

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



Trabajo Fin de Máster

**TÉCNICA DE SIMULACIÓN NO LINEAL DEL
ESTADO TRANSITORIO DE CIRCUITOS
OSCILADORES DE MICROONDAS**
(Nonlinear simulation technique for the analysis
of the transient state of microwave oscillators)

Para acceder al Título de
***Máster Universitario en
Ingeniería de Telecomunicación***

Autor: Javier Para Pérez
Septiembre – 2019

**MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA DE
TELECOMUNICACIÓN**

CALIFICACIÓN DEL TRABAJO FIN DE MÁSTER

Realizado por: Javier Para Pérez

Director del TFM: Sergio Miguel Sancho Lucio

**Título: “Técnica de simulación no lineal del estado transitorio de
circuitos osciladores de microondas”**

**Title: “Nonlinear simulation technique for the analysis of the transient
state of microwave oscillators “**

Presentado a examen el día:

para acceder al Título de

**MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA DE
TELECOMUNICACIÓN**

Composición del Tribunal:

Presidente (Apellidos, Nombre): M.Mercedes Granda Miguel

Secretario (Apellidos, Nombre): Luisa María De la Fuente Rodríguez

Vocal (Apellidos, Nombre): María Isabel Pontón Lobete

Este Tribunal ha resuelto otorgar la calificación de:

Fdo.: El Presidente

Fdo.: El Secretario

Fdo.: El Vocal

Fdo.: El Director del TFM
(sólo si es distinto del Secretario)

Vº Bº del Subdirector Trabajo Fin de Máster Nº
(a asignar por Secretaría)

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero dar las gracias a Sergio, por toda la ayuda prestada, así como todos los consejos que me ha dado, ya que este trabajo sin él no habría sido igual.

Y como no, también dar las gracias a mis padres, Celia y amigos que me han apoyado a lo largo de todos estos largos años de universidad.

RESUMEN

Los circuitos osciladores de microondas suelen presentar un estado transitorio de larga duración en comparación con el período de oscilación. En estos casos, la simulación de este estado mediante integración temporal presenta un alto coste computacional. La técnica tempo-frecuencial de transitorio de envolvente evita este problema, ya que toma como variables de estado las componentes armónicas de voltajes y corrientes evitando la necesidad de muestrear el período de oscilación. Esta técnica está implementada en varios simuladores comerciales de circuitos de microondas.

Sin embargo, existen casos en los que el transitorio de envolvente no detecta resonancias existentes en el transitorio, que luego son observadas experimentalmente. Para solventar estas situaciones, se presenta una nueva técnica de simulación que, mediante un análisis de perturbaciones sobre los resultados de balance armónico, permite la detección a priori de cualquier posible comportamiento resonante en el transitorio.

ABSTRACT

Microwave oscillator circuits usually have a long-term transient state compared to the period of oscillation. In these cases, the simulation of this state through time domain integration presents a high computational cost. The envelope transient time-frequency technique avoids this problem, since it takes the harmonic components of voltages and currents as state variables avoiding the need of sampling the oscillation period. This technique is implemented in several commercial microwave circuit simulators.

However, there are cases in which the envelope transient does not detect existing resonances in the transient, which are then observed experimentally. To solve these situations, a new simulation technique is presented that, through a perturbation analysis on the results of harmonic balance, allows the a priori detection of any possible resonant behavior in the transient.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - INTRODUCCIÓN	9
1.1 MOTIVACIÓN	10
CAPITULO 2 – HERRAMIENTAS DE SIMULACIÓN	11
2.1 INTRODUCCIÓN	11
2.2 INVARIANCIA DE LA FASE EN UN CIRCUITO OSCILADOR.....	12
2.3 BALANCE ARMÓNICO.....	14
2.4 TRANSITORIO DE ENVOLVENTE	18
2.5 USO DE GENERADORES AUXILIARES	21
2.6 DIAGRAMA DE BODE:	24
CAPÍTULO 3. DISCRETIZACIÓN DEL ESTADO TRANSITORIO:	26
3.1 CALCULO DE $A(V, \omega)$ MEDIANTE MATRIZ DE CONVERSIÓN	33
3.2 IDENTIFICACIÓN DE LOS POLOS A PARTIR DE $B(V, \omega)$	37
CAPITULO 4 – RECONSTRUCCIÓN DE LA TRAYECTORIA.....	39
4.1 INTRODUCCIÓN.....	39
4.2 CASO PARTICULAR: UN SOLO POLO DOMINANTE	44
CAPÍTULO 5 – APLICACIÓN AL OSCILADOR DE VAN DER POL	45
5.1 INTRODUCCIÓN	45
5.2 SIMULACIÓN ADS.....	46
5.3 SIMULACIÓN MATLAB.....	49
CAPÍTULO 6 – APLICACIÓN AL OSCILADOR DUAL DE VAN DER POL.....	55
6.1 INTRODUCCIÓN	55
6.2 SIMULACIÓN ADS.....	57
6.3 SIMULACIÓN MATLAB.....	59
CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS	67
BIBLIOGRAFIA.....	68

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Invarianza en la fase	13
Figura 2: Ejemplo simulación de envolvente	18
Figura 4: Generador auxiliar.....	22
Figura 5: Ejemplo diagrama de Bode	24
Figura 6: Impacto de σ_c sobre el transitorio	25
Figura 7: Espectro de it	33
Figura 8: Toolbox invfreqs	37
Figura 9: Calculo de la trayectoria.....	39
Figura 11: Diseño oscilador de Van der Pol en T	46
Figura 12: Simulación balance armónico oscilador Van der Pol en T	47
Figura 13: Simulación transitorio de envolvente oscilador Van der Pol T.....	47
Figura 14: Superficie de admitancia en función de $VAUX$	48
Figura 15: Formato de los datos exportados de ADS.....	49
Figura 16: Intersección de Y_{real} con Y_{imag}	49
Figura 17: Representación de $10\log Y_{real} + jY_{imag}$	50
Figura 18: Representación gV	51
Figura 19: Representación de $g'v$	52
Figura 20: Representación del diagrama de Bode en función de $Vaux$	53
Figura 21: Reconstrucción de la trayectoria	53
Figura 22: Comparación del modelo	54
Figura 23: Oscilador dual Van der Pol.....	55
Figura 24: Diseño oscilador dual Van der Pol	57
Figura 25: Ecuaciones utilizadas para el calculo de los polos.....	58
Figura 26: Diagrama de Bode	58
Figura 27: Intersección de Y_{real} con Y_{imag}	59
Figura 28: Representación de $10\log Y_{real} + jY_{imag}$	60
Figura 29: Representación $g(V)$	61
Figura 30: Diagrama de Bode obtenido con IDFRD	62
Figura 31: Diagrama de Bode obtenido con Invfreqs	63
Figura 32: Comparativa del polo real usando HB, CM y CM corregido.....	64

Figura 33: Polos complejos conjugados responsables de la resonancia 65
Figura 34: Trayectoria circuito oscilador de Van der Pol dual 66

Capítulo 1 - Introducción

A lo largo de este trabajo se llevará a cabo el desarrollo de un modelo matemático gracias al cual se podrá analizar y reconstruir la trayectoria del transitorio de circuitos osciladores de microondas.

Hoy en día, una característica muy importante de los osciladores en transmisores y receptores de comunicaciones es el consumo energético. Por ello, en algunas aplicaciones, se mantienen apagados y se encienden cuando se recibe o transmite la señal. Hasta que se llega al estado estacionario, tanto la frecuencia de oscilación como la amplitud de la señal varían a lo largo del tiempo hasta llegar a su valor estacionario. Por lo tanto, en la etapa de diseño, se intenta reducir el estado transitorio antes de llegar al estado estacionario y hacer que la amplitud converja asintóticamente a este estado, sin introducir frecuencias espurias en el sistema.

1.1 Motivación

La motivación y el desarrollo de la nueva técnica se ilustrarán en el oscilador dual de Van der Pol de la Fig. i. Este es un oscilador teórico que modela con eficiencia el comportamiento de numerosos osciladores de microondas. Como se ve en la Fig. ii(a), la simulación en el dominio del tiempo (transient) detecta una frecuencia adicional resonante en el transitorio de la amplitud. Esta componente no es detectada por el transitorio de envolvente (Fig. ii(b)).

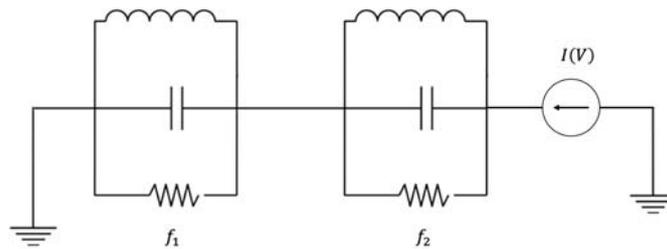


Figura i: Oscilador dual Van der Pol

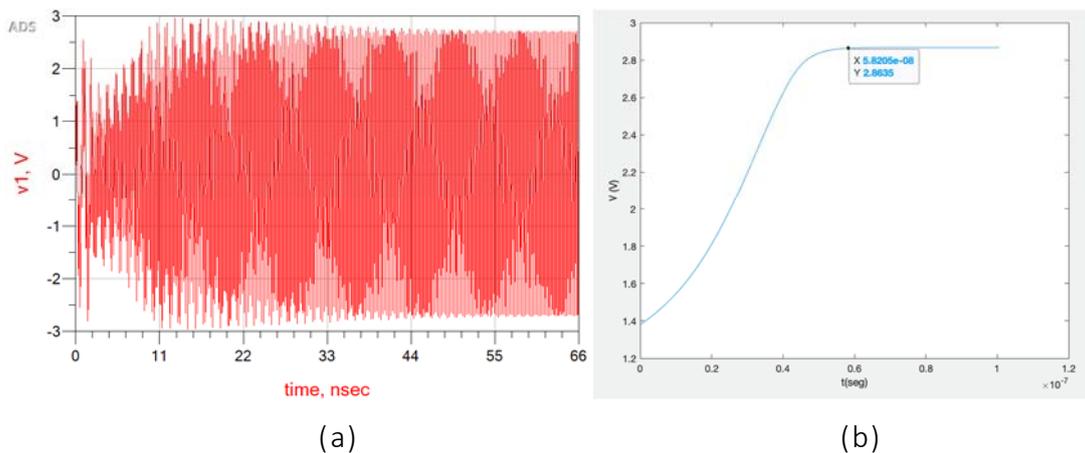


Figura ii: Simulación del transitorio (a) En el dominio del tiempo. (b) en el dominio de la envolvente.

Se presentará una nueva técnica de simulación que pueda detectar la resonancia adicional en la etapa transitoria. En este trabajo se pretende conseguir realizar un modelo más amplio que el que se llevó a cabo en [1], en el cual se exponía un modelo matemático de orden reducido para el transitorio de ciertos tipos de circuitos osciladores. La técnica desarrollada en este trabajo será aplicable a otros tipos de circuitos osciladores en los cuales, con el modelo [1], no se podría reconstruir correctamente la trayectoria transitoria.

Capítulo 2 – Herramientas de simulación

2.1 Introducción

A lo largo de este capítulo se procederá a explicar en profundidad las diferentes herramientas de simulación utilizadas a lo largo de todo el trabajo, así como la formulación matemática en la que está basada cada una de ellas.

En primer lugar, se procederá a explicar el balance armónico gracias al cual se puede llegar a encontrar la solución de sistemas no lineales en el dominio de la frecuencia. Posteriormente, se explicará la simulación de envolvente, así como su resolución.

A continuación, se ha desarrollado una introducción al uso de generadores auxiliares o comúnmente conocidos como sondas auxiliares.

Por último, se ha definido los diagramas de Bode, así como ciertos conceptos los cuales serán necesarios a lo largo del trabajo para poder entenderlo.

2.2 Invariancia de la fase en un circuito oscilador

En primer lugar, se define un oscilador como un circuito autónomo, lo cual significa que se puede modelar con un sistema de ecuaciones diferenciales, de la siguiente forma:

$$\dot{\bar{x}} = f(\bar{x}), \quad (1)$$

siendo \bar{x} las variables de estados del circuito.

Si aparece el tiempo en el sistema de ecuaciones, se dice que el circuito es no autónomo.

$$\dot{\bar{x}} = f(\bar{x}, t)$$

Sea $\bar{X} = u(t)$ solución a (1)

$u(t)$ cumple con la ecuación (1)

$$\bar{u}_\tau(t) = \bar{u}(t - \tau)$$

$$\frac{d\bar{u}_\tau}{dt} = \frac{d\bar{u}(t - \tau)}{dt} = \dot{\bar{u}}(t - \tau)$$

$$\bar{f}[\bar{u}_\tau(t)] = \bar{f}[\bar{u}(t - \tau)]$$

Debido a que $\bar{u}(t)$ cumple la ecuación (1),

$$\dot{\bar{u}}(t - \tau) = \bar{f}[\bar{u}(t - \tau)]$$

En un sistema no autónomo no se cumpliría la igualdad anterior, ya que dependería del tiempo.

Algo a tener en cuenta es la invariancia en la fase, ya que para dos señales que disponen de la misma frecuencia y amplitud, las cuales son soluciones del sistema, si son desplazadas en el tiempo, o desfasadas en fase, sigue siendo solución.

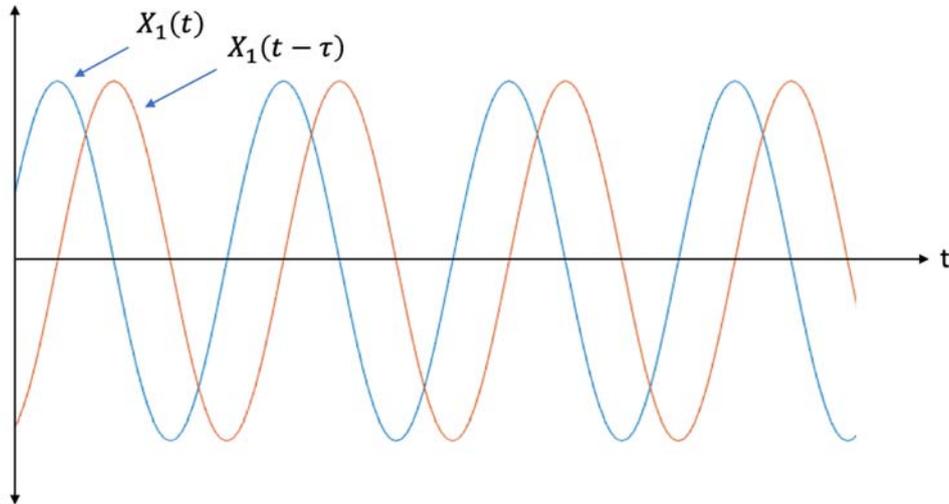


Figura 1: Invarianza en la fase

Desplazando un valor dado de τ , se puede apreciar que existe una invarianza en la fase $X_1 e^{j\phi}$ para $\forall \phi$, ya que desplazando en el tiempo una señal respecto de la otra, existe un valor dado de τ en el cual las señales son idénticas (desfasadas).

Debido a que los osciladores son circuitos autónomos, la variación de la fase no es relevante a la hora de realizar las simulaciones que se expondrán en los capítulos siguientes.

2.3 Balance Armónico

En este apartado se procederá a explicar las diferentes técnicas de simulación empleadas a lo largo del desarrollo de este trabajo, como son, el balance armónico, gracias al cual, se puede obtener la solución del estado estacionario de forma eficiente; y el método de simulación de envolvente con el que analizar el sistema en una escala temporal.

En el análisis de circuitos no lineales es común recurrir a la teoría clásica de circuitos la cual permite obtener las ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento de éste, mediante las cuales, haciendo uso de diferentes métodos de integración, se pueden resolver.

Debido a la naturaleza no lineal de algunos circuitos de microondas, es común que estos produzcan pocos armónicos, por lo que realizar el análisis en el dominio del tiempo es bastante costoso, ya que, para encontrar la solución a este, es necesario que el circuito sea simulado hasta que la respuesta transitoria se desvanezca, por lo que el gasto computacional es bastante alto.

Realizar la simulación en el dominio frecuencial facilita bastante las cosas, ya que evita resolver las ecuaciones diferenciales del circuito en el dominio del tiempo y transforma estas en ecuaciones algebraicas complejas.

Una de las técnicas utilizadas para encontrar solución a sistemas no lineales en el dominio de la frecuencia es el **Balance Armónico**, el cual transforma las ecuaciones diferenciales en un sistema de ecuaciones algebraicas.

Dicho sistema de ecuaciones algebraicas dispone de $N-1$ ecuaciones, y N incógnitas, en cambio, gracias al balance armónico, dicho sistema se puede resolver obteniendo una solución periódica de las ecuaciones diferenciales.

El balance armónico es una técnica mediante la cual se pueden simular circuitos no lineales, partiendo de un sistema, el cual se puede definir mediante su

conjunto de no-linealidades \bar{y} , sus variables de estado \bar{x} y sus generadores independientes \bar{g} , tal que:

$$\begin{aligned}\bar{y}(t) &= (y_1(t), y_2(t), \dots, y_p(t)) \\ \bar{x}(t) &= (x_1(t), x_2(t), \dots, x_Q(t)) \\ \bar{g}(t) &= (g_1(t), g_2(t), \dots, g_Q(t))\end{aligned}$$

Dicha técnica realiza la suposición de que existen ciertas frecuencias mediante las cuales se puede expresar la solución estacionaria del circuito. Suponiendo que el circuito consta de k frecuencias fundamentales, los vectores \bar{y} , \bar{x} y \bar{g} se pueden expresar en función de una nueva base formada por dichas frecuencias. Para ello, se expresan en Series de Fourier, las cuales están limitadas a un cierto orden N , el cual puede ser distinto para cada una de las frecuencias.

$$\begin{aligned}\bar{y}(t) &= \sum_{n_1=-N_1}^{N_1} \dots \sum_{n_k=-N_K}^{N_k} \bar{Y}_{n_1 \dots n_K} e^{j(n_1\omega_1 + \dots + n_k\omega_k)} \\ \bar{x}(t) &= \sum_{n_1=-N_1}^{N_1} \dots \sum_{n_k=-N_K}^{N_k} \bar{X}_{n_1 \dots n_K} e^{j(n_1\omega_1 + \dots + n_k\omega_k)} \\ \bar{g}(t) &= \sum_{n_1=-N_1}^{N_1} \dots \sum_{n_k=-N_K}^{N_k} \bar{G}_{n_1 \dots n_K} e^{j(n_1\omega_1 + \dots + n_k\omega_k)}\end{aligned}$$

En definitiva, se trabajarán con $2N_i + 1$ frecuencias (el término $+1$ es debido a DC). Debido a la dificultad de estimar el número de armónicos N_i , se puede simplificar el sistema suponiendo que es el mismo para todas las frecuencias de la base, es decir, $N_i = N_1 = \dots = N_k$.

