GRADO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

CURSO ACADÉMICO 2018/2019

RUTAS MATEMÁTICAS: DESARROLLO DE LAS CAPACIDADES VISUALES Y MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LA GEOMETRÍA PRESENTE EN EL CONTEXTO URBANO

MATHEMATICAL ROUTES: DEVELOPEMENT OF THE VISUAL AND MATHEMATICAL CAPABILITIES TROUGH THE EXISTING GEOMETRY IN THE URBAN CONTEXT

Autor: GABRIEL ORTIZ SOBREMAZAS

Director: MARIO ALFREDO FIORAVANTI VILLANUEVA

Septiembre 2019

0. RESUMEN / ABSTRACT

RESUMEN

En este Trabajo Final de Grado, se pretende dar a conocer el recurso conocido como Paseo Matemático. A través de la cultura incrustada en cada esquina de la ciudad de Santander, se busca mostrar al alumnado que las matemáticas no son ajenas a la vida cotidiana que nos rodea las 24 horas del día.

En primer lugar, se mostrará la relación que los paseos matemáticos tienen con los contenidos y las competencias de la Educación, y se demostrará que esta actividad no es un mero pasatiempo, sino que produce más conocimientos de lo que los demás consideran. Además de relacionarlo con el aprendizaje de la geometría en sí que tanto Piaget como Van Hiele estudiaron, demostraron y enseñaron.

En segundo lugar, se desarrollará, una propuesta de ruta, un recorrido por 7 lugares emblemáticos de Santander, donde se analizarán, estudiarán y describirán, varios aspectos geométricos visibles, complementándolo con una serie de actividades finales que se realizarán para demostrar la adquisición de los conocimientos que se esconden en estos lugares.

ABSTRACT

Through this study, it's pretended to show the resource know as Paseo Matemático (Mathematical Walking Tour). Trough the culture which is in every space of the city of Santander, it's pretended to show the pupils that maths is not as far as they think from the daily life that are around of us 24 hours a day.

First, it will be shown the relationship that Mathematical Walking Tours has with the contents and competences of the Education, and it will be demonstrated that this activity it's not a simple pastime, due to it produces more knowledges than everyone expects. In addition to relate it to learning of geometry that both Piaget and Van Hiele studied, demonstrated and taught us.

Second, it will be developed a route proposal, a walk around 7 emblematic places of Santander, where it will be analysed, studied and described several geometrical aspect observables, complementing that with some activities that

will be realized to show the acquirement of the contents that are hidden in that places.

ÍNDICE

1. JUSTIFICACIÓN

En primer lugar, hay que señalar que esta actividad está destinada para alumnos de tercer nivel de educación primaria, es decir, aquellos que cursan 5º o 6º.

El paseo matemático puede ser considerado en un primer momento, como una salida didáctica ajena a los contenidos que se desarrollan en el aula, debido a que, en sí, es un paseo por los monumentos y lugares más emblemáticos de una ciudad, y puede parecer que el principal objetivo de la salida es conocerlos, situarlos en el mapa y saber el porqué de su construcción.

Esta es la concepción que se puede tener de la actividad si no has indagado en lo que realmente se basa, puesto que no se va a mirar un monumento, sino a observarlo detenidamente, analizando cada una de sus partes e intentando exprimir cualquier resquicio de geometría que en él se encuentre.

De una forma más concreta, esta actividad integra una serie de contenidos que se han de conocer ya que se encuentran dentro del currículum de ciertas asignaturas y que son necesarios de adquirir según el BOC (BOC, 2014)

Estos contenidos que se han de cumplir son los siguientes:

- Análisis y comprensión del enunciado
- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: hacer un dibujo, una tabla, un esquema de la situación, ensayo y error razonado, operaciones matemáticas adecuadas, etc.
- Porcentajes y proporcionalidad.
- Unidades de superficie del Sistema Internacional de Unidades (SI) y de uso aceptado.
- Desarrollo de estrategias para medir figuras de manera exacta y aproximada.
- Elección de la unidad más adecuada para la expresión de una medida.
- Realización de mediciones.

- Comparación de superficies de figuras planas por superposición, descomposición y medición.
- Estimación de longitudes, capacidades, masas y superficies de objetos y espacios conocidos; elección de la unidad y de los instrumentos más adecuados para medir y expresar una medida.
- Resolución de problemas de medida.
- El sistema sexagesimal.
- El ángulo como medida de un giro o abertura.
- Medida de ángulos.
- La representación elemental del espacio.
- Mediatriz y bisectriz.
- Descripción de posiciones y movimientos.
- Figuras planas.
- Polígonos regulares e irregulares.
- Perímetro y área.
- Posiciones relativas de rectas y circunferencias.
- La circunferencia y el círculo. Sector circular. Longitud de la circunferencia.
- Cuerpos geométricos. Elementos, relaciones y clasificación. Poliedros y no poliedros.

Estos son principalmente los contenidos matemáticos a tratar durante la actividad. Además de esto, también se van a desarrollar otros contenidos y habilidades transversales como pueden ser el cuidado del medio ambiente, la socialización con el grupo, mediante el respeto, el apoyo y la comprensión además de valorar el patrimonio histórico de la ciudad, una de las pretensiones de esta actividad.

Por otro lado, también se cumplen varias de las competencias clave de la educación. (BOC, 2014)

En primer lugar, por encima de las demás, la competencia matemática es la que más presente se encuentra en esta actividad, ya que todo gira alrededor de la geometría, una de las partes en las que se dividen las matemáticas. Además, se pretende mimetizar las matemáticas con la vida cotidiana, puesto que todo lo que vemos alrededor nuestro, son matemáticas.

Otra competencia trabajada es la competencia social y cívica, en primer lugar porque la salida didáctica la realizaran grupos de alumnos que van a trabajar conjuntamente con el objetivo principal de comprender lo que ven, y en segundo lugar, porque al ser una actividad fuera del centro, los alumnos están en contacto con la sociedad, con la gente de la ciudad, y por lo tanto, comienzan a experimentar como se deben comportar en público, como socializar con la gente, además de fomentar el respeto por las personas y por los monumentos y lugares que se van a visitar.

Otra competencia importante en esta actividad es la conciencia y expresiones culturales, puesto que la cultura de la ciudad es la protagonista en esta salida, ya que es lo que va a ser analizado. Además de esto, los alumnos comenzarán a conocer (si no lo hacían ya) el patrimonio que su ciudad posee.

La competencia en comunicación lingüística también está presente, puesto que durante la salida se explicarán ciertas ideas que los alumnos deberán conseguir escuchar y comprender para que se cumplan los objetivos que plantea la actividad.

Por último, destacamos dos competencias más, el factor de aprender a aprender, puesto que los alumnos además de escuchar deberán aprender a organizarse para atender, entender, y realizar diversas actividades en conjunto o por separado que los llevarán a cumplir los objetivos finales. Finalmente, la otra competencia es el sentido de la iniciativa y el espíritu emprendedor, puesto que los alumnos deberán transformar sus ideas en actos, es decir, lo que piensen o imaginen en sus mentes, lo deberán retransmitir, sea correcto o no, para de esta manera, obtener un aprendizaje satisfactorio.

Debido a estas ideas, el hecho de proponer y llevar a cabo una actividad como viene a ser un paseo matemático no es solo un pasatiempo para los alumnos, sino que es una inmensa fuente de sabiduría, tanto matemática como cultural, dos aspectos que en la sociedad últimamente escasean.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 PROBLEMÁTICA DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Las matemáticas hoy en día son una de las herramientas más importantes en la sociedad, ya que está presente en el día a día de todos, ya sea en actos tan cotidianos como pesar la fruta en el supermercado, calcular cuánto tiempo queda para que llegue tu autobús e incluso los niños jugando, calculando donde tienen que saltar o cuanta fuerza tienen que emplearle al balón para anotar un tanto. Esta materia se muestra en todo lo que se realiza habitualmente, por lo tanto, el objetivo primordial del profesorado debería centrarse en que el alumnado consiga comprender las matemáticas, no como algo abstracto que únicamente se representa en un papel apuntando números vanos que no llevan ningún significado más que realizar un ejercicio, sino como un aspecto que ayude a comprender lo que sucede alrededor en la vida cotidiana de cada uno de los alumnos.

Según el artículo “Aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas en Educación Primaria. Buenas prácticas” (Socas, 2011), sobre los informes PISA, internacionalmente, las calificaciones en el área de las Matemáticas son insuficientes, y se proponen diversas alternativas con el fin de mejorarlas. Para ello, se incide en este artículo en la importancia del rol del docente, puesto que es el principal apoyo del alumnado en el aprendizaje dentro de la escuela.

Un artículo de la Universidad de Camagüey (Ruiz, 2008), señala la necesidad de las matemáticas como un todo, señalando la importancia de interrelacionar todo aquello que tiene que ver con las matemáticas. En este artículo se muestran diferentes visiones sobre esta idea. Una de ellas, la teoría del cerebro de Pribram defiende la facilidad que existe para los alumnos a la hora de aprender una materia de forma global y no fragmentada.

Sin embargo, en base a la experiencia vivida en diferentes centros, los docentes, por lo general no emplean las matemáticas como un todo a la hora de explicar en Educación Primaria, sino que desarrolla la asignatura mediante la realización de diferentes agrupaciones que se interconectan entre sí. Una de ellas es la Geometría.

2.2 GEOMETRÍA EN EDUCACIÓN PRIMARIA

La geometría en educación primaria es, por lo general, la última rama de las matemáticas que se enseña durante el curso, ya que en los libros de texto se sitúa en los últimos temas. Esto hace que generalmente se llegue a explicar este tema con poco tiempo y se enseñe de forma rápida y poco concreta, cuando en este tema se requiere de una explicación minuciosa para cantidad de conceptos y definiciones. Además, el uso de utensilios es mínimo, como el compás, la regla, escuadra y cartabón (estos dos últimos no son diferenciados ni por algunos docentes), desaprovechando así las capacidades visuales de los alumnos y la posibilidad de introducir diversos materiales con una gran utilidad en este tema como pueden ser el desarrollo de cuerpos geométricos, los poliminos, los policubos e incluso el uso de programas como GeoGebra.

La enseñanza de esta parte de las matemáticas suele ser algo superficial, puesto que los alumnos en el día a día no son conscientes de toda la geometría que les rodea, ni saben aplicar los conocimientos en el contexto urbano como podría ser interpretar un mapa, distinguir el camino más corto u observar la geometría de un edificio emblemático de una ciudad y describirlo.

Según defiende Guerrero (2010), la geometría debe ser enseñada por varios motivos. El primero de ellos, debido a que los alumnos siempre están expuestos a las formas geométricas que los rodean, como los ventanales, las puertas, los balones, y así infinidad de objetos con una forma geométrica que a los alumnos les resulta familiar. En segundo lugar, es completamente necesaria ya que, en el lenguaje cotidiano, inconscientemente hacemos referencia a vocabulario geométrico, como pueden ser ‘calles paralelas’, ‘intersecciones’ o ‘gira a la derecha’ ya que paralelo, intersección y giro, son vocablos específicos de esta área, y se usan de forma correcta a la par que inconsciente. Otro aspecto importante es su utilidad en otras áreas de las matemáticas como el álgebra, donde entre otras cosas, se puede realizar la construcción de fórmulas o expresiones algebraicas e interpretarlas, para realizar el cálculo de áreas de figuras geométricas. Por último, en este artículo se defiende que, mediante la geometría, el alumnado puede realizar sus propias conjeturas y observaciones entre figuras, fomentando además las capacidades visuales y la percepción del espacio.

2.3 CAPACIDADES VISUALES EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA

El procesamiento visoespacial es la capacidad de decir donde están situados los objetos en el espacio, y esto, en el área de la geometría es una cualidad fundamental.

Esta capacidad dentro de las matemáticas se puede ver reflejada en la colocación de los números en una operación o en la representación del algoritmo de la suma, por ejemplo. Pero dentro del área de la geometría, esta capacidad es útil para poder situar cuerpos en un plano, interpretar un mapa o conseguir rellenar espacios con cuerpos geométricos como puede ser el juego del Tetris.

Dentro de este concepto de procesamiento visoespacial distinguimos dos partes, la relación espacial, que se centra en todo aquello representable en dos dimensiones; y la visualización espacial, que se centra en todo aquello representable en tres dimensiones.

Un artículo de la página Smartick, define las habilidades visoespaciales como aquella cualidad que te permite realizar transformaciones de figuras con la cabeza. Un test realizado por la National Foundation for Educational Research Spatial Reasoning (Smith y Lord, 2002), buscaba exprimir las capacidades del alumnado mediante un ejercicio basado en esta habilidad. Se sitúan tres figuras geométricas separadas y se dan cuatro opciones, y mentalmente, el alumnado debe decidir cuál de las cuatro figuras conforman las tres primeras. Mediante este test se realizan dos tareas visoespaciales, la transformación de figuras y la rotación de piezas para comprobar si realmente son las mismas.

Según varios autores y mediante la realización de un experimento donde se realizaba un test sobre el área de las matemáticas, se considera que estas habilidades visoespaciales son clave para que el alumnado transcurra de forma satisfactoria en el área de Matemáticas, y su entrenamiento puede potenciar de forma notable el rendimiento dentro de esta área, puesto que obtuvieron más nota en el test aquellos que tenían más desarrollada las habilidades visuales.

2.4 GEOGEBRA

Con el avance de las TIC en la actualidad, las matemáticas, y la geometría en este caso, no pueden quedarse atrás. Hoy en día, a nivel escolar existen numerosos programas informáticos que se utilizan, ya sea para escribir, como el Word, para realizar estadísticas como puede ser Excel o para realizar presentaciones como PowerPoint, pero no es habitual la presencia de un programa destinado a la geometría, a pesar de su existencia, como es GeoGebra.

