



Facultad de Educación

MÁSTER DE FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

**ANÁLISIS DE TUTORIALES SOBRE MATEMÁTICAS
EN REDES SOCIALES:**

**EL CASO DEL VALOR NUMÉRICO DE UNA EXPRESIÓN
ALGEBRAICA**

**ANALYSIS OF TUTORIALS ON MATHEMATICS IN
SOCIAL NETWORKS:**

**THE CASE OF THE NUMERICAL VALUE OF AN ALGEBRAIC
EXPRESION**

Zaira Báscones Blanco

Matemáticas

Directora: Pilar Sabariego Arenas

Curso 2018-19

Fecha: Octubre 2019

RESUMEN

En los últimos años los vídeos educativos en línea o tutoriales, están tomando cada vez más relevancia a la hora de dar apoyo o refuerzo al alumnado. Esto está haciendo que se empiece a plantear en el entorno educativo su idoneidad didáctica. Este trabajo pretende estudiar la idoneidad a través de su faceta epistémica y los niveles de algebrización de vídeos educativos de matemáticas sobre el valor numérico de expresiones algebraicas, siguiendo el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, de forma cualitativa. Se ha seleccionado una muestra de 42 vídeos en la plataforma YouTube^{ES} que serán valorados de dos maneras, como material de apoyo o refuerzo para el alumnado y como material didáctico para la implantación de la metodología Flipped Classroom para los docentes. Los resultados concluyen que aún con carencias y errores, dichos vídeos tienen una idoneidad media-alta si los consideramos como refuerzo, bajando esta idoneidad considerablemente en el caso de considerarlo como material para la metodología Flipped Classroom.

PALABRAS CLAVE

Vídeos educativos, idoneidad didáctica, faceta epistémica, enfoque ontosemiótico (EOS), Flipped Classroom.

ABSTRACT

In recent years, online educational videos or tutorials are becoming increasingly important when it comes to supporting or reinforcing students. This makes us wonder about their suitability in the educational environment.

This work aims to study suitability through its epistemic aspect and the levels of algebrization of educational videos of mathematics on the numerical

value of algebraic expressions, following the ontosemiotic approach of knowledge and the mathematical instruction through a sample of 42 videos which have been selected from the YouTubeES platform. These will be valued in two ways, as supporting material or reinforcement for students and as teaching material for the implementation of the Flipped Classroom methodology for teachers.

The results conclude that even with weaknesses and errors, these videos have a medium-high suitability if we consider them as reinforcement, lowering this considerable suitability when considering them as material for the Flipped Classroom methodology.

KEYWORDS

Educational videos, didactic suitability, epistemic facet, ontosemiotic approach (EOS), Flipped Classroom.

Nota: A lo largo del trabajo se utilizará el masculino genérico para referirse a ambos sexos con el fin de mejorar y facilitar la lectura y por motivos prácticos.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	4
OBJETIVOS	6
MARCO TEÓRICO	9
La introducción del álgebra en la ESO	9
Idoneidad didáctica y faceta epistémica.....	10
Flipped Classroom	15
MATERIALES Y MÉTODO.....	19
Muestra	19
Método	20
RESULTADOS	24
Niveles de algebrización	24
Lenguajes empleados	26
Reglas.....	28
Argumentos.....	32
Relaciones entre los objetos matemáticos	34
CONCLUSIONES.....	35
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	40
ANEXO I Desglose de los registros y representaciones lingüísticas	45
ANEXO II Valoración como refuerzo	46
ANEXO III Valoración como material didáctico	47

INTRODUCCIÓN

Las Tecnologías de Información y Comunicación (en adelante TICs) están presentes en los diferentes ámbitos de nuestra sociedad actual. Internet cada vez más accesible, en prácticamente cualquier lugar y con dispositivos móviles, ha provocado un aumento del uso de las redes sociales y, con ello, también ha aumentado el acceso a la información y la comunicación, facilitando, a todos los niveles, la renovación y mejora de procesos y actuaciones.

Si nos centramos en la educación, más concretamente en la Educación Secundaria, la inclusión de las TICs está siendo lenta, o muy lenta, si lo comparamos con otros ámbitos de la sociedad como el económico. Su necesidad ya no es motivo de debate, pero sí lo son las ventajas de su utilización, es decir, la mejor manera de aprovecharlas como herramientas que enriquezcan el proceso de enseñanza-aprendizaje, así como su incidencia en la cognición y procesos del pensamiento del alumnado y la forma en que influyen en la reestructuración del currículo educativo (Castillos, 2008).

De hecho, en el Decreto 38/2015, que establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria, ya se incluye la utilización de medios tecnológicos. Es más, el Bloque 1, transversal y común en toda la ESO y Bachillerato (Procesos, métodos y actitudes en matemáticas), tanto en Matemáticas Aplicadas como en Académicas, nos dice textualmente:

Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:

- a) la recogida ordenada y la organización de datos;
- b) la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos;
- c) facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico;
- d) el diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas;

- e) la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos;
- f) comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

En los docentes recae, entonces la responsabilidad de incluir las nuevas tecnologías de la manera que consideren más adecuada en su práctica diaria, lo que supone que la enseñanza con las tecnologías está condicionada a lo que ellos opinan y a las expectativas que estos tienen acerca del uso de estas herramientas (Sáez López, 2010, p.186).

Por otro lado, Internet es utilizado, cada vez más, como buscador de recursos por parte del alumno como apoyo y complemento a la clase. Ahí es donde intervienen los vídeos educativos en línea, también llamados tutoriales, que son cursos breves, en formato vídeo, que enseñan los fundamentos principales para poder utilizar algún tipo de producto o la técnica para poder realizar una cierta tarea. Hoy en día nos podemos encontrar con tutoriales de absolutamente cualquier cosa y, como no, con tutoriales sobre prácticamente todos los temas del currículo de Educación Secundaria Obligatoria (ESO en adelante) y Bachillerato, tanto de Matemáticas como del resto de materias. Existen varias plataformas o redes sociales en las que encontramos este tipo de vídeos, pero sin duda la más utilizada es YouTube™, “líder de vídeos en Internet en un gran número de países del mundo, entre ellos España” (Camacho & Alonso, 2010, p. 159).

Esta plataforma nació en 2005 y tiene versiones para 104 países, entre ellos España con YouTube^{ES}. Está disponible para los navegadores web más difundidos, es sencillo, respetando ciertas normas, subir vídeos profesionales y amateur y tiene adaptación móvil, de ahí que haya una gran cantidad de material de fácil acceso y de prácticamente cualquier tema. En particular, hay muchos youtubers (este es el nombre de las personas que suben los vídeos a esta plataforma) que se dedican a subir tutoriales de Matemáticas. Vídeos de corta duración en los que se explican temas concretos o que ayudan a la resolución de ciertos procedimientos de forma más o menos sencilla. De ahí

que los vídeos de la plataforma YouTube™ sean generalmente aceptados por el alumnado e incorporados como medio de aprendizaje de las Matemáticas (Ramírez, 2010).

No es de extrañar entonces que los alumnos utilicen esta herramienta, tan accesible para la mayoría, ya que les posibilita visionar los vídeos en casa, o en cualquier sitio con acceso a Internet, a través del ordenador, móvil o tableta, y en cualquier momento. Pueden detenerlo y volver a visionarlo cuantas veces necesiten, hasta que el concepto es comprendido. Y ahí es donde aparece su conexión con alguna propuesta pedagógica como es el “Flipped Classroom” o “método de aula invertida”, que más adelante se tratará.

Pero esta diversidad y fácil acceso genera serias dudas y hace plantearse algunas preguntas acerca de cómo estos vídeos o recursos son diseñados y de qué estándares de aprendizaje y enseñanza, de cierta disciplina, queremos fomentar para una correcta comprensión conceptual (Borba, Askar, Engelbrecht, Gadaniadis, Linares y Aguilar, 2016, p. 606). Y no solo eso, sino que, al ser contenidos sin ningún control didáctico, se pueden encontrar errores, además de falta de adecuación a cada nivel, por lo que se ve necesario que las didácticas de cada rama estudien la idoneidad de estos recursos para alcanzar los objetivos perseguidos.

OBJETIVOS

A partir de esta problemática planteada, en este trabajo se pretende estudiar, desde un punto de vista epistemológico, los vídeos educativos online, o tutoriales, de YouTube^{ES}, más vistos por los usuarios.

La cantidad de estos vídeos es tal que hace necesario concretar el objeto de estudio para poder evaluar la idoneidad didáctica. Por ello se escoge, dentro del currículo de Matemáticas de 1º de la ESO, “el valor numérico de una expresión algebraica”, dentro del Bloque 2, Números y Álgebra, del Decreto 38/2015 que establece el currículo de la ESO y del Bachillerato en la

Comunidad Autónoma de Cantabria. En la siguiente tabla se reflejan los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje de este bloque para Álgebra.

Tabla 1: Extracto del Decreto 38/2015 sobre el currículo de Matemáticas 1º ESO, Bloque 2.

CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLE
Iniciación al lenguaje algebraico. Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa. Valor numérico de una expresión algebraica. Operaciones con expresiones algebraicas sencillas.	6. Analizar procesos numéricos cambiantes, identificando los patrones y leyes generales que los rigen, utilizando el lenguaje algebraico para expresarlos, comunicarlos, y realizar predicciones sencillas sobre su comportamiento al modificar las variables. <i>Con este criterio se pretende comprobar la capacidad de identificar y describir regularidades, pautas y relaciones en conjuntos de números, utilizar letras para simbolizar distintas cantidades y obtener expresiones algebraicas como síntesis en secuencias numéricas, así como el valor numérico de fórmulas sencillas.</i> 1º) Competencia lingüística. 2º) Competencia matemática. 2º) Competencias básicas en ciencia y tecnología.	6.1 Describe situaciones o enunciados que dependen de cantidades variables o desconocidas y secuencias lógicas o regularidades, mediante expresiones algebraicas, y opera con ellas. 6.2 Identifica propiedades y leyes generales a partir del estudio de procesos numéricos recurrentes o cambiantes, las expresa mediante el lenguaje algebraico y las utiliza para hacer predicciones.

7. Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas sencillos. <i>Se pretende comprobar la capacidad para expresar algebraicamente situaciones de la vida cotidiana, así como la resolución de problemas sencillos que impliquen la obtención del valor numérico en fórmulas simples con una sola letra.</i> 1º) Competencia lingüística. 2º) Competencia matemática. 3º) Competencia digital.	7.1 Formula algebraicamente una situación de la vida real y comprende su significado. 7.2 Realiza operaciones sencillas con expresiones algebraicas.
--	--

Este estudio tratará de dar respuesta, considerando su idoneidad didáctica, a las siguientes preguntas:

- 1.- ¿Los vídeos educativos online satisfacen las necesidades de apoyo o refuerzo del alumnado para el tema escogido?
- 2.- ¿En qué medida estos vídeos sirven de herramienta para el proceso de enseñanza del profesorado para implementar una metodología Flipped Classroom?

