



*Facultad
de
Ciencias*

**FÍSICA DE LOS INSTRUMENTOS
MUSICALES**
(The physics of musical instruments)

Trabajo de Fin de Grado
para acceder al

GRADO EN FÍSICA

Autor: Simón González Jiménez

Director: Francisco Matorras Weinig

Octubre - 2019

Resumen

Con el objetivo de estudiar desde un punto de vista físico instrumentos musicales, se llevó a cabo el presente trabajo. Para abordarlo de la forma más universal posible, se dividió en dos partes:

- La analítica, en la que se optó por el desarrollo de un programa personalizado para el estudio de grabaciones de los instrumentos deseados, usando la transformada de Fourier para la obtención del espectro de frecuencias del respectivo sonido. Una vez hecho esto, se comprobaron las leyes que rigen los armónicos, el modo de aire (o de Helmholtz) y las ondas longitudinales, amén de algunas frecuencias adicionales en el violín correspondientes a vibraciones del cuerpo.

Fue en esta parte cuando el enfoque del trabajo pasó de una vista general de muchos instrumentos a un estudio más en profundidad de unos pocos, ya que la verdadera complejidad del tema se reveló inabarcable para un estudio de este calibre. En el caso analítico, se estudiaron un contrabajo y un violín.

Los armónicos de ambos fueron claramente visibles, al igual que el modo de aire para el contrabajo. El del violín no se encontró, como tampoco se hallaron las ondas longitudinales y las vibraciones de la caja.

- La experimental, que cobró la forma de un experimento de equipo simple para la caracterización de los modos de vibración de la caja del laúd, la bandurria y el charango, siendo los dos primeros instrumentos parecidos en estructura.

Los resultados indican claramente para el laúd que se pueden excitar modos vibracionales, mientras que el de la bandurria se consiguió encontrar el de Helmholtz. Sin embargo, a pesar de sus similitudes, no se encontró nada que ligase los resultados de ambos instrumentos salvo una hipótesis sobre el modo de aire.

El charango queda como un pobre instrumento para hacer experimentos parecidos a este, con resultados poco relevantes.

Los valores obtenidos aportan datos útiles para otros estudios del laúd, instrumento poco tocado por la ciencia. Además, dichos valores avalan este método como una forma barata y confiable de experimentar, al alcance de cualquier centro de educación preuniversitaria o particular interesado.

Abstract

With the goal of studying musical instruments from a physical standpoint, this work was carried out. In order to get the widest view possible, it was divided in two parts:

- The analytical one, in which it was decided to make a custom program for analyzing recordings from the desired instruments, by using the Fourier transform for obtaining the frequency spectrum of the respective sound. Once this was done, the laws for harmonics, the air mode (or Helmholtz) and longitudinal waves were checked, alongside some additional frequencies in the violin corresponding to vibrations of the body.

It was in this part where the goal went from an overview of many instruments to a more nuanced study of a few, for the true complexity of the matter revealed itself to be immeasurable for a work of this caliber. In the analytical case, a double bass and a violin were analyzed.

The harmonics of both were clearly seen, just like the air mode for the double bass. The violin's was not found, like longitudinal waves and body vibrations

- The experimental part, which took the form of a low budget experiment for the characterization of vibration modes for the lute, bandurria and charango bodies, knowing that the first two are alike in the structural sense.

The results clearly indicate that the vibrational modes of the lute can be stimulated, while in the bandurria the Helmholtz resonance was clearly detected. However, despite their similarities, none of the obtained results could help establish a relationship between the two, except for a hypothesis about the air mode.

The charango ended up as a very poor instrument when it comes to experiments like this; the results obtained using it were of little relevance.

The values obtained can provide useful data for other experiments on the lute, an instrument that is not usually touched upon by scientists. Apart from this, said values show that this method is a cheap and reliable way to make experiments that any school, high-school or private person may conduct.

ÍNDICE

Capítulo 1: Introducción general.....	pág. 1
Capítulo 2: Aplicación de herramientas computacionales para el análisis de grabaciones.....	pág. 5
Sección 2.1: Desarrollo de herramientas informáticas.....	pág. 5
Sección 2.2: Aplicación de las herramientas informáticas a instrumentos de cuerda.....	pág. 10
Sección 2.3: Resumen.....	pág. 17
Capítulo 3: Estudio experimental de las vibraciones del cuerpo de distintos instrumentos de cuerda.....	pág. 18
Sección 3.1: Introducción y montaje experimental.....	pág. 18
Sección 3.2: Preparación e inconvenientes del montaje.....	pág. 20
Sección 3.3: Montajes utilizados.....	pág. 23
Sección 3.4: Resultados experimentales del laúd.....	pág. 27
Sección 3.5: Resultados experimentales de la bandurria.....	pág. 31
Sección 3.6: Resultados experimentales del charango.....	pág. 34
Sección 3.7: Similitudes entre instrumentos.....	pág. 34
Capítulo 4: Conclusiones.....	pág. 35
Bibliografía.....	pág. 37
Anexo 1: Programas.....	pág. 38
Agradecimientos.....	pág. 46

Capítulo 1: Introducción.

El presente trabajo nace como un proyecto para el estudio de varios instrumentos de cuerda. Se desea abarcar la mayor parte de terreno posible, con lo que consta de dos partes:

- En la primera se encuentra el desarrollo de herramientas computacionales para la extracción de datos y figuras de archivos de sonido, centrando el estudio en el violín y el contrabajo, instrumentos con similitudes y diferencias que se verán al final de esta parte adelante.
- En la segunda se pasa al estudio de las vibraciones de las cajas de varios instrumentos de cuerda, el más prominente de ellos el laúd, seguido por la bandurria y, finalmente, el charango.

La primera parte centra su estudio en las cuerdas de los instrumentos, con sus armónicos, junto con otras propiedades:

Como todos sabemos, el sonido consiste en ondas, o sea, vibraciones, transmitidas por cualquier medio. Dichas ondas son recogidas por nuestro aparato auditivo e interpretadas por el cerebro, convirtiéndolas en los sonidos que conocemos. Lo más importante de esto, al menos para el presente estudio, es la palabra “onda”: se puede descomponer cualquier sonido en ondas con su frecuencia e intensidad propias, que lo distinguen de los demás.

Todo objeto que vibra tiene una frecuencia a la que vibra (resuena) con mucha intensidad; esta es la que a partir de aquí se denomina “frecuencia fundamental”. Dicha frecuencia es diferente para cada cuerpo, ya sea la caja de una guitarra, una mesa o un puente.

A muchos les vendrá a la cabeza ese famoso ejemplo de soldados marchando y hundiendo un puente debido a la coordinación de sus pasos. Si bien hay otros fenómenos que ocurren en este caso^[1], esto sigue siendo un ejemplo de la importancia de las resonancias.

Siendo más específicos, podemos hacer referencia directamente a un hilo sujeto por ambos extremos como un caso relativamente sencillo de vibración^[2].

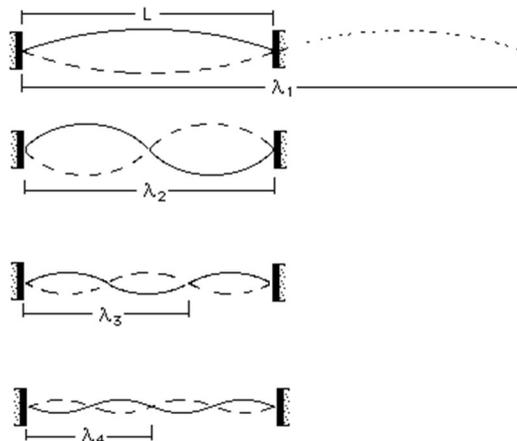


Figura 1.1: Esquema de los modos básicos de un hilo sujeto por ambos lados, siendo L la longitud del hilo y λ la longitud de onda (distancia entre dos puntos de igual fase).

Este esquema, sacado de la pública web de la Universidad de Nueva Gales del Sur^[2], muestra las diferentes longitudes que permite el simple montaje comentado. El primer caso, el más sencillo, tiene un nodo (una mitad en cada vértice). Luego se van añadiendo nodos, uno a uno, hasta el infinito.

La frecuencia f_1 del primer modo, la importantísima para nosotros frecuencia fundamental, es inversamente proporcional a la longitud λ_1 . Siguiendo con este ejemplo, la siguiente frecuencia es inversamente proporcional a λ_2 , la cual, a su vez, es la mitad de λ_1 . Por lo tanto, $f_2 = 2 \cdot f_1$. Es sencillo seguir estableciendo estas relaciones, llegando a que la frecuencia enésima tiene un valor $f_n = n \cdot f_1$.

Todas las frecuencias reciben el nombre de armónicos, con el fundamental correspondiendo a f_1 y resto a $f_2 \dots f_n$, y son un componente importante de cada nota tocada en un instrumento de cuerda, cada una teniendo diferente frecuencia fundamental y, por ende, distintos armónicos. Cuanto más subimos en la escala musical (siete notas convencionales y cinco semitonos, el menor intervalo musical en Occidente; ver figura 1.2), mayor es la frecuencia fundamental, o sea, más aguda se vuelve la nota tocada.

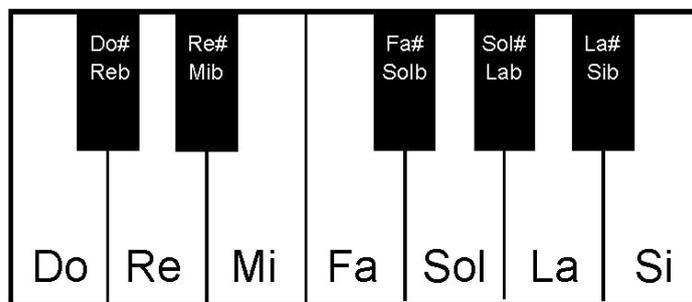


Figura 1.2: imagen de la escala musical representada en un teclado de piano, tomando desde la nota Do hasta la nota Si. Las teclas negras son los semitonos.

Las ondas comentadas hasta ahora son transversales. Sin embargo, también existen las ondas longitudinales, que llevan el momento de las cuerdas^[2]. Su influencia es demasiado pequeña, con lo que se les suele ignorar, pero tienen su propia periodicidad. Su detección es difícil, pues son débiles y se dan a grandes frecuencias, como 7.5 kHz^[3].

Además, existe lo que se llama el “modo de aire”^[2], una resonancia dentro del cuerpo de cualquier instrumento debido a que el aire en su interior exhibe un comportamiento similar a un resonador de Helmholtz.

De forma simple vale la imagen mental de una esfera hueca de volumen V con una boquilla de superficie S y grosor L . La frecuencia de Helmholtz, pues, vale $f_H = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{VL}}$, con c como la velocidad del sonido.

Por último, y teniendo en cuenta la bibliografía principal, página 244, se tiene que la amplitud de los modos normales de vibración decae con la frecuencia. Por lo tanto, si se representa el logaritmo de la frecuencia frente a los decibelios (ya en base logarítmica), se debería tener una línea recta. Este es un modelo básico, con lo que si sus resultados fueran mínimamente aceptables usando instrumentos reales ya sería sorprendente.

La segunda parte está enfocada a la caja del instrumento. Como todo cuerpo material, tiene sus propios modos de vibración, y son estos el mayor atractivo de la presente parte. Junto a ellos, la obtención clara del modo de Helmholtz es más probable en este caso, ya que no es opacado por los modos de las cuerdas.

Más en detalle:

El cuerpo de un instrumento está dividido en varias tapas debido a su fabricación:

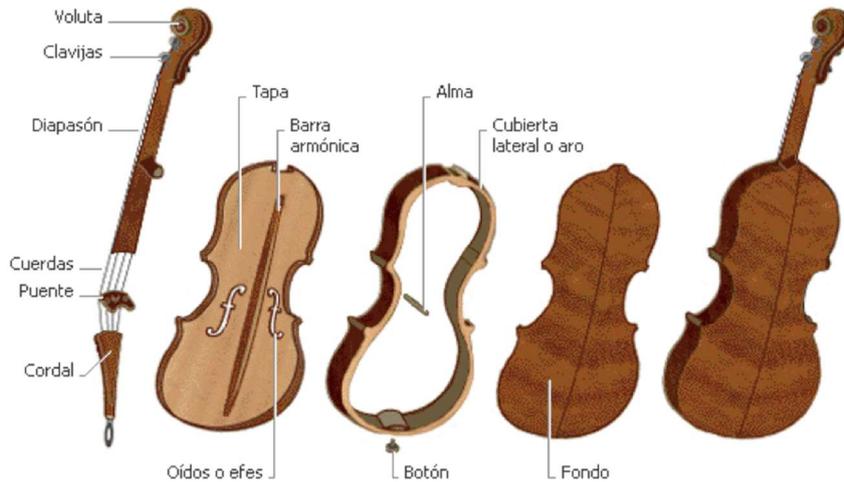


Figura 1.3: Esquema de las tapas de un violín contemporáneo.

Cada tapa posee sus propios modos de vibración, lo cual significa que, al recibir ondas de sonido de una frecuencia determinada, vibra con la misma y la amplifica, pudiéndose recoger en un aparato de medida. Se registra, al igual que los modos de una cuerda, como un pico en el espectro de frecuencias.

Estas vibraciones, volviendo al símil con las cuerdas, dependen de la cantidad de nodos. Como ahora se están estudiando placas de madera, y considerando que su anchura es muy pequeña en comparación con las demás dimensiones, puede verse como una placa bidimensional que oscila, teniendo cada dirección un número de nodos distinto que da nombre al modo. Se califican como (x,y) , donde x e y son números naturales. Cuanto mayor sea uno, más nodos tendrá en esa dirección.

Cada tapa tiene sus propios modos de vibración que, si bien pueden estar bajo la influencia de las otras, son por lo general independientes. Para este experimento se consideran cuatro básicas: la tapa superior, la inferior, la base del instrumento y sus laterales, con las dos primeras como las más estudiadas y que mejores resultados brindan. En la figura 1.4 se ven los resultados para una guitarra española:

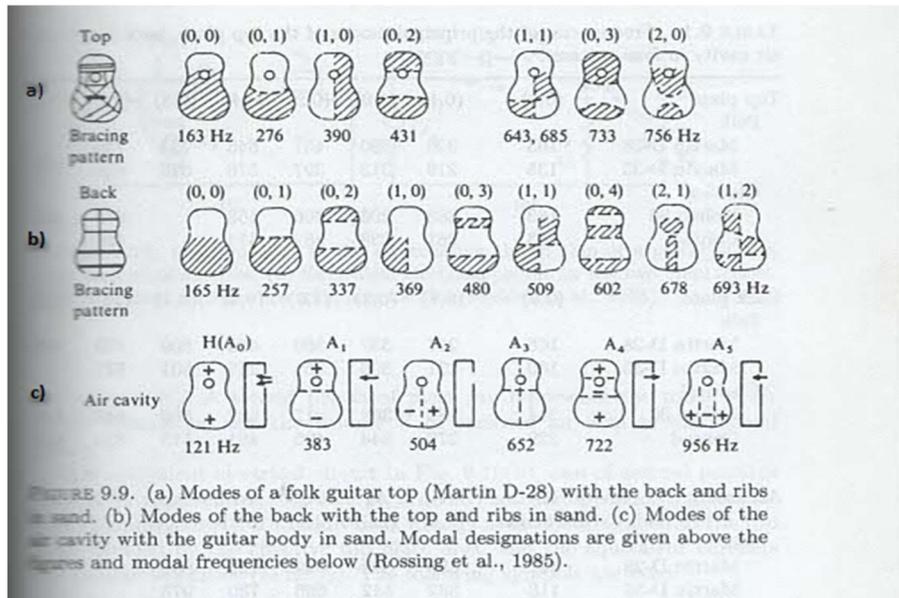


Figura 1.4: modos de las tapas superior e inferior y la cavidad de aire para una guitarra española clásica. Centrando el análisis en las tapas, las partes sombreadas indican las partes que vibran en el modo.