GeoGebra es un software matemático interactivo que permite la construcción de figuras geométricas. En él se combinan simultáneamente álgebra, análisis, estadística y geometría, pero en lo que se refiere a la Educación Primaria y su uso, se va a enfocar únicamente hacia la geometría.

GeoGebra además es un programa informático gratuito, sencillo y directo. En primer lugar, es un programa gratuito y accesible para cualquier persona que disponga de un dispositivo, y además es compatible con cualquier sistema operativo. Por otro lado, esta herramienta es directa y muy visual, ya que es compatible con pizarras electrónicas, elementos muy presentes en la educación actual. Por último, es un programa con una interfaz sencilla de usar siempre y cuando haya un experto que domine la aplicación. Aquí interviene el rol del maestro, que debe de ser experto en el tema para poder enseñar al alumnado a utilizar GeoGebra.

El rol del docente como experto es necesario, ya que GeoGebra es un programa con una gran cantidad de herramientas y materiales que ayuden a impulsar los conocimientos geométricos del alumnado, así como sus capacidades visuales y espaciales.

Es tanta la utilidad, la progresión que se puede llegar a alcanzar, y fuerza con la que GeoGebra está entrando en el sistema educativo, que el Ministerio de Educación ofrece un curso, ‘GeoGebra en la enseñanza de las Matemáticas’, con el fin de “animar a usar las construcciones de GeoGebra como un recurso didáctico que ha demostrado ser útil y enriquecedor en la práctica de la docencia de las Matemáticas" según defiende la web del Ministerio de Educación Cultura y Deporte de España. (https://geogebra.es/)

2.5 TEORÍAS DEL APRENDIZAJE

Considerando el aprendizaje como "el proceso de adquisición de conocimientos, habilidades, valores y actitudes, posibilitado mediante el estudio, la enseñanza o la experiencia, y que puede ser entendido a partir de diversas posturas, lo que implica que existen diferentes teorías vinculadas al hecho de aprender" (Pérez y Gardey, 2008), dentro del ámbito de las matemáticas, y específicamente en el área de la geometría, se van a tener en cuenta los siguientes modelos para poder analizar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

- Van Hiele: Este modelo fue constituido por el matrimonio holandés Van Hiele y tiene como base principal el razonamiento. Dentro de este modelo, existen dos componentes fundamentales, los distintos tipos de razonamiento lógico de los estudiantes en su periodo de formación desde los comienzos hasta la etapa universitaria, y la descripción de como el profesor puede organizar las actividades para que el alumnado pueda conseguir un nivel de razonamiento superior al que tenían. En este último componente, se tienen en cuenta las 5 fases de aprendizaje, que se podrían definir como un esquema que ayuda a organizar la enseñanza. Según Vargas y Gamboa (2013), los niveles de Van Hiele abarcan dos aspectos básicos, el aspecto descriptivo, donde se observa el razonamiento geométrico del alumnado y a partir de ahí se puede valorar el progreso que puede conseguir, y el instructivo, donde al docente se le dan ciertas pautas para acompañar e impulsar las capacidades del alumnado.

  Según describe Guillén (2014) en su artículo, los niveles de Van Hiele son los siguientes:

  - Nivel 1 o fase de reconocimiento, donde se han de poseer cualidades como percibir los objetos en su totalidad como unidades, describir los objetos por su aspecto y establecer clasificaciones en base a diferencias o semejanzas globales entre ellos. En este nivel no se suelen distinguir características específicas o propiedades de los cuerpos.

- Nivel 2 o fase de análisis, donde el estudiante debe alcanzar características como percibir que los objetos están formados por partes y poseen determinadas propiedades, describir los objetos en base a las propiedades halladas, y deducir y demostrar nuevas propiedades a partir de la experimentación.
- Nivel 3 o fase de clasificación. Para lograr alcanzar este nivel se debe poseer cierto dominio para la clasificación de figuras. Para ello se debe conseguir realizar clasificaciones lógicas entre objetos en base a características ya conocidas, comprender lo que es una definición matemática, utilizar el razonamiento deductivo para demostrar propiedades, comprender los pasos individuales de un razonamiento lógico, pero de forma individualizada, y no como una cadena. En este nivel aún no se tiene la necesidad ni se alcanza la capacidad de realizar una demostración completa encadenando diversos razonamientos.
- Nivel 4 o fase de deducción. Aquí el alumnado ya es capaz de realizar demostraciones lógicas y formales, ya que necesita justificar ciertas proposiciones que se plantean. El alumnado comprende que se pueden tomar diferentes caminos para llegar a demostrar la misma situación. Además, se empieza a comprender las relaciones entre propiedades y a entender la naturaleza axiomática, es decir, aquellos principios fundamentales que no se pueden demostrar pero que se necesitan para realizar el desarrollo de una teoría.
- Nivel 5 o fase de rigor. En esta última fase, el alumnado puede analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos y compararlos entre sí.

En este caso, los niveles de Van Hiele que van a estar presentes son los niveles 1, 2 y 3, correspondientes a las fases de reconocimiento, análisis y clasificación dentro de la geometría existente en las estructuras urbanas.

- Piaget: Dentro del área de la geometría, Piaget investigó sobre las capacidades de los niños para representar espacios y desarrolló dos hipótesis en base a la relación entre la percepción del espacio y la construcción conceptual del espacio. Estas perspectivas fueron:

    - La perspectiva constructivista: Según el proyecto docente desarrollado por Villar (2013), Piaget, tiene como objetivo conocer la problemática del conocimiento y su origen, cómo se desarrollan las etapas desde un conocimiento menor a otro superior. Luego el conocimiento son construcciones que se van asimilando en la mente del ser humano. Aquí aparecen los conceptos de asimilación y acomodación. El primero, hace referencia a la incorporación de elementos externos al cerebro, mientras que la acomodación hace referencia al cambio de los esquemas previos que tenía el cerebro por unos nuevos, con el fin de ajustarlo a las necesidades requeridas.
    - La perspectiva de la Primicia Topológica: la obra de Piaget e Inhelder (1947), divide esta perspectiva en tres campos, el topológico, el proyectivo y el euclidiano. El artículo de Ochaita (1987) desarrolla los 3 ámbitos de la siguiente manera:

        - En cuanto al ámbito topológico, posee cinco etapas, la primera de ellas 'la percepción háptica' y mediante ella, se trata de comprobar que la percepción adulta del espacio se debe a la construcción activa del sujeto y no deriva meramente de la percepción. Por otro lado, encontramos 'el dibujo' otra investigación de Piaget e Inhelder donde se busca analizar la transición de la percepción a la representación mental, donde el ámbito topológico está presente. La tercera relación topológica es el orden, a los 2 años, únicamente se identifica la situación 'junto a' de las figuras, mientras que a medida que va avanzando el tiempo hasta los 7 años, ya se es capaz de invertir el orden de las figuras según su disposición inicial. La cuarta etapa trata de la relación de cercamiento, o como los niños comprenden el proceso de realización de un nudo. Finalmente, la quinta parte de este ámbito topológico trata de la relación de continuidad, donde Piaget e Inhelder propusieron a ciertos alumnos situaciones en las que una figura geométrica se representaba de diferente forma, ya sea el desarrollo de un cubo o pequeñas figuras que formen una. Esta etapa se desarrolla plenamente sobre los 11 años, a través del pensamiento hipotético-deductivo, cuando en principio se puede dominar el ámbito topológico.

- El ámbito proyectivo se subdivide en tres partes, como representa un alumno la perspectiva de un objeto simple, como representa un grupo de objetos y finalmente las relaciones proyectivas y euclidianas como las secciones o las traslaciones.

  La primera etapa, la representación de un objeto simple, pasa por tres estados, desde la representación de una línea proyectiva, pasando por representar diversidad de objetos, y concluyendo con la representación de sombras.

  La segunda etapa, representando grupos de objetos, Piaget e Inhelder realizaron un experimento en el cual, dibujaban un grupo de montañas de diferentes tamaños en diferentes perspectivas, y realizaban 3 tipos de cuestionarios diferentes al alumnado para ver si comprendían lo que veían.

  La tercera etapa se basa en primer lugar en el uso de las secciones geométricas, que dependiendo de cómo se realicen son euclidiana, si se imaginase una figura cortada por un cuchillo, o proyectiva, imaginando la figura simplemente proyectada; y después de la traslación, donde se pedía al alumnado que dibujase una serie de objetos, dando como resultado una gran semejanza en los dibujos de los alumnos, llegando a la conclusión de que la noción de un sólido no depende de su percepción sino también de su imagen y representación en el plano.

- Finalmente, el ámbito euclidiano se centra en las nociones euclídeas básicas como son el paralelismo, la semejanza, los ejes de coordenadas verticales y horizontales y las relaciones entre el espacio euclidiano y proyectivo.

  En primer lugar, se busca explicar la conservación del paralelismo mediante dibujar rombos. Se dibujan una serie de rombos seguidos y solo es a partir de los 7 años, cuando los rombos dibujados poseen lados paralelos y además los rombos son iguales según la investigación de Piaget e Inhelder (1947).

  En segundo lugar, la semejanza y las proporciones, en primer lugar, dibujando dos triángulos, uno inscrito en el otro y además semejante, donde sus lados son paralelos, y otro caso, donde se dibujan varios tipos de triángulos, y el alumnado ha de señalar cuales son semejantes. Hasta llegados los 11 años no se consigue realizar plenamente el ejercicio de forma numérica utilizando las proporciones.

  Por último, los sistemas de referencia y coordenadas tanto verticales como horizontales, Piaget e Inhelder (1947) realizaron varios experimentos. El primero de ellos, para conocer el eje horizontal, dieron al alumnado dos botellas, una con los lados paralelos y rectos y otra con los lados redondeados, los llenabas una cuarta parte y les pedias un dibujo. En cuanto al eje vertical se les dibujaba una montaña y se les pedía que en la cima se construyeran palos o postes verticales.

  Estos experimentos no se realizan plenamente hasta la etapa final, cuando el alumnado ya posee ciertos conocimientos más avanzados, en torno a los 7 años.

  Finalmente, Piaget e Inhelder (1947) consideran que los sistemas de referencia no son innatos, sino que se van adquiriendo con el tiempo mediante el desarrollo de sus capacidades espaciales.

Las capacidades que Piaget examinó para proponer sus teorías fueron las siguientes:

- Diferenciación de formas geométricas. Según varios experimentos de Piaget, los niños con los ojos vendados analizaban mediante el tacto diferentes figuras, y se seguía una secuencia como la siguiente. En primer lugar, comenzaban a distinguir figuras en base a ciertas propiedades topológicas como si se trataba de líneas poligonales cerradas o abiertas, o su continuidad. Más adelante utilizaban las propiedades proyectivas como son las caras o los lados. Finalmente se utilizaban las propiedades euclídeas, que son el paralelismo o la perpendicularidad entre los lados.

- Representación de figuras geométricas. En cuanto a la representación de figuras, según varias investigaciones de Piaget, se observaba que los niños de 3 años, a la hora de dibujar daban preferencia a comenzar por los rasgos topológicos, a medida que iban avanzando en edad se centraban en las propiedades proyectivas como son los lados de las figuras, finalizando con las propiedades euclídeas como la abertura de ángulos.

- Sistemas de referencia. La facilidad del alumnado para representar propiedades topológicas se debe a que eran más evidentes cuando se trata de una figura aislada, mientras que las propiedades proyectivas conllevan la importancia del punto de vista que se tenga de la figura, o las propiedades euclídeas necesitan de la comparación entre figuras. La conclusión ante esto es que para representar las propiedades topológicas no se necesita de un sistema de referencia, al contrario que las otras propiedades, en las que si influye.

- Justificación. Para Piaget, existían tres niveles que medían la habilidad del niño para hacer predicciones y realizar justificaciones. El primer nivel entre 7 y 8 años no utiliza la lógica en ningún momento, ya que no es sistemático ni reflexivo. En el segundo nivel, entre 8 y 11 años, el pensamiento es lógico, pero se reduce al mundo empírico, es decir, a lo que es perceptible. Finalmente, en el tercer nivel, entre 11 y 12 años la lógica se utiliza para realizar deducciones lógicas y este razonamiento se ajusta a un sistema matemático. En este punto Piaget difiere con al modelo de Van Hiele en varios aspectos como:

- Piaget considera que el desarrollo del razonamiento permite el avance en el proceso de aprendizaje, mientras que van Hiele considera que gracias a los procesos de enseñanza y aprendizaje se promueve el desarrollo del razonamiento. (Camargo, 2011)

- A diferencia de Piaget, van Hiele no establece una conexión directa entre el nivel de razonamiento y la edad. (Camargo, 2011)

2.6 EL PASEO MATEMÁTICO COMO HERRAMIENTA DEL APRENDIZAJE

En este apartado, se va a focalizar las ideas en torno al núcleo principal de este trabajo, el paseo matemático, todo desde un punto de vista educativo y señalando las cualidades que hacen de este recurso una herramienta didáctica para la enseñanza de la geometría en el espacio urbano. Para ello, se van a señalar diversos antecedentes sobre este tipo de actividades, y se analizará su planteamiento y los objetivos a conseguir. Tras esto, se analizarán las competencias básicas que la ley educativa actual dictamina y se pueden cumplimentar mediante este recurso.

En primer lugar, un paseo o ruta matemática se trata de la realización de un trayecto, urbano o rural, visitando diversos edificios, monumentos, esculturas plazas y jardines, en los que se ha de analizar la geometría presente. Esto hace de la geometría una herramienta llamativa para el alumnado, ya que observan lo que están estudiando en un libro en la vida real. Existen en España diversos tipos de actividades similares a esta como son las siguientes:

1. Paseo Matemático por Torrelavega. (Merino, 2016)

En este TFM, el autor propone la realización de una Ruta Matemática por el pueblo cántabro de Torrelavega, ofreciendo una visión diferente de las matemáticas, ofreciendo un discurso motivador y llamativo para sus alumnos. Propone a sus alumnos reforzar los contenidos que se exigen aprender de una forma que se evite la monotonía del aula, innovando y realizando una actividad que se podría calificar como atípica dentro del área de las matemáticas. Para poder conseguirlo, deberá realizar salidas del aula, que el alumnado se familiarice con su entorno, y además que consiga integrar los conocimientos aprendidos en el aula con lo que va a observar en las salidas, para así obtener un aprendizaje pleno.