Por lo tanto, se realizará el análisis desde dos puntos de vista: uno como refuerzo para el alumnado y otro como material para los docentes, en especial para aquellos que siguen, o están interesados en utilizar, una metodología Flipped Classroom.

MARCO TEÓRICO

La introducción del álgebra en la ESO

El álgebra es un bloque que corresponde temporalmente a la Educación Secundaria. Los alumnos que comienzan 1º de la ESO nunca antes han trabajado con álgebra, por lo que como dice el Currículum de Secundaria en la introducción de la asignatura de Matemáticas, “las destrezas algebraicas se desarrollan a través de un aumento progresivo en el uso y manejo de símbolos y expresiones desde el primer año de secundaria al último” (Decreto 38/2015 de Cantabria).

En 1º de la ESO se produce el primer contacto de los alumnos con la asignatura de Álgebra, ya que ésta no se trabaja en la Educación Primaria. “Muchos de ellos, incluso algunos de los que se consideran más capacitados para las matemáticas, encuentran grandes dificultades cuando inician su aprendizaje del álgebra” (Ruano, Socas y Palarea, 2008, p.61).

Desde la introducción al álgebra, se busca educar a los alumnos en el orden, la claridad y la buena presentación de los trabajos. También se quiere hacer una primera aproximación al uso de estrategias y técnicas sencillas, de iniciación en la resolución de problemas. Para ello, se ha de poner especial énfasis en cuidar y trabajar la expresión verbal de sus estrategias, sus pensamientos y sus conclusiones.

Cabe destacar la importancia de la introducción al álgebra, ya que es donde comienza la transición de la aritmética al álgebra, proceso que va a establecer las bases para las matemáticas de los cursos posteriores. Con el álgebra aparecen grandes dificultades para los estudiantes al enfrentarse a nuevos conceptos y procesos que les obligan a reestructurar lo que ya saben.

Los obstáculos o dificultades a las que tienen los alumnos con el cambio (la carencia en formalización de métodos de resolución, interpretación errónea de las letras y no entender correctamente la notación y de las reglas

algebraicas, por ejemplo), han sido explicadas por algunos autores (Booth y Johnson 1984), por los "errores conceptuales" de los alumnos, como consecuencia de la forma de enseñanza de la aritmética.

En términos generales, podemos decir que la mayoría de las explicaciones propuestas dentro de las perspectivas conceptualistas primitivas presuponen que el marco de referencia aritmético -esto es, el hecho de que los adolescentes, al comenzar el estudio del álgebra, continúan utilizando las nociones y los enfoques que usaban en aritmética (Kieran y Filloy, 1989)- puede dar cuenta de las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje inicial del álgebra y de los errores que cometen. (Gascón, Bosch y Bolea, 2001, p.30).

Para solucionar estos problemas, y teniendo en cuenta el fácil acceso a los tutoriales, los alumnos cada vez los utilizan más como apoyo o complemento a sus clases.

Idoneidad didáctica y faceta epistémica

Esta investigación se realiza utilizando un método cualitativo, de carácter interpretativo-valorativo. Se apoya en herramientas proporcionadas por el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticas (EOS).

Este enfoque "es un marco teórico que ha surgido en el seno de la Didáctica de las Matemáticas, con el propósito de articular diferentes puntos de vista y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje" (Godino, 2013, p.114). Se consigue así adoptar una perspectiva global, teniendo en cuenta las diferentes dimensiones e interacciones, resaltando el carácter multidimensional y relacional de la enseñanza de las matemáticas.

Se define la idoneidad didáctica "como criterio general de adecuación y pertinencia de las acciones de los agentes educativos, de los conocimientos puestos en juego y de los recursos usados en un proceso de estudio

matemático” (Godino, 2012, p.55), así se puede decir que la idoneidad didáctica tiene como principal indicador práctico el índice de adaptación entre los conocimientos logrados por los estudiantes y los significados implementados por la propia institución (Aroza, Godino y Beltrán-Pellicer, 2017, p.143). Por lo tanto “es relativa a unas circunstancias temporales y contextuales cambiantes, lo que requiere una actitud de reflexión e investigación por parte del profesor y demás agentes que comparten la responsabilidad del proyecto educativo” (Godino, Batanero y Font, 2007, p.15; Godino, 2017, p.13).

Podemos decir entonces que la idoneidad didáctica es entendida como la manera en que un procedimiento posee ciertas características que lo califican como adecuado tanto para lo que los alumnos pueden entender (aprendizaje) como para lo que institucionalmente se pretenda mostrar o implementar (enseñanza). Siguiendo esta idea Godino et al. (2007) concretan unos componentes de la idoneidad didáctica, reflejados en la siguiente figura:

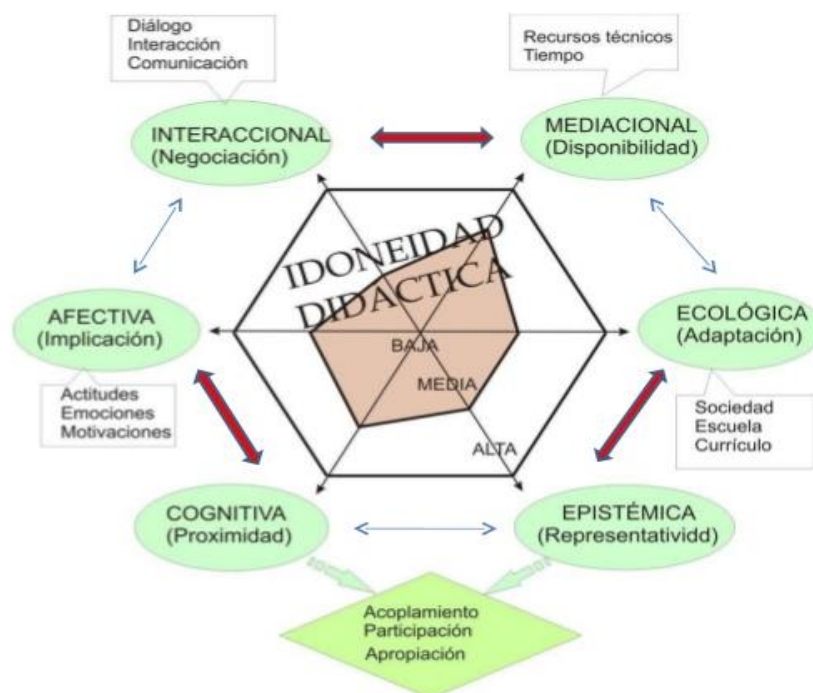


Figura 1: Componentes de la idoneidad didáctica descritos por Godino, Batanero y Font (2007) en su versión ampliada en español “Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática” (2009, p.16).

Del mismo modo, podemos decir que estudiar la idoneidad didáctica “puede ser útil para analizar aspectos parciales de un proceso de estudio, como un material didáctico, un manual escolar, respuestas de estudiantes a tareas específicas, o incidentes didácticos puntuales” (Godino, 2013, p.118).

Estas seis facetas, que aparecen en la Figura 1, epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional, son la base de Godino (2013) para construir unos criterios generales de idoneidad. Estos criterios, o indicadores, de idoneidad didáctica sirven de herramientas para el estudio y evaluación de los procesos de instrucción matemáticos (Breda, Pino-Fan y Font, 2017, p.1893).

Es consecuente, entonces, apoyar este estudio con estas herramientas teórico-metodológicas, ya que los criterios o componentes que sirven para fijar diferentes niveles de razonamiento algebraico, en adelante niveles de algebrización, están basados en los objetos y procesos matemáticos implicados en la propia actividad matemática, de acuerdo con el enfoque ontosemiótico (Godino et al., 2007; Godino, 2012).

Los niveles de algebrización se asignan a la actividad matemática que realiza el sujeto que resuelve un problema o tarea matemática, no a las propias tareas, las cuales se pueden resolver de distintas maneras, pudiendo poner en juego una actividad algebraica diferente (Godino, Neto, Wilhelmi, Aké, Etchegaray y Lasa, 2015, p.119)

Se definen en primer lugar tres niveles, partiendo de la Educación Primaria, “teniendo en cuenta los tipos de representaciones usadas, los procesos de generalización implicados, y el cálculo analítico que se pone en juego en la actividad matemática correspondiente” (Godino y Burgos, 2017, p.53). En Godino et al. (2015) se amplían esos niveles a partir de la inclusión de otros tres para analizar la actividad matemática en Educación Secundaria. Estos niveles son de un razonamiento algebraico superior al que interviene en nuestro estudio, ya que “lograr el dominio del nivel 3 suele ser un objetivo central en el primer curso de Secundaria” (Godino et al., 2015, p.123).

En la Figura 2 se resumen los criterios que se tienen en cuenta para después definir en la Tabla 2 todos los niveles de algebrización.

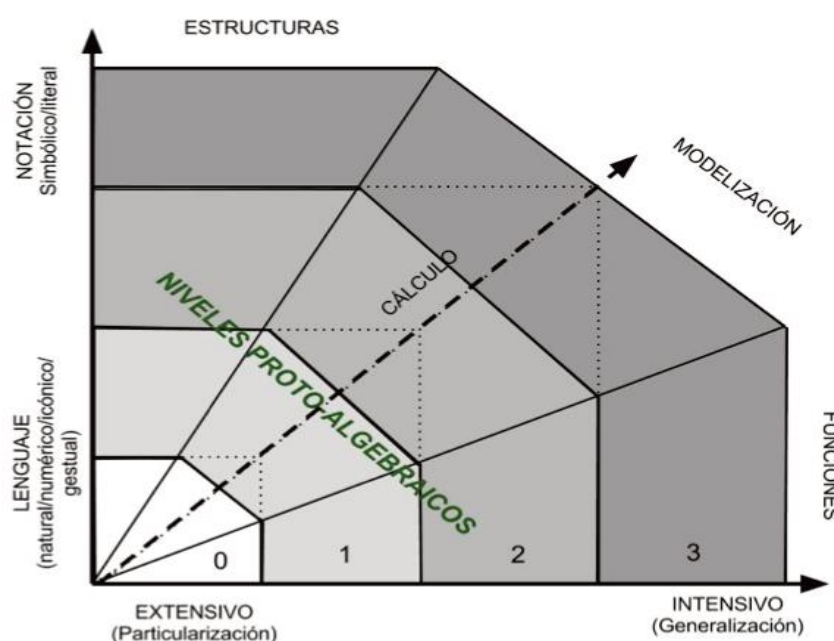


Figura 2: Niveles proto-algebraicos de razonamiento matemático (Fuente: Godino et al., 2014, p. 216).

Tabla 2: Rasgos característicos de los niveles de razonamiento algebraico elemental (Godino et al., 2015; Godino y Burgos, 2017; Beltran-Pellicer, Giacomone y Burgos, 2018).