Por lo tanto, los coeficientes de Fourier se pueden expresar mediante las siguientes matrices \bar{Y} , \bar{X} y \bar{G} :

$$\begin{aligned}\bar{Y} &= [(Y_{-N}^1, \dots, Y_N^1) \dots (Y_{-N}^p, \dots, Y_N^p)]^T = [\bar{Y}_{-N}, \dots, \bar{Y}_N] \\ \bar{X} &= [(X_{-N}^1, \dots, X_N^1) \dots (X_{-N}^p, \dots, X_N^p)]^T = [\bar{X}_{-N}, \dots, \bar{X}_N] \\ \bar{G} &= [(G_{-N}^1, \dots, G_N^1) \dots (G_{-N}^p, \dots, G_N^p)]^T = [\bar{G}_{-N}, \dots, \bar{G}_N]\end{aligned}$$

A partir de dichas matrices, se procederá a resolver el sistema aplicando las leyes de Kirchhoff, mediante la cual se obtendrá la función error (\bar{H}).

$$\bar{H}(\bar{X}) = [A_X]\bar{X} - [A_Y]\bar{Y}(\bar{X}) - [A_G]\bar{G} = 0$$

Dichas matrices A_X, A_Y y A_G se corresponden con matrices lineales que dependen de la frecuencia de dimensiones $Q \times Q, Q \times P$ y $Q \times S$ respectivamente. Por lo tanto, el número total de ecuaciones es igual al número de variables desconocidas, que es de $(2N + 1)Q$. La solución que se obtendrá del sistema dependerá de \bar{X} , ya que \bar{Y} depende de él de forma no lineal.

La resolución del sistema tendrá como objetivo minimizar la norma de \bar{H} . Para ello, se realizará mediante el uso del método Newton-Raphson, el cual fija un umbral ε y de forma iterativa se calcula \bar{H} hasta el momento en que $\|\bar{H}\| < \varepsilon$.

El proceso de resolución de dicho método consta de 5 etapas iniciales y su generalización para cada iteración, de forma que:

1. Calcular una estimación inicial de las variables de estado para $Y = 0$, tal que $\bar{X}^0 = [A_X]^{-1}[A_G]\bar{G}$.
2. Calcular $\bar{Y}^0 \rightarrow \bar{X}^0 = F^{-1}(\bar{X}^0) \rightarrow \bar{Y}^0 = \bar{Y}(\bar{Y}^0) \rightarrow \bar{Y}^0 = F^{-1}(\bar{Y}^0)$
3. Evaluar ambos \bar{X}^0 e \bar{Y}^0 en $\bar{H}(\bar{X})$
4. Evaluar la norma $\|\bar{H}^0\|$
5. Observar si se ha llegado a la solución en la que $\|\bar{H}^0\| < \varepsilon$. En caso contrario, obtener \bar{X}^1 .

Realizando la generalización para las siguientes iteraciones, sería de la siguiente forma:

6. Aplicar el método Newton-Raphson para obtener \bar{X}^{j+1} , tal que:

$$\bar{X}^{j+1} = \bar{X}^j - [JH]_j^{-1} \bar{H}^j(\bar{X})$$

7. Calcular \bar{Y}^{j+1} .

$$\bar{x}^{j+1} = F^{-1}(\bar{X}^{j+1}) \rightarrow \bar{y}^{j+1} = \bar{y}(\bar{x}^{j+1}) \rightarrow \bar{Y}^{j+1} = F^{-1}(\bar{y}^{j+1})$$

8. Evaluar \bar{X}^{j+1} y \bar{Y}^{j+1} en $\bar{H}(\bar{X})$.

9. Evaluar la norma $\|\bar{H}^{j+1}\|$

10. Observar si se ha llegado a la solución en la que $\|\bar{H}^{j+1}\| < \varepsilon$. En caso contrario, volver al paso 6.

El método de balance armónico presenta un inconveniente y es que ofrece soluciones estacionarias sin analizar su estabilidad, por lo que puede ocurrir que se encuentren soluciones matemáticamente posibles, pero debido a su inestabilidad no son observables. Es por ello por lo que el método de balance armónico debe combinarse con otras herramientas de simulación, como puede ser el análisis de la simulación de envolvente, para llegar a obtener una solución adecuada, así como del transitorio de envolvente.

2.4 Transitorio de Envolvente

La simulación de envolvente compleja es un método de simulación que combina características propias del dominio de la frecuencia y del tiempo, proporcionando un análisis de sistemas complejos con diferentes escalas temporales.

Gracias a dicha simulación se puede representar las formas de onda de entrada en el dominio de la frecuencia como portadoras de RF además de representar las envolventes de modulación en el dominio del tiempo, como se puede ver en la siguiente figura:

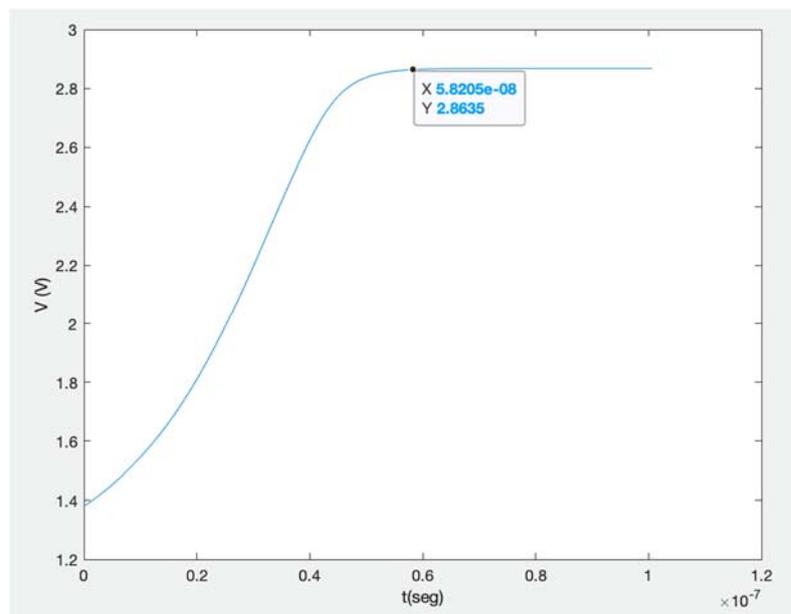


Figura 2: Ejemplo simulación de envolvente

Dicha simulación se caracteriza por disponer de 4 etapas:

1. Transforma la señal de entrada, por lo que la señal modulada puede ser representada por $A(t)e^{jf(t)}$, donde los valores de amplitud y fase son utilizados en análisis de balance armónico.

2. Análisis en el dominio del tiempo. Gracias a él, se obtiene una solución no estacionaria por medio de los coeficientes de la serie de Fourier que varían en el tiempo.
3. Extraer parámetros del dominio del tiempo como puede ser la amplitud y la fase, una vez se ha fijado la frecuencia de trabajo.
4. Extraer parámetros del dominio de la frecuencia, como el espectro de las señales del circuito, gracias a la FFT.

La forma de onda de cualquier señal se puede representar mediante la siguiente ecuación:

$$v(t) = \text{real} \left[\sum_{k=0}^N V_k(t) e^{j2\pi f_k t} \right]$$

A continuación, se procederá a analizar un sistema para desarrollar matemáticamente el sistema de envolvente. Dicho sistema será de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\dots \\ \dot{x}_n &= f(x_1, x_2, \dots, x_n, e(t)) \end{aligned}$$

siendo \dot{x}_n la derivada respecto al tiempo de la variable x .

La variable $x(t)$ representa la solución, $f(\dots)$ el término no lineal y $e(t)$ el vector de las fuentes de ruido. Todas ellas pueden ser expresadas en función de la base formada por ω_0 de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} x_i(t) &= \sum_{k=-N}^N X_k^i(t) e^{jk\omega_0 t}, & i &= [1, n] \\ e_i(t) &= \sum_{k=-N}^N E_k^i(t) e^{jk\omega_0 t}, & i &= [1, s] \end{aligned}$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_N, e(t)) = \sum_{k=-N}^N F_k^i(t) e^{jk\omega_0 t}$$

A continuación, se define la matriz compleja de armónicos como:

$$X(t) = \begin{bmatrix} X_0^1(t) & X_1^1(t) & \dots & X_N^1(t) \\ X_0^2(t) & X_1^2(t) & \dots & X_N^2(t) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ X_0^n(t) & X_1^n(t) & \dots & X_N^n(t) \end{bmatrix}$$

Para un estado de tiempo concreto $t = t_j$ y sustituyendo en las ecuaciones anteriores, se llega a las siguientes expresiones:

$$\dot{X}_K^1(t_j) + jk\omega_0 X_K^1(t_j) = X_K^2(t_j)$$

$$\dot{X}_K^2(t_j) + jk\omega_0 X_K^2(t_j) = X_K^3(t_j)$$

...

$$\dot{X}_K^n(t_j) + jk\omega_0 X_K^n(t_j) = F_K(t_j)$$

Debido a que el sistema de balance armónico es dependiente del tiempo a través de la derivada de cada armónico y que el análisis llevado a cabo es un análisis discreto en el tiempo, dicha derivada se puede realizar una aproximación.

El intervalo de tiempo en el que se está realizando es $[0, T_f]$. Dividiendo ese intervalo en $M + 1$ puntos con $\Delta t = \frac{T_f}{M}$ la expresión resultante quedará de la siguiente forma:

$$\dot{X}_k^i \approx \frac{X_k^i(t_j) - X_k^i(t_{j-1})}{\Delta t}$$

Expresando las derivadas mediante dicha aproximación, el sistema queda de la siguiente forma:

$$X_K^1(t_j) \left(\frac{1}{\Delta t} + j\omega_0 \right) - \frac{1}{\Delta t} X_K^1(t_{j-1}) = X_K^2(t_j)$$

$$X_K^2(t_j) \left(\frac{1}{\Delta t} + j\omega_0 \right) - \frac{1}{\Delta t} X_K^2(t_{j-1}) = X_K^3(t_j)$$

...

$$X_K^n(t_j) \left(\frac{1}{\Delta t} + j\omega_0 \right) - \frac{1}{\Delta t} X_K^n(t_{j-1}) = F_K(t_j)$$

Dicho sistema no lineal consta de $n \times (N + 1)$ ecuaciones, así como $n \times (N + 1)$ incógnitas.

2.5 Uso de generadores auxiliares

A continuación, se expondrá una introducción teórica a la sonda auxiliar, así como los usos y ventajas obtenidos a la hora de utilizarla.

El conjunto de variables que se desea obtener mediante balance armónico, comentado en el apartado 2.2 de este capítulo, dispone de $(2N + 1)Q$ incógnitas con $(2N + 1)Q$ ecuaciones. En el caso de los osciladores, es necesario añadir la frecuencia de oscilación ω_0 , por lo que entonces se dispondrá de $(2N + 1)Q + 1$ incógnitas.

Para resolver el caso de la indeterminación generada por la frecuencia de oscilación, se recurrirá al uso de un generador auxiliar de amplitud y frecuencia cercana a la solución final.

A lo largo de este trabajo se utilizará un generador auxiliar de intensidad que oscila a los valores de V_{AG} , f_{AG} y ϕ_{AG} en serie con un filtro ideal paso banda con el cual se obtendrá una impedancia $Z(\Omega) = 0$ si $\Omega = \omega$ ó $Z(\Omega) = \infty$ si $\Omega \neq \omega$.

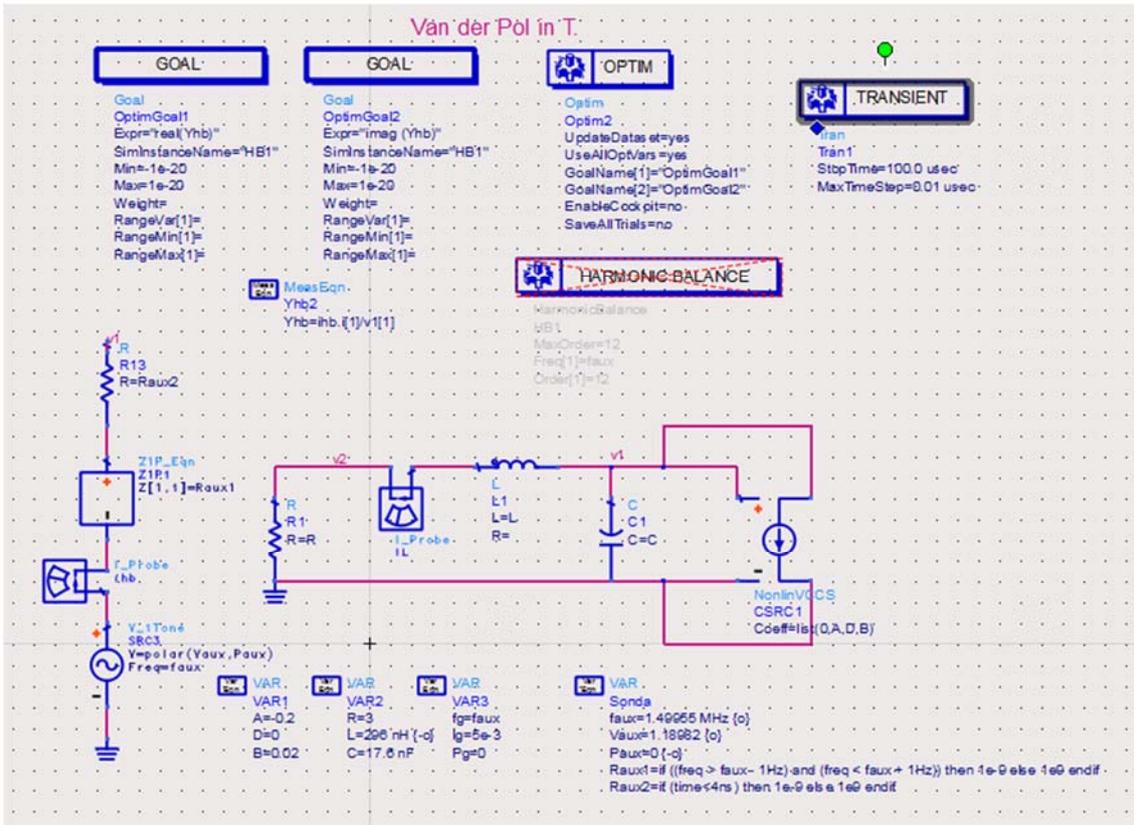


Figura 3: Generador auxiliar

En un oscilador, para los valores V_{AG} , f_{AG} que hacen que el generador auxiliar no perturbe el circuito, se cumple $I_{AG} = 0$, lo cual implica que

$$I_{AG} = 0 \quad \rightarrow \quad Y_{AG} = \frac{I_{AG}[V_{AG}, f_{AG}, \emptyset_{AG}]}{V_{AG}} = 0$$

Debido a la indeterminación de fases, lo cual se explicará en el capítulo 3.1, no es necesario tener en cuenta la fase del generador de intensidad.

Las condiciones de no perturbación se dan cuando:

$$\bar{H}[\bar{X}, V_{AG}, f_{AG}] = 0 \quad , \quad \text{siendo } \bar{H} = \frac{I_p}{V_{AG}}$$

Por lo tanto, partiendo de la condición de no perturbación, el oscilador se rige por $(2N + 3)$ ecuaciones, que, a su vez, el sistema está equilibrado con $(2N + 3)$ incógnitas.

$$\begin{array}{l}
 Y_{AG}^{imag}(V_{AG}, f_{AG}) = 0 \\
 Y_{AG}^{real} = 0 \\
 \forall_k, \quad H_k[\bar{X}, V_{AG}, f_{AG}] = 0
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} Y_{AG}^{imag}(V_{AG}, f_{AG}) = 0 \\ Y_{AG}^{real} = 0 \\ \forall_k, \quad H_k[\bar{X}, V_{AG}, f_{AG}] = 0 \end{array}} \right\} 2N+3 \text{ ecuaciones}$$

$$\begin{array}{l}
 \bar{X} = [X_{-N}, \dots, X_0, \dots, X_N, w_o] \\
 (V_{AG}, f_{AG})
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \bar{X} = [X_{-N}, \dots, X_0, \dots, X_N, w_o] \\ (V_{AG}, f_{AG}) \end{array}} \right\} 2N+3 \text{ incógnitas}$$

Agrupando la parte real e imaginaria de la admitancia, se puede expresar de la siguiente manera:

$$H_K[X_{-N}, \dots, X_0, \dots, X_N, w_o] = 0 \quad \text{para } k = [-N, \dots, N]$$

$$Y_{AG}[X_1, X_{-N}, \dots, X_N, \omega_0] = 0$$

Haciendo uso del teorema de la función implícita y utilizando las ecuaciones obtenidas, se pueden despejar dos incógnitas en función de dos ecuaciones, las cuales quedarían de la siguiente forma:

$$1- X_{-N} = X_{-N}[X_1, w_0] \quad \rightarrow \quad X_N = X_N[X_1, \omega_0]$$

$$2- Y_{AG}[X_1, X_{-N}(X_1, w_o), \dots, X_N(X_1, w_o), w_o] = 0 \quad \rightarrow \quad Y_{AG}[X_1, \omega_0] = 0$$

2.6 Diagrama de Bode:

Se puede definir el Diagrama de Bode como una representación del logaritmo de la magnitud de la función de transferencia, respecto de la frecuencia en escala logarítmica en el eje horizontal. En cuanto a la escala logarítmica, las curvas se trazan sobre papel semi-logarítmico para la frecuencia y escala lineal para la magnitud, expresada en dB.

