \frac{r_0^2 y_0^3 + 0,5 F_1^2}{r_0^2 y_0^2 (s + 0,5 F_1^2)} \quad [8]$$

que permite calcular la pérdida relativa de energía en este tipo de resalto en función de  $S$ ,  $F_1$ ,  $r_0$  e  $y_0$ .

### 3. ESTUDIO EXPERIMENTAL

Los ensayos se han efectuado sobre el modelo reducido de aliviadero y cuenco amortiguador de la presa reguladora del río Pas, con un ángulo en el centro de valor  $\theta = 40^\circ 31' 38''$ . El resto de las dimensiones del cuenco convergente están definidas por el valor de  $R_1 = 190'81$  cm. y por una longitud de cajeros de 67 cm. en dirección radial.

Al final del cuenco convergente se ha dispuesto un tramo de 1 metro de longitud, de cajeros paralelos, en cuyo extremo se ha instalado un vertedero en pared delgada, de altura variable, con objeto de poder controlar el calado aguas abajo del resalto, dentro del cuenco amortiguador, y conseguir así diferentes grados de sumersión.

Para la medida de niveles se han utilizado limnímetros de varilla, para aquellos puntos no situados junto a los cajeros, mientras que en éstos se han dispuesto escalas graduadas verticales, con una separación, entre cada dos consecutivas, de 5 cm. Estas últimas se han utilizado para la determinación de la línea media de la superficie del agua en la zona afectada por el resalto.

Previamente a la realización de los ensayos propiamente dichos, se realizó una primera campaña de medidas encaminadas a determinar, en el modelo, la ley de variación del calado  $y_1$  en función del caudal.

En la metodología utilizada en los ensayos se ha comenzado por fijar un determinado caudal de vertido (variable de unos casos a otros), actuando posteriormente sobre el vertedero situado en el extremo final para conseguir así diferentes situaciones de resalto sumergido dentro del cuenco, sobre los que se han realizado las medidas oportunas.

En cada uno de los ensayos se han efectuado las siguientes medidas: el caudal vertido, para lo cual se ha utilizado un vertedero en pared delgada; los niveles del agua a la salida del cuenco y a lo largo de los cajeros; y la longitud del resalto. Como sección final del resalto se ha considerado aquella en la que la superficie del agua resulta prácticamente horizontal.

En el conjunto de los 70 ensayos efectuados,

el rango de variación de los valores de las diferentes variables consideradas ha sido de: 10-40 l/seg. para el caudal; 15-45 para  $y_0$ ; 5-40 para  $S$ ; y 0,65-0,90 para  $r_0$ . La variación del número de Froude,  $F_1$ , se ha cifrado entre 12 y 19, debido al hecho de haber utilizado como sistema de alimentación el modelo antes mencionado.

Durante la realización de los ensayos se han llevado a cabo también diferentes observaciones de carácter cualitativo, cuyos resultados es interesante señalar. Así se ha comprobado que la situación de resalto libre en el interior del cuenco es muy inestable, ya que muy ligeras variaciones del calado aguas abajo originan grados de sumersión elevados. Por otro lado, se ha observado que para caudales de ensayo muy bajos, la más mínima asimetría en la alimentación daba lugar a fenómenos de inestabilidad, con la aparición de remolinos de eje vertical en uno de los laterales del cuenco.

### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

A partir de los valores experimentales de  $y_0$ ,  $S$ ,  $r_0$  y  $F_1$ , se ha establecido la siguiente fórmula empírica para el valor del parámetro  $\eta$ :

$$\eta = 1.588 - 0.1097 F_1 / \sqrt[4]{y_0} \quad [9]$$

Por otro lado, se ha obtenido también la siguiente fórmula empírica para el valor de  $r_0$ :

$$r_0 = 0.281 + 0.073 F_1 / \sqrt[4]{y_0} \quad [10]$$

Como consecuencia, la utilización conjunta de las expresiones (6), (9) y (10) permite estimar, en función de los valores de  $F_1$  e  $y_0$ , el valor del grado de sumersión  $S$ . En el gráfico de la figura 2 se observa que existe una concordancia muy buena entre los valores estimados por este procedimiento y los resultados experimentales.

