UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

Máster en Formación del Profesorado de Secundaria

Estudio sobre las asignaturas de matemáticas en las pruebas de acceso a la Universidad: sistemas de ecuaciones lineales y matrices ¿ejercicios o problemas?

Study of the subjects of mathematics in the University access exams: systems of linear equations and matrices ¿exercises or problems?

Alumno/a: Juan Lebrija Vega

Especialidad: Matemáticas

Director/a: Daniel Sadornil Renedo

Curso: 2019-2020

Fecha: Junio 2020

Índice

Resumen / Abstract

El siguiente Trabajo de Fin de Máster pretende hacer una reflexión sobre la importancia de la EBAU como prueba de acceso a la Universidad, en concreto, sobre las asignaturas de Matemáticas II y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II en la comunidad de Cantabria. En primer lugar, se presenta un marco teórico en el que se describen temas como el sistema educativo español, las pruebas de acceso a la Universidad y el currículum de 2º de Bachiller, entre otros. En segundo lugar, se presenta el análisis realizado acerca de las pruebas de acceso de las asignaturas de matemáticas. Este análisis recoge un estudio, desde un criterio personal, de las preguntas de los exámenes de acceso relacionadas con sistemas de ecuaciones lineales y matrices, una entrevista a los dos coordinadores de las pruebas y un cuestionario a profesores de 2º de Bachillerato. Finalmente, se presentan una serie de conclusiones finales, fruto del estudio realizado, como puede ser la necesidad de cambio en el currículum.

Palabras clave: *numerus clausus*, pruebas de acceso a la Universidad, estándares de aprendizaje, currículum.

The following Master Final Project aims to do a reflection about the importance of the EBAU as a University access exam, specifically about the modules of Mathematics II and Mathematics Applied to Social Sciences II in the community of Cantabria. Firstly, a theoretical framework is presented in order to describe topics as the spanish educational system, the university access exams and the 2nd Bachelor´s curriculum, among others. Secondly, the analysis carried out of the mathematics modules on the access exams is presented. This analysis includes a study, from a personal perspective, of the questions in the access exams related to systems of linear equations and matrices, and interview with the two coordinators of the tests and a questionnaire for teachers of 2nd Bachellor. Finally, a series of final conclusions are presented as a result of the study carried out, such as the need for a change in the curriculum.

Keywords: *numerus clausus*, university access exam, evaluable learning standards currículum

1.Introducción

1.1Sistemas de acceso a la Universidad

Los métodos de acceso a la Universidad son variados y característicos de cada país, pero generalmente todos coinciden en que la enseñanza secundaria es condición necesaria pero no suficiente para entrar en la Universidad. Entre los distintos países del mundo, Estados Unidos tiene como criterio de acceso las calificaciones obtenidas en la enseñanza secundaria y una posterior entrevista previa; por otra parte, Japón exige un examen de ingreso cuya finalidad es verificar un cierto nivel de capacidad; en otros países, determinadas universidades prefieren un número limitado de alumnos, independientemente de si existe un número superior con méritos para ingresar (lo que se conoce como *numerus clausus*) (Escudero Escorza, 1997, p. 10). Pero normalmente se suele utilizar una combinación de los métodos señalados y otros no citados

La existencia de procesos selectivos para el acceso a estudios universitarios con una prueba específica de por medio, es un elemento común prácticamente en todos los sistemas educativos. Lo mismo ocurre con el *numerus clausus,* como instrumento de respuesta a los desajustes de demanda y oferta, con el objetivo de distribuir a los estudiantes entre los distintos grados. El sistema de acceso a la Universidad en nuestro país también se basa en estos dos elementos comunes, por lo que es globalmente muy similar al de los países de nuestro entorno (Escudero Escorza, 1997, p. 12).

En muchos países europeos, las pruebas de madurez que se realizan para obtener los títulos de Educación Secundaria se aplican a su vez como pruebas de acceso a la Universidad. Esta certificación en España no necesita prueba, pero, sin embargo, los estudiantes sí necesitan superar un examen para acceder a la Universidad bastante similar al de los sistemas europeos para certificar su educación secundaria. Dicha prueba es conocida actualmente como EBAU (Evaluación del Bachillerato para el Acceso a la Universidad), tema central de este trabajo. Otros sistemas alternativos de acceso, menos comunes, son el acceso vía Formación Profesional de segundo grado y la superación de una prueba para mayores de 25 años.

1.2 Pruebas de acceso a la Universidad en España

Las pruebas de acceso a la Universidad se remontan a principios del siglo XX. Según afirma Escudero Escorza (1997, pp. 10-11), el sistema de acceso español desde 1940 hasta 1990 se puede dividir en tres etapas en función de las tres leyes reguladoras del sistema de enseñanza. La primera etapa (1940-1953) cubre la vigencia del llamado *Examen de Estado*, implantado por la Ley de Reforma de la Segunda Enseñanza, de 23 de septiembre de 1938, en el que las universidades eran las encargadas de realizar dicha prueba. En la segunda etapa (1953-1970), éste fue sustituido por la *Prueba de Madurez*, implantada por la Ley de 26 de febrero sobre Ordenación de la Enseñanza Media de 1953. Estas dos pruebas recibieron muchas críticas por parte de la sociedad. La última etapa va desde la aprobación de la Ley General de Educación y Financiación de la Reforma Educativa el 4 de agosto de 1970 hasta 1990, con la aprobación de la Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo Español (LOGSE). En esta etapa no existió prueba entre la Educación Secundaria y la Universidad hasta el curso 1974-1975, cuando se instauró la conocida como *Selectividad.*

La evolución del sistema de acceso ha supuesto un gran crecimiento en el número de estudiantes universitarios. Por ejemplo, el curso 1969-1970, en España los estudiantes universitarios no alcanzaban los 350.000 matriculados y los datos del curso 2016-2017 llegaban a 1.490.000, es decir, aumentando más de cuatro veces (Sacristán Adinolfi, 2017, p. 20). A pesar de haber sufrido una serie de modificaciones, éste es el sistema de acceso que ha persistido hasta nuestros días. Durante más de 40 años, distintos gobiernos han mantenido estas pruebas de acceso. En el curso 2016-2017 se planteó sustituir esta prueba por una reválida de Bachillerato, que finalmente no se llevó a cabo. Existe, por tanto, una necesidad de mantener las pruebas de acceso a la Universidad por dos razones: por un lado, es necesario distribuir a los alumnos entre las distintas carreras. Es decir, lo importante no es aprobar o suspender la prueba, sino la nota obtenida, que permite el acceso o no a los estudios más demandados (*numerus clausus*). La existencia de un examen común hace que el acceso no dependa únicamente de la nota que los estudiantes obtienen en los centros. La prueba influye de alguna forma en el temario y trabajo del profesorado en los centros, que fijan como meta que los estudiantes sean capaces de aprobar estas pruebas. Por otro lado, el existir una prueba única externa a los centros hace que el sistema de acceso sea más “justo” ya que, para aumentar su prestigio, los centros podrían “hinchar” la nota de sus estudiantes, las cuales no serían reales. Por consiguiente, uno de los efectos de las pruebas de acceso sería el mantenimiento de cierta homogeneidad en el nivel de conocimientos (Sacristán Adinolfi, 2017, pp. 36-37).

Se ha visto que las pruebas de acceso son necesarias, pero también traen consigo una serie de problemas. Uno de ellos es la necesidad de objetividad de la prueba, que aparece de forma recurrente en la legislación (Escudero Escorza, 1997, p. 11). Esto es un reflejo de la preocupación de la sociedad y la comunidad investigadora ante la importancia que van adquiriendo las décimas, e incluso las centésimas, en las calificaciones, como consecuencia de la implantación del *numerus clausus,* y de la consiguiente importancia de la prueba para distribuir a los estudiantes entre los distintos grados. Esta búsqueda de la objetividad tiene dos efectos: uno positivo, que es la preocupación por la mejora de aspectos procedimentales de la prueba, y otro negativo, que es el abandono de la importancia que se le daba a la madurez intelectual, debido a la gran dificultad de su medición. Surge así la paradoja de que cuanto más se trata de aumentar la capacidad técnica de la prueba para medir con el máximo de objetividad, más difícil resulta medir con la misma objetividad aspectos tan fundamentales como la madurez del alumno.

Otro de los problemas es el cambio progresivo de función de la prueba. El *Examen de Estado* y la *Prueba de Madurez* eran pruebas de selección y no de distribución del alumnado ya que, únicamente distinguían entre aptos y no aptos. Sin embargo, en el preámbulo de la Ley 30/1974, que implanta las PAAU (Pruebas de Aptitud para el Acceso a la Universidad), se habla de seleccionar a los más capacitados y garantizar una distribución “armónica” de los estudiantes. Este segundo aspecto comienza a pasar a primer plano en 1977, con la introducción del *numerus clausus* en Medicina (Escudero Escorza, 1997, p. 11). Por tanto, el principal problema del estudiante ya no radica únicamente en aprobar el examen, sino en sacar la suficiente nota para acceder a la carrera de su elección. La función que cumple la prueba de acceso de seleccionar a los alumnos, ha pasado a ser la de distribuirlos.

Una de las alternativas a la vigente prueba de acceso a la Universidad que se ha planteado a lo largo de los años, es transferir el sistema de selección de estudiantes a las Facultades y Escuelas Técnicas de la Universidad. De hecho, la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) iba en esta línea, al proponer una reválida de Bachillerato y un acceso a la Universidad no unificado, dependiente de cada universidad. De esta manera, la superación de la prueba no daría acceso a todos los grados existentes, sino que sería la Universidad quien decidiera la forma de acceso, aunque el peso del Bachillerato y de la prueba de evaluación externa debería tener al menos un peso del 60%. También existiría la posibilidad de que la Universidad estableciera su baremo en base al 100% de la nota obtenida durante en esos dos últimos años, teniendo en cuenta la modalidad del Bachiller y las optativas cursadas (Fernández Pérez, 2016, p. 16).

El sistema de acceso universitario es un tema muy complejo y muchas de las soluciones que se plantean tienen un carácter transitorio porque la demanda de educación superior está en constante cambio. Medidas adecuadas para hoy, serán inadecuadas para mañana. Los problemas de regulación de flujo de estudiantes que tienen muchos sistemas universitarios se deben, probablemente, a que las demandas sociales sean superiores a las respuestas planificadoras. La flexibilidad y dinamismo parecen ser los únicos elementos que deben permanecer en los modelos de adecuación entre oferta y demanda de los estudios universitarios (Escudero Escorza, 1997, p. 13).

1.3 Objetivos

Debido a la gran importancia que tienen las pruebas de acceso a la Universidad en el Sistema Educativo Español, en este Trabajo de Fin de Máster, el objetivo central es realizar un estudio acerca de las asignaturas de Matemáticas II y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II en la EBAU, en concreto, de la parte de sistemas de ecuaciones lineales y matrices, integrada en el bloque 2 del currículum, *Números y Álgebra.* Dentro de ese estudio, se presentan a continuación una serie de objetivos secundarios:

- Analizar la tipología y frecuencia de las preguntas planteadas. ¿Deberían ponerse ejercicios o problemas en las pruebas de acceso a la Universidad?
- Analizar la idoneidad de las preguntas a partir de los estándares de aprendizaje evaluables. Es decir, ¿se ajustan las preguntas a dichos estándares de aprendizaje?
- Reflexionar sobre la influencia de la EBAU en los profesores a la hora de impartir el currículum de 2º de Bachillerato.
- Presentar y argumentar las posibles pruebas alternativas a la EBAU.
- Reflexionar sobre la necesidad de un cambio en el currículum de Bachillerato.

Una vez expuestos los objetivos, la siguiente parte del trabajo se divide en tres capítulos: el capítulo 2, en el que se describe el marco teórico para poner en contexto al lector; el capítulo 3, en el que se realiza el estudio de las asignaturas de matemáticas en Cantabria; y finalmente el capítulo 4, en el que se exponen las conclusiones extraídas del estudio.

2. Marco teórico

En este capítulo se van a tratar diferentes temas relacionados con las pruebas de acceso a la Universidad. Para ello, en primer lugar, se describe brevemente el sistema educativo español para poder describir posteriormente las pruebas de acceso. Se ha dedicado un apartado a los estándares de aprendizaje evaluables, objeto de estudio muy importante en el análisis de los exámenes en este trabajo. De un contexto general, se concretiza a la descripción de las asignaturas de matemáticas en Cantabria, teniendo en cuenta el Decreto 38/2015, de 22 de mayo, que establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en dicha comunidad. Posteriormente, se definen los tipos de preguntas que aparecen en los exámenes analizados, en concreto, de la parte de sistemas de ecuaciones lineales y matrices incluida en el bloque de *Números y Álgebra,* y se expone la importancia de su aplicación en la vida real. Finalmente, se exponen las conclusiones extraídas en los seminarios sobre el currículum de Bachillerato y la EBAU de las asignaturas de matemáticas.

2.1. El sistema educativo español

El sistema educativo español se encuentra regulado en los niveles anteriores a la Universidad por la Ley Orgánica de Educación (LOE), con las modificaciones recogidas en la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), con el objetivo de ofrecer a todas las personas la formación necesaria para su desarrollo personal, profesional y social. La educación universitaria está regulada por la Ley Orgánica 4/2007 (LOMLOU), que modificó la LOU en el año 2007 para desarrollar el Espacio Europeo de Educación Superior (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2016, p. 1).

El sistema educativo español se estructura en enseñanzas de régimen general y de régimen especial. Dentro de las primeras, se incluyen la Educación Infantil, la Educación Primaria, la Educación Secundaria Obligatoria, el Bachillerato, la Formación Profesional y la Educación Universitaria. También están contempladas su adecuación a necesidades especiales, la Educación a Distancia y la Educación para Personas Adultas. Dentro de las de régimen especial se recogen las Enseñanzas Artísticas, de Idiomas y Deportivas (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2016, p. 1).

A continuación, con el objetivo de contextualizar la prueba de acceso a la Universidad, se realiza una breve descripción de las enseñanzas de régimen general, desde la Educación Infantil hasta el Bachillerato. La Educación Infantil se trata de una etapa voluntaria cuya finalidad es contribuir al desarrollo físico, afectivo, social e intelectual de los niños. Se divide en dos ciclos: el primero hasta los tres años de edad (con la antigua denominación de "guardería") y el segundo, hasta los seis años. Alcanzada esta edad, se produce la incorporación a la Educación Primaria, enseñanza obligatoria y gratuita. Se divide en seis cursos en el que el proceso de enseñanza-aprendizaje progresa paulatinamente. La finalidad de esta etapa es:

> Proporcionar a todos los niños una educación común que haga posible la adquisición de los elementos básicos culturales, los aprendizajes relativos a la expresión oral, a la lectura, a la escritura y al cálculo aritmético, así como una progresiva autonomía de acción en su medio, y la detección de dificultades de aprendizaje que permitan un tratamiento individualizado temprano (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2016, p. 1).

El alumno avanza de curso si se considera que ha logrado los objetivos y ha adquirido las competencias correspondientes. De no ser así, podrá repetir curso una sola vez durante la etapa, con un plan específico de recuperación.

La Educación Secundaria Obligatoria (ESO) consta de cuatro cursos que se siguen ordinariamente entre los doce y dieciséis años de edad. Esta etapa tiene como finalidad lograr que los alumnos adquieran una cultura básica; desarrollar y consolidar en ellos hábitos de estudio y trabajo; prepararlos para estudios posteriores y para su inserción laboral y su vida profesional; y formarles para el ejercicio de sus derechos y obligaciones en la vida como ciudadanos. La etapa se puede dividir en dos ciclos: el primero formado por los tres primeros cursos y, el segundo, por el cuarto curso. Este último tiene un carácter fundamentalmente propedéutico, dando la opción a escoger entre enseñanzas académicas, orientadas a optar posteriormente al Bachillerato, o la opción de enseñanzas aplicadas para la iniciación de la Formación Profesional. El alumnado al terminar esta etapa recibe el título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria, que le permite acceder al Bachillerato y a la Formación Profesional de Grado Medio (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2016, pp. 1-2).

Otra forma de obtener el título de la Educación Secundaria Obligatoria es optando por el camino de la Formación Profesional, en la que se distinguen tres niveles: básico, medio y superior. Estas enseñanzas se estructuran en módulos, incluyendo módulos profesionales que garantizan las competencias del aprendizaje permanente (de Comunicación, Ciencias Sociales y Ciencias Aplicadas), módulos profesionales orientados al desarrollo de competencias en la vida profesional e inserción laboral y, un módulo profesional de Formación en Centro de Trabajo (FCT), en el que los alumnos realizan prácticas en empresa para completar su competencia profesional. La duración de los ciclos formativos es de 2000 horas, equivalente a dos cursos académicos a tiempo completo.