Una función de transferencia $F_V(s)$, la cual dispone de un polo real (σ) y dos polos complejos conjugados (λ_c), que será el caso que se analice a lo largo del trabajo, se puede expresar de la siguiente manera:

$$F_V(s) = \frac{1}{(s + \sigma)} + \frac{As + B}{(s - \lambda_c)(s - \lambda_c^*)}, \quad \text{siendo } \lambda_c = \sigma_c + j\omega_c$$

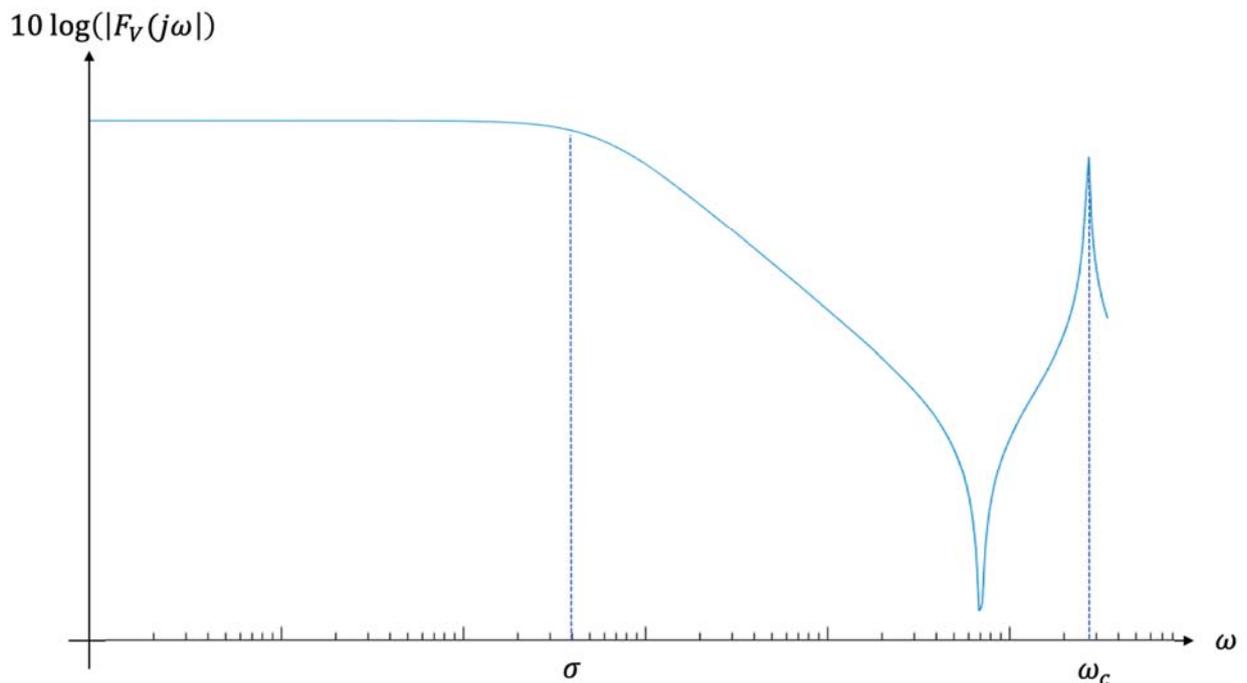


Figura 4: Ejemplo diagrama de Bode

Si la parte real de σ_c es de pequeña magnitud respecto de los demás polos, dicho polo complejo producirá una resonancia mayor a la frecuencia ω_c , es decir, si la parte real de σ_c es cero, la resonancia de dichos polos tendería a infinito. Esto afecta al transitorio de la siguiente forma:

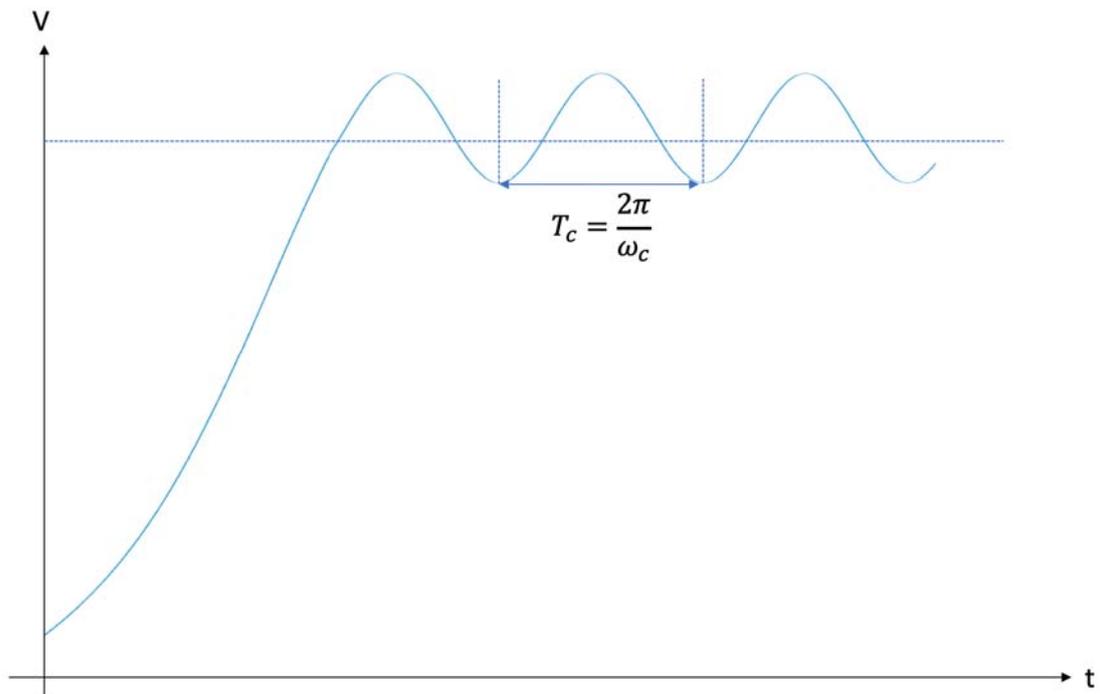


Figura 5: Impacto de σ_c sobre el transitorio

En el estado transitorio, dicha ecuación es dinámica:

$$Y \left[V(t), \omega_0 + \frac{s}{j} \right] V(t) e^{j\phi(t)} = 0; \quad s = dt$$

Siendo s el operador derivada respecto del tiempo.

Ejemplo:

$$\frac{d}{dt} v(t) \quad ; \quad v(t) = V e^{j\omega_0 t}$$

$$\frac{d}{dt} v(t) = j\omega_0 V e^{j\omega_0 t}$$

Ejemplo 2:

$$v(t) = V(t) e^{j\omega_0 t}$$

$$\frac{d}{dt} v(t) = \left[j\omega_0 V(t) + \frac{dV(t)}{dt} \right] e^{j\omega_0 t}$$

Si $s = dt$

$$[[j\omega_0 + s]V(t)] e^{j\omega_0 t}$$

$$\left[j \left(\omega_0 + \frac{s}{j} \right) V(t) \right] e^{j\omega_0 t}$$

En los ejemplos anteriores se puede ver el por qué de la inclusión del operador derivada respecto a t , ya que en el estado transitorio los armónicos varían con el tiempo.

Analizando un punto (V, ϕ) del transitorio, se puede definir $V(t)$ y $\phi(t)$ como dicho punto más un pequeño incremento $(\Delta V, \Delta \phi)$, tal que:

$$V(t) = V + \Delta V(t)$$

$$\phi(t) = \phi + \Delta \phi(t)$$

Utilizando la ecuación del transitorio e incluyendo $V(t)$ y $\phi(t)$:

$$Y \left[V + \Delta V(t), \omega_0 + \frac{s}{j} \right] (V + \Delta V(t)) e^{j(\phi + \Delta\phi(t))} = 0$$

$$Y \left[V + \Delta V(t), \omega_0 + \frac{s}{j} \right] X_1(t) = 0$$

Debido a que ΔV y $\Delta\phi$ tienden a ser pequeños, se puede realizar un desarrollo en Series de Taylor y utilizar únicamente el primer término del desarrollo, por lo que la función admitancia se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\left\{ Y \left[V, \omega_0 + \frac{s}{j} \right] + Y_v \left[V, \omega_0 + \frac{s}{j} \right] \Delta V \right\} X_1(t) = 0, \quad \text{siendo } Y_v = \frac{dY}{dV}$$

Expresando $Y \left[V, \omega_0 + \frac{s}{j} \right]$ en serie de Taylor, pero al contrario que en el caso anterior, en este caso se utilizan todos los términos ya que $\frac{s}{j}$ no tiene porqué ser pequeño. Es por ello por lo que se considera que este análisis es de banda ancha, ya que se consideran todos los términos de orden superior, los cuales aportan información de ciertos tipos de osciladores.

$$Y \left[V, \omega_0 + \frac{s}{j} \right] = \sum_{k=0}^{\infty} a_k(s) s^k, \quad a_k(v) = \frac{\partial Y(V, \omega_0)}{\partial \omega} \frac{1}{j^k} \frac{1}{k!}$$

$$sX_1 = (\Delta\dot{V} + jV\Delta\dot{\phi}) e^{j(\phi + \Delta\phi)}$$

A partir de la expresión anterior, se puede realizar la siguiente aproximación para un orden k .

$$s^k X_1 \approx e^{j(\phi + \Delta\phi)} \frac{d^k}{dt^k} (\Delta V + jV\Delta\phi)$$

Para llegar a dicha aproximación, se han despreciado todos los términos cruzados o elevados a una potencia superior, ya que, al ser pequeños, y estar elevados a una potencia, tienden a cero, por lo que pueden despreciarse.

A continuación, se desarrolla se Serie de Taylor $Y_v \left(V, \omega_0 + \frac{s}{j} \right)$ de la misma manera que $Y \left(V, \omega_0 + \frac{s}{j} \right)$:

$$Y_V \left(V, \omega_0 + \frac{s}{j} \right) = \sum_k a_{k_V}(v) s^k, \quad a_{k_V}(v) = \frac{da_k(v)}{dV}$$

$$s^k (\Delta V X_1) \approx \frac{d^k \Delta V}{dt^k} V e^{j(\phi + \Delta\phi)}$$

Aplicando los dos desarrollos que se han realizado anteriormente y sustituyendo en el desarrollo de Taylor en el cual se utilizaba el primer término, se llega a la siguiente expresión:

$$a_0(V)V + \sum_{k=0}^{\infty} a_k(V) \frac{d^k \Delta V}{dt^k} + \sum_{k=1}^{\infty} jV a_k(V) \frac{d^k \Delta\phi}{dt^k} + \sum_{k=0}^{\infty} a_{k_V}(V) V \frac{d^k \Delta V}{dt^k} = 0$$

Desarrollando la expresión anterior y reagrupando términos, se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} a_0(V)V + Y \left(V, \omega_0 + \frac{s}{j} \right) \Delta V(t) + \left(Y \left(V, \omega_0 + \frac{s}{j} \right) - a_0(V) \right) jV \Delta\phi(t) \\ + V Y_V \left(V, \omega_0 + \frac{s}{j} \right) \Delta V(t) = 0 \end{aligned}$$

La ecuación a la que se ha llegado en el desarrollo anterior es un sistema LTI (Linear Time Invariant) ya que todos los términos son constantes o dependientes de su derivada y no dependen del tiempo.

Aplicando los métodos de resolución de sistemas LTI [6] se procede a descomponer $\Delta V(t)$ y $\Delta\phi(t)$ en una componente homogénea y particular:

$$\Delta V(t) = \Delta V_H(t) + \Delta V_P(t)$$

$$\Delta\phi(t) = \Delta\phi_H(t) + \Delta\phi_P(t)$$

considerando $\Delta V_p(t)$ y $\Delta \phi_p(t)$ constantes, ya que dichas componentes vienen dadas por los términos que no aparecen con las variables de estado.

Se define la solución homogénea como:

$$\begin{aligned}\Delta V(t) &= A_V e^{\lambda t} \\ \Delta \phi(t) &= A_\phi e^{\lambda t}\end{aligned}$$

Donde las componentes λ se denominarán **polos instantáneos**. Desarrollando el sistema e incluyendo la solución homogénea se obtienen siguiente expresión.

- Para el armónico 1 (H_1):

$$\left[Y\left(V, \omega_0 + \frac{\lambda}{j}\right) + V Y_V\left(V, \omega_0 + \frac{\lambda}{j}\right) \right] \Delta V(\lambda) + jV \left[Y\left(V, \omega_0 + \frac{\lambda}{j}\right) - Y(V, \omega_0) \right] \Delta \phi(\lambda) = 0$$

Debido a que se disponen de dos variables de estado, es necesario dos ecuaciones. Todo el desarrollo que se ha realizado es para el armónico 1.

Realizando todo el desarrollo para el armónico -1, es decir, para el complejo conjugado, se llegaría a la siguiente expresión:

- Para el armónico -1 (H_{-1}):

$$\left[Y\left(V, -\omega_0 + \frac{\lambda}{j}\right) + V Y_V\left(V, -\omega_0 + \frac{\lambda}{j}\right) \right] \Delta V(\lambda) - jV \left[Y\left(V, -\omega_0 + \frac{\lambda}{j}\right) - Y(V, -\omega_0) \right] \Delta \phi(\lambda) = 0$$

Debido a que $-\omega_0$ no existe:

$$Y(V, -\omega_0 + \omega) = Y(V, \omega_0 - \omega)^*$$

Expresando en forma matricial se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{pmatrix} Y(V, \omega_0 + \frac{\lambda}{j}) + VY_V(V, \omega_0 + \frac{\lambda}{j}) & jV[Y(V, \omega_0 + \frac{\lambda}{j}) - Y(V, \omega_0)] \\ Y(V, \omega_0 - \frac{\lambda}{j})^* + VY_V(V, \omega_0 - \frac{\lambda}{j})^* & -jV[Y(V, \omega_0 - \frac{\lambda}{j}) - Y(V, \omega_0)] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta V \\ \Delta \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= A(V, \lambda)^{-1} \begin{pmatrix} A_V \\ A_\phi \end{pmatrix} = \bar{0}$$

$A(V, \lambda)^{-1}$ tiene un vector propio con un valor propio cero. Una matriz caracterizada por tener un valor propio igual a cero se denomina singular, es decir,

$$|A(V, \lambda)^{-1}| = 0$$

Se cumplirá la anterior igualdad, que el determinante es igual a cero en el momento en que se utilice el λ apropiado, es decir, los polos instantáneos a los que oscilan las perturbaciones. **Se observa además que los polos instantáneos sólo dependen de la variable amplitud V .**

Debido a que el sistema no se puede resolver analíticamente, se procede a resolver mediante identificación.

Para ello, se define $\lambda = j\omega$ y a partir del comportamiento para todos los valores de frecuencia se puede deducir la solución apropiada.

$$A(V, j\omega) = \begin{pmatrix} F_V^+(v, \omega) & F_V^-(v, \omega) \\ F_\phi^+(v, \omega) & F_\phi^-(v, \omega) \end{pmatrix}$$

El denominador de la función $F_V^+(v, \omega)$ viene dado por $|A(V, \lambda)^{-1}|$. En el caso en que en dicho determinante se sustituya λ por uno de los polos instantáneos, dichos polos serán los polos de la función de transferencia.

Por lo tanto, los pasos a realizar serán los siguientes:

1. Calcular $Y(V, \omega)$ en software comercial de balance armónico (ADS de Keysight)
2. Calcular $A^{-1}(V, j\omega)$ usando $Y(V, \omega)$ en Matlab.
3. Extraer el término $F_V^+(V, \omega)$

Dicho término F_V^+ será el que se pase a la Toolbox encargada de la identificación de los polos, lo cual se explicará en capítulos siguientes.

3.1 Cálculo de $A(V, \omega)$ mediante matriz de conversión

Existen ciertos casos en los cuales el cálculo del balance armónico produce errores numéricos mediante los cuales no podría reconstruirse la trayectoria correctamente. Es por ello, que a continuación se va a proceder a explicar el método de matriz de conversión.

Dicho método es muy utilizado para el cálculo de ruido, así como de estabilidad de circuitos de microondas.

