

Formulación iterativa de un modelo de transferencia lluvia bruta-caudal (*)

Por **JOSE ANTONIO REVILLA CORTEZON**

Doctor Ingeniero de Caminos. Profesor Titular del Departamento de Hidráulica de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander

ALBERTO LUCEÑO VAZQUEZ

Doctor Ingeniero de Caminos. Licenciado en Matemáticas. Profesor Titular del Departamento de Matemáticas Aplicadas a la Ingeniería de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander

ANDRES LIAÑO HERRERA

Doctor Ingenieros de Caminos. Profesor Titular del Departamento de Hidráulica de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander

JOSE ANGEL SAINZ BORDA

Doctor Ingeniero de Caminos. Profesor Titular del Departamento de Hidráulica de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander

JOAQUIN DIEZ-GASCON SAGRADO

Doctor Ingeniero de Caminos. Profesor Titular del Departamento de Hidráulica de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander

En este artículo se presenta un modelo de transferencia lluvia-caudal, cuyo ajuste se efectúa mediante técnicas de regresión múltiple y cuya base conceptual se establece mediante la dependencia que el caudal medio, en un momento determinado, debe tener con la lluvia bruta precipitada en él y en períodos anteriores.

1. INTRODUCCION

Un simple repaso a los contenidos de las publicaciones especializadas en temas hidrológicos, constata el hecho de que el cálculo de los caudales en un río, producidos por un determinado episodio lluvioso es, en la actualidad, uno de los principales asuntos de investigación.

Los motivos de esa preocupación son de diversa índole, pero, enfocado el problema desde un punto de vista operativo, cabe atribuirlos a la imposibilidad de cuantificar, en la inmensa mayoría de los casos, las diversas componentes que definirían a la cuenca como un sistema hidráulico transformador de lluvias en caudales. Realmente, son tantos los factores que pueden influir en dicha transformación que no resulta excesivamente arriesgado afirmar que, en general, el conjunto de funciones de sólida base físico-matemática, establecidas desde hace tiempo, definitorias tanto de la cantidad que supone cada fracción en la que se divide el agua desde su precipitación (Thornwaite, Penman, Horton, etc.), como de las leyes que rigen ca-

da una de las trayectorias seguidas por ella (Darcy, Wooding, Freeze, etc.), no proporcionan toda la información deseada para la resolución del problema mencionado. Por ello, no extraña el hecho de que se hayan desarrollado conceptos más simplistas y globalizadores como el de «coeficiente de escorrentía» y el de «lluvia neta» entre otros.

Por las mismas razones tampoco sorprende el desarrollo que, particularmente en los últimos años, han experimentado los modelos matemáticos de transferencia lluvia-caudal, que bien mediante simulación matemática de las diversas componentes en las que se supone dividida el agua precipitada (modelos teóricos o conceptuales) o bien mediante técnicas de análisis de relación entre lluvias y caudales registrados (modelos empíricos), tratan de obtener la forma de la respuesta de la cuenca. Obviamente, la clasificación indicada para los modelos presenta un carácter muy general, dado que la mayor parte de los modelos utilizados en la actualidad participan de los dos caracteres indicados (Raudkivi 1979, Shaw E. M. 1983).

Un aspecto común a cada uno de los tipos de modelo indicados, es la necesidad de disponer de una serie de datos, tanto de lluvia co-

(*) Se admiten comentarios sobre el presente artículo, que podrán remitirse a la Redacción de esta Revista hasta el 30 de septiembre de 1985.

mo de caudales, con el fin de proceder a la estimación de los parámetros que, en cada caso intervengan. Precisamente, la cantidad y calidad de los datos disponibles suele ser uno de los criterios utilizados para valorar «a priori» la idoneidad de uno u otro tipo. En general, la escasez de datos inclina al investigador hacia el empleo de los modelos de gran contenido «teórico», ya que cabe suponer que la consideración de funciones contrastadas, que ligen la variación de los parámetros que intervienen en la formulación del modelo, reducirán los errores en su estimación. Por el contrario, si los datos disponibles son suficientemente extensos y fiables, cabe pensar que toda la información sobre el procedimiento, según el cual la cuenca transforma lluvias en caudales, se encuentra contenida en la muestra y que, mediante las técnicas matemáticas más adecuadas a cada caso, podrá ser descubierta y, consecuentemente, utilizada.

Como ya se ha indicado, la mayor parte de los modelos de transferencia existentes, de los que excelentes ejemplos pueden consultarse en la bibliografía especializada, participan de los caracteres de empíricos y teóricos. Así, por ejemplo, los de mayor contenido teórico suelen utilizar técnicas de estimación de algunos de sus parámetros, que serían propias de modelos puramente empíricos. Asimismo, los modelos de carácter empírico necesitan un marco conceptual adecuado en el establecimiento de las variables explicativas (inputs) de las que dependerán los resultados (outputs). De todo ello, cabe deducir que el empleo de técnicas de ajuste inadecuadas en los modelos denominados teóricos o una elección inapropiada de las variables explicativas (base conceptual) en los modelos empíricos, conducirá a resultados erróneos y, en todo caso, a la imposibilidad de aplicación del modelo con carácter general.