Para acceder a los ciclos formativos de Formación Profesional Básica se deben cumplir una serie de requisitos simultáneos, como tener al menos 15 años y no superar los 17 años en el momento de acceso, o haber cursado el primer ciclo de la ESO, entre otros. Al superar esta enseñanza el alumno obtiene el *Título Profesional Básico* y, a su vez, puede obtener el título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria tras la superación de la evaluación final. Con la posesión de estos dos títulos o a través de un procedimiento de admisión regulado por las administraciones educativas, es posible acceder al ciclo formativo de Formación Profesional de Grado Medio. El alumno que supera esta enseñanza obtiene el título de *Técnico* correspondiente al título. Para acceder al ciclo formativo de Formación Profesional de Grado Superior (educación postobligatoria), es necesario el título de *Técnico* y de *Bachiller*, o superar el procedimiento de admisión regulado por la administración, y al finalizarlo, se obtiene el título de T*écnico Superior* en el ciclo correspondiente (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2016, pp. 3-4).

La otra opción de enseñanza postobligatoria, el Bachillerato, comprende dos cursos académicos y, en él, se contemplan tres modalidades: Artes, Ciencias y Tecnología, y Humanidades y Ciencias Sociales. Esta etapa tiene como finalidad "proporcionar a los alumnos formación, madurez intelectual y humana, conocimientos y habilidades que les permitan desarrollar funciones sociales e incorporarse a la vida activa, personal y profesional con responsabilidad y competencia" (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2016, p. 2). Al completar estos estudios el alumno recibe el título de *Bachiller*, lo que le permitirá el acceso a la Formación Profesional de Grado Superior, descrito anteriormente, o a los estudios universitarios. En este último caso, para acceder a la Universidad, la posesión del título de *Bachiller* es condición necesaria, pero no suficiente. Se debe, además, superar una prueba de acceso externa, conocida actualmente como EBAU.

2.2. Las pruebas de acceso a la Universidad

Como se acaba de mencionar, para acceder a la Universidad, además de poseer el título de Bachiller, es necesario la superación de una prueba externa que permita valorar, junto con las calificaciones obtenidas en el Bachillerato, la madurez académica, los conocimientos y la capacidad de los estudiantes para seguir con éxito las enseñanzas universitarias. La prueba de acceso tiene como finalidad, primero, valorar si el alumno está capacitado o no para cursar un grado universitario y, segundo, la ordenación de las solicitudes de admisión para la adjudicación de las plazas ofertadas en universidades públicas (Sánchez-Calero García, 2013, p. 5).

La evaluación es una herramienta imprescindible en el proceso de enseñanza-aprendizaje ya que, permite comprobar el logro o no de los objetivos, orientar y motivar al alumno, detectar las dificultades y errores, influir en el estilo de estudio, etc. Sin embargo, la mayoría de estudiantes y profesores consideran evaluar como sinónimo de calificar, de forma que únicamente se miden los conocimientos a partir de una nota que permita seleccionar a los alumnos (Alonso Lanza, 2013, p. 11). Desde su implantación (1974), en el sentido actual, la estructura de las pruebas de acceso a la Universidad ha consistido en una serie de exámenes de diferentes materias, no eliminatorios, en el que importa la nota media final, no la individual. La EBAU no es una evaluación que se vea como instrumento de aprendizaje, sino que responde a la forma de evaluación tradicional, cuantitativa.

A lo largo de los años, la prueba de acceso ha experimentado más cambios en su propio nombre que en el formato del examen (Cantó, 2018). “Selectividad” es el nombre más común cuando se hace referencia a las pruebas de acceso a la Universidad. Este examen se implantó en 1974, con la reforma educativa conocida como Ley Esteruelas. El entonces ministro de Educación Cruz Martínez Esteruelas, puso fin a la reválida existente para todo aquél que quisiera estudiar una carrera**,** con el fin de dar respuesta a la creciente demanda de estudios universitarios por parte de los jóvenes.

En 2006, con la llegada de la Ley Orgánica de Educación (LOE), la Selectividad pasó a llamarse PAU (Prueba de Acceso a la Universidad). Volvió a cambiar de nombre a partir de 2010 para adaptarse al Espacio Europeo de Educación Superior, y pasó a llamarse PAEG (Prueba de Acceso a los Estudios de Grado) en algunas Comunidades Autónomas, aunque en Cantabria no se adoptó esta terminología. La PAEG volvió a cambiar de nombre en 2017, cuatro años después de implantarse la LOMCE. Pasó a llamarse EvAU (Evaluación para el Acceso a la Universidad) o, en algunas Comunidades Autónomas, EBAU (Evaluación de Bachillerato para el Acceso a la Universidad), como es el caso de Cantabria (Cantó, 2018). La forma que aparece en el Boletín Oficial del Estado es "EBAU", pero incluso 14 años después, el nombre que más se sigue utilizando de forma no oficial es “Selectividad”.

Desde 1975, la estructura de la prueba ha sufrido una serie de modificaciones, entre las que cabe destacar la del año 2010, la cual se mantiene hasta nuestros días con la actual EBAU. La prueba de acceso consta de dos fases (García, 2019): la fase obligatoria y la fase voluntaria (anteriormente conocidas como fase general y específica, respectivamente). La fase obligatoria consta de cuatro exámenes (cinco si hay lengua oficial autonómica): Historia de España, Lengua Castellana y Literatura II, Primera Lengua Extranjera II y un cuarto examen dependiendo de la modalidad. Actualmente, las ramas de Ciencias y Ciencias Sociales incluyen las asignaturas de matemáticas (esto no se impuso hasta el curso 2016-2017). La fase voluntaria sirve para obtener mayor puntuación. En aquellas titulaciones donde existe un número de plazas limitado, los alumnos acceden según la nota obtenida y, por tanto, de esta forma se puede aumentar dicha nota. Las asignaturas son de una modalidad específica (de ahí el nombre anterior) y, los criterios de ponderación, varían según la afinidad del grado al que se quiere acceder, pudiendo sumar un 0, 10 o 20% de la nota obtenida en el examen. En la parte específica se pueden hacer hasta cuatro exámenes, pero sólo se contabiliza la nota de dos asignaturas como máximo ya que, la nota máxima posible es de 14 puntos. Existen dos convocatorias para la prueba, ordinaria y extraordinaria, las cuales están sujetas a las variaciones del calendario según la comunidad.

La calificación final para el acceso a la universidad se divide en dos partes: la fase obligatoria de la EBAU tiene un peso del 40% sobre 10 puntos y, el 60% restante, proviene de la nota media obtenida en bachiller. La puntuación obtenida en la fase voluntaria se suma a esta nota global, obteniéndose como bien se ha dicho antes, un máximo de 14 puntos. Para aprobar es necesario sacar, al menos, un 4 en la parte general y un 5 en la nota final.

2.3 Estándares de aprendizaje evaluables

Otro de los cambios producidos, no en la estructura de la prueba, sino en el modelo de evaluación, fue la introducción de estándares de aprendizaje evaluables en el año 2015. El Ministerio de Educación define los estándares de aprendizaje evaluables como:

> Especificaciones de los criterios de evaluación que permiten definir los resultados de aprendizaje, y que concretan lo que el alumno debe saber, comprender y saber hacer en cada asignatura: deben ser observables, medibles y evaluables y permitir graduar el rendimiento o logro alcanzado. Su diseño debe contribuir y facilitar el diseño de las pruebas estandarizadas y comparables (Fuster García, 2015, p. 31).

Una de las reformas de la LOMCE, que finalmente no se llevó a cabo, fue sustituir la prueba de acceso a la Universidad por una reválida a modo de evaluación final de Bachillerato, a partir del curso 2017-2018. El alumno no obtendría el título de Bachiller sin haber superado dicha prueba. Dos parecen ser los motivos que justifiquen la introducción de las *reválidas* y los estándares de aprendizaje evaluables: el elevado índice de fracaso y abandono escolar y el deterioro del nivel del sistema educativo, como podrían indicar de alguna forma los resultados de PISA.

Los estándares de aprendizaje evaluables se presentan como un potente instrumento de orientación, cuya función es determinante en tres aspectos. El primero es determinar los *contenidos*, es decir, definir qué es lo que los alumnos deben saber. El segundo, los *criterios de rendimiento*, a saber, cómo deberían demostrar que han adquirido el conocimiento. No deberían evaluar tanto la mera transmisión del conocimiento, sino la capacidad de utilizarlo. Sirven para precisar los criterios de evaluación y proporcionar ejemplos e indicadores. Por último, la *función de rendición de cuentas*, a partir de pruebas externas, como es la prueba de acceso a la Universidad, que permitan evaluar el grado de adquisición de dichos estándares (Fuster García, 2015, p. 28).

2.4. Currículum y pruebas de acceso de las asignaturas de matemáticas en Cantabria

Las pruebas de acceso a la Universidad, de todas las asignaturas, están adaptadas y se adecúan según el Decreto 38/2015, de 22 de mayo, que establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. En dicho currículum se distinguen contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables:

> El currículo básico de las asignaturas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato se ha diseñado partiendo de los objetivos propios de la etapa y de las competencias que se van a desarrollar a lo largo de la misma, mediante el establecimiento de bloques de contenidos en las asignaturas troncales, y criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables en todas las asignaturas, que serán referentes en la planificación de la concreción curricular y en la programación didáctica.

En las asignaturas de matemáticas los contenidos, criterios de corrección y estándares de aprendizaje evaluables han sido agrupados en torno a bloques que permiten identificar los principales ámbitos que comprende la asignatura (Universidad de Cantabria, 2019b). De esta forma, se permite organizar mejor los elementos curriculares y optar por la metodología más adecuada al grupo de alumnos. En el caso de Matemáticas II, la asignatura se divide en cinco bloques:

Procesos, métodos y actitudes en matemáticas, Números y Álgebra, Análisis, Geometría, y Estadística y Probabilidad. La asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II se divide en cuatro bloques, los mismos que Matemáticas II excepto *Geometría.* El bloque 1 se trata de un bloque transversal a los demás y no tiene un valor definido en la EBAU, sino que se evalúa de forma implícita.

Los exámenes de matemáticas de la EBAU se componen de dos opciones. Actualmente, cada opción contiene 4 preguntas, una correspondiente a cada bloque (exceptuando el bloque 1). En la presente convocatoria 2019/2020, debido a la situación excepcional provocada por el COVID 19, se ha visto la necesidad de modificar la estructura de la prueba y ya no hay dos opciones. Únicamente hay una opción con ocho preguntas (dos preguntas por bloque) y los alumnos deben responder a cuatro de ellas, con la posibilidad de realizar preguntas del mismo bloque (Universidad de Cantabria, 2020). En este trabajo se ha hecho un análisis de los exámenes desde 2010 hasta 2019, en concreto, de la parte de sistemas de ecuaciones lineales y matrices perteneciente al bloque de *Números y Álgebra*, de las asignaturas de Matemáticas II y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II. En este periodo de tiempo se han producido una serie de cambios, algunos comunes a las dos ramas y otros específicos de cada una de ellas.

En 2015, además de implantarse los estándares de aprendizaje evaluables, se produjo un cambio en el currículo: en la rama de Ciencias existían tres bloques hasta la fecha (*Álgebra Lineal, Geometría* y *Análisis*), a los que se añadieron dos bloques más (*Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas,* y *Estadística y Probabilidad*). El bloque de *Estadística y Probabilidad* se incorporó en el currículum en 2015 y, no fue hasta 2019 cuando se introdujo como contenido evaluable en la prueba de acceso. En la rama de Ciencias Sociales existían también tres bloques (*Álgebra Lineal, Análisis* y, *Estadística y Probabilidad*) al que se añadió el de *Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas,* transversal a los demás.

Al introducir nuevos bloques, se realizaron cambios en los porcentajes. Anterior al año 2015, en Matemáticas II, el peso de cada bloque en la prueba era de 3.5 puntos para *Análisis,* y 3.25 puntos para los de *Álgebra Lineal* y *Geometría.* En Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, los pesos eran de 3.5 puntos para *Análisis* y *Álgebra Lineal,* y 3 puntos el de *Estadística y Probabilidad.* En 2015, en Matemáticas II, se mantiene la puntuación, pero se otorga un porcentaje del 10% para el bloque transversal, implícito en los tres bloques restantes. En 2019, al convertir en evaluable el bloque de *Estadística y Probabilidad*, cambia el porcentaje, contando éste un 20%, el de *Análisis* un 30% y un 25% los de *Números y Álgebra* y *Geometría.* En la rama de Ciencias Sociales, a pesar de que se incluye el bloque transversal, la puntuación no se cambia explícitamente. Es decir, que el bloque de *Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas* no se evalúa de forma directa en ninguna de las dos ramas.

Como se ha visto hasta ahora, cada bloque tiene un valor en el examen, pero, además, tanto en la asignatura de Matemáticas II, como en la de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, existen unos criterios generales de corrección, que no tienen una puntuación definida explícitamente, pero que son importantes e influirán en la determinación de si la pregunta se ha realizado correctamente o no. Estos criterios no son comunes en ambas asignaturas, aunque sí muy similares. A continuación, se exponen a modo de ejemplo algunos de los criterios generales*:*

> Se valorará positivamente la explicación de los diferentes pasos seguidos, así como la claridad de exposición. No se admitirá ningún resultado si no está debidamente razonado. Puede haber diferentes métodos para resolver correctamente un ejercicio, cualquiera de ellos es igualmente válido. (Universidad de Cantabria, 2019a)

Unido a los criterios generales, se siguen también unos criterios específicos para cada pregunta del examen, en el que se otorga una puntuación determinada a las partes que conforman la resolución de la pregunta, ya sea el correcto planteamiento, pasos intermedios, obtener la solución correcta, entre otros.

Durante el periodo de tiempo analizado, la rama de Ciencias Sociales ha tenido estabilidad en lo que respecta a coordinadores, siendo María Patricia Gómez García, profesora del *Departamento de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación*, la coordinadora desde 2010. Sin embargo, en la rama de Ciencias ha habido dos cambios de coordinadores. Desde 2010 hasta 2014, Nuria Corral Pérez fue la encargada de coordinar la asignatura. En 2015, Luis Felipe Tabera Alonso, asumió el cargo hasta 2019. Este año (2020) el coordinador es Marcos Cruz Rodríguez. Los tres son profesores del *Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación*.

Un dato a destacar de la prueba es que en los años anteriores al curso 2016-2017, las asignaturas de matemáticas no eran materias generales del bloque de asignaturas troncales según la modalidad, es decir, no era obligatorio examinarse de ellas en la fase general de ninguna rama. Por ejemplo, los estudiantes podían examinarse de Literatura Universal y no de Matemáticas II. Aquí se aprecia el hecho de que no se evalúa a los alumnos para cursar estudios posteriores de una disciplina específica, sino que se establece un orden para acceder a la Universidad a partir de una nota global. A partir de dicho curso, esta posibilidad de elección se cambió y se impusieron las matemáticas como asignatura obligatoria en dicha fase para las ramas de Ciencias y Ciencias Sociales.

2.5. Tipología de preguntas

Uno de los objetivos del trabajo es determinar el tipo de preguntas que aparecen en los exámenes de las pruebas de acceso. Por ello, es necesario antes definir ambos conceptos y aclarar qué se entiende como problema y como ejercicio. A continuación, se muestran las ideas que tienen algunos autores sobre el concepto de problema, pues no existe una definición formal aceptada por todos los investigadores:

“Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata (Polya, 1961, p. 1)”

“Cualquier situación prevista o espontánea que produce, por un lado, un cierto grado de incertidumbre y, por otro, una conducta tendente a la búsqueda de su solución” (Sánchez-Calero García, 2013, p. 21).

“Planteamiento de una situación de respuesta desconocida que no es inmediata, que el alumno tiene que resolver mediante métodos matemáticos y que, además, el alumno debe tener la voluntad de hacerlo” (Conejo y Ortega, 2013, p. 134).

Alsina Pastells, en las IX Jornadas de Enseñanza de las Matemáticas en Cantabria (JEMC), celebradas el 14 y 15 de febrero de este año en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria, lo definió como “Situación nueva de la que no se conoce de antemano la estrategia para su resolución”.