Suponiendo que se dispone de un oscilador al que se le conecta una fuente de corriente de pequeña amplitud $i(t)$, cuyo espectro es el siguiente:

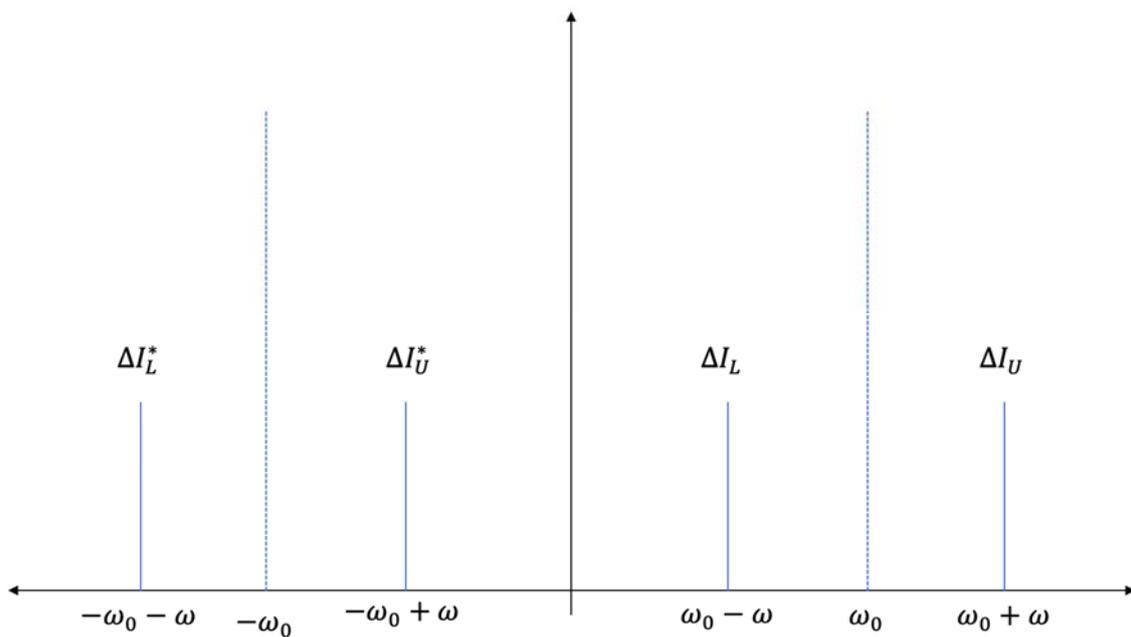


Figura 6: Espectro de $i(t)$

Debido a que $i(t)$ es de pequeña amplitud, se puede aplicar el principio de superposición, lo cual significa que cada una de las cuatro componentes de $i(t)$

únicamente actúa independientemente de las demás, es decir, no influye una a la otra.

Las ecuaciones de dichas perturbaciones, siguiendo el proceso matemático llevado a cabo en el capítulo anterior 5.4, son las siguientes:

- Para el armónico 1:

$$\left[Y\left(V, \omega_0 + \frac{s}{j}\right) + VY_V\left(V, \omega_0 + \frac{s}{j}\right) \right] \Delta V(t) + jVY\left(V, \omega_0 + \frac{s}{j}\right) \Delta\phi(t) = \Delta I(t)$$

- Para el armónico -1:

$$\left[Y\left(V, -\omega_0 + \frac{s}{j}\right) + VY_V\left(V, -\omega_0 + \frac{s}{j}\right) \right] \Delta V(t) - jVY\left(V, -\omega_0 + \frac{s}{j}\right) \Delta\phi(t) = \Delta I(t)^*$$

siendo

$$i(t) = \Delta I(t)e^{j\omega_0 t} + \Delta I(t)^*e^{-j\omega_0 t}$$

$$\Delta I(t) = \Delta I_U e^{j\omega t} + \Delta I_L e^{-j\omega t}$$

La diferencia principal al calculo matemático realizado en el capítulo anterior es carencia del término $a_0 = Y(V, \omega_0)$ el cual se restaba a los términos que iban multiplicados por $\Delta\phi(t)$. Dicho término no aparece debido a que ADS describe el método de la siguiente manera:

$$X_1(t) = (V + \Delta V)e^{j(\phi + \Delta\phi)}$$

Debido a que $\Delta\phi$ es pequeño, se realiza el desarrollo en Serie de Taylor de la función con respecto de ϕ .

$$X_1(t) = (V + \Delta V)(1 + j\Delta\phi)e^{j\phi}$$

Los términos de orden superior, así como términos cruzados se desprecian, por lo tanto, se puede realizar la siguiente aproximación:

$$X_1(t) \approx V e^{j\phi} + (\Delta V + jV\Delta\phi) e^{j\phi}$$

Expresando en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} Y(V, \omega_0 + \omega) + VY_V(V, \omega_0 + \omega) & jVY(V, \omega_0 + \omega) \\ Y(V, \omega_0 - \omega)^* + VY_V(V, \omega_0 - \omega)^* & -jVY(V, \omega_0 - \omega)^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta V(\omega) \\ \Delta\phi(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta I_L \\ \Delta I_U \end{pmatrix}$$

$$B(V, \omega)^{-1} \begin{pmatrix} A_V(\omega) \\ A_\phi(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta I_L \\ \Delta I_U \end{pmatrix}$$

A continuación, se procede a explicar la relación entre las matrices A y B, siendo B la matriz que proporciona ADS.

$$A(V, \omega)^{-1} = B(V, \omega)^{-1} + jV \begin{pmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{a}_0(V) \\ \mathbf{0} & -\mathbf{a}_0(V)^* \end{pmatrix}$$

$$X_1(t) = [V + \Delta V(t)] e^{j(\phi + \Delta\phi(t))} \approx V e^{j\phi} + [\Delta V + jV\Delta\phi] e^{j\phi} =$$

Se definen las perturbaciones de amplitud ($\Delta V(t)$) y fase ($\Delta\phi(t)$) como dos perturbaciones reales caracterizadas por disponer de una componente positiva y otra negativa, tal que:

$$\Delta V(t) = \Delta V(-\omega) e^{-j\omega t} + \Delta V(\omega) e^{j\omega t}$$

$$\Delta\phi(t) = \Delta\phi(-\omega) e^{-j\omega t} + \Delta\phi(\omega) e^{j\omega t}$$

Sustituyendo dichas perturbaciones en $X_1(t)$:

$$\begin{aligned} X_1(t) &= V e^{j\phi} + [\Delta V(-\omega) + jV\Delta\phi(-\omega)] e^{-j\omega t} e^{j\phi} + [\Delta V(\omega) + jV\Delta\phi(\omega)] e^{j\omega t} e^{j\phi} = \\ &= X_1^0 + \Delta X_1^L e^{-j\omega t} + \Delta X_1^U e^{j\omega t} \end{aligned}$$

Debido a que ΔV y $\Delta\phi$ son señales reales:

$$\Delta V(-\omega) = \Delta V(\omega)^*$$

$$\Delta \phi(-\omega) = \Delta \phi(\omega)^*$$

A continuación, se dispone de un sistema formado por $X_1, \Delta V$ y $\Delta \phi$. Sumando dichas ecuaciones, se llega a la siguiente:

$$\frac{(\Delta X_1^L)^* e^{j\phi} + \Delta X_1^U e^{-j\phi}}{2} = \Delta V(\omega)$$

Restándolas:

$$\frac{\Delta X_1^U e^{-j\phi} - (\Delta X_1^L)^* e^{j\phi}}{2Vj} = \Delta \phi(\omega)$$

Por ultimo, se construye la matriz B tal que:

$$\begin{pmatrix} \Delta V(\omega) \\ \Delta \phi(\omega) \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} \Delta I_U \\ \Delta I_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{VU} & B_{VL} \\ B_{\phi U} & B_{\phi L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta I_U \\ \Delta I_L \end{pmatrix}$$

Para $\Delta I_L = 0$:

$$\Delta V(\omega) = B_{VU}(\omega) \Delta I_U \quad \rightarrow \quad B_{VU}(\omega) = \left. \frac{\Delta V(\omega)}{\Delta I_U} \right|_{\Delta I_L=0}$$

$$\Delta \phi(\omega) = B_{\phi U}(\omega) \Delta I_U \quad \rightarrow \quad B_{\phi U}(\omega) = \left. \frac{\Delta \phi(\omega)}{\Delta I_U} \right|_{\Delta I_L=0}$$

Para $\Delta I_U = 0$:

$$\Delta V(\omega) = B_{VL}(\omega) \Delta I_L \quad \rightarrow \quad B_{VL}(\omega) = \left. \frac{\Delta V(\omega)}{\Delta I_L} \right|_{\Delta I_U=0}$$

$$\Delta \phi(\omega) = B_{\phi L}(\omega) \Delta I_L \quad \rightarrow \quad B_{\phi L}(\omega) = \left. \frac{\Delta \phi(\omega)}{\Delta I_L} \right|_{\Delta I_U=0}$$

3.2 Identificación de los polos a partir de $B(V, \omega)$

En este apartado se explicará como calcular los polos una vez se dispone de la matriz B , la cual se ha explicado en el capítulo anterior. Los pasos que seguirán los siguientes:

1. Calcular $B(V, \omega)$ en ADS.
2. Calcular $A^{-1}(V, \omega)$ a partir de B .
3. Extraer el término (1,1) de $A^{-1}(V, \omega)$, es decir, $F_V^+ = A^{-1}[1,1]$

Una vez calculado el término F_V^+ , se procede a usar este para la identificación de los polos. Para dicha identificación se han utilizado la Toolbox de Matlab denominada *Invfreqs* [10].

Dicha herramienta se encarga de obtener la función de transferencia continua en el tiempo proporcionándola una respuesta frecuencial compleja como es F_V^+ .

Es de gran utilidad debido a que gracias a ella se puede obtener la función de transferencia a partir de una magnitud y una fase.

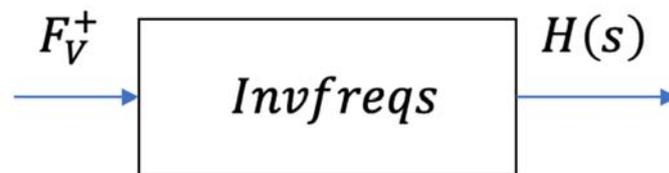


Figura 7: Toolbox *invfreqs*

La Toolbox "invfreqs" recibe como parámetros F_V^+ así como el número de términos tanto del numerador como del denominador.

Una vez disponen de dichos parámetros de entrada, genera como resultado los términos a y b, los cuales son los coeficientes de los polinomios, gracias a los cuales se puede reconstruir la función de transferencia de la siguiente manera:

$$H(S) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b(1)s^n + b(2)s^{n-1} + \dots + b(n-1)}{a(1)s^m + a(2)s^{m-1}}, \quad \text{siendo } s = j\omega$$

Gracias a dicha función de transferencia, se puede representar el diagrama de Bode correspondiente y obtener los polos de este, siendo los polos de la función de transferencia, los polos instantáneos del circuito oscilador.

Por lo tanto, los polos de la función de transferencia se pueden obtener gracias a la función roots de Matlab, cuyos parámetros de entrada serán los términos del denominador de dicha función.

Capítulo 4 – Reconstrucción de la trayectoria

4.1 Introducción

El objetivo es utilizar la formulación del capítulo anterior para desarrollar una técnica de aproximación de la forma temporal de la trayectoria de la variable amplitud $V(t)$.

Una vez son conocidos los polos instantáneos, se procederá a calcular la trayectoria en el intervalo $[0, T]$. Para realizar el cálculo de la trayectoria de la señal, se recurrirá a un cálculo iterativo mediante el cual, se calculará la tensión del siguiente intervalo en función de la tensión del mismo, es decir:

$$V(t_k + t) = V(t_k) + \Delta V(t); \quad t \in [0, \Delta t]$$

siendo

$$\Delta V(t) = C + \sum_{i=1}^p C_i e^{\lambda_i(V)t}$$

donde p es el número de polos instantáneos.

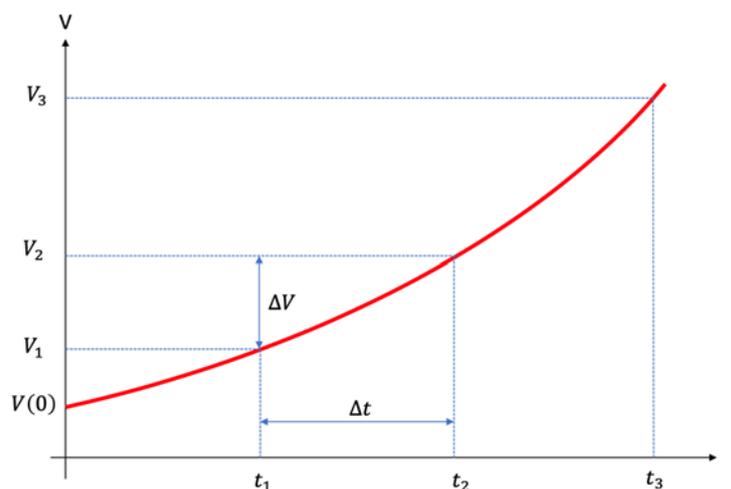


Figura 8: Cálculo de la trayectoria

Partiendo de las condiciones iniciales

$$\overline{X}_0 = [V(0), \dot{V}(0), \dots, V^{(p-1)}(0)]$$

donde $V(0) = V_{SS} + \varepsilon$ está próximo a una solución del estado estable, donde $\dot{V} = 0$.

Para el calculo de la trayectoria, como se puede ver en la Figura 5, se discretiza el intervalo de $[0, T]$ en varios subintervalos (t_0, \dots, t_N) siendo $t_0 = 0$.

El Δt se asume que es lo suficientemente pequeño para poder realizar la suposición de que la evolución de la amplitud puede representarse mediante una ecuación diferencial lineal.

$$V(t_k + t) = V_k + \Delta V(t), \quad \Delta V(t) = \sum_{i=1}^p C_i (e^{\lambda_i(k)t} - 1), \quad \lambda_i(k) \equiv \lambda_i(V_k)$$

El procedimiento para calcular V_{k+1} a partir de V_k es el siguiente. En primer lugar, se procederán a calcular los coeficientes C_i en el intervalo $[t_k, t_{k+1}]$. Entonces:

$$V_{k+1} = V_k + \Delta V(t_{k+1} - t_k) = V_k + \sum_{i=1}^p C_i (e^{\lambda_i(k)\Delta t} - 1), \quad \Delta t = t_{k+1} - t_k$$

A continuación, se explicará el cómo calcular los coeficientes en cada uno de los intervalos.

- **Intervalo $[t_0 = 0, t_1]$:**

A continuación, se procederá a calcular la ecuación diferencial lineal mediante la cual se puede reconstruir la trayectoria, de la siguiente manera.

Definiendo $u(t) = V(t) - V_{SS}$, siendo este pequeño durante el primer intervalo, se cumple que $u(0) = V(0) - V_{SS} = \varepsilon$. Por lo tanto, $u(t)$ se rige por la siguiente ecuación diferencial:

$$a_0 u(t) + a_1 \dot{u}(t) + \dots + a_p u^{(p)}(t) = 0$$

Donde los coeficientes a_0, \dots, a_p son elegidos de manera que el polinomio característico $p(s) = a_0 + a_1 s + \dots + a_p s^p$ contiene las raíces $\bar{\lambda}(0) \equiv \{\lambda_1(0), \dots, \lambda_p\}$. Por lo tanto:

$$V^{(p)}(0) = u^{(p)}(0) = \frac{-1}{a_p} [a_0 \varepsilon + a_1 \dot{V}(0) + \dots + a_{p-1} V^{(p-1)}(0)]$$

Una vez calculado $V^{(p)}(0)$, se procede a definir el vector $\tilde{V}(0)$, el cual contiene las condiciones iniciales.

$$\tilde{V}(0) \equiv \tilde{V}_0 = [\dot{V}(0), \dots, V^{(p)}(0)]^t$$

A continuación, se calculan los coeficientes \bar{C} de la siguiente manera:

$$\tilde{V}_0 = \Lambda(0) \bar{C} \rightarrow \bar{C} = \Lambda(0)^{-1} \tilde{V}_0$$

utilizando para ello la matriz $\Lambda(0)$, la cual está formada por los polos obtenidos a través del polinomio característico.

$$\Lambda(0) = \begin{pmatrix} \lambda_1(0) & \dots & \lambda_p(0) \\ & \ddots & \\ \lambda_1(0)^p & \dots & \lambda_p(0)^p \end{pmatrix}$$

Finalmente, para este intervalo de tiempo $[t_0 - t_1]$, se calcula el vector $\tilde{V}_1 = \tilde{V}(t_1)$, el cual será necesario para el siguiente intervalo, gracias a la siguiente ecuación:

$$\tilde{V}_1 = \Lambda(0) D(0) \bar{C}$$

siendo

$$D(0) = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1(0)\Delta t} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & e^{\lambda_p(0)\Delta t} \end{pmatrix}$$

Por lo tanto, los pasos a seguir para calcular la trayectoria en dicho intervalo son:

1. Partiendo de las condiciones iniciales $\{V(0), \dot{V}(0), \dots, V^{(p-1)}(0)\}$, calcular los coeficientes $\{a_0, \dots, a_p\}$ de $p(s)$ con las raíces $\bar{\lambda}(0)$.
2. Calcular $V^{(p)}(0)$ para formar el vector $\tilde{V}(0)$.
3. Calcular $\bar{C} = \Lambda(0)^{-1}\tilde{V}_0$
4. Calcular $V_1 = V_0 + \sum_{i=1}^p C_i(e^{\lambda_i(0)\Delta t} - 1)$
5. Calcular $\tilde{V}_1 = \Lambda(0)D(0)\bar{C}$

- **Intervalo $[t_k, t_{k+1}]$:**

Para el calculo de los demás intervalos, se realizará un proceso similar, en el cual en primer lugar se calculará la amplitud al final del intervalo $V(t_{k+1})$ gracias a la siguiente ecuación:

$$V_{k+1} = V_k + \Delta V(\Delta t) = V_k + \sum_{i=1}^p C_i(e^{\lambda_i(k)\Delta t} - 1) \quad , \quad \lambda_i(1) \equiv \lambda_i(V_1)$$

donde los coeficientes \bar{C} son calculados a partir de las derivadas al inicio del intervalo.

Finalmente, para el siguiente intervalo sería necesario el cálculo de \tilde{V}_{k+1} que será calculado de la siguiente forma:

$$\tilde{V}_{k+1} = \Lambda(k)D(k)\bar{C} \quad , \quad D(k) = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1(k)\Delta t} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & e^{\lambda_p(k)\Delta t} \end{pmatrix}$$

Por lo tanto, los pasos a realizar serán los siguientes:

1. Calcular $\bar{C} = \Lambda(k)^{-1} \tilde{V}_k$
2. Calcular $V_{k+1} = V_k + \sum_{i=1}^p C_i (e^{\lambda_i(k)\Delta t} - 1)$
3. Calcular $\tilde{V}_{k+1} = \Lambda(k)D(k) \bar{C}$

4.2 Caso particular: un solo polo dominante

En el caso en que exista un solo polo dominante λ_1 , la siguiente ecuación diferencial no lineal cual rige el comportamiento de $V(t)$.

$$a_0(V)X_1 + a_1(V)\dot{X}_1 = 0, \quad X_1 = Ve^{j\phi}$$
$$\dot{V} = g(V) = -\frac{\mathbf{a}_0(V) \cdot \mathbf{a}_1(V)}{|\mathbf{a}_1(V)|^2} V(t)$$

Dicha ecuación solo dispone de dos términos debido a que el orden del sistema es igual a uno. Esta ecuación puede resolverse fácilmente mediante integración temporal, sin tener que recurrir al método previo de discretización.