En este artículo se presenta un modelo de transferencia lluvia-caudal cuyo ajuste se efectúa mediante técnicas de regresión múltiple y cuya base conceptual se establece mediante la dependencia que el caudal medio en un período determinado, debe tener con la lluvia bruta precipitada en ése y en períodos anteriores. Aunque la idea de tal dependencia ya ha sido tenida en cuenta por otros autores (Linsley,

Sittner, etc.), la originalidad del enfoque que aquí se expone se basa en suponer que las lluvias de períodos precedentes son las únicas variables explicativas de la respuesta buscada (caudal). Ello permitirá, por un lado, su aplicación a cuencas en las que los únicos datos meteorológicos sean las precipitaciones y, por otro, la extensión de serie de caudales a períodos en los que sólo se disponga de una muestra de lluvias brutas y ningún dato del caudal. Como objeciones o limitaciones prácticas del método deben señalarse las inherentes a la propia base conceptual establecida, por lo que cabe suponer que la no uniformidad espacial de las lluvias y la heterogeneidad de las condiciones geológicas de la cuenca vertiente contribuirían desfavorablemente en la calidad de los resultados.

Todo lo indicado induce a pensar que pequeñas cuencas, situadas en zonas en las que las perturbaciones meteorológicas son de gran extensión (por ejemplo, zonas oceánicas) cumplen con los requisitos para un buen comportamiento del modelo. En dichas zonas podrán considerarse cuencas suficientemente pequeñas frente a las dimensiones de las perturbaciones que provocan los aguaceros predominantes y, en consecuencia, la uniformidad de las lluvias en aquéllas se verá favorecida. Bajo estas circunstancias resulta razonable admitir que toda la información necesaria para el establecimiento, en un período determinado, de la función de transferencia lluvia-caudal, estará condicionada por las lluvias acaecidas en una serie suficientemente larga de períodos anteriores, que habrán influido en el estado de humedad del terreno y, consecuentemente, en la tasa de infiltración, en los caudales base, en la retención superficial, etcétera.

Aunque por disponibilidad de datos se ha considerado, para el establecimiento del modelo, lluvias diarias y, en consecuencia, caudales medios diarios, las técnicas de ajuste utilizadas y la metodología desarrollada presenta total generalidad.

2. PROCESO GENERAL DE SELECCION DEL MODELO

Como modelo básico de estudio de la relación entre el caudal Q (variable respuesta) y las

lluvias brutas P_1, \dots, P_n de los días 1, ..., n anteriores (variables explicativas ó covariables), se ha elegido un modelo de regresión. Como se verá, ello obligará a satisfacer, al menos aproximadamente, una serie de hipótesis de índole estadística, en las que se apoya el análisis de dicho modelo, para que sean válidas las conclusiones extraídas de él.

Un modelo basado en series temporales múltiples es teóricamente más potente, pero, además de exigir un esfuerzo de cálculo muy superior, las series de datos de partida deben ser largas sin lagunas y de gran calidad. Por otro lado, este tipo de modelos utiliza el cálculo de la variable respuesta en un período determinado, el valor de la misma en períodos anteriores, lo que se contradice con el objetivo implícitamente marcado en el apartado anterior, de calcular caudales basándose exclusivamente en lluvias.

La formulación más general del modelo de regresión adoptado será la siguiente:

$$F(Q; \beta_1, \dots, \beta_r; P_1, \dots, P_n) = \epsilon \quad [2.1]$$

Si bien suele simplificarse a:

$$f(Q) = g(\beta_1, \dots, \beta_r; P_1, \dots, P_n) + \epsilon \quad [2.2]$$

en donde ϵ es un error aleatorio que representa la parte de $f(Q)$ que no puede predecirse.

Las hipótesis en que se apoya el análisis de este modelo (Box, G.E.P. et al., 1978; Draper N. y Smith H., 1960; Plackett R. L., 1960) se resumen en las premisas siguientes:

- a) La distribución de la variable aleatoria ϵ es normal con media cero y varianza σ^2 desconocida (a estimar).
- b) La varianza σ^2 de la variable aleatoria ϵ es constante en todas las observaciones.
- c) Los valores de la variable aleatoria ϵ para distintas observaciones son estadísticamente independientes.
- d) El modelo es «correcto», es decir el primer miembro de (2.1) tiene la misma distribución que la variable aleatoria ϵ .

Existen técnicas estadísticas que permiten inferir transformaciones de $f(Q)$ y de $g(\beta_1, \dots, \beta_r; P_1, \dots, P_n)$ tales que estas hipótesis se satisfagan con suficiente aproximación como para que, a efectos prácticos, pueda utilizarse el

modelo. Entre ellas, pueden citarse el dibujo en papel probabilístico normal de residuos (diferencia entre el valor observado y el estimado); el dibujo de los residuos frente a los valores estimados; análisis de diversos estadísticos (residuos estandarizados, varianza de la observación dividida por la varianza del residuo, etc.); utilización de la transformación de Box-Cox, etc.

El modelo de regresión dado por la ecuación (2.2) es excesivamente general al comienzo de un estudio en el que no exista una teoría que sugiera la forma de la función $g(\beta_1, \dots, \beta_r; P_1, \dots, P_n)$. Por ello, suele utilizarse, en principio, un modelo de regresión lineal, cuya expresión general es:

$$f(Q) = \sum_{i=1}^r \beta_i \cdot g_i(P_1, \dots, P_n) + \epsilon \quad [2.3]$$

en el que la nomenclatura e hipótesis son las mismas que en la ecuación (2.2) y las funciones $f(Q)$ y $g_i(P_1, \dots, P_n)$ no contienen parámetros.

