

**Universidad de Cantabria**  
**Departamento de Electrónica y Computadores**



TESIS DOCTORAL

**Nuevo Método de Detección y Análisis  
en Tiempo Real de Eventos  
en la Tensión de Suministro de Energía  
Eléctrica Empleando un Modelo Combinado  
Wavelets-Filtro de Kalman Extendido**

Autor: Enrique Pérez Fernández

Santander, Marzo de 2006

# Capítulo 3

## Detección y análisis de eventos en la tensión de suministro de energía eléctrica

---

*En este capítulo se analizan los métodos más importantes utilizados en la detección y medida de eventos en la tensión de distribución de la energía eléctrica: el r.m.s., el análisis de Fourier, el filtro de Kalman y el análisis wavelet. Se hace un estudio de las características de cada uno de ellos y se analizan los resultados obtenidos en su aplicación a la detección y análisis de eventos simulados y reales. Finalmente se consideran las limitaciones más importantes de cada método y sus ventajas.*

---



---

### 3.1 INTRODUCCIÓN

---

En este capítulo se estudian y comparan los métodos más utilizados en la detección y clasificación de eventos en la tensión de suministro de energía eléctrica: el r.m.s., el análisis de Fourier, el filtro Kalman y las wavelets.

Los eventos en la tensión de alimentación que se consideran son los huecos de tensión, las interrupciones breves y largas del suministro y las sobretensiones, en la forma en la que estas magnitudes se definen en el estándar EN-50160. Como ya vimos anteriormente, estos eventos se caracterizan fundamentalmente por dos parámetros: la magnitud y la duración. Para la medida de la magnitud del evento se pueden emplear básicamente los siguientes métodos:

- Cálculo del valor eficaz de la tensión (r.m.s.)
- Cálculo de la componente fundamental de la tensión
- Cálculo del valor de pico de la tensión.

La elección de uno u otro método sería independiente para la detección y para el cálculo de la magnitud del evento si se estuviese en el caso de tensiones sinusoidales puras, pero la presencia de armónicos y de otras perturbaciones en la forma de onda de la tensión de alimentación, da como consecuencia que el resultado de la determinación de la magnitud del evento puede ser muy diferente en cada caso según el método de cálculo empleado.

En las referencias [1-6] se puede encontrar las principales características de los distintos métodos de detección y análisis más comunes empleados en los equipos de monitorización de la calidad de la energía eléctrica.

La mayoría de los equipos de medida de la calidad de la energía eléctrica utilizan el cálculo del valor r.m.s. por su simplicidad y bajos requerimientos de cálculo y es además el método propuesto en los estándares para la caracterización de los eventos en la tensión de alimentación. El método r.m.s. tiene el inconveniente de la dependencia de la longitud de la ventana de muestreo y del intervalo de actualización de los valores, así como que no proporciona información de los saltos de fase asociados al evento ni el instante exacto del comienzo y del final del evento. Es un método lento en la detección del evento y no distingue las componentes frecuenciales o el ruido presente. Además si el evento es de menor duración que el tamaño de la ventana, puede no ser detectado o serlo pero con sus parámetros erróneamente calculados.

El método DFT, implementado a través de la FFT, transforma la señal del dominio temporal al dominio frecuencial. Es un método rápido y permite estimar la amplitud y la fase de la componente fundamental y los armónicos. Una desventaja en su aplicación al análisis de eventos es que su resolución depende de la ventana elegida, además tiene bajas prestaciones en el análisis de repentinos cambios en la forma de onda (transitorios, huecos, sobretensiones) y no detecta ciertos eventos de corta duración. Una forma de superar las limitaciones del análisis de Fourier es aplicar la Short Time DFT, STFT, que divide la señal en segmentos de longitud fija a los cuales aplica el análisis de Fourier. Este algoritmo mejora la resolución frecuencial de la señal, sin embargo dicha resolución frecuencial es fija para todas las frecuencias y si se aumenta el tamaño de la ventana para incrementar la resolución frecuencial, disminuye la resolución temporal. En este capítulo se analiza concretamente la DFT con ventana deslizante, SDFT, debido a alta eficiencia en el cálculo, ya que cada nueva DFT se calcula directamente a partir de los resultados de la DFT anterior.

Los filtros de Kalman también se han utilizado como una herramienta de procesado alternativa para detectar y analizar eventos en la tensión de alimentación. El filtro de Kalman, KF, utiliza un modelo del sistema en forma de variables de estado, pudiéndose elegir la magnitud y fase de la componente fundamental de la tensión (o las componentes en fase y en cuadratura de la componente fundamental) como variables de estado del sistema. El cambio en la magnitud de la componente fundamental de la tensión se puede utilizar para detectar un evento en la tensión. Como veremos posteriormente, las propiedades de detección de eventos en la tensión empleando los filtros de Kalman dependen de las características del modelo empleado y también de las características del propio evento de tensión. El filtro de Kalman es muy eficiente en el cálculo y análisis de los armónicos de la señal en tiempo real. Además permite detectar y clasificar los eventos de la señal y puede trabajar en sistemas ruidosos. Se comprobará que sus resultados en el cálculo de los parámetros del hueco son mejores que los obtenidos por métodos r.m.s. y STFT, pero como principales inconvenientes del filtro de Kalman aparecen su alta dependencia de la fase del instante de la señal en el que se produce el evento y su lentitud en la detección del final de los huecos y sobretensiones.

La utilización de las wavelets en el análisis de transitorios en señales eléctricas ha experimentado un gran auge en los últimos años y es una técnica que se puede aplicar con éxito a la detección y análisis de eventos en la tensión de alimentación. El empleo de las wavelets permite evaluar los eventos en la tensión de alimentación en el espacio tiempo – frecuencia. Esta técnica descompone la señal en diferentes sub-bandas de frecuencia y estudia separadamente sus características. Las wavelets son apropiadas para el estudio de señales no

periódicas que contengan impulsos de corta duración; es por este motivo que permiten la detección muy rápida de eventos en las formas de onda de la tensión y de la corriente. Es el método más rápido para detectar eventos en la tensión de suministro de energía eléctrica, sin embargo presenta desventajas en la clasificación de los eventos, especialmente si la señal presenta ruido o transitorios de alta frecuencia. Además es un método que depende de la función wavelet madre utilizada, siendo necesario escoger la wavelet mas adecuada para el tipo de evento que se quiere analizar.

El cálculo de la magnitud de la tensión a partir del análisis wavelet de la señal se corresponde al método r.m.s., donde la magnitud del valor eficaz de la tensión se calcula a través de los coeficientes obtenidos en la implementación de la transformada wavelet discreta por medio del análisis multi-resolución, como se explicará posteriormente en este capítulo.

En los siguientes apartados se hace un estudio de los distintos métodos descritos empleando señales simuladas para analizar sus características y limitaciones en la detección y en la estimación de la magnitud y duración de los distintos tipos de eventos, y también empleando señales reales obtenidas de la red de distribución de baja tensión.

Se han implementado un conjunto de programas desarrollados en Matlab que permiten la simulación de señales con huecos o sobretensiones de distinta magnitud y duración para su posterior análisis por los métodos r.m.s., SDFT, filtro de Kalman y análisis wavelet.

---

### **3.2. EL MÉTODO R.M.S.**

---

Aunque el método r.m.s. no es una técnica de procesamiento de señal propiamente dicha, es la herramienta más utilizada debido a que proporciona una buena aproximación a la forma en la que varía la tensión durante el evento y es un algoritmo simple y rápido que requiere poca memoria. Es un método muy utilizado en sistemas de potencia para analizar señales de tensión y corriente. Normalmente se define para señales periódicas, aunque también puede utilizarse para obtener información de señales no periódicas. Los instrumentos digitales de medida realizan el cálculo de esta cantidad a partir de las muestras de los valores instantáneos, eligiendo una ventana temporal en función de la periodicidad de la señal en estado estacionario. Si la señal cambia de un estado a otro, los valores r.m.s. variarán con el tiempo en esa transición. El tamaño de la ventana puede variar desde un mínimo de  $1/2$  ciclo de la frecuencia de red hasta cualquier múltiplo de  $1/2$  ciclo, aunque las más comunes son de  $1/2$  ciclo y 1 ciclo.

El método r.m.s. puede ser continuo o discreto. Si los valores r.m.s. se actualizan cada vez que se adquiere una muestra, se denomina método r.m.s. continuo. Si los valores r.m.s. se actualizan cada cierto intervalo de tiempo, normalmente medio o un ciclo, entonces se denomina r.m.s. discreto.

#### El método r.m.s. discreto:

Para un sistema digital, la tensión r.m.s.,  $U_{rms}$ , se define con la siguiente ecuación:

$$U_{rms}(iN) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=(i-1)N+1}^{iN} V_j^2} \quad i \geq 1 \quad [3.1]$$

Siendo  $V_j$  la muestra de tensión y  $N$  el número de muestras tomadas en la ventana de muestreo.

#### El método r.m.s. continuo:

La ventana se va moviendo a lo largo de la secuencia temporal según el intervalo de muestreo. De esta forma, llamando  $i$  la muestra actual se tiene que  $U_{rms}$  es una función definida como:

$$U_{rms}(i) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=i-N+1}^i V_j^2} & i \geq N \\ V_{rms}(N) & 1 \leq i < N \end{cases} \quad [3.2]$$

La selección de la longitud de la ventana de muestreo y del tiempo de actualización de los valores depende de la velocidad de procesamiento del instrumento de medida y de la cantidad de memoria disponible para el almacenamiento de los resultados obtenidos. Hasta ahora, la mayoría de los instrumentos de medida emplean el método r.m.s. discreto con ventanas de 1 ciclo que se actualizan cada ciclo.

