



Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos,
Canales y Puertos
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



ANÁLISIS DE LOS EXTREMOS DE LLUVIA Y CAUDAL EN LA CUENCA DEL RÍO BESAYA: INUNDACIONES DE ENERO DE 2019.

Trabajo realizado por:

Angélica María Rodríguez Orduz

Dirigido:

Manuel del Jesus Peñil

Javier Díez Sierra

Titulación:

**Máster Universitario
en Gestión Integrada
de Sistemas Hídricos.**

Santander, octubre de 2019

TRABAJO FINAL DE MASTER



Autora: Angélica María Rodríguez Orduz

Directores: Manuel del Jesus Peñil, Javier Díez Sierra

Convocatoria: Octubre de 2019

Palabras clave: Inundaciones Cantabria 2019, Cópulas Gaussianas, GEV, Periodos de Retornos

INTRODUCCIÓN

Las inundaciones de origen fluvial presentados en Cantabria durante la segunda quincena del mes de enero de 2019, afectaron aproximadamente a 61 ayuntamientos principalmente ribereños, generando la evacuación de personas de sus hogares, cierres viales producto de deslizamientos de laderas, interrupción del transporte ferroviario, alerta roja de desbordamiento en los ríos Pas, Deva, Saja, Asón y Besaya. Todo esto desencadenado por fuertes eventos de precipitación; sin embargo, la magnitud de las afecciones no corresponde a la intensidad de precipitación observada durante el evento, lo que lleva a suponer que fue la combinación con otras variables antecedentes tales como lluvias precedentes que saturaron el suelo o la nieve acumulada, lo que generó la excepcionalidad de la respuesta de la cuenca ante la precipitación.

Para este estudio se plantea la generación de cópulas Gausianas bivariadas en la cuenca del Besaya a partir de información hidrometeorológica de las series de caudal y precipitación de estaciones cercanas a la zona de interés. Para la precipitación se calcula la serie diaria de precipitación areal a partir de los datos históricos mediante la metodología de distancias inversas. Para el caso del caudal se busca una estación con información de por lo menos 20 años, que se encuentren en la zona media y baja de la cuenca con el fin de recoger un área significativa de drenaje.

Los objetivos principales son los siguientes:

- Identificar las variables con mayor relevancia en la descripción de los fenómenos de inundación ocurridos en Cantabria en enero de 2019.
- Identificar y evaluar la sensibilidad que genera un evento como el ocurrido durante enero de 2019 en las variables bajo las probabilidades de no excedencia comúnmente utilizadas en estudios.
- Aplicar de análisis bivariado de extremos mediante cópulas.

DATOS DE PARTIDA

- Modelo Digital de Terreno (MDT), tamaño de celda de 200 metros.
- **Precipitación:** Agencia Estatal de Meteorología (AEMet), y el Sistema Automático de Información Hidrológica de la Confederación Hidrológica del Cantábrico (SAI-CHC).
- **Caudal y nivel:** Anuario de Aforos del Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX) y del Sistema Automático de Información Hidrológica de la Confederación Hidrológica del Cantábrico (SAI-CHC)

METODOLOGIA

Para el desarrollo de este trabajo se siguió esta metodología: delimitación de la cuenca, generación de pluviómetro único para la cuenca, análisis de extremos Univariados, finalmente generación de cópulas gaussianas.

RESULTADOS

Datos iniciales para análisis

Luego de indicar el punto de cierre de la cuenca, el cual se ubica en la estación de Torrelavega identificada con los códigos N038 (SAI-CHC) y 1237 (ROEA), descartándose los años en los cuales no se cuenta por lo menos 80% de la información.

Con respecto a la serie de precipitación media de la cuenca se empleó un promedio de una superficie calculada por el método de interpolación IDW, generado con información desde 1965 a 2019. Las variables adicionales de precipitación con agregaciones que van desde la dos diaria hasta la seis diaria.

Análisis de extremos

El análisis de máximos para este caso se realizará estableciendo una variable objetivo; en nuestro caso, se iniciará con precipitación, nivel y caudal, buscando que para cada máximo sepamos lo ocurrido con las demás variables de análisis, garantizado que todas las variables correspondan a la misma tormenta. Seguidamente se analizó la correlación de Spearman eligiéndose las mayores de 0.40.

Con las correlaciones se filtró como variable objetivo el nivel, y las variables de análisis son nivel caudal, precipitación diaria, dos-diaria y tres-diaria. Con el fin de identificar las funciones de distribución que mejor describan el comportamiento extremo de las variables y los parámetros que la componen.

Se ajustan para las 5 variables la función de distribución invariada de su serie de extremos, es decir, la función que define la probabilidad de no excedencia de un valor de máximo anual. Tanto para el caudal como para la precipitación, la función de extremos con mejor ajuste fue la Gumbel, mientras que la precipitación dos-diaria y tres-diaria se ajusta mejor a una Weibull. Para ajustar las cópulas se utilizaron los siguientes pares de variables: *precipitación dos-diaria Vs precipitación tres-diaria*, y *caudal Vs Precipitación tres-diaria*. El análisis se realizará para los periodos de retorno de 50, 100, 500 y 1000

Cópulas

Se realizaron dos cópulas, su resultado se presenta en una gráfica que compila tres espacios que se detallan a continuación; las cajas laterales e inferiores representan la función de distribución de probabilidad de las marginales, mientras que el cuadro principal cuenta con líneas identificadas con color azul, correspondientes a isolíneas de periodo de retorno del escenario "O", donde a mayor tonalidad indica zonas de mayor probabilidad de ocurrencia para determinado periodo de retorno; por otro lado las líneas de color rojo representan las isolíneas de periodo de retorno del escenario "Y". Los puntos de color negro representan las variables de los eventos máximos, mientras que los puntos grises identifican las variables aleatorias. El fenómeno de 2019 se destaca con un punto rojo.

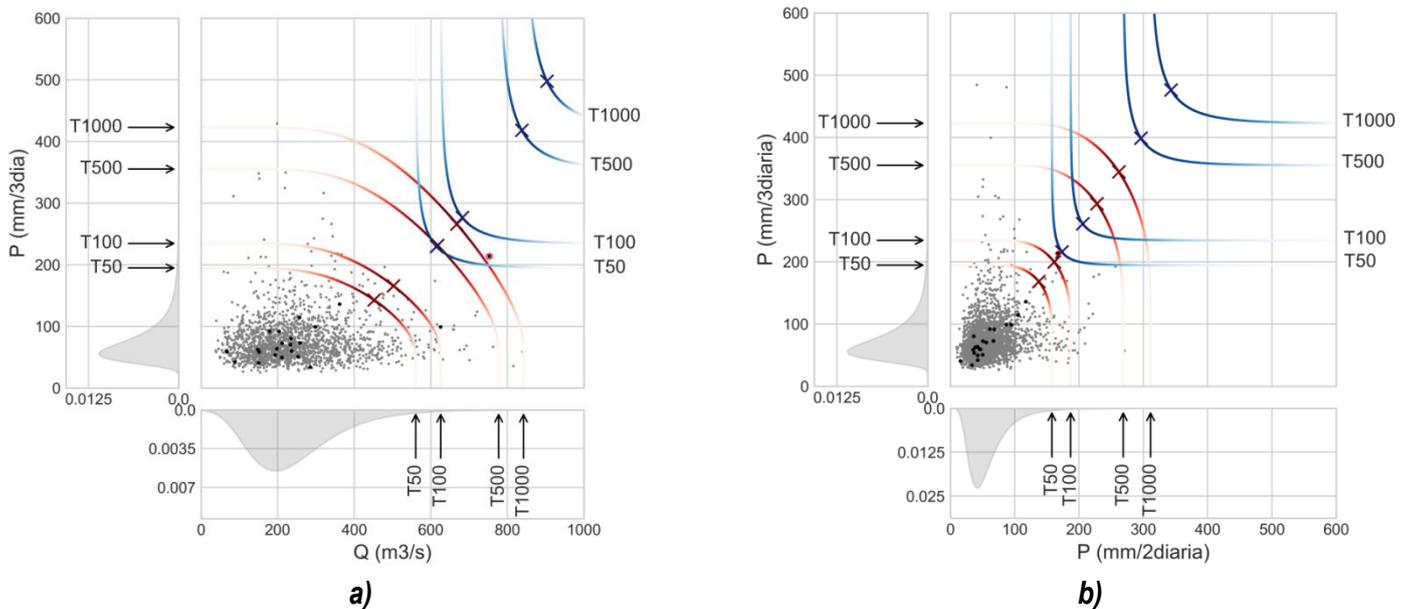


Figura 1 Resultados del análisis de extremos mediante cópulas a) Caudal medio diario y precipitación tres-día. b) Precipitación dos-día y precipitación tres-día

En la Figura 1 a) la correlación de la pareja de variables tenidas en cuenta para el análisis de cópulas es considerado bueno. Para el evento ocurrido durante enero de 2019, el cual causó inundaciones y mantuvo en alerta a la comunidad autónoma, en el escenario “O” resultó con mayor aproximación a la isolínea correspondiente a un periodo de retorno de 50 años, aunque se destaca el hecho que la gradación del color no es muy fuerte por lo que la probabilidad de esta combinación de caudal y precipitación es baja dentro de dicha curva de periodo de retorno. Al analizar el escenario “Y” identificamos la proximidad del evento de enero de 2019 a la línea que describe los eventos que se asocian a un periodo de retorno de 1000 años con probabilidades de ocurrencia considerable, dado que la tonalidad de la línea roja es fuerte.

En la Figura 1 b) el evento ocurrido en enero de 2019, en el análisis realizado con estado variables se encuentra alineado con los puntos de máxima probabilidad de ocurrencia bajo cada uno de los periodos de retorno analizados, la proximidad del evento en el escenario “O” resultó con periodo de retorno de 50 años, para el escenario “Y” este evento se encuentra próximo a los 100 años de periodo de retorno.

Comparando los valores obtenidos para cada periodo de retorno en esta cópula, se observa que los valores de escenario “Y” son similares en orden de magnitud a los calculados empleando la metodología tradicional. Mientras que en el escenario “O” en la precipitación dos diaria los periodos de retorno de 50 y 100 años son similares en magnitud a los calculados por el método convencional, mientras que los asociados a probabilidades de no excedencia muy bajas, es decir, 500 y 1000 años los valores llegan a duplicarse en los calculados con cópulas. En el caso de la precipitación tres diaria el aumento se aproxima a dos veces los calculados por máximos anuales.

CONCLUSIONES

De acuerdo a la información de periodos de retorno univariado, los eventos ocurridos durante enero de 2019, en cuanto a caudal y precipitación fueron de 100 y 50 años, se consideran como



periodos de retorno manejables y comúnmente utilizados para diseño de estructuras, sin embargo al revisar las variables generadas la precipitación 3 diaria se asoció a un periodo de retorno 1000 años, superando así los estudios de inundación en los que se trabajan comúnmente con periodos de retorno de 500 años. Por lo anterior es evidente que las emergencias ocurridas durante este evento no están asociadas como tal a lo ocurrido durante ese día en particular, sino que fue agravado por los fenómenos de los días previos.

El análisis multivariado mediante la implementación de cópulas es una herramienta que nos permite abordar el estudio de máximos desde un punto de vista integral, brindando la oportunidad de evaluar las diferentes correlaciones que existen entre las variables climatológicas que tiene gran repercusión en nuestro entorno. Siendo un estudio de probabilidades conjuntas nos aportan valores para los tiempos de retorno superiores o similares permitiendo que los cálculos de estructuras hidráulicas y estudios de riesgos asociados a este tema generen resultados con un factor más alto de seguridad, sin embargo, dado que en ocasiones identificamos que las variables se duplican de un método a otro se debe tener en cuenta el tamaño de la obra o el área de influencia, con el fin de elegir la metodología a implementar para el análisis de máximos.