2. Santander, mirar y ver. (Abad, Barandica, Fuente, Gómez, Martínez & Núñez, 2016)

En este libro, escrito por 5 profesores de Secundaria y una arquitecta y editado por la Editorial de la UC se observan diferentes edificaciones y monumentos de Santander desde un punto de vista geométrico, analizando precisamente cada muesca de geometría existente y analizable dentro de estos espacios. El objetivo del libro es principalmente observar la ciudad de Santander desde un punto de vista matemático, analizar sus edificios y además es un gran recurso que puede servir como apoyo a la hora de la realización y explicación de un paseo matemático.

3. Propuesta de un Paseo Matemático por Valladolid. (Sanz, 2018)

Este trabajo de fin de master ha sido realizado por un alumno de la Universidad de Valladolid, desde el punto de vista de un futuro docente en educación secundaria especializado en el área de las matemáticas. Aquí, el autor propone un paseo matemático por la ciudad de Valladolid, donde se realiza un recorrido en el que se van a visitar numerosos lugares de esta ciudad, destinado a la Educación Secundaria y Bachillerato.

4. Rutas Matemáticas por nuestra localidad (Corbalán, 2007)

En este artículo, no se especifica ninguna ciudad concreta que analizar, sino que ofrece una visión globalizada de la geometría urbana. Se busca interpretar variedad de aspectos entre los que se encuentran formas, logotipos, números y simetrías entre otros. Este artículo es útil para trabajarlo en cualquier lugar, puesto que su amplitud y variedad de contenido probablemente se encuentre en todas las ciudades. El objetivo principal de este autor es extraer las matemáticas del aula y sacarla a la calle, para que el alumno mimetice los conceptos geometría y entorno, y comprenda que todo lo que nos rodea está vinculado a esta área.

5. Un Paseo Matemático por la Alhambra (Chías, 2016)

Este proyecto educativo, pretende la interacción de las áreas de historia y arte junto con la geometría, ya que se va a estudiar con una visión matemática, un lugar histórico en España como es la Alhambra de Granada. El paseo, está destinado a un alumnado joven para que observe su entorno, interaccione con él, y además todo esto desde un punto de vista educativo. En él, se han programado actividades para las últimas edades de Infantil y primeras de Primaria, donde se trabajaran las matemáticas con variedad de recursos como materiales manipulativos o cuentos, dándole la mayor importancia al papel del juego, ya que es trascendental en estas edades. De esta forma, los autores pretenden estimular la competencia matemática en los alumnos a una edad temprana.

6. Rutas Matemáticas por Valencia I, II, III y IV. (Monzó, Puig & Queralt, 2007)

Este conjunto de rutas recorre una gran parte de la ciudad de Valencia, y se divide en 4. La primera va de las Torres de los Serranos al Jardín Botánico, la segunda de la Escuela de Magisterio a la Ciudad de las Artes y las Ciencias, la tercera desde la Ciudad de la Justicia al Oceanográfico, y la última desde el Mercado de Colón a La Nau. Con esta saga de rutas para alumnos de Secundaria, se realizarán ejercicios en cada parada señalada en la ruta que tendrá relación con los monumentos que allí se encuentren, entrelazando las matemáticas con otras áreas como las artes.

7. Rutas Matemáticas en Alicante. (Caballero, Aliaga, Alias, Bolea, Mora & Peretó, 2002)

En este documento, los autores pertenecientes a la Societat D'educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana ofrecen una serie de actividades a realizar en la ciudad de Alicante, en diversos sitios donde la geometría es observable. Acompañado de imágenes orientativas, las actividades dibujan una ruta que los alumnos deben seguir para realizar el ejercicio completo. Este trabajo está destinado a alumnos de Secundaria.

8. Una Ruta Matemàtica al meu Pobla, Onda (Yagüe, 2017)

En este TFG de una alumna de la Universitat Jaume I, se muestra una ruta geométrica por Onda, más concretamente en el museo de cerámica. Esta ruta está dirigida a alumnos de 5º y 6º de Primaria del Colegio Baltasar Rull Villar. Se pretende con este trabajo de fin de grado, extraer las matemáticas del contexto escolar y situarlas dentro del día a día, en este caso, dentro de la cultura de Onda. Además, se busca que los alumnos de esta manera se cuestionen ciertas cosas sobre todo lo que les rodea, desde un punto de vista matemático.

9. Paseos matemáticos para Educación Primaria. Una propuesta por la Coruña histórica y artística. (Berini, 2016)

En este blog, la autora ofrece una propuesta didáctica para los últimos cursos de Educación Primaria. Esta propuesta está realizada por la Universidad de La Coruña. Se basa en una ruta matemática que busca entremezclar las áreas de la Geometría y la Historia y el Arte en la ciudad de La Coruña. La autora de este blog defiende la idea de la interdisciplinariedad, entendiendo la realidad como un todo y no como áreas separadas. Respalda esta idea en que existe una gran deficiencia en esta área dentro de la Educación Primaria. Se propone una actividad a llevar a cabo en grupos de 5 donde acompañados de un docente, deberán rellenar preguntas sobre diferentes áreas, que tienen que ver con los lugares que la ruta dictamina que deben visitar.

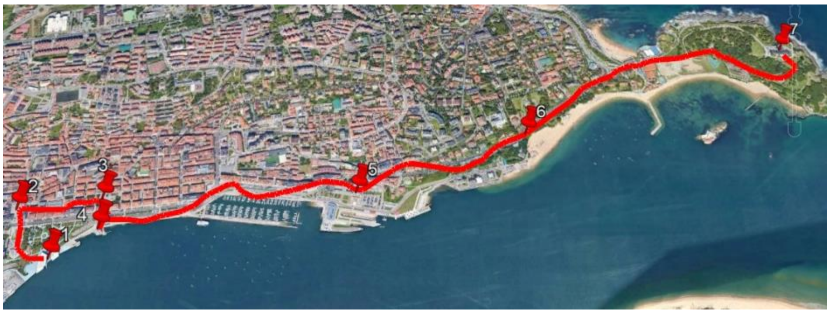
10. Un paseo matemático por el Rinconín. (Miguel, 2007)

Se trata de un documento creado por el Centro de Profesorado y de Recursos de Gijón, que muestra una visión de las matemáticas ajeno a lo habitual. Se busca que el alumnado se interese por las matemáticas en base a una historia narrada sobre su entorno y todo lo que les rodea. Se trata de un libro que entremezcla la narración de una historia que transcurre en Gijón, con diferentes actividades relacionadas con la geometría del lugar que se describe en cada momento de la historia.

3. PROPUESTA DE PASEO MATEMÁTICO POR SANTANDER

En este apartado, se va a proponer un paseo por la ciudad de Santander, más precisamente por la zona de la Bahía, para observar desde una perspectiva diferente los lugares más conocidos de esta ciudad.

En primer lugar, se comenzará el camino por una obra arquitectónica recién construida en Santander, el Centro Botín, situado en los aledaños de los Jardines de Pereda. En esta parada encontraremos una geometría diferente al resto que se encontrará en la ruta, puesto que, al ser un edificio nuevo, su arquitectura será de lo más actual, contrastando con el ambiente clásico que se encuentra en Santander. El siguiente lugar por visitar será la emblemática Plaza Porticada, situada enfrente del Centro Botín, donde se analizará la riqueza geométrica que nos ofrece este lugar, desde los arcos que se encuentran en los soportales de la plaza, hasta los balcones o ventanales de la fachada, pasando por los detalles que se encuentren en el propio suelo. Tras esto, se continuará la ruta en la Plaza Pombo, una conocida plaza de Santander, situada en la calle Hernán Cortés. En esta plaza, se destaca principalmente la marquesina central, lugar donde reside la mayor riqueza geométrica de este espacio, y que será analizada en este camino. La cuarta pieza arquitectónica que será analizada será el Palacete del Embarcadero, situado en plena Bahía de Santander, más concretamente en la calle Muelle de Calderón. Prosiguiendo el camino que nos dibuja la Bahía, llegaremos al Palacio de Festivales, el auditorio más conocido de Santander. Para llegar a nuestra última posta, se deberá caminar por la calle Reina Victoria, donde se observará y analizará toda su arquitectura hasta llegar al lugar más importante y emblemático de Santander, el Palacio de la Magdalena, que será el culmen definitivo de esta ruta. La distancia aproximada de la ruta abarca unos 4,3 kilómetros.



Para que los conocimientos sobre esta actividad se vean reflejados, se les dará a los alumnos un cuadernillo con actividades de las diferentes zonas a visitar, en las que se verán reflejados principalmente aspectos sobre geometría, dibujo y matemáticas.

3.1 CENTRO BOTÍN

El Centro Botín es un edificio situado en los Jardines de Pereda y que fue inaugurado en 2017. Este edificio es un centro de arte, diseñado por Renzo Piano, y que ha sido financiado por la Fundación Botín.

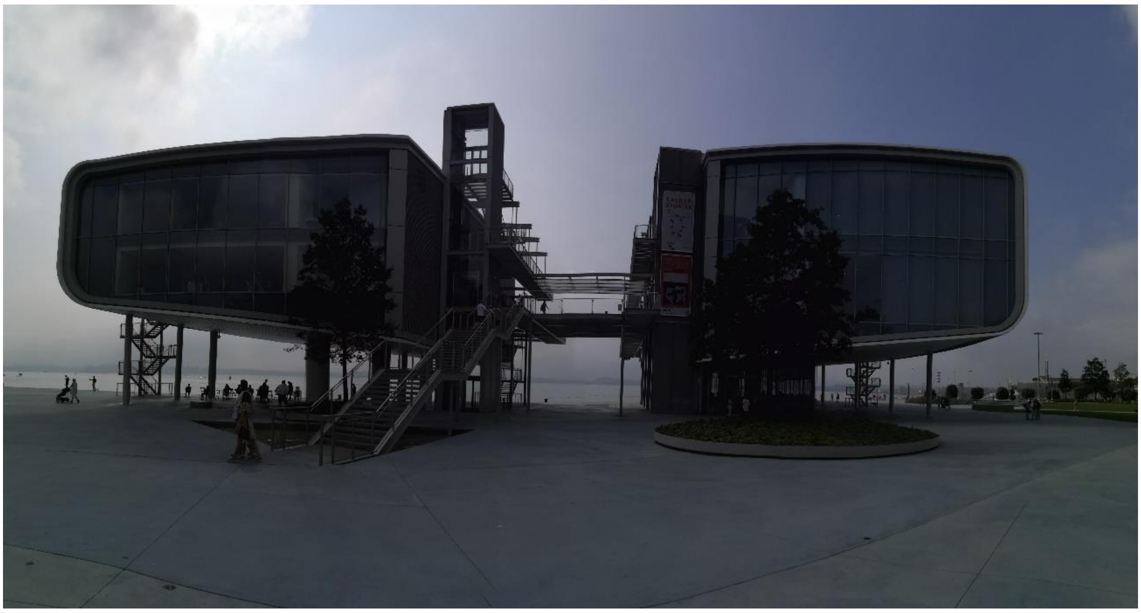


Ilustración 1: Centro Botín visto desde los Jardines de Pereda

En cuanto a la geometría que podemos observar en esta obra arquitectónica, podemos reseñar antes de todo, que va a ser muy diferente de los otros lugares que van a ser analizados, puesto que este edificio es muy joven en comparación con el resto (ver Ilustración 1).

En primer lugar, se observan principalmente dos volúmenes abstractos, el izquierdo de mayor tamaño, y el derecho de menor (ver Ilustraciones 2 y 3). Situándote en los Jardines de Pereda frente al Centro botín, se puede observar que las caras de los volúmenes principales se asemejan a una especie de cuadrilátero con dos de las esquinas redondeadas en vez de terminadas en punta. Además, en sus ventanales se observa que se encuentran divididos por una línea horizontal y varias líneas verticales paralelas entre sí, generando una especie de rectángulos.

Ilustración 2: Volumen derecho del Centro Botín

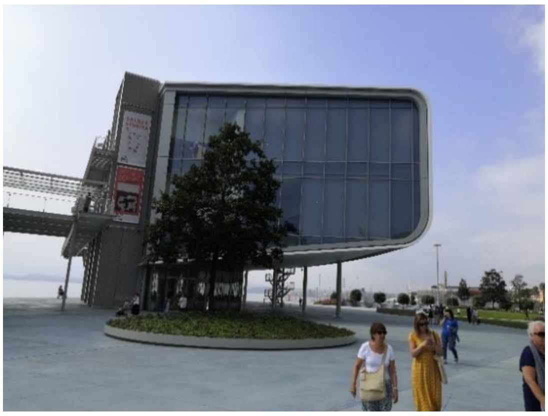


Ilustración 3: Volumen izquierdo del Centro Botín

El edificio, se encuentra apoyado en columnas de la misma altura aproximada de los árboles del Paseo Pereda como se indica en la página web del Centro Botín, con el fin de que se permita el paso de la luz y se pueda observar la bahía, además de mimetizarse con el entorno. (https://www.centrobotin.org)

Estos pilares son cilindros de mayor o menor diámetro, y se encuentran en la zona interna si son de mayor diámetro, pero de menor altura, y de menor diámetro, pero más altura en las zonas más externas (ver Ilustración 4).