Capítulo 5 – Aplicación al oscilador de Van der Pol

5.1 Introducción

En este capítulo se va a proceder a explicar en profundidad la simulación realizada para el cálculo de la trayectoria usando para ello un oscilador de Van der Pol.

Para este modelo de simulación se ha escogido este tipo de oscilador debido a que es un circuito oscilador comúnmente utilizado para el análisis del comportamiento de los osciladores, es decir, con dicho tipo de oscilador se puede modelar el comportamiento genérico de ciertos tipos de circuitos osciladores.

Otra principal característica por la cual se ha escogido este tipo de oscilador es que su diagrama de Bode dispone únicamente de un polo, por lo que es idóneo para el siguiente modelado de orden reducido ($p = 1$).

5.2 Simulación ADS

En este apartado se procederá a explicar en profundidad toda la simulación llevada a cabo en ADS, así como los datos exportados de dicho programa utilizados en el capítulo siguiente (4.3) para poder realizar la reconstrucción de la trayectoria.

El circuito oscilador de Van der Pol en T diseñado en ADS es el siguiente:

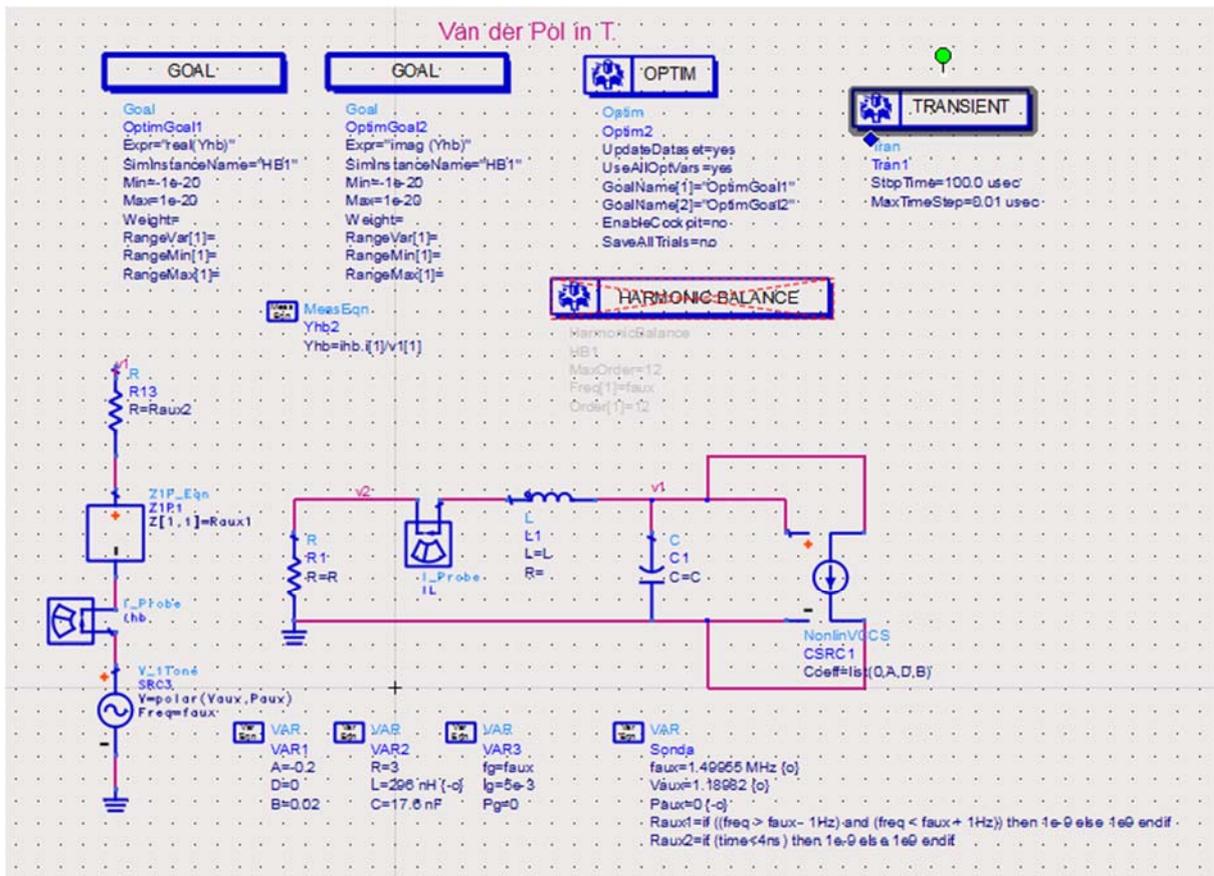


Figura 9: Diseño oscilador de Van der Pol en T

Una vez se dispone del diseño del oscilador, a continuación, se realiza la simulación de balance armónico gracias a la cual se pueden apreciar los armónicos del circuito.

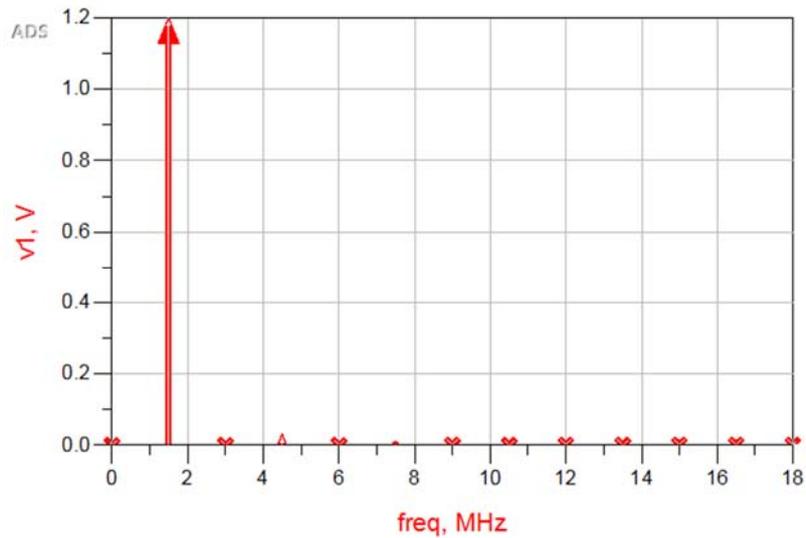


Figura 10: Simulación balance armónico oscilador Van der Pol en T

En la figura anterior se puede apreciar que el armónico principal está centrado en torno a 1.5 MHz, frecuencia la cual es la frecuencia de oscilación de dicho circuito oscilador.

A continuación, se muestra la simulación del transitorio de envolvente, gracias a la cual se podrá observar el tiempo que tarda el oscilador en llegar a su estado estacionario.

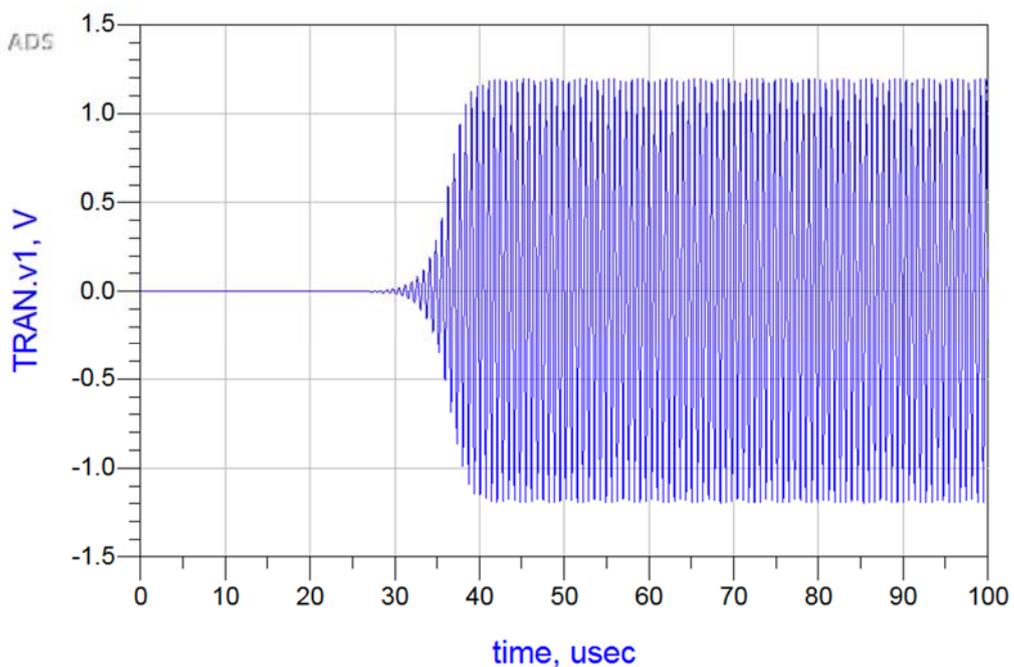


Figura 11: Simulación transitorio de envolvente oscilador Van der Pol T

Por último, se calculará la superficie que representa los valores de admitancia con relación a $[V_{aux}, f_{aux}]$. Gracias a dicha superficie, se podrán obtener los valores de oscilación, ya que en el punto en que se cumple $Y_{hb}^{real} = Y_{hb}^{imag} = 0$ es ahí donde termina el estado transitorio, lo cual implica que se ha llegado a los valores de oscilación $[V_0, f_0]$.

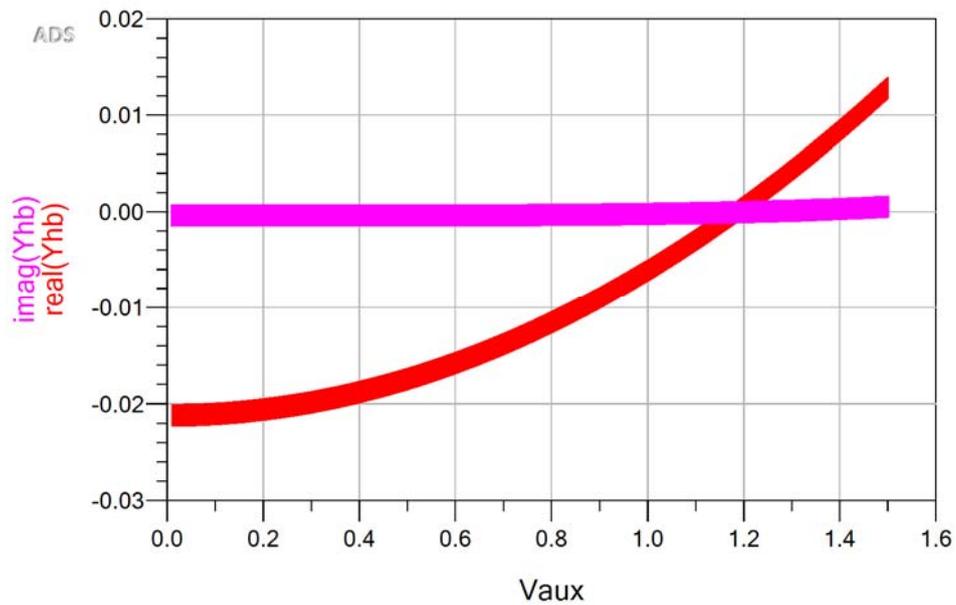


Figura 12: Superficie de admitancia en función de V_{AUX}

A partir de los valores de la superficie calculada en la figura anterior, se procederá a realizar el modelado del estado transitorio del circuito oscilador. Para ello, se exportarán los valores de dicha superficie en forma de una tabla ASCII la cual posteriormente se importará en Matlab.

5.3 Simulación Matlab

Una vez exportados los valores de ADS se procede a importarlos a Matlab en forma de matriz. Dicha matriz estará formada por 4 columnas: $[V, f, Y_r, Y_i]$.

f_AG	V_AG	Y_AG[0, ::]		
9.05829999999999913E8	4.99999999999999911E-13	3.63814393296599370E-2	-2.40053644508959874E1	
9.05829999999999913E8	3.03030303035252535E-2	3.63537623234141449E-2	-2.40247922437080685E1	
9.05829999999999913E8	6.06060606065505070E-2	3.62707917856803252E-2	-2.40832316214975961E1	
9.05829999999999913E8	9.09090909095757560E-2	3.61327095895933592E-2	-2.41811532935317519E1	
9.05829999999999913E8	1.21212121212601009E-1	3.59398203048573617E-2	-2.43193508885959320E1	
9.05829999999999913E8	1.51515151515626290E-1	3.56925534193696548E-2	-2.44989548938468849E1	
9.05829999999999913E8	1.81818181818651525E-1	3.53914665517704652E-2	-2.47214527163526210E1	
9.05829999999999913E8	2.12121212121676805E-1	3.50372497630331514E-2	-2.49887154364352870E1	
9.05829999999999913E8	2.42424242424702019E-1	3.46307311148915176E-2	-2.53030320164102029E1	
9.05829999999999913E8	2.72727272727727277E-1	3.41728836698028227E-2	-2.56671519466424858E1	
9.05829999999999913E8	3.03030303030752535E-1	3.36648341837407283E-2	-2.60843375582719439E1	
9.05829999999999913E8	3.333333333377793E-1	3.31078738123761429E-2	-2.65584275124949976E1	
9.05829999999999913E8	3.63636363636803051E-1	3.25034712367062628E-2	-2.70939132913352498E1	
9.05829999999999913E8	3.93939393939828353E-1	3.18532887204468018E-2	-2.76960308614384942E1	
9.05829999999999913E8	4.24242424242853655E-1	3.11592017437664559E-2	-2.83708700481482712E1	
9.05829999999999913E8	4.54545454545878869E-1	3.04233230225312834E-2	-2.91255045139480018E1	

Figura 13: Formato de los datos exportados de ADS

Una vez importados los datos de ADS a Matlab, se procede a representar la superficie de intersección de la parte real con la parte imaginaria de la admitancia.

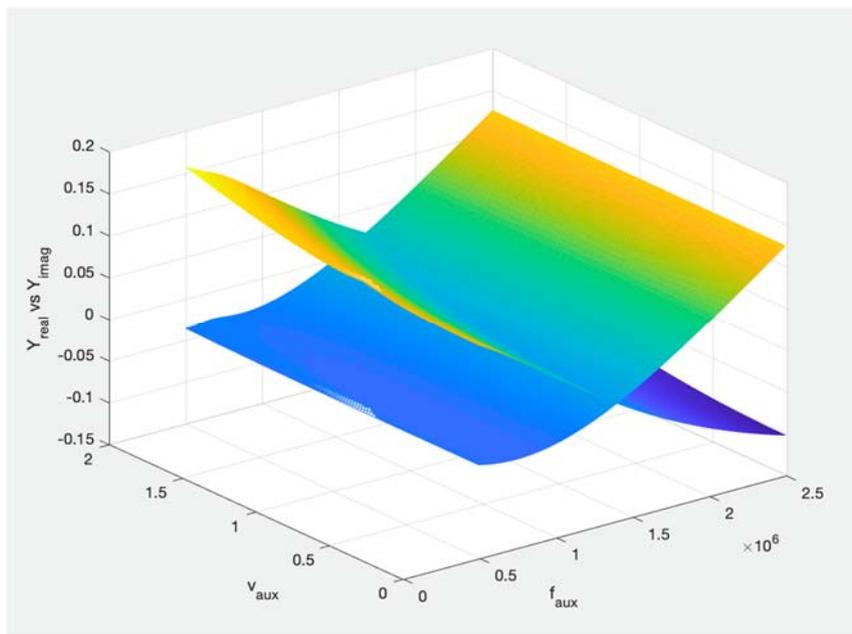


Figura 14: Intersección de Y_{real} con Y_{imag}

En el punto en que se cumple la condición de $Y_{hb}^{real}(V, \omega) = Y_{hb}^{imag}(V, \omega) = 0$, dicho punto de tensión y frecuencia representa los valores de oscilación del circuito oscilador.

Debido a que en la figura anterior no se aprecia el punto concreto de intersección, se procede a representar el modulo de la admitancia la escala logarítmica, es decir, $10\log(|Y^{real} + j Y^{imag}|)$.