Para estudiar estos modos se coloca un altavoz en las partes del instrumento deseadas y se examina si se obtiene algún máximo. Como puede observarse en la figura 1.4, si está en la zona de algún modo, este será excitado, mientras que si el altavoz no está en las zonas que lo excitan dicho máximo desaparecerá.

Capítulo 2: Aplicación de herramientas computacionales para el análisis de grabaciones.

En la primera parte de este trabajo se analizaron varias grabaciones de instrumentos en busca de la confirmación de distintas teorías e hipótesis, con distinto resultado. Simultáneamente, se invirtió bastante tiempo en el desarrollo e investigación de herramientas de software capaces de dar la información requerida de forma clara y concisa. Para ello, se aplicarán programas desarrollados en MatLab.

Sección 2.1: Desarrollo de herramientas informáticas.

El objetivo básico principal de los programas desarrollados fue siempre partir de grabaciones de distintos instrumentos, pasándolos por un programa y estableciendo su espectro de frecuencias. Con esto, atendiendo a los picos en la intensidad se pueden localizar los distintos modos buscados, como los armónicos del instrumento estudiado o la frecuencia de Helmholtz. Se busca la mayor claridad, con la posibilidad de automatizar el proceso para evitar errores experimentales y gastar recursos en trabajo redundante.

La primera aproximación a esto fue un programa sin refinar, que se puede encontrar en el Anexo 1 en su forma original con comentarios en español. Dicho programa fue encontrado en el foro oficial de MatLab^[4], y dio pie a distintas iteraciones cada vez más eficientes y avanzadas.

La base del programa se basa en leer archivos de audio, pasando la intensidad y el tiempo a un vector y, mediante transformaciones, sacar información de los mismos y representarlos gráficamente. Una explicación más exhaustiva viene en los párrafos siguientes.

Dicho programa acabó dando a luz, mediante varias versiones, a una iteración definitiva que puede encontrarse, de nuevo, en el Anexo 1, que realiza varias funciones simultáneamente, como son encontrar máximos o estudiar el decaimiento. Corta varios aspectos que no se usan en este trabajo, amén de añadir algunos nuevos. Su funcionamiento se divide en varias partes:

1) Adquisición y representación de la señal y el tiempo

Mediante el código *aurdioread*, propio de MatLab, se toman los valores de la intensidad total del sonido, así como la frecuencia de muestreo (que indica, en muestras por segundo, la velocidad de adquisición de estas). Estos datos sirven para establecer dos vectores de análisis principales. El primero es el de la intensidad, que se coge del canal principal (los demás no aportan nada en este análisis). El segundo es el del tiempo, que se establece tomando números enteros desde 0 hasta la longitud de la intensidad divididos entre la frecuencia de muestreo. Como cada miembro de este último vector está separado en la adquisición de sonido por el inverso de la frecuencia de muestreo, esta división consigue el instante desde el principio de la muestra de cada valor de la intensidad.

Tras esto, se usa una gráfica básica para representar el tiempo en el eje de abscisas y la intensidad en el de ordenadas. Esto da una idea de la forma en el tiempo, que se usó varias veces para comprobar que se establecían los vectores de intensidad y tiempo de forma correcta. Un ejemplo es se puede ver en la figura 2.1:

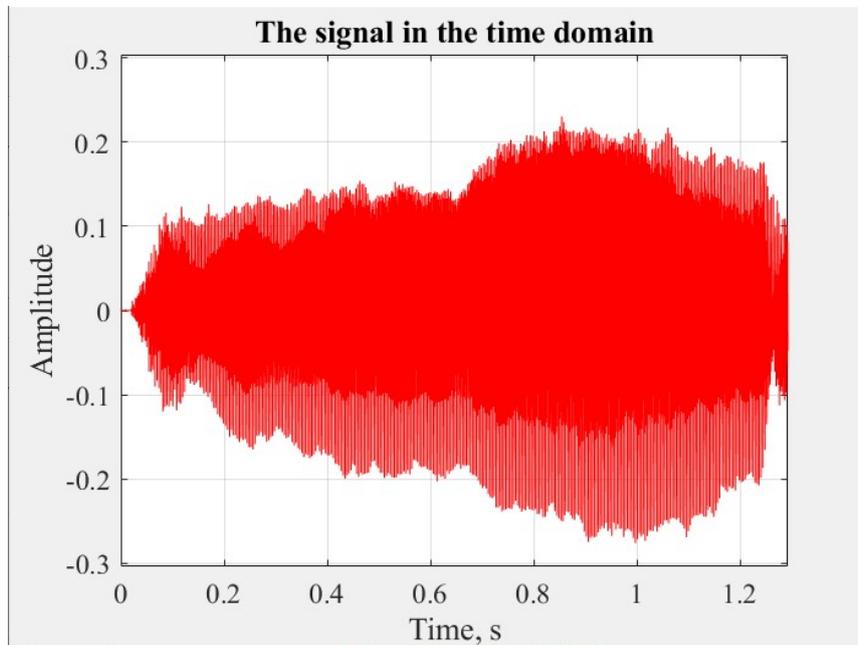


Figura 2.1: Amplitud de la señal a lo largo del tiempo de la nota Do del violín.

2) Paso a frecuencias, cortado y representación

Primero se obtiene la ventana de Hanning periódica correspondiente a la longitud de los vectores antes mencionados. Esto es una ventana matemática, una forma de suavizar los valores dividiéndolos en áreas de valores concretos (en los casos más simples, 0 y 1), ayudando a la obtención de la transformada de Fourier, necesaria para el cálculo de las frecuencias.

Tras esto, se utiliza la mencionada transformada. Su función es tomar los datos de la intensidad, su número de puntos, la ventana antes calculada y la frecuencia de muestreo y pasar al dominio de las frecuencias, hallando la Densidad Espectral de Energía (DEE). La DEE, como su propio nombre indica, representa la distribución de energía en función de la frecuencia de la onda. Normalmente se mide en Watts/Hz, aunque en este caso es pasada a dos vectores con dB y Hz. Hay que tener en cuenta que, de forma poco instintiva, la intensidad se da en números negativos, por lo que, cuanto menor sea su módulo, más fuerte es el sonido representado.

Luego se establecen valores mínimo y máximo deseados para la frecuencia. Se crea un nuevo vector, que corresponde a los valores del anterior entre el mínimo y el máximo. Usando los índices del mínimo y el máximo de la frecuencia, se genera un último vector para la intensidad igual a todos los valores entre dichos índices.

La representación es otra gráfica de intensidad frente a frecuencia, en la que mediante un puntero se pueden sacar de forma muy visual y precisa los máximos de la gráfica, como viene ejemplificado en la figura 2.2:

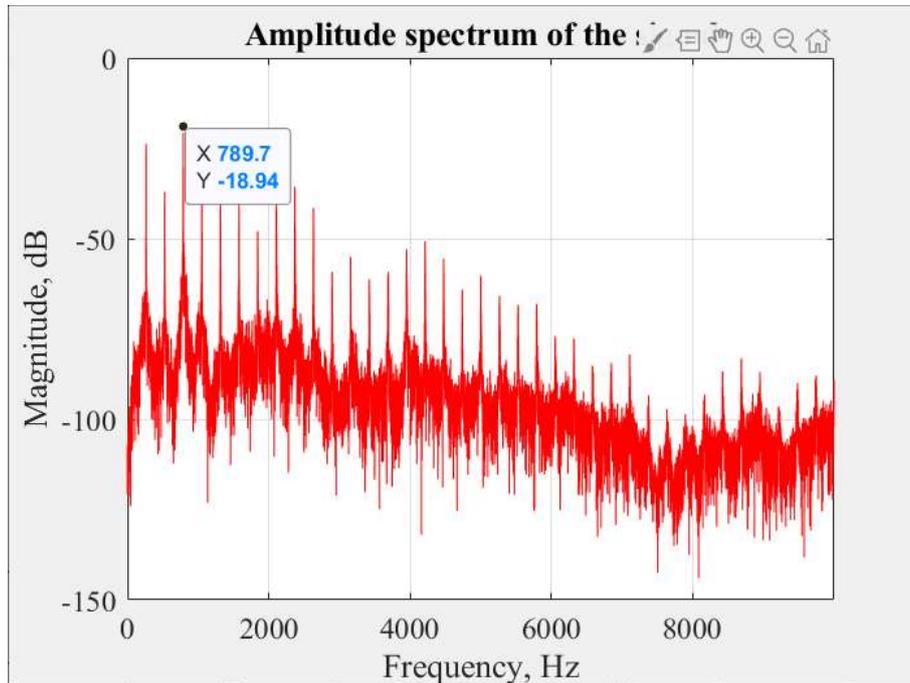


Figura 2.2: Muestra se selección visual de máximos en la representación de intensidad frente a frecuencia en la nota Do del violín.

3) Selección de máximos y armónicos

Para conseguir encontrar los armónicos en este análisis sin tener que recurrir al método más visual de buscarlos en la gráfica con un ratón, es conveniente acumularlos en un vector junto a su frecuencia.

El primer paso es recorrer el espectro de frecuencias mediante la función *findpeaks* de MatLab, que da un vector con la frecuencia, intensidad, anchura y prominencia de los picos que cumplan ciertas condiciones especificadas por el usuario, pudiéndolas cambiar entre ejecuciones del programa. La prominencia, variable que puede generar algunas dudas sobre su naturaleza, consiste en la altura relativa al entorno del máximo. Da una idea de lo que sobresale respecto a la parte del espectro que le rodea.

En este caso, se especificó tanto una altura mínima para evitar fallos a altas frecuencias, donde la intensidad desciende (como se especificó en la introducción), como una distancia mínima entre picos, pues la forma del espectro consiste en pequeños saltos de la intensidad que, vistos en su conjunto, forman un espectro más sencillo.

El segundo paso, una vez teniendo el vector de máximos determinado, consiste en hacer la media de las prominencias y cribarlos de nuevo con dicha media como referencia, aumentándola o reduciéndola en caso de necesidad. Gracias a esto, algunos máximos locales muy pobres que probablemente no representan nada son eliminados, centrando el análisis en los que tienen auténtica relevancia en su entorno. Un ejemplo del vector

obtenido para la nota Do del contrabajo, mostrada más adelante en la figura 2.3 puede verse a continuación, en la tabla 2.1:

Intensidad/dB	Frecuencia/Hz	Intensidad/dB	Frecuencia/Hz
-41.7	65	-100.0	2980
-42.8	129	-110.0	3098
-46.0	195	-107.0	3175
-60.0	259	-101.6	3306
-62.1	324	-99.9	3370
-61.7	388	-98.8	3433
-70.5	454	-102.7	3499
-57.6	519	-104.2	3627
-77.1	583	-98.4	3758
-66.5	648	-101.4	3822
-71.3	712	-103.6	3885
-64.5	778	-102.8	4019
-67.8	843	-104.3	4086
-65.1	907	-105.1	4224
-71.9	973	-107.9	4408
-77.7	1036	-110.1	4535
-79.6	1102	-111.7	4610
-78.6	1167	-113.2	4796
-77.9	1231	-113.2	5149
-91.6	1295	-112.9	5246
-83.3	1361	-113.7	5343
-68.7	1426	-111.0	5634
-79.5	1492	-112.9	5740
-73.6	1555	-114.2	5958
-75.4	1621	-116.4	6153
-78.6	1685	-118.3	6342
-83.9	1814	-118.1	6477
-84.1	1880	-117.1	6672
-80.9	1944	-114.2	7098
-89.3	2007	-113.0	7197
-86.4	2073	-112.3	7392
-88.9	2138	-115.2	7712
-88.1	2204	-111.6	7776
-91.1	2333	-115.9	7843
-88.9	2397	-117.3	7905
-93.6	2461	-115.2	8019
-93.9	2528	-115.2	8153
-91.5	2592	-115.5	9286
-89.9	2657	-116.7	9387
-95.7	2787	-115.7	9471
-101.0	2852	-113.2	9845
-102.0	2916		

Tabla 2.1: Muestra de máximos para la nota Do del contrabajo.

Para hallar los armónicos, y no solo los máximos, la base es conseguir la frecuencia fundamental. El siguiente método es crudo, pero efectivo: se efectúa la resta entre todos los componentes adyacentes del vector de máximos, acumulándolos en un vector, y se redondea. El valor más repetido es la frecuencia fundamental.

En un último vector se acumulan los componentes del que contiene los máximos que se desvíen menos del porcentaje requerido en cada prueba de un múltiplo de la frecuencia fundamental, comprobado mediante división. Por ejemplo, si esta fuese 86 Hz, el máximo 258 Hz quedaría como un armónico, pues $258/86 = 3$. Sin embargo, 300 no lo haría. Poniendo un margen del 10%, podrían considerarse hasta 267 y 249 Hz.

El error considerado es de 2 Hz, obtenido mediante la ampliación de distintas gráficas y examinando los valores entre los cuales se podía considerar con seguridad que el pico se encontraba.

4) Decaimiento de la intensidad

Un último paso es comprobar el decaimiento de la intensidad. El método elegido es representar en un diagrama de barras la intensidad en función del logaritmo de la frecuencia, con el objetivo de comprobar que se obtiene un ajuste lineal.

Para comparar el decaimiento de dos sonidos, se haría una gráfica conjunta, dando los valores de los vectores correspondientes a cada uno.

5) Eficiencia en formatos de audio

Un aporte final a la sección de informática del presente trabajo es un breve estudio de la calidad de los formatos de las grabaciones. El primer paso fue descartar los formatos que el propio MatLab era incapaz de leer por uno u otro motivo; el segundo fue seleccionar el óptimo para trabajar. El criterio seguido es básico, con un conteo de las muestras obtenidas en cada uno para la misma grabación original en formato .wav divididas por el tiempo, consiguiendo un criterio objetivo de calidad.

Formatos descartados	Formatos implementados	Puntos
.xac	.iff	422400
.sds	.wav	211200
.smp	.aiff	211200
.vox	.aifc	211200
.mat	.au	211200
.opus	.voc	211200
.snd	.flac	211200
	.mp3	195312
	.m4a	194560
	.wma	194525
	.ogg	194040

Tabla 2.2: extensiones descartadas y usadas para su uso en el trabajo. La última columna contiene los puntos que todas las grabaciones, al convertirlas desde un único archivo .wav, tenían, siendo evidente la precisión de cada formato.

Como se puede observar, el formato .iff tiene el doble de calidad que los siguientes. Por lo tanto, se investigó su origen y aplicaciones. Y, a pesar de ser concupiscible utilizarlo como formato estándar en este trabajo por su calidad, se tuvo que despreciar, ya que su utilización está lejos de ser un estándar, siendo desarrollado por la empresa Electronic Arts para la consola Commodore Amiga.

Por ende, la elección del formato cayó en el .wav y a veces el .m4a, el primero por su popularidad y el segundo porque hay varios archivos originalmente con dicha extensión, y cambiarla podría dar problemas de pérdida de información o corrupción de los archivos, con lo que tomando los más comunes se minimizan las probabilidades de destruirlos parcial o totalmente.