En definitiva, a partir una visión personal y de las definiciones anteriores, un problema podría definirse como una situación que nos saca de nuestro estado de confort, provocando una sensación de incertidumbre en su primera lectura. Requiere una primera fase de comprensión y una posterior fase de planificación. Hasta que el enunciado no es comprendido, no es posible saber las herramientas matemáticas que van a ser utilizadas para su resolución. E incluso, durante el proceso de resolución, pueden aparecer obstáculos que impiden alcanzar la solución del problema, por lo que puede que sea necesario optar por otro camino que no estaba previsto tomar inicialmente. Por otro lado, los ejercicios pueden entenderse como tareas mecánicas que se resuelven sin necesitar un proceso de razonamiento. Se conoce de antemano el camino y las herramientas a usar, y sólo hay que aplicarlas para llegar a la solución. Los problemas exigen un profundo razonamiento que no es necesario para resolver ejercicios.

Los problemas son la mejor forma para evaluar la madurez y los conocimientos adquiridos por los alumnos. La resolución de problemas implica, primero, clarificar la situación incierta y, después, aplicar conocimientos y procedimientos, así como reorganizar la información almacenada en la estructura cognitiva, es decir, un aprendizaje verdadero (Sánchez-Calero García, 2013, p. 21). Por otro lado, los ejercicios sólo exigen conocer los algoritmos y procedimientos matemáticos para su resolución, sin tener que razonar.

La diferencia entre problema y ejercicio depende en gran parte de la persona que está interpretando el enunciado. Lo que uno puede considerar un problema, otro puede considerarlo ejercicio y, viceversa. En algunas ocasiones resulta muy difícil clasificar una pregunta como problema o ejercicio. Existe una barrera difusa que separa estos dos conceptos. Por ello, a continuación, se presentan tres tipos de preguntas planteadas que, debido a sus características, no se pueden clasificar de forma óptima ni como uno ni como otro. En cada definición se han expuesto preguntas que no pertenecen al bloque de matrices y sistemas de ecuaciones lineales con el objetivo de ofrecer una visión global de la definición del concepto. Los conceptos han sido definidos bajo criterio personal.

Cuestión teórica: pregunta/actividad que requiere un conocimiento previo de la teoría, a partir de la cual se razona para extraer una serie de conclusiones.

Elige la opción correcta:

Sea una función f(x) con derivada nula en dos puntos:

a) *La función tiene dos extremos relativos.*
b) *La función no tiene ningún extremo relativo.*
c) *La función puede tener más de dos extremos relativos.*

Se sabe que la segunda derivada de una función es positiva en el intervalo (-2,2):

a) *La función es convexa en ese intervalo.*
b) *La función es cóncava en ese intervalo.*
c) *La función tiene un punto de inflexión en x=0.*

Elige la respuesta correcta:

a) *Si una función es continua en todo su dominio, también es derivable.*
b) *Si una función es derivable en todo su dominio, significa que es continua.*
c) *Ninguna es correcta.*

Cuasiproblema: se define este concepto como una pregunta intermedia entre ejercicio y problema ya que, no requiere un razonamiento tan profundo como un problema, pero requiere un esfuerzo mayor que la simple mecanicidad de los ejercicios.

Tenemos una función polinómica $y = ax^3 + bx^2 - cx + d$*. Se sabe que la función ni crece ni decrece en x=1, en el mismo punto en el que existe un cambio de curvatura. Además, el valor de la pendiente de la recta tangente en x=3 vale 2, y el valor de la función en x=3 vale 3. Calcula los parámetros a, b, c y d.*

No tiene un enunciado aplicable a una situación de la vida real. Requiere una serie de conceptos a conocer que no son triviales ni se pueden hacer de forma mecánica. Requiere hacer un razonamiento mayor que calcular una simple derivada, pero no tan profundo como el que se necesita para resolver un problema. Cuando se descifran las condiciones, la resolución es mecánica.

Falsos problemas: preguntas con enunciados que parecen ser problemas, por contener datos de situaciones de la vida real, pero que son prescindibles a la hora de resolver el problema. Si se eliminan dichos datos del enunciado, es apreciable que se trata de un ejercicio.

Pedro tiene un terreno con forma de parábola $y = -x^2 + 4$*, que es atravesado por un sendero descrito por la recta* $y = 1$*. Dibuja el terreno de Pedro y calcula el área encerrada por el sendero y la parábola.*

Puede parecer el enunciado de un problema ya que, se da una situación de la vida real, pero en realidad, si se prescinden de los datos reales, simplemente hay que dibujar las funciones y calcular el área encerrada por ellas. No requiere ningún tipo de razonamiento, se puede hacer de forma mecánica.

2.6. Sistemas de ecuaciones lineales y matrices

Como se ha mencionado anteriormente en el apartado 2.4, en este trabajo se ha hecho un análisis de los exámenes desde 2010 hasta 2019, en concreto, de la parte de sistemas de ecuaciones lineales y matrices perteneciente al bloque de *Números y Álgebra*, de las asignaturas de Matemáticas II y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II.

Los sistemas de ecuaciones lineales son un recurso matemático que tienen gran importancia en la resolución de problemas en diferentes ámbitos. Si se quiere estudiar cierto fenómeno, se puede hacer una modelización que lo explique y, en muchas ocasiones, esto implica utilizar sistemas de ecuaciones. Antes del uso de los ordenadores, los modelos eran casi siempre lineales, y en caso de no serlos, se podía hacer una simplificación linealizándolos. Toda simplificación que se haga se puede traducir en un ahorro en el tiempo de computación, aunque sólo da una aproximación a la solución correcta. Actualmente, se podrían resolver sistemas con millones de ecuaciones y de variables con el uso de los ordenadores (Pascual González y Valdés Menéndez, 2015, p. 70).

Los sistemas de ecuaciones lineales tienen importancia para la resolución de problemas de distintos campos, como por ejemplo en circuitos eléctricos, mecánica clásica, mecánica cuántica, economía, balance de reacciones químicas, entre otras muchas. La resolución de sistemas de ecuaciones lineales viene acompañada del cálculo matricial. El lenguaje matricial facilita su simplificación y resolución ya que, la información se organiza usando matrices. Una buena forma es simplificar las matrices consiguiendo que muchos coeficientes sean nulos (método de Gauss), fácilmente implementable en un ordenador. El otro método que se imparte en Bachillerato es el método de Cramer.

2.7. Seminarios sobre las asignaturas de matemáticas en Cantabria

A principios del mes de marzo de 2020, se realizaron dos seminarios en Castro Urdiales acerca de las asignaturas de matemáticas en Cantabria: uno de ellos sobre el currículum en el Bachillerato y, el otro, sobre dichas asignaturas en la EBAU.

Durante los días 6, 7 y 8 de marzo tuvo lugar el seminario para el análisis y propuestas sobre el currículum de matemáticas en el Bachillerato, al que asistieron por invitación 30 profesores y profesoras de las Sociedades que componen el CEMAT, con experiencia en matemáticas y educación matemática, y 2 representantes de asociaciones de estudiantes, al objeto de analizar el modelo actual de currículum del Bachillerato. Las conclusiones finales fueron las siguientes: el eje de la formación matemática debe ser la resolución de problemas ya que, es la forma de adquirir la competencia matemática necesaria para comprender el mundo actual. El exceso de contenidos del currículum resulta ser un obstáculo para lograrlo, alejándose de la realidad del aula. Por ello, consideran importante racionalizar la cantidad, extensión y profundidad de los contenidos. De esta manera, el profesorado dispondría de más tiempo para una metodología basada en la construcción del conocimiento y reduciendo el peso de los procedimientos mecánicos. Con el currículum actual, el razonamiento, el rigor y la demostración prácticamente se han perdido. Además, se ha hecho una mención especial a la incorporación de la tecnología en el aula (calculadora, softwares matemáticos, etc), cuyo adecuado uso facilitaría la disminución de procesos rudimentarios a cambio de enfoques más conceptuales y competenciales (Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas, 2020b).

Del 8 al 10 de marzo tuvo lugar el seminario sobre la EBAU. Al seminario asistieron representantes de las sociedades que componen el Comité Español de Matemáticas (CEMAT), representantes del Ministerio de Educación y Formación Profesional, y profesores de matemáticas, todos ellos con experiencia en las pruebas de acceso a la Universidad, al objeto de analizar el estado actual de las mismas en un momento en que desde distintos ámbitos académicos y administrativos se cuestiona su papel y su formato, y se lanzan propuestas de reforma. Del seminario se extrajeron una serie de conclusiones: se considera que la prueba es necesaria, pero se cuestiona su modelo debido al círculo vicioso, la confusión de objetivos, la descoordinación entre autonomías y las resistencias al cambio. El círculo vicioso consiste en que las pruebas condicionan el modelo de enseñanza en 2º de Bachillerato y, a su vez, este modelo condiciona el tipo de pruebas que se hacen. Para romper con este círculo vicioso se necesitan unas pruebas que alcancen los objetivos de pensamiento crítico, razonamiento y madurez necesarios para acceder a los grados universitarios. Se está de acuerdo que la clave para ello es la resolución de problemas, evitando ejercicios tipo, de forma que el modelo de enseñanza no se base en la preparación para un examen. Cualquier propuesta de reforma debería tener una adecuada temporalización, evitando cambios bruscos. Los encargados de diseñar las pruebas de las distintas autonomías deberían trabajar coordinadamente ya que, si no es posible la elaboración de una prueba común nacional, al menos que sean lo más homogéneas posibles (Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas, 2020a).

3. Estudio de las asignaturas de matemáticas en la EBAU

En este capítulo se va a presentar el análisis realizado en el presente Trabajo de Fin de Máster. En primer lugar, se describe el análisis de las preguntas que aparecen en las pruebas de acceso, atendiendo a su tipología, frecuencia y su ajuste a los estándares de aprendizaje evaluables. En segundo lugar, se presentan las entrevistas realizadas a los dos últimos coordinadores de las pruebas, Luis Felipe Tabera Alonso, de la rama de Ciencias, y María Patricia Gómez García de la rama de Ciencias Sociales. Por último, se exponen las respuestas que aportaron veinte profesores de 2º de Bachillerato en un cuestionario acerca de la EBAU.

3.1. Análisis de exámenes.

En esta parte del trabajo se ha realizado un análisis de las preguntas referidas a sistemas de ecuaciones lineales y matrices en las pruebas de acceso a la Universidad, desde 2010 hasta 2019 tanto en la asignatura de Matemáticas II como en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II. El análisis consiste, por un lado, en determinar el tipo de preguntas que se plantean y la frecuencia en la que aparecen. Por otro lado, en comprobar la idoneidad de las preguntas planteadas, es decir, si recoge o no alguno los estándares de aprendizaje evaluables. Las pruebas citadas en el siguiente apartado (3.1.1) pueden verse en el Anexo I (para Matemáticas II) y en el Anexo II (para Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II) las de los demás años pueden encontrarse en el siguiente enlace:

https://www.examenesdepau.com/cantabria/matematicas.

3.1.1. Frecuencia y tipología de preguntas

Frecuencia y tipología de preguntas en la asignatura de Matemáticas II

Como se ha visto anteriormente en el apartado 2.5, las preguntas planteadas en los exámenes no se distinguen únicamente en ejercicio o problema ya que, algunas no se pueden clasificar como tal. Por ello, se vio la necesidad de definir los conceptos de *cuasiproblema*, *falso problema* y *cuestión teórica*. Tanto la definición de los conceptos como la clasificación que se hace a continuación de los tipos de preguntas que se plantean en la prueba, se ha realizado desde una perspectiva personal, que en cierto modo puede entenderse como algo subjetiva, pero que a su vez está avalada por las respuestas de los coordinadores y profesores que rellenaron los cuestionarios que se mostrarán más adelante en este capítulo.

En los exámenes analizados desde 2015 a 2019 se han identificado 16 ejercicios, 2 *cuasiproblemas* y 2 problemas. En los exámenes de 2010 a 2014 se han identificado 16 ejercicios, 3 problemas y 1 *cuestión teórica*. Se debe recordar que en esta rama se produjo un cambio de coordinador en 2015, factor que puede influir en la forma de elaborar la prueba. Se observa que el predominio de los ejercicios es mucho mayor que los demás tipos de preguntas. Atendiendo a su tipología, el proceso de resolución y los contenidos tratados, se han distinguido y clasificado los ejercicios en tres clases:

1. Estudiar, clasificar (o estudiar la compatibilidad) y resolver sistemas dependientes de un parámetro.
2. Ejercicios con matrices: obtener matrices desconocidas operando con matrices conocidas, resolver ecuaciones matriciales, calcular determinantes y aplicar sus propiedades, obtener matrices aplicando las propiedades de los determinantes.
3. Determinar las condiciones para que una matriz cumpla una serie de propiedades: tener inversa, cumplir una igualdad matricial, etc.

En cuanto a problemas, cada uno de ellos responde a un tipo diferente: el primero consiste en plantear un sistema de ecuaciones lineales de 3 ecuaciones con 3 incógnitas a partir de unas restricciones indicadas en una situación de la vida real, resolverlo y, posteriormente, realizar un pequeño cálculo aritmético; el segundo, el sistema a plantear depende de un parámetro.

Los otros tres tipos de preguntas, *cuestión teórica*, *cuasiproblema* y *falso problema*, situadas en la barrera existente ejercicio y problema, son menos frecuentes.

La *cuestión teórica* aparece una única vez y se corresponde con la pregunta de septiembre de 2010. En ella, se pide razonar si las afirmaciones expuestas son verdaderas o falsas a partir de las propiedades de las matrices.

Respecto a *cuasiproblemas*, aparecen dos veces y es el caso de las preguntas de junio 2015 y 2019. Por ejemplo, la ecuación planteada en la pregunta de 2015 se corresponde con la ecuación de autovalores, pero al no tener los alumnos de este nivel los conocimientos suficientes de Álgebra Lineal, deben introducir en la ecuación la matriz identidad I y, a partir de ahí, resolver el sistema. La pregunta pide calcular los vectores que cumplan $Av=v$.

En la rama de Ciencias no aparece ninguna pregunta que se corresponda con un *falso problema.*

Frecuencia y tipología de preguntas en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

El bloque de *Números y Álgebra* en esta rama, además de matrices y sistemas de ecuaciones lineales, incluye una parte de programación lineal bidimensional que, a pesar de haber varias preguntas dedicadas a ello, no se ha tenido en cuenta a la hora de realizar el análisis. Esta decisión ha sido tomada por dos razones: la primera, porque el tema a analizar es el de matrices y sistemas de ecuaciones lineales y, aunque muchas veces las preguntas referidas a esta parte se puedan resolver de esta manera, no suele ser la forma más común de hacerlo; y la segunda, porque la rama de Ciencias no incluye estos contenidos y no se podría hacer un análisis comparativo. Una vez hecha esta aclaración, de 2015 a

2019 se han identificado 17 ejercicios, 2 *falsos problemas* y 1 problema. Desde 2010 a 2014 se han identificado 13 ejercicios y ninguno de los otros tipos de pregunta.

Los ejercicios de esta rama se pueden clasificar en las tres clases distinguidas en el apartado anterior en la rama de Ciencias. La diferencia radica en que, en Matemáticas II, para trabajar un mismo estándar se plantea la misma pregunta de muchas formas distintas (en lo que respecta a los enunciados), lo que requiere un mayor razonamiento que en la rama de Ciencias Sociales, donde apenas varía la forma en la que se pregunta un estándar.

En cuanto al único problema de sistemas de ecuaciones lineales, de junio de 2019, en este caso no se incluyen parámetros, sino que se pide plantear el sistema, resolverlo y realizar, posteriormente, un simple cálculo aritmético.

A diferencia de la rama de Ciencias, no se han identificado *cuestiones teóricas* ni *cuasiproblemas,* pero sí *falsos problemas*. Es el caso de las preguntas de julio de 2019 y junio de 2017. Los enunciados parecen ser problemas por contener datos de situaciones de la vida real, pero ofrecen el sistema de ecuaciones ya planteado, que es lo que realmente requiere un razonamiento más profundo.

De 2010 a 2014 los ejercicios dentro de una misma pregunta no eran independientes, sino que los apartados estaban interrelacionados, a diferencia de 2015 a 2019, en el que podía haber más de un ejercicio o problema por opción. Por ello, en los últimos cinco años, el número total de preguntas analizadas es mayor. Finalmente, se recogen en la Tabla 1 la frecuencia de los distintos tipos de preguntas en las dos ramas.