NIVEL	OBJETOS	TRANSFORMACIONES	LENGUAJES
0	Intervienen objetos intensivos de primer grado. En tareas estructurales pueden intervenir datos desconocidos.	Se opera con objetos intensivos de primer grado (números particulares).	Natural, numérico, icónico, gestual; pueden intervenir símbolos que refieren a objetos extensivos o datos desconocidos
1	Intervienen de manera implícita objetos intensivos de grado 2, esto es, clases de intensivos de grado 1.	Se aplican relaciones y propiedades genéricas de las operaciones con objetos intensivos de primer grado, tanto en tareas estructurales como funcionales.	Natural, numérico, icónico, gestual; pueden intervenir símbolos que refieren a los intensivos intervinientes.

2	Intervienen indeterminadas o variables como expresión de los intensivos de grado 2.	En tareas estructurales las ecuaciones son de la forma $Ax + B = C$. En tareas funcionales se reconoce la generalidad, pero no se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión.	Simbólico – literal, usado para referir a los intensivos reconocidos, aunque ligados a la información del contexto espacial y temporal.
3	Intervienen indeterminadas, incógnitas, ecuaciones, variables y funciones particulares.	En tareas estructurales las ecuaciones son de la forma $Ax + B = Cx + D$. Se opera con las indeterminadas o variables para obtener formas canónicas de expresión.	Simbólico – literal; los símbolos se usan de manera analítica, sin referir a la información del contexto.
4	Variables, incógnitas y parámetros; Familias de ecuaciones y funciones (Objetos intensivos con tercer grado de generalidad)	Hay operaciones con variables, pero no con los parámetros	Simbólico – literal; los símbolos son usados analíticamente, sin referir a información contextual.
5	Variables, incógnitas y parámetros; Familias de ecuaciones y funciones (Objetos intensivos con tercer grado de generalidad)	Hay operaciones con los parámetros y, por tanto, con objetos con un tercer grado de generalidad.	Simbólico – literal; los símbolos son usados analíticamente, sin referir a información contextual
6	Estructuras algebraicas abstractas (espacios vectoriales, grupos, anillos, ...) Relaciones binarias generales y sus propiedades. (Objetos intensivos con cuarto grado de generalidad)	Hay operaciones con los objetos que forman parte de las estructuras.	Simbólico – literal; los símbolos son usados analíticamente, sin referir a información contextual.

La expresión “objeto matemático” es usada como sinónimo de “concepto matemático”. Así un objeto intensivo es aquel que interviene de una manera general en un proceso o juego matemático, es una entidad general, abstracta, con la que se puede particularizar, apareciendo los objetos extensivos.

En el nivel 0 se entiende que hay una ausencia de rasgos algebraicos, pero no se puede decir que no intervengan objetos intensivos, sino que a estos

objetos se les atribuye un primer grado de intensión, como ocurre con los números naturales. Estos son también objetos intensivos por ser entidades generales y abstractas, que emergen de colecciones de objetos perceptibles y de las acciones que se realizan con ellos. La atribución de un carácter algebraico a una práctica matemática supone la intervención de intensivos al menos de un segundo grado de generalización, estos son clases o tipos de intensivos de primer grado.

Se entiende que se incrementa el grado de algebrización a medida que van interviniendo objetos intensivos de segundo (clases de intensivos de primer grado, como los conjuntos, y las clases o tipos de números) y tercer grado (como los parámetros y las familias de funciones y ecuaciones). Estos se expresan de manera alfanumérica y se opera con ellos de manera analítica, hasta llegar a las estructuras algebraicas abstractas, como son los grupos, los anillos y los espacios vectoriales, en el nivel 6 de algebrización.

Flipped Classroom

Prácticamente todos los autores están de acuerdo en que las personas, en nuestro caso el alumnado, tienen diferentes necesidades de aprendizaje y aprenden a diferentes ritmos. Sin embargo, los centros de enseñanza, y los programas de formación en general, imparten un volumen fijo y predeterminado de contenidos en un tiempo ya preestablecido (Reigeluth, 2012), como forma tradicional de enseñanza. Esto hace que alumnos que aún no han comprendido totalmente un contenido tengan que avanzar hacia uno nuevo donde les va a volver a pasar lo mismo, y que alumnos muy avanzados tengan que esperar, y con ello se aburran y lleguen a frustrarse, provocando finalmente que el grupo no avance.

Una de las metodologías que intentan evitar este problema descrito fue la que J. Bergmann y A. Sams, profesores de Química en la Escuela Secundaria de Woodland Park, Colorado, consolidaron en 2007 como el modelo de Flipped Classroom o del Aula Invertida, aunque fueron, realmente,

M.J. Lage, G.J. Platt, y M. Treglia quienes lo acuñaron en el año 2000. Bergman y Sams pensaron grabar las presentaciones con voz en forma de vídeo para que los alumnos que no asistían a clase las visualizaran y no tener que repetir los contenidos al día siguiente.

Se encontraron que estos vídeos eran visualizados también por los alumnos que sí que asistían a clase ya que les servían para aclarar dudas y repasar. Así se dieron cuenta de que:

El momento en que los alumnos necesitan que esté físicamente presente con ellos es cuando se atascan en un tema y necesitan mi ayuda personal. No me necesitan en el aula con ellos para darles contenidos; los contenidos lo pueden recibir por su cuenta. (Bergmann y Sams, 2014, p.18).

Comenzaron entonces a grabar todas sus clases. Las mandaban para que se visionaran en casa y así dedicaban las clases a trabajar en el laboratorio o a realizar problemas. Comprobaron que sus alumnos estaban aprendiendo más, por lo que pensaron que este modelo de clase era mejor que el tradicional.

El modelo *Flipped Classroom* es un modelo pedagógico en el que invierte el modelo tradicional del aprendizaje, es decir, las enseñanzas del docente, sus explicaciones, presentaciones, recomendaciones y sus orientaciones quedan grabadas en vídeos que los alumnos han de visionar en casa para estudiarlos, con la particularidad de que pueden ser vistos cuantas veces sea preciso si es que algún concepto o idea no quedó lo suficientemente claro. Y después, en el aula, con la interacción de los compañeros y la ayuda, apoyo y orientación del docente, se desarrollan los deberes o tareas que se solían realizar en casa (García, 2013).

De esta manera el profesorado deja de impartir clases magistrales, ya no es un mero transmisor de conocimientos, y pasa a ser un guía que ayuda al alumnado en clase, realiza actividades grupales con técnicas de trabajo cooperativo y colaborativo, organiza debates, etc. Así el profesor consigue una

atención más personalizada a los alumnos en cuanto a sus capacidades individuales. Mientras, el alumnado deja de tener una actitud pasiva ante el aprendizaje, tanto en casa como en clase, y se ha de implicar en el visionado de vídeos propuestos y en las actividades organizadas en el aula por el docente.

Pero el método no propone una simple visualización de los vídeos. El alumnado adquiere la responsabilidad de, a la hora de visualizar los vídeos, tomar apuntes de las principales ideas, volver a visionarlos, parar y rebobinar, las veces que haga falta, hasta conseguir la mayor comprensión del concepto o problema, y anotar las dudas que no hayan quedado claras. En la próxima clase, los primeros minutos serán dedicados a resolver las dudas que hayan surgido para después comenzar con las actividades. Estos minutos de resolución de dudas no solo son para esclarecerlas al alumnado, sino que también permiten que el docente pueda reevaluar la calidad de los vídeos, tomando nota de los posibles fallos, y para así poder corregir en caso de que no logren el objetivo de transmitir los conocimientos de la manera que pretende.

Hay investigaciones que han demostrado que la utilización del método de Flipped Classroom o Aula Invertida ha mejorado el rendimiento académico del alumnado, así como su implicación en la asignatura, el pensamiento crítico, la colaboración y el aprender a aprender. (Ali, Ghazi, Shahzad y Khan, 2010; Bergmann y Sams, 2011; Strayer, 2007; Jou y Martín, 2016). Siguiendo la misma idea, Wilson (2013) señala que la utilización de Flipped Classroom aumenta la participación de los alumnos y mejora su rendimiento.

No obstante, aunque podemos encontrar muchas ventajas en este método, como que permite adaptarse al ritmo de aprendizaje y trabajo del alumnado, y que mejora la relación alumno-profesor, entre otras, también, como en todo modelo pedagógico, existen desventajas o dificultades que están haciendo que la implantación de este método en el aula sea lenta y que muchos profesionales sean reticentes a utilizarlo.

Podemos resumir estas dificultades en tres, tal y como nos las describe Pérez (2017) en su trabajo “Flipped Classroom en el aula de matemáticas”:

- 1. Los alumnos necesitan acceso a internet y disponer de un ordenador o un dispositivo móvil en casa:** aunque cada vez es más frecuente que los alumnos tengan acceso a las tecnologías de este tipo en casa, no siempre sucede.
- 2. Algunos alumnos no visualizan los vídeos:** al igual que hay alumnos que no hacen sus tareas en el método tradicional, existen alumnos que no realizan la visualización de los vídeos en casa, lo que supone que perderán el aprendizaje de contenidos importantes (es como si faltaran a una clase del modelo tradicional). Bergman y Aron proponen disponer de un ordenador en clase para que los alumnos que no hayan hecho sus tareas visualicen el vídeo asumiendo que pierden la parte de trabajo en clase, perdiendo la asesoría del profesor y teniendo que realizar sus tareas en casa.
- 3. La selección y creación de recursos:** aunque hay numerosas plataformas que proporcionan recursos como *Khan Academy* o *YouTube* y herramientas que nos permiten la edición de vídeos ya creados (que permiten cortarlos, añadir anotaciones de voz, cuestionarios...) como *EDpuzzle* o *Wevideo*, a veces es complicado hacer los vídeos con el contenido y el nivel exacto para que los conceptos queden claros. Además, requiere una gran inversión de tiempo. (p.5-6).

Este trabajo también busca, por lo tanto, dar un poco de luz al docente que desea utilizar los vídeos educativos que se encuentran en la red. Nos centraremos en estudiar la idoneidad epistémica de vídeos sobre el valor numérico de una expresión algebraica en YouTube^{ES}. Por tanto, se trata de ayudar a solventar la dificultad en la selección y creación de recursos en el caso concreto que se ha escogido.

MATERIALES Y MÉTODO

Muestra

Una vez seleccionada la plataforma de vídeos de libre acceso, (centramos la atención en YouTube^{ES} con el fin de obtener solo resultados en español, y sabiendo cuál es el tema que queremos tratar “el valor numérico de una expresión algebraica”), nos encontramos la primera dificultad: elegir las palabras para la búsqueda.