Con todo esto, fue posible realizar el estudio de varias grabaciones de instrumentos, principalmente de cuerda. El análisis de algunos otros, como el clarinete, se abordaron brevemente antes de abandonarlos por falta de tiempo.

Sección 2.2: Aplicación de las herramientas informáticas a instrumentos de cuerda.

Junto al desarrollo de los programas se utilizaron varias grabaciones para calibrarlos y, al mismo tiempo, estudiarlos. Eran tan variadas como un murmullo humano largo y grave, la nota La del oboe o dos notas de la guitarra tocadas simultáneamente. Como se recalcó antes, el formato de estos archivos era principalmente .wav, con algunos .m4a.

Algunos sonidos no eran del todo claros, como el murmullo, mientras que la guitarra y el violín sí lo eran. Juntando este hecho con la inesperada profundidad de su estudio llevó a centrarse en el violín y el contrabajo, de estructura aparentemente similar, pero de mayor tamaño.

Por lo tanto, el siguiente movimiento consistió en entender el trasfondo teórico y obtener toda una escala del violín y el contrabajo grabados expresamente para este trabajo (agradecimiento a los alumnos del Conservatorio Profesional y Elemental de Las Palmas de Gran Canaria).

Contrabajo

Nacido como una combinación entre el violín del siglo XVI y la viola de gamba (instrumento que vio su esplendor entre los siglos XVI y XVII) como refuerzo del más popular violonchelo, el contrabajo acabó por asentarse definitivamente a mediados del XX, gracias al auge del jazz. Su diseño está enfocado a generar bajas frecuencias, como se verá a continuación.

El primer estudio fue el de los armónicos y las frecuencias fundamentales, con excelentes resultados, como se puede ver en la figura 2.3:

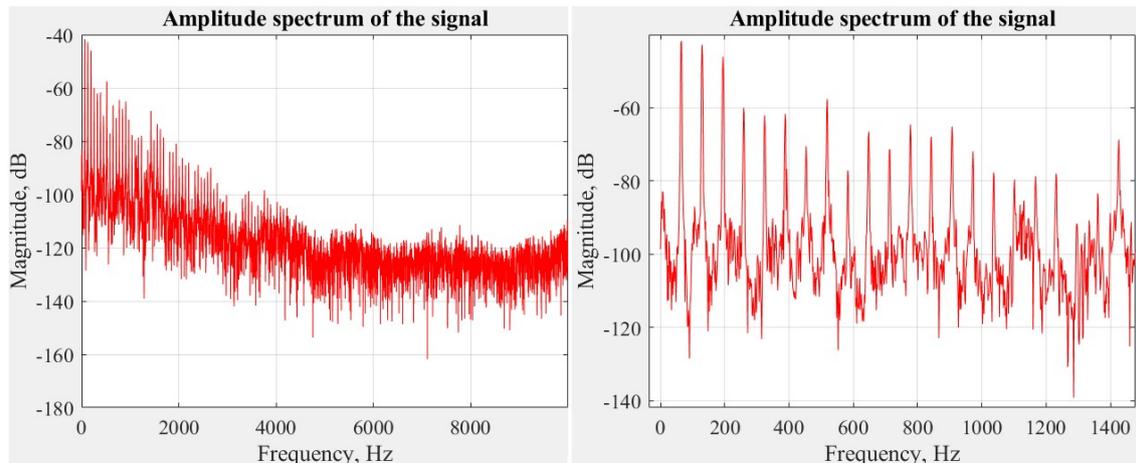


Figura 2.3: Intensidad del sonido en función de la frecuencia para la nota “Do” de un contrabajo. Están presentes tanto el espectro original como su versión con zoom; solo se mostrarán ambos juntos en esta ocasión para dar idea del procedimiento general.

La frecuencia fundamental, tomando, como se comentó en el apartado anterior, el valor más repetido entre la diferencia de los picos adyacentes, queda $f_1 = 64$ Hz, con los siguientes armónicos, como puede observarse, muy bien definidos, delgados y prominentes. Sus frecuencias, empezando por el primero, son: 64, 129, 195 y 259 Hz, siguiendo hasta 2204 Hz, donde la intensidad de los picos buscados empieza a mezclarse con el fondo.

Puede irse un paso más allá y dilucidarse que en este instrumento y esta nota los tres primeros armónicos son los que llevan la mayor parte de la energía y resultan más oídos por el público, pues su tamaño es mayor en la escala de intensidad.

Siguiendo con el Fa y el Si en la figura 2.4:

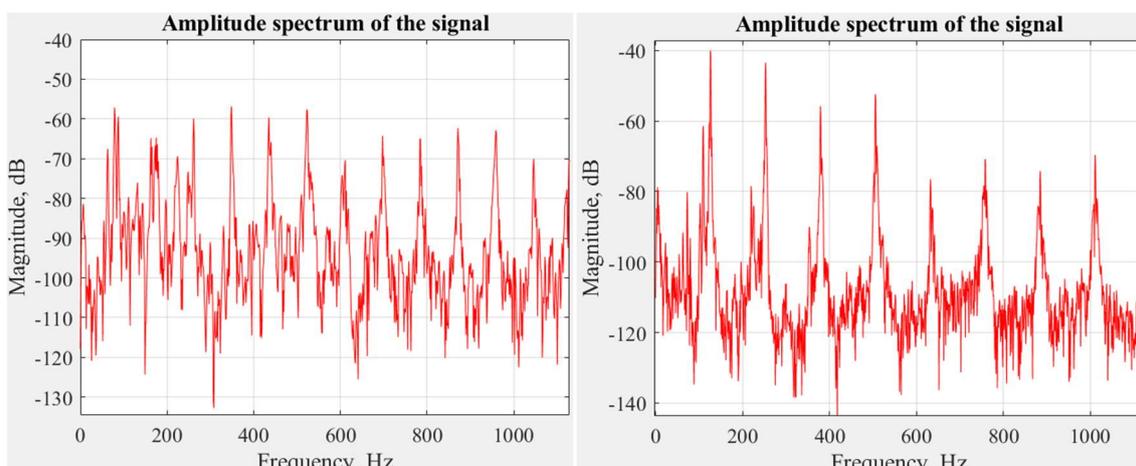


Figura 2.4: Magnitud del sonido, medida en decibelios, en función de la frecuencia para las notas, de izquierda a derecha, “Fa” y “Si” de un contrabajo.

Como puede observarse en la figura 2.4, la frecuencia fundamental de la nota Fa es algo menor que 100 Hz, mientras que en el caso del Si está por encima. Un estudio más detallado lo confirma, mirándose todas las notas. Todo esto indica que la frecuencia fundamental va aumentando conforme subimos en la escala musical, tal y como predice la teoría, llegando ahora a 86 y 126 Hz en las notas de la imagen. De forma más extensiva, empezando con el Do y contando los semitonos, se tiene:

$$f_1 = 65, 73, 73, 78, 83, 86, 94, 98, 105, 110, 117, 126 \text{ Hz.}$$

Exceptuando el cambio desde, el aumento de la frecuencia fundamental es evidente; incluso en los casos del semitono después de Do y la nota Re, donde el error permite su igualdad.

Luego se investigó la resonancia de Helmholtz para este instrumento. Debido a que está causada por el aire contenido dentro del instrumento, debería ser prácticamente independiente de la nota que se toque. En consecuencia, el procedimiento es bastante simple: se estudia cada nota, buscando en la zona donde la teoría indica que están para el instrumento. Es una aproximación razonable, pues la estructura básica es la misma. En este caso, se indica que está por debajo de 60 Hz^[4] o alrededor de 65 Hz^[5]. En la figura 2.5 se pueden ver las notas del contrabajo, con zoom en el área de interés:

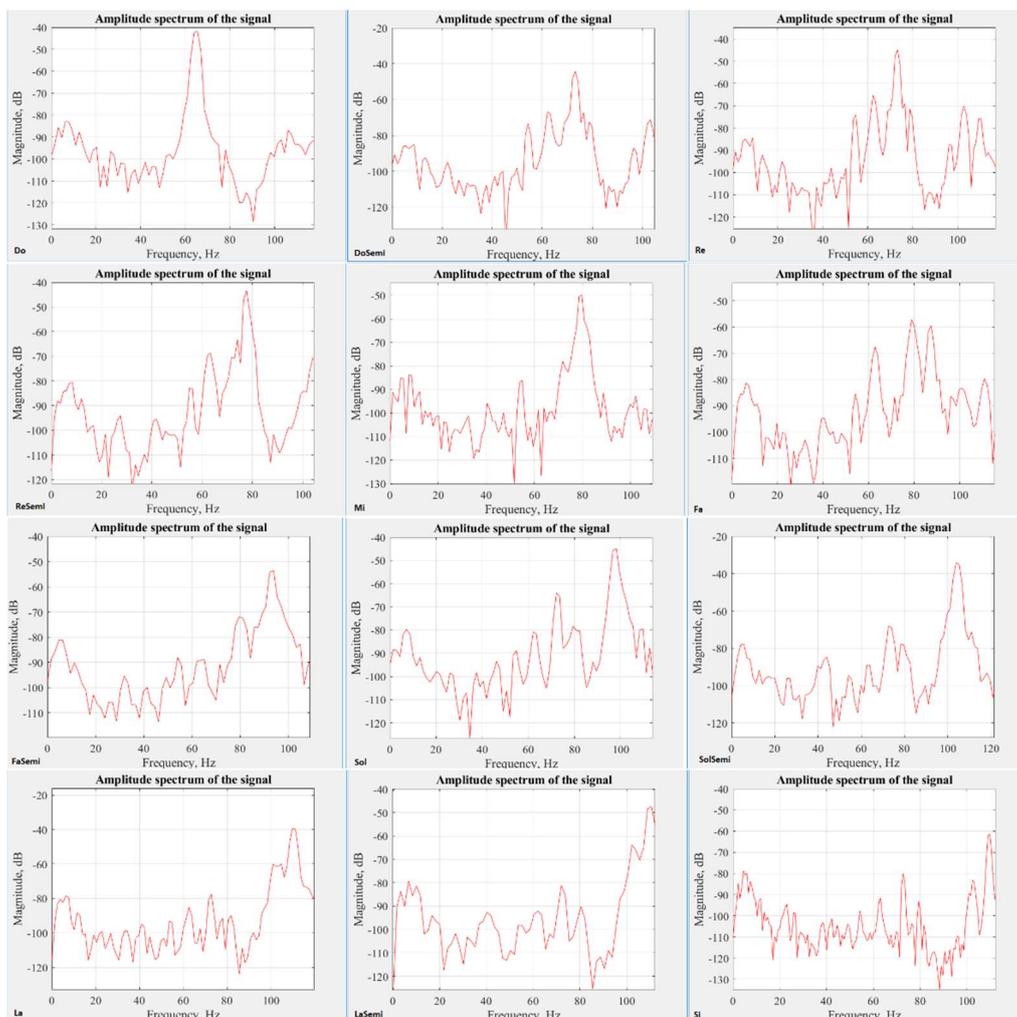


Figura 2.5: Espectro ampliado desde 0 hasta 100 Hz del contrabajo para cada nota, con los semitonos tras cada una incluidos. Se buscan en cada una picos alrededor de 65 Hz constantes entre las distintas notas, pues son candidatos a representar el modo de aire buscado.

Un estudio detallado de la figura 2.5 revela algo que hasta la nota Sol, y exceptuando el Do (pues la frecuencia fundamental lo opaca) y el Mi hay un pico claro alrededor de 63 Hz constante entre los espectros. En el caso de la segunda nota mencionada se desconoce el motivo de la ausencia, y los análisis ya estaban hechos cuando este problema salió a la luz.

No obstante, a partir del semitono tras el Fa su intensidad baja más de 10 dB, siendo en casos como el del La difícil afirmar su mera existencia. Empezando por la nota siguiente, además, surge un nuevo pico constante, ubicado alrededor de 73 Hz. Tanto este como el de 63 Hz coexisten hasta el Si, el final de la escala.

Ambos son claros, pero la frecuencia de Helmholtz es solo una para cada caja cerrada. Por lo tanto, una de las dos es la verdadera, siendo la otra, posiblemente, una vibración de la caja o similar; no se tienen más datos. Estas se estudiarán en mayor profundidad en la segunda parte de este trabajo.

El siguiente objeto de estudio fueron las ondas longitudinales. Como ya se comentó, dichas ondas aparecen a altas frecuencias, llevan la energía de la cuerda y tienen su propia armonicidad. Es por esto por lo que llevamos el estudio a frecuencias más allá de 5 kHz.

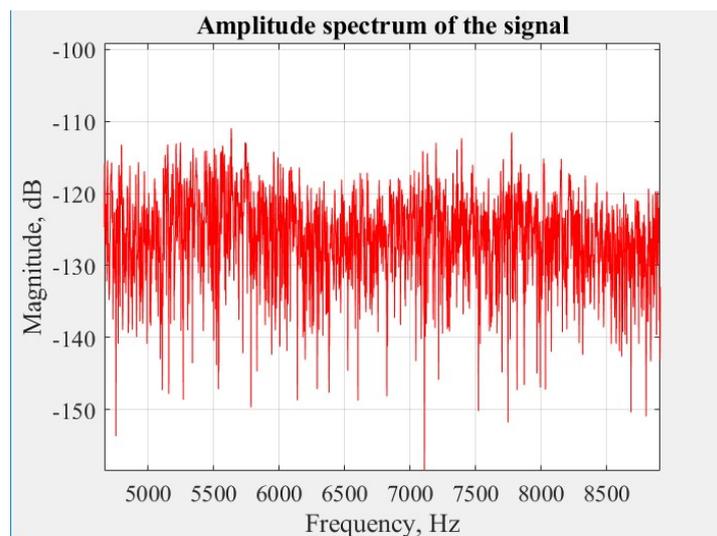


Figura 2.6: muestra de la parte superior del espectro del Do del contrabajo.

Lamentablemente, a pesar de buscar alguna clase de armonicidad en máximos fuera de la referida a la frecuencia fundamental, no se ha encontrado nada.

Violín

Los tres procedimientos anteriores los aplicamos al estudio de un instrumento de cuerda aparentemente similar: el violín. Surgió como tal en el siglo XVI, pero la versión moderna no apareció hasta tres siglos después, en el XIX. Las frecuencias de este instrumento, mucho más extendido que el contrabajo, son mayores, con sonidos más agudos comparados con otros instrumentos de orquesta clásicos. Su comportamiento general, no obstante, es igual, con modos de aire y armónicos siguiendo las mismas características físicas.

Se representan ahora el Do, el Fa y el Si con el objetivo de encontrar la evolución de la frecuencia fundamental.