Ilustración 4: Columnas bajo el Centro Botín

Al lado de las columnas, bajo el edificio en sí, se encuentran varios altares (ver Ilustración 5). Estos altares, son cilindros cuya altura es considerablemente menor en comparación con el diámetro de las bases.

Ilustración 5: Pequeño altar

Alrededor de toda la fachada, encontramos un estampado llamativo formado por una especie de discos, todos del mismo diámetro, situados unos tangentes a otros (ver Ilustración 6). Cada disco, es tangente a otros 6 discos, y, uniendo los centros de los discos tangentes al disco central, se forma un hexágono regular, que comparte centro con el círculo central (ver Ilustración 7).

Ilustración 6: Diseño de la fachada del Centro Botín

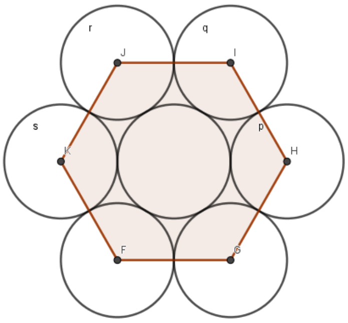


Ilustración 7: Representación de la disposición de la fachada

En el lateral de las dos edificaciones, se encuentran dos pasarelas, en donde principalmente encontramos cuadriláteros, tanto en el suelo, donde encontramos 5 series de 8 rectángulos consecutivos (ver Ilustración 8). En el borde de las pasarelas, se encuentran las barandillas que están divididas en partes y esas partes forman varios rectángulos consecutivos.

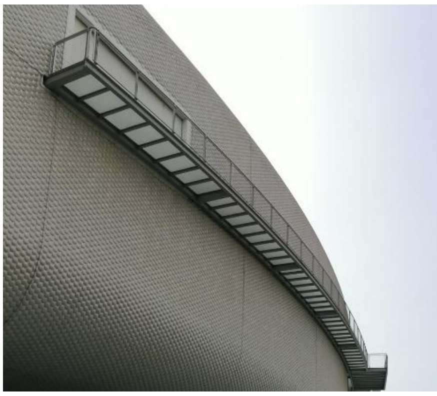


Ilustración 8: Pasarela del Centro Botín

Finalmente, en la zona oeste, encontramos un graderío formado por tres escalones, y cuya forma es un sector de una corona circular, más conocido como trapecio circular, que, visto desde el aire, se ve el paralelismo entre cada uno de los escalones que conforman el graderío (ver Ilustraciones 9 y 10).

Ilustración 9: Graderío exterior

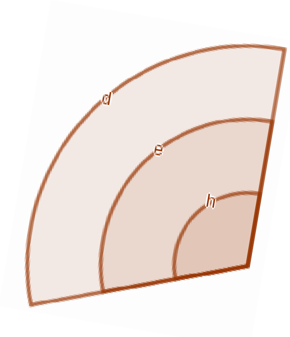


Ilustración 10: Representación del graderío exterior

3.2. PLAZA PORTICADA

La Plaza Pedro Velarde (ver Ilustración 11), comúnmente conocida en Santander como la Plaza Porticada, es una conocida plaza situada en el casco viejo de Santander. Se trata de uno de los lugares destinados a múltiples espectáculos culturales de la ciudad. En el incendio que arrasó con el casco viejo de Santander en 1941, esta plaza se vio bastante afectada, y no fue hasta 1950 cuando se volvió a inaugurar.

Ilustración 11: Plaza Porticada

En cuanto a las matemáticas visibles en este histórico lugar de Santander, son bastantes, desde el suelo, hasta las edificaciones que lo rodean, incluyendo los propios balcones de la plaza.

En primer lugar, el diseño del suelo de la plaza consta de un tablero de cuadrados de 5x5 cuyos lados laterales no están cerrados (ver Ilustración 13). Dichos cuadros poseen en su interior otro tablero de 7x7 (ver Ilustración 12). Los cuadros grandes están divididos entre sí por filas y columnas que conforman un tablero, mientras que los cuadros más pequeños situados dentro de los cuadros grandes comparten lados. La distancia entre los cuadros grandes es igual a la medida del lado del cuadro pequeño.

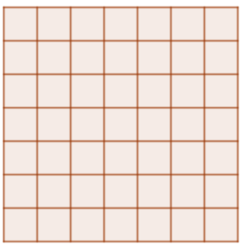


Ilustración 12: Representación de un cuadrado grande de la Plaza

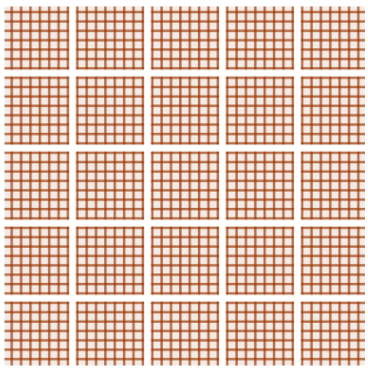


Ilustración 13: Representación del suelo de la Plaza

En el suelo de la Plaza Porticada, además de observar figuras geométricas como son los cuadrados, también se pueden introducir y matizar conceptos como son el paralelismo y la perpendicularidad. Otro aspecto destacado en esta plaza es la simetría existente en ella, tanto en su suelo como en la fachada central del edificio que la rodea. En ambos casos, la simetría existente se trata de una simetría axial respecto al eje X (ver Ilustraciones 14 y 15).

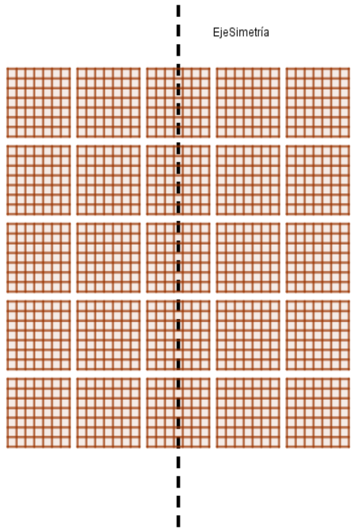


Ilustración 14: Representación de simetría en el suelo de la Plaza

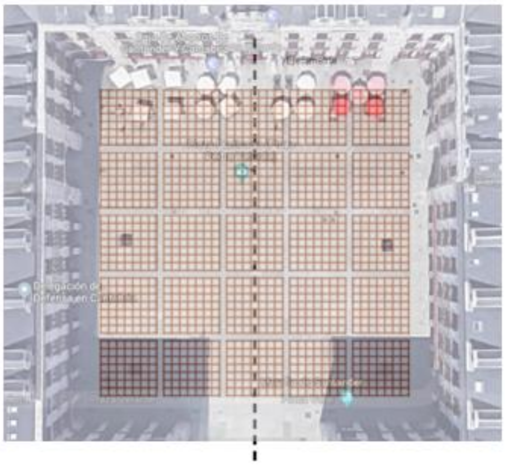


Ilustración 15: Superposición de la representación sobre la imagen real de la Plaza

En cuanto a la presencia de arcos en la plaza, estos son, en gran parte, de medio punto con diferente anchura, lo que hace variar tanto la longitud como la altura del arco. (ver Ilustraciones 15 y 16).

Ilustración 15: Arco de medio punto en la Plaza Porticada

Ilustración 16: Arco de medio punto de mayor diámetro en la Plaza Porticada

También encontramos arcos carpanel (ver Ilustración 17), en los laterales y el centro de la imagen. Este tipo de arcos se realizan de la siguiente manera (ver Ilustración 18). En primer lugar, nos dan el diámetro del arco, Mediante el teorema de Tales, dividimos el segmento en 4 partes que de izquierda a derecha con 5 puntos. El segmento AB se divide y en él, de izquierda a derecha tenemos los puntos C, D y E. Con centro en C y radio CE trazas un arco, y con centro en E y radio CE trazas otro, y en la parte inferior de AB se cruzan formando F. Tras esto, unes F con C y F con E y prolongas el segmento.

Acto seguido, con centro en C y radio AC realizas un arco que corte el segmento FC en un punto X. Lo mismo realizas en el otro lado del segmento, Con centro en E y radio EB realizas un arco que te corte en un punto Z.

Por último, con centro en F y radio FX o FZ, realizas el resto del arco, formando un arco carpanel.

Ilustración 17: Arco carpanel en la Plaza Porticada

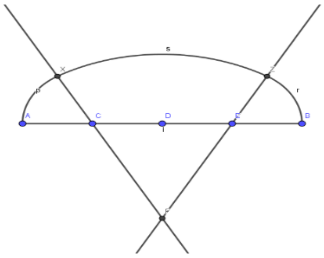


Ilustración 18: Representación del arco carpanel

Finalmente en cuanto a arcos, encontramos un arco escarzano (ver Ilustración 19), que según su definición, es “Un arco que ha sido trazado desde uno o más centros situados por debajo de la línea de imposta. También llamado arco rebajado.” (www.parro.com.ar)

Ilustración 19: Arco escarzano

En cuanto a los balcones de la plaza, destacamos por encima de los demás, el Balcón Central, perteneciente a la oficina de la Caja de Ahorros de Santander que se encuentra en la Plaza Pedro Velarde (ver Ilustración 22).

La geometría existente en este balcón consta de un arco de circunferencia en la parte superior, con varios salientes en su perímetro superior.

Bajo este arco de circunferencia, encontramos el ventanal del balcón, formado por un rectángulo con dos puertas rectangulares a su vez. La altura de las puertas es la misma que la del ventanal, mientras que el ancho de cada puerta es la mitad del ventanal entero. Las puertas del balcón constan de 5 cristales rectangulares, cuatro colocados en vertical y uno en horizontal, de misma anchura y altura.

El resto de los ventanales de la plaza son muy similares, todos son rectángulos con la misma base, pero diferente altura, mientras que en la planta baja se encuentran los de mayor altura, a medida que se va subiendo esta altura se va reduciendo. Por otro lado, cada una de las puertas está dividida en 3 rectángulos uno superior, colocado de forma horizontal ocupando aproximadamente el ancho de la puerta, y de alto es aproximadamente un cuarto de la altura de la puerta. Por otro lado, los otros dos rectángulos se encuentran debajo del definido anteriormente, el ancho de cada uno abarca la mitad del ancho de la puerta entera aproximadamente, mientras que el alto ocupa la mitad de la puerta (ver Ilustración 21).

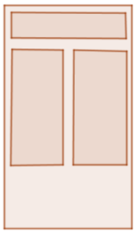


Ilustración 20: Balcones de la Plaza Porticada

Ilustración 21: Representación de la puerta.

Ilustración 22: Balcón central de la Plaza Porticada

Por último, dentro de la plaza se han añadido durante los últimos años unos prismas con base cuadrangular, para decorar la plaza (ver Ilustraciones 23 y 24). Estas figuras principalmente se utilizan como asiento para la gente que visite la plaza.

Ilustración 23: Prisma de la Plaza Porticada

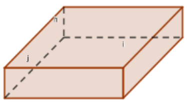


Ilustración 24: Representación del prisma

Además, se han incluido focos subterráneos (ver Ilustración 25), cuya luz se refleja a través de unas lentes cuadradas colocadas en el suelo. Estas lentes se asemejan a los ojos de buey de los barcos, puesto que encontramos una corona circular, es decir, dos círculos concéntricos, y, además, el circulo externo es tangente a un cuadrado que decora la lente (ver Ilustración 26).

Ilustración 25: Foco de la Plaza Porticada

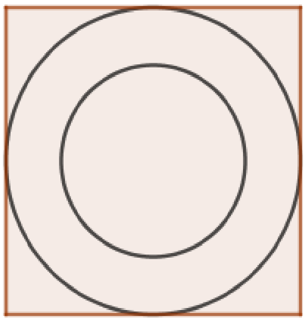


Ilustración 26: Representación del foco

3.3. PLAZA POMBO

La Plaza José Antonio (ver Ilustración 27), comúnmente conocida en Santander como la Plaza Pombo, se trata de un lugar céntrico de Santander, situado en la calle Hernán Cortés, en la que antiguamente se realizaban diversas actividades culturales como disputar encuentros de balonmano, o también solía ser el escenario de orquestas, más concretamente en la marquesina que se sitúa en medio de la plaza. Además, esta plaza tiene una fama extra entre los jóvenes de Santander puesto que este es el lugar donde es costumbre el intercambio de cromos.

Ilustración 27: Plaza Pombo

En cuanto a la geometría que encontramos presente en esta plaza, vamos a destacar ciertos lugares

Ilustración 28: Planta de la Plaza Pombo

En primer lugar, en el suelo de la plaza (ver Ilustración 28) se observa dibujado mediante la colocación de baldosas de diferente color, tres figuras. En el lado derecho de la plaza se encuentra una figura formada por un semicírculo en su parte superior, que cierra la figura con alargamientos en sus lados y una línea recta del tamaño del diámetro del circulo. En el lado izquierdo de la plaza encontramos una figura que se trata de una especie de rectángulo cuyos lados situados en el lado izquierdo según la imagen están curvados. La última figura, situada en el centro de la plaza, es un rectángulo, cuya base se desconoce, pero la altura mide exactamente el diámetro del semicírculo de la figura de la derecha, y el largo del único lado recto de la figura de la izquierda.

La unión de todas estas partes quedaría reflejada en el siguiente esquema (ver Ilustración 29).

Ilustración 29: Representación del suelo de la Plaza Pombo

En segundo lugar, la marquesina central vista en planta (ver Ilustraciones 31 y 33) se observa claramente que posee una base octogonal regular. Vista de frente (ver Ilustraciones 30 y 32), se observan dos partes en esta figura, la primera de todas, un prisma octogonal cuyas bases son octógonos regulares, y en segundo lugar un tronco de pirámide de base octogonal que coincide con la base del prisma anterior, y su base superior es circular, que a su vez coincide con una figura que termina de decorar la marquesina.