Puesto que la función $f(Q)$ más adecuada para representar la relación entre lluvias y caudales no es conocida, es útil considerar las funciones del tipo Box-Cox siguientes, que la experiencia indica que mejoran notablemente las hipótesis de utilización del modelo indicadas anteriormente:

$$f_\lambda(Q) = \frac{Q^\lambda - 1}{\lambda Q^{\lambda-1}}; \text{ si } \lambda \neq 0$$

$$f_0(Q) = \dot{Q} \ln(Q); \text{ si } \lambda = 0 \quad [2.4]$$

en donde \dot{Q} es la media geométrica de los caudales utilizados en la estimación de los parámetros y λ un nuevo parámetro a estimar.

Introduciendo (2.4) en (2.3) se llega a un modelo de la forma:

$$Q^\lambda = \sum_{i=1}^r \beta_i g_i(P_1, \dots, P_n) + \epsilon \quad [2.5]$$

que es un modelo lineal si λ es conocido y no lineal si se trata de un parámetro a estimar.

En general, el modelo dado por (2.5) es redundante en parámetros, es decir, o algunos de los parámetros que contiene no son necesarios, o el número de ellos puede reducirse. Este aspecto es de suma importancia, dado que, con

una misma información, un modelo redundante en parámetros hace que los estimadores de los mismos tengan un error cuadrático medio (varianza más el cuadrado del sesgo) superior a los correspondientes a un modelo no redundante (Box G.E.P. et al., 1978; Draper N. y Smith H., 1966; Plackett R. L., 1968; Luceño A., 1983; Box G.E.P. y Jenkins G. M., 1970).

Por tanto, una vez estimados los parámetros del modelo formulado por (2.5) resulta conveniente sugerir otros modelos dados por (2.3) ó (2.2) con menor número de parámetros y proceder a su estimación. Estas sugerencias pueden basarse no solamente en las estimaciones previas sino, también, en los conocimientos teórico-experimentales del proceso real que se pretende modelar y en las técnicas estadísticas que se preocupan de proporcionar métodos eficientes de avanzar en este proceso (Draper N. y Smith H., 1966; Luceño A., 1983).

La utilización reiterada del procedimiento general indicado conduce finalmente a modelos que frecuentemente presentan gran utilidad práctica.

3. ESTIMACION DE PARAMETROS

A la vista de las hipótesis establecidas en los modelos (2.1), (2.2), (2.3) y (2.5), el método de la máxima verosimilitud, que se encuentra bien fundado estadísticamente, conduce al método de los mínimos cuadrados para la estimación de los parámetros, al elegir como estimadores puntuales de los mismos aquéllos valores que minimizan las expresiones siguientes:

$$S(\beta) = \sum \{ F(Q; \beta_1, \dots, \beta_i; P_1, \dots, P_n) \}^2 \quad [3.1]$$

$$S(\beta) = \sum \{ f(Q) - g(\beta_1, \dots, \beta_i; P_1, \dots, P_n) \}^2 \quad [3.2]$$

$$S(\beta) = \sum \{ f(Q) - \sum_{i=1}^r \beta_i g_i(P_1, \dots, P_n) \}^2 \quad [3.3]$$

$$S(\beta) = \sum \{ Q^{30} - \sum_{i=1}^r \beta_i g_i(P_1, \dots, P_n) \}^2 \quad [3.4]$$

según que el modelo se trate de alguno de los indicados en el aparato anterior, respectivamente.

En cualquiera de estos casos puede estimarse la matriz de varianzas-covarianzas de los estimadores de los parámetros, siempre que las

sumas de cuadrados dadas por las expresiones (3.1) a (3.4) puedan aproximarse mediante una función cuadrática en los propios parámetros (Draper N. y Smith, 1966; Box G.E.P. y Jenkins G. M., 1970). En tal caso resulta:

$$\text{cov}(\hat{\beta}) \approx 2\sigma^2 \left\{ \frac{\partial^2 S(\beta)}{\partial \beta_i \partial \beta_j} \right\}^{-1}$$

donde β es el vector de parámetros y $\hat{\beta}$ el vector de estimaciones. Además, las superficies de nivel de las funciones (3.1) a (3.5) proporcionan regiones de confianza conjuntas para los parámetros.

Si se designa por $S(\hat{\beta})$ al mínimo valor obtenido para la función $S(\beta)$, la ecuación:

$$S(\beta) \leq S(\hat{\beta}) \left\{ 1 + \frac{r}{h+r} F(r, h-r, 1-\alpha) \right\}$$

Donde r es el número de parámetros, h el tamaño de la muestra y $F(r, h-r, 1-\alpha)$ el percentil $1-\alpha$ de la distribución F de Snedecor con r y $h-r$ grados de libertad (tabulado), define una región de confianza conjunta para los valores de los parámetros con nivel de confianza aproximadamente igual a $100(1-\alpha)\%$. Si el modelo es lineal, como en el caso dado por (3.3), la región así obtenida es un hiperelipsoide cuando $r > 3$, un elipsoide si $r = 3$ y una elipse si $r = 2$.

4. APLICACION A LA CUENCA DEL RIO PAS

4.1. Características generales de la cuenca y base de datos disponibles

El río Pas tiene una longitud total de 51,2 km. Salvo el nacimiento, su curso es de clara tendencia norte, presentando la cuenca vertiente, franca apertura a los frentes ciclónicos húmedos de procedencia Atlántica. Entre sus principales tributarios merecen citarse el río Magdalena y el río Pisueña (figura 1). La superficie total de la cuenca es de 620 km² y presenta una altitud máxima de 1.497 m sobre el nivel del mar.