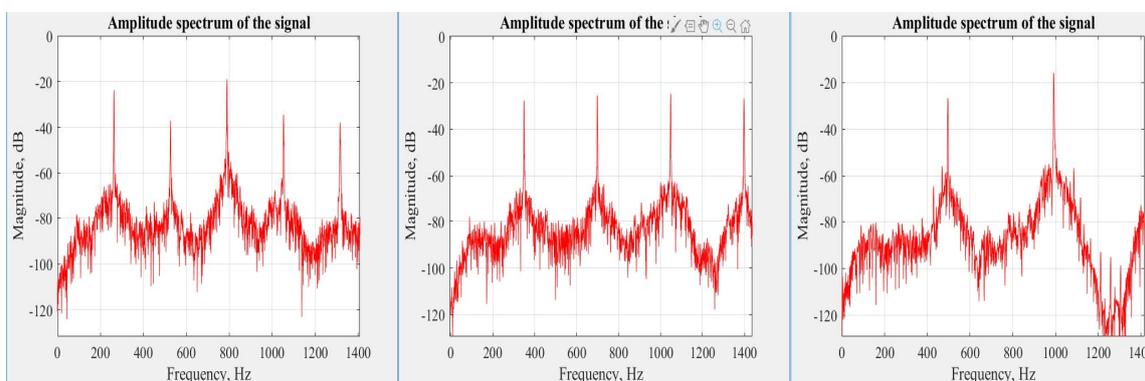


Figura 2.7: De izquierda a derecha, intensidad de sonido frente a frecuencia del Do, Fa y Si de un violín.

Lo primero que salta a la vista de forma cualitativa es que las frecuencias son muy superiores al caso del contrabajo. La explicación, si bien algunos matices se escapan del alcance de este trabajo, es en base bastante simple: el violín es mucho más pequeño que el contrabajo (solo de longitud, un violín mide algo más de medio metro, mientras que un contrabajo llega a superar 1.90 m). Por lo tanto, las longitudes de onda tanto de las cuerdas como de las resonancias dentro del cuerpo son menores en el violín y, en consecuencia, siguiendo la relación inversa entre ambas, sus frecuencias son mayores.

Al contrario que en el caso del contrabajo, los picos se distinguen del fondo hasta 9744 Hz en el Do, prácticamente el final del espectro, como puede verse en la figura 2.2.

Además, su delgadez indica mejor definición; su sonido, por tanto, ha de ser más claro en las notas tocadas, sin interferencias notables de la caja. Esto último es bastante complicado de escucharse, al menos si no se ha estudiado música; queda como hipótesis.

En cuanto a la frecuencia fundamental, recorriendo de nuevo todas las notas:

$$f_1 = 263, 281, 294, 309, 330, 349, 372, 392, 416, 442, 467, 496 \text{ Hz.}$$

La frecuencia de Helmholtz se consigue por el mismo procedimiento que antes, fijándonos ahora en la región de 300 Hz^[7].

Sin embargo, el ruido de fondo es mayor que en el contrabajo, con lo que la dificultad de localizar el modo de aire es mayor. Tras estudiar tanto la gráfica como el vector de máximos, cambiando parámetros en la obtención de este último, los resultados son negativos; no se ha conseguido determinar la frecuencia de Helmholtz.

Un ejemplo de esto puede verse en la figura 2.8:

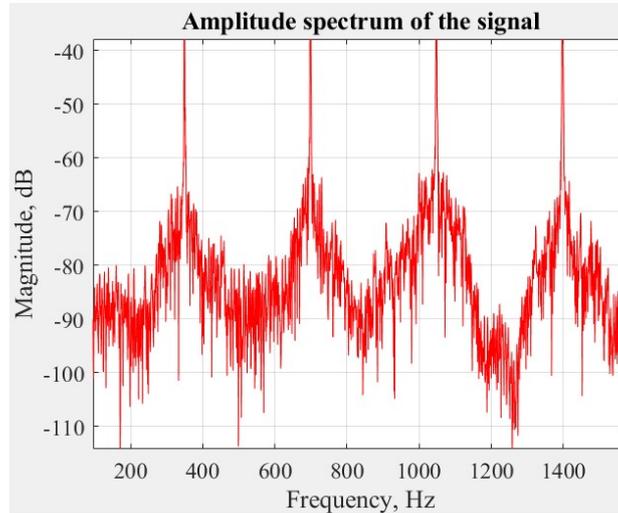


Figura 2.8: Ampliación del espectro de amplitud de la nota Fa del violín.

Nada vuelve a obtenerse al indagar en los esperados comportamientos periódicos de las ondas longitudinales, que, recordemos, se encuentran a altas frecuencias. Estudiando la nota Do del violín, no se ha encontrado ningún máximo claro y periódico fuera de los armónicos, a pesar de tener en un principio unos pocos candidatos a máximo sin ser múltiplos de la frecuencia fundamental. Estos máximos se encuentran sobre todo en la región de 2 y 4 kHz. La figura 2.9 ilustra el comportamiento general del violín a altas frecuencias:

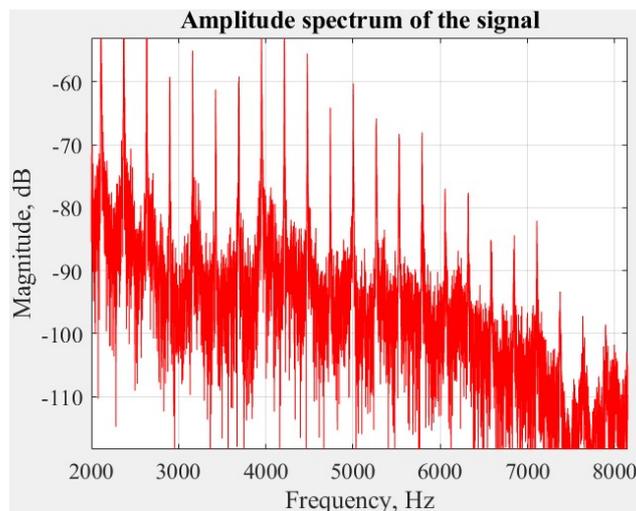


Figura 2.9: Espectro del Do del violín, enfocado a las frecuencias altas.

Tampoco se han logrado encontrar los modos de la caja del violín. Estos últimos suelen estar “entre 196 y 600 Hz”, y corresponden a distintos patrones de vibración sobre el cuerpo del instrumento. En las figuras correspondientes al Do, Fa y Si se ilustra bien el resultado, pudiendo verse que no se aprecian estos modos, teóricamente de baja intensidad y difíciles de detectar. Tras hacer un estudio de todas las notas, se llega a la conclusión de que no se han encontrado.

Comparación entre el contrabajo y el violín

Tras el estudio de estos dos instrumentos de cuerda, llegó el momento de compararlos. Primero se hizo un ajuste de la intensidad frente al logaritmo de la frecuencia, pues, como se explicó en la introducción, esto debería dar una línea recta. Los resultados quedan reflejados en la figura 2.10:

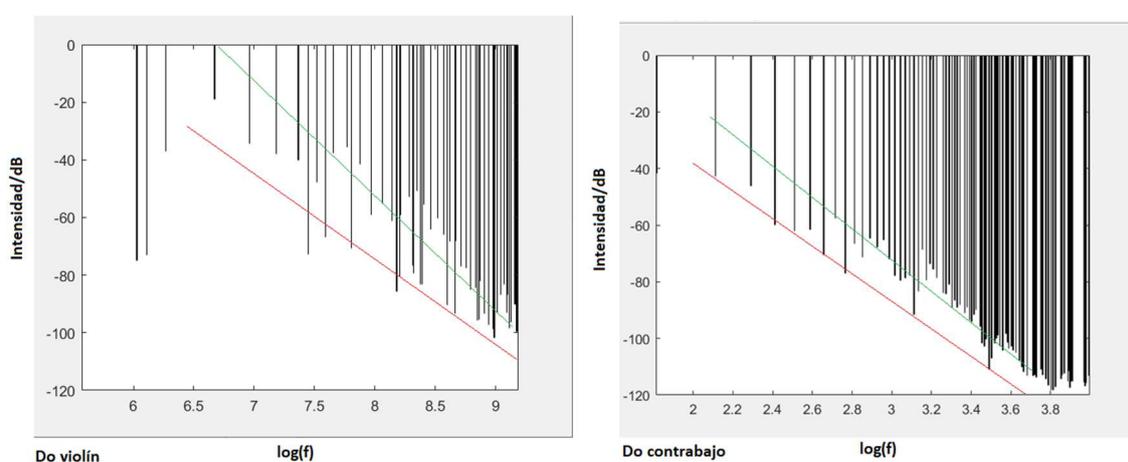


Figura 2.10: ajuste del decaimiento de la intensidad en función del logaritmo neperiano de la frecuencia para dos instrumentos distintos. El violín presenta algunas anomalías en sus menores frecuencias, que se han considerado una excepción en el análisis por simplicidad.

Confirmando lo dicho en el anterior apartado, lo primero que salta a la vista es la diferencia entre las frecuencias: las del violín son mucho mayores, como consecuencia directa de la menor longitud de sus cuerdas al compararlas con las del contrabajo.

Centrando el análisis en el comportamiento general de ambas gráficas, puede apreciarse que la tendencia es la de una recta descendente, tal y como predice la teoría. No solo eso, sino que hay dos comportamientos diferentes: el de los máximos más pronunciados, marcado por una línea roja; y del grueso de los mismos, indicado por una verde. En ambos, hay unos pocos máximos que se distancian de las tendencias del resto, más numerosos en el caso del violín. No se ve explicación aparente para este fenómeno.

Teniendo en cuenta que a mayor módulo de la intensidad menor es esta, puede derivarse que, en general, los sonidos del violín son algo más intensos, lo cual ya se podría haber vaticinado mirando las gráficas de los apartados anteriores.

Un último ajuste entre estos instrumentos arroja bastante luz sobre la clase de sonidos que produce el uno respecto del otro. Se comparó la intensidad de los armónicos por su número, que no frecuencia, con contradictorios resultados:

Se llega hasta el armónico número 250 en el contrabajo, cosa que se sabe imposible para el violín, pues la grabación se corta en 10000 Hz, impidiendo llegar siquiera al armónico número 200. Además, ciertas características del color de las gráficas podrían indicar que están ambos instrumentos juntos o algún fallo del propio MatLab.

No obstante, la discusión sobre sus intensidades se mantiene gracias a la figura 2.9, con las conclusiones expuestas tras la misma conservando su validez.

Sección 2.3: Resumen

Tras investigar la teoría detrás de los distintos modos que se producen cuando se toca un instrumento de cuerda, se ha realizado una serie de pruebas con grabaciones de un contrabajo y un violín. Para esto, se desarrolla el espectro de frecuencias mediante la transformada de Fourier, exponiéndolo de forma gráfica y en un vector con sus valores, para luego seleccionar los picos o máximos de los mismos.

El primer y principal aspecto visto son los armónicos. Partiendo de una frecuencia fundamental, tanto ella como sus múltiplos aparecen en cada nota, aumentando a medida que se sube en la escala musical.

Para el contrabajo, la frecuencia fundamental más baja (correspondiente al Do) resulta ser de aproximadamente 65 Hz, mientras que el violín la tiene más elevada, alrededor de 263 Hz. Los picos del primero presentan, además, una mayor anchura, indicando que no se escucha una sola frecuencia definida al tocar una nota, sino un conjunto de las mismas. El violín, por el contrario, los tiene más delgados, con lo que suenan menos frecuencias y son más prominentes al oído.

Ambos instrumentos tienen además la diferencia de la extensión de los armónicos: mientras que en el contrabajo no se llega a más de 2500 Hz, en el violín traspasa los 9000. Teniendo en cuenta el número de múltiplo para los armónicos, y no su frecuencia, se ve que el violín sigue llegando hasta mayores valores.

Capítulo 3: Estudio experimental de las vibraciones del cuerpo de distintos instrumentos de cuerda.

Sección 3.1: Introducción y montaje experimental.

Como ya se adelantó en la introducción, se intenta analizar experimentalmente el comportamiento de las vibraciones de la caja de distintos instrumentos, centrandolo en el presente análisis en el laúd y, en menor medida, la bandurria. El charango es objeto de breves pruebas, mas su forma impide hacer análisis en profundidad.

Expandiendo lo presentado en dicha introducción, para determinar los modos se utiliza normalmente el siguiente método: se selecciona la parte del cuerpo deseada, ya sea separándola físicamente o fijando el resto del instrumento, para luego colocar una fina capa de polvo sobre la misma. El siguiente paso es hacerla vibrar, con lo que literalmente se dibujan los modos sobre el medio que los genera. Esto ocurre debido a que hay zonas que representan un nodo en las oscilaciones hacia ambos sentidos, creándose líneas donde el cuerpo no se mueve. Los patrones vistos reciben el nombre de “patrones de Chladni”, debido al científico que los estudió usando métodos parecidos. Otra forma de estudiar algunos es recurrir a holografía láser para algunas, creando imágenes de los modos^[8].

El proceso puede llegar a ser bastante delicado, y encontrar polvo adecuado puede no ser viable en determinados lugares. Por lo tanto, este experimento utiliza materiales que ya están presentes en cualquier centro de enseñanza y, en general, hogar particular.

En la figura 3.1 se puede ver una imagen del montaje básico utilizado:



Figura 3.1: Montaje experimental para la detección de modos de vibración de la caja e interior de un instrumento. En este caso, el sujeto es un laúd. Se indican con letras azules los distintos componentes del montaje, que se explican en el texto.

El instrumento A se coloca de la forma necesaria para realizar las medidas, ya sea fijando su superficie superior con pesas o apoyando el extremo de su mástil sobre un pie de laboratorio. En la figura 2.1, el laúd está suspendido para registrar las vibraciones de todo el cuerpo. Una vez realizado esto, el altavoz B es dispuesto en la zona que se quiere estudiar; en este caso, el cuerpo general sin ningún punto concreto, para luego poder compararlo con los demás. Está conectado a un ordenador fuera de plano, el cual a su vez está conectado a un teléfono móvil con el programa Function Generator. Esto es debido a que el modelo de altavoz ha de conectarse al computador; otros altavoces producen sonidos directamente desde un móvil.

El móvil C, que registra los sonidos que salen del instrumento, colocado tan cerca como sea posible sin que los sonidos del altavoz opaquen las resonancias. Se utiliza el programa SpectrumAnalyze. Como curiosidad, en todas las fotografías en las que sale un teléfono, este último es el que tiene instalado Function Generator, pues su calidad de imagen es bastante inferior a aquel con el que se mide, que también se usa para sacar las fotos del laboratorio.

Una vez se tiene todo preparado, se establecen los parámetros en el móvil generador de funciones, haciendo un barrido de 10 a 15 minutos entre las frecuencias deseadas. Una vez hecho esto, se graba el espectro en el otro móvil y se analiza. Una muestra de los datos analizados queda patente en la figura 2.2:

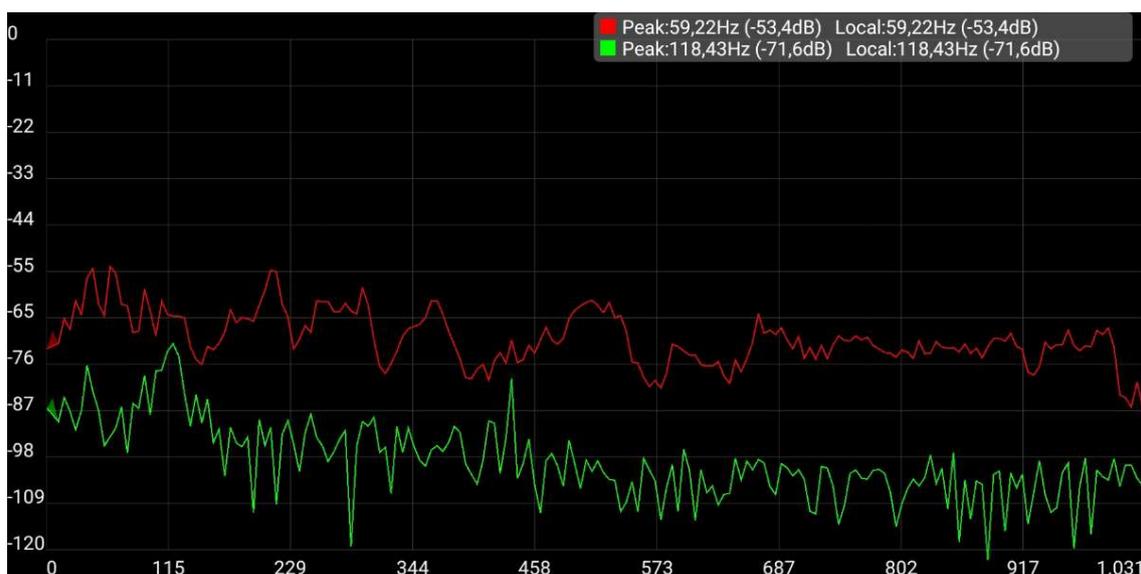


Figura 3.2: Espectro de frecuencias para la configuración mostrada en la figura 3.1. La figura roja indica los valores máximos de la intensidad a cada frecuencia, mientras que la verde es en tiempo real. De igual forma, en la esquina superior derecha se tiene el máximo local (lo que abarca la pantalla) y total (solo para todo el barrido), con sus respectivos colores indicando su naturaleza. En los resultados presentados en este trabajo, solo la parte roja se tiene en cuenta, pues se estudian barridos tomados a lo largo del tiempo.