Ilustración 30: Marquesina de la Plaza Pombo

Ilustración 31: Planta de la marquesina de la Plaza Pombo

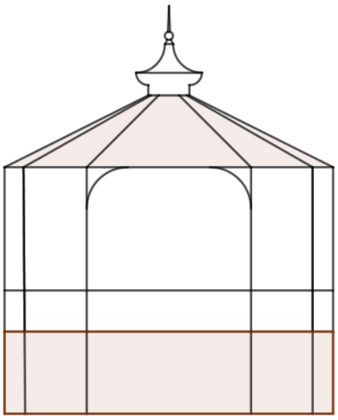


Ilustración 32: Representación de la marquesina

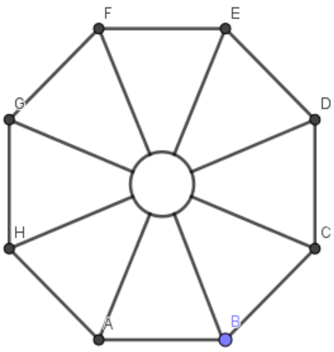


Ilustración 33: Representación de la planta de la marquesina

En la marquesina, encontramos un arco que decora sus caras exteriores, estos arcos, son arcos carpanel, puesto que se debe a la consecución de tres arcos, tal y como se explicó anteriormente. A los lados de estos arcos se encuentran sustentándolo, dos postes, que están unidos además en su parte inferior por barandillas que presentan un diseño llamativo, cuyas figuras principales son las espirales. La figura principal, ya sea de un mayor tamaño o un menor tamaño, u orientado hacia otros lados, es una línea inclinada, en cuyos extremos se forma una espiral. La barandilla está dividida en rectángulos, en donde se encuentran cuatro figuras como las definidas anteriormente, dos grandes y dos pequeñas (ver Ilustración 34).

Estos rectángulos tienen una característica especial, puesto que poseen la proporción áurea, esto quiere decir, que, si a un rectángulo de los que poseemos, lo aislamos, y dentro de él proyectamos un cuadrado de lado igual a su lado menor y lo extraemos, el rectángulo que sobra también resultaría ser un rectángulo áureo

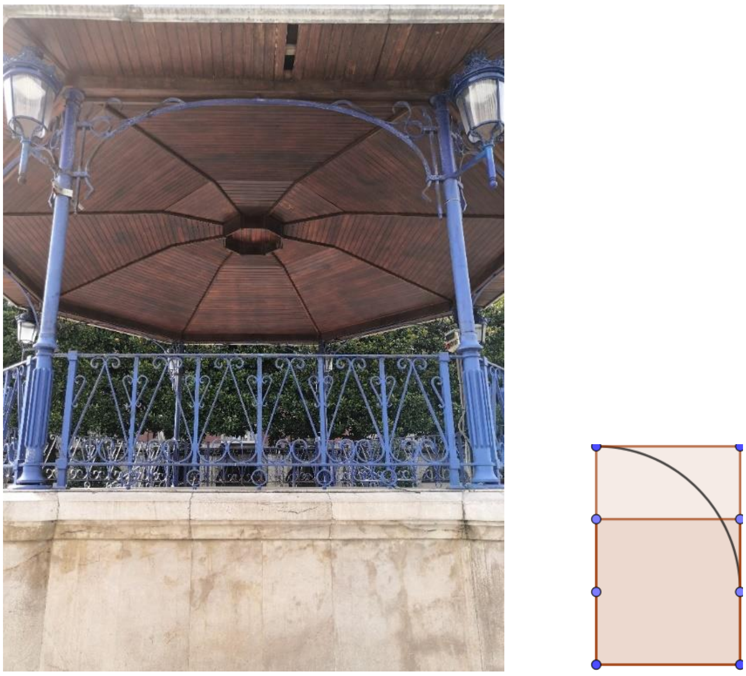


Ilustración 34: Arco de la marquesina y representación del arco áureo.

En tercer lugar, respecto a la geometría visible a simple vista en la plaza, observamos las figuras cuadradas que forman el suelo, además de la presencia de dos tiovivos, uno a la izquierda con una forma similar a la de la marquesina, y otro con forma de prisma rectangular. También, en la plaza, hallamos una entrada de parking con forma de prisma rectangular. Finalmente destacamos que, bordeando la plaza encontramos pequeñas parcelas de jardín, todas ellas con forma de cuadrilátero.

Por último, encontramos dos farolas (ver Ilustración 35), una a cada lado de la plaza, que están apoyadas en una especie de banco que la sostiene y realiza la función de base de la farola. Este banco muestra una forma peculiar, ya que está compuesto por la consecución de varios prismas. De abajo hacia arriba, encontramos cos cilindros, uno de mayor diámetro (inferior) y otro de menor diámetro (superior), colocados de tal forma que su eje es el mismo. Sobre ellos, compartiendo eje, encontramos un prisma de base octogonal, en la que sus caras laterales están curvadas en dirección el centro de la figura, por lo tanto, son cóncavos. Sobre el prisma anterior, encontramos otro prisma octogonal de diámetro más pequeño aún que los dos anteriores, y sobre él, encontramos más prismas similares, con una altura mínima, hasta llegar al poste de la farola.

Visto desde la planta, la figura resultaría estar compuesta por dos octógonos concéntricos, que uniendo sus vértices resultarían ocho trapecios (ver Ilustración 36).

Ilustración 35: Base de una farola de la Plaza Pombo

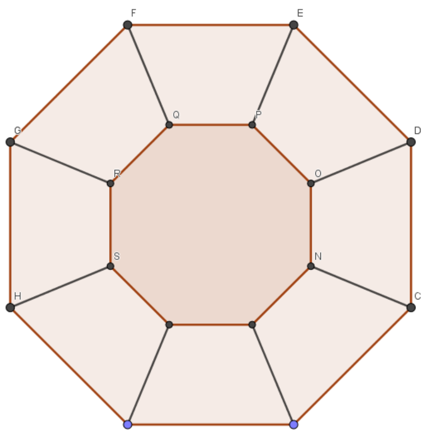


Ilustración 36: Representación de la base de la farola

3.4. PALACETE DEL EMBARCADERO

Esta construcción, situada en la Bahía de Santander, data del 1920, una obra construida por el arquitecto Javier González de Riancho con el fin de utilizarla como estación para los pasajeros. A partir de 1985, su uso se destinó para realizar conferencias y exposiciones en sus salas.

Ilustración 37: Palacete del embarcadero

En cuanto a la geometría presente en esta construcción, destacamos en un primer momento, que es muy variada.

En esta parte (ver Ilustración 37) observamos en un primer lugar la puerta, que se trata de un arco de medio punto, que en su parte superior poseen a cada lado de la puerta un cuarto de corona circular. Esta puerta está situada en un saliente que consta de la unión de tres tetraedros, los dos laterales de menor tamaño que el central, donde observamos 2 ventanas en cada una con forma de rectángulo con una altura que aproximadamente es el triple de la base. En el tetraedro central donde se sitúa la puerta principal, hallamos en sus aristas frontales dos columnas con forma de prisma de base cuadrangular.

En la parte superior, hallamos unos salientes que conforman un ángulo recto. Sobre estos salientes, a los lados de este tetraedro central, encontramos unos salientes verticales con forma de prisma de base cuadrangular, que en su parte superior va redondeándose, haciendo de pedestal de una figura con forma de campana que lo adorna, estos salientes son las cornisas del edificio. Entre estos dos detalles se denominan canecillos, encontramos una elevación con forma triangular, donde encontramos una bandera de España en su cúspide.

En los laterales de esta imagen observamos dos columnas, con forma de cilindro, que en su zona superior posee una especie de tejado con forma de cono, y que en su cúspide se encuentra decorada, por una forma

En cuanto al perfil izquierdo del Palacete (ver Ilustración 38), observamos en primer lugar a la derecha de la imagen, que en uno de los tetraedros menores que observábamos en el alzado, más concretamente el izquierdo, se observan dos ventanales más del mismo tamaño. El ventanal central, más amplio, podría cumplir los requisitos para ser un rectángulo áureo, tal y como se explicó anteriormente, mientras que los otros dos que lo rodean, se asemejan a un rectángulo plateado o de plata.

Siguiendo el recorrido de derecha a izquierda, continuamos con la columna cilíndrica anteriormente mencionada, que está unida a la pared lateral. En la parte superior de la pared, observamos las mismas cornisas y los mismos canecillos que en la fachada central anteriormente definida. Esta pared está dividida en dos partes, la situada más a la derecha, al lado de la columna, donde se halla una hendidura con forma de ventanal rectangular, y en la otra parte de la pared, encontramos tres ventanales, ambos rectangulares, de base de inferior medida que la altura, donde las de los lados son más estrechas (de plata), siendo la más ancha la ventana central (rectángulo áureo).

Continuando el recorrido de la pared, a su izquierda encontramos que la pared no continua recta, sino que se inclina 45º hacia atrás. En esta pared hallamos un saliente en el edificio con forma de tetraedro de base cuadrada, donde los tres lados exteriores poseen tres arcos iguales. Estos arcos son unos arcos deprimidos rectilíneos puesto que están formados por dos arcos pequeño a los lados, que cuando llegan a la máxima altura de lo que va a ser el arco se para, y se unen los puntos con una recta. Las columnas de este saliente son de base cuadrangular. En la parte de arriba hallamos los mismos detalles que encontrábamos al principio, las cornisas en forma de ángulo recto y los capiteles que poseían en su parte alta los canecillos con forma de campana con una bola en su parte alta.

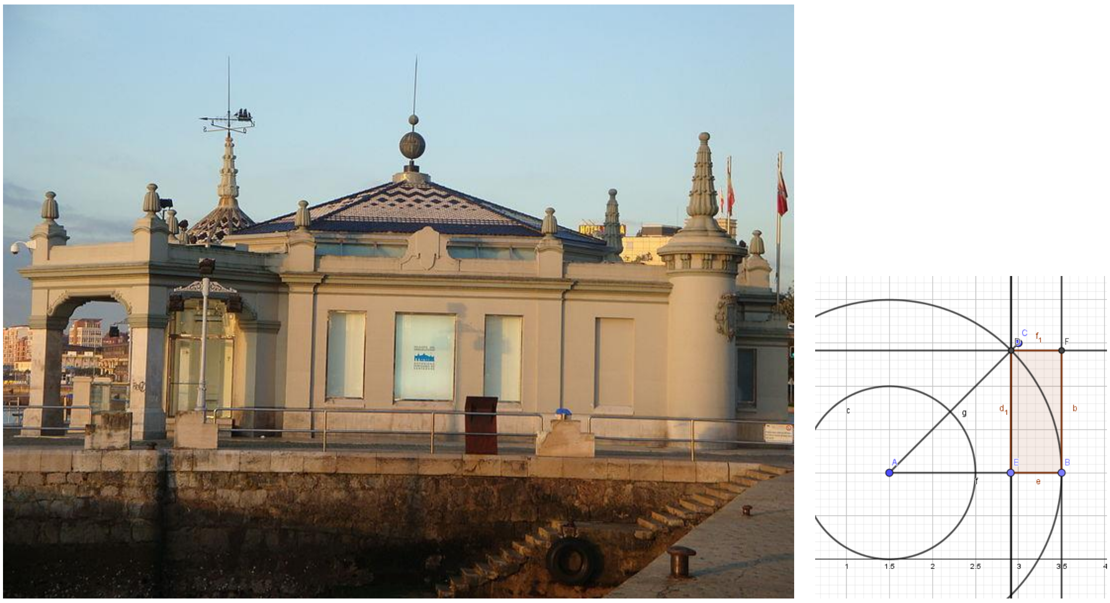


Ilustración 38: Perfil izquierdo del Palacete del Embarcadero y representación del rectángulo plateado.

En el perfil derecho (ver Ilustración 39), comenzamos por la izquierda, donde hallamos dos ventanales rectangulares, situados en uno de los tetraedros menores, más concretamente el de la derecha. Seguido de este, encontramos la columna que observábamos en parte en el alzado, y continuamos con la pared, que es idéntica a la que se muestra en el perfil izquierdo, se divide en dos partes, una con un ventanal falso con forma de rectángulo, y otro que posee tres ventanales, el del medio más ancho, áureo, y los de los lados más estrechos de plata. Tras esta pared, encontramos una especie de cúpula apuntada, formada por un cilindro en su parte inferior, situándose en su parte superior, apoyado en este una especie de cono que finaliza en una aguja y en cuya cúspide se encuentra una veleta. Además, al igual que en el otro perfil, encontramos el tejado de la construcción, que desde este lado muestra dos triángulos, donde se encuentran dos esferas, una más grande debajo, y otra más pequeña encima de esta, clavadas en una aguja, que decoran el tejado. Esta figura se conoce como pináculo. En las paredes de esta cúpula encontramos más ventanales rectangulares con un diseño similar a los demás que rodean el palacete.

Ilustración 39: Perfil derecho del Palacete del Embarcadero

En cuanto a la parte trasera del palacete, encontramos varias figuras geométricas reseñables, en primer lugar , observamos en la puerta trasera, en su parte superior, un arco escarzano o rebajado, definido anteriormente (ver Ilustración 40).