En caso de producirse una variación repentina en la magnitud de la tensión de alimentación, esta no se detectará de forma inmediata utilizando el cálculo del valor eficaz, ya que se necesita que el nuevo valor de la tensión después del cambio esté comprendido completamente dentro de la ventana de muestreo para que el valor r.m.s. proporcione su magnitud correcta. Mientras esta situación no se produzca, el valor r.m.s. calculado tendrá una magnitud comprendida entre la magnitud de la tensión antes del cambio y el nuevo valor después de la variación. De esta forma, dependiendo de la longitud de la ventana de muestreo, del intervalo de actualización de los valores y del punto de la onda en el que comience el evento, se pueden obtener resultados muy diferentes de la magnitud y de la duración del evento.

Un estudio de la influencia del método de cálculo del valor r.m.s. sobre los resultados obtenidos en la magnitud y la duración de huecos de tensión de distinta magnitud se puede ver en las referencias [7-10].

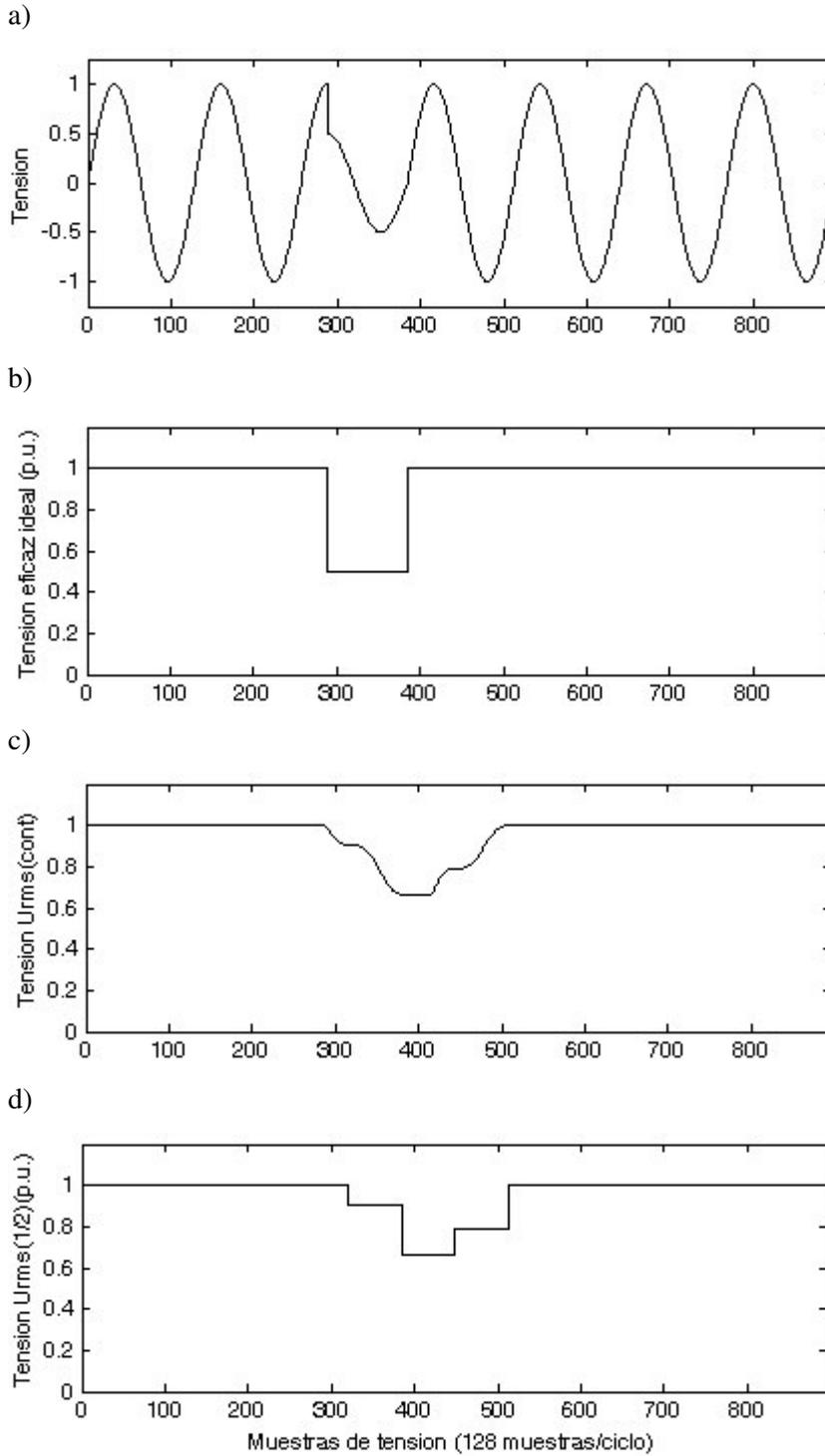
Como un ejemplo, la figura 3.1.a representa la forma de onda de un hueco de tensión rectangular de 50 % de magnitud y una duración de 15 ms. El hueco comienza después de 2.25 ciclos de la forma de onda de la tensión. Las figuras 3.1.b y 3.1.c representan el valor r.m.s. ideal de la tensión de alimentación y los valores obtenidos calculando el valor r.m.s. de la tensión con una ventana de un ciclo, actualizándose cada medio ciclo  $U_{rms(1/2)}$  y calculando el valor r.m.s. con ventana de un ciclo y actualizándose en cada muestra  $U_{rms(cont)}$ .

Como se puede ver en la figura 3.1, los resultados son muy distintos en función del método empleado para el cálculo del valor r.m.s., siendo el que más se aproxima a la forma ideal de la variación el método que utiliza una ventana de un ciclo actualizándola en cada muestra, aunque este método es el que tiene mayores requerimientos de cálculo y de capacidad de memoria.

Para evitar la dispersión de resultados que se pueden obtener en la evaluación de eventos en la tensión de alimentación y la dependencia de estos resultados de la metodología utilizada para obtenerlos, el estándar IEC 61000-4-30 ha definido la magnitud  $U_{rms(1/2)}$  como la medida básica para caracterizar un hueco, interrupción o sobretensión en la tensión de alimentación.

De acuerdo con este estándar, y como se ha definido en el capítulo anterior, el valor  $U_{rms(1/2)}$  se define como la tensión r.m.s. medida sobre un ciclo, comenzando en el cruce por cero de la señal fundamental, y actualizada cada medio ciclo. De esta forma, un hueco o una sobretensión en la tensión de alimentación comienza cuando esta magnitud cae o sobrepasa el umbral de detección (0.9 p.u. o 1.1 p.u. respectivamente, de acuerdo con la norma EN50160 para cada caso) y termina cuando el valor  $U_{rms(1/2)}$  es igual o inferior/superior al umbral de detección más/menos una tensión de histéresis.

Por su parte, el estándar IEEE 1159-1995 no especifica el tamaño de la ventana ni el intervalo de actualización de los valores r.m.s. que se deben utilizar para detectar y evaluar los huecos y las sobretensiones en la tensión de alimentación. Sin embargo, en la revisión de este estándar actualmente en discusión, también se propone el valor  $U_{rms(1/2)}$ , en la forma definida por la IEC, como la magnitud básica para la detección y evaluación de los eventos en la tensión de alimentación.

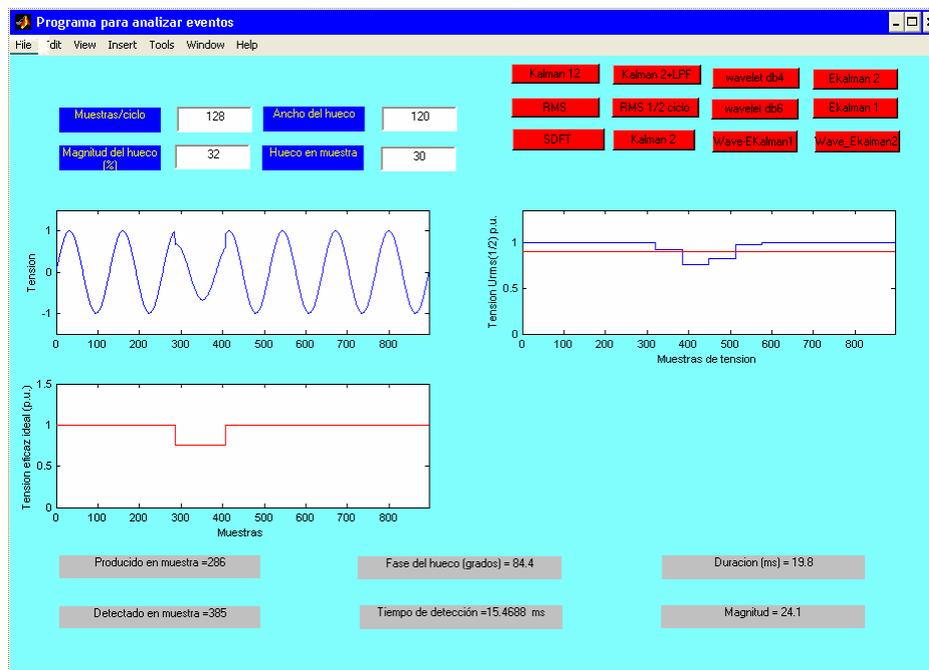


**Figura 3.1.** Comparativa entre la forma de onda de un hueco detectado con  $U_{rms(cont)}$  y con  $U_{rms(1/2)}$ . a) Forma de onda de un hueco de magnitud 50% b) Valor r.m.s. ideal del hueco c) Valor medido con  $U_{rms(cont)}$  d) Valor medido con  $U_{rms(1/2)}$

### 3.2.1. Detección y evaluación de eventos en la tensión de alimentación empleando el método $U_{rms(1/2)}$

Para evaluar las características del método  $U_{rms(1/2)}$ , propuesto como método de medida en los estándares de calidad de la energía eléctrica, en la detección y análisis de eventos en la tensión de alimentación, se han simulado huecos de tensión rectangulares de distinta magnitud, duración y distinto punto de comienzo, en una onda de tensión sinusoidal pura de 50 Hz y 230 voltios de valor eficaz.