Para la obtención de los modos se estudia caso por caso cada pico, tomando nota de su frecuencia y anchura. En el ejemplo de la figura 3.2, en un primer momento se podría considerar un pico algo antes de 229 Hz, otro a más de 334 y un tercero alrededor de 500 Hz.

Este proceso va desde 10 hasta 1000 Hz, pues es el rango que mejores resultados da. Algunas pruebas sobre la viabilidad de llegar hasta 2000 Hz se hicieron, pero, como ya se vio en la introducción de la primera parte, a mayor frecuencia, menores son las intensidades. Sumándole a esto comportamientos cada vez peores debidos al propio Spectrum Analyze, se descartó este espectro ampliado.

Cada prueba, pues, consiste de una toma de datos de entre 10 y 15 minutos para asegurar su calidad, siendo el primer intervalo temporal el usado cuando se querían tomar muchas medidas y el segundo cuando se quería ir sobre seguro. No obstante, viendo los resultados, seguramente con 10 minutos es más que suficiente para obtener buenos resultados.

Tras esto, se coloca el altavoz D igual que el anterior, unido al generador de funciones E, para pasar manualmente por las zonas en las que se sospecha que hay un máximo y comprobar con el oído del experimentador si hay pruebas de dicho pico. Esto es una comprobación adicional que aprovecha la gran sensibilidad del oído humano, y no aporta picos nuevos.

El método es relativamente simple: se coloca el oído en el mismo lugar aproximado que el móvil receptor y se mueve el dial del generador por la zona que se sospecha. Para asegurar la imparcialidad, el rango que se estudia es amplio. Tras detectar una subida notable en el volumen, se apunta la frecuencia y se compara con la que se espera. Se puede tener una buena cantidad de precisión, ya que el ajuste es de unos pocos Hz. No obstante, también consume una buena cantidad de tiempo, motivos para usarlo solo para confirmar picos esperados.

Esta comprobación es la que aporta el error de las medidas, $\Delta f = \pm 10$ HZ. Como las frecuencias numeradas del generador de funciones van de 20 en 20 Hz, con espacio suficiente como para distinguir bien si se está en el centro de un intervalo o en una de las cifras, se considera un error de la mitad de dicho intervalo; en este caso, 10 Hz.

Sección 3.2: Preparación e inconvenientes del montaje.

Durante el desarrollo del trabajo de laboratorio se tuvieron que afrontar varios inconvenientes. Algunos de ellos se fueron solventando a medida que el experimento avanzaba y no supusieron un gran obstáculo. Otros, por el contrario, impidieron obtener buenos resultados en pequeñas partes del experimento.

En todo caso, mencionarlos es clave para acentuar tanto la capacidad de identificación y resolución de problemas adquirida en esta parte del estudio como la enorme cantidad de formas en las que un experimento puede ser dañado de formas inesperadas por el entorno:

1) En primer lugar, el ordenador al que se conectaba el generador de funciones producía un pico propio a una frecuencia, como se puede ver claramente en la figura 3.3. Al principio era un misterio, pero en una medida solo del ruido de la computadora disipó las dudas. Como se verá más adelante, esto influye en las medidas a bajas frecuencias, impidiendo ver ciertos resultados. No obstante, la mayor parte de los mismos caen en frecuencias mucho mayores, con lo que el problema es limitado.

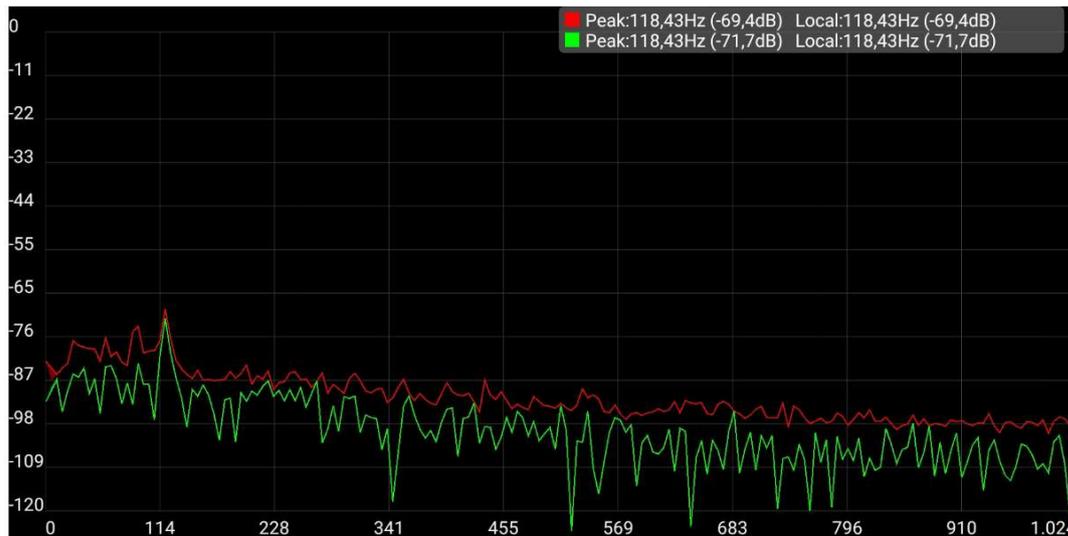


Figura 3.3: espectro de frecuencias del fondo, con el ordenador usado puesto en marcha sin ninguna influencia externa. Como en las otras pruebas, el espectro va desde unos pocos Hz hasta 1000. Se comprueba que el ordenador genera un pico, y puede opacar algún modo a esa altura.

2) En las pruebas del principio se colocaban los instrumentos directamente sobre la mesa, con el altavoz ya fuera apoyados en el cuerpo o las cuerdas. Esto, por supuesto, inutilizaba parcial o totalmente las resonancias que podrían salir de la tapa inferior de los sujetos de prueba, con lo que pasó a ser un factor limitante en los experimentos, sin tener que hacer montajes difíciles con pesas.



Figura 3.4: Laúd suspendido para hacer medidas de sus modos con el mínimo impedimento material posible.

3) Si se observa la parte izquierda de la figura 3.4, el montaje puede parecer extraño. Las cajas de discos se colocaron para comprobar si así el modo de aire cambiaba de frecuencia. No obstante, los resultados fueron inconclusos. En retrospectiva, debido a que se ha establecido que la frecuencia de Helmholtz estaba alrededor de 120 Hz, tapada por el ordenador, es posible que al tapar el agujero (reduciendo aún más la frecuencia) saliese del inicio del rango de muestreo, 100 Hz.

4) Esto enlaza con otro error continuo, ocasionado por apoyar los instrumentos en la mesa en un principio: siempre salía una frecuencia a 240 Hz. El siguiente ejemplo del 6 de junio para el altavoz sobre las cuerdas del laúd lo ilustra perfectamente:

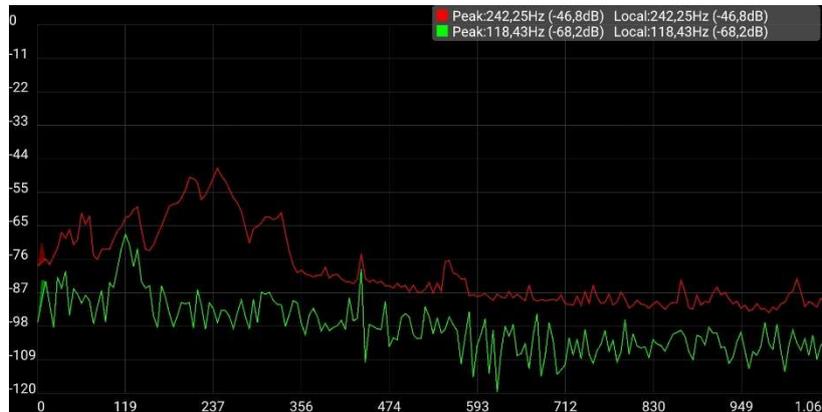


Figura 3.5: Espectro para un montaje del laúd apoyado sobre la mesa.

Tras varias pruebas de oído, se comprobó que, efectivamente, alrededor de 240 Hz la mesa resonaba. Por lo tanto, ese modo se quitó de todas las medidas para este documento.

5) Un último comentario es la influencia en las pruebas de los fluorescentes de iluminación del laboratorio:

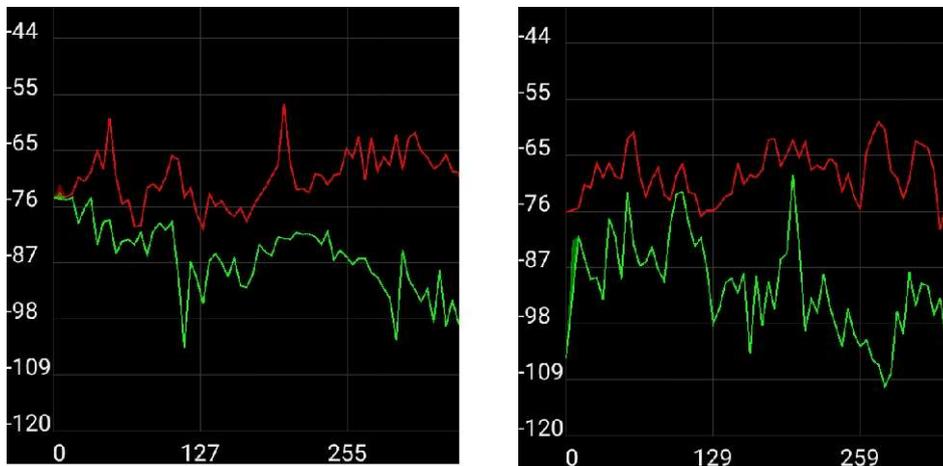


Figura 3.6: Comparación entre el fondo del laboratorio con los fluorescentes de la sala activados (izquierda) y desactivados (derecha).

La imagen de la izquierda en la figura 3.6 corresponde al fondo con los fluorescentes encendidos, mientras que para tomar la otra se desconectaron. Se puede ver que alrededor de 180 Hz hay un pico bastante prominente.

Esto deja de ser un mero apunte y pasa a ser un asunto grave si se tiene en cuenta que el modo principal de la bandurria se encuentra aproximadamente en 170 Hz. Por suerte, las luces solo se empezaron a utilizar un día, y al instante fue su interferencia detectada.

Sección 3.3: Montajes utilizados.

1) *Cuerdas Suspendido (CS)*: el altavoz se sitúa sobre las cuerdas del instrumento, encima de la apertura mayor de la caja, que a su vez se dispone sobre unos pequeños soportes, minimizando el contacto con la mesa del laboratorio. Esta prueba sirve para tomar medidas del instrumento en el estado más libre que se pueda conseguir, evitando bloquear en la medida de lo posible modos de la caja, pero no resaltando ninguno. Los resultados obtenidos pueden considerarse una base para los demás.



Figura 3.7: Montaje Cuerdas Suspendido.

2) *Cuerdas Apoyado (CA)*: manteniendo el altavoz sobre las cuerdas apuntando directamente al agujero, este montaje retira los soportes de CS, dejando el instrumento en contacto con la mesa. Esto sirve para eliminar las vibraciones de la tapa inferior de la caja. No obstante, como se comentó en el apartado *Preparación e inconvenientes del montaje*, hay que tener cuidado, pues la propia mesa puede tener una frecuencia propia que interfiera con las medidas.



Figura 3.8: Montaje Cuerdas Apoyado.

3) *Pesas Suspendido (PS)*: con el altavoz aún en el mismo sitio que antes, se vuelve a colocar el instrumento sobre los soportes, liberando la parte inferior, y se despliegan pesas sobre la tapa superior, eliminando en la medida de lo posible sus vibraciones. En este caso se usan tres pesas de 0.5 kg cada una.



Figura 3.9: Montaje Pesas Suspendido.

4) *Inferior Suspendida (IS)*: se intenta colocar el instrumento en posición vertical, apoyando su mástil sobre un pie de laboratorio. Después, el altavoz se pone en contacto con la tapa inferior. Este montaje busca resaltar las vibraciones de dicha tapa.



Figura 3.10: Montaje Inferior Suspendida.

5) *Superior Bajo (SB)*: el instrumento se apoya una vez más sobre los soportes, liberándolo de influencias externas sobre los modos, y el altavoz es ubicado en la tapa superior. Para esta prueba, se estudia la parte lateral inferior derecha, cuyos modos son el objetivo del presente montaje.



Figura 3.11: Montaje Superior Bajo.

6) *Lateral Derecho (LD)*: sin mover el instrumento, el altavoz se dispone ahora en el lateral del instrumento. Con esto se intenta conseguir algún resultado sobre modos asimétricos (faltos de simetría en el eje X o Y; mirar la figura 1.4 para una imagen más clara).



Figura 3.12: Montaje Lateral Derecho

7) *Base (B)*: por último, el altavoz se coloca contra la base del instrumento (continuación hacia el cuerpo del mástil), con un propósito parecido al caso anterior: es la intención ver algún modo que no existe en otros casos.



Figura 3.13: Montaje Base.