Autora: Angélica María Rodríguez Orduz

Directores: Manuel del Jesus Peñil, Javier Díez Sierra

Convocatoria: Octubre de 2019

Palabras clave: Inundaciones Cantabria 2019, Cópulas Gaussianas, GEV, Periodos de Retornos

INTRODUCTION

The floods of river origin presented in Cantabria during the month of January 2019, affected approximately 61 mainly riverside municipalities, generating the evacuation of people from their homes, road closures due to landslides, interruption of rail transport, red overflow warning in the rivers Pas, Deva, Saja, Asón and Besaya. All this triggered by strong precipitation events; However, the magnitude of the conditions does not correspond to the intensity of precipitation observed during the event, which leads us to assume that it was the combination with other background variables such as previous rains that saturated the soil or the accumulated snow, which generated the exceptional response of the basin to precipitation.

For this study, the generation of bivariate Gaussian intercourse in the Besaya basin is proposed based on hydrometeorological information on the flow and precipitation series of stations near the area of interest. For precipitation, the daily series of areal precipitation is calculated from historical data using the inverse distance methodology. In the case of the flow, a station with information of at least 20 years is sought, which are located in the middle and lower area of the basin in order to collect a significant drainage area.

The principal objectives are:

- Identify the variables with greater relevance in the description of flood phenomena that occurred in Cantabria in January 2019.
- Identify and evaluate the sensitivity generated by an event such as that occurred during January 2019 in the variables under the probabilities of non-exceedance commonly used in studies.
- Apply bivariate analysis of extremes through intercourse.

BASELINE DATA

- Digital Terrain Model (MDT), cell size of 200 meters.
- **Precipitation:** Agency State of Meteorology, and the System Automatic of Information Hydrologic the Confederation Hydrologic of Cantábrico.
- **Flow and level:** Yearbook of Aforos the Center for Studies and Experimentation of Public Works and the System Automatic of Information Hydrologic the Confederation Hydrologic of Cantábrico.



METHODOLOGY

For the development of this work, the methodology was: delimitation of the basin, generation of a single rain gauge for the basin, analysis of univariate extremes, finally generation of Gaussian intercourse.

RESULTS

Initial data for analysis

After indicating the closing point of the basin, which is located at the Torrelavega station identified with codes N038 (SAI-CHC) and 1237 (ROEA), discarding the years in which at least 80% is not counted of the information.

With respect to the series of average precipitation of the basin, an average of an area calculated by the IDW interpolation method was used, generated with information from 1965 to 2019. Additional precipitation variables with aggregations ranging from two daily to six daily

Extreme analysis

The extreme analysis for this case will be carried out by establishing an objective variable; In our case, it will start with precipitation, level and flow, seeking that for each maximum we know what happened with the other analysis variables, guaranteed that all the variables correspond to the same storm. Next, Spearman's correlation was analyzed, choosing those greater than 0.40.

With the correlations the level was filtered as an objective variable and the analysis variables are flow level, daily rainfall, two-daily and three-daily. In order to identify the distribution functions that best describe the extreme behavior of the variables and the parameters that compose it.

The invariant distribution function of its series of extremes is adjusted for the 5 variables, that is, the function that defines the probability of not exceeding an annual maximum value. For both the flow rate and the precipitation, the function of extremes with the best fit was the Gumbel, while the two-daily and three-daily rainfall is best suited to a Weibull. To adjust the intercourse, the following pairs of variables were used: two-daily precipitation Vs three-daily precipitation, and flow rate Vs Three-daily precipitation. The analysis will be carried out for the return periods of 50, 100, 500 and 1000.

Copulas

Two copulas were made, its result is presented in a graph that compiles three spaces detailed below; the lateral and inferior boxes represent the probability distribution function of the marginal ones, while the main panel has lines identified with blue color, corresponding to the return period isolines of the "O R" scenario, where the higher tone indicates areas of greater probability of occurrence for a certain return period; on the other hand, the red lines represent the return period isolines of the "Y" scenario. The black dots represent the variables of the maximum events, while the gray dots identify the random variables. The 2019 phenomenon stands out with a red dot.

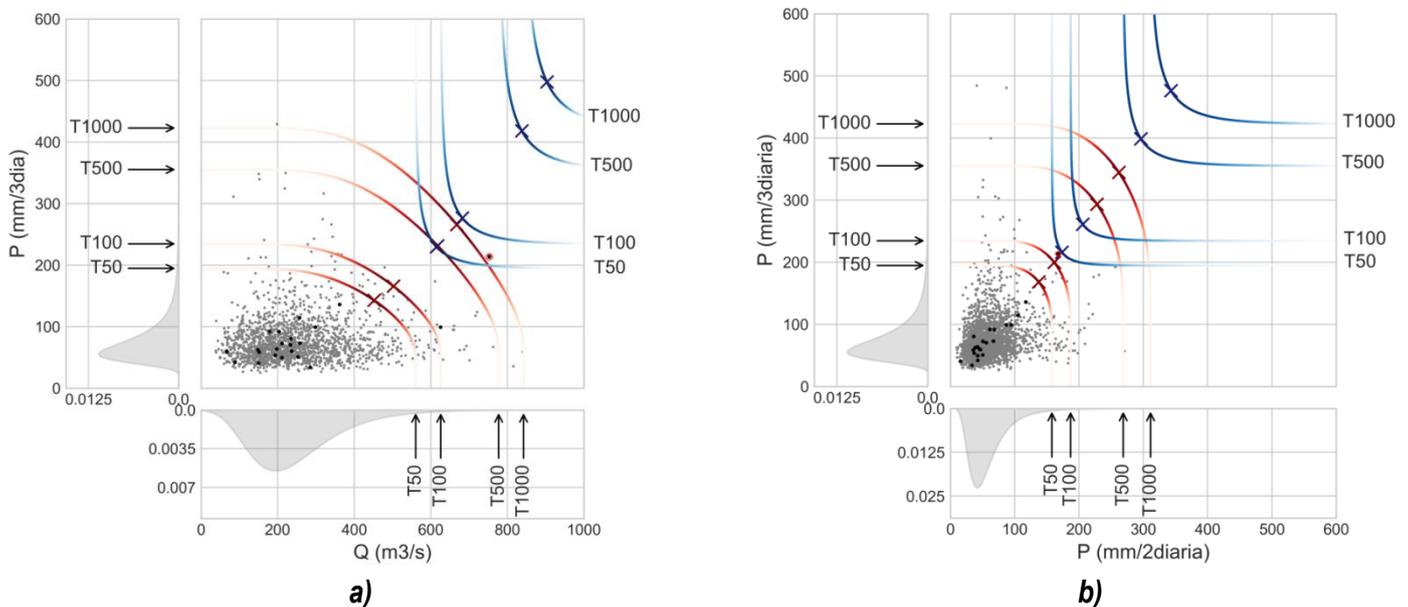


Figure 1 Results of the analysis of extremes through copulas a) Average daily flow and three-daily precipitation. b) Two-daily precipitation and three-daily precipitation

In Figure 1 a) the correlation of the couple of variables taken into account for the analysis of intercourse is considered good. For the event that occurred during January 2019, which caused flooding and kept the autonomous community on alert, the “O R” scenario resulted in a closer approximation to the isolines corresponding to a 50-year return period, although the fact stands out that the color gradation is not very strong, so the probability of this combination of flow and precipitation is low within said return period curve. When analyzing the “Y” scenario, we identify the proximity of the January 2019 event to the line that describes the events that are associated with a 1000-year return period with probabilities of considerable occurrence, given that the red line's hue is strong.

In Figure 1 b) the event occurred in January 2019, in the analysis carried out with variable status is aligned with the points of maximum probability of occurrence under each of the analyzed return periods, the proximity of the event in the scenario “O R” resulted in a 50-year return period, for the “AND” scenario this event is close to the 100-year return period.

Comparing the values obtained for each return period in this intercourse, it is observed that the “AND” scenario values are similar in order of magnitude to those calculated using the traditional methodology. While in the “O R” scenario in the two daily rainfall the return periods of 50 and 100 years are similar in magnitude to those calculated by the conventional method, while those associated with very low probabilities of non-exceedance, that is, 500 and 1000 years the values get to double in those calculated with intercourse. In the case of three daily rainfalls, the increase approaches twice those calculated by annual maximums.

CONCLUSIONS

According to the information of periods of univariate return, the events that occurred during January 2019, in terms of flow and precipitation were 100 and 50 years, are considered as manageable return periods and commonly used for structure design, however at reviewing the



variables generated daily rainfall 3 was associated with a 1000-year return period, thus exceeding flood studies in which they commonly work with 500-year return periods. Therefore, it is evident that the emergencies that occurred during this event are not associated as such with what happened during that particular day, but that it was aggravated by the phenomena of the previous days.

Multivariate analysis through the implementation of intercourse is a tool that allows us to address the study of maximums from an integral point of view, providing the opportunity to evaluate the different correlations that exist between the climatic variables that have a great impact on our environment. Being a study of joint probabilities, they give us values for higher or similar return times, allowing hydraulic structure calculations and risk studies associated with this issue to generate results with a higher safety factor, however, given that we sometimes identify that the variables are duplicated from one method to another, the size of the work or the area of influence must be taken into account, in order to choose the methodology to be implemented for the maximum analysis.

Contenido

1. INTRODUCCIÓN	3
1.1. Motivación del estudio	3
1.2. Objetivos.....	4
1.3. Organización del documento	4
2. DATOS DE PARTIDA.....	5
2.1 Descripción de la Zona de Estudio	5
2.2 Información Cartográfica.....	6
2.3 Información Hidrometeorológica.....	6
2.3.1. Pluviometría.....	6
2.3.2 Caudales.....	7
3. METODOLOGÍA	8
3.1. Delimitación de la cuenca.....	9
3.2. Datos iniciales.....	9
3.3. Análisis univariado de extremos: GEV.....	10
3.4. Análisis bivariado de extremos: cópulas.....	12
Escenarios	13
4. RESULTADOS.....	17
4.1. Datos Iniciales de para análisis.....	17
4.2 Análisis de máximo.....	19
4.3 Cópulas.....	22
5. CONCLUSIONES	26
6. BIBLIOGRAFÍA.....	27
7. ANEXOS.....	28
7.1. Información Hidrometeorológica Utilizada	28

Índice de figuras

Figura 2.1 Localización de la Cuenca.....	5
Figura 2.2 Ubicación de las estaciones pluviométricas.....	6
Figura 2.3 Ubicación de Estación de Aforo.....	7
Figura 3.1 Diagrama del flujo de trabajo.....	8
Figura 3.2 Copulas Gaussianas a) Función de densidad de probabilidad. b) Función Acumulada de probabilidad con $\rho=0.6$. (Nacereddine Hammami, 2013).....	13
Figura 3.3 Cuadrantes de distribución de probabilidad. Brunner, 2016.	13
Figura 3.4 Análisis bivariado. (Brunner M, 2016).....	15
Figura 3.5 Análisis bivariado Tr 10 años. (B. Graler, 2013).....	15
Figura 4.1 Serie de Caudales Estaciones N038 y 1237.....	17
Figura 4.2 Información Base Caudal y Precipitación.	18
Figura 4.3 Correlación entre máximos.....	20
Figura 4.4 Funciones de distribución de probabilidad acumulada. Variable Objetivo Nivel.	20
Figura 4.5 Cópula 1 Caudal medio diario y Precipitación Tres Diaria.....	23
Figura 4.6 Cópulas Precipitación Dos Diaria y Precipitación Tres Diaria.....	24

Índice de Tablas

Tabla 4.1 Correlaciones de Spearman.....	18
Tabla 4.2 Parámetros de la función de densidad de probabilidad.....	21
Tabla 4.3 Periodos de Retorno univariado para variables de estudio.....	22
Tabla 4.4 Periodos de Retorno, evento de enero de 2019.....	22
Tabla 4.5 Periodo de Retorno de la cópula 1 bajo los dos escenarios planteados.....	24
Tabla 4.6 Periodo de Retorno de la cópula 2 bajo los dos escenarios planteados.....	25

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Motivación del estudio

Las inundaciones de origen fluvial presentados en Cantabria durante la segunda quincena del mes de enero de 2019, afectaron aproximadamente a 61 ayuntamientos principalmente ribereños, generando la evacuación de personas de sus hogares, cierres viales producto de deslizamientos de laderas, interrupción del transporte ferroviario, alerta roja de desbordamiento en los ríos Pas, Deva, Saja, Asón y Besaya. Todo esto desencadenado por fuertes eventos de precipitación; sin embargo, la magnitud de las afecciones no corresponde a la intensidad de precipitación observada durante el evento, lo que lleva a suponer que fue la combinación con otras variables antecedentes tales como lluvias precedentes que saturaron el suelo o la nieve acumulada, lo que generó la excepcionalidad de la respuesta de la cuenca ante la precipitación.