La única estación de aforo existente se encuentra en la localidad de Puente Viesgo que,

situada a 23 km de la desembocadura del río, tiene una altitud de 55 m sobre el nivel del mar. La superficie de la cuenca vertiente a dicha estación es de 357 km². Los datos de aforo disponibles se extienden de manera continuada desde el año 1972 hasta el año 1983.

Agua arriba de la estación de aforo existe una serie de estaciones pluviométricas cuya localización y períodos de datos se indica en el cuadro siguiente:

LOCALIZACION PLUVIOMETRO	PERIODO DE DATOS
Sel de la Carrera	1946 a 1983
Vega de Pas	1966 a 1983
Ontaneda	1973 a 1983
Escobedo	1972 a 1983
San Martín	1966 a 1983

No obstante, los datos correspondientes a las dos últimas estaciones pluviométricas indicadas fueron desechados dado que, tras un análisis de su calidad, se comprobó que no ofrecían suficiente fiabilidad.

En cuanto a las características geológicas de la cuenca, cabe decir que presenta una cierta homogeneidad en lo que se refiere a sus propiedades hidrológicas, dado que prácticamente su totalidad discurre en formaciones calcáreas Jurásicas y Cretácicas.

En la figura 1, se resumen todos los aspectos indicados así como otros relativos a la configuración física y al régimen hidrológico de la cuenca vertiente a la estación de aforos de Puente Viego.

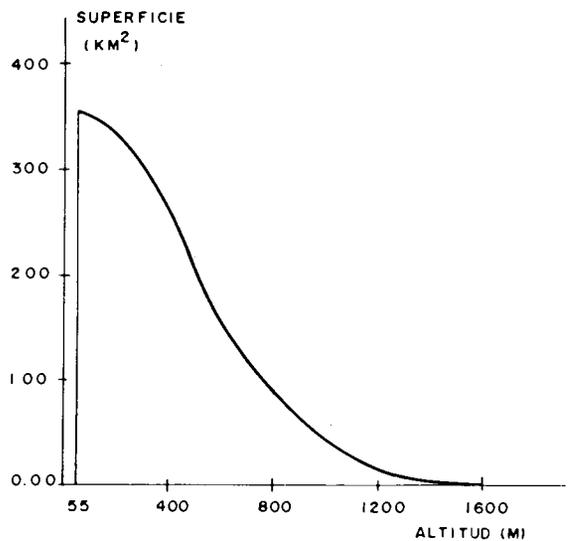
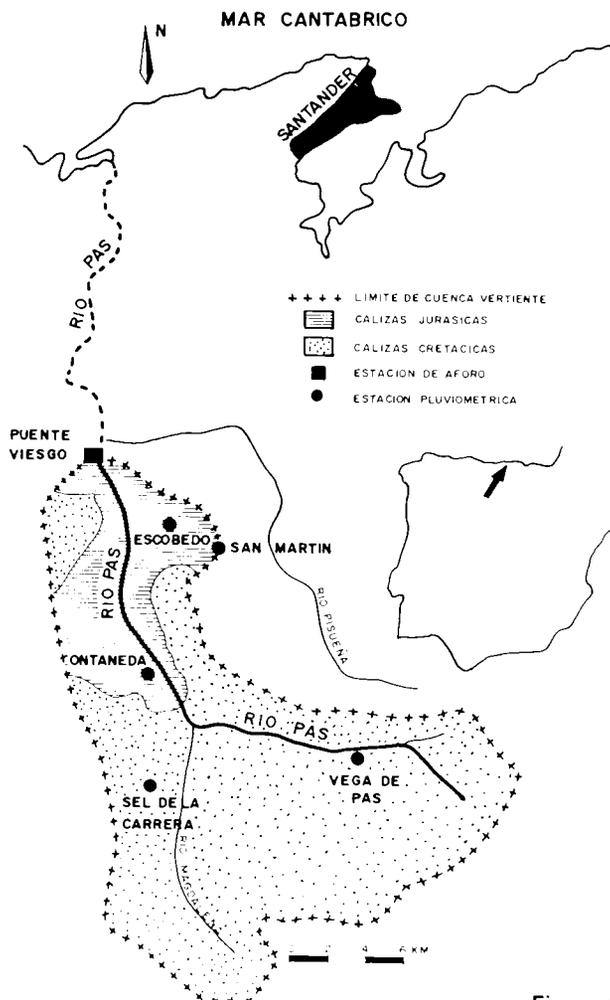
DATOS GENERALES DE LA CUENCA

VERTIENTE EN PUENTE VIEGO

INDICE DE COMPACIDAD : $I_c = 1.52$

INDICE DE PENDIENTE : $I_p = 0.17$

CURVA HIPSOMETRICA :



CAUDAL MEDIO AÑO MEDIO (A_{50}) : 8.41 M³ /s

CAUDAL MEDIO AÑO SECO (A_{90}) : 6.44 M³ /s

CAUDAL MEDIO AÑO HUMEDO (A_{10}) : 10.60 M³ /s

Figura 1

4.2. Definición y ajuste del modelo definitivo

La definición y ajuste del modelo definitivo se llevaron a cabo siguiendo el procedimiento operativo general marcado en el apartado 2 y las premisas indicadas en el apartado 3.

Para ello se consideró como una observación los siguientes valores:

- Un caudal medio diario.
- El día del año en que se midió el caudal.
- La lluvia de los días anteriores de los diferentes pluviómetros.