Queremos buscar vídeos o tutoriales que nos muestren qué es el valor numérico de una expresión algebraica, pero a un nivel de 1º de la ESO. Quizás pensaríamos que con poner solo “valor numérico de una expresión algebraica” nos va a devolver solo los tutoriales que buscamos. Pero nos encontramos 199 vídeos, de los cuales, los que aparecen en las primeras posiciones como los más vistos y, por lo tanto, los primeros que los alumnos mirarán, no parecen muy adecuados. Aunque sí tratan el tema, lo hacen, en su mayoría a un nivel muy superior al que se busca, con conceptos y expresiones que los alumnos de 1º de la ESO no han llegado a ver. Por ejemplo, calcular el valor numérico en expresiones algebraicas muy complejas, con fracciones y raíces. Por lo tanto, se opta por restringir un poco más la búsqueda añadiendo “1º de la ESO”. Con esta opción de búsqueda obtenemos 92 vídeos.

Con el fin de estudiar los vídeos más populares, que no por ello mejores o más relevantes, seleccionamos los que tienen al menos 1000 visualizaciones. Se entiende que la primera idea será mirar los más populares creyendo que lo son por ser mejores y si no se obtienen los resultados esperados con ellos, profundizar en el resto. Con esta selección nos quedamos con 50 vídeos. De ellos, 8 tratan más temas además del que buscamos, por lo que los desestimamos y así, nos quedan 42.

Por lo tanto, la muestra final de nuestro estudio se concentra en los vídeos educativos o tutoriales que se muestran en la siguiente lista, ordenada por orden de visualizaciones:

Tabla 3: *Muestra final de estudio (datos a 26 de Julio de 2019).*

Vídeo	Código YouTube ^{ES}	Vistas (miles)	Duración (minutos)	Vídeo	Código YouTube ^{ES}	Vistas (miles)	Duración (minutos)
01	MCbKYBUeE3U	1.100	4:00	22	aS_3HmxwX2s	7	4:15
02	pUfQ1kCuRjY	261	6:05	23	VLNzbC4Nxzc	6,9	5:46
03	mkpM_OVP0N4	241	2:21	24	PqkX58Dglg4	5,2	5:13
04	G222egoC64k	130	3:05	25	Er77yJZzXRU	4,9	6:31
05	dNNI7bVpW6c	125	4:54	26	DD4BB3cm0G4	4,8	12:51
06	Y8zs2cvqVsg	109	5:03	27	oF2PVU7DjoU	4,6	5:45
07	7MnYMWek8LI	101	9:50	28	p9HZdIclrx	4,6	15:13
08	VeymGH1j9fE	82	8:42	29	--zahjnrO6l	3,7	2:41
09	GExsUGJNNko	73	11:34	30	zPcC5V9l1IA	3,5	4:13
10	XZ1xZmn3Ozl	67	8:45	31	WwVvLrTJVjk	3,2	4:03
11	e7qPminjz3E	42	3:13	32	38DyH_2N2v4	3,2	7:46
12	wpXtE4JB84w	33	5:09	33	BTNuW34Se6M	2,9	3:51
13	vsT11z3TtqY	31	4:16	34	IxMmkP60zhY	2,9	10:53
14	y-4RxoIHJK0	28	8:49	35	aG04WiqD3oA	2,6	4:33
15	gfLNwltuXA4	25	3:49	36	RGZy-vRP3KA	2,5	8:11
16	xRZVZc8LZxl	17	9:34	37	8CpG5Jk_a20	2,2	3:50
17	dC7qgDI9h6A	10	12:03	38	jEJVW6hvimE	1,3	6:24
18	qwDMtBlyhGU	10	2:31	39	zkZWutF40eY	1,3	7:10
19	zh2VsiqjaZM	8,7	4:42	40	RO_74cDAed0	1,2	7:59
20	X3dsPz6U4xg	8,2	1:46	41	yGifdEZLgko	1,1	7:20
21	hJBOBnxf7A	7,1	1:21	42	qxViTt1N3QY	1	1:53

Método

Como ya se ha mencionado la metodología es de carácter cualitativo e interpretativo, centrada en el entendimiento de los significados involucrados en el proceso de estudio (Hernández, Fernández & Baptista, 2010), en nuestro caso, el valor numérico de una expresión algebraica.

De los componentes de idoneidad para una acción educativa de calidad, si los aplicamos al estudio de los vídeos educativos online o tutoriales, solo tiene sentido tener en cuenta la idoneidad epistémica, tal y como se explica en los objetivos. A partir de la propuesta de Godino (2013) se ha elaborado la siguiente tabla donde quedan especificados los componentes e indicadores de idoneidad epistémica, que serán utilizados para valorar los vídeos.

Tabla 4: *Componentes e indicadores de idoneidad epistémica.*

COMPONENTES	INDICADORES
Lenguajes	Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...).
	Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige.
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	Las definiciones y procedimientos son claros y correctos.
	Las reglas son adecuadas para el nivel.
	Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado.
Argumentos	Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen.
Relaciones	Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí.
	Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen.

Tabla creada a partir de extractos obtenidos de Godino (2013)

Por otro lado, se pretende estudiar un concepto, o procedimiento, que forma parte de la introducción al álgebra en 1º de la ESO, el “valor numérico de una expresión algebraica”, por lo que está claro que los niveles de

algebrización que nos interesan son el 0, el 1, el 2 y el 3, definidos en la Tabla 2, resultado de diferentes trabajos (Aké, Godino, Gonzato y Wilhelmi, 2013; Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi, 2014), ya que en 1º de ESO se espera que un alumno alcance el nivel 3 y, por tanto, los anteriores continúan manifestándose en Secundaria. Así, los distintos niveles para el estudio que nos ocupa se describen de la siguiente manera:

Nivel 0: Significado puramente aritmético. Ausencia total de objetos y procesos algebraicos. Por la propia definición del tema de estudio todos los vídeos que se visualizaran deberían estar fuera de este nivel.

Nivel 1: Significado proto-algebraico incipiente. Los objetos intensivos utilizan un lenguaje natural, numérico o icónico, aplicándolo en las propiedades y relaciones entre las operaciones con intensivos de primer grado. En el caso de este estudio, tendrían cabida en este nivel aquellos vídeos que intenten dar una solución sin definir una variable como tal y lo hagan como mera resolución aritmética.

Nivel 2: Significado proto-algebraico intermedio. En este caso el lenguaje es simbólico-literal, ya que aparecen las indeterminadas o variables, para referirse a los objetos intensivos reconocidos ligados a su contexto y se aplica en tareas funcionales, pero sin operar con las variables para obtener formas canónicas de expresión. En este estudio, este nivel se dará en aquellos vídeos en los que la solución pase por dar directamente valor a las variables, explicándolo, sin reducir las expresiones para simplificar previamente.

Nivel 3: Significado algebraico consolidado. Los símbolos son empleados de manera analítica y se opera con las diferentes expresiones dadas hasta obtener formas canónicas de expresión. Los vídeos que reduzcan las expresiones para luego sustituir el valor de las variables estarán dentro de este nivel.

Como “los niveles de algebrización se asignan a la actividad matemática que realiza el sujeto que resuelve un problema o tarea matemática, no a las propias tareas, las cuales se pueden resolver de distintas maneras” (Godino et al., 2015, p.119), no tendremos en cuenta si en los enunciados de las tareas propuestas se ponen en juego objetos algebraicos (incógnitas, variables, o estructuras algebraicas). Esto es porque, incluso en el caso de que un problema esté formulado “algebraicamente” su resolución podría ser aritmética. En el caso de problemas en los que haya que calcular el valor numérico de una expresión algebraica dada, el caso de nuestro estudio, es evidente que los enunciados contienen objetos matemáticos, pero en muchos de los casos la solución pasará por una sustitución directa de la variable y, por lo tanto, la resolución será categorizada como aritmética.

En nuestro caso particular de estudio no deberíamos encontrar ningún ejemplo con el nivel 0 de algebrización, pero no se descartará hasta no tener los resultados de los niveles de los vídeos, ya que a priori no sabemos el contenido real de cada vídeo educativo de la muestra seleccionada. Por tanto, se considera, en principio, adecuada la utilización de elementos lingüísticos propios de los niveles 0, 1, 2 y 3 (lenguaje natural, simbólico, gestual, ...) teniendo en cuenta de que estos vídeos educativos van dirigidos a alumnos de 1º de la ESO y el tema seleccionado forma parte de la unidad didáctica de Introducción al Álgebra.

Las reglas, los argumentos y las relaciones entre objetos intensivos de grado dos también han de ser valorados, así como la aparición de la igualdad con significado relacional y dónde se emplean incógnitas a modo de números generalizados o cantidades cambiantes, llegando a operar con ellas o no para obtener formas canónicas de las expresiones.

Tomando como referente el estudio “Los vídeos educativos en línea desde las didácticas específicas: el caso de las matemáticas” de Beltrán-Pellicer et al (2018), a cada uno de estos indicadores les daremos un valor, de 0, 1 o 2, según si su contribución a la idoneidad es baja, media o alta, respectivamente, pero sin valorar con una puntuación mayor las relaciones y

conexiones de los objetos, ya que en este tema no se consideran de mayor importancia que las reglas o los propios argumentos. A diferencia del estudio antes mencionado, el análisis que se lleva a cabo en este trabajo no necesita establecer criterios más específicos de cumplimiento ya que, al solo haber un autor (tres autores se repartían la codificación de los vídeos en el estudio de referencia), todas las codificaciones de los vídeos han contado con los mismos criterios iniciales para la activación o no de alguno de los indicadores.

Como ya se ha mencionado en los objetivos, la pretensión no es solo valorar los vídeos como ayuda o apoyo de las clases a los alumnos, sino también como material didáctico que pueda ser utilizado por un docente que aplique una metodología Flipped Classroom. Se entiende que en el segundo caso las valoraciones serán distintas, ya que los vídeos serán la primera toma de contacto del alumno con el tema y por lo tanto no solo no tienen que contener errores, sino que los argumentos y las reglas han de ser correctamente explicados para servir como base para el trabajo posterior en el aula.

RESULTADOS

Niveles de algebrización

Los vídeos educativos tal y como han sido seleccionados (42 muestras), no dan mucho margen en cuanto a diferentes tipos de soluciones, ya que el valor numérico de una expresión algebraica solo se puede obtener sustituyendo el valor de la variable o variables directamente en la expresión algebraica dada. Pero a la hora de estudiar el nivel de algebrización de cada vídeo, no solo tenemos que tener en cuenta cómo es la solución, sino también cómo nos la explican y cuáles son los argumentos que utilizan hasta llegar a ella.

No es lo mismo sustituir directamente y resolver de una manera aritmética, que explicar el sentido algebraico de ese procedimiento o que

además se hagan operaciones en las que intervengan directamente las variables en su forma literal.

Como ya se ha mencionado en el método, no tiene sentido encontrarnos tutoriales con nivel de algebrización 0, y de hecho no hay ninguno en la muestra seleccionada, ya que, aunque la solución sea puramente aritmética, siempre aparecen objetos intensivos de grado 2, que son las clases de objetos de grado 1 (enteros, fracciones, potencias, ...).