Dada la presión de las actividades humanas que ejercen sobre el medio acuático y la variabilidad climática en la que nos encontramos, la amenaza que esta genera sobre las estructuras sociales y económicas se requiere que la evaluación de la estadística de máximos se aborde desde un punto de vista más complejo, con lo que se busca no solo aplicar la metodología utilizada de manera convencional, la cual se basa en la estadística de valores extremos de precipitación como la variable generadora del caudal, y suponiendo una relación lineal entre las variables. Por lo que en los últimos años en este tipo de análisis se ha buscado incluir temas tales como no estacionariedad y revisar la multivaribilidad del fenómeno, con el fin de brindar resultados que describan de mejor manera la naturaleza del fenómeno, e incluir nuevas variables de alerta que permitan una toma de decisiones eficaces .

Para este estudio se plantea la generación de cópulas Gaussianas bivariadas en la cuenca del Besaya a partir de información hidrometeorológica de las series de caudal y precipitación de estaciones cercanas a la zona de interés. Para la precipitación se calcula la serie diaria de precipitación areal a partir de los datos históricos mediante la metodología de distancias inversas. Para el caso del caudal se busca una estación con información de por lo menos 20 años, que se encuentren en la zona media y baja de la cuenca con el fin de recoger un área significativa de drenaje.

1.2 Objetivos.

Los objetivos principales son los siguientes:

- Identificar las variables con mayor relevancia en la descripción de los fenómenos de inundación ocurridos en Cantabria en enero de 2019.
- Identificar y evaluar la sensibilidad que genera un evento como el ocurrido durante enero de 2019 en las variables bajo las probabilidades de no excedencia común mente utilizadas en estudios.
- Aplicar de análisis bivariado de extremos mediante cópulas.

1.3 Organización del documento

La estructura del documento es la que sigue:

Capítulo 1: Introducción, en el que se describe la motivación del estudio y se definen los objetivos a lograr con el presente estudio.

Capítulo 2: Datos de partida donde se detalla la información utilizada en este estudio.

Capítulo 3: Metodología, donde se realiza una descripción detallada de los datos utilizados y del procedimiento del estudio.

Capítulo 4: Resultados, en los que se muestran los resultados obtenidos con el procedimiento.

Capítulo 5: Conclusiones, donde se exponen las principales conclusiones alcanzadas con el estudio.

Anexos

2. DATOS DE PARTIDA.

2.1 Descripción de la Zona de Estudio

Pertenciente al sistema de explotación Saja –Besaya de la Demarcación Hidrográfica del Cantábrico, la cuenca del Río Besaya cuenta con un área aproximada de 486 km²; su cauce principal recorre aproximadamente 45 km desde el norte de Reinosa en Fuente del Besaya donde se encuentra su nacimiento en una altitud de 1000 m.s.n.m. hasta su desembocadura en el río Saja a la altura de Torrelavega 15 m.s.n.m., su cuenca, se halla delimitada al Oeste por la Sierra de Bárcena Mayor y los picos de Ibio y Mozagro, mientras que al Este se sitúan los picos de Mediajo Frío y Bastrucos, el Monte de Tejas y el Monte Dobra

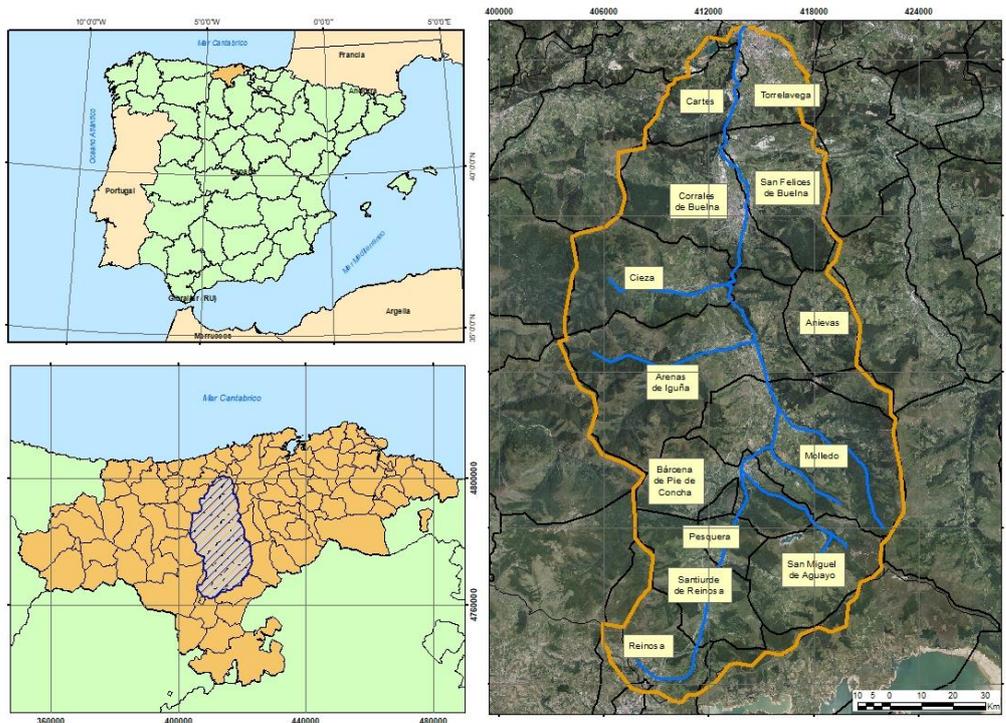


Figura 2.1 Localización de la Cuenca.

2.2 Información Cartográfica.

Con el fin de delimitar la cuenca al punto de interés, es necesario el Modelo Digital de Terreno (MDT), el cual se encuentra disponible en el centro de descargas de Información Geográfica del Gobierno de Cantabria con un tamaño de celda de 200 metros el cual se encuentra disponible para toda la comunidad autónoma.

2.3 Información Hidrometeorológica.

2.3.1. Pluviometría.

Para obtener la precipitación promedio por cuenca de estudio se procedió a recopilar la información disponible de las estaciones de medición en la zona aledaña a la cuenca con el fin de construir una serie de precipitación areal de por lo menos de 20 años. Se consultó y recopiló información de la Agencia Estatal de Meteorología (AEMet), y el Sistema Automático de Información Hidrológica de la Confederación Hidrológica del Cantábrico (SAI-CHC). La localización de las estaciones empleadas se observa en la Figura 2.2 (Ver Anexo 7.1)

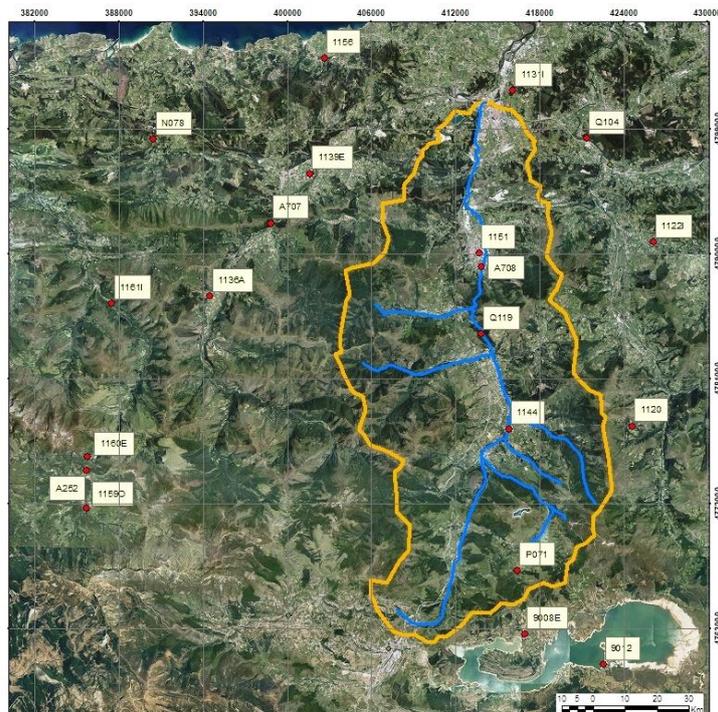


Figura 2.2 Ubicación de las estaciones pluviométricas.

2.3.2 Caudales.

Para realizar el análisis bivariado se requieren identificar puntos de aforo en la cuenca media baja de la zona de estudio que cuente con información de por lo menos 20 años. Esta información se obtuvo del Anuario de Aforos del Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX) y del Sistema Automático de Información Hidrológica de la Confederación Hidrológica del Cantábrico (SAI-CHC) una vez determinado este punto se emplea como cierre de la cuenca de estudio para su limitación ver Figura 2.3 (Ver Anexo 7.1)

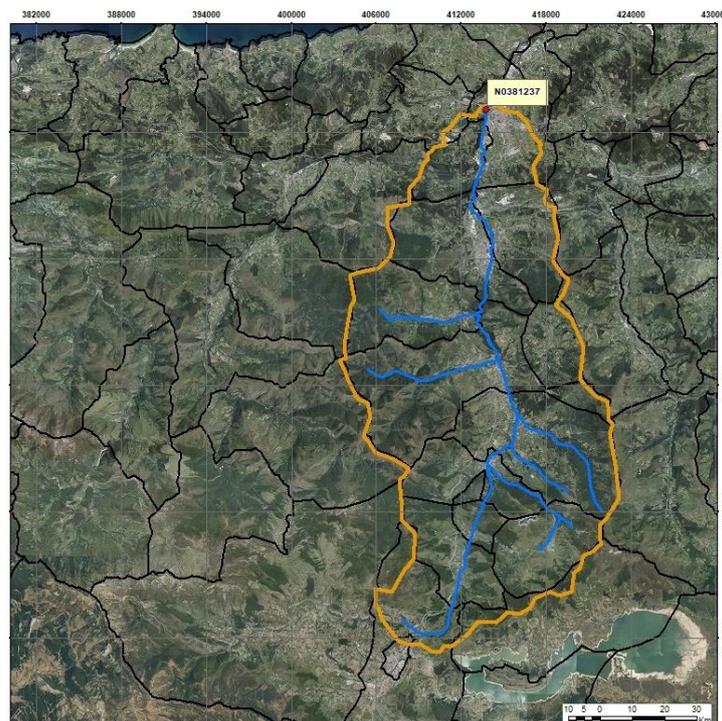


Figura 2.3 Ubicación de Estación de Aforo



3. METODOLOGÍA

En el presente capítulo, se describen los datos, métodos, procedimientos, modelos matemáticos, conceptuales y numéricos empleados en el presente estudio tendientes a alcanzar los objetivos trazados. En el siguiente flujograma, se muestra esquemáticamente la metodología empleada:

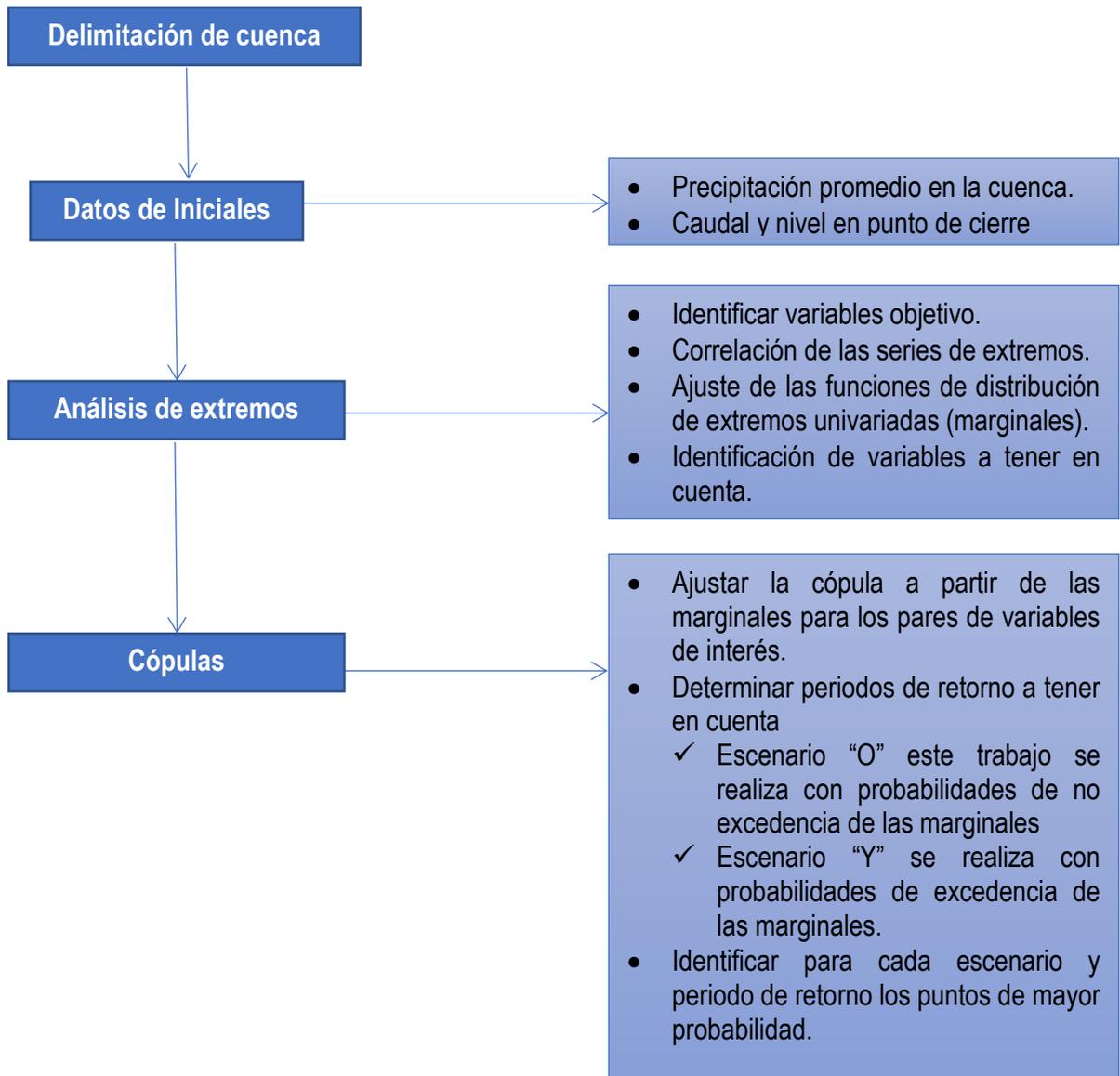


Figura 3.1 Diagrama del flujo de trabajo

3.1. Delimitación de la cuenca.

Para obtener la delimitación de la cuenca del río Besaya se identifica un punto de medición de caudales con el fin de determinarlo como punto de cierre de la cuenca. Fijado el punto de cierre, se realizan una serie de procesamientos a través de la herramienta del programa informático ArcGis, para el cual se dispone del modelo digital de terreno MDT con un tamaño de celda de 200 m. Ver Figura 2.3.

3.2. Datos iniciales

La unificación de la serie de caudales y niveles se realiza toda vez que existe en el mismo lugar dos fuentes de información de estas variables, con el fin de contar con una serie de por lo menos de 20 años de medición.

Para generar un único pluviómetro promedio en la cuenca, se utilizarán las estaciones de medición existente empleando el método de interpolación de distancias inversas (IDW) para una malla con tamaño de celda de 200 metros, utilizando como base MDT.

Como su nombre lo indica el método de interpolación busca el cálculo de la distancia inversa desde el punto con que se cuenta información hasta el punto donde deseamos tener datos, generando así un sistema de pesos en las variables medidas que tiene mayor importancia en las estaciones más próximas al punto de interés que las alejadas, siendo este un método de menor complejidad y similar al Kriging, y que además ofrece mejores resultados en variables como la precipitación. Esta interpolación se puede describir mediante la siguiente formula

$$Z_{(so)}^* = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Z_{(so)}}{d_{i,j}^\beta}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_{i,j}^\beta}} \quad \text{Ecu. 1}$$

Donde $Z_{(so)}^*$ es el punto donde requerimos la información, $Z_{(so)}$ es el punto en el cual contamos con información β es el exponente de ponderación, y $d_{i,j}$ es la distancia entre los puntos. (Villatoro, 2008)

Con la serie definida se procede a generar variables adicionales con la precipitación, las cuales contribuirán a identificar correlaciones que en los análisis comúnmente implementados no se tienen en cuenta. A continuación se detallan las agregaciones que se realizaron:

- *Precipitación dos-diaría (P2d_mm)*: total de la precipitación del día fechado y el inmediatamente anterior.



- *Precipitación tres-diaria (P3d_mm)*: total de la precipitación del día fechado y los dos días inmediatamente anteriores.
- *Precipitación cuatro-diaria (P4d_mm)*: total de la precipitación del día fechado y los tres días inmediatamente anteriores.
- *Precipitación cinco-diaria (P5d_mm)*: total de la precipitación del día fechado y los cuatro días inmediatamente anteriores.
- *Precipitación seis-diaria (P6d_mm)*: total de la precipitación del día fechado y los cinco días inmediatamente anteriores.

El uso de precipitaciones acumuladas en distintas ventanas temporales es una aproximación a dos variables de potencial importancia en el desencadenamiento de la inundación: la saturación del suelo y el derretimiento de la nieve acumulada en altura. Estos dos procesos pueden modificar sensiblemente la respuesta de la cuenca ante un evento de precipitación.

Además, se evaluará la correlación que existe entre todo el grupo de datos con el coeficiente de Spearman no paramétrico, el cual es similar al de Pearson sin embargo no requiere el ajuste de los datos a un comportamiento lineal, además es menos sensible a los valores extremos. Su rango varía entre -1 y 1, siendo 0 el valor que indica que no existe correlación entre los datos. Para considerar una correlación moderada, según literatura debe ser mayor a 0.5

Este coeficiente, representado por la ρ , es una medida de la asociación o interdependencia. Para su cálculo, los datos son ordenados y remplazados, por su orden se debe tener en cuenta datos repetidos.

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum D^2}{n(n^2 - 1)} \quad \text{Ecu. 2}$$

Donde ρ es coeficiente de correlación, D es la diferencia de orden entre cada pareja de datos y n es el número de pareja de datos con la que contamos.

3.3. Análisis univariado de extremos: GEV

Se denomina variable objetivo a la variable elegida para definir las fechas de la serie de eventos extremos anuales. Fijadas las fechas de los eventos extremos, se extraen los valores de las diversas variables en ellas; con esto se garantiza que los fenómenos sean dependientes y que la correlación sea real.

Para el análisis de extremos, se ha de ajustar una función de distribución a la serie de eventos de cada una de las variables. Se debe tener en cuenta que la serie de eventos sólo representa con certeza los eventos extremos de la variable objetivo, no teniendo certeza de que esto sea así para el resto de variables del estudio. Se utiliza la función de distribución

generalizada de valores extremos, conocida con sus siglas en inglés como GEV, la cual abarca los tres comportamientos principales de cola: Frechet, caracterizándose con colas gruesas a la derecha y una cola corta y truncada a la izquierda, cola delgada y corta tipo Weibull y Gumbel (Alentorn, 2010) Ecu. 3. La ecuación 4 representa la función de densidad de la GEV, es decir, la derivada de la función de distribución.

$$F(x; \mu, \psi, \xi) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\psi} \right) \right]^{-1/\xi} \right\} \begin{matrix} \mu \rightarrow \text{localizacion} \\ \psi \rightarrow \text{escala} \\ \xi \rightarrow \text{forma} \end{matrix} \quad \text{Ecu. 3}$$

$$f(x; \mu, \psi, \xi) = \frac{1}{\psi} \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\psi} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi} - 1} \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\psi} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\} \quad \text{Ecu. 4}$$

El parámetro de forma (ξ) define cuál de los tres tipos de funciones de extremos se aplica. Para $\xi=0$ la distribución GEV pertenece a la clase Gumbel, que incluye las distribuciones gamma normal y exponencial. Si $\xi>0$ es una distribución Frechet; incluyen las distribuciones de cola gruesa como Pareto, Cauchy y T-Student. En el caso $\xi<0$, la distribución es Weibull, distribución de cola corta que incluye las distribuciones uniforme y beta.

La selección de los parámetros de la distribución se elige mediante las estimaciones de la máxima verosimilitud la cual es una función de máximos que nos permite la elección de los parámetros de tal manera que maximizan la función, si bien la combinación de estos parámetros no garantiza la optimización, suele ser una aproximación aceptable para la estimación de la distribución.

Dada la importancia de la definición de las variables hidrológicas en términos de probabilidad de no excedencia, nace el termino periodo de retorno. De manera inicial, este término traduce la probabilidad de no excedencia de un evento en su recurrencia media en años, lo que no es más que el tiempo promedio que transcurre para que un evento de interés no sea excedido por lo menos una vez en promedio. La ecuación 5 muestra la relación entre el periodo de retorno (Tr) y la probabilidad de no excedencia (Pne), es decir, la función de distribución (cdf).

$$Tr = \frac{1}{1 - P_{ne}} = \frac{1}{1 - cdf} \quad \text{Ecu. 5}$$

Los periodos de retorno comúnmente utilizado en estudios hidrológicos e hidráulicos se presentan a continuación, con sus probabilidades de no excedencia.

Tr (años)	10	20	50	100	500	1000
P	0.900	0.950	0.980	0.990	0.998	0.999



Para este análisis se utilizaron 50, 100, 500 y 1000 años de periodo de retorno, los cuales son utilizados para estudios de inundaciones y diseño de diques.