Dichas expresiones se han utilizado también para confeccionar los gráficos de las figuras 3 y 4, en los que se han representado además los valores obtenidos experimentalmente.

En el gráfico de la figura 4 se han superpuesto, mediante líneas de trazos, los valores de  $S$ , asociados a diferentes valores de  $y_0$ , corres-

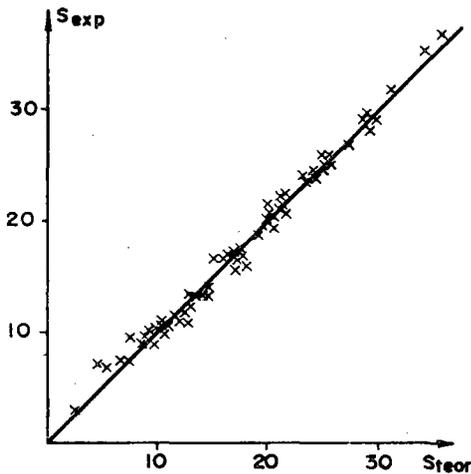


Figura 2.—Comparación de resultados teóricos y experimentales de S.

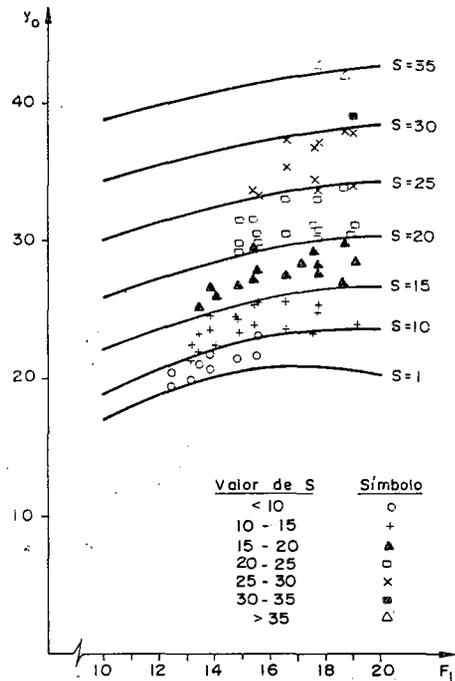


Figura 3.—Relación entre  $y_0$  y  $F_1$  para diferentes valores de S.

pendientes al caso del resalto sumergido en cuenco rectangular. Para ello se han utilizado las expresiones propuestas por Govinda Rao y Rajaratnam (2).

En el rango de valores  $F_1$  considerado en este estudio se observa que, para cada valor de  $y_0$ , el comportamiento es bastante similar en ambos casos, con menores valores de S en el cuenco convergente, salvo para los valores más altos de  $F_1$ , en los que ocurre al contrario.

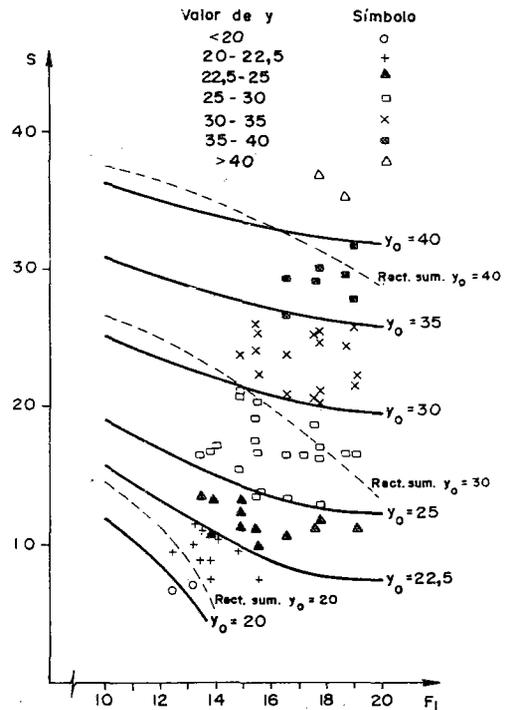


Figura 4.—Relación entre S y  $F_1$  para diferentes valores de  $y_0$

En lo que hace referencia a la longitud del resalto, el análisis de los resultados experimentales ha permitido establecer la siguiente expresión:

$$\frac{r_1 - r_2}{y_1} = 44.57 + 1.177 (F_1 + S) - 0.002 (F_1 + s)^2 \quad [11]$$

que se representa gráficamente en la figura 5. En dicha figura se incluyen también los puntos representativos de las medidas efectuadas.

Aplicando la expresión propuesta por los autores antes mencionados, para el caso de cuenco rectangular, se ha comprobado que, para el mismo rango de valores de  $F_1$  y S, la longitud del resalto en cuenco convergente es del orden del 40 por 100 al 60 por 100 de la correspondiente a cuenco rectangular.

Por otro lado, a partir de las expresiones (8) y (10) se ha confeccionado el gráfico de la figura 6, que permite evaluar la disipación relativa de energía en función de los valores de  $F_1$  y S. En dicha figura se representa también, para valores de S iguales a 10 y 30, la expresión propues-

# ANÁLISIS DEL RESALTO HIDRA. SUMERGIDO EN CUENCO AMORT. RADIAL CONVERGENTE

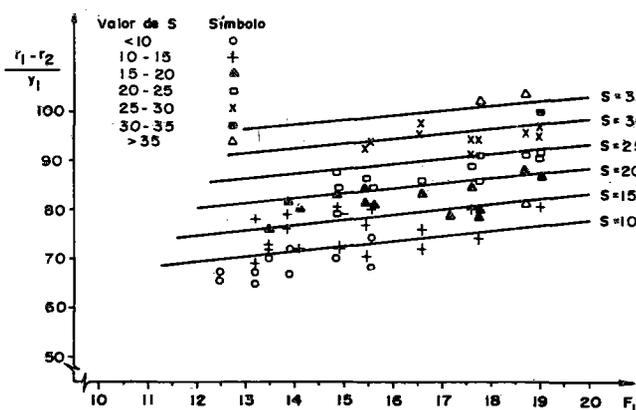


Figura 5.—Longitud del resalto.

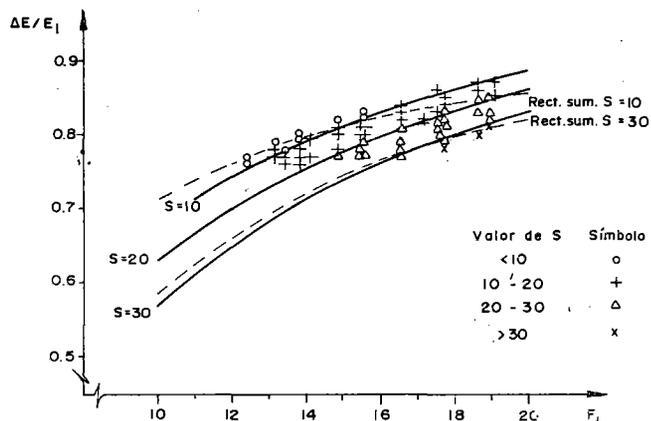


Figura 6.—Pérdida relativa de energía.

ta por Govinde y Rajaratnam, para cuenco rectangular.

Del análisis comparativo de los resultados se deduce que, para valores pequeños de S (S = 10, por ejemplo), la disipación relativa de energía es mayor en el cuenco convergente, salvo para los valores más pequeños de  $F_1$ . Sin embargo, para valores grandes de S, no se ob-

servan diferencias sustanciales en los valores correspondientes a ambos tipos de cuenco.