Más de la mitad de los vídeos, un 54.48% (23 vídeos), se encuentran dentro del nivel 1 de algebrización, al no entrar en significados algebraicos e ir directamente a una resolución aritmética, sustituir y resolver. Por otro lado, tenemos que 17 vídeos, un 40.48%, alcanzan el nivel 2 puesto que intentan de alguna manera explicar los términos algebraicos que aparecen o el sentido del procedimiento a realizar. Solo dos de los vídeos, un 4.76%, alcanzan un nivel de algebrización 3 ya que llegan a operar con las variables antes de sustituir por los valores dados.

La elección de los ejemplos a explicar y resolver de cada vídeo es parte del motivo por el que no hay más de nivel algebraico 3. Los ejemplos son muy sencillos y presentan expresiones ya irreducibles y, por lo tanto, no necesitan de operaciones con las variables. Pero también es cierto que en ninguno de los vídeos de este tipo explican qué hacer si la expresión se puede reducir. Es más, hay concretamente un vídeo, el nº14, que aun pudiendo simplificar la expresión algebraica dada antes de sustituir, no lo hace, aunque sí deja indicado que se puede hacer, pero no explica cómo.

$$\begin{aligned}
 &2x^3 + 11x^2 - 3(7x^2 - 4x^2) \Rightarrow x=2 \\
 &2 \cdot 2^3 + 11 \cdot 2^2 - 3(7 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2^2) \\
 &2 \cdot 8 + 11 \cdot 4 - 3(7 \cdot 4 - 4 \cdot 4) \\
 &16 + 44 - 3(28 - 16) \\
 &16 + 44 - 3 \cdot 12 \\
 &16 + 44 - 36 = 24
 \end{aligned}$$

Figura 3: Vídeo 14 donde se sustituye sin reducir la expresión algebraica.

Lenguajes empleados

En cuanto al estudio de los lenguajes empleados y su idoneidad se pueden apreciar hasta ocho modos de expresión matemática diferentes en la muestra tomada: oral natural y escrito, simbólico numérico y algebraico, gestual, efectos digitales, gráfico y animaciones, los cuales se muestran en la Tabla 5.

En primer lugar, se puede observar que el lenguaje natural oral y el simbólico, tanto numérico como algebraico, aparecen en todos los vídeos sin excepción. Si no tenemos en cuenta el enunciado de los problemas o ejemplos, el lenguaje natural escrito apenas aparece en 9 de los vídeos, un 21.43%, y de estos en 2 solo aparece alguna palabra de conexión, es decir solo en un 16.67%, 7 vídeos, aparece expresión natural escrita como introducción o explicación relevante.

Por otro lado, se ha tenido en cuenta la expresión gestual puesto que en muchos de los vídeos aparece un profesor frente a una pizarra o se ve su mano. Cuando aparecen estos elementos siempre hay gestos que indican o enfatizan alguna parte del procedimiento, de manera que sirven como apoyo al lenguaje oral. De los 27 vídeos con expresión gestual (64.28%), solo en 8 (un 19.05% del total) aparece el rostro del profesor, por lo que los gestos son más apreciables y simbólicos. Todos aquellos vídeos que no se han considerado con expresión gestual es porque son reproducciones de grabaciones de pantallas digitales. Esto permite añadir efectos que ayudan mantener un seguimiento de la resolución o explicación tal y como se pretende en la grabación.

Como registros gráficos se han tenido en cuenta los signos, dibujos, tablas o flechas, que ayudan a organizar la resolución o el razonamiento en sí. En este caso, como se puede ver en la Tabla 5, no llegamos a encontrar ni una cuarta parte de los vídeos con estos registros.

Por último, hemos encontrado muestras con efectos digitales, un 40.47% (17 vídeos) o animaciones, un 2.38% (1 vídeo). Se podría esperar que hubiera

una relación directa entre la aparición de tecnología en los vídeos y el tiempo que llevan estos en línea, es decir, que los vídeos que usan más la tecnología sean los más recientes, pero no es así.

Tabla 5: *Registros y representaciones lingüísticas (modos de expresión matemática).*

Registros y representaciones	Vídeos	%
Natural (oral)	42	100
Simbólico (numérico)	42	100
Simbólico (algebraico)	42	100
Gestual	27	64,28
Efectos digitales	17	40,47
Natural (escrito)	9	21,43
Gráfico	9	21,43
Animación	1	2,38

Ver tabla detallada por vídeo en el Anexo I

Valoraremos como alta idoneidad si un vídeo tiene 6 representaciones lingüísticas diferentes o más, idoneidad media si tiene 4 o 5 y baja idoneidad si tiene 3 o menos representaciones.

Es importante mencionar que, aunque todos los vídeos son en español, se pueden encontrar algunas diferencias en el vocabulario que pueden confundir a los alumnos, al menos en un primer contacto con ellas. En ciertos países hispano hablantes la variable “y” la pronuncian como “ye” y esto se refleja en 9 de los vídeos de la muestra, un 21.43%.

Dos vídeos reflejan conceptos, notaciones y expresiones matemáticas que, para el nivel de 1º de la ESO, no son adecuadas ya que corresponden a contenidos que serán introducidos más tarde. Estos son las ecuaciones o igualdades con dos incógnitas y las funciones, tal y como podemos ver en la siguiente figura:

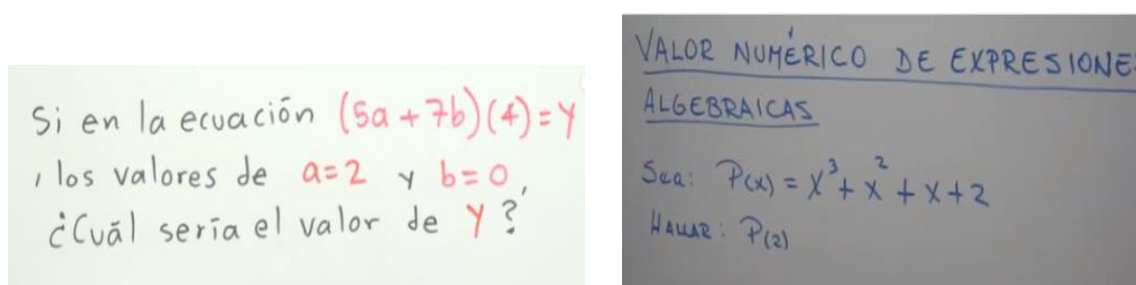


Figura 4: Vídeo 13 (izquierda) y Vídeo 10 (derecha) con objetos de un nivel superior a 1º de la ESO.

En la valoración como vídeos de ayuda o refuerzo, solo se han valorado dos vídeos con baja idoneidad, ya que utiliza términos que son de un nivel superior al establecido para 1º de la ESO, tal y como se ha mostrado antes. Los vídeos de la muestra en los que aparecen formas inapropiadas a la hora de nombrar algún objeto o concepto se consideran de idoneidad media (por ejemplo, los que pronuncian la “y” como “ye”), y si los nombran correctamente, son considerados de idoneidad alta.

En cambio, en la valoración como material didáctico para la metodología de Flipped Classroom, el docente de aula puede perfectamente indicar a los alumnos la forma especial de pronunciar la “y” en el vídeo si no fuera la común. Con eso ya no llevaría a error a los alumnos al visionar el vídeo, por lo que no sería motivo para considerarlo de idoneidad media.

Reglas

“Un factor que contribuye a la idoneidad es que las definiciones, proposiciones y procedimientos sean elementos claros y correctos” (Beltran-Pellicer et al., 2018). La mayor parte de los vídeos de la muestra plantean el problema o concepto de valor numérico de una expresión algebraica de forma correcta, pero son muy pocos los que ejemplifican o explican que para diferentes valores de las variables se obtienen diferentes valores numéricos de las expresiones dadas, normalmente. De hecho, solo son cuatro vídeos, un 9.52%, los que dejan constancia de ello.

No se han detectado errores en la sustitución de las variables por los valores dados ni en las operaciones aritméticas, pero sí aparecen algunos procedimientos u operaciones que para un alumno de 12 o 13 años pueden resultar enrevesados o poco aclaratorios, pudiendo llevar al alumno a confusión, y más cuando podrían ser prescindibles dentro de la explicación general. Un ejemplo muy gráfico es cómo uno de los profesores hace una simple división en el vídeo 16, como vemos en la siguiente figura:

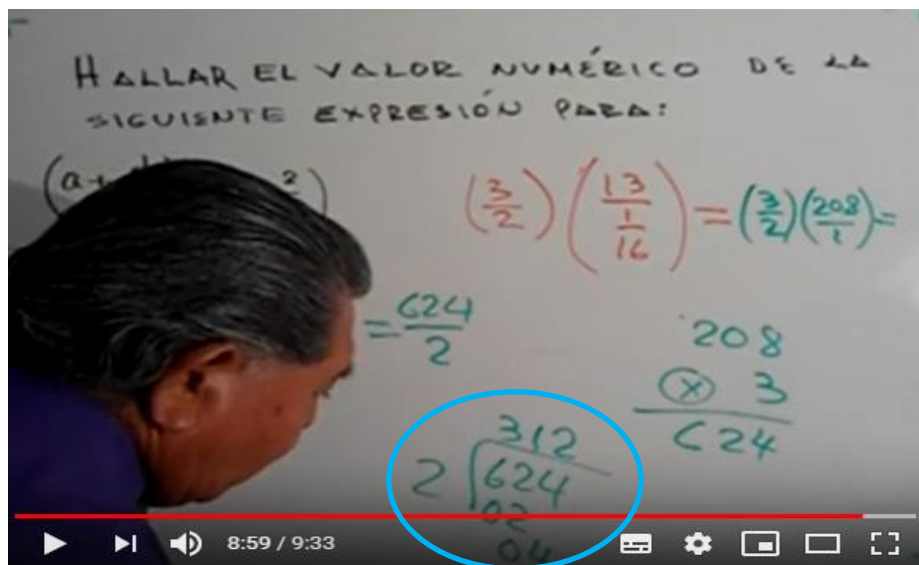


Figura 5: Ejemplo de procedimiento de una división, realizada en el vídeo nº 16.

La forma en que este profesor del vídeo 16 realiza el algoritmo de la división es completamente distinta a la que estamos acostumbrados en España y en otros países. Es comprensible entonces, que esto lleve a confusión a los alumnos de los países donde no se representa así la división.

Quizás el mayor error o imprecisión que se aprecia en toda la muestra, y además de una manera reiterada, es la poca disciplina o criterio a la hora de utilizar el signo “=”. El procedimiento para resolver los ejemplos que se nos presentan en los vídeos implica necesariamente trabajar con igualdades hasta llegar a un resultado numérico. Hay dos tipos de errores: el de igualar la expresión algebraica a la misma expresión ya con las variables sustituidas y el

de omitir total o parcialmente el símbolo de igual en los pasos previos a la llegada al resultado final.