Ilustración 40: Arco situado en la parte trasera del Palacete

En la parte superior, encontramos tres tipos de canecillos, en primer lugar, una especie de simulación de un tejado, donde se pueden observar espirales en su parte más alta (ver Ilustración 41)

Ilustración 41: Adorno 1

Por otro lado, el segundo canecillo muestra una especie de campana, posee una semiesfera en la parte superior, y en su parte inferior una especie de tronco de cono, cuya superficie lateral no es una curva lisa, sino que posee irregularidades en ella. (ver Ilustración 42)

Ilustración 42: Adorno 2

Finalmente, el tercer canecillo, simula una especie de abeto, con una esfera en la parte superior, mientras que en la parte inferior se encuentra una especie de cono, más alargado que en la anterior figura, pero que también muestra irregularidades en su superficie lateral. (ver Ilustración 43)

Ilustración 43: Adorno 3

Finalmente, la planta del Palacete (ver Ilustración 44) nos muestra una figura principal, un octaedro, con los lados laterales y superiores mas grandes, mientras que los lados inclinados son más pequeños, que conforman el tejado principal de la edificación. En cada uno de los lados inclinados del octaedro encontramos diferentes figuras. En la zona superior izquierda y superior derecha, encontramos los dos cilindros situados al lado de la puerta principal, que se observaban en el alzado y en los perfiles. Desde esta vista, observamos unicamente varios círculos concéntricos. En la zona inferior izquierda se encuentra la cúpula mencionada en el perfil derecho, que se refelja como un círculo decorado como si fuera una vidriera. En la zona inferior derecha encontramos un rectángulo inclinado 45º, que se trata del tejado del saliente que se mencionaba en el perfil izquierdo.

Finalmente señalamos la existencia de un ‘doble tejado’, en primer lugar, toda la estructura mencionada que conforma los perfiles, el alzado y la parte trasera forman un tejado, y sobre este, en su interior, hay otro tejado que sería el que mencionamos que posee forma octogonal. Entre estos tejados existe una separación que formaría una especie de terraza. Estos tejados están unidos, además de estar uno encima de otro, los lados que se observan rectos en la planta, están unidos al borde del tejado inferior mediante un os cristales azules traslúcidos posicionados de forma inclinada de manera que contacte tanto en un tejado como en otro.

Ilustración 44: Planta del Palacete

3.5. PALACIO DE FESTIVALES

El Palacio de Festivales de Santander (ver Ilustración 45) es un auditorio situado en la calle de Gamazo, en donde se albergan desde las más famosas obras de teatro y musicales de todo el mundo, hasta congresos y convenciones de las mejores empresas.

Ilustración 45: Palacio de Festivales

En cuanto a la geometría que presenta este auditorio, en un primer lugar se va a describir la estructura general, y acto seguido se analizara cada una de las vistas que nos muestra el Palacio.

El palacio es una estructura simétrica respecto a su eje vertical, puesto que si trazamos una línea por el centro que separe el palacio en dos mitades, estas resultaran idénticas. En un primer vistazo se pueden observar varias secciones en su estructura. En primer lugar, un prisma central de color verde, que está formado por diferentes secciones, todas ellas hexaedros colocados simultáneamente de tal forma que estén en contacto por al menos una cara. Todas estas caras se colocan de menor a mayor de forma ascendente, existiendo una gran diferencia de alturas entre la primera y la segunda con respecto a la tercera, pero a partir de esta, las cuatro secciones siguientes muestran un aumento gradual de la altura, de tal forma que simula una especie de escalera, y finalmente hay dos secciones que descienden de la altura máxima que alcanza la estructura. Destacamos que en la primera sección de la estructura encontramos un trapecio isósceles en el centro. Además, la fachada principal del Palacio, de color verde, está decorada con líneas verticales paralelas entre sí. Esta sería la estructura central del palacio.

A esta estructura central, le rodean cuatro columnas situadas en cada esquina de la estructura central. Estas columnas están adheridas a las paredes del palacio. Muestran una estructura de prisma de base cuadrada. En la parte superior de las columnas se encuentran cuatro salientes con forma de triángulo rectángulo, colocados de tal forma que un lado de los que conforman el ángulo recto está apoyado en la columna y el vértice donde coinciden la hipotenusa y el cateto restantes apuntan hacia arriba. Los triángulos están colocados de igual forma con una ligera separación entre ellos. (ver Ilustración 46)

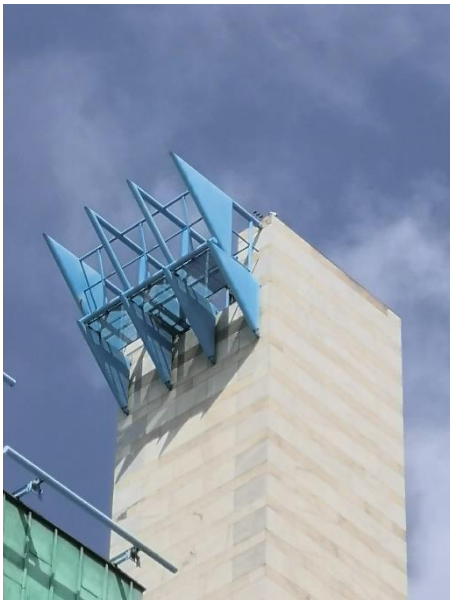


Ilustración 46: Parte alta de la columna del Palacio

Respecto a la zona baja del palacio (ver Ilustración 47), hallamos unas escaleras con muros a los lados. Desde la perspectiva de las escaleras, los muros que las rodean muestran como si se tratasen de dos triángulos cuya hipotenusa no es una línea recta, sino una línea escalonada, debido al perfil que dibujan los escalones sobre el muro, pero desde la perspectiva exterior a las escaleras, se observa que los muros son rectángulos. Los muros están decorados con líneas horizontales paralelas entre sí siendo una de color blanco y otra amarillo simultáneamente.

Ilustración 47: Parte del alzado del Palacio

Finalmente, justo debajo de la estructura central del palacio, hay un patio que presenta bastante geometría. Al fondo, en las puertas, encontramos cuatro pequeñas columnas (ver Ilustración 48) divididas en cuatro partes, de abajo hacia arriba, nos encontramos una sección de prisma de 14 lados. Los lados de este prisma son cóncavos. Sobre esto encontramos apoyado una sección de esfera, cortada a la mitad, y cortada su sección inferior a modo de símil, sería como si en el globo terrestre se mantuviera la sección desde el ecuador hasta el círculo polar antártico. Sobre esta sección, encontramos un prisma cuadrangular de poca altura, y sobre él finalmente, 4 columnas con forma cilíndrica.

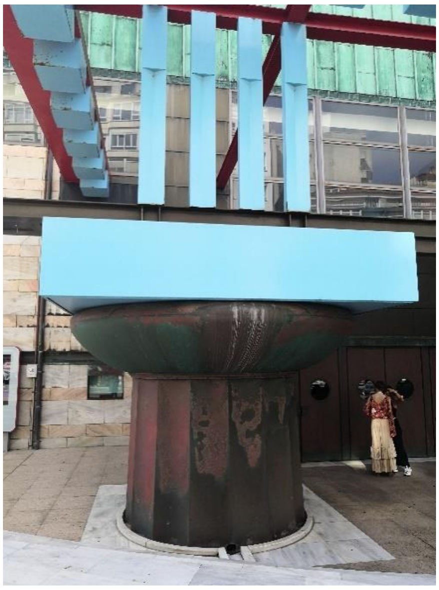


Ilustración 48: Columna del Palacio

A los lados de las puertas hay unos bajos protegidos por barras con forma cilíndrica. En medio del patio, se encuentra la figura completa de lo que nos encontramos empotrado en las puertas del palacio. Aquí (ver Ilustración 49) se observaría el prisma mencionado, y se puede notar la concavidad de los lados de la base, lo que hace que los lados del prisma sean semejantes a una sección de cilindro.

Ilustración 49: Prisma situado en el patio

En cuanto al perfil (ver Ilustración 50), en primer lugar, podemos verificar que la estructura central del Palacio presente una forma escalonada en su tejado.

Ilustración 50: Perfil derecho del Palacio

Desde esta vista frontal, se puede observar la existencia de pequeños cuadrados uno inscrito en otro, uno blanco y uno gris, sobre el tejado del palacio, estas figuras son paneles solares. (ver Ilustración 51)

Ilustración 51: Paneles solares del tejado del Palacio

En referencia a la planta del auditorio (ver Ilustración 52) nos confirma la existencia de simetría, y nos muestra, que la estructura del palacio ocupa una parcela rectangular. La estructura principal es un rectángulo, donde se situan los paneles solares, que vistos desde el aire son retangulares. Los escalones que conforma el techo se distinguen ligeramente gracias a las lineas que conforman el cambio de altura, y que además, separa los paneles solares en 4 secciones, una por cada altura. Enfrente de la última sección de paneles, encontramos las tres partes principales que se observan desde la vista de frente del palacio. Una de ellas es más amplia (la superior), mientras que las otras dos son más estrechas. Enfrente de ellas se encuentra el patio y se pueden observar las figuras que se describían, colocadas 3 a cada lado, describiendo una especie de pasillo. Estas figuras se encuentran en un patio con forma cuadrada, que desemboca en las escaleras y rampas de entrada al palacio. Las escaleras vienen reflejadas como esa sección blanca de la imagen con forma rectangular, mientras que las rampas dibujan un zig-zag.

Se podría definir la parcela rectangular que ocupa el Palacio, como un rectángulo plateado, ya que sus proporciones se asemejan a este tipo de figura.

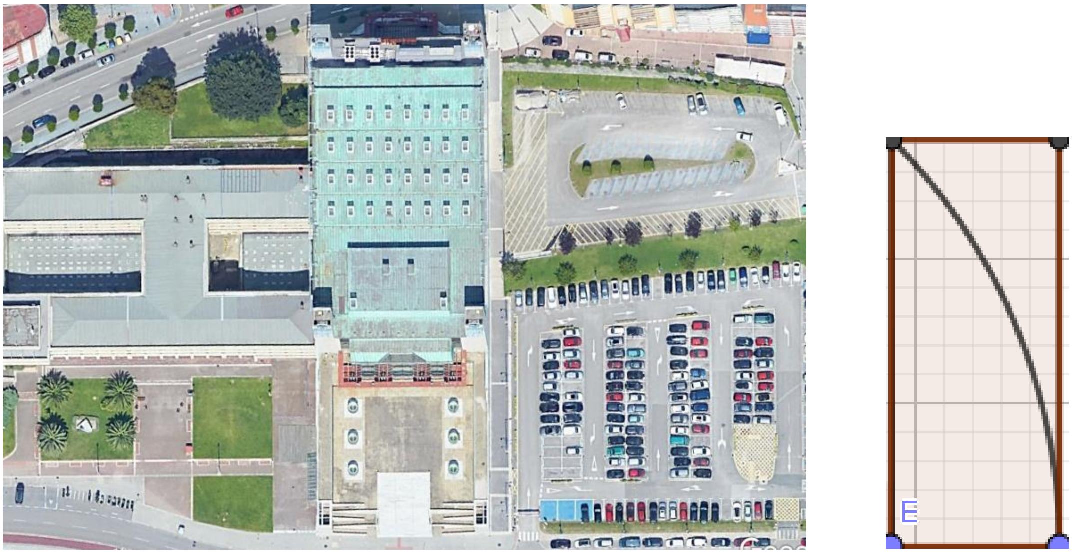


Ilustración 52: Planta del Palacio de Festivales y rectángulo plateado.

Finalmente, dos figuras halladas en las puertas del auditorio (ver Ilustración 53) son un círculo y un sector circular que representa un cuarto de círculo, tal y como se ve en la imagen.

Ilustración 53: Puerta del auditorio

3.6. AVENIDA REINA VICTORIA

Esta avenida de Santander es una de las más concurridas, especialmente en verano, ya que es una de las calles que conecta la zona centro de Santander con la zona de las playas. Esta calle abarca aproximadamente, desde el Palacio de Festivales hasta la Plaza de Italia (ver Ilustración 54). En sus aproximadamente 2 kilómetros se pueden observar numerosos aspectos geométricos. En esta ruta, el trayecto se acortará hasta el kilómetro y medio aproximadamente, lugar donde se encuentra la estatua de José del Río Sainz, y lugar más cercano al Palacio de la Magdalena.

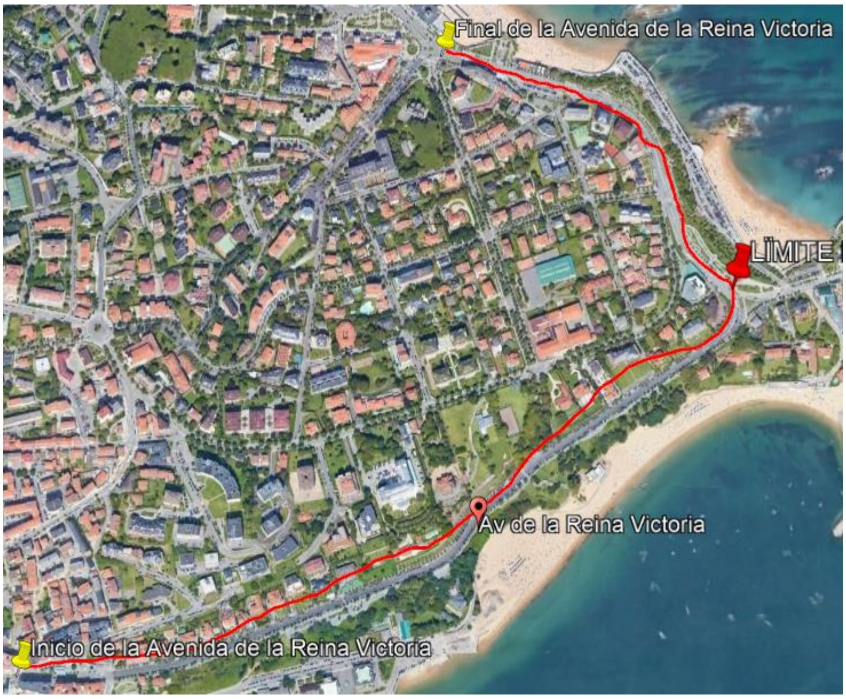


Ilustración 54: Recorrido de la Avenida Reina Victoria

Dejando atrás el Palacio de Festivales, e iniciando el camino hacia el Palacio de la Magdalena, debemos cruzar el kilómetro y medio que abarca parte de la Avenida de la Reina Victoria, repleta de figuras geométricas en todo su recorrido.