Rama	**Ejercicios**	**Problemas**	***Cuestiones teóricas***	***Cuasiproblemas***	***Falsos problemas***
Ciencias	32	5	1	2	0
Sociales	30	1	0	0	2

Tabla 1. Frecuencia de los cinco tipos de preguntas durante los diez años analizados para las dos ramas.

En la Figura 1 se muestra un diagrama de barras para ofrecer visualmente el claro predominio de ejercicios ante el resto de preguntas.

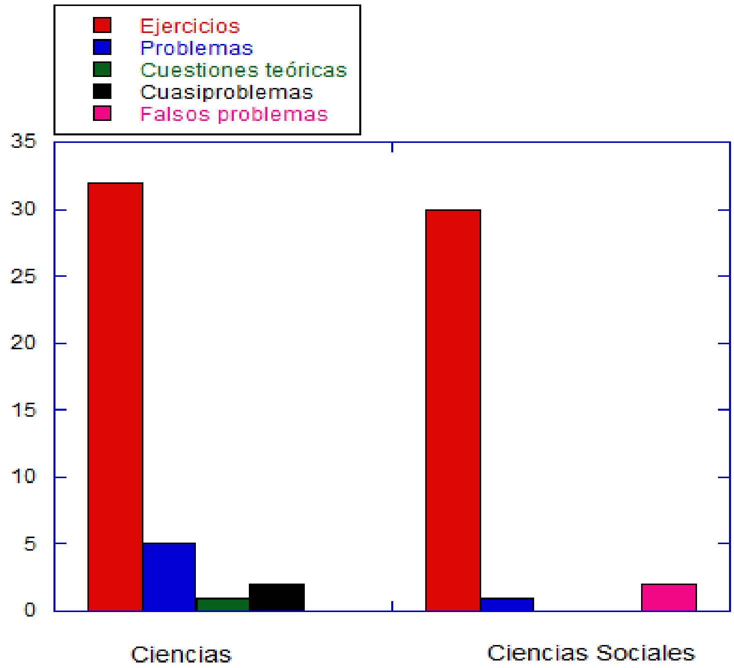


Figura 1. Diagrama de barras de los distintos tipos de preguntas para las dos ramas de estudio.

3.1.2. Idoneidad de las preguntas

Para comprobar la idoneidad de las preguntas se ha hecho un análisis de los exámenes recogiendo los datos en tablas, en las que aparecen la fecha del examen, opción, número de ejercicios, número de problemas y los estándares de aprendizaje evaluables (E_i) que incluye la pregunta, indicado con una "x" (la ausencia de la "x" significa, por tanto, que la pregunta no incluye dicho estándar). En las tablas, además, se indica en los casos específicos si la pregunta es una *cuestión teórica* (CT), *un falso problema* (FP) o un *cuasiproblema* (CP).

Como se ha mencionado anteriormente, los estándares de aprendizaje evaluables se implantaron en 2015 y, los correspondientes al bloque de *Números y Álgebra,* no han sido modificados hasta la fecha. Desde 2010 hasta 2014, sólo se presentaban los contenidos exigidos, por lo que el análisis de exámenes en este periodo de tiempo se ha realizado atendiendo a los mismos estándares y, en el caso de preguntar algo que no se correspondiera con ningún estándar, se mencionaría el contenido correspondiente.

Exámenes de la asignatura de Matemáticas II

En primer lugar, se presentan los estándares de aprendizaje evaluables recogidos en el Programa de EBAU de 2019 (Universidad de Cantabria, 2019b, p. 299) para la asignatura de Matemáticas II:

1. Utiliza el lenguaje matricial para representar datos facilitados mediante tablas o grafos y para representar sistemas de ecuaciones lineales.
2. Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente.
3. Determina el rango de una matriz, hasta orden 4, aplicando el método de Gauss o determinantes.
4. Determina las condiciones para que una matriz tenga inversa y la calcula empleando el método más adecuado.
5. Resuelve problemas susceptibles de ser representados matricialmente e interpreta los resultados obtenidos.
6. Formula algebraicamente las restricciones indicadas en una situación de la vida real, estudia y clasifica el sistema de ecuaciones lineales planteado, lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas.

A continuación, se recoge en la Tabla 2 el análisis realizado de las preguntas de las pruebas de acceso desde 2010 hasta 2019, tanto de las ordinarias como de las extraordinarias.

Fecha	**Opción**	**Nº Ej.**	**Nº Prob.**	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
Jun 2019	O1	1	0			x			
	O2	CP	CP		x	x		x	
Jul 2019	O1	1	0	x		x			
	O2	1	0	x		x			
	O1	1	0	x	x	x			

Jun 2018	O2	1	0			x			
Sept 2018	O1	1	1			x			
	O2	0	0		x		x		
Jun 2017	O1	1	0		x	x	x		
	O2	1	0			x			
Sept 2017	O1	1	0			x	x		
	O2	1	0	x		x			
Jun 2016	O1	1	0		x	x	x		
	O2	1	0			x			
Sept 2016	O1	1	0	x	x		x		
	O2	1	0			x			
Jun 2015	O1	1	0	x		x			
	O2	CP	CP	x	x		x	x	
Sept 2015	O1	1	0	x		x			
	O2	0	1	x				x	x
Jun 2014	O1	1	0		x		x		
	O2	1	0	x		x			
Sept 2014	O1	1	0			x			
	O2	0	1			x		x	x
Jun 2013	O1	1	0	x		x			
	O2	1	0		x				
Sept 2013	O1	1	0		x	x			
	O2	0	1			x		x	x
Jun 2012	O1	1	0	x		x			
	O2	1	0		x		x		
Sept 2012	O1	1	0	x		x	x		
	O2	1	0		x		x		
Jun 2011	O1	1	0	x		x			
	O2	1	0		x	x	x		
	O1	0	1			x		x	x

Sept 2011	O2	1	0		x	x	x		
Jun 2010	O1	1	0	x		x			
	O2	1	0		x	x	x		
Sept 2010	O1	1	0	x		x			
	O2	CT	CT			x	x		

Tabla 2. Análisis de la idoneidad de las preguntas desde 2010 hasta 2019. Las columnas se corresponden con la fecha, opción del examen, número de ejercicios, número de problemas y los seis estándares evaluables (Ei) citados anteriormente.

Utilizando los datos de la Tabla 2, se ha hecho un recuento de las veces que aparecen los estándares en los 20 exámenes analizados. El estándar 3 es el más frecuente, apareciendo en todos los exámenes (20), seguido del estándar 2, apareciendo 15 veces. Los estándares 1 y 4 aparecen ambos 13 veces. Estos cuatro estándares, asociados a ejercicios, predominan sobre los estándares 5 y 6 (asociados a problemas), que aparecen 6 y 4 veces, respectivamente. Esto es lógico ya que, el número de ejercicios es mucho mayor que el de problemas. La presencia del estándar 3 en todos los exámenes refleja la gran importancia que se le otorga a saber determinar el rango de una matriz. En la Figura 2 se muestra en un diagrama de barras el número de veces que aparece cada estándar.

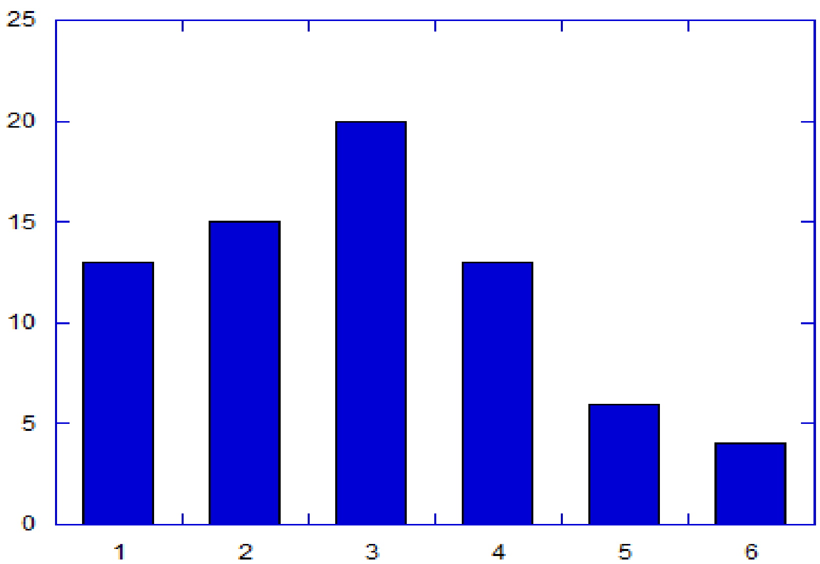


Figura 2. Diagrama de barras de los estándares de aprendizaje evaluables de la rama de Ciencias.

Por otro lado, no todos los años las pruebas recogen el mismo número de estándares. Por ello, por lo que respecta al bloque analizado, hay años en los que el examen se podría decir, vulgarmente, que es más “completo” que otros, en el sentido de que se exige dominar mayor número de estándares y, por tanto, mayor conocimiento de la asignatura. En esta rama puede variar desde exámenes que contengan dos estándares (como en julio de 2019), hasta cinco (como en junio de 2015). Se ha observado que se recoge mayor número de estándares en la etapa 2010-2014 (38) frente a la etapa 2015-2019 (33), sumando un total de 71 estándares. Esto puede ser debido al cambio de coordinador o a que, en la primera etapa no existían los estándares de aprendizaje evaluables, y los exámenes se han analizado considerando los estándares actuales. Además, se ha de insistir en que el análisis se ha realizado bajo un criterio personal. Se observa también que la presencia de los estándares 5 y 6 implica inevitablemente la presencia de, al menos, uno de los otros cuatro estándares, pero no al revés. Este hecho muestra la utilidad de plantear problemas como tipo de pregunta para conseguir exámenes más completos.

Otra observación que se puede extraer de la Tabla 1 es que en algunos exámenes se repiten los mismos estándares en las dos opciones (julio 2019) y, en otros, se trabaja un único estándar (opción 2 junio 2018, opción 2 junio 2013). Estos casos se podrían evitar con facilidad, consiguiendo exámenes más “ricos” en contenido.

Exámenes de la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

En segundo lugar, se presentan los estándares de aprendizaje evaluables recogidos en el Programa de EBAU de 2019 (Universidad de Cantabria, 2019b, p. 287) para la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II:

1. Dispone en forma de matriz información procedente del ámbito social para poder resolver problemas con mayor eficacia.

2. Utiliza el lenguaje matricial para representar datos facilitados mediante tablas y para representar sistemas de ecuaciones lineales.
3. Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente.
4. Formula algebraicamente las restricciones indicadas en una situación de la vida real, el sistema de ecuaciones lineales planteado (como máximo de tres ecuaciones y tres incógnitas), lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas en contextos reales.

Como se ha dicho anteriormente, en esta rama el bloque de *Números y Álgebra* incluye, además, una parte de programación lineal bidimensional. No se ha incluido un quinto estándar referido a este tema ya que, el objeto de estudio de este trabajo son los sistemas de ecuaciones lineales y las matrices. En la Tabla 3 se recoge el análisis de los exámenes, al igual que se ha hecho para la asignatura de Matemáticas II. En los casos en lo que no aparezca una opción es porque la pregunta incluye contenidos referidos a programación lineal bidimensional. En algunos exámenes las preguntas se han subdividido en A y B debido a que, en algunos casos, aparecen apartados independientes dentro de una misma pregunta.

Fecha	**Opción**		**Nº Ej.**	**Nº Prob.**	E_1	E_2	E_3	E_4
Jun 2019	O1	O1A	0	1	x	x	x	x
		O1B	1	0			x	
	O2		1	0			x	
Jul 2019	O1	O1A	FP	FP		x	x	
		O1B	1	0			x	
Jun 2018	O1		1	0			x	

Sept 2018	O1		1	0			x	
Jun 2017	O2		FP	FP		x	x	
Sept 2017	O1		1	0			x	
Sept 2017	O1		1	0			x	x
	O2		1	0	x		x	
Jun 2016	O1	O1A	1	0			x	
		O1B	1	0		x	x	
	O2	O2A	1	0			x	
		O2B	1	0			x	
Sept 2016	O2	O2A	1	0			x	
		O2B	1	0			x	
Jun 2015	O1		1	0			x	
Sept 2015	O1		1	0		x	x	
	O2		1	0			x	
Jun 2014	O1		1	0			x	
	O2		1	0		x	x	
Sept 2014	O1		1	0		x	x	
Jun 2013	O1		1	0		x	x	
Sept 2013	O2		1	0			x	
Jun 2012	O2		1	0		x	x	

Sept 2012	O2	1	0		x	x	
Jun 2011	O1	1	0		x	x	
	O2	1	0			x	
Sept 2011	O2	1	0		x	x	
Jun 2010	O1	1	0		x	x	
Sept 2010	O1	1	0		x	x	
	O2	1	0			x	

Tabla 3. Análisis de la idoneidad de las preguntas, desde 2010 hasta 2019. Las columnas se corresponden con la fecha, opción del examen, número de ejercicios, número de problemas y los cuatro estándares evaluables (Ei) citados anteriormente.

Para esta asignatura los estándares se han establecido de una forma más general. Cualquier operación realizada con matrices, como calcular el rango o el estudio de la compatibilidad, se incluye en el estándar 3 ya que, no hay ningún otro estándar específico como se da en el caso de la rama de Ciencias, en el que dicho estándar se subdivide en los estándares 2, 3 y 4.

Utilizando los datos de la Tabla 3 se ha hecho un recuento del número de veces que aparece cada estándar en los 20 exámenes analizados. A diferencia de la rama de Ciencias, en este caso existe un gran desequilibrio en la frecuencia en la que aparecen. El estándar 3 se trabaja en todos los exámenes (20), seguido del estándar 2, que aparece 14 veces. Por otro lado, los estándares 1 y 4 se dan sólo una vez. Puede que el coordinador no sea consciente de este gran desequilibrio debido a que no se ha hecho un análisis como éste anteriormente, pero este hecho podría sugerir una reelaboración de los estándares de aprendizaje evaluables actuales. Destacar también que el estándar 4 (referido a problemas) aparece una única vez porque sólo se ha planteado un problema de sistemas de ecuaciones lineales en estos diez años. Se puede haber tenido intención de plantearlo en dos ocasiones más, pero se ha quedado en la barrera existente entre ejercicio y problema, considerándose *falsos problemas.* En la

Figura 3 se muestra en un diagrama de barras el número de veces que aparece cada estándar.

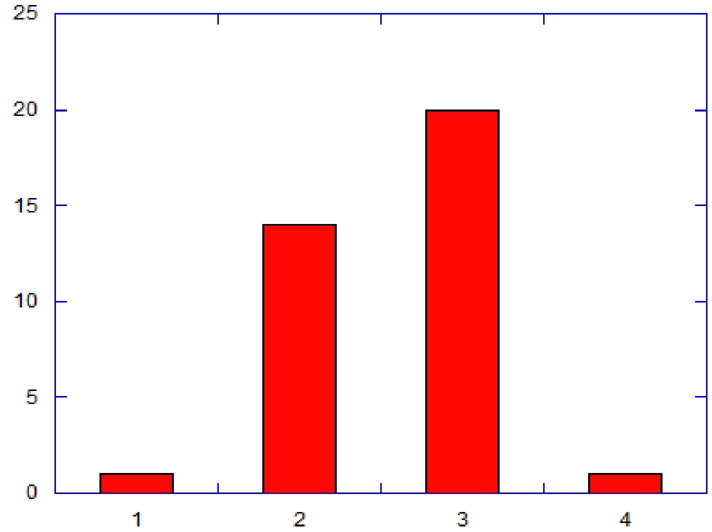


Figura 3. Diagrama de barras de los estándares de aprendizaje evaluables de la rama de Ciencias Sociales.

Analizando el número de estándares por año, cabe destacar el examen de junio de 2019, en el que aparecen los cuatro, la única vez que aparece un problema de ecuaciones lineales. En el resto de los años aparecen uno o dos estándares, que suelen aparecer repetidos en las dos opciones. De nuevo, cabe destacar que la elección de un problema como tipo de pregunta enriquece el examen en contenidos.