El primer caso es un error de concepto que en ninguno de los vídeos que lo cometen se molestan en explicar, 40.47% (17 vídeos). De hecho, solo en un vídeo (2.38%), de los 42 de la muestra, explican por qué no se puede poner un igual entre la expresión algebraica con letras y la misma expresión con las variables sustituidas por el valor numérico que indique el ejercicio, este es el vídeo 33. Veamos un par de ejemplos en los que se comete este error de concepto:

Figure 6 shows two examples of incorrect algebraic manipulation. The left side shows a video frame with the title "Valor numérico de una expresión algebraica" and a calculation for $c = \frac{1}{3}$, $d = \frac{1}{2}$, $m = 6$, $n = \frac{1}{4}$. The calculation is: $\frac{c}{d} - \frac{m}{n} + 2 = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} - \frac{6}{\frac{1}{4}} + 2 = \frac{2}{3} - \frac{6}{\frac{1}{4}} + 2$. The right side shows a video frame with the title "Algebra" and a calculation for $x = 2$. The calculation is: $\frac{x}{2} = \frac{2}{2} = 1$ and $\frac{x}{2} = \frac{6}{2} = 3$.

Figura 6: Vídeo 5 (izquierda) y vídeo 14 (derecha) donde se iguala la expresión algebraica al procedimiento para el cálculo de su valor numérico.

Es llamativo ver que hay vídeos que no se molestan en utilizar ni un solo signo de igualdad y realizan todos los pasos escalonados hasta llegar al resultado.

Figure 7 shows two examples of incorrect algebraic manipulation. The left side shows a video frame with the title "Valor numérico de una expresión algebraica" and a calculation for $a^2 - 2ab + b^2$ with $a = -2$, $b = -4$. The calculation is: $(-2)^2 - 2(-2)(-4) + (-4)^2 = 4 - 16 + 16 = 4$. The right side shows a video frame with the title "Algebra" and a calculation for $x^2 + 5x + 6$ with $x = 2$. The calculation is: $(2)^2 + 5(2) + 6 = 4 + 10 + 6 = 20$.

Figura 7: Vídeo 39 (izquierda) y vídeo 34 (derecha), donde omiten todos los iguales en los saltos de línea.

Por otro lado, una gran cantidad de vídeos, un 45.24% (19 vídeos), omiten todos los signos igual del lado derecho cuando se hace un cambio de línea (final de línea) y, dos vídeos (4.76%) lo hacen con los del lado izquierdo (principio de línea).

Figura 8: Vídeo 1 (izquierda) y vídeo 23 (derecha) omiten el signo igual bien al comienzo de línea o bien al final.

Por la procedencia de los vídeos que omiten el signo igual al comienzo o final de línea podemos pensar que más que un error es una diferencia de notación entre los distintos países, ya que estos son todos de procedencia americana mientras que los que ponen todos los signos de igual, tal y como se ve en la Figura 8, son españoles, sin excepción.

Figura 9: Vídeo 33 (izquierda) y vídeo 29 (derecha) en los que no solo no igualan la expresión algebraica a la resolución numérica, sino que tienen todos los signos igual correctamente colocados.

Se ha valorado como baja idoneidad los contenidos con errores de concepto (como son los que igualan la expresión algebraica a su resultado

numérico), con idoneidad media aquellos en que los que las notaciones o el orden en la resolución son insuficientes (como los que omiten sistemáticamente igualdades o no siguen un orden coherente de resolución). Por último, se ha considerado como alta idoneidad si no encontramos dichos errores.

Si la valoración es para implementarlo como material didáctico para Flipped Classroom, será igual para el primer y el segundo indicador (si las definiciones y procedimientos son claros y correctos y si las reglas son adecuadas para el nivel) ya que dependerá de cada docente de aula y sus propios procedimientos el considerarlo más o menos idóneo, pero variará a la hora de considerar fundamentales o no, enunciados y procedimientos, ya que no hay una explicación previa en el aula. Por ejemplo, los vídeos que no mencionan la diferencia de resultados si se cambia la variable se considerarán de idoneidad media y si tienen más carencias, se consideraran de idoneidad baja.

Argumentos

Hay una tendencia a limitarse a la resolución aritmética del problema dado antes que dar un argumento basado en teorías algebraicas para llevar a cabo el procedimiento explicado. Aunque el tema escogido hace pensar que la aparición de objetos algebraicos es obligada, como ya se ha comentado anteriormente, no es así, y por eso nos encontramos con vídeos que dedican mucho tiempo en explicar las operaciones derivadas de la sustitución de las variables, como potencias, fracciones, ..., y muy poco a relacionarlo con el contenido de la introducción al álgebra, como cabría esperar. Además, solo 22 de los vídeos, un 52.38%, explican el significado del resultado al que se ha llegado (como en el vídeo 1 que se dice textualmente: "...el resultado es -43 y es el valor numérico de este polinomio de cuatro términos cuando x toma el valor -3 "), frente al 28.57%, 12 vídeos, que no explica nada. Los 8 vídeos restantes, un 19.05%, lo intentan explicar, pero no lo dejan claro.

El uso de paréntesis a la hora de sustituir las variables por el valor otorgado es generalizado, solo en una cuarta parte de los vídeos se llega a explicar cuándo es necesario poner el valor entre paréntesis (porque es un número negativo, por ejemplo, o por el tipo de operación que le afecta directamente) y cuándo no lo es. Más de la mitad de los vídeos ponen estos paréntesis siempre con cualquier valor y son solo cuatro (9.52%) los que, por el tipo de números y expresión escogida, no ponen ningún paréntesis, ni se paran a explicar que en otros casos sí es necesario hacerlo y por qué.

La valoración se basa en considerar de baja idoneidad los vídeos que dejan en sus argumentos explicaciones que pueden confundir o llevar al error (como ocurre en los vídeos en los que se hacen simplificaciones directas u operaciones que pueden no ser evidentes para los alumnos de este nivel, por ejemplo los que no ponen paréntesis al hacer el cambio de variable y tampoco explican lo que hacen), con idoneidad media aquellos que aun no llevando a confusión no llegan a explicar por completo el concepto de valor numérico, o el propio significado del resultado, y como alta idoneidad los que no llevan a confusión y explican completamente el concepto (como son aquellos que explican que a diferente valor de la variable se suele obtener diferente valor numérico de la expresión algebraica dada o que explican el significado del resultado).

En este caso para que uno de estos vídeos sea seleccionado como material didáctico para implementar la metodología Flipped Classroom, es necesario no solo que los argumentos no contengan errores, sino que sean completos y estén los necesarios. Es decir, lo que un alumno, que necesita un refuerzo, puede obviar en el vídeo porque ya lo ha visto en clase, puede ser imprescindible, para la metodología Flipped Classroom, ya que está pensada para que la teoría del tema sea dada a través de los vídeos y las clases se dediquen a trabajo en el que el docente es un mero guía (los vídeos suplen a las clases magistrales). Por lo tanto, en el caso de la aplicación a la metodología Flipped Classroom las valoraciones variarán con relación al punto de vista del vídeo de apoyo o refuerzo, descrito antes. En nuestro caso esto

ocurre cuando, por ejemplo, los vídeos no llegan a explicar la solución o lo hacen a medias. En este caso se valorará con idoneidad baja si no están todos los argumentos necesarios para un entendimiento correcto del tema.

Relaciones entre los objetos matemáticos

Con este análisis se busca la existencia de relaciones correctamente argumentadas de las diferentes reglas y objetos que aparecen asociadas a la resolución del problema dado. Es un tema sencillo, de resolución básicamente aritmética, por lo que se han encontrado las relaciones esperadas como son las estrictamente aritméticas, potencias, fracciones, regla de los signos, jerarquía de operaciones, raíces, descomposición en factores primos y valor absoluto, que generalmente se identifican y explican correctamente y con detenimiento. De hecho, solo hay cinco vídeos, un 11.9%, en los que aparecen otro tipo de relaciones, como es la aparición de fórmulas físicas en uno, geometría plana en otro y ecuaciones, cambio de variable y composición de funciones en otros tres.

En los ejemplos o problemas expuestos en los vídeos claramente destacan los que contienen potencias y fracciones, un 57.14% (24 vídeos) y un 54.76% (23 vídeos) respectivamente, al igual que la regla de los signos que aparece en un 57,14% de los vídeos, que corresponde a 24 vídeos. Mucho menos aparecen las raíces, con un 16.67% (7 vídeos), la jerarquía de operaciones, con un 14.28% (6 vídeos), la descomposición en factores primos, con un 4.76% (2 vídeos) y el valor absoluto, que solo aparece en un vídeo, un 2.38%.

El considerar la idoneidad baja o alta en este aspecto, tanto para la opción de vídeo de apoyo o vídeo para el método de enseñanza de Flipped Classroom, ha dependido de si las relaciones que se incluyen en los diferentes vídeos son adecuadas al nivel de 1º de la ESO y si son introducidas de una forma coherente y correcta, aportando claridad a la explicación del problema o no.

CONCLUSIONES

Dar un valor concreto al grado de idoneidad epistémico es una labor compleja y que inevitablemente conlleva una pérdida de información, ya que son muchas las dimensiones que abarca la faceta epistémica (Beltran-Pellicer et al., 2018). Cabe recordar que la faceta epistémica es solo una dentro de las seis componentes de la idoneidad didáctica descritas por Godino et al. (2007) dentro del enfoque ontosemiótico del conocimiento. Se podrían haber tomado en cuenta otros aspectos como la duración y la estética (componentes mediacionales) cuya valoración podría ser muy distinta a la epistémica obtenida. Es decir, que mientras que un vídeo puede tener una idoneidad epistémica baja, por su duración y estética puede tener una idoneidad mediacional alta, y viceversa. Y lo mismo puede pasar con el resto de componentes para valorar la idoneidad didáctica.

Tras el análisis pormenorizado de cada uno de los indicadores de idoneidad epistémica que se han considerado (ver Anexos II y III), podemos decir que los vídeos educativos de la plataforma YouTube^{ES} de la muestra seleccionada no tienen importantes errores de ejecución ni de procedimiento, más bien lo que tienen son pequeñas carencias. Aun así, cabe destacar que solo 7 de los vídeos, un 16.67%, consiguen una valoración de idoneidad alta dentro del indicador que mide que las definiciones y los procedimientos sean claros y correctos. Los que su valoración ha sido media o baja, en este mismo indicador, ha sido a causa del uso incorrecto del signo “=”.

En cuanto al componente del lenguaje, si nos fijamos en la idoneidad según el nivel de los alumnos a los cuales se dirigen, se puede decir que hay una mayoría que tienen alta idoneidad, un 78.57% (33 vídeos) valorados como vídeos de apoyo, mientras que, si la valoración se hace pensando en los vídeos como material didáctico para su uso en la metodología Flipped Classroom, este porcentaje aumenta considerablemente hasta el 95.24%, 40 de los 42 vídeos (por corregir de antemano la pronunciación de la variable “y”).