La magnitud de los huecos simulados va desde un 10% hasta el 90% (mínima y máxima magnitud de un hueco de acuerdo con el estándar EN 50160), en intervalos del 10%. La duración de los huecos va desde un mínimo de medio ciclo de duración (valor mínimo de la duración de un hueco) hasta un ciclo y medio y el punto de la onda de comienzo del hueco se ha variado desde  $0^\circ$  hasta  $360^\circ$  grados en intervalos de  $5^\circ$ . Para cada simulación se ha calculado el valor  $U_{rms(1/2)}$  para detectar el instante de comienzo del hueco y para calcular su magnitud y duración. La frecuencia de muestreo empleada en las simulaciones ha sido de 6.4 KHz y no se han tenido en cuenta saltos de fase asociados al comienzo y al final del hueco ni tampoco se ha considerado una tensión de histéresis sobre el umbral del hueco para determinar su final.

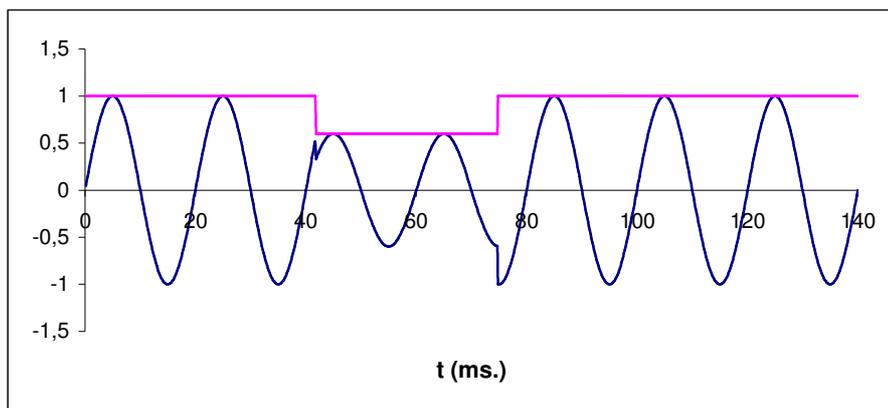


**Figura 3.2.** Interfase de usuario con la simulación de un hueco de tensión y su análisis con el método  $U_{rms(1/2)}$

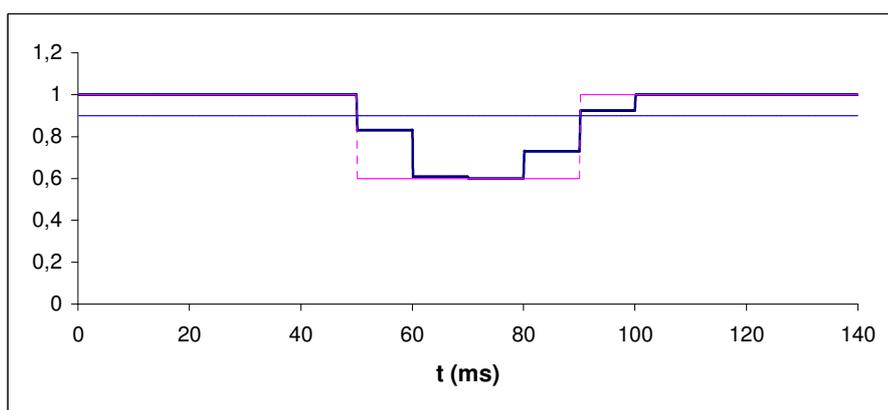
Para analizar las características de los eventos se ha desarrollado un programa Matlab que permite generar distintos tipos de eventos y analizarlos con el método  $U_{rms(1/2)}$ . En la figura 3.2 se muestra la interfase de usuario, en la que los parámetros de entrada son el número de muestras/ciclo, la anchura (expresada en muestras) y magnitud del evento y la muestra en que se produce el evento a partir del segundo ciclo de la forma de onda de la tensión. El programa representa la señal de tensión con el evento, la forma de onda ideal del evento y la forma de onda de la tensión eficaz del evento calculado con  $U_{rms(1/2)}$ .

Los parámetros de salida que proporciona el programa son el tiempo de detección del hueco, su duración y la magnitud calculada con  $U_{rms(1/2)}$ . En la figura 3.3a aparecen conjuntamente una señal con un hueco de 40% de magnitud y una duración de 33 ms. En la figura 3.3b se muestra el valor  $U_{rms(1/2)}$

a)



b)



**Figura 3.3.** Tensión r.m.s. obtenida por el método  $U_{rms(1/2)}$  en el seguimiento de un hueco de tensión

Los resultados obtenidos por  $U_{rms(1/2)}$  son los siguientes: tiempo de detección 8.28 ms, duración 39.8 ms y magnitud 40%.

La duración del hueco está definida en el estándar IEC61000-4-30 como la diferencia de tiempo entre el comienzo y el final del hueco, siendo el comienzo del hueco el instante en el que el valor  $U_{rms(1/2)}$  cae por debajo del umbral de detección del hueco y el final del hueco el instante en el que el valor  $U_{rms(1/2)}$  es igual o superior al umbral del hueco más el voltaje de histéresis. Al calcular el valor  $U_{rms(1/2)}$  una vez cada medio ciclo de la frecuencia fundamental de la señal, es obvio que la duración del hueco será un múltiplo entero del número de medios ciclos de la señal, con lo que dependiendo del punto de la onda en el que comienza el hueco y de la magnitud del hueco, la duración del hueco variará en múltiplos de 10 milisegundos (medio ciclo de la señal), dando origen a errores que pueden ser proporcionalmente importantes para el caso de huecos de corta duración y de poca profundidad.

Otro aspecto importante a resaltar es que debido a que el intervalo de actualización del valor  $U_{rms(1/2)}$  es siempre de medio ciclo de la frecuencia fundamental de la tensión, habrá siempre un retraso en la detección del comienzo del hueco, que dependerá de la magnitud del hueco y del punto de la onda donde comienza el hueco.

A continuación se presentan los resultados obtenidos al aplicar el método  $U_{rms(1/2)}$  a la detección y análisis de eventos. Se han calculado el máximo error cometido por este método en la determinación de la magnitud del hueco, la mínima profundidad que debe tener un hueco para que pueda ser detectado, el tiempo máximo en la detección de un hueco, la influencia de la fase del instante en que se produce el hueco en el cálculo de sus parámetros y finalmente se ha hecho un estudio estadístico para obtener los valores medios y las desviaciones estándar del tiempo de detección, la duración y la magnitud.

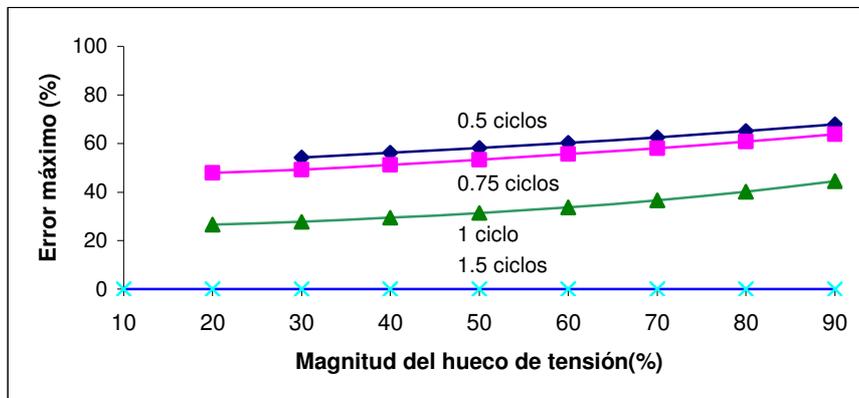
### **Error máximo en el cálculo de la magnitud del hueco:**

La tabla 3.1 y la figura 3.4 muestran respectivamente, los errores máximos en la magnitud del hueco obtenidos empleando el valor  $U_{rms(1/2)}$ , para las magnitudes de huecos, duraciones y puntos de comienzo en la onda anteriormente mencionados.

Como se puede ver en la figura 3.4 y en la tabla 3.1, el máximo error en la determinación de la magnitud del hueco empleando el valor  $U_{rms(1/2)}$  es mayor para huecos de menor duración y de mayor magnitud. Para el caso de huecos de medio ciclo (10 ms), el error máximo en la magnitud del hueco se encuentra en un rango del 54.36% para huecos del 30% comienzo en  $0^\circ$  o en  $180^\circ$ , hasta el 67.84% de máximo error para huecos del 90% de magnitud y  $0^\circ$  o  $180^\circ$  de punto de comienzo.

<i>Magnitud hueco (%)</i>	<i>Máximo error en magnitud (%)</i>			
	<i>0.5 ciclos</i>	<i>0.75 ciclos</i>	<i>1 ciclo</i>	<i>1.5 ciclos</i>
10	-	-	-	0
20	-	47.83	26.40	0
30	54.36	49.47	27.76	0
40	56.15	51.31	29.40	0
50	58.12	53.36	31.40	0
60	60.26	55.64	33.81	0
70	62.60	58.16	36.73	0
80	65.14	60.84	40.25	0
90	67.84	63.93	44.42	0

**Tabla 3.1.** Máximo error en la determinación de la magnitud de huecos de 0.5 a 1.5 ciclos de duración aplicando el método  $U_{rms(1/2)}$ .



**Figura 3.4.** Curva del máximo error en la determinación de la magnitud de huecos de 0.5 a 1.5 ciclos de duración aplicando el método  $U_{rms(1/2)}$ .