El número de estándares trabajados relacionados con matrices y sistemas de ecuaciones lineales en Ciencias Sociales (36) es mucho menor que en la rama de Ciencias (71) ya que, por un lado, como bien se ha dicho anteriormente, el estándar 3 es muy general y, por otro, la parte de programación lineal bidimensional tiene cierto peso (14 preguntas) y no se está teniendo en cuenta. En la etapa de 2010 a 2014 se trabajan 17 estándares, mientras que en la etapa de 2015 a 2019 se trabajan 19. Además, se observa que, en estos últimos cinco años, hay exámenes que incluyen más de una pregunta en una misma opción, o combinan problema y ejercicio. Esto no ocurre en la rama Ciencias, donde los ejercicios de una determinada opción están interrelacionados y se contabilizan como uno solo.

3.2 Entrevista a los coordinadores

Se ha realizado una entrevista (véase el modelo adjunto en el Anexo III) sobre las pruebas de acceso a la Universidad a los coordinadores de las dos asignaturas. A Luis Felipe Tabera Alonso, profesor del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación, y coordinador de la asignatura de Matemáticas II desde 2015 hasta 2019 y, a María Patricia Gómez García, profesora del Departamento de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación, y coordinadora de la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II desde 2010 hasta ahora. En un principio, la entrevista se pretendía hacer cara a cara, pero debido al gran problema de la pandemia del coronavirus, no quedó más remedio que hacerla por escrito.

3.2.1 Entrevista a Luis Felipe Tabera Alonso

A la hora de elaborar el examen, el coordinador busca el objetivo de conseguir una prueba global equilibrada. Una vez conseguido esto, sí procura que no se repitan los mismos estándares de aprendizaje en las dos opciones. En cuanto a los estándares, considera que ninguno debe pasarse por alto ya que, se trata de una lista de mínimos a exigir. Sin embargo, en el análisis anterior, el estándar 3 (determinar el rango de una matriz) es mucho más frecuente que los demás, exigiéndose todos los años, por lo que parece que dicho estándar representa un contenido que debe trabajarse y conocerse en profundidad ya que, resulta relevante a la hora de trabajar el resto de estándares.

En la tercera cuestión de la entrevista se exponen tres tipos de preguntas que aparecen en los exámenes analizados, situadas en la barrera existente entre ejercicio y problema, para que sean clasificadas como problema o ejercicio. El *falso problema* lo ha considerado ejercicio, el *cuasiproblema* lo ha considerado problema y la *cuestión teórica* la ha considerado problema. Posteriormente a esta cuestión, se ha expuesto la definición de estos tres conceptos y se han identificado con las preguntas anteriores. El coordinador está de acuerdo con que el *falso problema* se trata de un ejercicio “enmascarado”. Para los otros dos ejercicios, afirma lo siguiente: “El 3.2 no estoy seguro si clasificarlo de cuestión teórica. Ya que los mismos conocimientos teóricos que se necesitan también aparecen, por ejemplo, en el ejercicio 3.3. La diferencia fundamental es el tipo de razonamiento que debe realizarse en el primer ejercicio” (comunicación personal, 6 de abril de 2020). Precisamente por el hecho de requerir diferente tipo de razonamiento se ha hecho distinción de estos dos conceptos.

En cuanto a la influencia que tiene la EBAU a la hora de impartir el currículum por parte del profesorado, sí considera que la prueba es un condicionante y que, muchos profesores adaptan los contenidos de su curso según las preguntas que aparecen en este examen. Respecto a los criterios y baremos de corrección, afirma que son establecidos por el coordinador de la universidad y matizados con los demás correctores. Considera que no hay necesidad de cambio en este aspecto.

En 2015 hubo un cambio en el currículo, más notable en Matemáticas II, introduciendo el bloque de *Estadística y Probabilidad*. Sin embargo, no fue hasta 2019 cuando se empezó a evaluar en la EBAU. El retraso en la inclusión de este bloque se debió a que se constató que no todos los centros estaban impartiendo esta parte.

La octava pregunta de la entrevista es distinta para los dos coordinadores. El motivo de esta pregunta fue por qué en sus cinco años como coordinador, en el bloque de *Números y Álgebra*, sólo ha planteado un único problema y, casualmente, en su primer año. A esto, contestó que su objetivo era el de evitar los *falsos problemas.* Los estándares de Álgebra Lineal no se adaptan tanto a la noción de problema, por lo que optaba por incluir los problemas en bloques en los que se adaptaran mejor, como *Análisis* o *Estadística y Probabilidad.* El incluir problemas en otros bloques en los que los estándares se adapten mejor es un reflejo de su objetivo inicial de conseguir una prueba global equilibrada.

En las pruebas de acceso para mayores de 25 años, afirma que las cuestiones son similares y los estándares son los mismos. Sin embargo, hay detalles en algunos contenidos que difieren. La estructura del examen también es ligeramente distinta al existir una única opción.

En la pregunta 10 se le plantea la suposición de si pondría el problema de física (referido al bloque de *Análisis*) que creó tanta controversia en el examen de Matemáticas II de la Comunidad Valenciana de 2019 (véase Anexo III). Su respuesta fue la siguiente (comunicación personal, 6 de abril de 2020): "La polémica contradice la filosofía de las pruebas de la EBAU en la que los problemas deben estar contextualizados. Lo único que yo podría considerar discutible es que se necesita conocer la fórmula $s = v \cdot t$. Un problema de este tipo si podría haberlo incluido. La única diferencia es que lo habría escrito de manera que daría las posiciones de los móviles A y B en función de t directamente".

Como última valoración, considera que no es "sano" que estén publicando órdenes sobre características, diseño y contenidos de la prueba curso a curso.

3.2.2 Entrevista a María Patricia Gómez García

En lo que respecta a los estándares de aprendizaje evaluables, la coordinadora no se centra en recoger el mayor número a la hora de elaborar el examen. Se centra en otro tipo de criterios, como la duración que requiere contestar a la pregunta, no repetir el mismo esquema en ambas opciones o respecto a convocatorias anteriores. Por ello, afirma la posibilidad de que se pueda repetir el mismo estándar en ambas opciones. Además, considera que todos los estándares tienen la misma importancia. Esta afirmación no es coherente con el análisis realizado anteriormente ya que, el estándar 3 se trabaja todos los años, mientras que los estándares 1 y 4 han aparecido una única vez.

En la tercera cuestión, referida a los tres conceptos de pregunta definidos en este trabajo, considera el *falso problema* como ejercicio, el *cuasiproblema* como ejercicio también, y la *cuestión teórica* como problema. Posteriormente a esta cuestión, se ha expuesto la definición de estos tres conceptos y se han identificado con las preguntas anteriores. La coordinadora está de acuerdo con estas definiciones.

En cuanto a la EBAU, considera que el profesor debería impartir el currículo de Bachillerato sin tener como modelo los exámenes de dichas pruebas. Con los contenidos del currículo los alumnos deberían ser capaces de superarla. Una afirmación suya a destacar fue: “El hecho de que se publique un libro específico con los contenidos “que entran” en la prueba, desvirtúa el objetivo inicial de la Selectividad” (comunicación personal, 27 de marzo de 2020). Como se puede apreciar, incluso la coordinadora de una de las asignaturas de la actual EBAU sigue utilizando el término “Selectividad”. Respecto a los criterios de corrección, éstos se establecen en la reunión a la que el coordinador de la materia convoca a todos los correctores una vez acabado el examen. Ella lleva un borrador sobre el cual, todos consensuan las puntuaciones y criterios finales.

En la pregunta específica para la coordinadora, se expone que en el análisis de los exámenes anteriores se ha observado que en la etapa de 2015 a 2019 aparecen preguntas independientes dentro de una misma opción, cosa que no ocurre en año anteriores. Ésta afirma que no ha tenido ninguna intencionalidad para ello. Por otro lado, el reducido número de problemas que aparecen en el examen se debe a una causa: plantear un problema supone un problema. Cualquier pequeño cambio que se quiera introducir se debe acordar con los demás profesores en una reunión de coordinación previa. De la misma forma responde a la suposición de si plantearía el problema de física (referido al bloque de *Análisis*) que creó tanta controversia en el examen de Matemáticas II de la Comunidad Valenciana de 2019.

3.3 Cuestionario a profesores de 2º de Bachillerato

Con el objetivo de obtener una visión más amplia por parte del profesorado acerca de las asignaturas de matemáticas en la EBAU, se ha realizado un cuestionario online que ha sido respondido por veinte profesores anónimos que imparten o han impartido una de estas dos asignaturas en 2º de Bachillerato. Para ello se elaboró un cuestionario en *Google Forms* que fue enviado a diversos profesores de Secundaria y Bachillerato a través de contactos personales y la Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria. La mayoría de preguntas están referidas a la parte sistemas de ecuaciones lineales y matrices, la cual ha sido objeto de estudio en este trabajo. Los profesores no estaban obligados a responder todas las preguntas. De hecho, muchas de las preguntas contienen menos de veinte respuestas. Se puede ver el modelo de cuestionario en el Anexo IV.

En cuanto a las preguntas que se plantean en los exámenes, todos los profesores las consideran idóneas, es decir, que se ajustan a los estándares de aprendizaje evaluables. De dieciocho personas que respondieron, trece consideran que dichos estándares son apropiados al nivel y bloque correspondiente. Así mismo, los profesores consideran más importantes unos estándares que otros. En la Figura 4 se muestra el porcentaje de preferencia de los estándares en las dos ramas. En la rama de Ciencias sociales se observa una clara descompensación. De estos resultados, se puede concluir que los estándares evaluables referidos a problemas son considerados más importantes.

Figura 4. Porcentaje de docentes que escogen un determinado estándar como imprescindible, a la izquierda para la rama de Ciencias y, a la derecha, para la de Ciencias Sociales.

En cuanto a la preferencia de ejercicios o problema en la EBAU, diez profesores afirmaron que prefieren que la prueba incluya problemas y ocho prefieren ejercicios. Los que prefieren problemas utilizan argumentos como los siguientes: los problemas miden mejor la capacidad matemática y el razonamiento; la EBAU es una prueba de madurez intelectual, por lo que resulta más interesante la resolución de problemas; sirven para distinguir entre los alumnos que aprender y comprenden de los que sólo memorizan; las matemáticas son para aplicarlas en la vida real y, en ella, son problemas lo que uno se va a encontrar. Los que prefieren ejercicios justifican su elección debido a que la prueba es una situación de gran tensión y estrés en la que los problemas les hace ponerse más nerviosos y no demostrar lo que saben; durante el curso no hay tiempo suficiente para trabajar los problemas; consideran la prueba como una evaluación de mínimos. Unos pocos consideran que deberían de aparecer ambos formatos de pregunta: los ejercicios para poder aprobar y los problemas para discriminar la nota.

Doce consideran adecuado el desequilibrio que hay en cuanto a número de problemas y ejercicios y cinco lo consideran inapropiado. De estos doce, siete piensan que con ejercicios se obtienen mejores resultados. Todos respondieron que la cantidad y contenido de esta parte del currículo es la adecuada.

En la pregunta 8 se les plantea el hipotético caso de poner una pregunta para esta parte. Entre las respuestas obtenidas se distinguen: ejercicios de matrices con parámetros, estudio de un sistema, problema en el que necesiten plantear un sistema, resolver un problema dependiente de un parámetro, entre otros. Una respuesta a destacar: "Un problema de texto sencillo que implique plantear un sistema con un parámetro y discutir la compatibilidad dependiendo del parámetro y resolver para algún caso. De esta manera, se evalúa que entiendan el texto, lo planteen, estudien rangos y si saben resolver sistemas. Se pueden valorar más de uno de los estándares de aprendizaje evaluables".

La pregunta 9 tiene especial relevancia ya que, la prueba de acceso a la Universidad puede resultar ser un fuerte condicionante para los profesores de 2º de Bachillerato. Catorce de diecisiete docentes que respondieron se encuentran condicionados por la EBAU a la hora de impartir las clases. Algunos se sienten condicionados por la falta de tiempo, y se centran en los contenidos que entran en la prueba. Otros se preocupan más por los resultados obtenidos. Uno de ellos considera que, en la rama de Ciencias Sociales, el currículum es menos extenso y hay tiempo suficiente para dar más contenidos, mientras que, en la rama de Ciencias, el currículum es demasiado largo y se ven casi obligados a impartir la materia que es imprescindible en la EBAU.

La mayoría de profesores está de acuerdo con los baremos y criterios de corrección de la prueba. Un profesor considera que se debería dar más valor al rigor matemático y a su expresión escrita. Otro opina que los criterios son correctos para sociales, pero muy incompletos para la rama de ciencias.

La última pregunta del cuestionario está referida al uso de la calculadora. Ninguno está totalmente en contra, pero cuatro de dieciocho personas consideran que puede ser perjudicial en algunos casos. Todos han aportado ideas interesantes acerca de las que se puede reflexionar, como que la comprobación de pasos intermedios da confianza al alumno, si se hacen los cálculos con la calculadora se podrían centrar más en la resolución de problemas, es un recurso muy útil para la resolución de operaciones con matrices y determinantes, cuyo cálculo no contribuye al desarrollo de la competencia matemática ni a la comprensión del Álgebra Lineal.

Algunos docentes añadieron comentarios finales entre los que caben destacar las siguientes ideas: algunos alumnos de Ciencias quieren optar por carreras del ámbito sanitario donde el punto de vista de las matemáticas es más instrumental y no tanto de comprensión de procedimientos de cálculo; la prueba debería ser única en todo el país; deberían reducir el currículum para poder trabajar los contenidos con más profundidad y centrarse más en los procesos de razonamiento; es muy necesario mejorar las reuniones de coordinación entre universidad e institutos para poder tratar contenidos concretos y problemas reales en el aula; la introducción de un nuevo bloque en la rama de Ciencias ha reducido aún más el tiempo que se dedicaba a cada bloque; el nivel de exigencia de la prueba cada vez es menor; los profesores de 2º de Bachillerato están obsesionados con los resultados de la EBAU. Si los exámenes no fueran todos los años tan similares, se centrarían más en enseñarles todos los contenidos curriculares y no sólo en preparar el tipo de pregunta que aparece en las pruebas, de forma que los alumnos aprenderían más.

4. Conclusiones

A partir de la investigación y los análisis realizados en este Trabajo de Fin de Máster, se presentan una serie de conclusiones en respuesta a los objetivos planteados en el apartado 1.3.

4.1 Estándares de aprendizaje evaluables

Los estándares de aprendizaje evaluables pueden tener efectos positivos o negativos, dependiendo del uso que se haga de ellos. El objetivo de estos es mejorar la evaluación educativa. Sin embargo, puede crear modelos de aprendizaje donde se enseñe sólo lo que es evaluable. Este es el caso de muchos de los profesores que se sienten condicionados por la prueba y limitados por el tiempo. Al final, los estándares resultan ser vistos como una serie de contenidos mínimos que los alumnos deben dominar. Además, en los programas de EBAU, esa serie de mínimos puede ser incluso reducida ya que, distinguen una serie de estándares "prioritarios", y que incluso algunos confunden como únicos, acción que considero un error.

Por otro lado, los estándares deben de estar correctamente formulados. Se puede observar en la Figura 3 del apartado 3.1.2 que, en la rama de Ciencias Sociales, hay un gran desequilibrio en la frecuencia en la que aparece cada estándar en los diez años analizados. Esta comparación podría hacer reflexionar acerca de reelaborar dichos estándares ya que, su frecuencia de aparición en las pruebas está claramente descompensada. A partir de las respuestas al cuestionario y del análisis de los exámenes realizado, se puede concluir que las preguntas que aparecen en las pruebas son idóneas, es decir, que se ajustan a los estándares de aprendizaje evaluables. Sin embargo, se ha visto que en algunos años se trabaja un único estándar o, se repiten los mismos estándares en las dos opciones. Lo ideal, desde mi punto de vista, sería que para poder evaluar con más generalidad y que los alumnos desarrollen el mayor número de estándares, podría ser bueno que aquellos que no se trabajen en una opción se trabajen en la otra. Y, en cuanto al tipo de pregunta, si en una opción se ha planteado un problema, plantear en la otra un ejercicio. Y, dentro de la misma opción, alternar el tipo de pregunta según el bloque correspondiente. De esta forma, se conseguiría una prueba más variada y rica en contenido.