En primer lugar, se analizarán las construcciones que vayan apareciendo en el camino. Tras esto, analizaremos las barandillas y los pilares que las sustentan, con sus peculiares diseños, y, por último, se observará el diseño de diversos objetos y espacios hallados en el camino tales como macetas o farolas, entre otros.

La primera construcción que se topa en el camino es una especie de galería construida en base a dos figuras geométricas, cilindros utilizados como columnas, en posición vertical, y vigas con forma de prisma cuadrangular, que se encuentran en perpendicular a las columnas, formando un techo (ver Ilustración 55). Los cilindros se encuentran equidistantes unos de otros en dos filas. Encima de cada fila de cilindros hay un soporte sobre el que se sitúan las vigas, paralelas unas a otras.

Ilustración 55: Estructura con forma de pasarela en la Avenida Reina Victoria

Continuando por la avenida, hallamos un monumento al periodista José Estrañi i Grau (ver Ilustración 56). Se trata de una fuente que está decorada con unas grandes columnas en su parte trasera. Estas columnas son 8 prismas de base cuadrangular separadas en dos partes, 4 en un lado y 4 en otro lado, en cuyas partes superiores se encuentra una viga con forma de hexaedro irregular apoyado en ellas.

Ilustración 56: Monumento a José Estrañi i Grau

Sobre la fuente, se puede comentar que la pila donde reside el agua posee una forma geométrica llamativa, descriptible en base a dos figuras conocidas (ver Ilustración 57). En primer lugar, al frente de la fuente en sí, se situaría un paralelogramo, presumiblemente un rectángulo, que en su lado más alejado de la fuente se solaparía con una porción de circulo formada por un arco y lo que se supone que sería la cuerda que fragmenta el círculo.

Ilustración 57: Pila de la fuente de Estrañi i Grau

Por último, destacamos la presencia de pequeños sectores circulares, que a simple vista parecen cuartos de círculo, situados en las esquinas inferiores de la estructura (ver Ilustración 58).

Ilustración 58: Detalle de la fuente de Estrañi i Grau

Tras analizar estas estructuras, pasamos a observar las barandillas que acompañan y proegen el recorrido entero de la Avenida. Estas barandillas se basan en una simple serie pilar-barandilla-pilar. Entre los pilares, encontramos dos barandillas, una superior y otra inferior, paralelas, y que en su zona central coexisten en la formación de un estampado qu decora el recorrido. Este estampado no es siempre igual, sino que existen tres tipos.

El más usual, y que más se repite a lo largo del paseo está formado por un cuadrado (ver Ilustración 59). Este cuadrado está dividido por uno delas columnas que apoya la barandilla y la estabiliza. Esta columna divide el cuadrado en dos mitades iguales, y se podría tomar como uno de los ejes de simetría de la figura.

Ilustración 59: Diseño de barandilla 1

Desde el punto medio del cuadrado, salen 4 rectas, dos hacia la derecha y dos hacia la izquierda, que a medida que van acercandose a los lados del cuadrado van curvandose hacia ellas mismas formando una espiral. Por lo tanto poseemos 4 espirales dentro del cuadrado, las superior izquierda e inferior derecha tornan en sentido horario, mientras que la superior derecha y la inferior izquierda tornan en sentido antihorario.

En segundo lugar, cada vez que hay un banco de piedra incrustado en las barandillas, se reproduce esta decoracion en ellas (ver Ilustración 60). Partimos de un rectángulo formado por las barandillas,

En la parte central del rectángulo, nos encontramos las mismas figuras de igual medida que en la decoración 1, pero en este caso, obtenemos 4 detalles nuevos. Desde el centro del rectángulo, salen otras 4 rectas, más prolongadas que las primeras, y que a medida que van alejandose del centro del rectángulo, sus extremos van formando una espiral, en el caso de los salientes superior izquierdo e inferior derecho, esta espiral toma el sentido horario, mientras que las superior derecha e inferior izquierda, toman el sentido antihorario.

Ilustración 60: Banco de piedra de la Avenida, junto con un nuevo diseño

Por último, la decoración restante en las barandillas es la más compleja, y se encuentra situada en pequeños salientes del camino, con forma de balcón, enfrente de un banco de piedra como se oberva en la imagen (ver Ilustración 62).

Esta decoración (ver Ilustración 61), parte, al igual que la anterior, de un rectángulo, pero con la diferencia notable, de una base de tamaño más reducido. Este rectángulo se asemeja a un rectángulo cordobés, Partiendo de los puntos medios de las alturas del rectángulo, se proyectan 4 rectas con direccón el centro del rectángulo, que van tomando forma de espiral a medida que se va aproximando a su extremo. Los salientes superiores ascienden y los inferiores descienden, y a medida que van tornando en espiral, toman su dirección hacia el centro del rectángulo. En estas espirales, se observa la relación de tangencia en 2 partes, En primer lugar con la espiral que tienen al lado, en segundo lugar con la espiral que tienen encima o debajo dependiendo de su disposición inicial.

Además de estas figuras, se presentan nuevas espirales en este decorado, tanto dentro del rectángulo inicial como fuera. Las de dentro se disponen cada una de igual forma, salen de cada una de las espirales anteriormente descritas. Estos salientes toman la dirección del lugar de donde salieron cada una de las espirales que las contiene, y a medida que se acercan a su inicio, van tornandose cada hacia una dirección dependiendo de su demarcación, las inferiores hacia abajo y las superiores hacia arriba.

Finalmente, encontramos en el exterior del rectángulo, saliendo del miso punto que las espirales inicialmente descritas, 4 salientes en dirección opuesta al rectángulo, dos a cada lado, donde se forman 4 espirales. Las dos superiores van ascendiendo y girando hacia abajo, mientras que las inferiores van descendiendo, hasta que comienzan a girar hacia arriba.

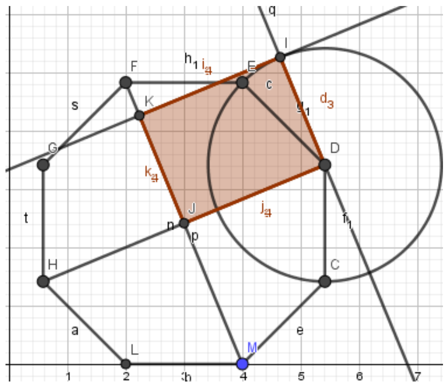


Ilustración 61: Diseño 3 de barandillas y rectángulo cordobés

Ilustración 62: Pequeño balcón de la Avenida

En estos tres casos desritos, la intención del arquitecto fue reflejar una simulación del oleaje del mar en las barandillas de la Avenida de Reina Victoria.

Estas barandillas van fijadas en el camino a pilares que se colocan de forma sucesiva a lo largo del paseo. Estos pilares son todos de igual forma. Un cilindro de piedra que en su parte superior no posee una cara plana, sino que posee una semiesfera, todo junto en una figura maciza. La diferencia entre cada uno de los pilares es que muestra un diseño diferente en una pequeña decoración que se encuentra bajo la semiesfera. Estos son los 5 ejemplos de decoración.

La primera posee tres tipos de arcos, y una cometa. Los arcos van procuciendose simultáneamente, cuando termina uno comienza otro, así hasta terminar la serie. (ver Ilustración 63).

Ilustración 63: Diseño de pilares 1

La segunda, es una serie formada por pequeños cuadrados de colores (ver Ilustración 64).

Ilustración 64: Diseño de pilares 2

La tercera mediante espirales, simula un oleaje (ver Ilustración 65).

Ilustración 65: Diseño de pilares 3

La cuarta posee circulos acompañado de dos formas abstractas. (ver Ilustración 66).

Ilustración 66: Diseño de pilares 4

Por último, la quinta esta formada por una serie de tres flechas sucesivas que culminan en un círculo con un hexaedro irregular en su centro (ver Ilustración 67).

Ilustración 67: Diseño de pilares 5

Finalmente, durante el paseo, se encuentran diversas formas geométricas que se van repitiendo en su kilómetro y medio de distancia. La primera de ellas son las pequeñas parcelas sobre las que se encuentran los árboles del camino.

Estas parcelas, son una figura compuesta por un rectángulo y dos semicírculos a los lados, de diámetro ligeramente menor al lado pequeño del rectángulo. La única diferencia en el camino, es la longitud de la base del rectángulo, puesto que hay parcelas pequeñas que contienen un árbol, y parcelas más largas que contienen mayor número de árboles. (ver Ilustraciones 68 y 69)

Ilustración 68: Parcela pequeña en la Avenida

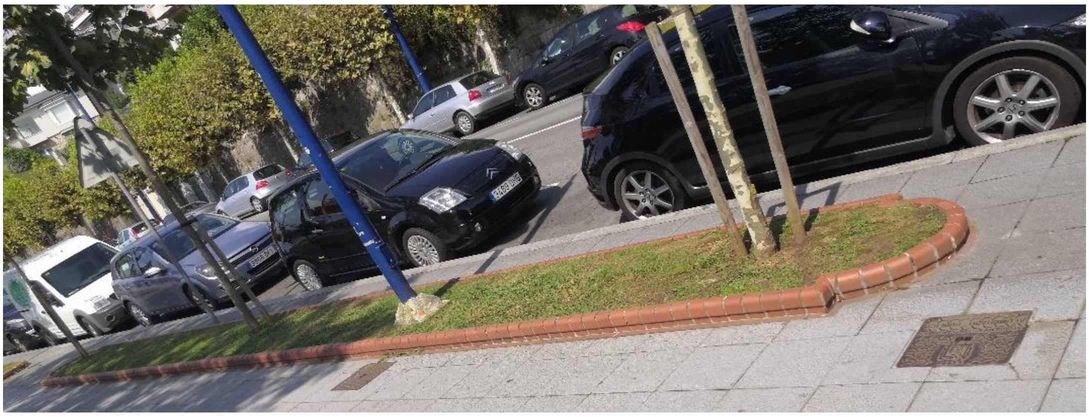


Ilustración 69: Parcela amplia de la Avenida

Finalmente otra figura geométrica llamativa, es la que forman las farolas de toda la calle (ver Ilustración 70). Estas farolas, están formadas por un mástil vertical largo, que en su parte superior posee un saliente perpendicular a él, donde en su extremo, cuelga un farol. En el saliente perpendicular, en su parte inferior, observamos una figura geométrica. Esta figura, puede ser parte de una figura geométrica mayor.

Esta figura primitiva, sería un cuadrado con un círculo inscrito en ella, y la figura resultante que observamos en la farola, sería una sección de esta figura, para ser más concretos, el cuadrante superior derecho de dicha figura.

Ilustración 70: Farola de la Avenida

3.7. PALACIO DE LA MAGDALENA

Tal y como se relata en la página oficial del palacio, este edificio es el más emblemático de Santander, que se encuentra situado en la zona más alta de la Península de la Magdalena. Fue construido entre 1908 y 1912 como presente a los reyes de la época, Alfonso XIII y Victoria Eugenia, en forma de residencia de verano. Esta es una de las obras de ingeniería civíl más notables del norte de España. (palaciomagdalena.com)

A la hora de analizar la geometría del espacio, vamos a analizarlo en cada una de las vistas del Palacio. En primer lugar, una visa general a todo el bloque, y tras esto se analizaran los diferees aspectos llamativos de su fachada y sus aledaños.

El Palacio de la Magdalena está dividido en 3 flancos, el flanco izquierdo u oeste, el flanco derecho o este, y el flanco norte o superior (ver Ilustración 71).

Ilustración 71: Planta del Palacio de la Magdalena

Tanto en el final del flanco oeste como en el del este, sus laterales culminan con tres tejados grandes con forma triangular. Estas caras del palacio son muy similares entre ellos (ver Ilustraciones 72 y 73).

Ilustración 72: Cara oeste del Palacio

Ilustración 73: Cara este del Palacio

En ambas imágenes se observa la presencia de tres triangulos en sus tejados. En el flanco oeste, el ancho de la fachada es más grande que en el flanco este, y se puede observar, por la cantidad de ventanales observables en ambas fachadas. Cabe destacar, que se observan tres niveles de ventanales, en la planta inferior, son de mayor altura, y la anchura varia dependiendo del numero de dividiones que posea el ventanal. Cada una de las divisiones del ventanal posee el mismo ancho. Su diseño se basa en un rectángulo de base más pequeña que la altura y que a medida que va ascendiendo de planta, la altura del ventanal se ve reducida. Los ventanales son de este tipo en casi toda la fachada del edificio.

Ilustración 74: Cara sur del Palacio

En la zona sur del palacio (ver Ilustración 74), se observan numerosas formas geométricas, desde los triángulos equiláteros rojos tan llamativos, situados en los tejados, pasando por los numerosos ventanales rectangulares de diferentes tamaños y medidas, pasando por las dos torres una más visible a la izquierda de la imagen, y otra menos visible a la derecha.

Estas torres son de base octogonal, la superior es la zona más alta del Palacio donde se encuentran situadas las banderas (ver Ilustración 75). En las caras del prisma octogonal que están de cara al exterior se encuentran ventanales rectangulares. Antes de llegar a la planta baja del torreón, encontramos un pequeño balcón con un estampado peculiar.

Ilustración 75: Torre superior del Palacio

Este estampado consta de cinco circulos sucesivos, en cuyo interior se encuentra plasmada una especie de espada (ver Ilustración 76)

Ilustración 76: Decorado de los muros del Palacio

La torre pequeña, posee en su interior otro prisma de base octogonal, simulando una torre interna (ver Ilustración 77). En la fachada de la torre, los ventanales son idénticos a los que encontrabamos en las zonas este y oeste, que se mencionaba al comienzo, puesto que a medida que se va ascendiendo la altura de las ventanas van descendiendo.