Por último, se han analizado los resultados relativos a la forma de la superficie libre en la zona afectada por el resalto. Para ello, se ha comenzado por adoptar como forma genérica la correspondiente a la siguiente expresión:

$$Y = A_3 x^3 + A_2 x^2 + A_1 x + A_0 \quad [12]$$

siendo:

$$y = \frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1}; \quad x = \frac{r - r_2}{r_1 - r_2}$$

Mediante un ajuste matemático efectuado sobre los resultados de los ensayos, se han podido establecer las siguientes expresiones para los valores de los parámetros  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$ :

$$A_3 = -0,44 - 3,55Z + 5,195Z^2$$

$$A_2 = -0,173 + 9,11Z - 11,68Z^2$$

$$A_1 = 1,47 - 7,70Z + 8,18Z^2$$

$$A_0 = 0,13 + 2,2Z - 2Z^2$$

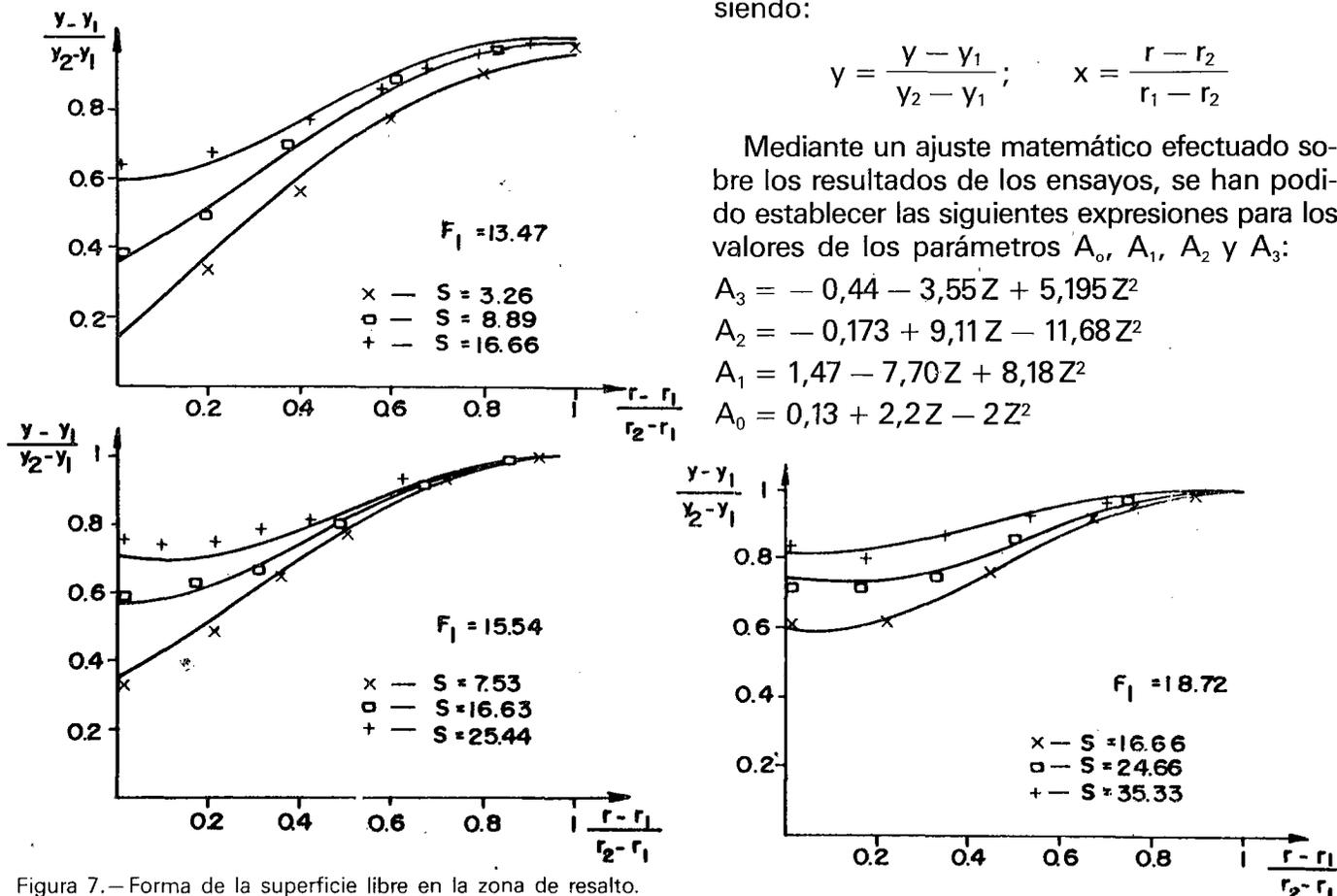


Figura 7.—Forma de la superficie libre en la zona de resalto.

siendo:  $Z = F_1 S/1000$

En la figura 7 se comparan los valores medidos en algunos de los ensayos efectuados y las curvas obtenidas por aplicación de las expresiones (12) y (13) a los mismos valores de  $F_1$  e  $y_0$ , observándose un ajuste bastante satisfactorio.

## CONCLUSIONES

Tras un primer análisis teórico del resalto hidráulico sumergido en cuenco convergente, basado en la aplicación del teorema de la cantidad de movimiento, se ha llevado a cabo un estudio experimental que ha servido para establecer las leyes de variación de algunos de los parámetros considerados en el análisis teórico. Los resultados se presentan en forma de gráficos adimensionales, dentro del rango de valores del número de Froude considerado en los ensayos.

De las observaciones cualitativas efectuadas en el estudio experimental merece destacarse el hecho de que la situación de resalto libre en el interior del cuenco es muy inestable.

Del análisis comparativo efectuado entre los resultados obtenidos en este estudio, para el caso de cuenco convergente, y los presentados por otros autores, para el caso de cuenco rectangular, se deduce, en primer lugar, que la longitud del resalto sumergido en cuenco convergente es menor que la correspondiente al mismo tipo de resalto en cuenco rectangular, para los mismos valores de  $F_1$  y de  $S$ .

Por otro lado, para valores pequeños de  $S$ , la disipación relativa de energía que se produce en el resalto sumergido en cuenco convergente es mayor que la que tiene lugar en un cuenco rectangular.