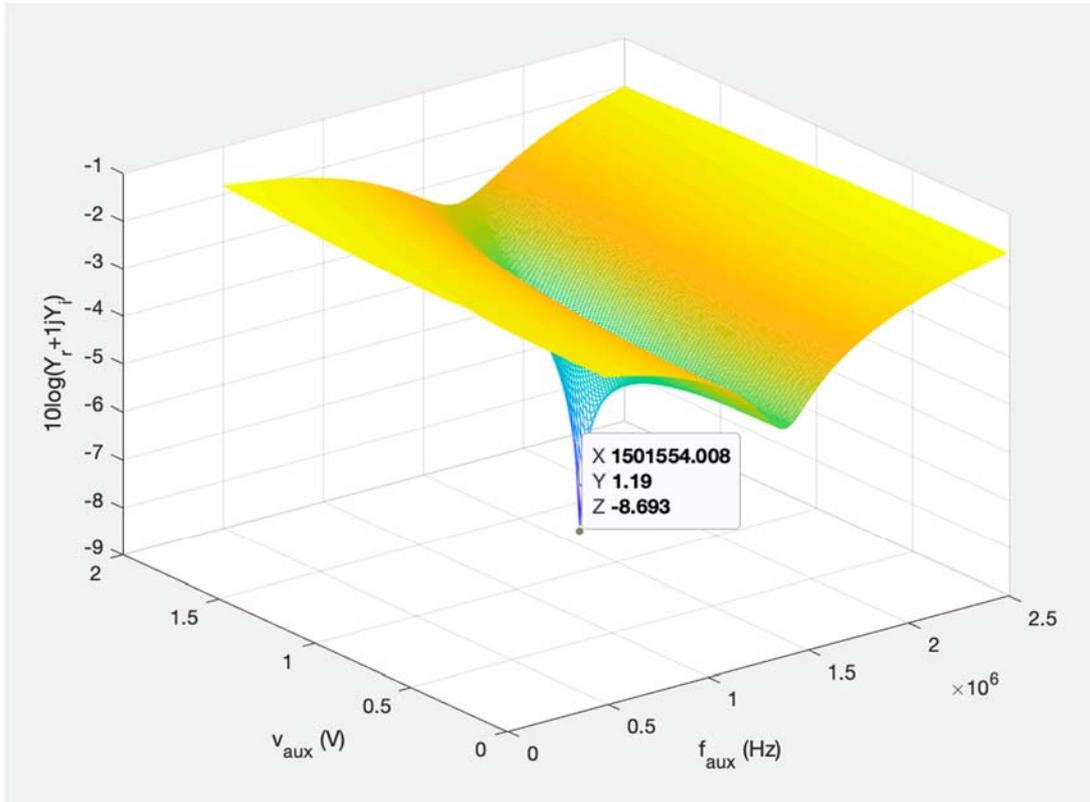


Figura 15: Representación de $10 \log(|Y_{real} + jY_{imag}|)$

A partir de la figura anterior, se pueden apreciar perfectamente los valores de oscilación, los cuales se encuentran en el mínimo de $10 \log(|Y_{real} + jY_{imag}|)$.

Dichos valores de oscilación son:

$$f_{aux} = 1.499 \text{ MHz}$$

$$V_{aux} = 1.184 \text{ V}$$

Debido a que los valores exportados de ADS son para unos valores concretos, es necesaria la realización de una interpolación como paso previo para poder calcular la admitancia en función de una tensión y frecuencia dada.

$$[Y, V, f] \xrightarrow{\text{interpolación}} Y[V, f]$$

Una vez calculados los valores de oscilación y explicado el concepto de interpolación, lo cual es necesario para este apartado, se procede a calcular a_0 y a_1 con las ecuaciones mencionadas anteriormente:

$$a_0 = Y_{real}[V(t), \omega_0] + jY_{imag}[V(t), \omega_0]$$

$$a_1 = \frac{1}{j} \frac{a_0[V(t), \omega_0 + d\omega_0] - a_0[V(t), \omega_0]}{\Delta\omega}$$

A continuación, se calcula $g(V)$ tal que:

$$g(V) = -\frac{a_0(V) \cdot a_1(V)}{|a_1(V)|^2} V(t)$$

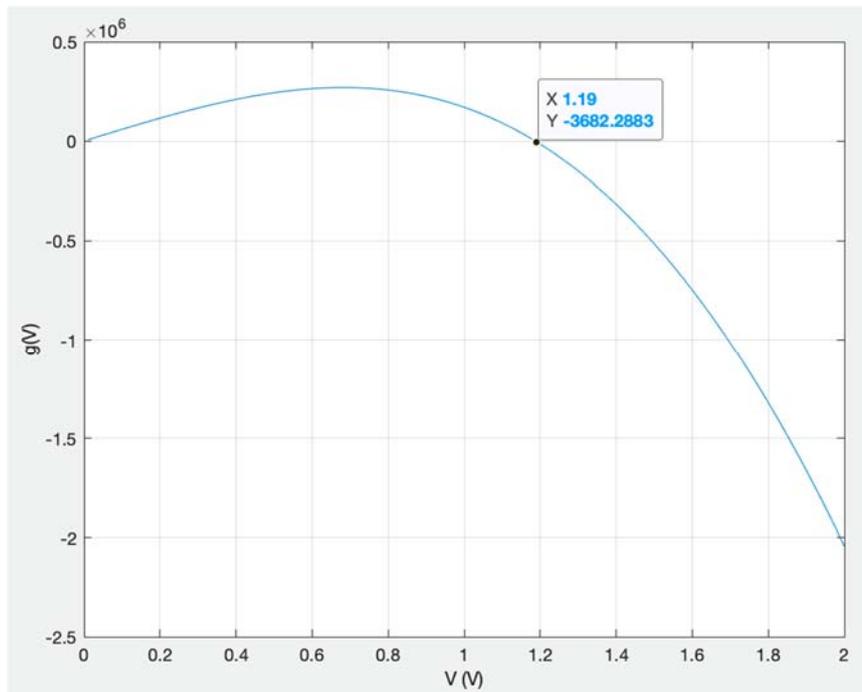


Figura 16: Representación $g(V)$

En la anterior figura se ha representado $g(V)$ y se puede apreciar que la tensión en la cual se ha cumplido que $g(V) = 0$, es la tensión de oscilación del circuito ($V_0 = 1.18V$), por lo tanto, dicho punto de tensión es en el cual se pasa del estado transitorio al estado estacionario.

Esto se puede deducir debido a que dicho valor es el punto de equilibrio estable del circuito oscilador. En los valores posteriores a dicho punto, la derivada $g'(V)$ es negativa y por lo tanto es estable, como se puede ver en la siguiente figura en la cual se representa $g'(V)$.

Para una V muy pequeña, el valor obtenido en la representación de $g(v)$ es positivo, lo cual implica que la solución de dc ($V=0$) es inestable.

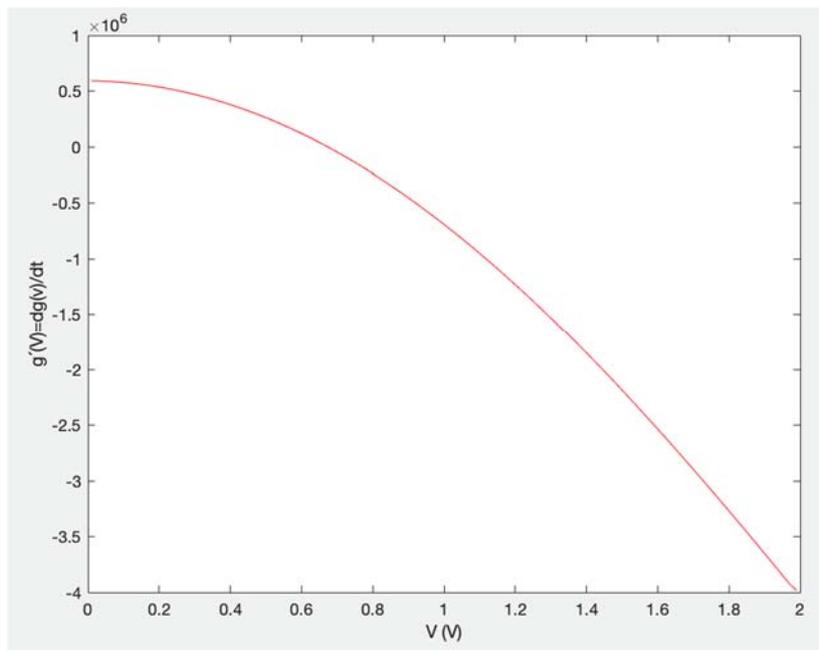


Figura 17: Representación de $g'(v)$

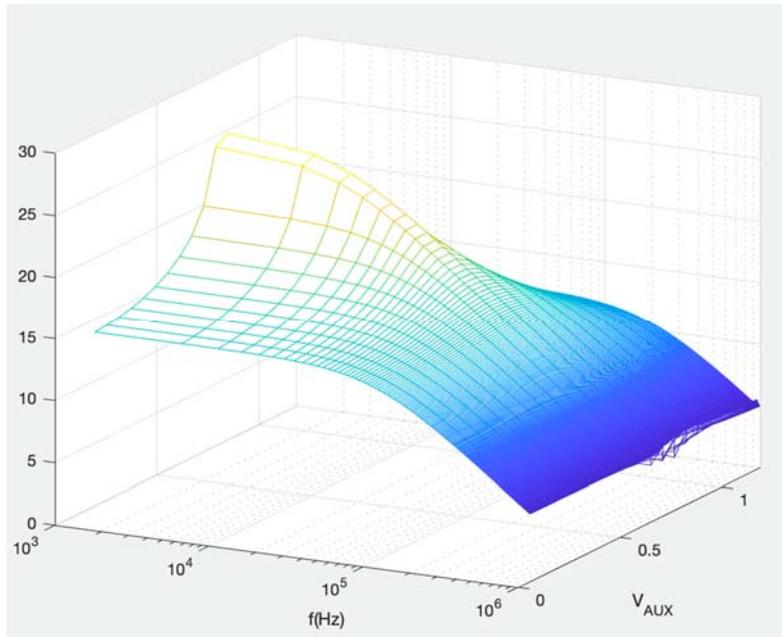


Figura 18: Representación del diagrama de Bode en función de V_{aux}

Debido a que el circuito únicamente dispone de un único polo, como se puede ver en el diagrama de Bode de la anterior figura, se procede a reconstruir la trayectoria mediante la ecuación diferencial $\dot{V} = g(V)$.

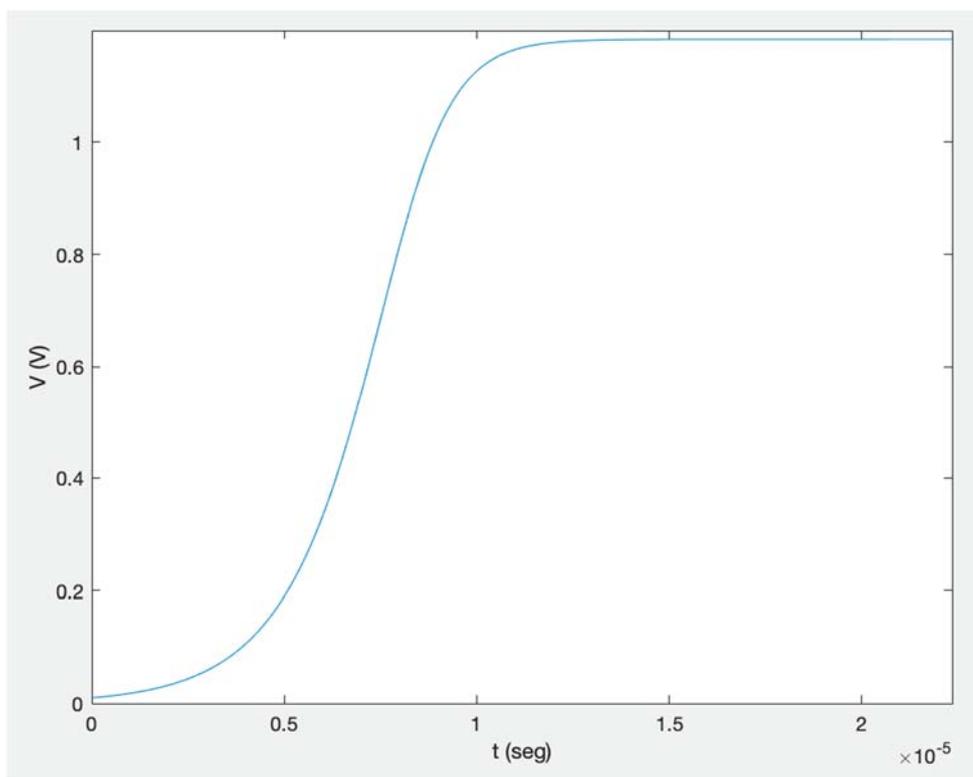


Figura 19: Reconstrucción de la trayectoria

Por último, se procede a realizar una comparación con la trayectoria calculada a través del modelo matemático explicado en [1], el cual, a través de la herramienta de resolución de ecuaciones diferenciales mediante procesos numéricos, como es ODE 45.

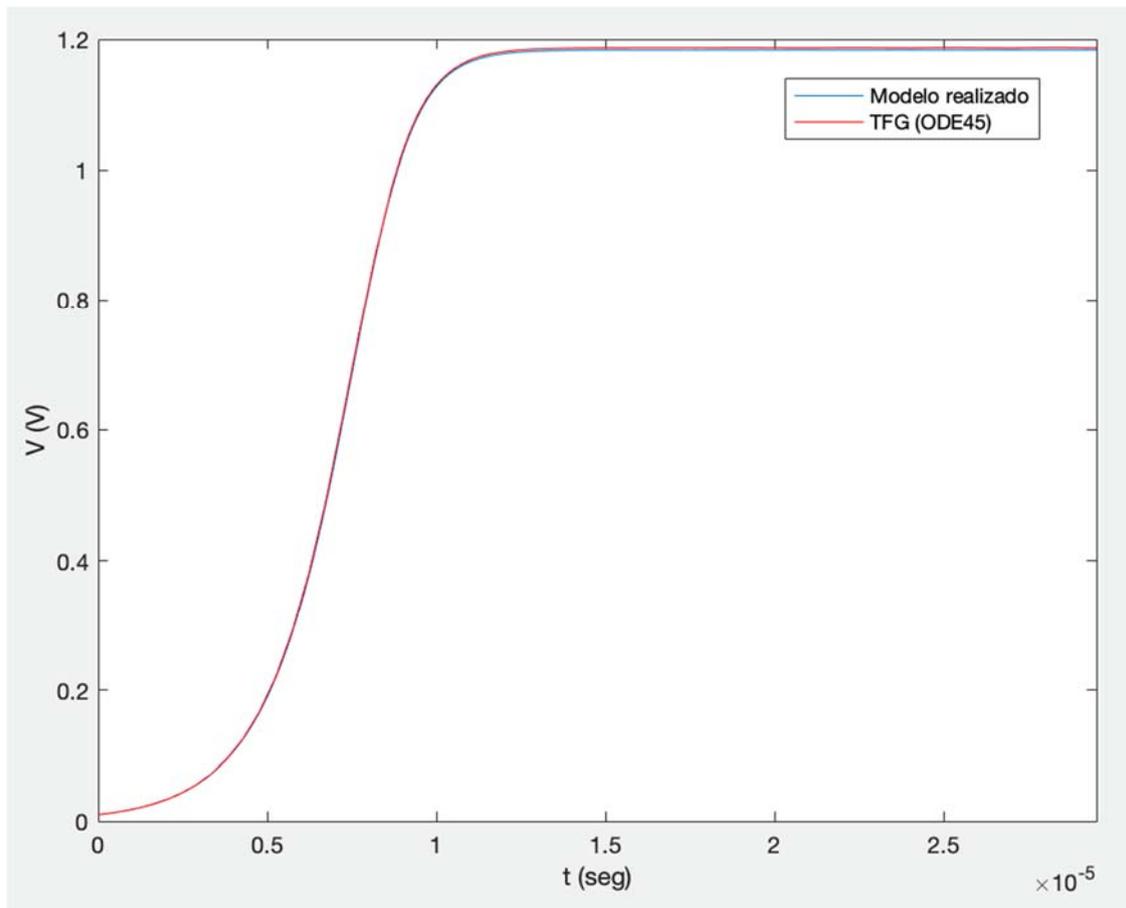


Figura 20: Comparación del modelo

Capítulo 6 – Aplicación al oscilador dual de Van der Pol

6.1 Introducción

En este apartado se explicará la simulación realizada para un oscilador dual Van der Pol, mostrado en la figura inferior.

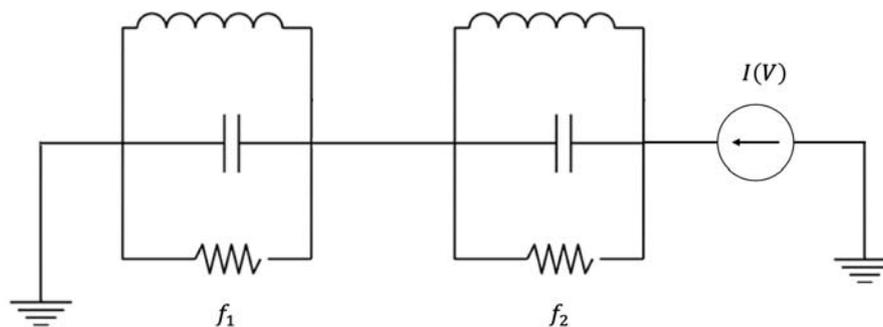


Figura 21: Oscilador dual Van der Pol

Dicho circuito oscilador está compuesto por dos resonadores RLC, los cuales funcionan a dos frecuencias naturales de oscilación: $f_1 \approx 907 \text{ MHz}$ y $f_2 \approx 3.9 \text{ GHz}$. Por lo tanto, la frecuencia resultante del circuito, es decir, la frecuencia de oscilación de él será un compendio entre ambas frecuencias.

El circuito oscilador está diseñado para funcionar a una frecuencia determinada, ya sea f_1 o f_2 . Dicha elección de la frecuencia de oscilación se realizará gracias a las condiciones iniciales del circuito, es decir, la tensión inicial en los condensadores, y debido a ello, la trayectoria evoluciona hacia una oscilación o hacia la otra.

Existen otros osciladores duales los cuales se configuran ajustando los parámetros de los resonadores, es decir, llegar a conseguir que una de las soluciones sea estable y la otra sea inestable. Debido a que las soluciones

inestables físicamente no son observables, la frecuencia de oscilación será la solución estable, sin tener en cuenta las condiciones iniciales del circuito oscilador.

El sistema está diseñado para oscilar a la frecuencia f_1 , pero debido a la frecuencia f_2 , la frecuencia de oscilación del circuito se va a ver mermada.