4.2 Ejercicios o problemas como tipo de pregunta en las pruebas de acceso

En el análisis realizado en el apartado 3.1.1, se ha mostrado el claro predominio de ejercicios frente a problemas en las pruebas de acceso. En el cuestionario realizado a los profesores, en ambas ramas, más del 70% consideran imprescindibles los estándares de aprendizaje evaluables referidos a problemas. Sin embargo, aun así, casi el 50% prefiere que en la prueba aparezcan ejercicios. Los argumentos expuestos a favor de los ejercicios, no se basan en que piensen que éstos sean más enriquecedores o que, con ellos, se desarrollen mejor las destrezas matemáticas. La preferencia por los ejercicios se debe a que consideran que la prueba es una situación de estrés en la que se evalúan contenidos mínimos, y los problemas requieren un mayor razonamiento, que no es posible trabajar durante el curso debido a que el tiempo es limitado. Aquí se muestra de nuevo que la preocupación de los profesores por que los alumnos obtengan una buena calificación en la prueba, es mayor que lo que, incluso ellos mismos, consideran que es primordial para aprender matemáticas, es decir, la resolución de problemas.

En definitiva, la resolución de problemas requiere un razonamiento más profundo, que finalmente aportará un aprendizaje verdadero, mientras que, para la resolución de ejercicios, una vez lograda la mecanización, parecería que no es necesario razonar. Sólo es necesario saber manejar algoritmos y procedimientos matemáticos para su resolución. La mecanicidad que te aportan los ejercicios no amplía la capacidad de razonamiento ante el planteamiento de otro tipo nuevo de preguntas. Los problemas te aportan la capacidad de razonar acerca de temas nuevos y, con ellos, se “entrena” la creación de nuevas ideas. Un ejemplo de ello sería lo que se conoce vulgarmente como problemas de “idea feliz”. Cuantos más problemas hagas, más fácil es de encontrar el camino para resolverlo.

En este trabajo se ha visto que el objetivo principal de la EBAU es valorar si el alumno tiene la madurez intelectual para acceder a la Universidad. Los problemas son la mejor forma para evaluar la madurez y los conocimientos adquiridos por los alumnos. Por ello, atendiendo a la finalidad de la prueba, sería más coherente el predominio de problemas frente a ejercicios. El poder de razonamiento diferencia a los alumnos que aprenden y comprenden de los que memorizan y, este hecho, debería valorarse más a la hora de evaluar al alumnado que va a entrar a ciertas facultades. Muchos estudiantes que consiguen una nota de 9 o 10 en las asignaturas de matemáticas de Bachillerato que acceden a carreras técnicas, durante el primer curso, su nota se ve bruscamente reducida llegando incluso a suspender. Esto se debe al hecho de que, en este tipo de carreras, apenas hay ejercicios. Casi todas las preguntas planteadas en las pruebas son problemas, lo cual es lógico ya que, se está preparando a los estudiantes para un futuro trabajo en la vida real. Por ello, la resolución de problemas debería de empezar a trabajarse cuanto antes, sin darle tanta importancia a la nota a conseguir. Tarde o temprano, los estudiantes se verán enfrentados a esta situación y, cuanto antes empiecen a desarrollar la capacidad de razonamiento abstracto, más beneficioso será para ellos en el futuro. El segundo objetivo de la EBAU, que en realidad es el principal, es el de seleccionar/ordenar a los alumnos para el acceso a los grados más demandados. Para las carreras científico-técnicas, los problemas serían la herramienta fundamental en la que se basaría el *numerus clausus* ya que, se trata de tareas que requieren “hacer matemáticas” y que, demuestran si realmente alguien es matemáticamente competente o no. Esto sería ideal para distinguir entre los alumnos que verdaderamente entienden las matemáticas y los que no, pero como lo que importa finalmente es la nota global de la prueba, no se plantea esta opción debido a que los alumnos más “brillantes”, es decir, con mayor nota en todas las asignaturas, pueden fallar y les repercutiría en su nota final.

En el análisis realizado, también se plantea si la calculadora resulta ser un recurso beneficiario o perjudicial para los estudiantes. Esto depende completamente de la orientación que le vaya a dar el docente. Por un lado, resulta útil para hacer ciertas comprobaciones de cálculos, como por ejemplo determinantes. Por otro, la resolución de problemas no tiene como finalidad la aplicación de algoritmos, sino desarrollar un razonamiento que permita construir el camino correcto para llegar a la solución. Si en dicho camino se han realizado errores de cálculo, no es tan importante como un error de comprensión del propio problema. Por ello, la calculadora resultaría ser un instrumento útil para evitar esos errores de cálculo. Además, aporta seguridad en el alumno, factor muy importante a la hora de afrontar un problema. Un error de cálculo puede hacer dudar acerca de si el razonamiento aplicado ha sido el correcto o no. Además de la calculadora, es interesante la utilización de software matemáticos, como *Geogebra*, para la resolución de problemas.

4.3 Influencia de la EBAU a la hora de impartir el currículum de 2º de Bachillerato

Como se ha podido comprobar en una de las preguntas del cuestionario a profesores, la mayoría se sienten condicionados a la hora de impartir el currículo de 2º de Bachillerato por la existencia de la EBAU. Por otro lado, los coordinadores de las asignaturas de matemáticas, también están de acuerdo en que la prueba es un fuerte condicionante: los profesores adaptan los contenidos del currículum según las preguntas que aparecen en el examen.

La realidad es que, el objetivo principal por el que se hace la prueba, valorar la madurez académica, los conocimientos y la capacidad de los estudiantes para seguir con éxito las enseñanzas universitarias, no se está logrando. Los profesores indican que, en ocasiones, parece una prueba que se les hace a ellos mismos en lugar de a los alumnos. Muchos tienen el sentimiento de que son ellos los que van a ser examinados e imparten el currículum con el fin de que sus alumnos aprueben la EBAU. El objetivo del docente debe ser que los alumnos aprendan y dominen los contenidos del currículo, independientemente de que tengan que realizar una prueba externa posterior y que, con los contenidos impartidos, sean capaces de superar dicha prueba. Otro problema que mencionaban los coordinadores es el hecho de publicar un libro aparte en el que se establecen órdenes sobre características, diseño y contenidos de la prueba curso a curso. Si se prescindiera de este libro, los profesores se centrarían en impartir todo el currículo ya que, tendrían cierta incertidumbre de los contenidos que aparecerían en la prueba. O impartirlo de una forma más centrada en los contenidos y no en la consecución de unas calificaciones. En definitiva, parece que la prueba no está logrando sus objetivos y, al final, está resultando contraproducente.

4.4 Alternativas a la EBAU

En respuesta a las conclusiones finales del seminario sobre las asignaturas de matemáticas en la EBAU enunciadas en el apartado 2.7, estoy de acuerdo con todas ellas, aunque, personalmente, considero que, habiendo aprobado el Bachillerato, ya se ha demostrado la suficiente madurez para acceder a la Universidad. En el caso de hacerse una prueba global al final del ciclo, debería ser con el fin de demostrar que se han adquirido las competencias exigidas, y con la superación de dicha prueba se obtendría el título de *Bachiller,* sin tener influencia en el acceso a los grados universitarios. No veo lógico que la nota que determina el acceso a cualquier grado universitario sea calculada a partir de la calificación obtenida en asignaturas que no tienen relación con dichos grados. Existe el caso de muchos estudiantes brillantes en matemáticas con un 6 como nota global, que no pueden acceder a ciertas carreras científico-técnicas por haber obtenido menor nota en asignaturas como Lengua Castellana y Literatura, por ejemplo. El sistema de ordenación para la adjudicación de plazas en las universidades no me parece justo ya que, la “madurez intelectual” necesaria de la que hablan, no es la misma para acceder a los distintos grados ya que, requieren distintas competencias. Un estudiante puede tener gran competencia lingüística pero baja competencia matemática. Por ello, considero que las pruebas de acceso a los grados deberían ser reguladas y establecidas por las distintas universidades. Si el alumno no superara la prueba de acceso, tendría que prepararse mejor y volver a intentarlo en el curso siguiente o en otra universidad o, si la nota adquirida en dicha prueba es muy baja, sería un posible indicador de que el grado no es el apropiado para el alumno. En parte, sería una forma de reducir el abandono de ciertas carreras universitarias en los primeros cursos. Muchos estudiantes logran obtener una calificación de 9 o 10 en las asignaturas de ciencias en el Bachillerato y, al acceder a carreras técnicas, no alcanzan el 5 en su calificación. Esto es debido a que los contenidos del Bachillerato son relativamente asequibles para todos, pero a cierto nivel, se imparten contenidos que, en realidad, no todas las personas son capaces de llegar a comprender, independientemente de tener un 13 como nota global entre Bachillerato y la EBAU.

4.5 Necesidad de cambio en el currículum

Muchos de los profesores se quejan de que el currículum es demasiado extenso para trabajar los problemas y carecen de tiempo físico suficiente para ello. Sugieren una reducción de éste para profundizar en el razonamiento matemático en lugar de en la mecanicidad. Esta idea de cambio de currículum tiene su origen en lo que se conoce como *Math Wars (Guerras Matemáticas),* término que fue introducido a mediados de los años cincuenta y setenta, para describir el conflicto entre los defensores y los críticos de la reforma del currículum escolar de matemáticas (Kilpatrick, 2009). Los reformistas consideran que la forma de enseñar debe estar basada en un enfoque en el que los estudiantes están expuestos a problemas del mundo real, que les ayuda a desarrollar fluidez en sentido numérico, a razonar y adquirir habilidades para la resolución de problemas. Consideran la comprensión conceptual como objetivo principal y, la fluidez algorítmica, como tarea secundaria. Por otro lado, los críticos optan por una enseñanza en la que primero se deben desarrollar habilidades computacionales para poder entender los conceptos matemáticos. Estas habilidades deben memorizarse y practicarse hasta que se vuelva un proceso automático. Consideran que, el aprendizaje de conceptos abstractos, dependen de una base sólida de conocimiento de las herramientas de la asignatura.

A partir de las valoraciones de los profesores y coordinadores recogidas en el estudio y, bajo mi criterio personal, considero que pertenezco al grupo de defensores de la reforma. A pesar de haber una fuerte resistencia al cambio, la mayoría de matemáticos están de acuerdo en que los problemas son la mejor forma de desarrollar la competencia matemática. Por ello, el primer paso necesario es una reforma en el currículum, reduciendo la cantidad de contenidos de forma que la metodología docente a utilizar sea trabajar actividades que requieran mayor razonamiento, evitando la mecanicidad y automatización de los ejercicios. Una vez conseguido esto, ya sería posible cambiar el modelo de las pruebas de acceso a la Universidad, invirtiendo el predominio actual de ejercicios por problemas, sin que los profesores sientan la preocupación del tipo de preguntas planteadas ya que, su metodología va a estar basada en la resolución de problemas.

No debemos caer en el error de adaptar el currículum a las pruebas de acceso. No se puede pretender modificar lo más alto de un edificio si el problema reside en la base. Los cimientos de nuestro edificio son los contenidos del currículum, necesarios para poder superar unas pruebas de acceso (pisos intermedios) adecuadas al nivel correspondiente, para poder llegar finalmente al último piso: la Universidad.

5.Referencias

Alonso Lanza, T. (2013). *Diferentes modelos de evaluación a través del análisis de las Pruebas de Acceso a la Universidad de la asignatura de Física.* (Trabajo Fin de Máster). Universidad de Cantabria, España. Recuperado de: https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/2882/Tom%c3%a1s%20Alonso%20Lanza.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Cantó, P. (7 de junio de 2018). Todos los nombres que ha tenido el examen de acceso a la universidad. *El País.* Recuperado de: https://verne.elpais.com/verne/2018/06/05/articulo/1528195323_449119.html

Conejo, L., & Ortega, T. (2013). Clasificación de los problemas propuestos en aulas de Educación Secundaria Obligatoria. *Educación matemática*, *25*(3), 129-158.

Decreto 38/2015, de 22 de mayo, que establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria. BOC núm. 39, pp. 595-616.

Escudero Escorza, T. (1997). Investigaciones sobre el proceso de selección de universitarios en España: una revisión comentada. *Revista de Educación*, 14, 7-27. Recuperado de: http://www.educacionyfp.gob.es/dam/jcr:fd22f8e9-ab78-4dfc-928a-361b015368ad/re3140100462-pdf.pdf

Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (2020a). *Conclusiones del seminario sobre la Evaluación de Bachillerato para el Acceso a la Universidad (EBAU) en las asignaturas de matemáticas*. https://fespm.es/index.php/2019/03/27/conclusiones-jornadas-ebau-matematicas/

Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas. (2020b). *Seminario para el análisis y propuestas sobre el currículum de matemáticas en el Bachillerato.* https://fespm.es/index.php/2020/04/06/conclusiones-seminario-para-el-analisis-y-propuestas-sobre-el-curriculum-de-matematicas-en-el-bachillerato/

Fernández Pérez, O. (2016). *Análisis de las pruebas externas. LOE vs LOMCE*. (Trabajo Fin de Máster). Universidad de Cantabria, España. Recuperado de: https://repositorio.unican.es/xmlui/handle/10902/8982

Fuster García, C. (2015). Los estándares de aprendizaje de la LOMCE: ¿Mejorarán la enseñanza y el aprendizaje de la historia*? Revista de Didácticas Específicas*, 12, 27-47. DOI: http://dx.doi.org/10.15366/didacticas2015.12.002

García, P. (2019). *Estructura de la Selectividad- Fase Obligatoria y Fase Voluntaria* [Página web]. Recuperado el 12-05-2020 de https://yaq.es/selectividad/estructura

González Pascual, L. y Valdés Menéndez, A. (2015). *Matemáticas II. 2º de Bachillerato. Capítulo 3: Sistemas de ecuaciones.* Recuperado de: http://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/Bachillerato/BC2%2003%20Sistemas.pdf

Kilpatrick, J. (2009). The mathematics teacher and curriculum change. *PNA, 3*(3), 107-121. Recuperado de: http://pna.es/Numeros2/pdf/Kilpatrick2009PNA3(3)TheMathematics.pdf

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (2016). *Estadísticas de las Enseñanzas no universitarias. Datos avance curso 2016-2017. Sistema Educativo.* Recuperado de: https://www.educacionyfp.gob.es/dam/jcr:a77ed4f2-cae7-401c-8fb3-5b6c04d5f692/sisedu1617.pdf

Polya, G. (1961). *Resolución de problemas en la enseñanza de la matemática.* Universidad de Talca, Chile.

Prieto Sierra, A. (2014). *El papel del álgebra lineal en el bachillerato y en la universidad*. (Trabajo Fin de Máster). Universidad de Cantabria, España. Recuperado de:

https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/4723/PrietoSierraAna.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Sacristán Adinolfi, V. (2017). Acceso a la universidad y equidad. *UTE. Reviste de Ciènces de l`Ecucació*, 19-44. DOI: https://doi.org/10.17345/ute.2017.3.1938.

Sánchez-Calero García, C. (2013). *Análisis P.A.U. de Química de Cantabria*. (Trabajo Fin de Máster). Universidad de Cantabria, España. Recuperado de: https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/3985/Sanchez-CaleroGarciaCarmen.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Sánchez Pérez, A. (2014). *Resolución de problemas: Una experiencia en la asignatura de Taller de Matemáticas*. (Trabajo Fin de Máster). Universidad de Cantabria, España. Recuperado de: https://repositorio.unican.es/xmlui/handle/10902/4910

Universidad de Cantabria (2019a). *Criterios de Corrección*. https://web.unican.es/admision/Documents/Documentos%20EBAU/Ex%c3%a1menes%20EBAU/CRITERIOS%20GENERALES%20Julio%202019.VF.pdf

Universidad de Cantabria (2020). *Evaluación del Bachillerato para el acceso a la Universidad.*https://web.unican.es/admision/Documents/Documentos%20EBAU/Programas_EBAU_REVISION-ASC_v8.pdf

Universidad de Cantabria. (2019b). *Información sobre las materias de la Evaluación de Bachillerato para el Acceso a la Universidad (EBAU).* https://web.unican.es/admision/acceso-a-estudios-de-grado/evaluacion-de-bachillerato-para-el-acceso-a-la-universidad

Zamora Pérez, R.F. (2014). *Análisis de las pruebas de acceso a las universidades de Castilla y León (Matemáticas II)*. (Tesis doctoral). Universidad de Valladolid, España. Recuperado de: http://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/6523/TESIS579-141014.pdf?sequence=6&isAllowed=y

ANEXOS

ANEXO I

EXÁMENES DE MATEMÁTICAS II

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE
ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2010

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. [3,25 PUNTOS] Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x+3y+z &= 5 \\ mx+2z &= 0 \\ my-z &= m \end{cases}, \text{ donde } m \in \mathbf{R}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro m y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2. Se desea cortar una alfombra rectangular para un pasillo teniendo en cuenta que sus bordes se rematarán con dos tipos de cintas: una, que cuesta 32 € por metro, se usará en los laterales, a lo largo del pasillo, y otra, con un precio de 50 € por metro, se empleará para los otros dos bordes.

a) [1 PUNTO] Determina la función que permite obtener el coste del remate que bordea la alfombra a partir de las dimensiones de ésta.

b) [2 PUNTOS] Calcula las dimensiones que debe tener una alfombra de 1 metro cuadrado de superficie para que el remate que la bordea resulte lo más económico posible. Justifica que la solución calculada es la más económica.

c) [0,5 PUNTOS] Halla el coste del remate para las dimensiones obtenidas en el apartado anterior.