Y se eligieron las diferentes observaciones suficientemente separadas al objeto de que la hipótesis c) indicada en el apartado 2 fuera satisfecha.

Una vez seleccionadas las observaciones (en número de 210) que constituirán la muestra, se procedió a ajustar el modelo (2.5) en la forma:

$$\sqrt[n]{Q} = \alpha_j + \sum_{i=1}^r \beta_i P_i + \epsilon_i \quad [4.1]$$

donde α_j ($j = 1, \dots, 12$) son 12 parámetros, correspondientes cada uno de ellos a un mes del año, representativos del caudal base de dicho mes. No obstante, al observarse en la base de datos disponibles que, en el río Pas, el tiempo que transcurre entre la finalización de un episodio lluvioso y su manifestación directa sobre el caudal es, en general, inferior a seis días, se hizo, previamente al ajuste, $r = 15$. De esta forma el parámetro r , cuyo valor prefijado puede considerarse que tiene un amplio margen de seguridad, ya no debe ser a estimar.

Una vez ajustado el modelo indicado y realizados los análisis necesarios para la comprobación del cumplimiento de las hipótesis indicadas en el apartado 2 (concretamente se utilizó la representación en papel probabilístico normal de los residuos), pudieron observarse los siguientes aspectos:

A) El valor estimado de n fue 6, lo que indica la conveniencia de trabajar con raíces sextas de los caudales en lugar de con los propios caudales.

El efecto de la introducción de esta raíz puede interpretarse de la siguiente forma:

Supóngase, en primer lugar, que se elige $n = 1$ y que solamente llueve los dos días anteriores en cantidades P_1 y P_2 . Según el modelo elegido resultaría:

$$Q(P_1, P_2) = \alpha_j + \beta_1 P_1 + \beta_2 P_2$$

donde, según se observa, la componente del caudal $\beta_1 P_1$ debida a la lluvia P_1 del día anterior, no depende de la lluvia P_2 de dos días antes.

Si ahora se elige $n = 6$, a igualdad de las demás circunstancias resulta:

$$\sqrt[6]{Q(P_1, P_2)} = \alpha_j^* + \beta_1^* P_1 + \beta_2^* P_2$$

por lo que:

$$Q(P_1, P_2) = \sum_{i=0}^6 \binom{6}{i} (\alpha_j^* + \beta_2^* P_2)^i (\beta_1^* P_1)^{6-i}$$

expresión que indica, que la componente del caudal debida a la lluvia P_1 es tanto mayor cuanto mayor sea P_2 . Este efecto recibirá el nombre de interacción entre las lluvias de dos días sucesivos. La experiencia sugiere que esta interacción existe realmente, es decir que el efecto de una lluvia determinada sobre el caudal es mayor si ha llovido los días anteriores.

B) La calidad del ajuste, analizada en términos del coeficiente de correlación, no variaba sensiblemente según se considerara, como lluvia representativa de la cuenca, la media aritmética de la registrada por los pluviómetros considerados o la media ponderada de aquéllos en función de la superficie representativa de cada pluviómetro. Por ello, se decidió elegir, como lluvia representativa en la cuenca, la media aritmética anteriormente indicada.

C) El dibujo de los valores estimados de α_j ($j = 1, \dots, 12$) frente a j , presenta una tendencia claramente senoidal.

D) El dibujo de los valores estimados de β_i ($i = 1, \dots, 15$) frente a i , presenta una tendencia claramente decreciente, que puede ser bien aproximada con una función exponencial de la forma $e^{-\alpha i}$ ó K^i .

E) La distribución de ϵ es aproximadamente normal (el gráfico de los residuos en papel probabilístico normal no presentó desviaciones apreciables de una línea recta).

F) No se apreciaron indicios de que la varianza de ϵ sea diferente en observaciones diferentes (tanto este como el anterior aspecto sobre el comportamiento de la distribución de ϵ son atribuibles a la introducción de la raíz sexta en los caudales).

G) No se apreció sesgo significativo en el modelo, considerándose, por lo tanto, suficientemente satisfecha la hipótesis d) del apartado 2.

Atendiendo a los aspectos C) y D) comentados, a continuación se formuló el siguiente modelo:

$$\sqrt[6]{Q} = \alpha_0 + \alpha_1 \cos\left(\frac{n.\text{o de mes}}{12} \pi\right) + \alpha_2 \sin\left(\frac{n.\text{o de mes}}{12} \pi\right) + \rho \sum_{i=1}^{15} \beta_i^{-1} p_i + \epsilon \quad [4.2]$$

que contiene solamente 6 parámetros ($n, \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \rho, \beta$) en lugar de los 28 parámetros que contenía el anterior. Su ajuste corroboró los puntos anteriormente comentados salvo en lo siguiente:

H) La tendencia al decrecimiento de los parámetros β_i ($i = 1, \dots, 15$) del modelo (4.1) parece ser uniforme para $\beta_2, \beta_3, \dots, \beta_{15}$, pero el decrecimiento de β_1 a β_2 es mayor. Ello indica que la influencia de una lluvia sobre el caudal del día siguiente es grande, pero su influencia sobre el caudal de dos días después decrece muy bruscamente. Este decrecimiento se mantiene más pequeño y uniforme en días sucesivos. La explicación física de tal aspecto se encuentra en las reducidas dimensiones que presenta la cuenca en estudio.