6.2 Simulación ADS

El circuito diseñado en ADS será el siguiente:

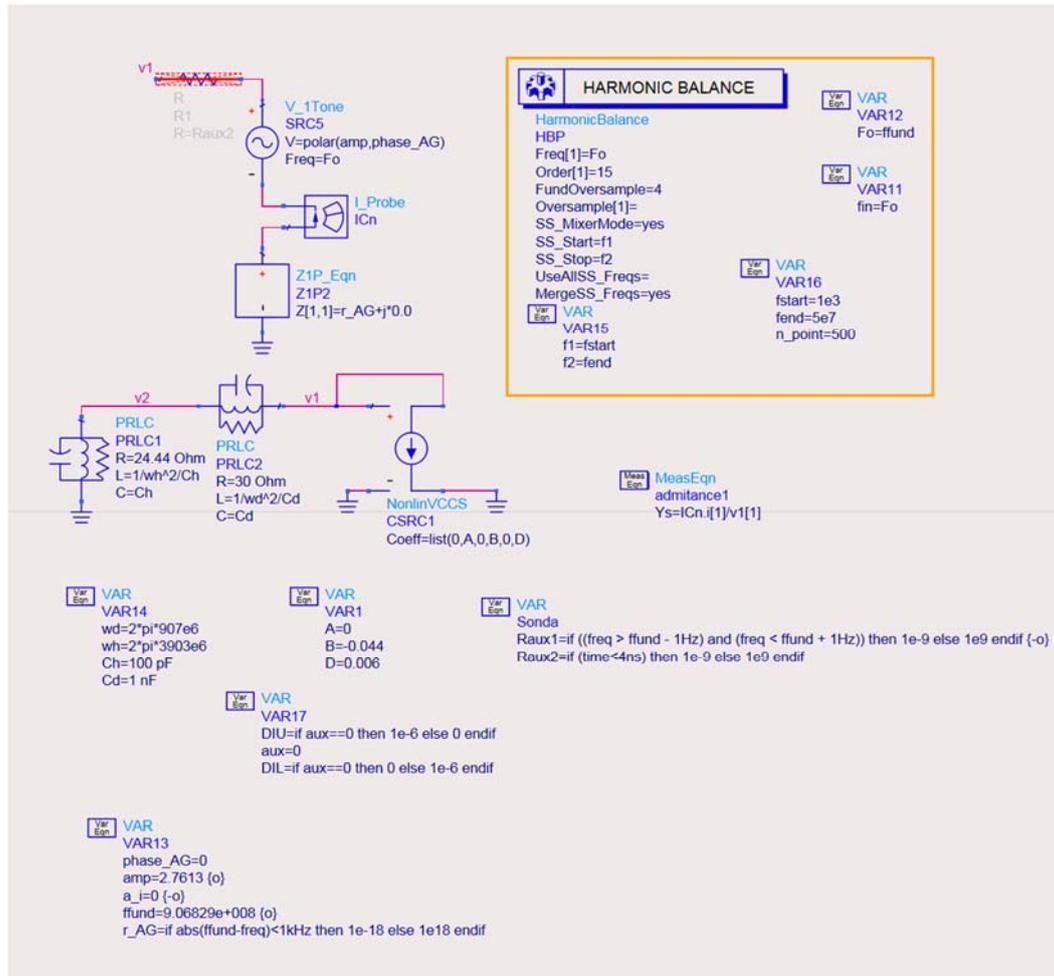


Figura 22: Diseño oscilador dual Van der Pol

En dicho diseño se puede apreciar como dispone de dos resonadores RLC, cada uno a su frecuencia correspondiente, así como el generador auxiliar gracias al cual calcular la superficie de la admitancia en función de la frecuencia y la amplitud, que se importará posteriormente en Matlab.

Posteriormente, se procede a insertar la fuente de corriente de pequeña amplitud utilizada para la corrección de la simulación, como se ha explicado anteriormente en el apartado de la matriz de conversión y así poder calcular los términos de la matriz $B(V, j\omega)$, gracias a la cual se calcularán los polos mediante identificación con la toolbox "invfreqs".

```

Eqn YAG=mix(ICn.i,{1,0})/X1
Eqn a0=YAG[0,::,0]      Eqn p1=1
Eqn XL=mix(v1,{1,-1})
Eqn XU=mix(v1,{1,1})

Eqn BVU=1e6*(conj(XL[0,::,::])*p1+XU[0,::,::]*conj(p1))/2
Eqn BPU=1e6*(conj(XL[0,::,::])*p1-XU[0,::,::]*conj(p1))/(-2*j)
Eqn BVL=1e6*(conj(XL[1,::,::])*p1+XU[1,::,::]*conj(p1))/2
Eqn BPL=1e6*(conj(XL[1,::,::])*p1-XU[1,::,::]*conj(p1))/(-2*j)

```

Figura 23: Ecuaciones utilizadas para el calculo de los polos

Una vez calculados los valores de $[B_{VU}, B_{PU}, B_{VL}, B_{PL}]$ se procede a exportarlos en formato ASCII, para poder operar con ellos en Matlab.

A continuación, se ha representado el diagrama de Bode del circuito, el cual posteriormente se comparará con el diagrama de Bode obtenido a la salida del identificador “Invfreqs”.

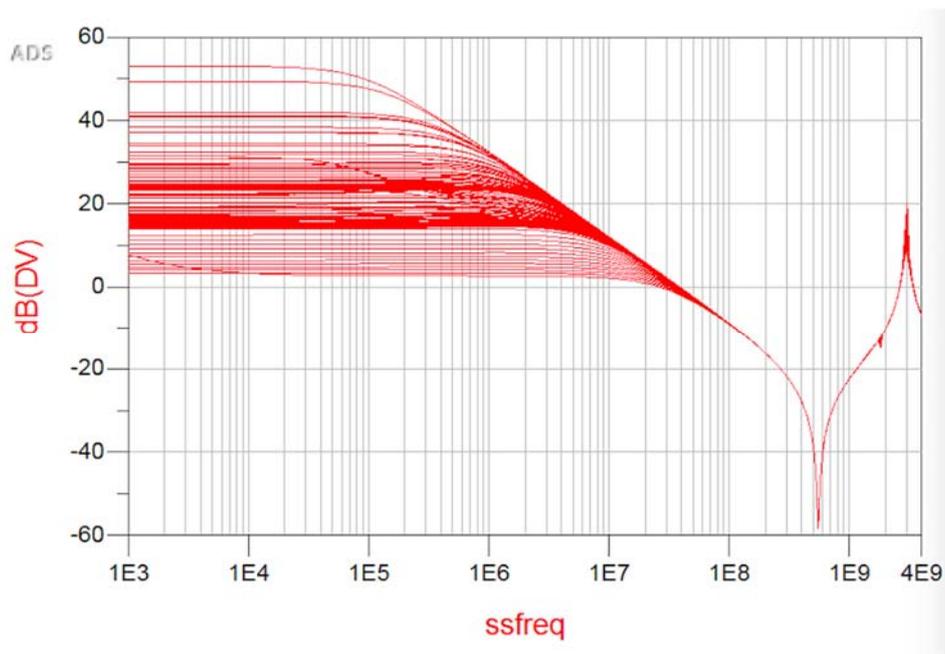


Figura 24: Diagrama de Bode

En dicho diagrama de Bode se puede apreciar perfectamente cómo el circuito oscilador dispone de un polo real, así como de dos polos complejos conjugados.

6.3 Simulación Matlab

Una vez exportados los valores de ADS se procede a importar a Matlab la matriz de admitancia en función de la frecuencia y la amplitud, como se llevó a cabo en el capítulo 4.3.

En la siguiente figura se procede a representar la intersección de la admitancia real con la admitancia imaginaria, ya que en el punto de intersección que es igual a cero, se cumple la ecuación estática, es decir, el circuito oscilador ha finalizado su estado transitorio y por lo tanto, se puede hallar su frecuencia y amplitud estacionaria.

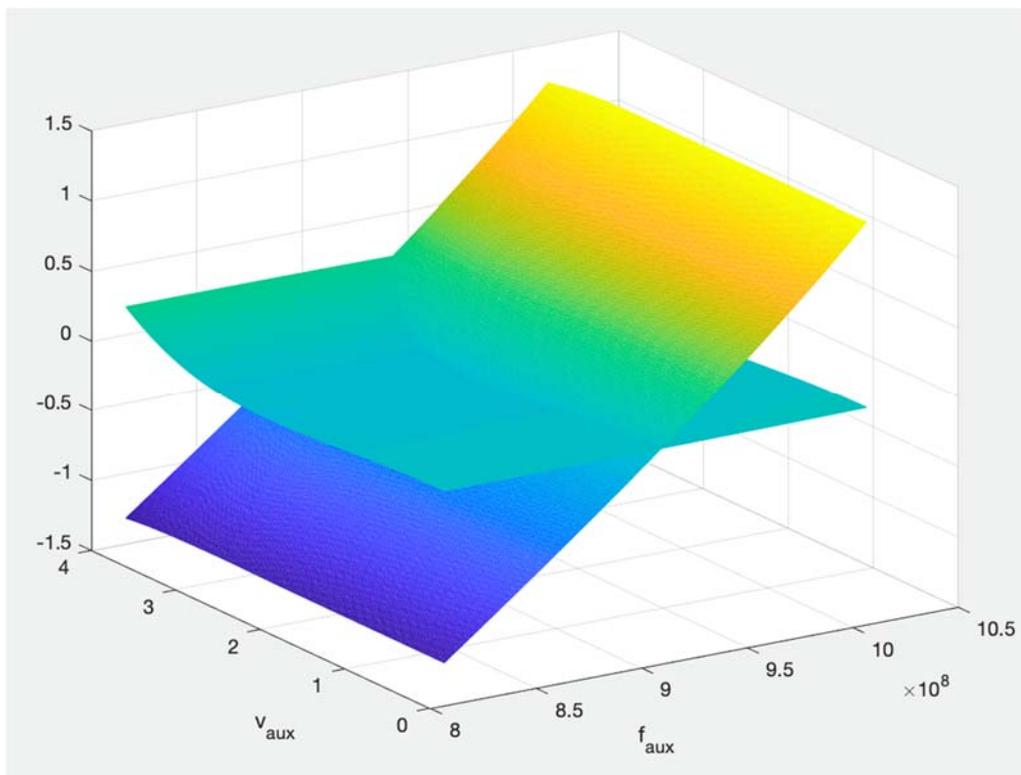


Figura 25: Intersección de Y_{real} con Y_{imag}

Debido a la falta de perspectiva de la figura anterior, se procede a representar el modulo de la admitancia en escala logarítmica. Esto ayudará a poder apreciar los valores de oscilación del circuito.

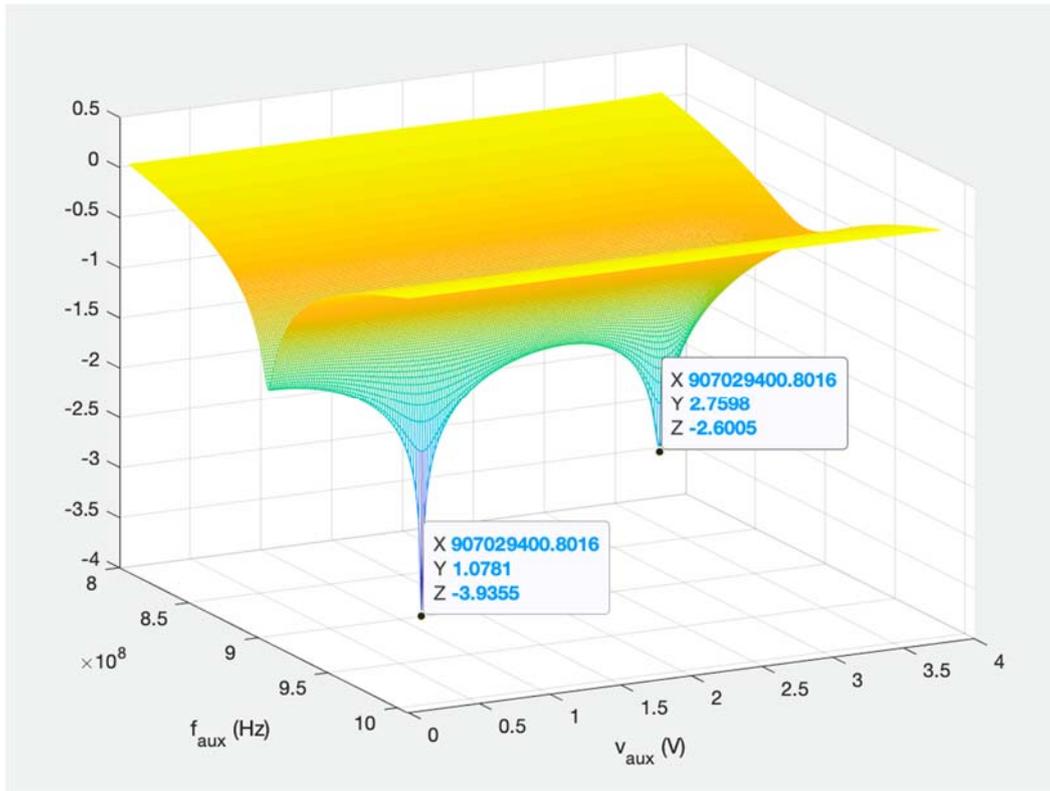


Figura 26: Representación de $10 \log(|Y_{real} + jY_{imag}|)$

En la figura anterior se pueden apreciar dos mínimos, los cuales son las dos soluciones que coexisten. Una de dichas soluciones es estable, es decir, hacia la cual va la trayectoria, mientras que la otra es inestable, ya que de dicho punto V_{SS} parte la trayectoria.

Dichas soluciones coexisten debido a que ambas son soluciones de balance armónico, lo cual quiere decir, que la admitancia en dichos puntos es cero. Por lo tanto, se de dicha figura se pueden extraer los valores de oscilación del circuito, los cuales son:

$$f_0 = 907.02 \text{ MHz}$$

$$V_0 = 2.7598 \text{ V}$$

A continuación, una vez calculado el valor de amplitud y frecuencia de oscilación del circuito, se procede a representar g_V a partir de $a_0(V, \omega)$ y $a_1(V, \omega)$.

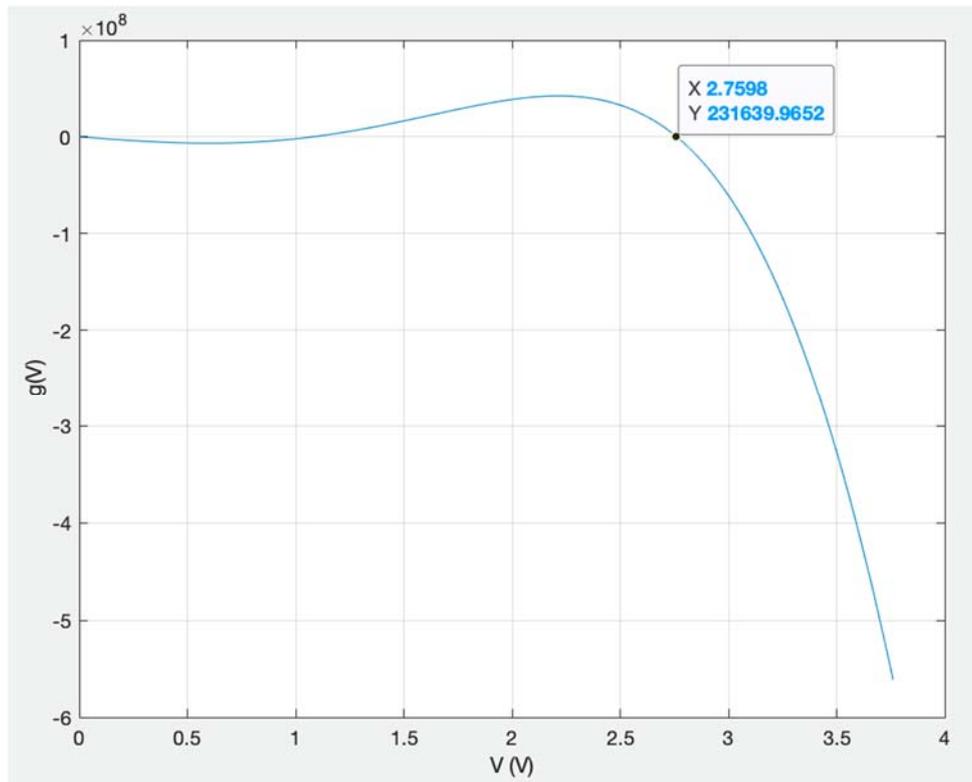


Figura 27: Representación $g(V)$

Posteriormente, se llevará a cabo el cálculo de los polos instantáneos del circuito oscilador. Para ello, se recurre al análisis de banda ancha explicado en el capítulo 5.3.1 y 5.3.2, en donde se detalla como calcular la matriz $B(V, j\omega)$ a partir de los términos $[B_{VU}, B_{PU}, B_{VL}, B_{PL}]$ calculados y exportados en formato ASCII.

$$B(V, \omega) = \begin{pmatrix} B_{VU} & B_{VL} \\ B_{\phi U} & B_{\phi L} \end{pmatrix}$$

$$A(V, \omega)^{-1} = B(V, \omega)^{-1} + jV \begin{pmatrix} 0 & -a_0(V) \\ 0 & -a_0(V)^* \end{pmatrix}$$

$$F_V^+(V, \omega) = A(1,1)$$

En primer lugar, una vez calculada la matriz $B(V, j\omega)$ y posteriormente $A^{-1}(V, j\omega)$, a partir de ella se obtiene el término $F_V^+(V, \omega)$ el cual es el término (1,1) de la matriz A^{-1} .

Antes de utilizar la herramienta Invfreqs, se intentó utilizar la Toolbox IDFRD (Identify Frequency Response Data [11]) la cual no proporcionó una estimación adecuada como se puede ver en la siguiente figura.