Para los huecos de tensión de una duración de 0.75 ciclos (15 ms), el error en la magnitud del hueco varía desde el 46.37% para huecos del 10% y comienzo en 135° ó en 315°, hasta el 63.93% de error para huecos del 90% de magnitud y 135° ó 315° de punto de comienzo. Para huecos de un ciclo de duración (20 ms), el error máximo en la magnitud se encuentra en un rango del 25.52% al 44.42% para huecos del 10% y del 90% y punto de comienzo de 90° ó 270° respectivamente. Por último, el error en la determinación de la magnitud del hueco es del 0% para huecos de un ciclo y medio o mayor duración, independientemente de su magnitud y del punto de la onda de comienzo del hueco.

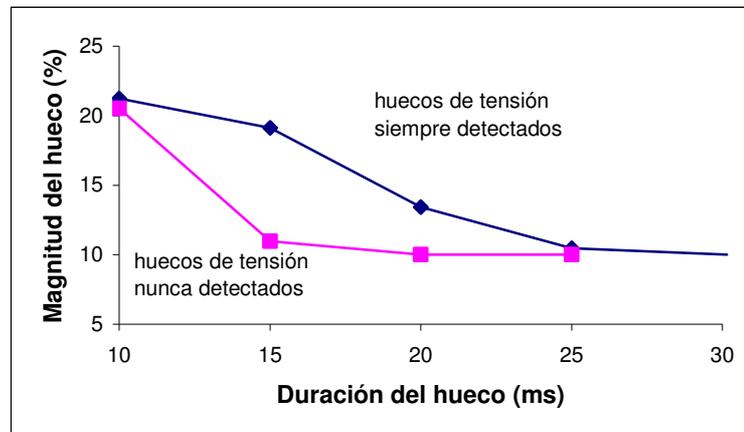
Como se puede comprobar de los resultados anteriores, la magnitud del error en la determinación de la profundidad del hueco, es de tal nivel que se pueden producir fallos en la capacidad de detección del método  $U_{rms(1/2)}$  en el caso de huecos de corta duración y poca profundidad, ya que no se sobrepasaría el umbral de detección del hueco y este quedaría indetectado.

### Mínima profundidad del hueco para su detección

La tabla 3.2 y la figura 3.5 muestran respectivamente, la mínima profundidad de un hueco de tensión, en función de su duración, necesaria para asegurar una probabilidad de detección del hueco del 100%, independientemente del punto de la onda de comienzo del hueco. Todos los huecos de tensión que se encuentren por encima de la curva superior de la figura 3.5 tienen una probabilidad de detección del 100% empleando el método  $U_{rms(1/2)}$ .

<i>Mínima magnitud-duración para 100% detección</i>		<i>Máxima magnitud-duración para 100% no-detección</i>	
<i>Duración (ms)</i>	<i>Magnitud (%)</i>	<i>Duración (ms)</i>	<i>Magnitud (%)</i>
10	21.25	10	20.53
15	19.13	15	10.96
20	13.44	19.37	10.00
25	10.46		
30.15	10		

**Tabla 3.2.** Mínima/máxima magnitud-duración para 100% detección/no-detección de huecos con el método  $U_{rms(1/2)}$ .



**Figura 3.5.** Curvas de magnitud – duración para 100% probabilidad de detección o no detección de huecos de tensión empleando el método  $U_{rms(1/2)}$ .

Así por ejemplo, un hueco de tensión de medio ciclo (10 ms) debe tener una magnitud mínima del 21.25% para asegurar que siempre se va a detectar empleando el método  $U_{rms(1/2)}$ , independientemente del punto de la onda en el que comience el hueco. Un hueco de tensión de 15 ms necesita una magnitud mínima del 19.13% para ser siempre detectado, un hueco de 20 ms debe ser superior al 13.44% de magnitud y así sucesivamente. En el extremo opuesto, es

necesaria una duración de 30.15 ms para asegurar que un hueco de tensión del 10% va a ser siempre detectado empleando el método  $U_{rms(1/2)}$ .

Por el contrario, la curva inferior de la figura 3.5 representa la máxima profundidad de un hueco de tensión, en función de su duración, para los huecos de tensión que tienen una probabilidad del 100% de no detección empleando el método  $U_{rms(1/2)}$ . Todos los huecos de tensión por debajo de esta curva, independientemente del punto de la onda de comienzo, quedan sin detectar empleando el método  $U_{rms(1/2)}$ , ya que la magnitud de la tensión r.m.s. durante el hueco que proporciona este método no supera en ningún momento el umbral de detección.

Así por ejemplo, para el caso de huecos de tensión de medio ciclo de duración (10 ms), si su magnitud es inferior al 20.53% nunca se detectarán empleando el método  $U_{rms(1/2)}$ , independientemente del punto de la onda en el que comience el hueco. La duración máxima de un hueco de tensión del 10% que no se detecta empleando el método  $U_{rms(1/2)}$  es de 19.37 ms, de acuerdo con la tabla 3.2 y la figura 3.5.

Los huecos de tensión en el rango magnitud – duración comprendidos entre las dos curvas límites de la figura 3.5, tienen distinta probabilidad de detección/no-detección empleando el método  $U_{rms(1/2)}$ , dependiendo del instante de comienzo del hueco.

Se obtienen resultados diferentes en las simulaciones si se incluyen saltos de fase al principio y al final del hueco de tensión o si se considera la existencia de distorsión armónica en la señal de alimentación antes y durante el evento de tensión.

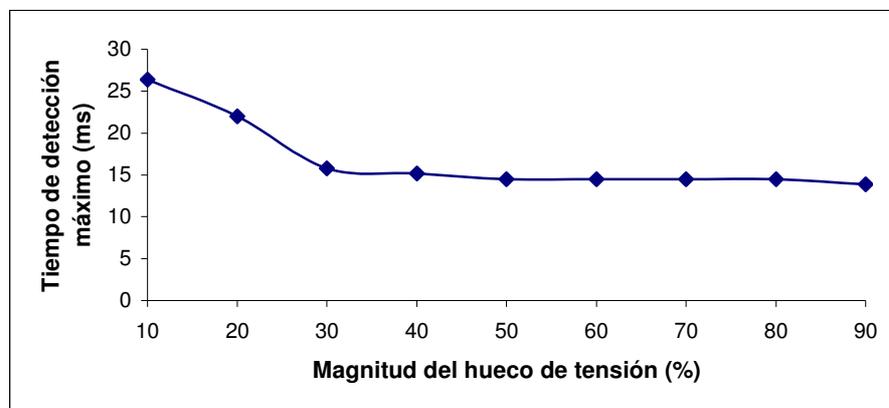
Resultados similares se pueden obtener en la simulación de sobretensiones, encontrándose limitaciones equivalentes en la detección y evaluación de sobretensiones de corta duración y poca magnitud empleando el método  $U_{rms(1/2)}$ .

### **Tiempo de detección máximo**

La tabla 3.3 y la figura 3.6 muestran, respectivamente, los tiempos máximos en la detección del hueco obtenidos empleando el valor  $U_{rms(1/2)}$ , para las magnitudes de huecos que varían desde el 10% al 90%. Como puede observarse el tiempo de detección máximo es independiente de la duración del hueco, dependiendo únicamente de la fase de la señal en la que se produce el hueco y de la magnitud del hueco, aunque a partir de huecos de magnitud superior al 40% el tiempo de detección máximo permanece constante.

<i>Magnitud hueco (%)</i>	<i>Tiempo de detección máximo (ms)</i>			
	<i>0.5 ciclos</i>	<i>0.75 ciclos</i>	<i>1 ciclo</i>	<i>1.5 ciclos</i>
<b>10</b>	-	-	-	26.4
<b>20</b>	-	22.0	22.0	22.0
<b>30</b>	15.8	15.8	15.8	15.8
<b>40</b>	15.2	15.2	15.2	15.2
<b>50</b>	14.5	14.5	14.5	14.5
<b>60</b>	14.5	14.5	14.5	14.5
<b>70</b>	14.5	14.5	14.5	14.5
<b>80</b>	14.5	14.5	14.5	14.5
<b>90</b>	14.5	14.5	14.5	14.5

**Tabla 3.3.** Tiempo de detección máximo en huecos de 0.5 a 1.5 ciclos de duración con el método  $U_{rms(1/2)}$



**Figura 3.6.** Curva con el máximo tiempo en la detección de huecos de distinta magnitud con el método  $U_{rms(1/2)}$ .

### **Influencia del punto de comienzo del hueco**

En este apartado se realiza un estudio detallado de las características del método  $U_{rms(1/2)}$  en la detección y análisis de huecos de tensión y su dependencia de la magnitud y punto de la onda de comienzo del hueco.

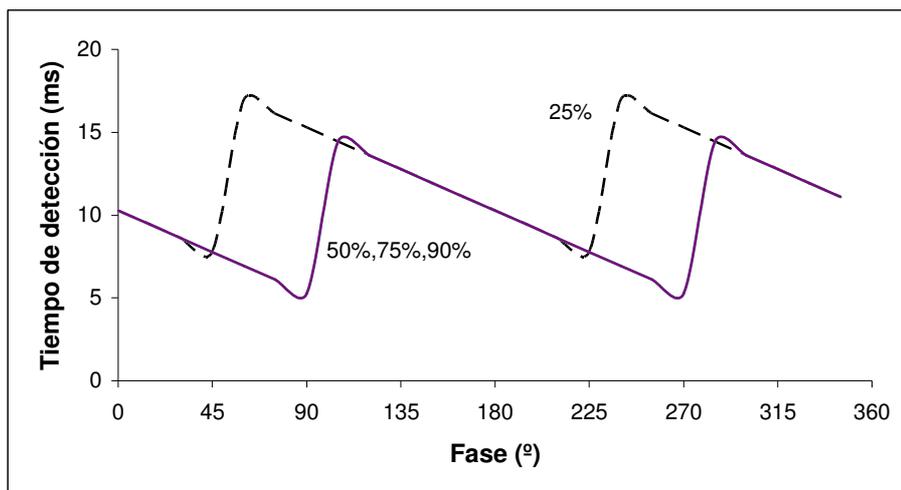
Teniendo en cuenta los resultados de las figuras 3.4 y 3.5, la magnitud de los huecos se determina de forma exacta cuando la duración del hueco es superior a la ventana de muestreo utilizada (1 ciclo en este caso), por lo que en este análisis se van a emplear huecos de corta duración (igual o inferior a 1 ciclo) para poner de manifiesto las características del método en cuanto a la determinación de la magnitud del evento.