I) La estimación $n = 6$ sigue siendo adecuada, si bien se aprecian efectos de interacción entre lluvias que el último modelo propuesto no las recoge adecuadamente.

Con base en estos puntos y en las propias estimaciones de los parámetros del modelo (4.2) finalmente se eligió el modelo siguiente para el análisis definitivo:

$$\sqrt[6]{Q} \cong \alpha_1 + \alpha_2 \cos\left(\frac{n.\text{o de mes} - 2,5}{12} \pi\right) + (\alpha_3 P_1 + \alpha_4 \sum_{i=1}^{15} \alpha_i^{5-2 p_i})^{\alpha_6} \quad [4.3]$$

cuyos estimadores de los parámetros y sus desviaciones típicas se recogen en el cuadro siguiente, junto con la matriz de correlaciones.

Parámetro	Estimación	Desviación típica	Matriz de correlaciones simétrica					
α_1	0,77170	0,0341	1	0,258	-0,387	-0,075	-0,096	0,881
α_2	0,06867	0,0105		1	-0,089	0,086	-0,122	0,305
α_3	0,13160	0,0072			1	0,032	0,206	-0,107
α_4	0,04222	0,0044				1	-0,609	0,159
α_5	0,86262	0,0229					1	0,020
α_6	0,69623	0,0707						1

El coeficiente de correlación obtenido es 0,91 y la varianza estimada de ϵ es $\hat{\sigma}^2 = 0,00824$. La distribución de ϵ es aproximadamente normal con medida cero y varianza $\hat{\sigma}^2$ por lo que, de acuerdo con el aspecto G) comentado anteriormente, la distribución de $\sqrt[6]{Q}$ será aproximadamente normal con media dada por la ecuación (4.3) y varianza $\hat{\sigma}^2$. De acuerdo con todo ello, la distribución de Q resulta sesgada hacia la cola derecha.