3.4. Análisis bivariado de extremos: cópulas.

Las cópulas son distribuciones multivariadas que surgen del acople de distribuciones univariadas (llamadas marginales) manteniendo la estructura de correlación entre estas últimas. La ventaja de este proceso radica en que las cópulas permiten modelar dependencia de las variables aleatorias sin importar el tipo de las distribuciones marginales, las cuales se aplican de ajustan fuera de la cópula de forma independiente (A.I. Requena, 2013).

La teoría de las cópulas está basada en el teorema de (Sklar, 1959), el cual se puede escribir de la siguiente forma para el caso bivariado:

$$H(x, y) = C\{F(x), G(y)\}, x, y \in R \quad \text{Ecu.6}$$

Donde $H(x, y)$ es la función de distribución acumulada de las variables aleatorias X e Y , $F(x)$ y $G(y)$ son las funciones de distribución marginal univariada respectivamente y C es la función de la cópula.

En este estudio, la relación bivariada se utilizará mediante la construcción de cópulas Gaussiana la cual es implícita, simétrica: $C(F(x), F(y))=C(F(y), F(x))$, con tendencia en las colas nulas o muy bajas. Para la construcción de la cópula se deben de llevar a cabo dos pasos previos: el análisis de la correlación entre las variables, y el ajuste de las distribuciones marginales. Para el estudio de correlación entre las variables se utiliza, en los trabajos de cópulas, bien el coeficiente Kendall o bien el coeficiente de correlación de Spearman; se utilizan estas dos definiciones de la correlación porque se pone el foco en que el ranking de las variables sea máximo y no se puede suponer una relación lineal entre las variables (como hace la correlación de Pearson). Las distribuciones marginales a ajustar son alguna de las 3 funciones de distribución de la familia GEV anteriormente comentadas. El ajuste de los 3 parámetros de la GEV permite transformar la serie de extremos en una distribución uniforme, por medio de la función de distribución de probabilidad (CDF); esta uniformización de la distribución es la base de la construcción de cópula y a lo que se refiere el teorema de Sklar.

Ajustada la cópula gaussiana, esta tiene una función de densidad (pdf, probability density function) y una función de distribución (cdf, cumulative density function) tridimensionales. La pdf toma la forma de la campana de Gauss, con una elongación en la diagonal acorde al grado de correlación entre las variables; dos variables sin correlación tendrán una campana de planta circular, mientras que conforme la correlación aumenta, la planta se transforma en una elipse de mayor elongación. De forma similar al caso univariado, la cdf es la integral de la pdf (en este caso en dos dimensiones); es una función siempre creciente con un máximo en 1 y mínimo en 0.

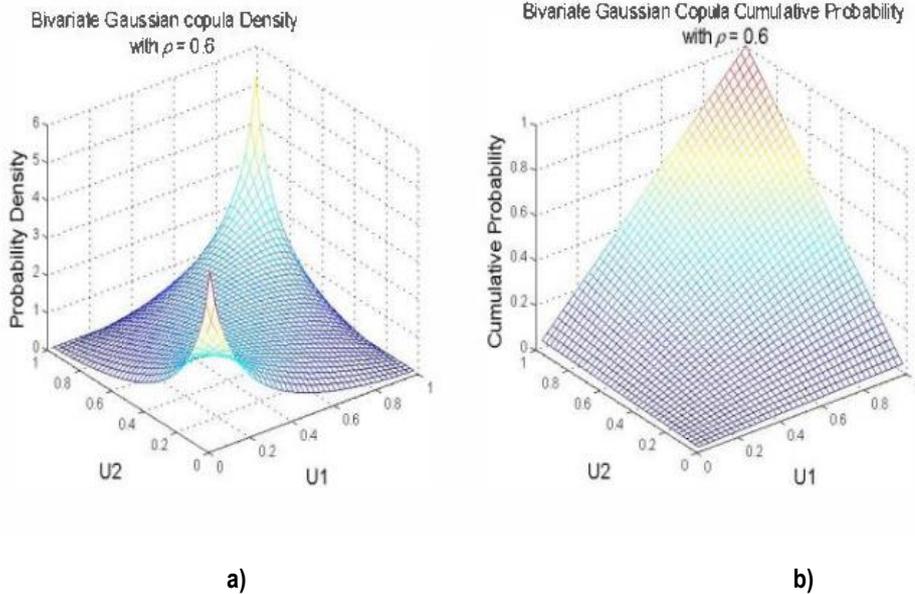
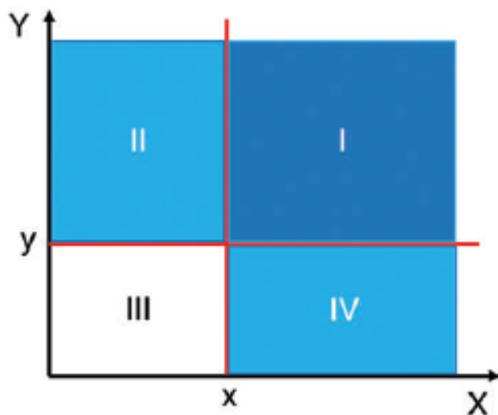


Figura 3.2 Copulas Gaussianas a) Función de densidad de probabilidad. b) Función Acumulada de probabilidad con $\rho=0.6$. (Nacereddine Hammami, 2013)

Escenarios

Sobre la función de distribución y densidad se pueden definir diferentes escenarios de riesgo con los que calcular el periodo de retorno. En este estudio nos centraremos en dos de ellos: los escenarios conocidos como O e Y. El escenario O corresponde con todos aquellos eventos para los que al menos una de las dos variables (X o Y) superen su umbral de riesgo (x o y); en la imagen de la Figura 3.2, el escenario O corresponde con los cuadrantes II+I+IV. El escenario Y es aquél en que las dos variables superan su umbral de riesgo; en la figura corresponde al cuadrante I.



Cuadrante I: $\Pr[X > x, Y > y] = 1 - F_X(x) - F_Y(y) + F_{XY}(x, y) = S_{XY}(x, y)$

Cuadrante II: $\Pr[X \leq x, Y > y] = F_X(x) - F_{XY}(x, y)$

Cuadrante III: $\Pr[X \leq x, Y \leq y] = F_{XY}(x, y)$,

Cuadrante IV: $\Pr[X > x, Y \leq y] = F_Y(y) - F_{XY}(x, y)$

Figura 3.3 Cuadrantes de distribución de probabilidad. Brunner, 2016.



Junto a la figura se expresa la definición en términos de probabilidad de cada uno de los cuadrantes. Es importante recalcar que la función de distribución de la cópula (F_{xy}) corresponde con el cuadrante III (en blanco); la distribución marginal F_x corresponde a la suma de los cuadrantes II y III, mientras que la distribución marginal F_y a la suma de los cuadrantes III y IV. Con esto en mente, se definen las ecuaciones del periodo de retorno para el escenario O (T^V) e Y (T^A).

$$T^V(x, y) = \frac{1}{1 - F_{xy}(x, y)}$$

$$T^A(x, y) = \frac{1}{1 - F_x(x) - F_y(y) + F_{xy}(x, y)}$$

En la Figura 3.3 las líneas rojas se identifican como un umbral de excedencia, para este estudio se identifica como el valor de las variables de estudio para el periodo de retorno estudiado y calculado mediante la metodología univariada de máximos, con los cuales se generan las cópulas mediante la implementación de la cópula Gaussiana, eligiendo además el punto de mayor probabilidad que correspondería al de la variable para el periodo de retorno analizado.

El escenario “Y” se trabaja con las probabilidades de excedencia, y describe una Isolínea de la cópula cóncavo, mientras el escenario “O” trabaja con las probabilidades de no excedencia de las funciones marginales generando una isolínea de la cópula convexa. Además el punto de inflexión de las isolínea se identifica como el punto de máxima probabilidad en cada uno de los escenarios. De manera general el enfoque “Y” proporciona cuantiles de la variable de diseño más bajos que el enfoque “O”.

Las variables calculadas mediante un análisis bivariado para un periodo de retorno de interés, son un pareja de variables X y Y, estos corresponde a una recurrencia específica, la cual hace partes de una curva la cual según los escenarios evaluados “Y” son cóncavos mientras el escenario “O” es convexo, estas curvas son asintóticas a los valores que corresponden al análisis univariado tanto de la variable X como la Y. El punto de inflexión donde la curva cambia el sentido de su pendiente es el punto donde el análisis bivariado centra su interés, es decir el punto que más se aleja del análisis univariado. En la Figura 2.1 Localización de la Cuenca. se destaca las líneas negras discontinuas y el marcador negro como la información asociado al análisis univariado, el azul medio corresponde al escenario “O” mientras el escenario “Y” se identifica con el color azul oscuro, cada uno de los escenarios se destaca un marcador que indica el punto de mayor probabilidad de ocurrencia.

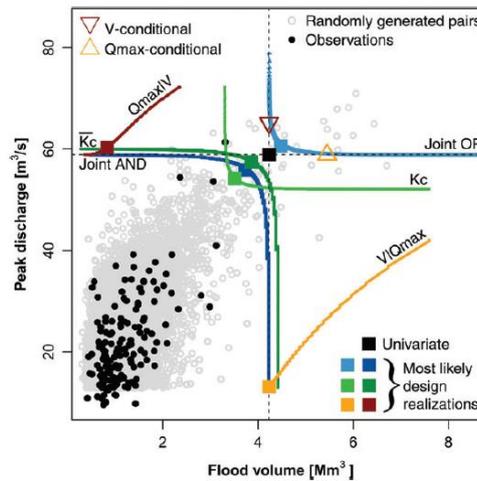


Figura 3.4 Análisis bivariado. (Brunner M, 2016)

El análisis de cópulas al generarse a partir de superficies en tres dimensiones, en las que se tiene en cuenta la probabilidad conjunta de ocurrencia y los valores las variables de estudio, obteniendo para cada periodo de retorno una curva o contorno en la cual no todas las parejas de variables tiene la misma probabilidad de ocurrencia, lo que genera un poco de confusión, sin embargo dada las distribuciones de las marginales y al realizarse las distribuciones conjuntas va existir un punto central donde se ubiquen los puntos de mayor probabilidad, lo que a su vez responde a la característica de la campana de Gauss que representa la copula Gaussiana. En la Figura 3.5 se ilustra lo anterior y se identifica en escala de grises la densidad de ocurrencia de 500 eventos aleatorios siendo el color negro la zona de mayor densidad

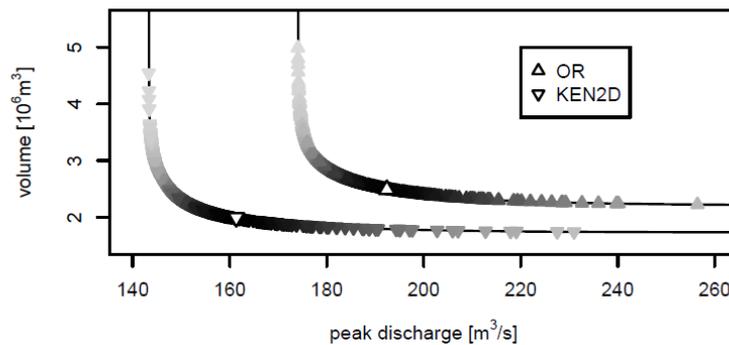


Figura 3.5 Análisis bivariado Tr 10 años. (B. Graler, 2013)

Todo el análisis anterior se hace sobre la cópula gaussiana ajustada a partir de la uniformización de las marginales. Para obtener resultados al orden de magnitud de las marginales es necesario transformar estos resultados a las GEV marginales.



El trabajo de realizar el análisis bivariado implementando cópulas tiene una ventaja frente al análisis bivariado convencional: las cópulas tienen en cuenta la correlación entre las variables de estudio suavizando y acotando el espacio de influencia de la máxima probabilidad presentadas entre las variables de estudio.