Por otro lado, el tiempo en la detección del hueco y la determinación de la duración del hueco, como veremos a continuación, siempre presentan un error independientemente de la magnitud

del hueco, debido al tamaño de la ventana de muestreo empleada y al tiempo de actualización de los datos que se utilizan.

Se ha utilizado el método  $U_{\text{rms}(1/2)}$  para detectar y analizar huecos de magnitud variable (10%, 25%, 50%, 75% y 90%) en señales sinusoidales puras de 50 Hz. Los huecos estudiados son de 1 ciclo de duración (20 ms) y producidos en distinta fase de la señal. La velocidad de muestreo es de 128 muestras/ciclo y la ventana de cálculo es de un ciclo. Se han calculado el tiempo de detección del hueco, la duración y la magnitud del hueco en función de la fase en que se produce el hueco.

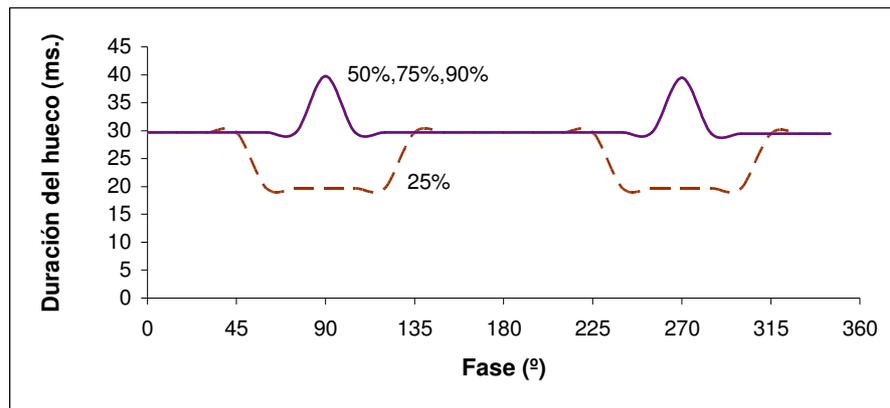
Se ha analizado la dependencia del tiempo de detección del hueco y la fase del instante en que se produce dicho hueco, obteniéndose los resultados de la figura 3.7. Los huecos del 10% de magnitud y duración 1 ciclo no son detectados en la mayoría de las ocasiones. El tiempo de detección del hueco no depende de su magnitud para huecos de más del 50%.



**Figura 3.7.** Tiempo de detección de huecos en función de la fase con el método  $U_{\text{rms}(1/2)}$

De los resultados que muestra la figura 3.7 se concluye que, independientemente de la magnitud del hueco, puede haber una variación de hasta 10 ms en el cálculo del tiempo de su detección dependiendo de la fase del instante en que se produce.

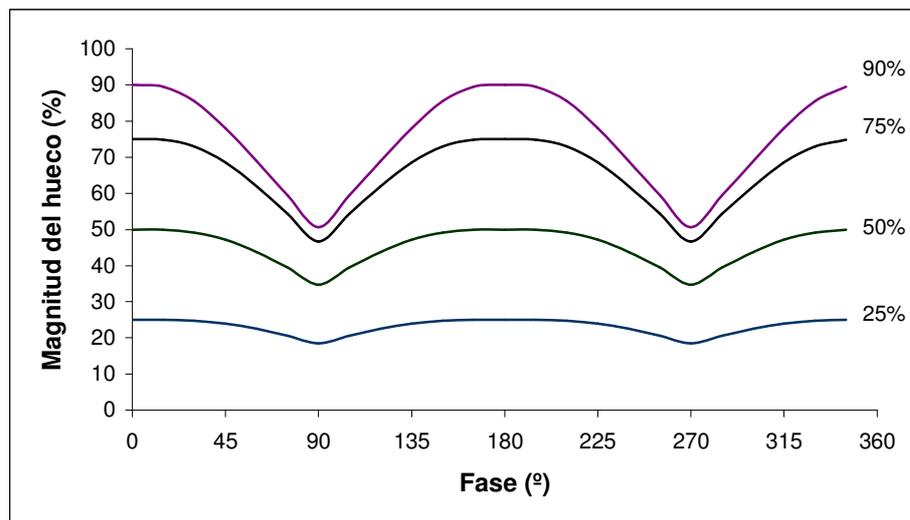
En la figura 3.8 se muestra el resultado del cálculo en la duración del hueco dependiendo de la fase en que se produce dicho hueco para huecos de distinta magnitud. El cálculo de la duración del hueco es independiente de su magnitud cuando el hueco es mayor del 50%.



**Figura 3.8.** Duración del hueco en función de la fase con el método  $U_{rms(1/2)}$

Observando los resultados de la gráfica se concluye que la duración calculada con  $U_{rms(1/2)}$  puede variar, para un mismo hueco, hasta 10 ms dependiendo de la fase en que se produce dicho hueco.

En la figura 3.9 se muestra el resultado del cálculo en la magnitud del hueco dependiendo de la fase en que se produce el hueco. La precisión en cálculo de la magnitud depende de la fase en que se produce el hueco, siendo el error mayor cuando la fase es de  $90^\circ$  y  $270^\circ$ . Además cuanto mayor es la magnitud del hueco, mayor es su dependencia de la fase, así para huecos del 90% puede haber una variación de hasta el 40% en el cálculo de la magnitud.



**Figura 3.9.** Magnitud del hueco en función de la fase con el método  $U_{rms(1/2)}$

**Valores medios del tiempo de detección, duración y magnitud obtenidos por  $U_{rms(1/2)}$** 

En la tabla 3.4 aparecen los valores medios del tiempo de detección, duración y magnitud del hueco (y el error medido en %), aplicando el método  $U_{rms(1/2)}$ , para huecos de 1 ciclo de duración (20 ms), distinta magnitud y distinto punto de comienzo del hueco. Debido a que para huecos de un ciclo de duración y magnitud del 10%, la mayoría de las veces (dependiendo de la fase) no se detecta el hueco, no se han incluido sus datos.

	10%	25%	50%	75%	90%
<i>Tiempo de detección (ms)</i>	-	12.36	9.86	9.86	9.86
<i>Desviación estándar</i>	-	2.34	2.34	2.34	2.34
<i>Duración del hueco (ms)</i>	-	25.52	30.49	30.49	30.49
<i>Desviación estándar</i>	-	5.01	2.80	2.80	2.80
<i>Error en la duración (%)</i>	-	27.60	52.43	52.43	52.43
<i>Magnitud del hueco (%)</i>	-	23.05	45.31	65.59	75.29
<i>Desviación estándar</i>	-	2.13	5.01	9.42	13.29
<i>Error en la magnitud (%)</i>	-	7.80	9.38	12.54	16.34

**Tabla 3.4.** Resultados obtenidos por el método  $U_{rms(1/2)}$  en huecos de distinta magnitud y 1 ciclo de duración

Si la anchura del hueco es mayor que el tamaño de la ventana entonces el cálculo de la magnitud del hueco es siempre correcto; en cambio, el error en la duración del hueco y el retraso en su detección se mantienen idénticos a los representados en las figuras anteriores.

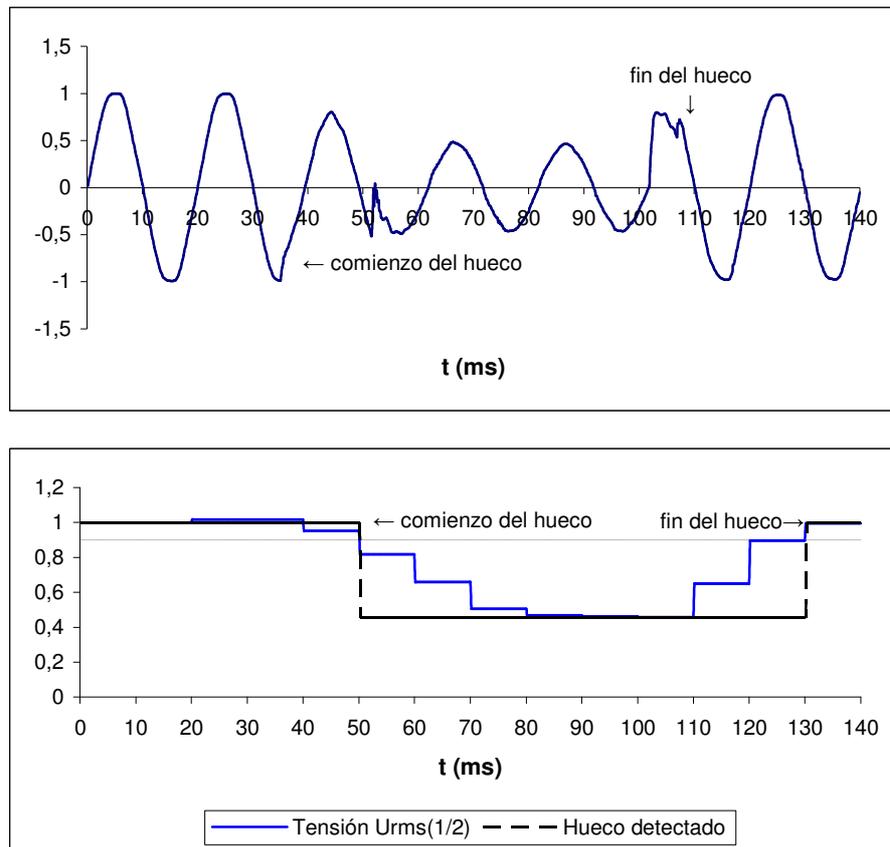
**3.2.2. Aplicación del método  $U_{rms(1/2)}$  a eventos reales**

Por último y como un ejemplo práctico de las características del método  $U_{rms(1/2)}$  descrito, se ha aplicado dicho método a un hueco de tensión medido en la red de distribución de baja tensión en nuestro edificio. El edificio está alimentado por un transformador trifásico 12KV/380 V y la red de distribución está formada principalmente por sistemas de iluminación y computadores. Existen distintos laboratorios con máquinas rotatorias y sistemas electromecánicos.