En ambos casos solo hay dos vídeos que se consideran de idoneidad baja (4.76%), y es porque incorporan conceptos de un nivel superior a 1º de la ESO.

Siguiendo con el componente epistémico del lenguaje, pero con los diferentes modos de expresión se puede decir que apenas 5 vídeos consiguen una valoración alta (un 11.9%), al igual que los que consiguen una valoración baja. La mayoría un 73.81% (31 vídeos) alcanzan una valoración media de idoneidad (para ver desglose completo de los registros y representaciones lingüísticas de los vídeos ver Anexo I).

Si nos centramos en los argumentos, vemos que la valoración según la utilidad que se le quiera dar a los vídeos varía mucho. Los vídeos con alta idoneidad son los mismos, 20, un 47.62%, en ambos casos, pero mientras que 21 de los vídeos orientados a apoyo o refuerzo de clase son de idoneidad media, un 50% (quedaría un único vídeo de idoneidad baja), trasladados estos a la valoración para el Flipped Classroom, pasan a ser todos de idoneidad baja, habiendo entonces en este caso 22, un 52.38%, vídeos que adquieren la menor calificación. Esto sucede en todos aquellos vídeos en los que o no se explica nada la solución o la dejan a medias.

Finalmente se someten a valoración las relaciones entre los objetos matemáticos que exponen los vídeos para utilizarlos como refuerzo, siendo estos en su mayoría de idoneidad alta en ambos indicadores, con un 83.33% (35 vídeos) para las conexiones y un 78.57% (33 vídeos) para los significados, y solo uno con idoneidad baja, un 2.38%. Obtenemos los mismos resultados en el caso de la valoración para su uso como material didáctico para Flipped Classroom, ya que las relaciones y conexiones entre los diferentes objetos y sus significados son valorados de la misma manera.

Tal y como se han definido los criterios de valoración y sus puntuaciones, vemos que la puntuación máxima que puede alcanzar un vídeo en cuanto a la idoneidad epistémica es de 16 puntos. Por lo tanto, se considera que los vídeos con una puntuación igual o superior a 14 tienen una idoneidad epistémica alta, los que tienen 7 o menos una idoneidad baja y el resto una

idoneidad media. Se escoge este reparto queriendo resaltar los vídeos que son realmente idóneos, de esa manera, solo se considerarán de idoneidad alta los que en un baremo de 1 a 10 serían sobresaliente (9 o 10) y de una idoneidad baja los que no llegaran al aprobado (al 5), contando que se trabaja con valores enteros.

Para los vídeos cuya finalidad es ser apoyo o refuerzo de la clase, vemos que tienen una idoneidad epistémica alta un 26.19% (11 vídeos), un 61.9% idoneidad media (26 vídeos) y tan solo un 11.9% una idoneidad baja (5 vídeos). En la baremación global para los vídeos valorados como material didáctico para Flipped Classroom estos valores cambian bajando considerablemente la idoneidad. Así nos encontramos con un 11.9% (5 vídeos) de idoneidad alta, un 76.19% (32 vídeos) de idoneidad media y con un 11.9% (5 vídeos) de idoneidad baja. Destacamos que hay un único vídeo que consigue la puntuación máxima en la primera valoración, pero se queda a un punto en la segunda, donde no hay ningún vídeo con la puntuación máxima. El motivo es que, ese vídeo en concreto, no llega a explicar ni a poner ningún ejemplo para indicar que, si damos diferentes valores a las variables el resultado también puede ser diferente.

En la siguiente tabla se puede ver el resultado global de las valoraciones en los dos casos que se han contemplado:

Tabla 6: Valoración global de la idoneidad epistémica.

Vídeo	Código YouTube ^{ES}	Idoneidad (Refuerzo)	Idoneidad (Material didáctico)	Vídeo	Código YouTube ^{ES}	Idoneidad (Refuerzo)	Idoneidad (Material didáctico)
01	MCbKYBUeE3U	14	13	22	aS_3HmxwX2s	13	13
02	pUfQ1kCuRjY	13	11	23	VLNzbC4Nxzc	12	12
03	mkpM_0VP0N4	14	12	24	PqkX58Dglg4	10	10
04	G222egoC64k	12	12	25	Er77yJZzXRU	11	10
05	dNNI7bVpW6c	12	10	26	DD4BB3cm0G4	7	6
06	Y8zs2cvqVsg	14	13	27	oF2PVU7DjoU	12	10
07	7MnYMVek8LI	12	11	28	p9HZdlclrc	13	11
08	VeymGH1j9fE	13	11	29	--zahjnrO6I	16	15
09	GExsUGJNNko	10	9	30	zPcC5V9I1IA	11	11

10	XZ1xZmn3Ozl	3	3	31	WvVvLrTJVjk	15	15
11	e7qPminjz3E	13	12	32	38DyH_2N2v4	9	9
12	wpXtE4JB84w	15	15	33	BTNuw34Se6M	14	13
13	vsT11z3TtqY	8	9	34	IxMmkP60zhY	13	11
14	y-4RxoIHJK0	11	11	35	aG04WiqD3oA	14	14
15	gfLNwltuXA4	14	13	36	RGZy-vRP3KA	10	9
16	xRZVZc8LZxl	9	8	37	8CpG5Jk_a20	13	11
17	dC7qgDI9h6A	14	13	38	jEJWV6hvimE	12	10
18	qwDMtBlyhGU	9	9	39	zkZWutF40eY	9	9
19	zh2VsiqjaZM	13	13	40	RO_74cDAed0	7	6
20	X3dsPz6U4xg	13	12	41	yGifdEZLgko	7	6
21	hJBOBnxf7A	12	11	42	qxViTt1N3QY	15	14

Ver valoraciones detalladas en los Anexos II y III.

Podemos ver como entre los diez vídeos más vistos de la muestra se encuentran solo tres de idoneidad alta en la primera valoración y ninguno en la segunda. También vemos que está el peor valorado (vídeo 10), muy por debajo de los demás, y tiene más de 67.000 visualizaciones. Contrariamente, el vídeo mejor valorado, el número 29, apenas tiene 3.700 visualizaciones. Podíamos pensar que es porque el vídeo 29 es muy reciente, pero no es así ya que ambos llevan más de 4 años en la plataforma.

Hay que recordar que se han puesto unas condiciones de búsqueda suficientemente restrictivas y concretas, seleccionando solo los vídeos más vistos, y aun así los resultados revelan que las opciones que aparecen pueden tener un valor educativo no muy bueno, al menos en cuanto a su idoneidad epistémica. Esto hace ver la necesidad de un mayor control sobre el valor educativo de los vídeos, que actualmente en YouTube^{ES} no existe. Sería conveniente que fueran los docentes quienes aconsejaran directamente los vídeos a los alumnos acorde a lo que ellos consideran idóneo y complementario a lo impartido en el aula, evitando así los errores que el alumno puede encontrar y no reconocer, provocando una confusión añadida, es decir, que el vídeo en vez de ayudarle a entender, le genere más dudas.

En el caso de que un docente busque en estos vídeos material didáctico para preparar sus clases utilizando el método de Flipped Classroom, se entiende que puede encontrar vídeos interesantes (idóneos) para su práctica docente, aunque seguramente siempre los tendrá que completar con explicaciones en el aula. Recordemos que el Flipped Classroom nace de la idea de que el propio docente grabe lo que él ve idóneo o apropiado para cada clase. Es más, muchos de los vídeos que hemos estudiado son precisamente eso, vídeos que los profesores cuelgan expresamente para sus alumnos, pero que los dejan abiertos permitiendo la libre visualización en la red.

Llegados a este punto, estamos en condiciones de dar respuesta a las preguntas que se habían planteado en los objetivos y decir que los vídeos educativos online sobre el valor numérico de una expresión algebraica sí pueden satisfacer las necesidades de refuerzo o apoyo del alumnado si realizan una búsqueda lo más concreta posible y si no se conforman con mirar lo primero que les sale.

En cuanto a si estos vídeos sirven de herramienta para el proceso de enseñanza del profesorado que implementa una metodología Flipped Classroom, la respuesta es también positiva, pero haciendo ciertas concesiones y completándolos con explicaciones y aclaraciones en el aula.

Por otro lado, y vistos los resultados de este y otros trabajos en la misma línea, no estaría de más pensar en la idea de que hubiera una plataforma, semejante a YouTubeTM, donde el material aportado tuviera filtros propiamente educativos, no solo de tiempo y forma, sino también con cierto control de calidad, en cuanto a errores, definiciones y procedimientos. Si bien, la elección y clasificación de dicho material sería una tarea complicada, tendría una gran utilidad para la comunidad estudiantil y también para el profesorado que no tiene los recursos o el tiempo para crear sus propios vídeos educativos para llevar a cabo una metodología Flipped Classroom o para realizar recomendaciones de calidad a sus alumnos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aké, L., Godino, J. D., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. R. (2013). Proto-algebraic levels of mathematical thinking. En A. M. Lindmeier & A. Heinze (Eds.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 1-8. Kiel, Germany: IGPME.
- Ali, R., Ghazi, S. R., Shahzad, S. y Khan, H. N. (2010). The impact of brain based learning on students academic achievement. *Interdisciplinary Journal of Contemporary Research in Business*, 2(2), 542-556.
- Aroza, C. J., Godino, J. D. y Beltrán-Pellicer, P. (2017). Criterios de idoneidad didáctica para el estudio de la proporcionalidad en educación primaria y secundaria. *Libro de actas del VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, 141-149. Madrid. Recuperado de: http://personal.unizar.es/pbeltran/files/CB-Aroza_Beltran-Pellicer_Godino.pdf
- Beltran-Pellicer, P., Giacomone, B. y Burgos, M. (2018). Los vídeos educativos en línea desde las didácticas específicas: el caso de las matemáticas. *Cultura y educación*, 30(4), 633-662.
DOI: <https://doi.org/10.1080/11356405.2018.1524651>
- Bergmann, J. y Sams, A. (2011). How the flipped classroom is radically transforming learning. *The Daily Riff*.
Recuperado de: <http://www.thedailyriff.com/articles/howthe-flipped-classroom-is-radically-transforming-learning-536.php>
- Bergmann, J. y Sams, A. (2014). *Dale la vuelta a tu clase*. Madrid, España: Ediciones SM. Recuperado de: https://aprenderapensar.net/wp-content/uploads/2014/05/156140_Dale-la-vuelta-a-tu-clase.pdf
- Booth, L. R. y Johnson, D. C. (1984). *Algebra: Children'Strategies and Errors: A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project*. Londres: Nfer Nelson.