4. RESULTADOS

4.1. Datos Iniciales de para análisis

Luego de indicar el punto de cierre de la cuenca el cual se ubica en la estación Torrelavega identificada con los Códigos N038 (SAI-CHC) y 1237 (AEMet), se realiza un gráfico donde se busca identificar la idoneidad de la unificación de la serie, para identificar la disponibilidad de la información de la estación 1237 se identifica con líneas color azul punteado y la estación N038 con una línea continua roja. Se observa que se cuenta con información de caudales desde octubre de 1995 hasta mayo de 2019, si bien se nota que la ventana de tiempo no es cubierta por una sola estación, existe un periodo de 2008 hasta 2011 donde se puede identificar que las medidas realizadas en las estaciones por las diferentes entidades no presentan diferencias significativas, esto se identificó realizando la diferencia entre los dos valores y no se presentó una diferencia superior a los $0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ por lo que se considera pertinente la unificación de las series, sin embargo se identifica un vacío de información agosto de 2012 a febrero de 2013, dado que el periodo con falta de información repercute en falta de datos durante un época de invierno, el proceso de selección de máximos se realizara durante una ventana de tiempo de un año, por lo que se descartó los años en los cuales no se contara por lo menos 80% de la información.

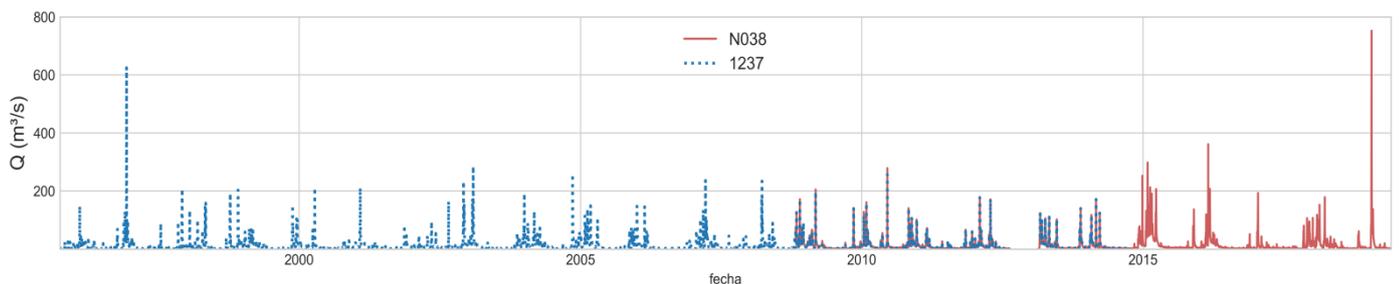


Figura 4.1 Serie de Caudales Estaciones N038 y 1237

Con respecto a la serie de precipitación media de la cuenca se empleó un promedio de una superficie calculada por el método de interpolación IDW, la cual se generó contando con información desde 1965 a 2019, sin embargo dado el objetivo de este trabajo el cual busca correlación entre variables las cuales incluyen caudal, se trabajara solo con la información desde 1996 a 2019 con el fin de tener las variables a analizar en la misma ventana de tiempo.

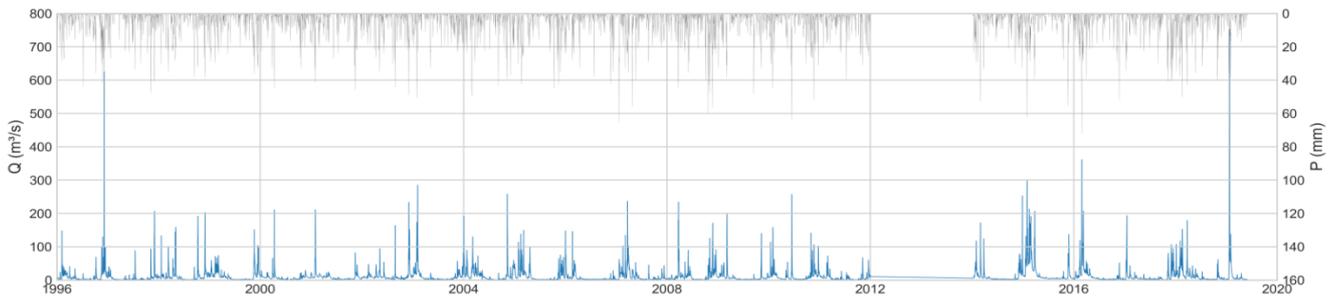


Figura 4.2 Información Base Caudal y Precipitación.

Como se mencionó anteriormente, al describir las serie de caudal en los datos de precipitación persiste la falta de información agosto de 2012 a febrero de 2013, se muestra en línea solida gris la serie de precipitación durante el tiempo disponible de información se observa que solo durante el evento de enero de 2019, se superó 90 mm/día, y que solo en eventos puntuales se superan los 60 mm/día, con respecto a la variable caudal identificada con la línea solida azul que existen tres puntos donde se superan los 300 m³/s, dentro de los cuales se destaca el evento de enero de 2019 y uno medido durante diciembre de 1996 alcanzando respectivamente 752.4 y 625 m³/s

Como primer filtro se calcula la correlación por el método de Spearman, se observa que para las variables de aforo, es decir, nivel y caudal la correlación es de 0.63 lo que la hace una correlación fuerte, este hecho se explica mediante la forma clásica de generar este tipo de información donde se miden niveles y a partir de campañas de aforo se generan curvas de gasto la cual se construye a partir de la tendencia que maneja la relación caudal nivel, este proceso lo que genera es cierto nivel de incertidumbre ante valores altos de caudales debido a que de manera regular las campañas de aforo que alimenta estas curvas no coinciden con un evento excepcionales, otra limitación se basa en la dificultad de contabilizar el volumen laminado ante un evento de inundación.

Por otra parte cuando se observa la correlación ente las variables caudal y nivel, con la precipitación y sus diferentes agregaciones, los valores de manera general son menores y aumentan de manera paulatina en la medida las agregaciones son más altas, es decir, que la mayor la correlación se presenta en con la total 6 diaria llegando a valores de 0.53 y 0.40 para Caudal y nivel respectivamente, los cual las ubica como una correlación moderada y pobre.

Variable	N (m)	Q (m ³ /s)	P (mm)	P (mm/2día)	P (mm/3día)	P (mm/4día)	P (mm/5día)	P (mm/6día)
N (m)	1.00	0.63	0.21	0.27	0.32	0.35	0.38	0.40
Q (m³/s)	0.63	1.00	0.27	0.36	0.43	0.47	0.50	0.53
P (mm)	0.21	0.27	1.00	0.84	0.71	0.62	0.54	0.50

Tabla 4.1 Correlaciones de Spearman

4.2 Análisis de máximo.

El análisis de máximos para este caso se realizara estableciendo una variable objetivo las cuales en nuestro caso se iniciara con Precipitación, Nivel y Caudal, buscando que para cada máximo sepamos lo ocurrido con las demás variables de análisis, garantizado que todas las variables correspondan a la misma tormenta. Se contabilizaron cuantos eventos máximos son capaces de captar las variables objetivo de las otras variables analizadas, obteniéndose para la variable nivel concordancia con los máximos de caudal en 20 eventos, seguida por la precipitación dos diaria y tres diaria con 6 eventos.

La variable Caudal se comporta de manera idéntica al nivel. La precipitación como variable objetivo solo logra captar los máximos de nivel y caudal en 2 oportunidades, existiendo mayor concordancia con la precipitación 2 diaria la cual concuerda en 6 eventos.

En la gráfica **Figura 4.3** en cada uno de ellos se presenta con puntos azules, representando en el eje y la variable objetivo y en el eje x variables tenidas en cuenta. En cada una se presenta como información adicional en la parte superior derecha el coeficiente de correlación de Spermán, los gráficos solo se presentaron para las variables con correlación superior a 0.40. De manera general las correlaciones más altas se presentan con la variable objetivo caudal la cual se encuentra en la fila dos, obteniéndose mayores valores con la variable precipitación acumulada dos diaria. Al analizar la variable objetivo precipitación tercera fila la mayor correlación se observa con la precipitación dos diaria, lo cual se explica en el hecho de que esta variable es construida a partir de la variable objetivo por lo que es natural que las correlaciones disminuyen en la medida que aumenten las agregaciones. El nivel presenta mayor correlación con el caudal, esto se explica con el hecho de que son variable respuesta, la segunda correlación más alta se presenta con la variable precipitación diaria

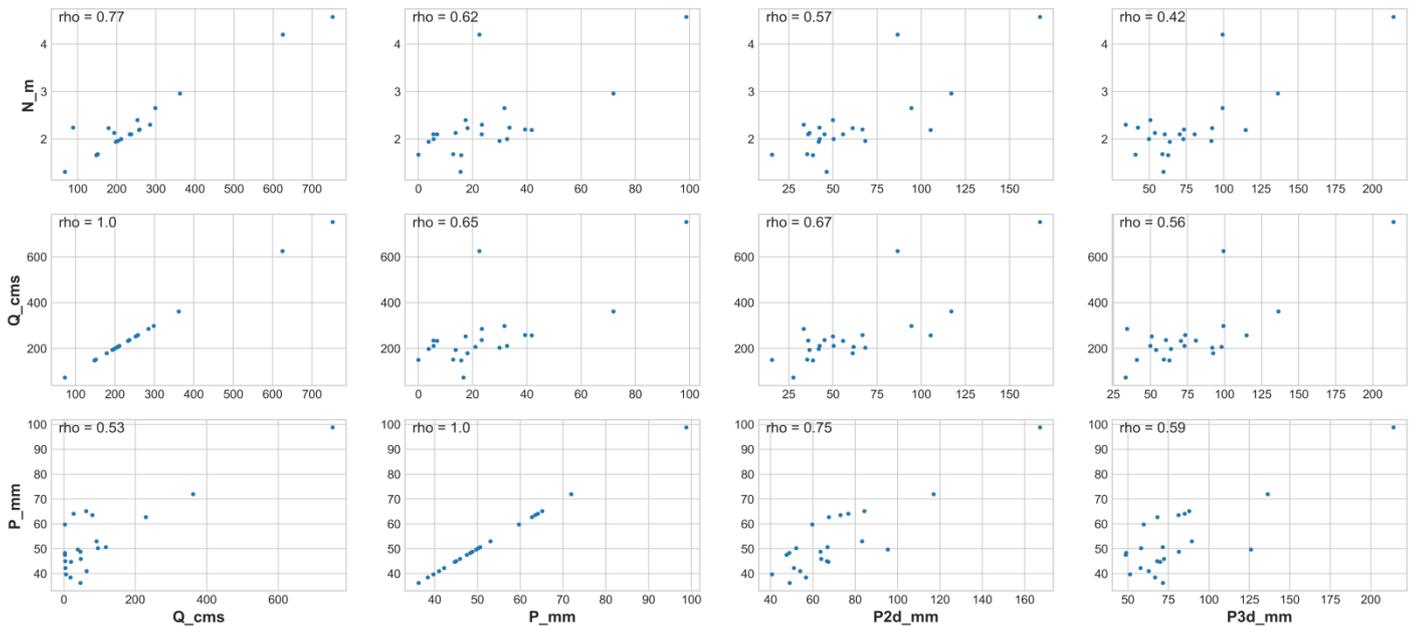


Figura 4.3 Correlación entre máximos

Con esta información se van filtrando las variables que mayor interés pueden presentar para la descripción de los eventos de interés en la cuenca. Con el fin de identificar las función de distribución que mejor el describa el comportamiento de las variables, y los parámetros que la componen, para luego poder genera las funciones de probabilidad y probabilidad acumulada para cada pareja de variables, centraremos este estudio en las variables extraídas mediante la variable objetivo nivel.