4.3. Ejemplo de aplicación

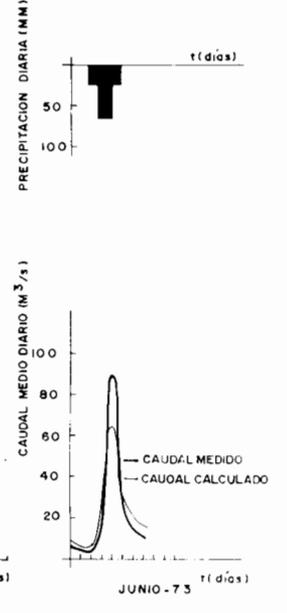
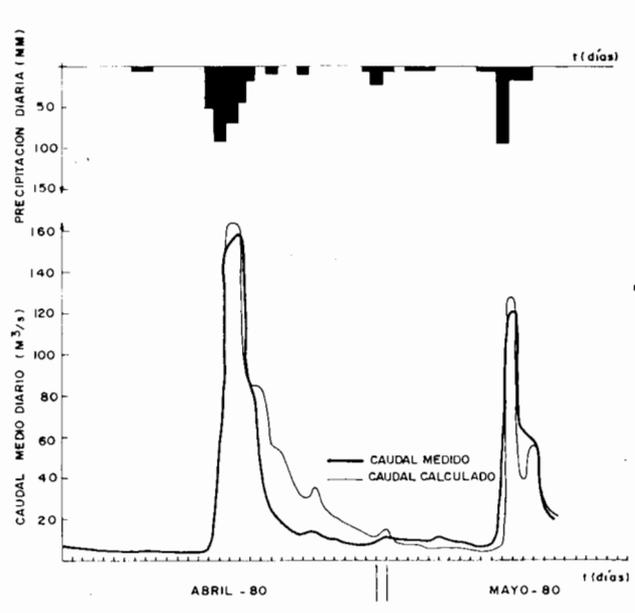
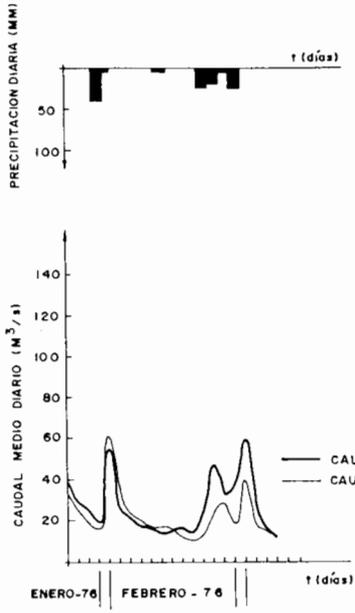
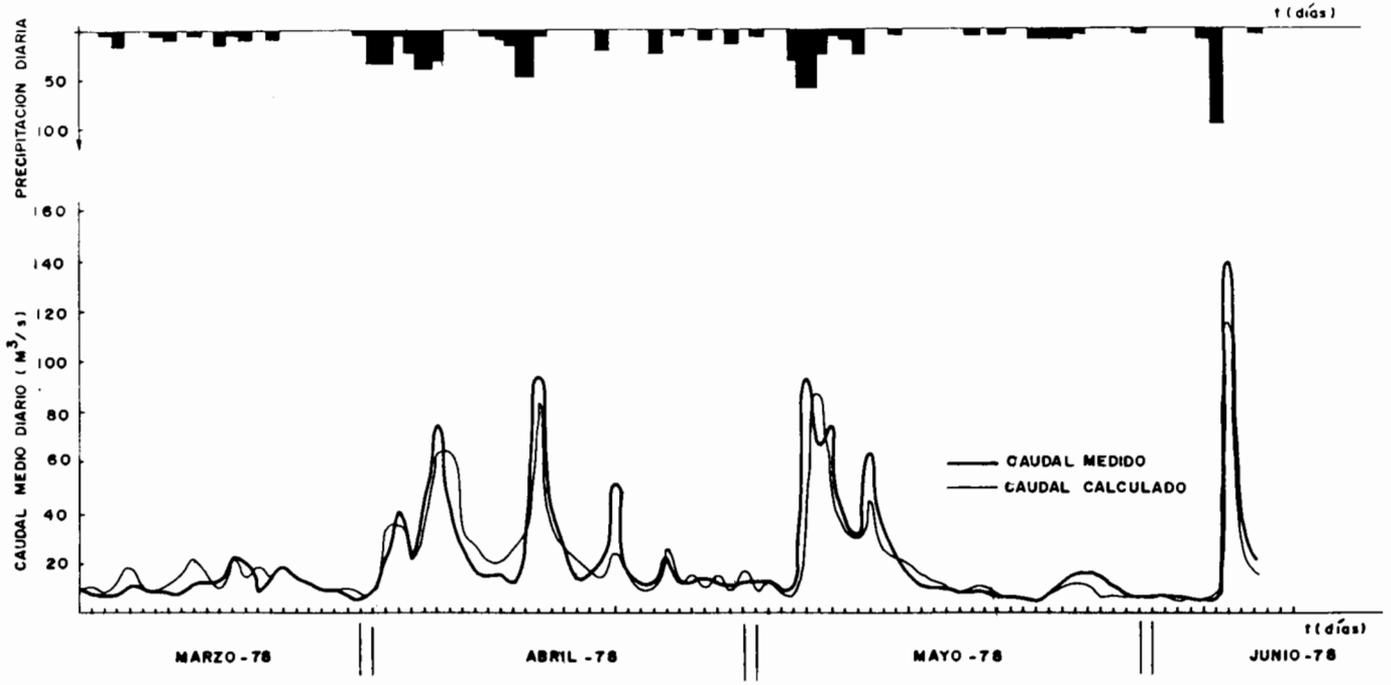
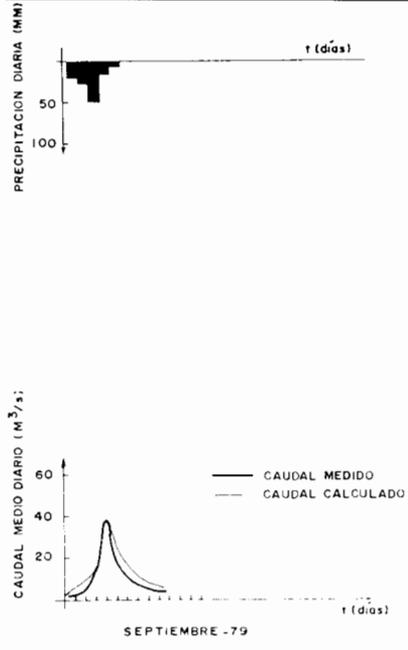
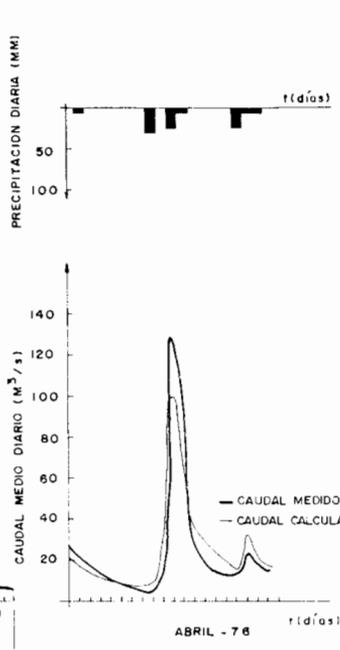
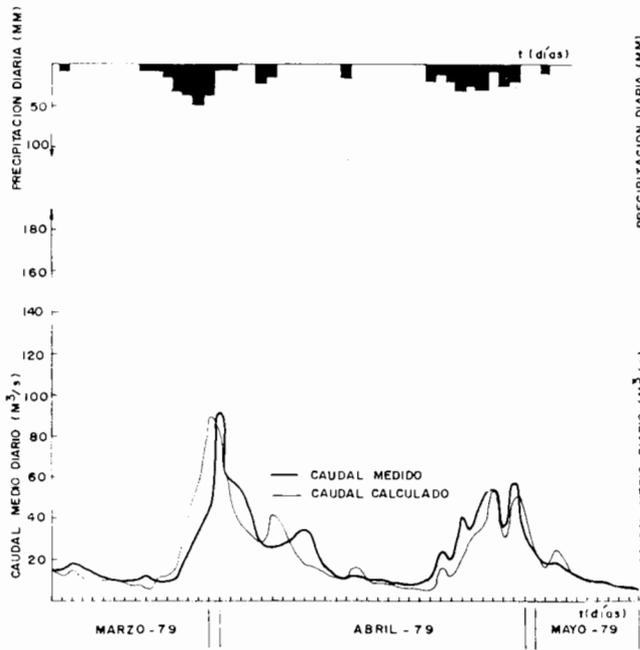
En las figuras siguientes se incluyen algunos ejemplos de aplicación del modelo ajustado. En ellas se recoge la precipitación diaria (media aritmética de los pluviómetros considerados) y los caudales medios diarios registrados y estimados.