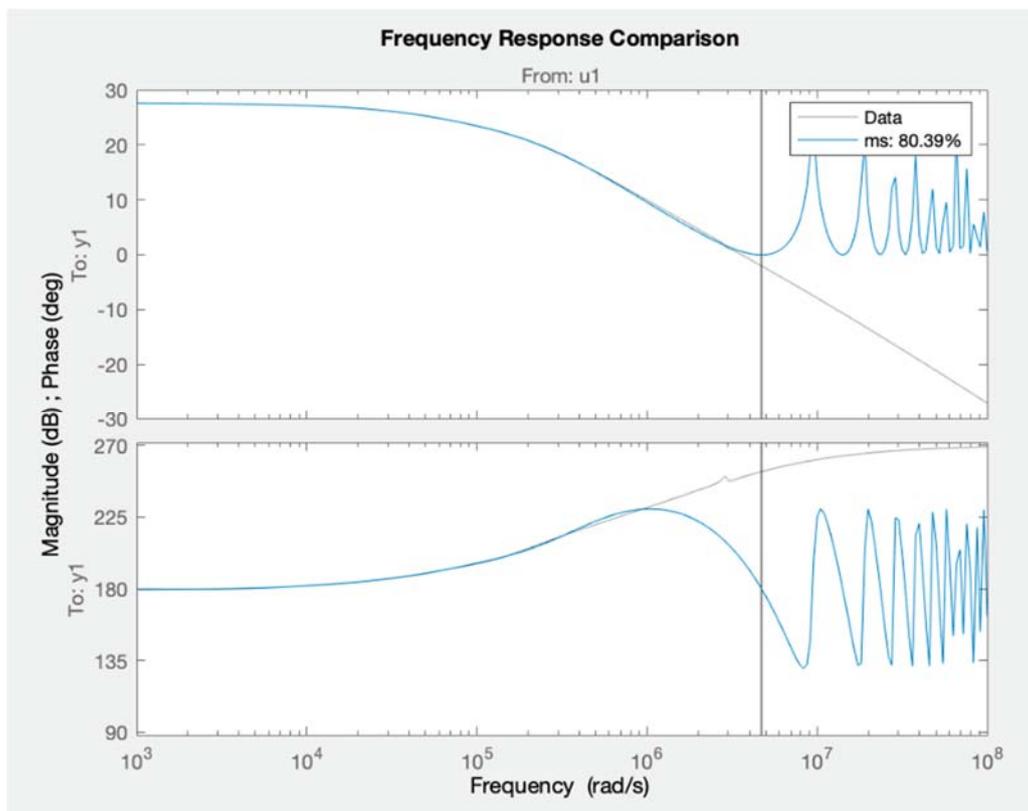


Figura 28: Diagrama de Bode obtenido con IDFRD

Debido a que la estimación proporcionada por IDFRD no era correcta, principalmente para los polos complejos conjugados, ya que el polo real si lo estimaba bien, se procedió a utilizar la herramienta Invfreqs.

Como se ha explicado en el capítulo 5.3.3, a la Toolbox Invfreqs se le pasa el término $F_V^+(V, \omega)$ y devuelve como resultados los coeficientes, que serán de utilidad para formar la función de transferencia y así poder representar el diagrama de Bode.

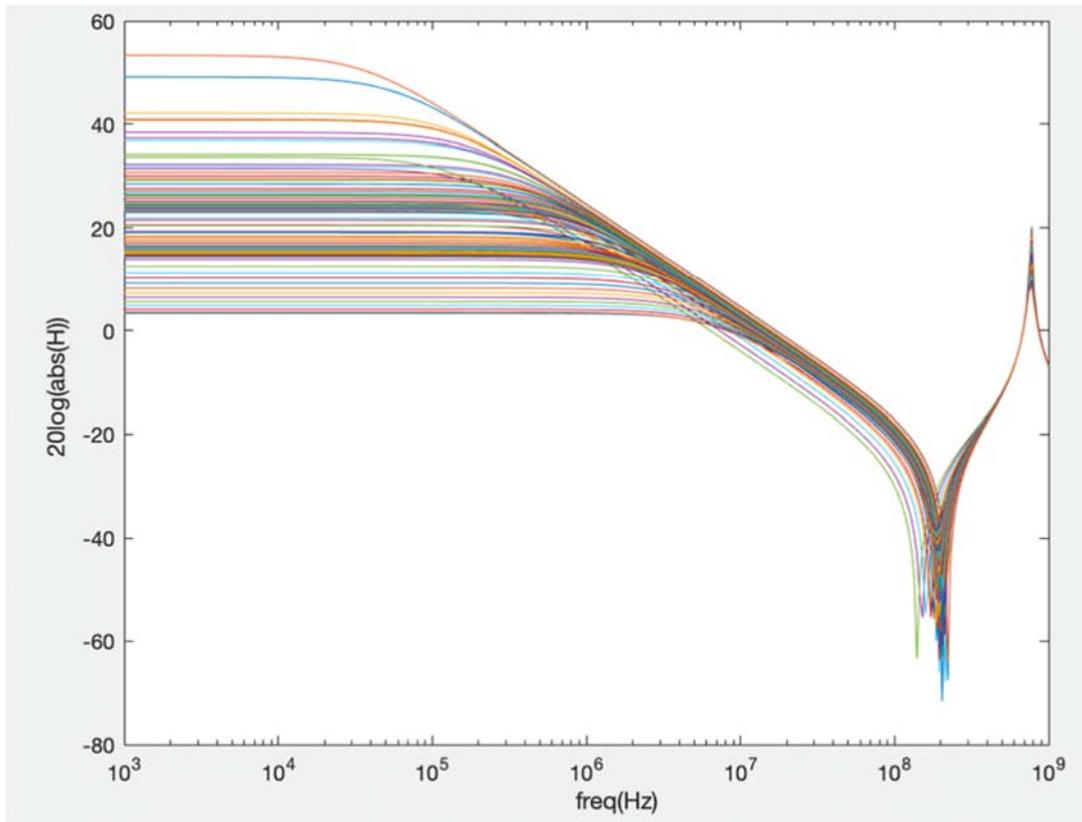


Figura 29: Diagrama de Bode obtenido con Invfreqs

Como se puede apreciar en la Figura 32, la estimación proporcionada por Invfreqs para diferentes valores de tensión es correcta, ya que comparándola con la Figura 27, en la cual se representa el diagrama de Bode en ADS, se aprecia cierta semejanza.

En la siguiente figura se muestra el polo real del diagrama de Bode a lo largo de tres tipos de simulaciones. En primer lugar, se muestra el polo obtenido a partir del balance armónico, es decir, $\lambda = \frac{d(g_V)}{dt}$. Posteriormente, en rojo y azul, se muestran los resultados de la utilización de la matriz de conversión, habiendo realizado la corrección de $a_0(V)$ en la representación de color rojo.

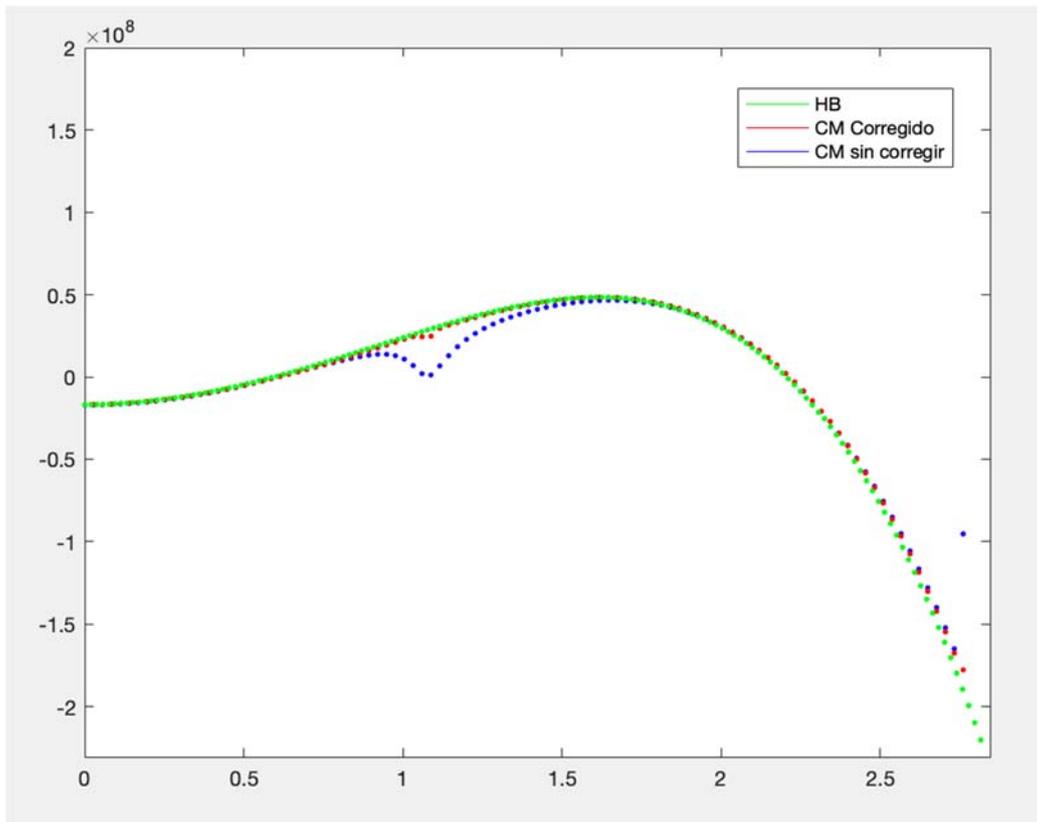


Figura 30: Comparativa del polo real usando HB, CM y CM corregido

Debido a que el resultado óptimo de los tres es el proporcionado por el balance armónico, se procede a realizar el cálculo de los polos instantáneos en dos fases: una primera fase en la cual se utilizará balance armónico para el cálculo del polo real y una segunda fase para el cálculo de los polos complejos conjugados mediante Invfreqs.

Para ello, se realiza el proceso en dos barridos frecuenciales, es decir, para el cálculo del polo real se utiliza un barrido hasta $5 * 10^7$, mientras que para los polos complejos conjugados se utiliza el barrido a partir de dicha frecuencia en adelante.

A continuación, se representa la estimación de los polos complejos conjugados a partir de los coeficientes calculados mediante identificación gracias a Invfreqs.

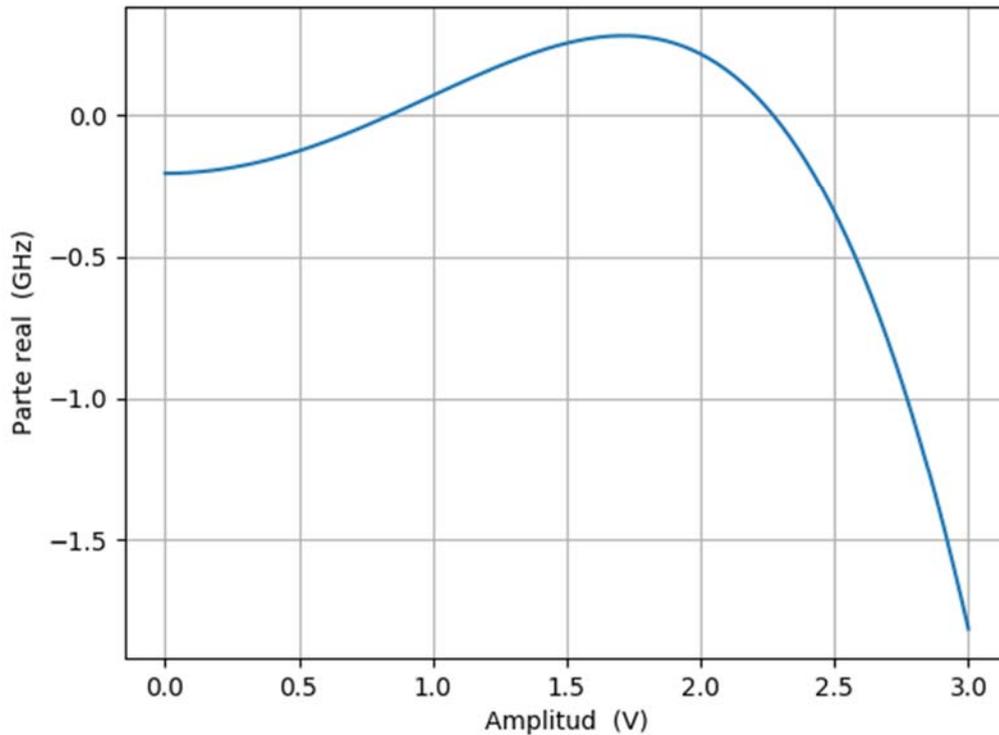


Figura 31: Polos complejos conjugados responsables de la resonancia

En dicha figura se puede apreciar como **existe una región de valores de la amplitud V para la cual la parte real de los polos c.c. es positiva, indicando que la componente transitoria resonante producida por estos polos crece con el tiempo.** Esta zona se ha llamado *rango resonante*.

Por último, una vez se disponen de los polos instantáneos del circuito, se llevará a cabo el proceso iterativo del cálculo de la trayectoria con el modelo matemático explicado anteriormente en el capítulo 5.2 donde se detalla como calcular la amplitud en el intervalo t_{k+1} a partir de la amplitud del intervalo t_k como:

$$V_{k+1} = V_k + \sum_{i=1}^p C_i (e^{\lambda_i(k)\Delta t - 1}) = C_1 (e^{\lambda_1(k)\Delta t - 1}) + \sum_{i=2}^3 C_i (e^{\lambda_i(k)\Delta t - 1})$$

Por lo tanto, la trayectoria del circuito oscilador Van der Pol dual, separando la contribución del polo real de las de los c.c. será de la siguiente manera:

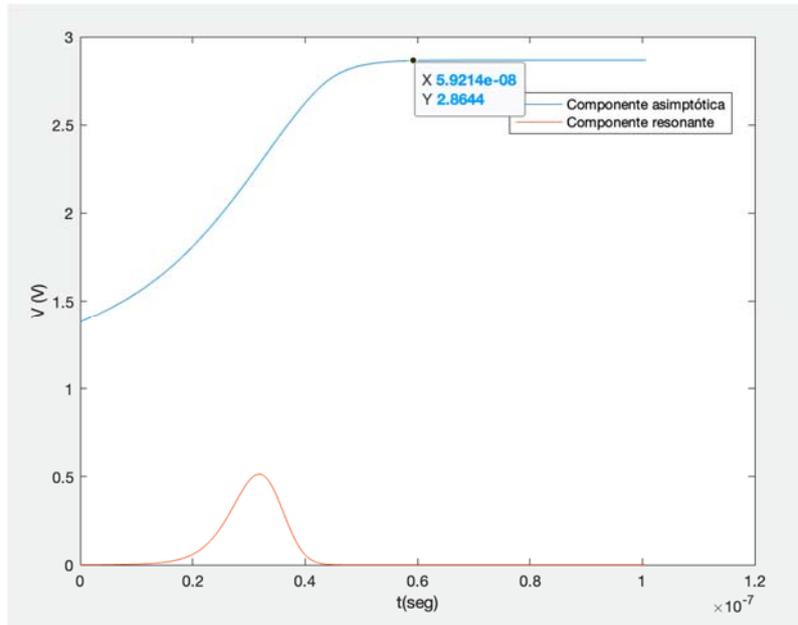


Figura 32: Trayectoria circuito oscilador de Van der Pol dual

Analizando los resultados obtenidos en la figura anterior, vemos que efectivamente la componente resonante aparece para el rango de valores de amplitud correspondiente al **rango resonante** deducido con los polos instantáneos. Esta resonancia coincide con lo observado en la simulación del dominio del tiempo de la Fig. ii(a). Observamos que el método de transitorio de envolvente sólo detecta la componente debida al polo real (Fig. ii(b)).

Conclusiones y líneas futuras

- *Existen situaciones en las que el método de transitorio de envolvente no detecta resonancias que se producen en el estado transitorio del circuito oscilador.*
- *Se ha presentado una nueva técnica para detectar estas componentes. La técnica discretiza la trayectoria transitoria en pequeños intervalos en los que la ecuación diferencial del circuito se comporta de forma lineal.*
- *Los coeficientes de la ecuación lineal en cada intervalo se obtienen mediante:*
 - *Un análisis estático: Balance armónico con generador auxiliar.*
 - *Un análisis de perturbaciones sobre los resultados del balance armónico*
 - *Identificación en el dominio de la frecuencia*
- *La técnica ha permitido detectar resonancias en el transitorio de un oscilador dual de Van der Pol, el cual modela el comportamiento de numerosos circuitos de microondas.*
- *Líneas futuras:*
 - *Aplicación de la técnica a circuitos reales de microondas.*
 - *Inclusión de los efectos del ruido y la modulación.*

BIBLIOGRAFIA

[1] J.Para , S.Sancho “Estudio de un modelo de orden reducido para el análisis del estado transitorio en circuitos osciladores de microondas” , 2017

[2] A.Suárez, R.Queré, “Stability Analisis of Nonlinear Microwave Circuits”, ISBN 1-58053-303-5

[3] Definición de oscilador [En línea]. Available:

http://dfs.uib.es/GTE/education/telematica/sis_ele_comunicacio/Apuntes/Capitulo%206.pdf

[4] Balance armónico [En línea]. Available:

<http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/11196/fichero/Volumen+I%252FCapitulo3.pdf>

[5] Advanced Design System Documentation, Agilent.

[6] “Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems” William E.Boyce

[7] Katsuhiko Ogata, “Ingeniería de Control Moderna” Editorial Prentice-Hall, 2010

[8] A. Suarez, S. Sancho, F. Ramirez, M. Pontón “Phase-Noise Analysis of Injection-Locked Oscillators and Analog Frequency Dividers” IEEE,2008

[9] Andrei Grebennikov "RF and Microwave Transistor Oscillator Design", Editorial Wiley, 1 edición, May. 2007

[10] Identify continuous-time filter parameters from frequency response data [En Línea]. Available:

https://es.mathworks.com/help/signal/ref/invfreqs.html?s_tid=srchtitle

[11] Identify Frequency Response Data Model [En línea] Available:

<https://www.mathworks.com/help/ident/ref/idfrd.html>