3. Los puntos $A=(2,1,0)$ y $B=(-1,3,-2)$ son dos vértices consecutivos de un paralelogramo cuyo centro es el punto $M=(1,1,1)$.

a) [2 PUNTOS] Halla uno de los otros dos vértices y calcula el área del paralelogramo.

b) [1,25 PUNTOS] Determina una ecuación general del plano que contiene al paralelogramo.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Sean A una matriz 3×3, B una matriz 3×1 y no nula, O la matriz nula (cero) 3×1. Considera los dos sistemas de ecuaciones lineales siguientes:

$$A\,X = B \quad \text{y} \quad AX = O.$$

Razona si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En el caso de que consideres que la afirmación es falsa pon un ejemplo ilustrativo.

a) [1,25 PUNTOS] Si la matriz A es regular (inversible), entonces el sistema $A\,X = B$ es compatible determinado.

b) [2 PUNTOS] Si el sistema $A\,X = B$ es incompatible, entonces el sistema $A\,X = O$ es compatible determinado.

2. Considera la función: $h(x) = \dfrac{27}{x} + ax + b$.

a) [1,5 PUNTOS] Calcula el valor de los parámetros a y b para que la gráfica de la función pase por el punto $(1,0)$ y en ese punto tenga un mínimo local.

b) [2 PUNTOS] Para $a = 3$ y $b = 2$ estudia la continuidad, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y las asíntotas de la función.

3. Considera las rectas: $r_1 \equiv \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases} \ (t \in \mathbf{R})$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x = 2 + s \\ y = s \\ z = m + s \end{cases} \ (s \in \mathbf{R})$.

a) [1,5 PUNTOS] Encuentra un valor del parámetro m para que las rectas sean coplanarias.

b) [1,75 PUNTOS] Para $m = 0$, calcula una recta que pase por el punto $P = (2,1,1)$ y que sea perpendicular a ambas rectas: r_1 y r_2.

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – JUNIO 2015

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1) Considere el siguiente sistema dependiente del parámetro t

$$\begin{cases} tx + y + tz &= t \\ x + ty + z &= -t \\ y + tz &= 0 \end{cases}$$

a) [2 PUNTOS] Analice la existencia de soluciones dependiendo del valor del parámetro *t*.

b) [1,25 PUNTOS] Calcule todas las soluciones en el caso de $t=2$.

2) Considere la función $f(x) = (1+x^2)^{(1/x)}$

a) [2.5 PUNTOS] Calcule $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

b) [1 PUNTO] Calcule la derivada de $f(x)$.

3) Considere el punto $P = (1,1,1)$ y el plano $\Pi \equiv (2,1,0) + t\overrightarrow{(-1,1,1)} + s\overrightarrow{(1,-1,1)}$.

a) [1 PUNTO] Calcule la recta *r* que pasa por *P* y es ortogonal al plano Π.

b) [1,25 PUNTOS] Calcule la distancia entre P y Π.

c) [1 PUNTO] Calcule la ecuación implícita (general) de Π.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1) Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ -4 & 6 & 3 \\ 6 & -7 & -4 \end{pmatrix}$.

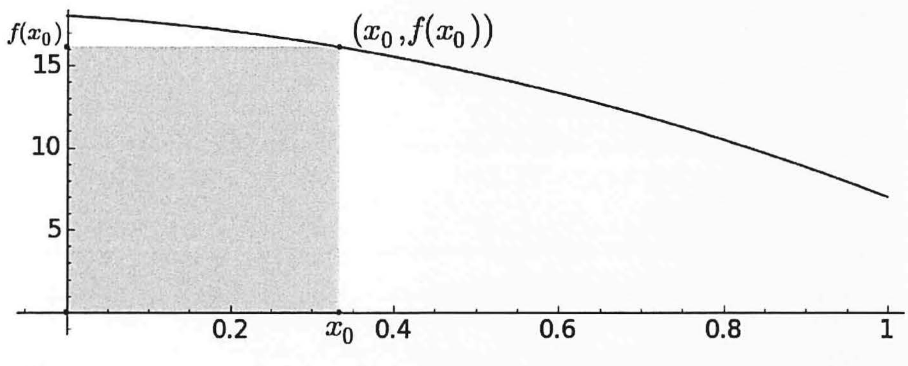
a) [1,25 PUNTOS] Calcule todos los vectores $v = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ tales que $Av = v$.

b) [2 PUNTOS] Calcule la matriz inversa de A.

2) Consideremos el rectángulo cuyos vértices son: $(0,0)$, $(x_0,0)$, $(x_0,f(x_0))$, $(0,f(x_0))$, tal y como indica la figura, donde $0 \le x_0 \le 1$ y $f(x) = 18 - 3x - 8x^2$.

a) [2,5 PUNTOS] Calcule el valor de x_0 para que el área del rectángulo sea máxima. Calcule el área de dicho rectángulo.

b) [1 PUNTO] Calcule el área del recinto encerrado bajo la gráfica de *f(x)* entre los valores $0 \le x \le 1$.



3) Sean A, B y C los puntos de coordenadas $A = (2,-1,2)$, $B = (1,0,0)$, $C = (2,4,-3)$ y sea r la recta $r \equiv \begin{cases} 2y - z = 0 \\ x + z = 2 \end{cases}$

a) [1 PUNTO] Calcule las ecuaciones de la recta que pasa por el punto A y por el punto medio del segmento BC.

b) [1 PUNTO] Calcule el área del triángulo ABC.

c) [1,25 PUNTOS] Calcule la distancia del punto C a la recta r.

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL

ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOMCE – JUNIO 2019

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1

Considere el sistema $\begin{pmatrix} t & 1 & 1 \\ t & -1 & 1 \\ t & 0 & t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ dependiente del parámetro t.

1) [1.5 PUNTOS] Clasifique, en función del valor de t, el tipo de sistema.

2) [1 PUNTO] Calcule todas las soluciones del sistema en el caso $t = 1$.

Ejercicio 2

Considere la función $f(x) = (x + 10)e^{2x}$.

1) [2.5 PUNTOS] Calcule un primitiva $F(x)$ tal que $F(0) = 0$. Use la derivada para comprobar su solución.

2) [0.5 PUNTOS] Calcule $\displaystyle\int_0^5 f(x)dx$.

Ejercicio 3

Tomemos el plano $\Pi \equiv 2x + ay + z = 2$ y la recta $r(t) \equiv (0, 0, 0) + t\overrightarrow{(2, 1, 1)}$.

1) [0.5 PUNTOS] Determine a para que r y Π sean ortogonales.

2) [2 PUNTOS] Determine a para que r y Π sean paralelos. Calcule la distancia entre r y Π en este caso.

Ejercicio 4

Una prueba rápida para detectar una enfermedad da un 2% de falsos positivos (personas sanas en las que la prueba da positivo, clasificándolas como enfermas) y un 1% de falsos negativos (personas enfermas en las que la prueba da negativo, clasificándolas como sanas). En una población hay un 4% de enfermos.

1) [1 PUNTO] Calcule la probabilidad de que el test dé un resultado negativo.

2) [1 PUNTO] La prueba da un resultado positivo (clasificando a la persona como enferma). Calcule la probabilidad de que realmente esté sana.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 1

Sean $M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $v = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

1) [0.5 PUNTOS] Calcule, razonadamente, el rango de M.

2) [2 PUNTOS] Determine todos los vectores v tales que $M^2 \cdot v = M^{-1} \cdot v$.

Ejercicio 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{sen(x)}{2x} & \text{si} \quad x < 0 \\ \dfrac{a - x^2}{2 + x} & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$

1) [1 PUNTOS] Determine, si existe, el valor de a que haga a la función continua en $x = 0$.

2) [1.5 PUNTOS] Calcule el valor de a para que f tenga un extremo relativo en $x = 2$. ¿Es este extremo un máximo o mínimo local?

3) [0.5 PUNTOS] Sea $g(x)$ una función integrable, si $\int_0^3 g(x)dx = 4$ y $\int_2^3 g(x)dx = 6$, ¿Cuánto vale $\int_0^2 g(x)dx$?

Ejercicio 3

Sean las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} y & = & 2 \\ 2x + z & = & 13 \end{cases}$, $r_2 \equiv \begin{cases} x + 2y & = & 4 \\ x - z & = & 3 \end{cases}$ y el punto $A = (0, 0, 3)$.

1) [2.5 PUNTOS] Calcule la ecuación general (implícita) del plano que pasa por A y es paralelo a r_1 y a r_2.

Ejercicio 4

El peso de una población sigue una distribución normal de media 70kg y desviación típica de 10kg.

1) [1 PUNTO] Calcule el porcentaje de población que pesa entre 65 y 75 kg.

2) [1 PUNTO] Calcule el porcentaje de población que pesa al menos 85 kg.

ANEXO II

EXÁMENES DE MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOMCE – JUNIO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INDICACIONES

Elija una de las dos opciones.
No se admitirá ningún resultado si no está debidamente razonado.
No se permiten calculadoras gráficas, ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1 [3,5 puntos]

A. [3 puntos] Una empresa que fabrica grapadoras debe satisfacer un pedido de 325 unidades que empaqueta en cajas de diferentes tamaños. Hay tres modelos de cajas, A, B y C, en los que caben, respectivamente, 5, 10 y 15 unidades. Se dispone de un total de 35 cajas. Además, el total de cajas de los modelos A y B es seis veces el número de cajas del modelo C.

A1. [1 punto] Plantear el sistema de ecuaciones que permite calcular el número de cajas de cada modelo que se pueden utilizar para enviar el pedido.

A2. [1 punto] Analizar la compatibilidad de dicho sistema.

A3. [0,5 puntos] Resolverlo.

A4. [0,5 puntos] ¿A cuánto ha ascendido la factura de compra de las cajas, sabiendo que una unidad del modelo A cuesta 4,5 euros; una del modelo B, 8 euros; y una del C, 12 euros?

B. [0,5 puntos] Despejar la incógnita X de la siguiente ecuación matricial: B X B = B (X+A)

Ejercicio 2 [3,5 puntos] Dada la función :

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-4}$$

A. [0,2 puntos] Su dominio y los puntos de corte con los ejes OX y OY.
B. [0,6 puntos] Las asíntotas.
C. [1,1 puntos] Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.
D. [1,1 puntos] Determinar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.
E. [0,5 puntos] Finalmente, con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica.

Ejercicio 3 [3 puntos]

De los 360 alumnos de nuevo ingreso de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, conocemos el número de matriculados en el Centro de Idiomas de la Universidad. Los datos completos aparecen en la siguiente tabla:

	Matriculados en C. de Idiomas	No matriculados en C. de Idiomas	Total
G. Económicas	57	63	120
G. Adm. y D. Empresas	106	134	240
Total	163	197	360

Elegido un alumno al azar,
A. [1 punto] ¿Calcular la probabilidad de que no esté matriculado en el Centro de Idiomas?
B. [1 punto] Si sabemos que el alumno pertenece al Grado en Económicas, ¿cuál es la probabilidad de que esté inscrito en el Centro de Idiomas?
C. [1 punto] Calcular la probabilidad de que sea del Grado en Administración y D. de Empresas y no esté inscrito en el Centro de Idiomas.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 1 [3,5 puntos]

A. [3 puntos] Dado el siguiente sistema:
$$\begin{cases} -x + 4y = 6 \\ 2x + 3y = \dfrac{5a}{2} \\ 5x + 2y = a^2 \end{cases}$$

A1. [2,5 puntos] Determinar, según los valores del parámetro a, los casos en los que tiene o no tiene solución y si esta es única o no.
A2. [0,5 puntos] Resolver los casos compatibles.

B. [0,5 puntos] A, B y C son tres matrices cuadradas de dimensión 3. Sus determinantes son: $|A|=3$, $|B|=-2$ y $|C|=6$.
Calcular:

B1. [0,2 puntos] $|A^t B^{-1}|$

B2. [0,1 puntos] $|D|$ siendo D la matriz resultante de multiplicar por 2 los elementos de la segunda columna de C.

B3. [0,2 puntos] $|B^2 E|$ siendo E la matriz resultante de intercambiar la primera y segunda filas de A.

Ejercicio 2 [3,5 puntos]

A. [1,75 puntos]

Una empresa juguetera puede vender x unidades al mes de un determinado modelo de tren eléctrico, al precio de $518-x^2$ euros por unidad. Por otra parte, el fabricante tiene gastos mensuales: unos fijos de 225 euros y otros de $275x$ euros que dependen del número x de unidades.
Hallar el número de unidades que maximizan el beneficio mensual. ¿A cuánto ascienden los ingresos?

B. [1,75 puntos] Dada la función $f(x) = -2x^3 - 4x^2 + 6x$

B1. [0,1 puntos] Los puntos de corte con los ejes OX y OY.
B2. [0,4 puntos] Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.
B3. [0,4 puntos] Determinar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.
B4. [0,25 puntos] Con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica.
B5. [0,6 puntos] Calcular el área de la región delimitada por la curva y el eje OX.

Ejercicio 3 [3 puntos]

El gasto mensual en alquiler de los inquilinos de la zona centro de determinada ciudad, sigue una distribución normal con desviación típica 73 euros. Una muestra aleatoria de 350 inquilinos da como resultado una renta media de 689,3 euros.

A. [1,5 puntos] Obtener el intervalo de confianza del 93% para la renta media.

B. [1,5 puntos] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 91% sea un tercio del obtenido en el apartado anterior?

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

LOMCE – JULIO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INDICACIONES

Elija una de las dos opciones.
No se admitirá ningún resultado si no está debidamente razonado.
No se permiten calculadoras gráficas, ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1 [3,5 PUNTOS]

A. [3 PUNTOS] Una empresa que fabrica bombillas debe satisfacer un pedido de 450 unidades que empaqueta en cajas de tamaños distintos. Hay dos modelos de cajas, A y B, en los que caben respectivamente 15 y 20 unidades. Se dispone de un total de *k* cajas. Además, el número de cajas del modelo A coincide con las dos terceras partes del total de cajas del modelo B. El sistema de ecuaciones lineales que permite calcular el número de cajas de cada modelo a utilizar para enviar el pedido, es el siguiente:

$$\begin{cases} 15x + 20y + 450 \\ x + y + k \\ 3x - 2y \;\; 0 \end{cases}$$

Determinar, según el número total de cajas disponibles, (según los valores del parámetro *k*), los casos en los que el sistema tiene o no tiene solución, y si esta es única o no. Resolver el sistema cuando tenga solución.

B. [0,5 PUNTOS] Sean A y B dos matrices cuadradas de dimensión 3. Sus determinantes tienen como valor –3 y 10 respectivamente. Con estos datos, calcular:

B1. [0,25 PUNTOS] $|A^{-1}B^2|$

B2. [0,25 PUNTOS] $|CB^t|$, siendo C la matriz resultante de multiplicar la tercera fila de A por 6, y B^t la matriz traspuesta de B.

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

A. [2,9 PUNTOS] Dada la función $f(x) = -x^2 + 3x + 5$

A1. [0,1 PUNTOS] Obtener los puntos de corte con los ejes OX y OY.

A2. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

A3. [0,5 PUNTOS] Dibujar la región delimitada por la curva anterior y la recta $y = x-3$.

A4. [1,7 PUNTOS] Calcular el área de la región anterior.

B. [0,6 PUNTOS] Sea ahora la función $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 12}{x^2 - 2x - 15}$. ¿En qué puntos es discontinua? ¿Se puede definir de nuevo esta función para evitar alguna discontinuidad?

Ejercicio 3 [3 PUNTOS]

La edad de los asistentes a un concierto de música clásica celebrado recientemente en la ciudad, sigue una distribución normal con desviación típica de 3 años. Una muestra aleatoria de 350 espectadores ha dado como resultado una edad media de 64,3 años.