Por último, cabe señalar la conveniencia de completar las investigaciones, considerando valores más pequeños de  $F_1$  y diferentes valores de  $\theta$ .

## BIBLIOGRAFIA

1. CHOW, V.T.: «Open Channel Hydraulics». McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1959.
2. Govinda Rao, N. S. y Rajaratnam, N.: «The Submerged Hydraulic Jump», Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 89, NO. HY1, Proc. Paper 3404, Jan., 1963.
3. Khalifa, A. y McCorquodale, J. A.: «Radial Hydraulic Jump». Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 105, No. HY9, Proc. Paper 14825, Sept. 1979.
4. McCorquodale, J. A. y Khalifa, A. M.: «Submerged Radial Hydraulic Jump», Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 106, No. HY 3, Proc. Paper 15250, March, 1980.
5. Rajaratnam, N.: «Hydraulic Jumps», Advances in Hydrosience, Vol. 4, Academic Press, Inc. 1968.

---

### José Angel Sainz Borda

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos (1975). Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos por la Universidad de Cantabria (1979). Profesor Titular del Departamento de Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente en la Universidad de Cantabria.

---

### Andrés Liaño Herrera

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos (1976). Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos por la Universidad de Cantabria (1981). Profesor Titular del Departamento de Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente en la Universidad de Cantabria.

---

### José A. Revilla Cortezón

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos (1974). Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos por la Universidad de Cantabria (1976). Profesor Titular del Departamento de Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente en la Universidad de Cantabria.

---

### Agustín Ascorbe Salcedo

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos (1981). Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos por la Universidad de Cantabria (1983). Profesor Titular del Departamento de Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente en la Universidad de Cantabria.

---

Como equipo de trabajo han llevado a cabo estudios e investigaciones en diversos campos dentro del ámbito de la Ingeniería Hidráulica, que han dado lugar a varios informes técnicos y publicaciones, tanto a nivel nacional como internacional.