En la figura 2.14 se puede ver una representación de los montajes, cuyo propósito es servir de guía de lectura y resumen de este apartado:

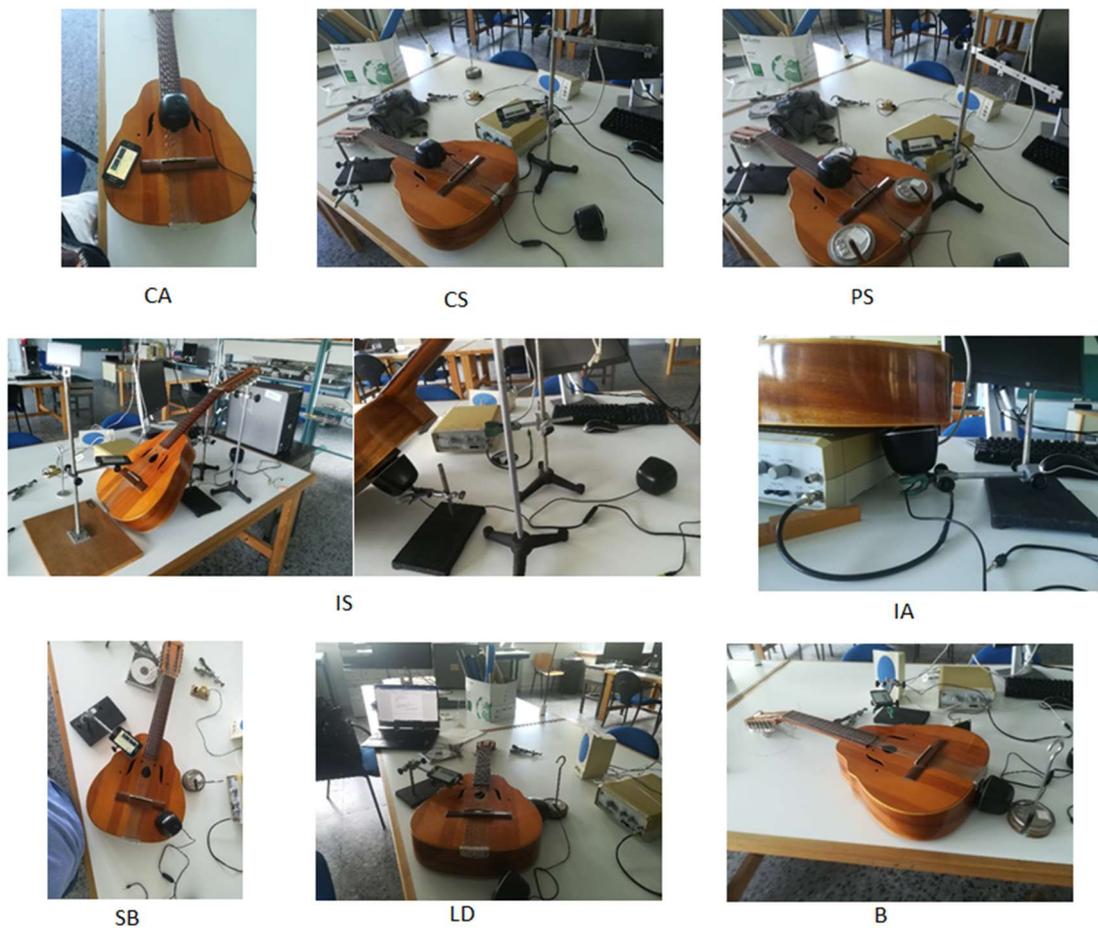


Figura 3.14: Representación completa de los ocho montajes de laboratorio del laúd, cada uno con el acrónimo que le corresponde debajo.

Estos montajes sirvieron para el estudio de tres instrumentos: el laúd, que se reveló como el instrumento con más facilidades para ser estudiado debido a su tamaño y la cantidad de picos recibidos; la bandurria, que sirve como contrapunto al tener una estructura similar pero de menor tamaño; y el charango, con el cual no se llegó muy lejos por su difícil estructura y minúsculas dimensiones. En las siguientes secciones se ven los resultados obtenidos, en forma de tablas y gráficas.

Sección 3.4: Resultados experimentales del láúd.

Modos obtenidos para el láúd

CS(1)	CA(2)	PS(3)	IS(4)	SB(5)	LD(6)	B(7)
215	210	269	258	215		220
275				301		
366	340	361	390	350	409	340
520	540	533		554		560
		608				
668			673	646	630	
754	720		710		880	
			947	909	937	

Tabla 3.1: Medidas de la frecuencia para cada montaje puesto en la figura 2.14, con su número entre paréntesis. Bajo el encabezado con las siglas de cada modo se tienen los picos encontrados para cada uno, en unidades de Hz. Se ha intentado que las frecuencias potencialmente del mismo modo estén en la misma fila (horizontal).

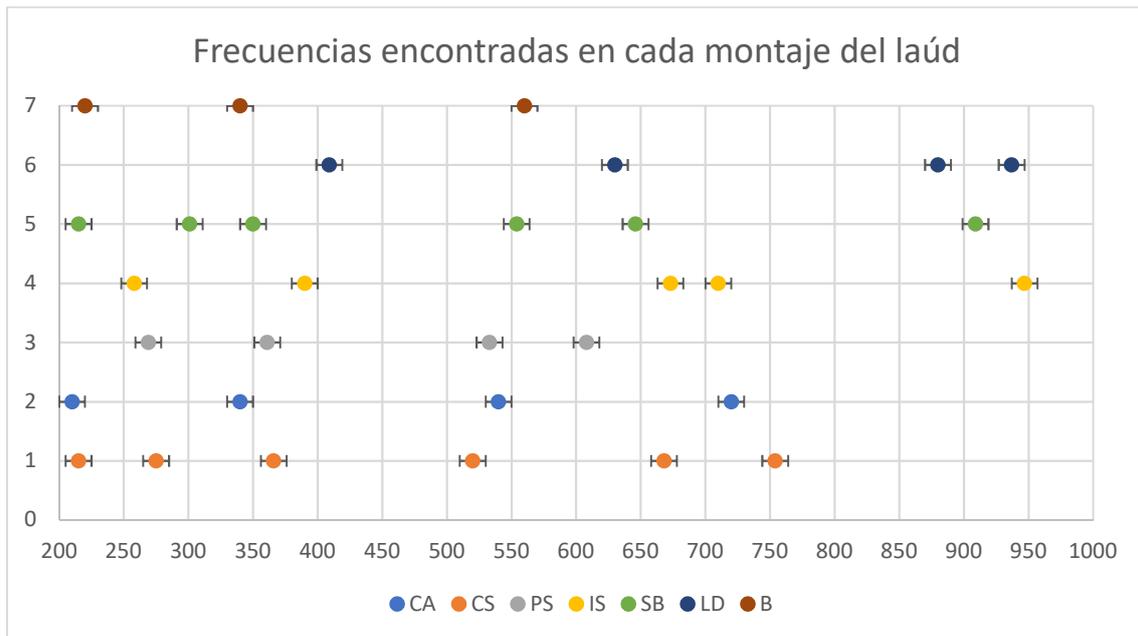


Figura 3.15: Modos registrados para cada montaje de un láúd, con estos en el eje de ordenadas y sus frecuencias en el de abscisas.

A partir de 600 Hz los resultados se vuelven poco claros, con relaciones que no parecen tener sentido. Para su mejor interpretación, es conveniente acortar el rango estudiado, quedándonos con las frecuencias más modestas de menos de 650 Hz:

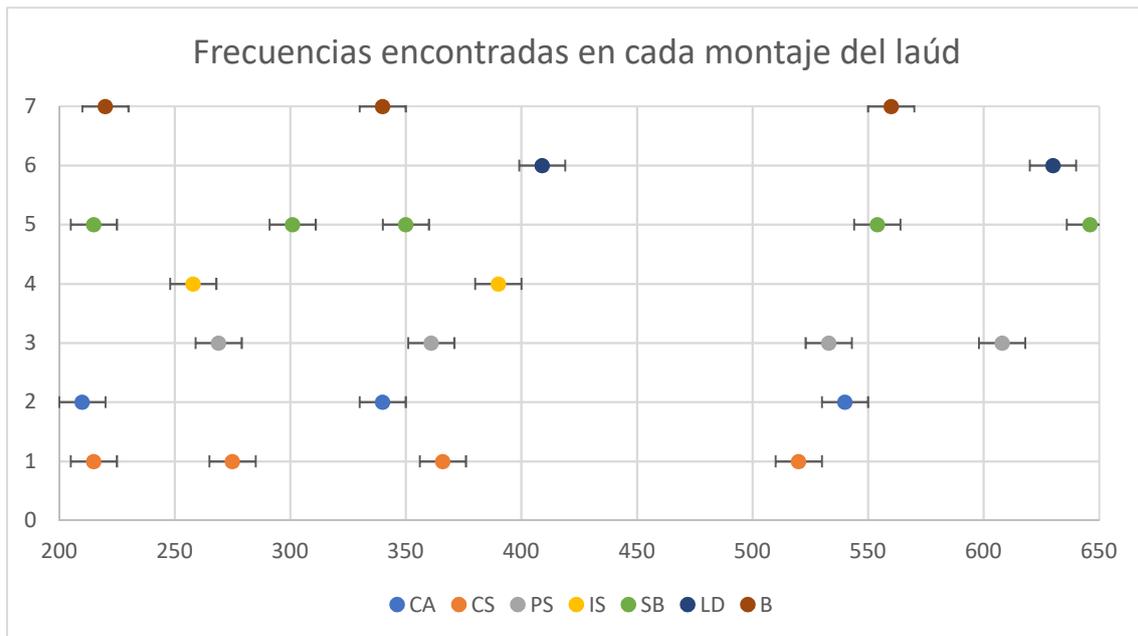


Figura 3.16: Modos registrados para cada montaje de un laúd, con estos en el eje de ordenadas y sus frecuencias en el de abscisas. Se han limitado hasta alrededor de 600 Hz por la precisión decreciente de las medidas

En la figura 3.16, LD parece tener solo un modo; sus resultados no tendrán el mismo peso como los de los demás.

Utilizando los datos registrados en la figura 3.16, se hará un análisis de los candidatos a modo de la caja o su interior. Para esto, se comparará la compartición del mismo pico en los distintos montajes, basando el estudio en las partes que tienen libres y estableciendo las conclusiones pertinentes. Así, si varios montajes que comparten la misma frecuencia tienen la misma parte de la caja libre, se puede deducir un modo de la misma, incluyendo incluso, si se tienen los datos suficientes, la zona en la que es más intenso.

Interpretación de los resultados del laúd

1) Alrededor de 210 Hz hay una frecuencia que existe en la mayoría de montajes con la tapa superior liberada. Los únicos en los que la tienen así y no salen son IS y LD. Este último tiene unos resultados menos confiables, pues solo da un modo alrededor de 420 Hz, mientras que la falta del primero puede deberse a que, al estar el altavoz en la parte inferior, no excita la superior.

La conclusión a la que llega, pues, es que parece haber un modo de la tapa superior con $f \approx (210 \pm 10)$ Hz.

2) Siguiendo un razonamiento parecido, a unos 270 Hz tres de los montajes con la tapa inferior libre comparten una frecuencia. El montaje SB, que estudia la tapa superior, no la tiene, con lo que puede indicar que la exclusión antes de IS estaba más que justificada: parece ser que, al apoyar el altavoz sobre el cuerpo, las tapas que no están en contacto con él apenas reciben energía.

Por lo tanto, se puede afirmar que hay un modo de la tapa inferior para $f \approx (270 \pm 10)$ Hz. Puede ser que sea el mismo modo que la tapa superior, pero con frecuencia diferente, como ocurre en la figura 0.4.

Tanto el modo a 210 Hz como a 270 Hz están unidos por el hecho de que el montaje base, CS, hace gala de ambos, apoyando su existencia.

3) A 300 Hz parece haber un modo de la parte superior de la caja, usando el montaje SB, o sea, con un altavoz colocado sobre la parte más ancha de la tapa superior. Puede tratarse de un modo asimétrico, pues se alimenta por uno de los costados y no hay ningún otro montaje que lo tenga.

4) CA, SB y B presentan un pico alrededor de 350 Hz. Sin embargo, en ningún otro montaje está presente, ni siquiera en el base CS; salvo este último, están o centrados en la tapa inferior o en los laterales del instrumento. Los dos primeros montajes se centran en la tapa superior, y B, si bien alimenta desde la base del instrumento, permite la vibración de la tapa superior y parece estar relacionado con SB, pues nunca aparece sin él. Por lo tanto, se puede deducir que hay un modo de la parte superior a $f \approx (350 \pm 10)$ Hz.

Más adelante, rondando los 380 Hz, se tiene la coincidencia de CS, PS e IS. Los dos últimos se centran en la tapa inferior, minimizando las vibraciones de la superior, mientras que el primero permite todas las vibraciones. Por ende, parecer que se tiene otro modo, esta vez de la tapa superior, a $f \approx (370 \pm 10)$ Hz.

Estas dos consideraciones plantean un problema, y es por eso que están en el mismo punto: CS, el montaje base, debería presentar un modo en ambas frecuencias, pues su disposición da pie a cualquier vibración, ya sea de la tapa inferior o superior. Si CA, un caso modificado de CS, tiene un modo, este también debería tenerlo.

No obstante, puede haber una justificación: como se puede ver en la figura 2.16, el pico de CS en la zona de 340-380 Hz es muy ancho, con lo que es posible que ambos sonasen como uno solo al estar relativamente cerca.

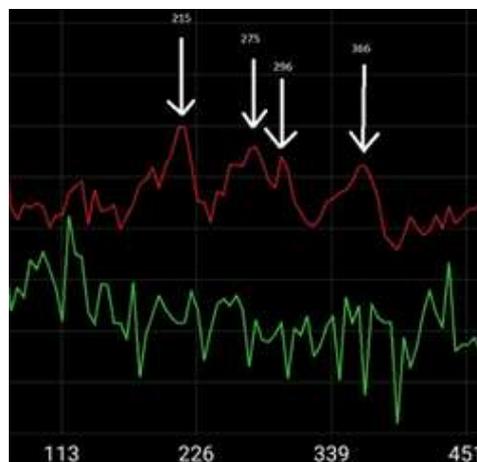


Figura 3.17: Conjunto de medidas registradas con Spectrum Analyze.

Aún con esto, considero muy probable que se tengan verdaderos modos de ambas tapas.

5) En torno a la frecuencia de $f \approx (525 \pm 10)$ Hz hay dos montajes con la tapa inferior libre compartiendo la misma frecuencia; se considera, pues, que es un modo de dicha parte de la caja.

El montaje del laúd apoyado sobre la mesa, el altavoz sobre la parte superior y el de la base (que, como se dijo antes, parece guardar alguna clase de relación con el segundo) poseen un pico 25 Hz más adelante, rondando la frecuencia $f \approx (550 \pm 10)$ Hz. Por ende, se determina un modo de la tapa inferior a esa frecuencia.

El problema para esto es que CS no presenta ambos picos y falta el montaje de Inferior Suspendida, para la frecuencia de 525 Hz, o sea, el que más se centra en la tapa inferior.

En resumen, parece que se han encontrado dos modos, uno de la tapa inferior y otro de la superior; no obstante, su naturaleza es más dudosa.

Resumen de los resultados obtenidos

- Parece que tenemos modos de la caja, con una auténtica distinción entre la tapa superior bloqueada y libre (apartados 1 y 2), algo que ilumina bastante bien la teoría, a las frecuencias de 210 y 270 Hz respectivamente.

- Un aparente modo asimétrico de la tapa superior se ha localizado a 300 Hz.

- A las frecuencias 525 y 550 Hz se han visto modos de vibración de la tapa inferior y superior, respectivamente. No obstante, no su simetría es en este caso desconocida.

- Es bastante difícil interpretar más allá de las conclusiones básicas, al menos en este instrumento, como también vio Firth en sus experimentos^[8], quien tenía un equipo más avanzado.

- Es curioso que no haya candidatos al modo de aire; la hipótesis manejada es que están opacados por el ruido del ordenador, pues se espera que estén a frecuencias bajas.

- El presente experimento puede aportar más que en muchos otros instrumentos, pues la información es muy poca. Como referencia, haciendo una búsqueda en Google con las palabras “lute resonances”, los resultados que salen son escuetos. El tercer resultado (puesto a continuación), de hecho, menciona el trabajo de Firth y la falta de información sobre laúdes.