En la figura 3.10 se muestra la forma de onda de un hueco de tensión real y la tensión r.m.s. calculado por  $U_{rms(1/2)}$  y la forma de onda del hueco detectado.

De la inspección visual del hueco de la figura 3.10, el hueco parece comenzar en el instante  $t_1 = 35$  ms y finaliza aproximadamente en el instante  $t_2 = 110$  ms, teniendo por tanto una duración de 75 ms. Tanto en el inicio como en el final del hueco hay dos escalones de tensión. El método  $U_{rms(1/2)}$  detecta el comienzo del hueco en el instante  $t_3 = 50$  ms y el final en  $t_4 = 130$  ms, con lo

que la duración del hueco es de 80 ms. Hay pues un tiempo de detección de 15 ms (tres cuartos de ciclo de señal) y el error en la medida de la duración del hueco es del 6,67 %. La magnitud medida del hueco es la correcta, aunque el método no detecta la presencia de los escalones al comienzo y final del hueco.



**Figura 3.10.** Tensión r.m.s. obtenida con el método  $U_{rms(1/2)}$  en una señal real que presenta un hueco y forma de onda del hueco detectado

### 3.2.3. Limitaciones del método

Basándonos en los resultados obtenidos por  $U_{rms(1/2)}$  en su aplicación a la detección y análisis de eventos se concluye que es un método que presenta importantes limitaciones.

Una primera limitación es el tamaño de la ventana aplicada, ya que para calcular el verdadero valor  $U_{rms(1/2)}$  se requiere que el hueco sea de duración mayor al tamaño de la ventana; si el evento fuese de menor anchura que el tamaño de la ventana entonces, el error en el cálculo de su magnitud podría ser significativo e incluso podría no ser detectado.

Una segunda limitación es su lentitud a la detección de repentinas variaciones de la amplitud de la tensión sinusoidal, lo cual conduce a tiempos de detección muy altos. El tiempo de detección de un evento calculado con  $U_{\text{rms}(1/2)}$  es muy alto, aproximadamente medio ciclo de señal, aunque su valor depende de la profundidad del evento. Si la ventana utilizada fuese más ancha, el tiempo de detección se incrementaría aún más.

Otra limitación es que los parámetros del evento calculados con este método dependen de la fase del instante en que se produjo dicho evento. Así puede haber diferencias de hasta un 50% en cálculo del tiempo de detección, la duración o la magnitud, dependiendo de la fase en la que se haya producido el evento.

Por último hay que añadir que este método no proporciona información del contenido armónico del evento, que podría ser útil para su posterior clasificación, y tampoco es capaz de detectar escalones de subida o bajada en el evento.

#### **3.2.4. Conclusiones**

Este método presenta como principales ventajas su simplicidad matemática y su poco requerimiento de la memoria del sistema en que se implemente. Sin embargo debido a las limitaciones antes expuestas: dependencia de la anchura de la ventana, no detección de eventos de anchura menor al tamaño de la ventana, tiempo de detección es muy alto, alta dependencia de la fase en que se produce el hueco, no proporcionar información del contenido armónico y no detección de escalones, sus resultados pueden ser muy diferentes de los reales, por lo que es un método poco seguro y lento.

---

### **3.3. EL MÉTODO DE LA COMPONENTE FUNDAMENTAL**

---

#### **3.3.1. La Transformada Discreta de Fourier**

El método estándar para el análisis espectral es la Transformada Discreta de Fourier (DFT), normalmente implementada utilizando el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier (FFT).

Dada una secuencia de entrada  $x$  de longitud  $N$  se define la transformada discreta de Fourier como:

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j \frac{2\pi kn}{N}} \quad \text{componente } k \text{ del espectro } 0 \leq k \leq N-1 \quad [3.3]$$

donde  $X_k$  es una secuencia de números complejos correspondiente a los coeficientes de Fourier. La transformada inversa de Fourier (IDFT) permite recuperar la secuencia original, se define como:

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j \frac{2\pi kn}{N}} \quad [3.4]$$

La DFT se puede interpretar como una operación lineal que actúa sobre un vector de entrada  $x_N$  de longitud  $N$  y genera coeficientes  $X_N$  de longitud  $N$ :

$$X_N = F_N x_N \quad [3.5]$$

Siendo  $F_N$  la matriz de transformación de dimensión  $N \times N$ :

$$F_N = \begin{bmatrix} W_N^0 & W_N^0 & W_N^0 & \cdots & W_N^0 \\ W_N^0 & W_N^{-1} & W_N^{-2} & \cdots & W_N^{-(N-1)} \\ W_N^0 & W_N^{-2} & W_N^{-4} & \cdots & W_N^{-2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ W_N^0 & W_N^{-(N-1)} & W_N^{-2(N-1)} & \cdots & W_N^{-(N-1)^2} \end{bmatrix} \quad [3.6]$$

donde  $W_N^k = \exp(j \frac{2\pi k}{N})$

La FFT o transformada rápida de Fourier es un algoritmo que computa de manera eficiente la DFT de una secuencia. Aprovecha la naturaleza periódica de las funciones base de Fourier para reducir considerablemente el número de operaciones necesarias para el cálculo de la DFT. La FFT es efectiva para secuencias de longitud potencia de 2.

Para una secuencia de longitud  $N$ , el número de operaciones de la DFT es de  $N^2$  y el de la FFT es de  $N \cdot \log_2 N$

La Transformada Discreta de Fourier permite conocer el contenido frecuencial de una señal, es por ello que es un método adecuado para el análisis de señales estacionarias. Si la señal no es

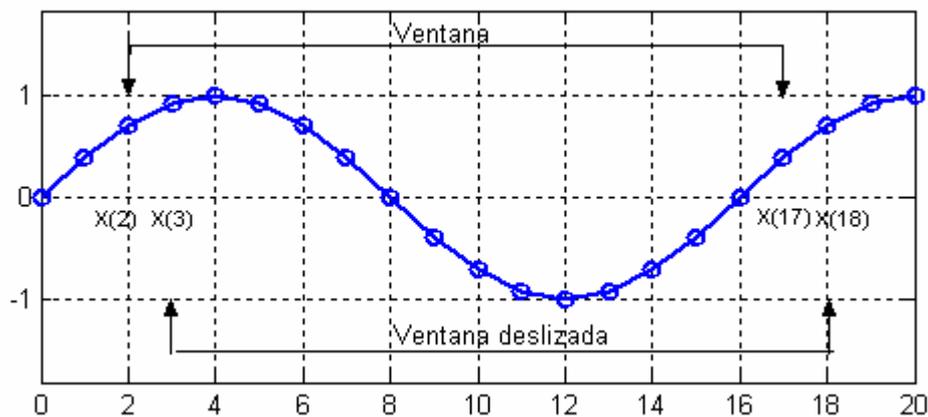
estacionaria, se necesita conocer la información temporal y frecuencial simultáneamente, lo que significa disponer de una representación tiempo-frecuencia de la señal.

Para resolver este problema, se introdujo la Short-Time Fourier Transform (STFT). La STFT es una versión modificada de la Transformada Discreta de Fourier, en la que la señal no estacionaria es dividida en pequeños trozos en los que se supone que la señal es estacionaria. Esto se realiza utilizando una función ventana de una determinada anchura, que va siendo desplazada y multiplicada con la señal. La Transformada de Fourier se aplica a cada trozo obteniéndose una distribución tiempo-frecuencia de la señal, la cual representa la evolución del espectro de la señal a lo largo del tiempo.

### 3.3.2. La SDFT (DFT con ventana deslizante)

Este método realiza la DFT de  $N$  puntos dentro de una ventana que se va desplazando muestra a muestra. Cada nueva DFT se calcula eficientemente directamente a partir de los resultados de la anterior DFT, con el consiguiente ahorro en el número de operaciones.

En la figura 3.11 se ve como inicialmente se computa la DFT sobre 16 muestras, se desliza la ventana una muestra y nuevamente se computa la DFT.



**Figura 3.11.** Ventana deslizante para una DFT de 16 puntos

El principio utilizado por la SDFT se basa en una de las propiedades de la DFT, que establece que si la DFT de una secuencia finita de puntos es  $X_k$ , entonces la DFT de dicha secuencia, circularmente desplazada una muestra, es  $X_k e^{j2\pi k/N}$ . Por tanto las componentes espectrales de

una secuencia circularmente desplazada son las componentes espectrales originales (sin desplazar) multiplicadas por  $e^{j2\pi k/N}$ , siendo  $k$  la componente frecuencial a analizar.