A. [1,5 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 92 % para la edad media de los asistentes.

B. [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra si deseamos que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 98 % sea de 0,7?

OPCIÓN DE EXAMEN N° 2

Ejercicio 1 [3,5 PUNTOS]

Una empresa textil confecciona dos estampados diferentes: A y B. Debe satisfacer una demanda de al menos 50 rollos de tela del estampado A; y de al menos 50 rollos del estampado B. Los ingresos obtenidos por rollo de tela son de 30 euros para el estampado A y de 20 euros para el B. Por otro lado, el número de rollos del B no debe ser inferior a la mitad de rollos del estampado A. Además, la capacidad del almacén es de 375 rollos. ¿Cuántos rollos de tela de cada tipo de estampado debe producir para obtener unos ingresos máximos?

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

A. [1,75 PUNTOS] Dada la función, determinar los valores de a y b para los que la función es continua en $x = -2$ y en $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} -6x+3, & \text{si} \quad -4 < x < -2 \\ x^2 + ax + 5, & \text{si} \quad -2 \le x < 0 \\ \dfrac{x+15}{x+b} & \text{si} \quad 0 \le x < 3 \end{cases}$$

B. [1,75 PUNTOS] Determinar las asíntotas de la función $f(x) = \dfrac{2x^2+5}{x^2+4x-21}$. Si existen asíntotas verticales, esbozar la posición de la gráfica respecto a las mismas, calculando previamente los límites laterales correspondientes.

Ejercicio 3 [3 PUNTOS]

Se tienen dos urnas. La urna I tiene 2 bolas negras, 3 rojas y 5 amarillas. La urna II contiene 3 bolas negras, 4 rojas y 3 amarillas. Se lanza un dado. Si sale 1, 3 o 5, se extrae una bola de la urna I. Si sale 2, 4 o 6, se extrae una bola de la urna II.

A. [1 PUNTO] Calcular la probabilidad que tenemos de extraer una bola amarilla.

B. [1 PUNTO] Si hemos extraído una bola roja, ¿cuál es la probabilidad de que se haya extraído de la urna I?

C. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola amarilla de la urna II?

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOMCE – JUNIO 2017

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INDICACIONES

Elija una de las dos opciones.
No se admitirá ningún resultado si no está debidamente razonado.
No se permiten calculadoras gráficas, ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1 [3,5 PUNTOS]

Una frutería quiere dar salida esta semana a 50 kg de manzanas y 27 kg de naranjas que le han quedado por vender. Para ello prepara dos tipos de cajas: A y B. Cada caja del tipo A contiene 5 kg de manzanas y 2 kg de naranjas. Y cada caja del tipo B, 5 kg de manzanas y 3 kg de naranjas. El precio de venta de cada caja A es de 7,5 euros, y el precio de venta de cada caja B es de 8,5 euros ¿Cuántas cajas de cada tipo debe vender para maximizar sus ingresos?

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x) = x^3 + x^2 - 2x$:

A. [0,1 PUNTOS] Obtener los puntos de corte con los ejes OX y OY.

B. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

C. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.

D. [0,5 PUNTOS] Dibujar la región delimitada por la curva anterior y la recta $y = 4x$.

E. [1,7 PUNTOS] Calcular el área de la región anterior.

Ejercicio 3 [3 PUNTOS]

Las probabilidades de que tres tiradores con arco consigan hacer diana son, respectivamente, 3/5, 2/3 y 5/6. Si los tres disparan simultáneamente:

A. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que acierte en el blanco uno solo?

B. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que los tres acierten?

C. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que acierte al menos uno de ellos?

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 1 [3,5 PUNTOS]

A. [3 PUNTOS] Una empresa elabora dos modelos de un determinado producto. Un empleado necesita dos minutos para cada unidad del primer modelo y cuatro para cada unidad del segundo. Los costes unitarios de producción de cada modelo son de 4 y 6 euros respectivamente. Por otro lado, el número de unidades del primer modelo debe ser diariamente el doble que el número de unidades del segundo modelo. El sistema de ecuaciones lineales para calcular el número de unidades de cada modelo que puede acabar un empleado en una jornada de 8 horas si se invierten *k* euros diarios de presupuesto, es el siguiente:

$$\begin{cases} 2x+4y=480 \\ 4x+6y=k \\ x-2y=0 \end{cases}$$

Determinar, según el presupuesto disponible (según los valores del parámetro *k*), los casos en los que el siguiente sistema tiene o no tiene solución. Resuelve los casos en los que el sistema tenga solución.

B. [0,5 PUNTOS] Dada la siguiente matriz:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 480 \\ 4 & 6 & 840 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

¿Tiene inversa? <u>Justifica la respuesta basándote únicamente en los resultados obtenidos en el apartado anterior.</u>

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

A. [1,75 PUNTOS] Durante el anterior periodo de rebajas, una tienda ofreció un artículo a 50 euros la unidad y las ventas fueron de 20 unidades. Un estudio revela que por cada euro que disminuya el precio en las próximas rebajas, conseguirá vender 4 unidades más. Por otro lado, la tienda ha asumido un coste de 35 euros por cada unidad del producto. ¿Qué precio de venta por unidad debe fijar para maximizar los beneficios obtenidos durante el nuevo periodo de rebajas?

B. [1,75 PUNTOS] Dada la función

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+5x-2, & si \quad x\le -1 \\ \dfrac{x+3}{x^2+5}, & si \quad -1<x\le 7 \\ \dfrac{bx+1}{(x-5)^2}, & si \quad 7<x \end{cases}$$

determinar los valores de los parámetros *a* y *b* para los cuales es continua en $x = -1$ y $x = 7$.

Ejercicio 3 [3 PUNTOS]

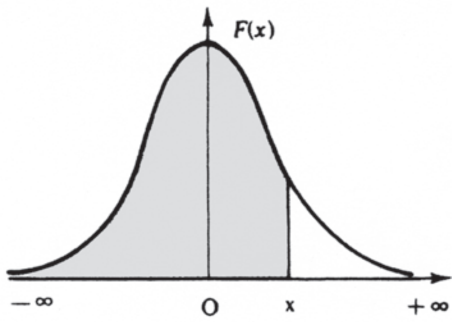
El sueldo mensual de los trabajadores de una empresa sigue una distribución normal con desviación típica de 310 euros. Una muestra aleatoria de 1200 personas da como resultado un sueldo medio de 1545 euros.

A. [1,5 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 97 % para el sueldo medio mensual.

B. [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 98 % sea la mitad del obtenido en el apartado anterior?

Distribución normal

$$F(x) = p(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2}\, dt$$



x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	:9997	.9997	.9997	.9998
3.6	.9998	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999

ANEXO III

ENTREVISTA A LOS COORDINADORES DE LAS PRUEBAS

En primer lugar, he de agradecerte la colaboración en la realización de este Trabajo Fin de Máster. Cualquier pregunta que no quieras responder, eres libre de no hacerlo. Puedes hacer cualquier comentario que consideres oportuno en relación con cada pregunta.

1- **A la hora de elaborar el examen, ¿tienes en cuenta el recoger el máximo número de estándares? ¿Y que se repitan los mismos estándares en las dos opciones o procuras que contengan distintos estándares?**

2- **De los estándares referidos a sistemas y matrices, ¿cuál/les crees que no se deberían pasar por alto? ¿Añadirías o quitarías alguno?**

Bloque 2. Números y álgebra.	30%	– Dispone en forma de matriz información procedente del ámbito social para poder resolver problemas con mayor eficacia. – Utiliza el lenguaje matricial para representar datos facilitados mediante tablas y para representar sistemas de ecuaciones lineales. – Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente. – Formula algebraicamente las restricciones indicadas en una situación de la vida real, el sistema de ecuaciones lineales planteado (como máximo de tres ecuaciones y tres incógnitas), lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas en contextos reales. – Aplica las técnicas gráficas de programación lineal bidimensional para resolver problemas de optimización de funciones lineales que están sujetas a restricciones e interpreta los resultados obtenidos en el contexto del problema.

3- **Partiendo de la definición de Polya (1961), un problema es aquella situación a la que nos enfrentamos para la cual hay que buscar una acción apropiada para así lograr un objetivo que no es alcanzable de forma inmediata, sino que requiere un proceso de razonamiento. Los ejercicios, a diferencia de los problemas, pueden resolverse mediante un proceso automático o mecánico, lo que no implica demasiada dificultad en su resolución. A partir de estas dos definiciones, ¿cómo clasificarías estas tres preguntas? (Por favor, no leas la pregunta 4 antes de responder a esta)**

3.1. Una empresa que fabrica bombillas debe satisfacer un pedido de 450 unidades que empaqueta en cajas de tamaños distintos. Hay dos modelos de cajas, A y B, en los que caben respectivamente 15 y 20 unidades. Se dispone de un total de *k* cajas. Además, el número de cajas del modelo A coincide con las dos terceras partes del total de cajas del modelo B. El sistema de ecuaciones lineales que permite calcular el número de cajas de cada modelo a utilizar para enviar el pedido, es el siguiente:

$$\begin{cases} 15x + 20y = 450 \\ x + y = k \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

Determinar, según el número total de cajas disponibles, (según los valores del parámetro *k*), los casos en los que el sistema tiene o no tiene solución, y si esta es única o no. Resolver el sistema cuando tenga solución.

3.2. Sean

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Determine todos los vectores v tales que $M^2 \cdot v = M^{-1} \cdot v$.

3.3. Sean A una matriz 3x3, B una matriz 3x1 y no nula, O la matriz nula (cero) 3x1 . Considera los dos sistemas de ecuaciones lineales siguientes:
AX = B y AX = O.
Razona si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En el caso de que consideres
que la afirmación es falsa pon un ejemplo ilustrativo.
a} (1,25 PUNTOS] Si la matriz A es regular (inversible), entonces el sistema A X= B es compatible
determinado.
b) (2 PUNTOS] Si el sistema A X = B es incompatible, entonces el sistema **A X=** O es compatible
determinado.

4- **Como has podido comprobar, en algunos casos resulta muy difícil determinar si es problema o ejercicio. Por ello, personalmente he definido tres tipos de preguntas auxiliares a estos casos.**

Cuestión teórica: pregunta/actividad que requiere un conocimiento previo de la teoría, a partir de la cual se razona para extraer una serie de conclusiones. Se corresponde con la pregunta 3.3.

Cuasiproblema: se define este concepto como una pregunta intermedia entre ejercicio y problema ya que, no requiere un razonamiento tan profundo como un problema, pero requiere un esfuerzo mayor que la simple mecanicidad de los ejercicios. Es el caso de la 3.2. Habría que multiplicar por la matriz M a ambos lados, obteniendo así la ecuación de autovalores de la matriz M^3 , pero al no tener los conocimientos suficientes de Álgebra Lineal, deben introducir en la ecuación la matriz identidad *I,* y a partir de ahí, resolver el sistema.

Falsos problemas: preguntas con enunciados que parecen ser problemas, por contener datos de situaciones de la vida real, pero que ofrecen el sistema de ecuaciones ya planteado, que es lo que realmente requiere un razonamiento más profundo. Se corresponde con la pregunta 3.1.

¿Opinas que las definiciones son acertadas? ¿Cómo lo clasificarías tú? ¿Puedes aportar alguna idea más?

5- **¿Consideras que el hecho de existir la EBAU puede ser un problema a la hora de impartir el currículo por parte de los profesores? ¿Crees que se mecaniza a los alumnos a realizar cierto tipo de ejercicios?**

6- **¿Quién y cómo se establecen los criterios y baremos de corrección? ¿Cambiarías algo?**

7- **En 2015 hubo un cambio en el currículo, más notable en Matemáticas II, introduciendo el bloque de Estadística y Probabilidad. Sin embargo, no fue hasta 2019 cuando se empezó a evaluar en la EBAU. ¿Qué opinas de este hecho? ¿Crees que en el aula los profesores lo impartían?**

8- **Patricia: En los exámenes desde 2010 hasta 2014 los ejercicios propuestos incluían apartados con una continuidad. A partir de 2015 tienen apartados independientes, incluso se mezcla problema y ejercicio. ¿A qué se debe? ¿Por qué en 10 años sólo has puesto un problema de ecuaciones lineales? Dejo aquí un enlace con los exámenes por si te resulta más cómodo:**

https://www.examenesdepau.com/cantabria/matematicas-aplicadas/

9- **Luis Felipe: En los 5 años que has estado de coordinador sólo has puesto un problema en un examen y, casualmente, el primer año. ¿Por qué ya no?**

10-En las pruebas de acceso de mayores de 25 años, ¿las cuestiones son similares o distintas? ¿Y los estándares de aprendizaje evaluables?

11-El año pasado en la Comunidad Valenciana, en el bloque de análisis, en uno de las opciones del examen de Matemáticas II se puso este problema, que creó una gran polémica debido a su dificultad y debido a que incluye física. ¿Qué opinas acerca de ello? ¿Te atreverías a poner algo de este tipo?

Problema B.3. Las coordenadas iniciales de los móviles A y B son (0, 0) y (250, 0), respectivamente, siendo 1km la distancia del origen de coordenadas a cada uno de los puntos (1, 0) y (0, 1).

El móvil A se desplaza sobre el eje OY desde su posición inicial hasta el punto $\left(0, \frac{375}{2}\right)$ con velocidad de 30 km/h y, simultáneamente, el móvil B se desplaza sobre el eje OX desde su posición inicial hasta el origen de coordenadas con velocidad de 40 km/h.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) La distancia $f(t)$ entre los móviles A y B durante el desplazamiento, en función del tiempo t en horas desde que comenzaron a desplazarse. (2 *puntos*)

b) El tiempo T que tardan los móviles en desplazarse desde su posición inicial a su posición final, y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f a lo largo del trayecto. (4 *puntos*)

c) Los valores de t para los que la distancia de los móviles es máxima y mínima durante su desplazamiento y dichas distancias máxima y mínima. (4 *puntos*)

12- Por último, puedes escribir algún comentario, observación o reflexión final que no estén presentes en las preguntas anteriores , por ejemplo, acerca de cómo está planteada la EBAU, en concreto, el bloque de sistemas de ecuaciones lineales y matrices, que es el que se estudia en este TFM.

ANEXO IV

CUESTIONARIO A PROFESORES DE 2º DE BACHILLERATO

1. **¿Consideras idóneas las preguntas planteadas? Es decir, ¿se ajustan a los estándares de aprendizaje evaluables?**
2. **¿Consideras idóneos/apropiados los estándares de aprendizaje evaluables?**
3. **De los estándares de aprendizaje evaluables de la rama de ciencias, ¿cuál crees que no se debería pasar por alto? ¿Y para la rama de sociales? (No se incluye el estándar referido a programación lineal bidimensional ya que no es de interés en este TFM)**
4. **Partiendo de la definición de Polya (1961), un problema es aquella situación a la que nos enfrentamos para la cual hay que buscar una acción apropiada para así lograr un objetivo que no es alcanzable de forma inmediata, sino que requiere un proceso de razonamiento. Los ejercicios, a diferencia de los problemas, pueden resolverse mediante un proceso automático o mecánico, lo que no implica demasiada dificultad en su resolución. ¿Qué prefieres que haya en la EBAU, problemas o ejercicios? Justifica tu respuesta.**
5. **En el bloque de Álgebra de las pruebas de acceso a la universidad, ¿consideras adecuado el gran desequilibrio que existe entre el predominio de ejercicios frente a problemas?**
6. **De una escala del 1 al 4, ¿Cómo de apropiada consideras la cantidad y contenido del currículo referidos a sistemas de ecuaciones lineales y matrices? Siendo 1 insuficiente, 2 suficiente, 3 óptima y 4 demasiado contenido.**
7. **Si tuvieras que poner una pregunta referida a este bloque, ¿qué tipo de pregunta pondrías?**
8. **¿Te sientes muy condicionado a la hora de impartir los contenidos del currículo por el hecho de existir la EBAU? ¿Te limitas únicamente a impartir los contenidos que se contemplan en los estándares de aprendizaje evaluables?**

9. **¿Te parecen correctos los criterios y baremos de corrección? ¿Propondrías algún cambio? En caso afirmativo, expón los cambios.**
10. **¿Consideras la calculadora un recurso útil o un problema a la hora de trabajar con matrices y sistemas? Justifica tu respuesta.**
11. **Añadir cualquier comentario/argumento/opinión que consideres apropiado sobre las preguntas anteriores o sobre cualquier tema interesante acerca de la EBAU que no se haya contemplado en este cuestionario.**