<https://schoolofoudonline.com/the-lute/>

Por lo tanto, se han conseguido resultados que engrosan de forma razonable los datos contrastados que se tienen sobre los modos de vibración de su caja.

Sección 3.5: Resultados experimentales de la bandurria.

Se intentaron reproducir los montajes del laúd para una comparación directa. No obstante, se eliminaron los que tenían el altavoz en el lateral, por brindar resultados no del todo convincentes en el primer instrumento, y el montaje apoyado sobre la mesa, por hacer lo propio en el segundo.

En este caso, las dimensiones del instrumento son menores en general, pero el agujero de la tapa superior es de aproximadamente el mismo tamaño. En cuanto a su geometría, su anchura crece más rápidamente a medida que nos alejamos del puente hacia la base del instrumento.

Modos obtenidos para la bandurria

Al igual que en el caso del laúd, una parte de los resultados se ha quitado para mantener la precisión, llegando un poco más lejos que en el mismo. En la tabla 2.2 y la figura 2.6 pueden verse los picos confirmados en la bandurria:

CS(1)	PS(2)	IS(3)	SB(4)
172	172	205	183
339	371	759	361
630	657	856	743
732	721		

Tabla 3.2: Medidas de la frecuencia para cada montaje puesto en la figura 2.X, con su número entre paréntesis. Bajo el encabezado con las siglas de cada modo se tienen los picos encontrados para cada uno, en unidades de Hz. Al igual que en el caso anterior, se han hecho coincidir horizontalmente las frecuencias que, se sospecha, pertenecen al mismo modo.

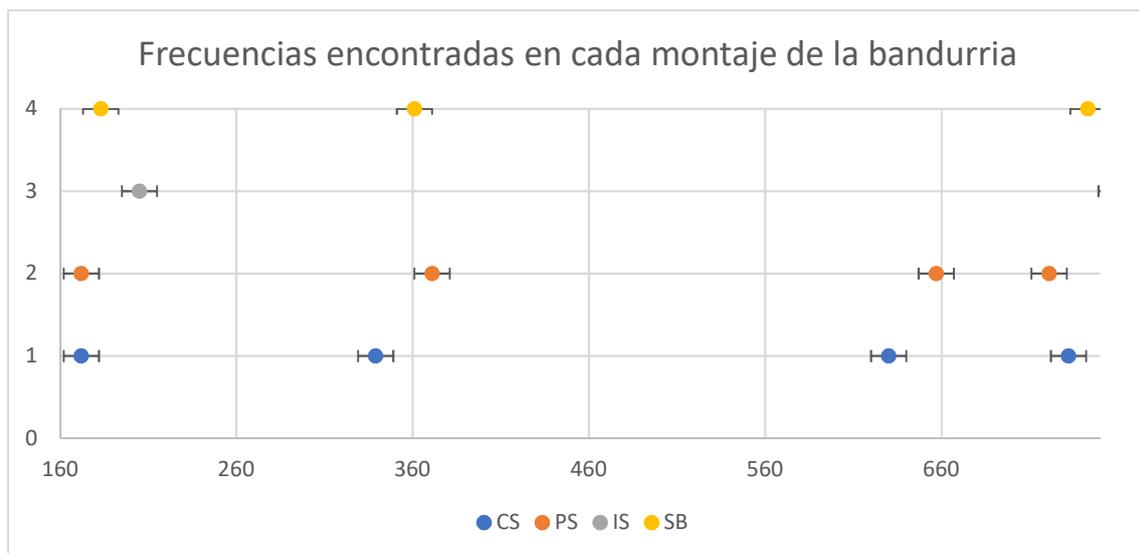


Figura 3.18: Modos registrados para cada montaje de una bandurria, con estos en el eje de ordenadas y sus frecuencias en el de abscisas.

Interpretación de los resultados de la bandurria

1) Tomando como base la primera columna, centrada alrededor de 175 Hz, se puede apreciar un modo que está en todos los casos; podría ser un modo de aire de Helmholtz o una resonancia de alguna tapa. Teniendo en cuenta el caso anterior, donde se vio que al alimentar el instrumento por debajo o por encima se anulaba el modo opuesto, es posible concluir que en este caso hemos encontrado el modo de aire.

Esto diferencia a las pruebas de la bandurria de las del laúd, en el cual no se encontraba la frecuencia de Helmholtz. Además, si se recurre a la relación vista en la introducción, $f = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{VL}}$, se puede observar que al mantener la misma superficie del hueco (lo cual parece ser el caso) y espesor del material del instrumento (no hay motivos para poner ambas anchuras muy disímiles, pues no se encontraron obvias diferencias), al reducir el tamaño del instrumento crece la frecuencia de este modo. Por lo tanto, si esta frecuencia queda en la bandurria alrededor de 175 Hz, puede considerarse que la del laúd está por debajo y, por tanto, el ordenador puede haberla tapado.

2) El siguiente modo se encuentra alrededor de 350 Hz. Al contrario que en el caso del laúd, parece que es solo un modo, pues están todos alrededor de una sola frecuencia en los límites de sus respectivos errores. Debido a la ausencia del caso alimentado desde la parte inferior, no me parece que sea una vibración de la caja inferior, ni tampoco de la superior, pues el montaje de las pesas está incluido.

Dudo que se puedan sacar conclusiones para este modo en concreto, sobre todo comparándolo con el instrumento principal de este experimento, pues no hay ningún modo activado por la misma combinación de montajes.

3) Parece haber un modo a 640. Al contrario que en caso anterior, se echa en falta el montaje centrado en la parte inferior para completar al de las pesas y el base, señalando su ausencia un posible error en las medidas.

No obstante, recurriendo al caso del laúd, podría considerarse al montaje IS, o sea, el alimentado por la parte inferior, como bastante reticente a aportar resultados claros, ya sea por un fallo en la colocación del micrófono o efectos de amortiguación que se salen del enfoque de este trabajo.

Otra opción más improbable, pero no por ello imposible, es que se esté frente a un modo de simetría particular y la colocación del altavoz en la tapa inferior, constante entre medidas, lo eliminase por colocarse en un punto sin vibraciones.

Por lo tanto, creo razonable considerar que hay un modo, ya seas producidos por vibraciones del aire dentro del instrumento o de la tapa inferior.

4) Por último, alrededor de 730 Hz se tiene el mismo caso que en 2, o sea, el montaje base suspendido, el que tiene la tapa superior fijada y el que se centra en el análisis de esta

última alrededor de la misma frecuencia. Si se elimina el susodicho, se tendría un caso idéntico a la conclusión anterior, mientras que si no se hace se vuelve a caer en una contradicción.

Resumen parcial de resultados

- Se ha conseguido identificar el modo de aire de la bandurria, un éxito teniendo en cuenta los resultados del laúd. De hecho, si la ecuación para sacar el modo de aire sirve al menos de forma cualitativa en un caso tan real como este, puede indicar que el laúd estaba opacado por el ordenador.

- Parece haber un modo de la tapa inferior a 640 Hz.

- Puede ser que la naturaleza del montaje centrado en la tapa inferior sea errónea o se hayan cometido varios fallos al determinar el máximo alrededor de 660 Hz. Por lo tanto, esos tres montajes a frecuencias medias podrían ser un interesante objeto de estudio en consecuentes investigaciones.

-Llaman bastante la atención los dos “modos” que, por la naturaleza de los montajes que los producen, deberían ser imposibles. De nuevo, es probable que haya algún detalle sobre los montajes que no se han tenido en cuenta (o no se podía), ya sea con el montaje con pesas o el altavoz sobre la tapa superior.

Sección 3.6: Resultados experimentales del charango.

Solo se hicieron dos montajes, ya que era un instrumento más pequeño y amorfo.

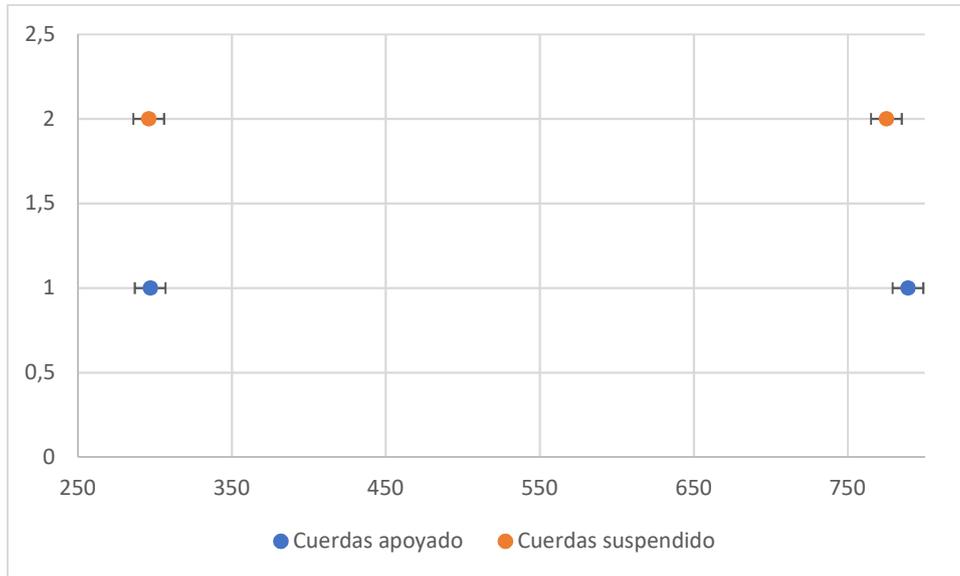


Figura 3.19: Modos registrados para cada montaje de un bandurria, con estos en el eje de ordenadas y sus frecuencias en el de abscisas.

1) Parece que en este caso hay un modo de aire alrededor de 295 Hz. Se considera esto usando la relación entre el volumen y la frecuencia, despreciando la idea de un modo de la tapa superior.

2) Este último parece estar ubicado en 790 Hz, a juzgar por el hecho de que tanto suspendido como apoyado da las mismas frecuencias.

Apenas sacamos nada de esto, salvo un candidato a modo de aire a 295. Es un instrumento con el que es difícil experimentar.

Sección 3.7: Similitudes entre instrumentos.

No se consiguen sacar muchos paralelismos entre los modos de vibración de los instrumentos estudiados. Centrando el estudio en el laúd y la bandurria, no hay ningún modo que compartan a primera vista. La única opción sería que el modo de la tapa inferior del segundo fuese el equivalente para alguno de los encontrados para el primero, como el de 525 Hz.

Un punto que se podría expandir en un futuro experimento es el averiguar si la frecuencia de Helmholtz del laúd yace efectivamente alrededor de 120 Hz; esto daría pie a una relación verificada entre él y la bandurria, además de mostrar un comportamiento derivado de una ecuación para casos simples.

Capítulo 4: Conclusiones.

Este trabajo ha consistido en el análisis básico del sonido producido por instrumentos de cuerda. Partiendo de la naturaleza ondulatoria del sonido, se han realizado análisis mediante herramientas computacionales de grabaciones, así como estudios de sonidos registrados en condiciones adecuadas en un laboratorio. El objetivo principal ha sido siempre comprobar la base teórica de forma analítica y experimental, tratando de conseguir una vista general de las oscilaciones en cuerdas y caja de los instrumentos de cuerda.

- 1) Se ha llegado a la comprensión teórica, en base a la bibliografía principal, del comportamiento de los armónicos en instrumentos de cuerda, así como de fenómenos como el modo de aire de Helmholtz o las ondas longitudinales.
- 2) Se han desarrollado programas con MatLab capaces de procesar archivos de sonido, aislar distintos comportamientos, como los armónicos, y disponerlos en formato gráfico, así como establecer tablas con los mismos. Con ellos se simplificó el estudio de los distintos modos en base a sus frecuencias e intensidades, así como la comparación de dos o más sonidos elegidos.
- 3) Estos programas permitieron analizar varios instrumentos, grabados por los alumnos del Conservatorio Profesional y Elemental de Las Palmas de Gran Canaria, así como la calidad de distintos formatos de sonido para determinar su eficiencia. En general, se avanzó bastante en el uso personal de la informática para estos menesteres.
- 4) Se ha verificado el comportamiento esperado de los armónicos, con su frecuencia fundamental y modos siguientes claramente visibles. Ha sido un éxito doble, consiguiendo partir de frecuencias tan bajas como 64 Hz (nota “Do” del contrabajo) y llegando hasta los armónicos alrededor de 140 veces la primera frecuencia (nota “Fa” del violín).
- 5) Se ha localizado con un buen grado de certeza la frecuencia del modo de aire del contrabajo, alrededor de la predicha por la bibliografía. En el violín no se logró. De igual forma, los modos longitudinales tampoco lograron detectarse.
- 6) Se ha contrastado la relación entre el ruido producido por un instrumento y su frecuencia, esperada exponencial, comprobándose que el segundo decae frente al primero de la forma predicha.
- 7) Se ha llevado a cabo un experimento para el estudio de las vibraciones de las cajas de distintos instrumentos (laúd, bandurria y charango). Se basaba en colocar un altavoz en distintos lugares del cuerpo, teniendo en cuenta que se excitaría uno u otro modo. Por ejemplo, un modo de la tapa superior sería excitado colocando el altavoz en una zona amplia de la misma. Las coincidencias y diferencias entre los resultados de cada modo acaban dando forma a una estructura de resultados interpretables, como la existencia de una resonancia solo cuando el instrumento estudiado tiene la parte inferior liberada, lo cual indicaría un modo de dicha tapa.
- 8) Se ha diseñado un experimento eficaz para estudiar varios instrumentos de cuerda utilizando un equipamiento sencillo disponible para muchos estudiantes de educación preuniversitaria, como son dos móviles, y un altavoz. Por lo tanto, los resultados

expuestos en este trabajo están al alcance del público general, requiriendo un mínimo gasto monetario. Además, siguiendo su simpleza, su extrapolación a instrumentos de percusión está lejos de ser una quimera.

9) Los resultados brindados por el experimento reflejaron comportamientos básicos sobre las vibraciones de las tapas de los instrumentos, con distintas partes exhibiendo comportamientos claramente diferentes en puntos clave. Los más claros fueron dos modos de la tapa superior e inferior del laúd a frecuencias de alrededor de 250 Hz, relativamente bajas comparadas con las demás. Aparte de esto, en el caso de la bandurria hay un buen candidato a modo de aire. Si bien la precisión no es tan alta como en la parte analítica, el experimento ha servido para un primer estudio de instrumentos de cuerda.

10) Finalmente, el experimento ha sido una muestra de trabajo real, pudiendo trabajar solo en un laboratorio real y ajustar distintos parámetros dependiendo de lo que demandara la situación sin la supervisión constante de un responsable.

En resumen, se ha llevado a cabo un estudio de distintos instrumentos de cuerda tanto de forma analítica, escribiendo programas específicos y analizando gráficas y vectores; como de forma experimental, diseñando un experimento de bajo presupuesto capaz de ofrecer resultados satisfactorios.

Esto último presenta el mayor éxito, ya que se lograron ver algunas oscilaciones de las cajas de los instrumentos de forma clara, confirmando la teoría en la que el experimento se basaba y visualizando de forma evidente las vibraciones de la caja sin recurrir a colocar polvo o arena sobre la caja.

Bibliografía

Libro principal:

Rossing, T. D. Fletcher, N. H. *The Physics of Musical Instruments*. Springer, 2ª ed. ISBN: 0-387-98374-0.