Esto se expresa de la siguiente forma: dada una secuencia  $\{x_i\}$  aplicamos la DFT para calcular la componente frecuencial  $k$  de las  $N$  primeras muestras de dicha secuencia:

$$X_k(1) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n W_N^{-nk} = x(0)W_N^0 + x(1)W_N^{-k} + x(2)W_N^{-2k} + \dots + x(N-1)W_N^{-(N-1)k} \quad [3.7]$$

si movemos la ventana una muestra y aplicamos nuevamente la DFT se tiene que:

$$X_k(2) = \sum_{n=0}^{N-1} x_{n+1} W_N^{-nk} = x(1)W_N^0 + x(2)W_N^{-k} + x(3)W_N^{-2k} + \dots + x(N)W_N^{-(N-1)k} \quad [3.8]$$

multiplicando [3.7] por  $e^{j2\pi k/N} = W_N^k$

$$\begin{aligned} X_k(1)W_N^k &= \sum_{n=0}^{N-1} x_n W_N^{-nk} W_N^k = x(0)W_N^0 W_N^k + x(1)W_N^{-k} W_N^k + x(2)W_N^{-2k} W_N^k + \dots + x(N-1)W_N^{-(N-1)k} W_N^k \\ &= x(0)W_N^k + x(1)W_N^0 + x(2)W_N^{-k} + \dots + x(N-1)W_N^{-Nk} \end{aligned} \quad [3.9]$$

restando las expresiones [3.8] y [3.9]:

$$X_k(2) - X_k(1)W_N^k = x(N)W_N^{-(N-1)k} - x(0)W_N^k \quad [3.10]$$

y por tanto:

$$X_k(2) = X_k(1)W_N^k + x(N)W_N^{-(N-1)k} - x(0)W_N^k \quad [3.11]$$

Si generalizamos al cálculo de la frecuencia  $k$  en el instante  $q$

$$X_k(q) = [X_k(q-1) - x(q-N)]W_N^k + x(q)W_N^{-(N-1)k} \quad [3.12]$$

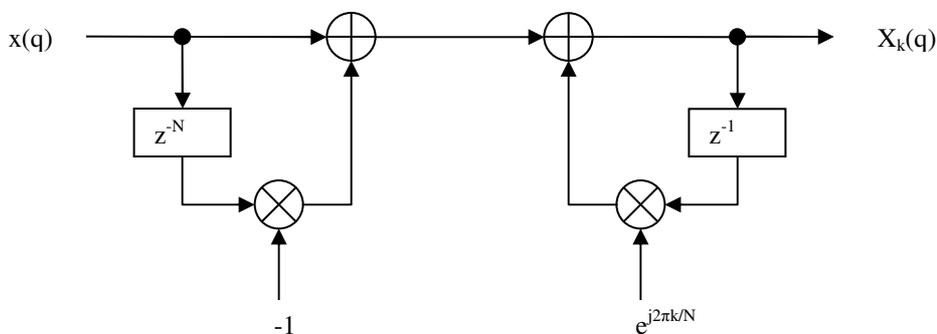
por tanto:

$$X_k(q) = [X_k(q-1) - x(q-N)]e^{j2\pi k/N} + x(q)e^{-j2\pi k(N-1)/N} \quad [3.13]$$

siendo  $X_k(q)$  la nueva componente frecuencial y  $X_k(q-1)$  la componente frecuencial anterior.

La nueva componente frecuencial  $X_k(q)$  se calcula realizando un desplazamiento de fase de la anterior componente  $X_k(q-1)$ , restando la muestra  $x(q-N)$  y añadiendo la nueva muestra  $x(q)$ . Para calcular la nueva componente frecuencial se requiere dos multiplicaciones complejas y dos sumas (en lugar de las  $2N$  multiplicaciones y las  $2N$  sumas de la DFT)

La ecuación [3.13] conduce a una estructura de filtro IIR seguido de un resonador complejo (si se quieren computar más de una componente frecuencial debe añadirse resonadores anidados) como se indica en la figura 3.12:



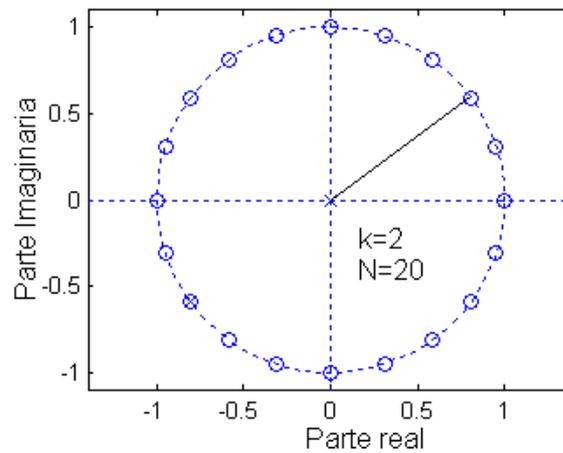
**Figura 3.12.** Estructura del filtro SDFT para una componente

La función de transferencia, en el dominio  $z$  para una componente  $k$  es:

$$H_{SDFT}(z) = \frac{(1 - z^{-N})}{1 - e^{j2\pi k/N} z^{-1}} \quad [3.14]$$

Este filtro complejo tiene  $N$  ceros igualmente espaciados en el círculo unidad y un polo cancelando a un cero en  $z = e^{j2\pi k/N}$  como se muestra en la figura 3.13.

Una vez que la componente espectral deseada  $S_k(n-1)$  es obtenida, el número de operaciones para calcular la siguiente  $S_k(n)$  es fijo e independiente de  $N$ . Además  $N$  puede ser cualquier número entero positivo, lo que permite una gran flexibilidad para sintonizar el filtro a una frecuencia  $k=N \cdot f_i / f_s$ , siendo  $f_i$  la frecuencia de interés en Hz.



**Figura 3.13.** Localizaciones de polos y ceros del filtro SDFT

Debido a la presencia de los polos y ceros del filtro en el círculo unidad el filtro es marginalmente estable y si el error en el redondeo de los coeficientes es pequeño el filtro es estable. De todas formas para garantizar la estabilidad del filtro se puede utilizar un factor  $r < 1$  para forzar el polo dentro del círculo unidad. De esta forma la función de transferencia sería:

$$H_{SDFT}(z) = \frac{(1 - r^N z^{-N})}{1 - r e^{j2\pi k/N} z^{-1}} \quad [3.15]$$

y su ecuación en diferencias:

$$X_k(q) = [X_k(q-1) - x(q-N)] e^{j2\pi k/N} + x(q) e^{-j2\pi k(N-1)/N} \quad [3.16]$$

### 3.3.3. Detección y evaluación de eventos en la tensión de suministro mediante el cálculo de la componente fundamental con la SDFT

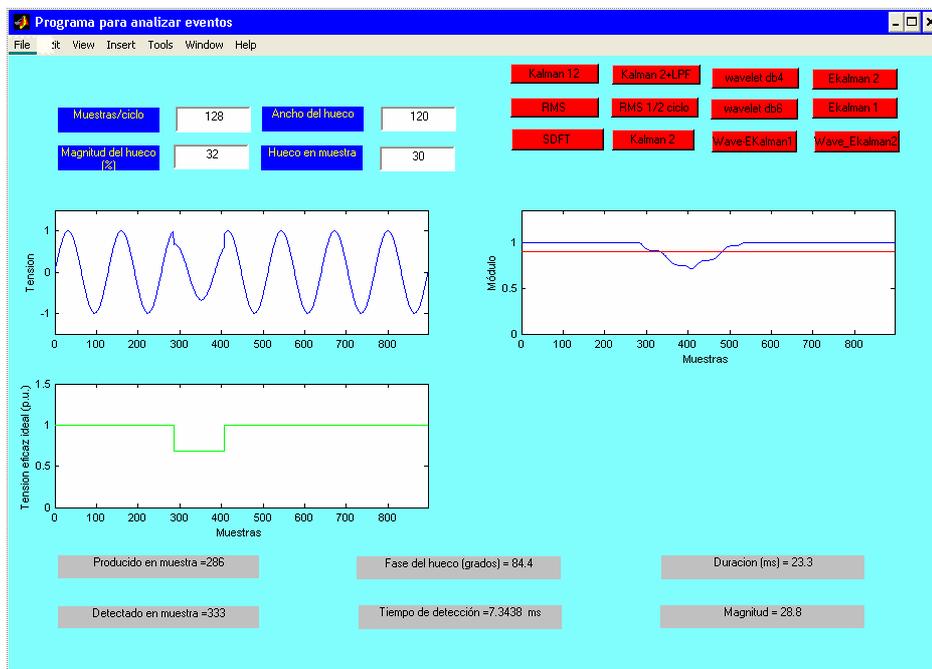
Distintos autores han estudiado la aplicación de la Short Time Fourier Transform en la evaluación de la calidad de la energía eléctrica para superar las limitaciones de la DFT y utilizar las características tiempo- frecuencia que presenta este método.

En la referencia [11] Heydt presenta un método donde proponen la modificación de la ventana de muestreo de acuerdo con las características de la señal a analizar, de forma que se selecciona una ventana más estrecha cuando se localiza alguna perturbación de la señal y una ventana más ancha en el caso contrario. El artículo evalúa los errores en la identificación de perturbaciones en función de la selección y el ajuste de la ventana.

Styvaktakis, Bollen y Gu presentan en la referencia [12] los resultados de la aplicación de la Short Time Fourier Transform al análisis de distintos huecos de tensión, producidos por fallos, arranque de motores y energización de transformadores. Para ello aplican la Short Time Fourier Transform a las tres fases de la tensión empleando ventanas solapadas de un ciclo, y presentan los resultados estadísticos obtenidos en una red de media tensión.

Por su parte, Gu y Bollen en la referencia [13] estudian las propiedades tiempo-frecuencia de la Short Time Fourier Transform en el análisis de perturbaciones y comparan los resultados con los obtenidos aplicando el análisis wavelet a las mismas señales, llegando a la conclusión de que, en determinadas aplicaciones, el método STFT puede ser ventajoso en relación al análisis wavelet.