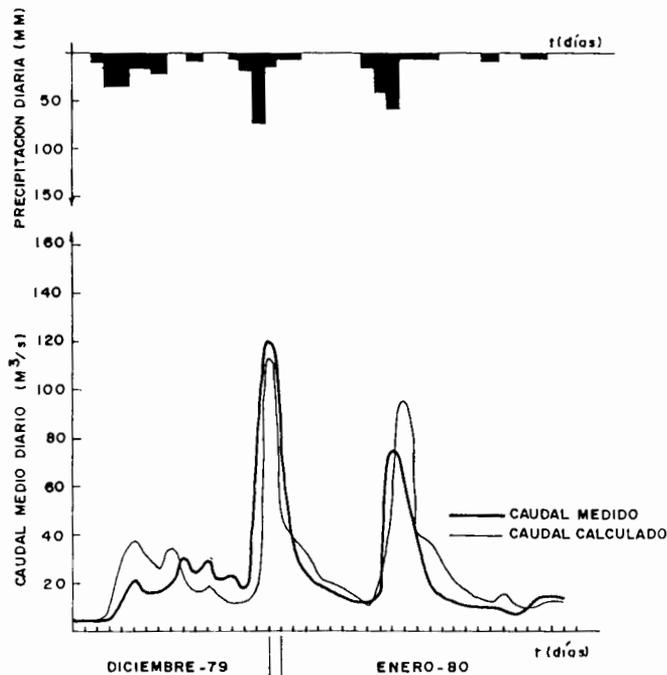
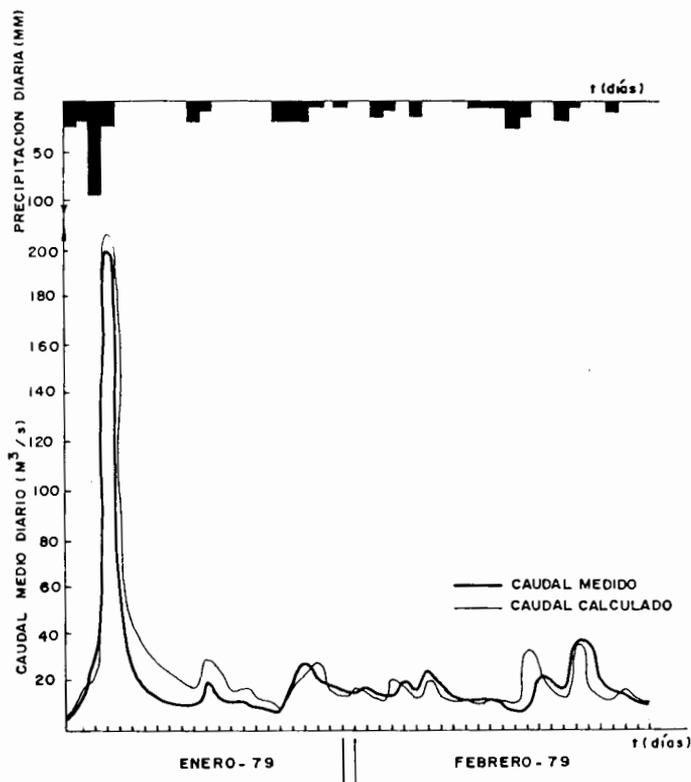
En los ejemplos que se presentan se ha procurado recoger diversas tipologías de transferencia en función de la duración del episodio lluvioso y de la época del año en que se han producido.

5. CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados obtenidos, cabe deducir las siguientes conclusiones:

- La metodología general propuesta de base físico-estadística para la aproximación sucesiva de la formulación de un modelo de transferencia lluvia-caudal, se manifiesta como un procedimiento de gran potencia que permite obtener expresiones de utilidad práctica a partir de bases conceptuales poco complicadas.





- La introducción de radicanos en la función de caudales permite tener en cuenta, de manera muy sencilla, el efecto que la interacción de lluvias de períodos sucesivos tiene en los caudales medios de etapas posteriores.
- En cuencas de pequeña extensión frente a las perturbaciones meteorológicas dominantes, los caudales medios pueden explicarse con base, solamente, en el registro de lluvias brutas de momentos anteriores.
- El modelo propuesto no necesita, salvo los precisos para el ajuste, ningún otro dato de caudal para la obtención de series de caudales a partir de lluvias.
- El modelo propuesto proporciona, a partir de una base conceptual muy sencilla, un grado de ajuste similar a los normalmente obtenidos en otros de mayor contenido teórico, que, por otra parte, exigen datos de un número mayor de variable experimentales.

BIBLIOGRAFIA

BOX, G. E. P. y JENKINS, G. M. (1970): «Time Serie Analysis. Forecasting and Control». Holden-Day.

BOX, G. E. P.; HUNTER, W. G. y HUNTER, J. S. (1978): «Statistics for experiments». Wiley.

BISWAS, A. K. (1976): «Sistems Approach to water management». McGraw-Hill.

CHOW, V. T. (1964): «Handbook of applied hydrology». McGraw-Hill.

DRAPER, N. y SMITH, H. (1966): «Applied Regression Analysis». Wiley.

LUCEÑO, A. (1983): «Utilización Práctica de los Métodos de Regresión. Un paquete de programas». Universidad de Santander.

PLACKETT, R. L. (1960): «Regresión Analysis». Clarendon Press.

RAUDKIVI, A. J. (1979): «Hydrology». Pergamon Press.

SHAW, E. M. (1983): «Hydrology in Practice». Van Nostrand Reinhold.