[1] SANDERSON, K. 2008. Millenium Bridge wobble explained. *Nature journal*, 2ª rev. Disponible en: DOI: 10.1038/news.2008.1311.

<https://www.nature.com/news/2008/081217/full/news.2008.1311.html>

[2] Página oficial de la Universidad de Nuevo Gales. Disponible en:

<http://newt.phys.unsw.edu.au/jw/strings.html>

[3] Main, G. 1993. *Vibrations and Waves in Physics*. Cambridge University Press, pp. 176-177. ISBN online: 9781139170567.

[4] <https://es.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/38837-sound-analysis-with-matlab-implementation>

[4] Askenfelt, A. 1982. Eigenmodes and tone quality of the double bass. *STL-QPSR journal*, KTH, **23**(4), pp. 149-174. Disponible en:

<https://pdfs.semanticscholar.org/1504/6362c6c85f2d52df8b127ca80ef9a7b01c52.pdf>

[5] Rossing, T. D. 2010. *The Science of Strings Instruments*. Ed. Springer. pp. 264. ISBN: 978-1-4419-7109-8. e-ISBN: 978-1-4419-7110-4. Disponible en:

<https://logosfoundation.org/kursus/The%20Science%20of%20String%20Instruments.pdf>

[7] COLLINS, CH. 2011. Helmholtz Resonance Signature Mode In the Violin. *String Visions*, 1ª rev. Disponible en:

<http://stringvisions.ovationpress.com/2011/09/ao-signature-mode-violin/>

[8] Firth, I. 1977. *Acoustical experiments on the Lute Belly*. The Galpin Society Journal, vol. 31, pp. 56-63.

Anexo 1: Programas

Programa original:

```
clear all
clc
close all

%Este programa es el mismo que Lectura_sonido, pero
añadiéndole más cosas
%para evitar destruirlo mediante algún error.

%Un añadido es cortar el sonido para un valor
determinado del tiempo y
%analizarlo.

%Aparte de ello, comunicamos las muestras/segundo para
saber qué picos se
%han de considerar; este proceso puede automatizarse.

[x, fs] = audioread('4-violin_a2.wav'); % load an
audio file
x = x(:, 1); % get the first
channel
N = length(x); % signal length
t = (0:N-1)/fs; % time vector
% plot the signal waveform

x = x((find(t==1.813)):(find(t==5.741)), :);
t = t(:, (find(t==1.813)):(find(t==5.741)));
N = length(x);

figure(1)
plot(t, x, 'r')
xlim([0 max(t)])
ylim([-1.1*max(abs(x)) 1.1*max(abs(x))])
grid on
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize',
14)
xlabel('Time, s')
ylabel('Amplitude')
title('The signal in the time domain')
% plot the signal spectrogram
figure(2)
```

```

spectrogram(x, 1024, 3/4*1024, [], fs, 'yaxis')
box on
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize',
14)
xlabel('Time, s')
ylabel('Frequency, Hz')
title('Spectrogram of the signal')
h = colorbar;
set(h, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14)
ylabel(h, 'Magnitude, dB')
% spectral analysis
w = hanning(N, 'periodic');
[X, f] = periodogram(x, w, N, fs, 'power');
X = 20*log10(sqrt(X)*sqrt(2));
% plot the signal spectrum
figure(3)
semilogx(f, X, 'r')
xlim([0 max(f)])
grid on
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize',
14)
title('Amplitude spectrum of the signal')
xlabel('Frequency, Hz')
ylabel('Magnitude, dB')
% plot the signal histogram
figure(4)
histogram(x)
xlim([-1.1*max(abs(x)) 1.1*max(abs(x))])
grid on
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize',
14)
xlabel('Signal amplitude')
ylabel('Number of samples')
title('Probability distribution of the signal')
% autocorrelation function estimation
[Rx, lags] = xcorr(x, 'coeff');
d = lags/fs;
% plot the signal autocorrelation function
figure(5)
plot(d, Rx, 'r')
grid on
xlim([-max(d) max(d)])
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize',
14)
xlabel('Delay, s')
ylabel('Autocorrelation coefficient')
title('Autocorrelation of the signal')

```

```

line([-max(abs(d)) max(abs(d))], [0.05 0.05],...
      'Color', 'k', 'LineWidth', 2, 'LineStyle', '--')
% compute and display the minimum and maximum values
maxval = max(x);
minval = min(x);
disp(['Max value = ' num2str(maxval)])
disp(['Min value = ' num2str(minval)])

% compute and display the the DC and RMS values
u = mean(x);
s = std(x);
disp(['Mean value = ' num2str(u)])
disp(['RMS value = ' num2str(s)])
% compute and display the dynamic range
D = 20*log10(maxval/min(abs(nonzeros(x))));
disp(['Dynamic range D = ' num2str(D) ' dB'])
% compute and display the crest factor
Q = 20*log10(maxval/s);
disp(['Crest factor Q = ' num2str(Q) ' dB'])
% compute and display the autocorrelation time
ind = find(Rx>0.05, 1, 'last');
RT = (ind-N)/fs;
disp(['Autocorrelation time = ' num2str(RT) ' s'])
commandwindow

confianza = N/t(length(t));
disp(['Muestras/segundo = ' num2str(confianza) ' Hz'])

```

Buena parte de este programa está sacado de un foro de usuarios organizado por MathWorks, y se comprobó múltiples veces que nos daba los resultados necesarios antes de implementarlo del todo.

Su funcionamiento básico es extraer en sendos vectores el tiempo y sus registros de un archivo de sonido, tras lo cual se corta entre dos posiciones del tiempo (para acortar el tiempo de computación y poder eliminar cualquier interferencia interna). Una vez hecho esto, se exponen 3 figuras, analizables con un ratón o en forma de vector:

La figura 1 es la señal per se, ya cortada.

La figura 2 no se utiliza; es el espectrograma de energía.

La figura 3 es de sobra la más consultada, y se obtiene con la densidad espectral del sonido. Representa la magnitud del sonido en función de la frecuencia. Gracias a esta gráfica y su correspondiente vector de intensidad se pueden conocer los picos de los sonidos analizados.

Al igual que la 2, la figura 4 no se utiliza. Es una distribución de probabilidad que no afecta para nada al presente trabajo.

La figura 5 es la autocorrelación, o cómo se parece en base a 1 la onda a ella misma tras un tiempo t . Sirvió únicamente para comprobar que ciertos datos estaban siendo analizados, y no se hacían gráficas de archivos incorrectos (pues en función de la forma de la onda se puede aproximar a ojo su autocorrelación).

Programa personalizado:

```
clc
%close all No cerramos para mantener las gráficas
obtenidas con otros
%programas.
clear all

%Primero leemos el archivo de audio, sacamos t y
demás:
[x, fs] = audioread('Do_oboe.wav'); %Leemos el archivo
de audio de ejemplo

x = x(:,1); %1er canal. x SE DA
EN AMPILTUD.
N = length(x); % signal length
t = (0:N-1)/fs; %vector de tiempo

%Podríamos usar esto para cortar, quitando los máximos
después de la
%confianza/10 (o sea, 10 muestras por Hz).
confianza = N/t(length(t));
disp(['Muestras/segundo = ' num2str(confianza) ' Hz'])

figure(1)
plot(t, x, 'r')
xlim([0 max(t)])
ylim([-1.1*max(abs(x)) 1.1*max(abs(x))])
grid on
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize',
14)
xlabel('Time, s')
ylabel('Amplitude')
title('The signal in the time domain')
%Hallamos las frecuencias f y sus respectivas
intensidades X:
w = hanning(N, 'periodic');
[X, f] = periodogram(x, w, N, fs, 'power');
```

```

X = 20*log10(sqrt(X)*sqrt(2));

%Ahora cortamos antes de la frecuencia deseada, pues
al principio de la
%grabación puede haber falsos máximos.

Minim = 0;      %Número antes del cual quitamos los
valores de f.

dist = abs(f-Minim);      %Hallamos el absoluto de f
menos el número deseado

minDist = min(dist);      %Conseguimos el mínimo

idx = find(dist == minDist); %Y, finalmente, el índice
del mínimo.

%Lo mismo para el máximo:

Maxim = 1e4;      %Número tras el cual quitamos los
valores de f.

dist = abs(f-Maxim);      %Hallamos el absoluto de f
menos el número deseado.

maxDist = min(dist);      %Conseguimos el máximo.

idy = find(dist == maxDist); %Y, finalmente, el índice
del máximo.

f = f(idy:idx);
X = X(idy:idx);
N = length(X);
if mod(N,2)==1
    N = N-1;
end

%LA FUNCIÓN FINDPEAKS PARECE SER LA SOLUCIÓN. SE
DEBERÍA ESPECIFICAR LA
%DISTANCIA A LA QUE NO HAY MÁXIMOS, PARA EVITAR QUE
COJA TODOS LOS MÁXIMOS
%DE LAS ONDAS QUE FORMAN EL MÁXIMO PRINCIPAL.

a = [];

```

```

todo = [];
%a es la altura de los picos; pos su posición, w su
amplitud y p su
%"prominencia".
[a,pos,w,p] = findpeaks(X,f,'MinPeakHeight',-
120,'MinPeakDistance',10);

%Colocamos ahora toda la información obtenida en un
"supervector":

todo = [a pos w p];

figure(2)
plot(f, X, 'r')
xlim([0 max(f)])
grid on
set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize',
14)
title('Amplitude spectrum of the signal')
xlabel('Frequency, Hz')
ylabel('Magnitude, dB')

%Una vez tenemos el vector "todo", vamos a seleccionar
picos con gran
%prominencia. Luego obtenemos su diferencia y vemos su
distribución (en un
%principio, de forma automatizada).

%Ponemos que los picos verdaderamente importantes
tengan una prominencia el
%doble de la media; este valor puede cambiar en un
futuro.

maxim = []; %Vector en el que acumulamos los
máximos, su posición y su valor.

media = sum(todo(:,4))/length(todo); %Valor
de la media total de las prominencias.

%Y ahora usamos el vector de máximos para conseguir
nuestros valores
%filtrados.

```

```

j = 1;
for i = 1:1:length(todo)
if todo(i,4)>(media*+10)
    maxim(j,:) = todo(i,:);
    j = j+1;
end
end

%Ahora realizamos la resta entre máximos
diferencias = [];

%Lo que voy a hacer es dividir el incremento de y
entre el de x y el de y a
%cada paso, haciendo la media.
%
for i=2:1:length(maxim)
    diferencias(i-1) = maxim(i,2)-maxim(i-1,2);
end
%Redonde el vector de diferencias y busco el
%valor más repetido:

media_max = mode(round(diferencias));

%Cómo funciona esto: se hace la división de cada
miembro del vector de
%máximos. Luego se compara su redondeo a las unidades
con el que va a las
%centésimas y se coloca un máximo; en principio, 0.05,
pero puede cambiar.

max_definitivo = [];
j = 1;
for i=1:1:length(maxim)
    k = maxim(i,2)/media_max;
    if abs(round(k) - round(k,1))<=0.1
        max_definitivo(j,:) = maxim(j,:);
        j = j+1;
    end
end

%Ahora representamos la intensidad de cada pico con
respecto a la
%frecuencia e intentamos conseguir una visión más
nítida. Usamos el vector

```

```
%"maxim" en lugar de max_definitivo debido a que este último es bastante específico.
```

```
figure(3)  
bar(log(maxim(:,2)),maxim(:,1))
```

Las figuras 1 y 2 de este programa son la onda original y su intensidad en función de la frecuencia; la figura 3 muestra en un diagrama de barras el decaimiento de la primera y cuanto más aumentamos. La escala logarítmica se aplica para poder ajustar linealmente, como se puede comprobar en su propia sección.

En este caso se hace un corte primero en las frecuencias y luego en el tiempo, facilitando su comprensión y uso. Además, este programa es más claro que el anterior, pues se diseñó paso a paso para este experimento, cogiendo algunos fragmentos del primero.

Este programa obtiene directamente los máximos más prominentes, utilizando la media de la altura de los mismos conseguidos mediante una función interna de MatLab llamada "findpeaks". Se puede ajustar para distintas grabaciones, usando condiciones más o menos restrictivas.

Luego se calculan las distancias entre cada uno redondeadas a la unidad y se considera la moda, que cuenta como la frecuencia fundamental. Finalmente, esta frecuencia fundamental es utilizada en la búsqueda de armónicos (o comportamientos inarmónicos).

En resumen, se hacen dos pasadas de todos los máximos, la primera vez apuntando los mayores y la segunda enfrentándolos con el criterio de ser divisibles entre la frecuencia fundamental, con un margen de la amplitud deseada.

Agradecimientos

Ahora que el trabajo se ha acabado oficialmente, creo que es hora de relajarse y abrirse a la gente que se merece ser recordada.

Ante todo, he de agradecer este trabajo a mi director, Francisco Matorras. Su perenne buen humor es lo que me mantuvo centrado en el trabajo cuando pensaba que nada de lo que hacen los científicos tiene sentido, la carrera es una pérdida de tiempo, mejor sería estudiar una más fácil... esas cosas que a todos se nos pasan por la cabeza. Y no solo es el buen humor: el hecho de que haya trabajado junto a mí, en lugar de darme alguna indicación puntual e ignorarme el resto de las veces, demuestra que nació para enseñar.

En segundo lugar, tengo que agradecer a todos aquellos profesores que se preocupan de verdad por el alumnado. Gracias a ellos, partes del grado se hacen más soportables. Siempre alegría ver que alguien quiere que aprendas y no te trata como si estuviese por encima de ti solo porque sabe más de lo suyo, sino que, todo lo contrario, te intenta transmitir su pasión por el conocimiento. Una mención especial que creo ha de ser hecha es José María Saiz Vega. Chema, si por algún motivo lees esto, solo quiero que sepas que, al menos para mí, eres un ejemplo de cómo hacer que los demás se sientan bien en clase o el laboratorio.

Por supuesto, agradezco a mi familia todo su apoyo emocional. ¿Sorprende? Al final de la carrera de obstáculos que ha sido el grado, tengo que admitir que siempre fue, es y, espero, será bien estructurada. Con sus defectos y virtudes, mis padres me han animado a seguir en los estudios y mirar la vida desde una perspectiva positiva. Marieta y Ricardo, les agradezco... todo, en realidad.

Gabriel, mi hermano, no se queda atrás. De hecho, es probable que el hecho de que compartiese tanto su pasión por la música con los demás, entre los que me incluye, me incitase a realizar este TFG.

De su mano viene el agradecimiento de rigor a los alumnos del Conservatorio Profesional y Elemental de Música de Las Palmas de Gran Canaria, que aportaron las grabaciones para la parte analítica del trabajo.

No pueden faltar en una sección como esta los amigos que he hecho en Santander, mención especial para Guillermo, por ser tan irresistiblemente focuseable y, en general, gran persona; a María, por no perder la fe en los unicornios; a Pedro, por querer enseñar a sus descendientes los secretos de la vida y la muerte (y el placer de tener a Guille en tu vida). Todos me han enseñado que la amistad es algo que se necesita para vivir allá donde vayamos.

Julio es otra persona que merece su mención: una buena persona abierta con la que uno siempre se siente cómodo. Ánimo con la carrera.

Y, finalmente, le guardo la última mención al mejor ser humano que uno podría conocer: Miguel Toledo Quintana. Sin profesores, no sería físico; sin padres, no tendría cuerpo; pero sin ti no sería Simón. Sigue siendo como eres, porque mejorar es difícil.