Ilustración 77: Torre pequeña del Palacio

En cuanto a los dos tejados rojos tan visibles en la fachada sur, observamos dos estampados que nos muestran diferentes formas geométricas (ver Ilustración 78). En el tejado, en primer lugar, se observa un estampado formado por varios cuadrados que tienen dibujadas sus diagonales (ver Ilustración 79).

Ilustración 78: Tejado del Palacio con estampado

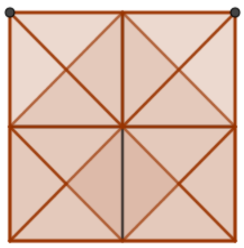


Ilustración 79: Representación del estampado del tejado

Además, aparte del estampado en la fachada, en el balcón se puede observar una secuencia formada por rombos (ver Ilustración 80). Estos rombos están formados debido a la consecución de paralelas. Esta consecución de paralelas viene determinada por las diagonales que posee cada cuadrante del balcón. Al trazar paralelas de estas diagonales, la consecuencia es la formación de los rombos que se ven en el balcón (ver Ilustración 81)

Ilustración 80: Estampado de un balcón del Palacio

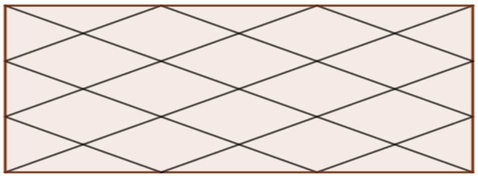


Ilustración 81: Representación del estampado

En este tejado, se observa un estampado completamente diferente al anterior (ver Ilustración 82). Aquí nos encontramos con un tablero de cuadrados, en donde en cada esquina se han dibujado circulos, de tal manera que estos circulos sean tangentes entre elloss, y en la zona donde los circulos no se puedan tocar, encontramos pequeños rombos con sus lados curvos cóncavos (ver Ilustración 83).

Ilustración 82: Tejado con estampado II

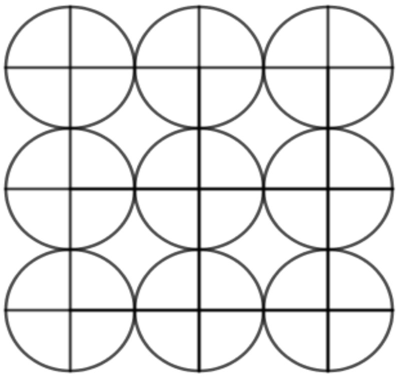


Ilustración 83: Representación del estampado

Además, en la parte inferior de las ventanas de este tejado, observamos un estampado diferente (ver Ilustración 84). En este caso, observamos cuadrados con sus diagonales dibujadas, y en cada triánngulo que describe las diagonales y el lado del triángulo, encontramos dos arcos que salen de las diagonales y convergen en el punto medio del lado del cuadrado. De esta forma se genera una especie de flor en el estampado.

Ilustración 84: Diseño balcón II

A lo largo de toda la fachada del palacio, en los balconesde las torres se encuentran diferentes estampados en los balaustres, como los siguientes. En primer lugar, tenemos un estampado en el que el círculo es el protagonista, situado en el centro, que en cuyo interior, se encuentran dos diámetros en forma de cruz (ver Ilustraciones 85 y 86).

Ilustración 85: Diseño de uno de los muros del Palacio

Ilustración 86: Representación del diseño

En este segundo lugar, encontramos otro balaustre con diferente decorado, donde se observan varios cuadrados sucesivos que contienen en su interior dibujadas las dos diagonales de cada uno, dejando visibles 4 triángulos en cada uno de los espacios (ver Ilustraciones 87 y 88).

Ilustración 87: Diseño II de los muros del Palacio

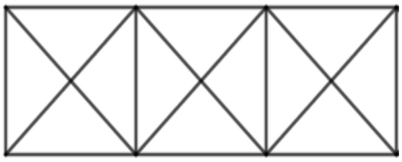


Ilustración 88: Representación del diseño

En cuanto a la zona norte del palacio, tanto los ventanales como el diseño de la fachada es similar al resto del palacio, excepto en la zona noroeste, donde encontramos una galería de piedra muy llamativa, utilizada como acceso al Palacio (ver Ilustración 89). En él encontramos principalmente un arco carpanel formado por 5 dovelas de piedra. Las dovelas, son piedras con forma de cuña cuyos lados superior e inferior están ligeramente curvados. Las tres dovelas centrales son sectores de una corona circular.

Ilustración 89: Acceso norte al Palacio de la Magdalena

ACTIVIDADES RUTA MATEMÁTICA

CENTRO BOTÍN

1. En la zona externa al centro existe un graderío, visto desde el aire ¿qué forma posee? Represéntalo mediante un boceto.

2. ¿Qué relaciones existen entre los discos o círculos que decoran la fachada del edificio?

3. ¿Qué figuras geométricas soportan el peso del edificio? ¿son iguales? Explica cómo están situadas.

PLAZA PORTICADA

4. Menciona y representa los tres tipos de arcos presentes en la plaza con el diámetro que desee.

5. ¿Qué relación está presente entre los cuadrados que conforman el suelo de la Plaza Porticada?

6. Explica de una forma aproximada, la disposición de rectángulos dentro de una ventana común de la Plaza Porticada.

PLAZA POMBO

7. ¿Cómo es la estructura de la marquesina de la plaza? Comenta la mayoría de los aspectos geométricos que observas en ella.

8. ¿Qué figuras geométricas encontramos en el suelo de la Plaza? Realiza un esquema del suelo de la plaza.

9. En la plaza, hay dos farolas peculiares, una a cada lado, ¿sobre qué estructura se sustentan? ¿qué figuras la componen?

PALACETE DEL EMBARCADERO

10. ¿Qué aspectos evitan la falta de simetría en el Palacete del Embarcadero de Santander?

11. ¿Qué figura principal conforma el tejado del Palacete del Embarcadero?

12. En la cúpula trasera y en el tejado principal existen dos estampados. Realiza un esquema de ambos y compáralos. ¿Son iguales?

PALACIO DE FESTIVALES

13. ¿Qué relaciones geométricas se pueden encontrar en el Palacio de Festivales? Explica qué y cómo se conforman.

14. En el patio del Palacio de Festivales, hallamos varias figuras geométricas iguales en él. Dibuja un esquema de su alzado y de su planta. ¿Cómo son sus caras laterales? ¿A qué se asemejan? ¿Cómo se denomina la orientación de sus caras laterales con respecto al centro de la figura?

15. ¿Qué figura hallamos que desentona con el color verde de la fachada principal?

AVENIDA REINA VICTORIA

16. Describe la figura se forma en la pila de la fuente que se encuentra en la avenida.

17. ¿Qué forma tienen los pilares que soportan las barandillas?

18. Las barandillas de la avenida, describen formas a lo largo de todo el recorrido ¿Cuántas figuras diferentes observas? Describe cómo es cada una y menciona si existe algún aspecto similar entre las figura.

PALACIO DE LA MAGDALENA

19. En el Palacio de la Magdalena hay situados dos torreones en el flanco sur. ¿Qué polígono consideras que tiene como base estos torreones?

20. Describe al menos tres estampados en la fachada o muros del Palacio de la Magdalena.

21. ¿De qué tipo es el arco que se encuentra en el palacio?

4. REFLEXIÓN FINAL

Como colofón de este trabajo, en primer lugar, agradecer la completa disposición de mi tutor de prácticas a la hora de proponerme ideas, proporcionarme materiales o simplemente dirigirme hacia el camino correcto en momentos que tomaba el camino erróneo.

Tras esto, me gustaría destacar que, desde el primer momento hasta el último, mi determinación y compromiso con este trabajo ha sido pleno, puesto que es un tema de mi interés.

En referencia al trabajo, ha sido una gran satisfacción demostrar que las matemáticas no son la mera representación de números en un papel, como considera mucha gente, entre ellos varios alumnos con los que he compartido 4 años de carrera, y como ellos mucha más gente que habrá en el mundo. Mediante este trabajo, he pretendido mostrar que todo lo que nos rodea se debe a las matemáticas, y que esto se debería mostrar desde el comienzo de la vida educativa, y se las debería otorgar la importancia que merecen.

Considero que este trabajo no debería quedar en un mero escrito, sino que debería llevarse a cabo, ya sea por mí o por otra persona que lo considere interesante, en algún momento, ya que está diseñado para desarrollarlo con un grupo de alumnos, y si en algún momento esto se consiguiera y algún alumno considerase llamativos estos contenidos y se declinase por el estudio de estas ideas, ya habría merecido la pena realizarlo.

Para finalizar este trabajo, me gustaría recordar mis primeras intenciones a la hora de elegir mis estudios. Me decliné por impartir docencia, destinado a las matemáticas o a dibujo técnico a un nivel superior, por lo que me recomendaron realizar una Ingeniería Civil que me sobrepasó, y acabé descarrilando a una clase de la Facultad de Educación, donde tras 4 años, finalizo mi Trabajo Final de Grado con una temática con la que empecé este camino, las Matemáticas, el Dibujo Técnico, y en conjunto, la Geometría.

5. BIBLIOGRAFÍA

Berini, M (2018). Paseos matemáticos para Educación Primaria. Una propuesta por la Coruña histórica y artística. Revista Pedagogía (Nº487) A Coruña, España.

BOC (2014). Decreto 27/2014, de 5 de junio, que establece el currículo de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Cantabria. Boletín Oficial de Cantabria, 29, 13 de junio de 2014. Recuperado de https://boc.cantabria.es/boces/verAnuncioAction.do?idAnuBlob=269550

Caballero, S; Aliaga, R; Alías, V; Bolea, J; Mora, J y Peretó, C (2002) Rutas matemáticas en Alicante. Societat D'educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana al-Kwarizmi.

Camargo, L (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría*. Revista Colombiana de Educación (Nº 60, pp 41-60).* Bogotá, Colombia.

Chamorro, M (2003). La enseñanza de la geometría en la educación primaria. Universidad Complutense de Madrid. Extraído de http://2633518-0.web-hosting.es/blog/didact_mate/Geometria_CChamorro.pdf

Chías, A (2016). Un paseo matemático por la Alhambra (Trabajo final de Grado). Universidad de Granada.

Corbalán, F. (2007) Rutas matemáticas por nuestra localidad. Sigma: Revista de matemáticas (Nº 30, pp 105-116)

Cuadrado, E (2016). Las matemáticas en Educación Infantil. Propuesta de observación e intervención en un aula de 5 años (Trabajo Final de Grado). Universidad Internacional de La Rioja.

Espeso, P (2016). GeoGebra, una práctica herramienta para aprender matemáticas. Revista Educación 3.0. Extraído de https://www.educaciontrespuntocero.com/recursos/herramienta-aprender-matematicas/35147.html

Gamboa, R y Vargas, G (2013). El Modelo de Van Hiele y la enseñanza de la Geometría. *Revista Uniciencia Vol. 27 (Nº1, pp 74-94).* Bogotá, Colombia.

Gardey, A y Pérez, J (2008). Definición de Aprendizaje. Extraído de https://definicion.de/aprendizaje/

Guerrero, F (2010). La Importancia de la Geometría en Primaria. *Revista digital Innovación y Experiencias Educativas (Nº36)*. Granada, España.

Guillén, G (2004). El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos: describir, clasificar, definir y demostrar como componentes de la actividad matemática. *Revista Educación Matemática Vol. 16 (Nº3, pp 103-125).* Valencia, España.

Gutiérrez, A y Jaime, A (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. *Tecné, episteme y didáxis, Revista de la Facultad de Ciencia y Tecnología (Nº 32, pp 55-70).* Colombia

Instituto GeoGebra de Cantabria. Extraído de https://geogebra.es

López, F (2012). Didáctica de las matemáticas. Modelo de Van Hiele. Enseñanza de la Geometría en España. España. Editorial Davinci, Colección Redes.

Mato, M; Espiñeira, E; Chao, R (2014). Dimensión afectiva hacia la matemática: resultados de un análisis en educación primaria. *Revista de Investigación Educativa, Vol. 32 (Nº1, pp 57-72).*

Merino, P (2016). Paseo matemático por Torrelavega (Trabajo Final de Máster) Universidad de Cantabria.

Miguel, J (2007) Un paseo por el Rinconín. Ed. Centro del Profesorado y Recursos de Gijón, Colección Materiales Didácticos de Aula.

Monzó, O; Puig, L y Queralt, T (2007). Rutas matemáticas por Valencia I: De la Torre de los Serranos al Jardín Botánico. Valencia, España. Universitat de Valencia.

Nuñez, A; Abad, E; Barandica, B; Fuente, M; Gómez, M y Martinez, E (2014). Santander, mirar y ver. Editoriales Universidad de Cantabria.

Ochaíta, E (1983) La teoría de Piaget sobre el desarrollo del conocimiento espacial. *Estudios de Psicología (Nº14, pp 93-108)*. Universidad Autónoma de Madrid.

Ortega, A (2015). Habilidades visoespaciales y matemáticas. Smartick. Extraído de https://www.smartick.es/blog/educacion/psico/habilidades-visoespaciales-matematicas/

Ruiz, J (2008). Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación (Nº 47*). Universidad de Camagüey, Cuba.

Ruiz, N y Atrio, S (2015) Influencia del nivel de competencia digital en la adquisición de competencias geométricas en un entorno GeoGebra. Facultad de Formación de Profesorado y Educación (UAM). Madrid, España.

Sanz, A (2018). Propuesta de un paseo matemático por Valladolid (Trabajo Final de Máster). Universidad de Valladolid.

Socas, M (2011) Aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas en Educación Primaria. Buenas prácticas. *Educatio Siglo XXI, Vol. 29 nº 2 · 2011, pp. 199-224.* Universidad de la Laguna.

Yagüe, R (2017) Una ruta matemàtica al meu poble, onda (Trabajo Final de Grado). Universitat Jaume I.