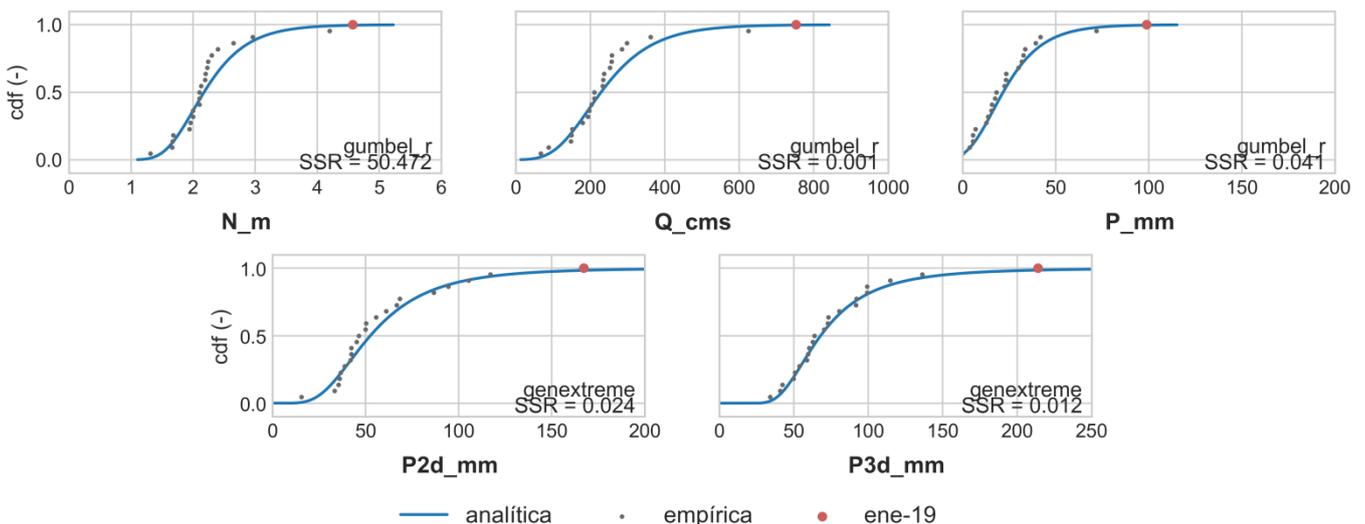


Figura 4.4 Funciones de distribución de probabilidad acumulada. Variable Objetivo Nivel.

Se generan las funciones de distribución acumulada para las 5 variables con mayor correlación de los eventos máximos bajo el criterio de la variable objetivo que captura más eventos máximos anuales, en la Figura 4.4, dentro de las cuales se identifica con una línea



azul solida la función analítica generada bajo los parámetros de la función de distribución, con puntos grises se identifican los puntos medidos de la serie de máximos, destacándose con un punto rojo el evento de enero de 2019. En las cinco graficas este evento se ubica en probabilidades de no excedencia muy altas los que ratifica la singularidad del evento, la gráfica superior izquierda es la función de distribución que describe la probabilidad acumulada de los máximos anuales es decir la correspondiente al análisis máximo univariado tradicional, la cual se ajusta a una a un función Gumbel con sesgo hacia la derecha esta misma función describe la función de distribución de Caudal y Precipitación diaria, mientras que la precipitación dos diaria y tres diaria se ajusta a GEV, con el fin de identificar a que familia de este ajuste pertenece se observan los parámetro de la distribución de probabilidad dado que el factor de forma (ξ) es menor a cero la familia a la cual pertenecen las GEV es es Weibull.

	Forma (ξ)	Localización (μ)	Escala (ψ)
P (mm/2 día)	-0.166	44.77	20.581
P (mm/3 día)	-0.235	59.865	21.28

Tabla 4.2 Parámetros de la función de densidad de probabilidad

En la gráfica superior derecha, la distribución de la variable precipitación se obtiene probabilidades muy bajas que generar valores negativos en la variable debido a que línea empírica corta con el eje y. Se observa además que la precipitación dos diaria y tres diaria muestran un buen ajuste entre la empírica y la analítica. La Suma de Cuadrados de la Regresión (SSR) es menor para la agregación tres diaria.

Como se mencionó anteriormente la variable objetivo será el nivel y de allí se eligieron dos parejas de variables para realizar el análisis bivariado mediante cópulas:

Precipitación Dos Diaria Vs Precipitación Tres Diaria: El ajuste de las marginales se realiza a partir de una función GEV, sin obtener la posibilidad de obtener valores negativos de las variables, el ajuste entre la empírica y la función analítica es bastante bueno. El coeficiente de correlación de Sperman 0.83. lo cual según literatura es considerado como fuerte.

Caudal Vs Precipitación Tres Diaria: Las funciones marginales de estas variables no tiene probabilidades de generar valores negativos, las variables se ajustan a una Gumbel con sesgo a la derecha, y GEV, se obtiene también valores de SSR bajos. El coeficiente de correlación de Sperman es 0.60 lo cual es considerado bueno.

Como información adicional se determinaron los periodos de retorno univariado para las variables de interés

Periodo de Retorno (años)	N (m)	Q (m ³ /s)	P (mm)	P (mm/2día)	P (mm/3día)
50	3.83	631.44	95.73	149.06	162.81
100	4.15	739.36	109.30	169.90	175.48
500	4.90	1035.82	148.79	229.98	204.77
1000	5.23	1186.70	170.01	261.99	217.36

Tabla 4.3 Periodos de Retorno univariado para variables de estudio.

Con lo que además se filtró el evento de interés el cual se presentó el día 24 de enero de 2019, con el fin de identificar a que periodo de retorno corresponden este evento desde el punto de vista univariado.

Fecha	N (m)	Q (m ³ /s)	P (mm)	P (mm/2día)	P (mm/3día)
24-01-19	4.6	752.4	98.8	167.2	214.0
Periodo de Retorno (años)	245	108	59	92	996

Tabla 4.4 Periodos de Retorno, evento de enero de 2019.

4.3 Cópulas

Se realizaron dos cópulas, las cuales como resultado se presentan en un grafica que compila tres espacios, los cuales se detallan a continuación el primer grafico el cual se encuentra en la parte superior derecha ocupando el lugar principal el cual contiene las líneas identificadas con color azul son las correspondientes al escenario "O" se observa también que la línea presenta diferentes tonalidades e identificando las zonas de mayor probabilidad de ocurrencia para determinado periodo de retorno con zonas más oscuras, mientras que las líneas de color rojo representa los escenarios "Y", los puntos de color negro so los correspondientes a las variables de los eventos máximos, mientras que los puntos grises identifican las variables aleatorias, el fenómeno de 2019 se destaca con un punto rojo, En la parte superior izquierda adjunta al eje y del grafico principal se encuentra la función de distribución de probabilidad marginal de una de las variables que para el caso de análisis en las dos cópulas generadas es la precipitación 3 diaria. La grafica ubicada en la parte inferior adjunta al eje x del grafico principal brinda la función de distribución de probabilidad que el caso de la primera cópula generada es el Caudal Medio Diario, y en la segunda cópula es la precipitación total dos diaria.

En cuanto a la función de distribución de probabilidad se observa que las probabilidades máximas de ocurrencia son menores en la variable caudal, además, la forma de la campana presenta una forma más extendida hacia la izquierda, mientras que la forma de esta grafica para la precipitación tres diaria tiene probabilidades más alta, presentando una base de la campana mucho menor, estos se explica en el hecho de los máximos de esta variable tiene un rango de variación más acotado que el caudal.

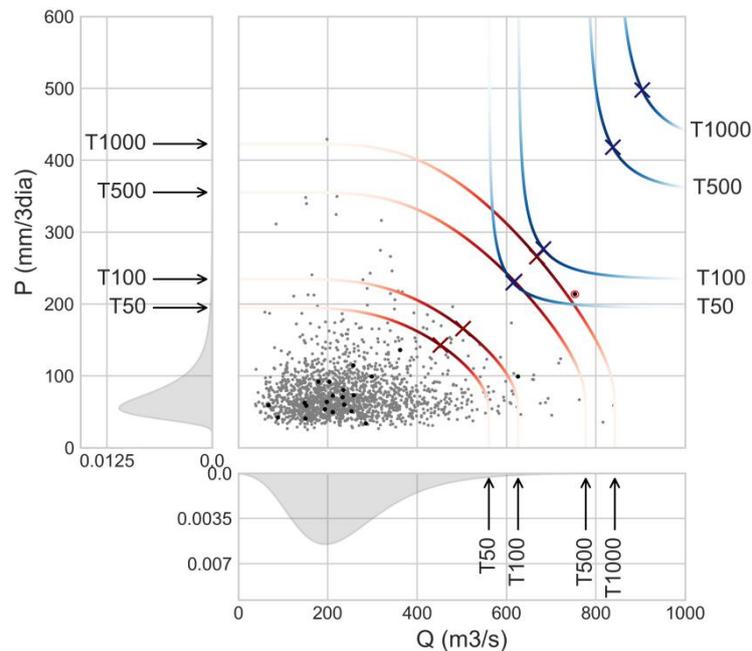


Figura 4.5 Cópula 1 Caudal medio diario y Precipitación Tres Diaria

Si bien la correlación de la pareja de variables tenidas en cuenta para el análisis de cópulas en este caso es considerado bueno se observa que la forma ovalada alargada indicando la amortiguación que se presenta en la respuesta de la cuenca luego de un evento de precipitación y la explotación del sistema, dado que para un evento de precipitación similar la variable caudal aumenta o disminuye, se observa también la singularidad del evento ocurrido durante enero de 2019, el cual causo inundaciones y mantuvo en alerta a la comunidad autónoma, del numeral anterior recatamos los periodos univariado correspondiente a este evento donde se le atribuye a la variable precipitación acumulada 3 diaria de 996 años aproximadamente, mientras que el escenario "O" este evento está más próximo a la línea de función de distribución de probabilidad que corresponde a un periodo de retorno de 50 años aunque se destaca el hecho que la gradación del color no es muy fuerte por los que la probabilidad es baja.

Al analizar el escenario "Y" identificamos la proximidad del evento de enero de 2019 a la línea que describe los eventos que se asocian a un periodo de retorno de 1000 años con probabilidades de ocurrencia considerable dada que la tonalidad de la línea roja se encuentra fuerte.

Los puntos de mayor probabilidad destacados dentro de las líneas con un marcador de cruz, son semejantes en comportamiento a una regresión lineal y el evento de interés se encuentra por debajo de esa línea

Tiempo de Retorno (años)	Escenario "Y"		Escenario "O"	
	Q (m ³ /s)	P (mm/3 día)	Q (m ³ /s)	P (mm/3 día)
50	451.6	143.0	614.8	229.6
100	502.3	165.8	682.0	276.8
500	617.9	231.5	837.4	418.2
1000	667.9	266.0	903.1	497.9

Tabla 4.5 Periodo de Retorno de la cópula 1 bajo los dos escenarios planteados.

Para esta cópula la variable caudal toma valores inferiores que los obtenidos por el método tradicional lo cual podría atribuirse a la forma de la función de distribución de probabilidad marginal dado que presenta una base amplia. Sin embargo la precipitación tres diaria presenta valores en el escenario "O" que supera en dos veces aproximadamente los calculados en el método tradicional.