- Borba, M. C. Askar, P., Engelbrecht, J., Gadanidis, G., Llinares, S. y Aguilar, M. S. (2016). Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics education. *ZDM*, 48, 589-610.
DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0798-4>
- Breda, A., Pino-Fan, L. y Font, V. (2017). Meta Didactic-mathematical knowledge of teachers: Criteria for the reflexión and assessment on teaching practise. *EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 13, 1893-1918.
DOI: <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Camacho, J. G. y Alonso, A. J. (2010). The low interaction of viewers in Internet videos. Case study: Spanish YouTube. *Revista Latina de la Comunicación Social*, 65, 421-435.
- Castillos, S (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. *Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa*. 11(2). Méjico.
Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362008000200002%20&script=sci_arttext
- Decreto 38/2015, de 22 de mayo, que establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria. *Boletín Oficial de Cantabria*. Santander, de 5 de junio de 2015, 39, 2711-3784. Recuperado de:
<https://boc.cantabria.es/boces/verAnuncioAction.do?idAnuBlob=287913>
- García, L. (2013): Flipped classroom, ¿b-learning o EaD?. *Contextos Universitarios Mediados*, 13(9).
Recuperado de: http://e-spacio.uned.es/fez/eserv/bibliuned:UNESCO-contextosuniversitariosmediados-13_9/Documento.pdf
- Gascón, J., Bosch, M. y Bolea, P. (2001). ¿Cómo se construyen los problemas en didáctica de las matemáticas?. *Educación Matemática*, 13(3), 22-63.
Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/13003/1/Gascon2001Como.pdf>

- Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García. & L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI*, 49-68. Jaén: SEIEM. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/11194/2/Godino2012Origen.pdf>
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, año 8, 11, 111-132. Recuperado de:
<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/14720/13965>
- Godino, J. D. (2017). Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Canadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M. M. Lopez-Martin (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Godino, J. D., Aké, L., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 32(1), 199-219. DOI: <http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.965>
- Godino, J. D.; Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135. Versión ampliada y revisada en 2009. *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Recuperado de:
http://funes.uniandes.edu.co/558/1/sintesis_eos_10marzo08.pdf
- Godino, J. D. y Burgos, M. (2017). Perspectiva ontosemiótica del razonamiento algebraico escolar. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en*

- Educación Matemática XXI*, 49-66. Zaragoza: SEIEM. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/11182/1/Godino2017Perspectiva.pdf>
- Godino, J. D., Neto, T., Wilhelmi, M. R., Aké, L., Etchegaray, S. y Lasa, A. (2015). *Niveles de algebrización de las prácticas matemáticas escolares. Articulación de las perspectivas ontosemiótica y antropológica. Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 117-142.
Recuperado de: <http://www.aiem.es/index.php/aiem/article/view/105/55>
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. Méjico: McGraw-Hill.
- Jou, V. F. y Martín, R. F. P. (2016). Flipped classroom en la asignatura de matemáticas de 3º de educación secundaria obligatoria. *EduTec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, (55), a322-a322.
DOI: <https://doi.org/10.21556/edutec.2016.55.284>
- Kieran, C. y Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*, 7(3), 229-240.
- Lage, M. J., Platt, G. J. y Treglia, M. (2000). Inverting the classroom: A gateway to creating an inclusive learning environment. *The Journal of Economic Education*, 31(1), 30-43.
- Pérez, P. (2017). *Flipped Classroom en el aula de matemáticas* (Trabajo fin de master). Universidad de Almería, Escuela Internacional de Master, Almería, España.
- Ramírez, A. (2010). Youtube y el desarrollo de la competencia matemática: Resultados de una investigación cuasiexperimental. *Contextos Educativos*, 13, 123-140. DOI: <http://dx.doi.org/10.18172/con.630>
- Reigeluth, C. M. (2012). Teoría instruccional y tecnología para el nuevo paradigma de la educación. *RED. Revista de Educación a Distancia*, 32.
Recuperado de : <http://www.um.es/ead/red/32>
- Ruano, R. M., Socas, M. M. y Palarea, M. M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de

sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA*, 2(2), 61-74. Recuperado de: <http://digibug.ugr.es/handle/10481/4441>

Sáez López, J. M. (2010). Utilización de las TIC en el proceso de enseñanza aprendizaje, valorando la incidencia real de las tecnologías en la práctica docente. *Revista Docencia e Investigación*, 20, 183-204.

URI: <http://hdl.handle.net/10578/8298>

Strayer, J. (2007). *The effects of the classroom flip on the learning environment*. Ohio, E.E.U.U.: M.A.

Wilson, S. G. (2013). The flipped class: A method to address the challenges of an undergraduate statistics course. *Teaching of Psychology*, 40(3), 193–199. DOI: <https://doi.org/10.1177/0098628313487461>

ANEXO I. Desglose de los registros y representaciones lingüísticas

	Natural Oral	Natural Escrito	Simbólico Algebraico	Simbólico Numérico	Gestual	Efectos Digitales	Animaciones	Gráfico	Total
1	•	•	•	•	•				5
2	•		•	•	•	•			5
3	•	•	•	•	•	•			6
4	•		•	•	•				4
5	•	•	•	•	•	•			6
6	•	•	•	•	•	•			6
7	•		•	•					3
8	•		•	•	•	•			5
9	•		•	•		•			4
10	•		•	•	•			•	5
11	•	•	•	•	•	•			6
12	•		•	•	•			•	5
13	•	•	•	•	•				5
14	•		•	•	•			•	5
15	•		•	•	•			•	5
16	•		•	•	•				4
17	•	•	•	•	•				5
18	•		•	•	•				4
19	•		•	•		•			4
20	•		•	•		•	•		5
21	•		•	•					3
22	•		•	•	•				4
23	•		•	•					3
24	•		•	•		•			4
25	•		•	•		•			4
26	•		•	•	•				4
27	•		•	•		•			4
28	•		•	•	•			•	5
29	•	•	•	•	•	•		•	7
30	•		•	•	•	•			5
31	•	•	•	•		•			5
32	•		•	•					3
33	•		•	•	•				4
34	•		•	•	•	•			5
35	•		•	•				•	4
36	•		•	•					3
37	•		•	•	•				4
38	•		•	•	•	•			5
39	•		•	•	•			•	5
40	•		•	•	•				4
41	•		•	•	•				4
42	•		•	•				•	4

ANEXO II. Valoración como refuerzo

	Lenguaje expresiones	Lenguaje idoneidad	Reglas claras correctas	Reglas adecuadas	Reglas fundamentales	Argumentos adecuados	Relaciones conectadas	Relaciones definidas	TOTAL
1	1	2	1	2	2	2	2	2	14
2	1	2	1	2	2	1	2	2	13
3	2	2	1	2	2	1	2	2	14
4	1	2	0	2	2	2	2	1	12
5	2	2	0	1	2	1	2	2	12
6	2	2	0	2	2	2	2	2	14
7	0	2	0	2	2	2	2	2	12
8	1	2	1	2	2	1	2	2	13
9	1	1	0	1	2	1	2	2	10
10	1	0	2	0	0	0	0	0	3
11	2	2	0	2	2	2	2	1	13
12	1	2	2	2	2	2	2	2	15
13	1	0	2	1	0	2	1	0	7
14	1	2	0	1	1	2	2	2	11
15	1	2	1	2	2	2	2	2	14
16	1	2	0	1	0	1	2	2	9
17	1	2	1	2	2	2	2	2	14
18	1	1	0	2	1	1	2	1	9
19	1	1	1	2	2	2	2	2	13
20	1	2	1	1	2	2	2	2	13
21	0	2	0	2	2	2	2	2	12
22	1	2	1	2	1	2	2	2	13
23	0	2	1	2	1	2	2	2	12
24	1	1	0	2	1	1	2	2	10
25	1	1	0	2	2	1	2	2	11
26	1	2	0	1	0	1	1	1	7
27	1	2	0	2	2	1	2	2	12
28	1	2	1	2	2	1	2	2	13
29	2	2	2	2	2	2	2	2	16
30	1	2	0	2	2	1	1	2	11
31	1	2	2	2	2	2	2	2	15
32	0	1	1	1	1	1	2	2	9
33	1	2	2	1	2	2	2	2	14
34	1	2	1	2	2	1	2	2	13
35	1	2	1	2	2	2	2	2	14
36	0	2	0	2	1	1	2	2	10
37	1	2	1	2	2	1	2	2	13
38	1	2	1	1	2	1	2	2	12
39	1	1	1	2	1	1	1	1	9
40	1	2	0	1	0	1	1	1	7
41	1	2	0	1	0	1	1	1	7
42	1	2	2	2	2	2	2	2	15

ANEXO III. Valoración como material didáctico

	Lenguaje expresiones	Lenguaje idoneidad	Reglas claras	Reglas adecuadas	Reglas fundamentales	Argumentos adecuados	Relaciones conectadas	Relaciones definidas	TOTAL
1	1	2	1	2	1	2	2	2	13
2	1	2	1	2	1	0	2	2	11
3	2	2	1	2	1	0	2	2	12
4	1	2	0	2	2	2	2	1	12
5	2	2	0	1	1	0	2	2	10
6	2	2	0	2	1	2	2	2	13
7	0	2	0	2	1	2	2	2	11
8	1	2	1	2	1	0	2	2	11
9	1	2	0	1	1	0	2	2	9
10	1	0	2	0	0	0	0	0	3
11	2	2	0	2	1	2	2	1	12
12	1	2	2	2	2	2	2	2	15
13	1	0	2	1	0	2	1	0	7
14	1	2	0	1	1	2	2	2	11
15	1	2	1	2	1	2	2	2	13
16	1	2	0	1	0	0	2	2	8
17	1	2	1	2	1	2	2	2	13
18	1	2	0	2	1	0	2	1	9
19	1	2	1	2	1	2	2	2	13
20	1	2	1	1	1	2	2	2	12
21	0	2	0	2	1	2	2	2	11
22	1	2	1	2	1	2	2	2	13
23	0	2	1	2	1	2	2	2	12
24	1	2	0	2	1	0	2	2	10
25	1	2	0	2	1	0	2	2	10
26	1	2	0	1	0	0	1	1	6
27	1	2	0	2	1	0	2	2	10
28	1	2	1	2	1	0	2	2	11
29	2	2	2	2	1	2	2	2	15
30	1	2	0	2	1	0	1	2	11
31	1	2	2	2	2	2	2	2	15
32	0	2	1	1	1	0	2	2	9
33	1	2	2	1	1	2	2	2	13
34	1	2	1	2	1	0	2	2	11
35	1	2	1	2	2	2	2	2	14
36	0	2	0	2	1	0	2	2	9
37	1	2	1	2	1	0	2	2	11
38	1	2	1	1	1	0	2	2	10
39	1	2	1	2	1	0	1	1	9
40	1	2	0	1	0	0	1	1	6
41	1	2	0	1	0	0	1	1	6
42	1	2	2	2	1	2	2	2	14