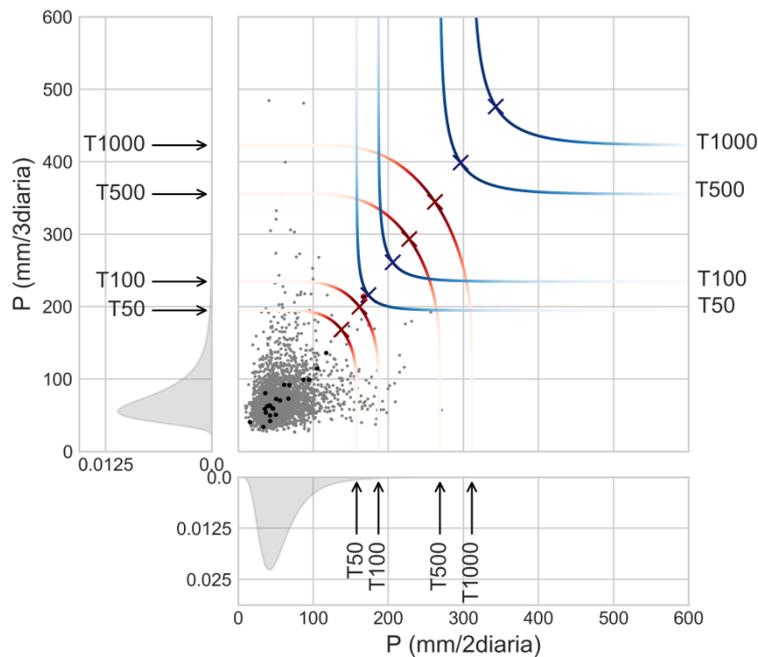


Figura 4.6 Cópulas Precipitación Dos Diaria y Precipitación Tres Diaria

De la Figura 2.1 de las marginales se puede decir que además de ser realizadas con el mismo ajuste GEV, y de pertenecer a la mismas familia Weibull la forma de función de distribución de probabilidad es similar aun que las probabilidades asociadas al precipitación tres-diaria son menores del orden de la mitad de la asociada a la variable precipitación dos-diaria, en cuanto a los puntos generado de manera aleatoria se observa que están menos disperso esto se debe al coeficiente de correlación el cual es 0.83 lo cual es alto, esto se debe también a que son variables que son generadas de la suma de la precipitación diaria en diferentes niveles de agregación esto se realiza toda vez que la precipitaciones previas generan un efecto de saturación en el sistema aumentando el volumen de escorrentía, lo que disminuye el tiempo de

concentración, maximizando el volumen de agua transportado por los drenajes principales de la cuenca.

Con respecto al evento ocurrido en enero de 2019 en el análisis realizado con estado variables se encuentra alineado con los puntos de máxima probabilidad de ocurrencia bajo cada uno de los periodos de retorno analizados, la proximidad del evento en el escenario "O" se encuentra al análisis realizado para el periodo de retorno de 50 años, para el escenario "Y" este evento se encuentra próximo al de 100 años de periodo de retorno.

Tiempo de Retorno (años)	Escenario "Y"		Escenario "O"	
	P (mm/2 día)	P (mm/3 día)	P (mm/2 día)	P (mm/3 día)
50	137.4	168.4	173.4	216.3
100	161.4	200.0	205.8	261.1
500	227.8	293.6	296.1	398.9
1000	261.8	344.9	343.0	476.2

Tabla 4.6 Periodo de Retorno de la cópula 2 bajo los dos escenarios planteados

Comparando los valores obtenidos para cada tiempo de retorno en esta cópula se observa que los valores de escenario "Y" son similares en orden de magnitud a los calculados empleando la metodología tradicional. Mientras que en el escenario "O" en la precipitación dos diaria los periodos de retorno de 50 y 100 años son similares en magnitud a los calculados por el método convencional, mientras que los asociados a probabilidades de no excedencia muy bajas es decir 500 y 1000 años los valores llegan a duplicarse en los calculados con cópulas, en el caso de la precipitación tres diaria el aumento de manera se aproxima a duplicar los calculados por máximos anuales.

De los anteriores resultados se corrobora lo mencionado en apartados anteriores donde se menciona que bajo el escenario "Y" la magnitud de las variables en los tiempos de retorno es menor que las obtenidas en el escenario "O", esto se debe al hecho que el primer escenario tienen en cuenta que el evento máximo es una combinación de sucesos o va asociado a la probabilidad de excedencia de la simultaneidad de las dos variables marginales, mientras que el segundo escenario solo tiene en cuenta que una de las variables sea la que motive el evento extraordinario.

5. CONCLUSIONES

De acuerdo a la información de periodos de retorno univariado los eventos ocurridos durante enero de 2019, en cuanto a caudal y precipitación fueron de 100 y 50 años, son periodos de retorno manejables y común mente utilizados para diseño de estructuras, sin embargo al revisar las variables generadas la precipitación 3 diaria se asoció a un periodo de retorno 1000 años lo cual supera los estudios de inundación en los que se trabajan comúnmente con periodos de retorno de 500 años. Por lo que es evidente que las emergencias ocurridas durante este eventos no están asociadas como tal a evento de ese día en particular si no que fue agravado por lo ocurrido en los días previos

El análisis multivariado mediante la implementación de cópulas es una herramienta que nos permite abordar el estudio de máximos desde un punto de vista integral brindando la oportunidad de evaluar las diferentes correlaciones que existen entre las variables climatológicas que tiene gran repercusión en nuestro entorno, siendo un estudio de probabilidades conjuntas nos aportan valores para los tiempos de retorno superiores o similares permitiendo que los cálculos de estructuras hidráulicas y estudios de riesgos asociados este tema generen resultados que generan un factor más alto de seguridad, sin embargo dado que en ocasiones identificamos que las variables se duplican de una método a otro por los que se debe tener en cuenta el tamaño de la obra o el área de influencia con el fin de elegir la metodología a implementar para el análisis de máximos.

Las series cortas de información hidrometeorológica de las disponemos inducen error en la estimación de las variables en los tiempo de retorno. En busca de mitigar este error se atribuye probabilidades de no excedencia altas que representa periodos de retorno en años de los cuales la serie no ha logrado captar información, por lo que se tiende a subestimar los parámetros.

En futuros análisis cuando la serie de caudales medidos en el Rio Sajan disponga de datos históricos mayores a 20 años, se podría incluir en análisis con el fin de realizar el análisis multivariada para cuenca en su conjunto. Dado que de alguna manera el punto de cierre de este trabajo al estar próximo a la confluencia de ríos puede generar algún tipo de control en incluir una variable adicional en el análisis multivariado, teniendo en cuenta las actividades económicas y la densidad de población de la zona de confluencia se podría identificar si los periodos de retorno comúnmente usados son válidos dada las dinámicas de la zona.

6. BIBLIOGRAFÍA

- A.I. Requena, L. M. (2013). A bivariate return period based on copulas for hydrologic dam desing: accounting for reservoir routing inn risk estimation. *Hidrology and Earth System Sciences*, 17, 3023-3038.
- Alentorn, S. M. (2010). The Generalized Extreme Value (GEV) Distribution, Implied Tail Index and Option Pricing . *The Journal of Derivatives*.
- B. Graler, M. v. (2013). Multivariate return periods in hydrology: a critical and practical review focusing on synthetic design hydrograph estimation. *Hydrologi anda Earth System Sciences* 17, 1281-1296.
- Brunner M, J. S.-C. (2016). Bivariate return periods and their importance for flood peak and volumen estimation.
- Nacereddine Hammami, M. B. (2013). Probabilistic classification based on Gaussian copula for speech recognition: Application to Spoken Arabic digits. *Signal Processing: Algorithms, Architectures, Arrangements, and Applications (SPA)*, 312-317.
- Navas, S. (2017). Evaluación y analisis del riesgo de inundaciín de Río Besaya a su pasa por Los Corrales de Buelna, Cantabria. Santander, Cantabria.
- (2016). *Plan de investigación integral para la caracterización y diagnóstico ambiental de los sistemas acuáticos de Cantabria. Tomo II Analisis de Preciones e Impactos*. Santander: Universidad de Cantabria , Consejería de Medio Ambiente de Cantabria.
- Sklar, A. (1959). Fonctions de repartition á n dimensions e leurs marges. *Publi.Inst.Stat Univ Paris* 8, 229-231.
- Villatoro, M. C. (2008). Comparación de los interpoladores IDW y Kriging en la variacion espacial de pH, Ca, Cice y P del Suelo. *Agronomia Costarricence* 32.1, 95-105.

7.0. ANEXOS.

7.1 Información Hidrometeorológica Utilizada.

Código	Nombre	Coordenadas (Grados)		Z	Coordenadas (metros)		PROVINCIA	PERIODO	
		x	y		X	Y		Inicio	Final
1120	SEL DE LA CARRERA	-3.927	43.147	537	424630.29	4777578.26	CANTABRIA	01-03-95	31-08-99
1122I	ESCOBEDO DE VILLAFUFRE	-3.910	43.267	180	426124.469	4790834.32	CANTABRIA	01-01-95	30-11-98
1131I	TORRELAVEGA (SNIACE)	-4.035	43.364	70	416113.834	4801746.98	CANTABRIA	17-06-02	28-09-07
1136A	VALLE DE CABUERNIGA (G.C.)	-4.299	43.228	260	394495.818	4786931.44	CANTABRIA	01-01-95	31-12-99
1139E	ONTORIA	-4.213	43.308	120	401617.568	4795766.36	CANTABRIA	01-01-95	30-11-96
1144	MOLLEDO DE PORTOLIN	-4.035	43.144	242	415811.977	4777370.54	CANTABRIA	01-01-95	31-07-05
1151	LOS CORRALES DE BUELNA	-4.063	43.258	100	413712.016	4790047.84	CANTABRIA	01-01-95	30-09-97
1156	COBRECES	-4.202	43.383	80	402645.845	4804082.47	CANTABRIA	01-01-95	31-12-15
1159O	UZNAYO	-4.405	43.089	905	385669.639	4771644.58	CANTABRIA	01-01-95	31-01-95
1160E	POLACIONES (LA LAGUNA)	-4.405	43.122	790	385731.606	4775342.63	CANTABRIA	01-01-95	31-01-95
1160I	EMBALSE DE LA COHILLA	-4.394	43.131	785	386650.086	4776260.4	CANTABRIA	01-01-95	31-12-15
1161I	ROZADIO	-4.385	43.222	210	387493.509	4786421.74	CANTABRIA	01-01-95	26-02-02
9008E	VILLASUSO	-4.019	43.011	864	416941.736	4762584.7	CANTABRIA	01-01-95	31-12-96
9012	Arija	-3.950	42.992	850	422557.017	4760386.44	BURGOS	01-01-95	31-01-97
N078	Roiz (Las Cuevas)	-4.351	43.329	463	390470.591	4798225.81	CANTABRIA	03-11-11	31-05-19
A252	Puente Pumar	-4.405	43.113	783	385689.045	4774354.69	CANTABRIA	18-07-14	31-05-19
Q104	Río Pas en Carandia	-3.970	43.333	66	421371.366	4798296.12	CANTABRIA	31-03-09	31-05-19
A707	Río Saja en Ruento	-4.247	43.276	180	398838.018	4792186.09	CANTABRIA	28-05-12	31-05-19
A708	Río Besaya en el Azud de los Corrales	-4.061	43.249	102	413840.302	4789024.35	CANTABRIA	09-04-12	31-05-19

Q119	Rio Besaya en Arenas de Iguña	-4.060	43.206	209	413866.12	4784214.61	CANTABRIA	20-03-09	31-05-19
P071	San Miguel de Aguayo	-4.026	43.053	836	416409.013	4767178.24	CANTABRIA	31-08-18	31-05-19