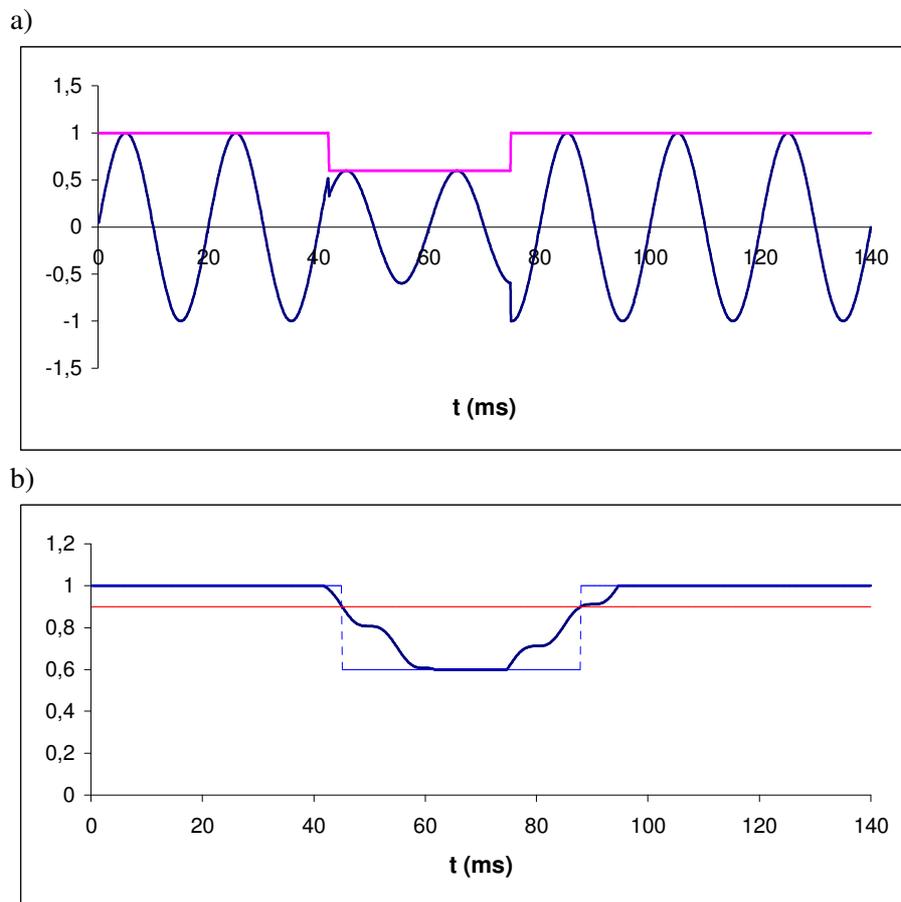
Para evaluar las características del método de la componente fundamental empleando la SDFT en la detección y análisis de eventos en la tensión de alimentación, se ha efectuado un análisis equivalente al realizado con el método  $U_{rms(1/2)}$  del apartado anterior, simulando huecos de tensión rectangulares de distinta magnitud, duración y distinto punto de comienzo, en una onda de tensión sinusoidal pura de 50 Hz y 230 voltios de valor eficaz.



**Figura 3.14.** Interfase de usuario con la simulación de un hueco de tensión y su análisis con el método SDFT

Para cada caso se ha calculado la magnitud, duración y tiempo en la detección del hueco aplicando la SDFT sobre una ventana de muestreo de 1 ciclo de la componente fundamental, actualizada con cada nueva muestra, aplicando para ello el algoritmo descrito en [14] que permite calcular la SDFT en tiempo real.

Para analizar las características de los eventos se ha desarrollado un programa Matlab (ya explicado en el apartado 3.2), que permite generar distintos tipos de eventos y analizarlos con la SDFT. En la figura 3.14 se muestra la interfase de usuario y los resultados obtenidos por el programa con el método SDFT:



**Figura 3.15.** Forma de onda de un hueco ideal detectado por el método SDFT. a) Hueco de tensión del 40% de magnitud. b) Magnitud de la componente fundamental

En la figura 3.15a se muestra una señal con un hueco de magnitud 40% y duración 33 ms y en la figura 3.15b el cálculo de la magnitud de la componente fundamental con el algoritmo de la SDFT. En ella se observa que el tiempo de detección del hueco (3.28 ms) es menor que en el método  $U_{rms(1/2)}$ , pero sigue siendo un método lento en su detección. La duración del hueco calculada es de 42.7 ms y la magnitud del 40%.

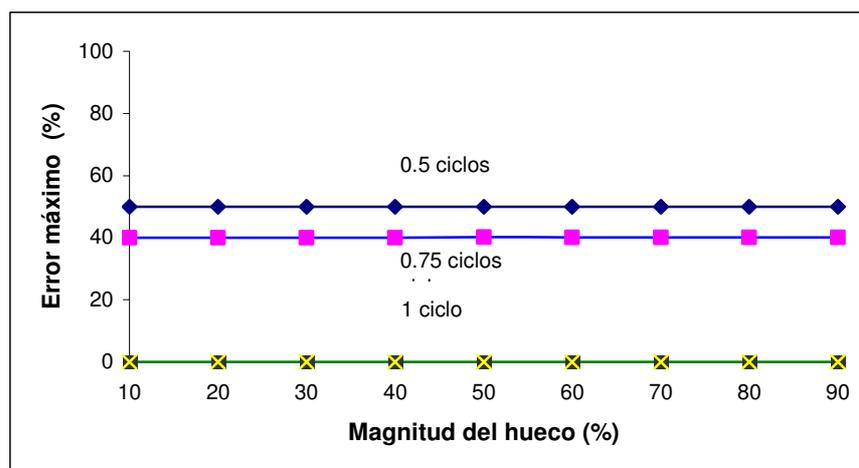
De la misma forma que se hizo con el método  $U_{rms(1/2)}$ , se ha utilizado el programa desarrollado para analizar el error máximo cometido en el cálculo de la magnitud del hueco, la mínima profundidad del hueco para su detección, el máximo tiempo de su detección, la influencia de la fase en que se produce el hueco en el cálculo de sus parámetros y los valores medios del tiempo de detección, la duración y la magnitud. Los resultados obtenidos se exponen a continuación.

### Error máximo en el cálculo de la magnitud del hueco:

La tabla 3.5 y la figura 3.16 muestran respectivamente, los errores máximos en la magnitud del hueco obtenidos empleando el valor de la componente fundamental, para las magnitudes de huecos, duraciones y puntos de comienzo en la onda especificados.

<i>Magnitud hueco (%)</i>	<i>Máximo error en magnitud (%)</i>		
	<i>0.5 ciclos</i>	<i>0.75 ciclos</i>	<i>1 ciclo</i>
10	50	40	0
20	50	40	0
30	50	40	0
40	50	40	0
50	50	40	0
60	50	40	0
70	50	40	0
80	50	40	0
90	50	40	0

**Tabla 3.5.** Máximo error en determinación de la magnitud del hueco para huecos de 0.5 a 1 ciclo de duración empleando la SDFT.



**Figura 3.16.** Máximo error en la determinación de la magnitud del hueco para huecos de 0.5 a 1 ciclo de duración aplicando el método SDFT.

Como en el caso anterior, la magnitud de los huecos simulados va desde un 10% hasta el 90%, en intervalos del 10%. La duración de los huecos va desde un mínimo de medio ciclo de duración hasta un ciclo solamente y el punto de la onda de comienzo del hueco se ha variado desde 0° hasta 360° grados en intervalos de 5°.

La frecuencia de muestreo empleada en las simulaciones ha sido de nuevo de 6.4 Khz y tampoco se han tenido en cuenta saltos de fase asociados al comienzo y al final del hueco ni tampoco se ha considerado una tensión de histéresis sobre el umbral del hueco para determinar su final.

Como se puede ver en este caso, el máximo error en la determinación de la magnitud del hueco empleando el método SDFT es mayor para huecos de menor duración y es constante independientemente de la magnitud del hueco. Para el caso de huecos de medio ciclo de duración, el error máximo en la determinación de la magnitud del hueco es siempre del 50%, mientras que para huecos de 0.75 ciclos de duración, el error en la magnitud del hueco es constante y del 40%. Por último, el error en la determinación de la magnitud del hueco es del 0% para huecos de un ciclo o mayor duración, independientemente de su magnitud y del punto de la onda de comienzo del hueco.

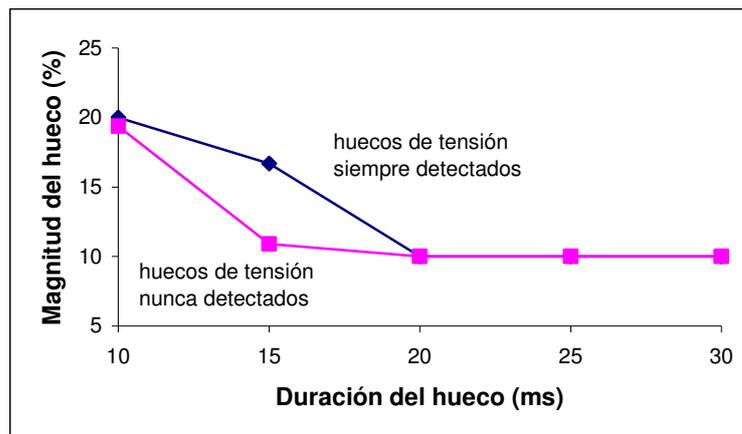
Como se puede comprobar de los resultados anteriores, la magnitud del error en la determinación de la profundidad del hueco, es de nuevo de tal nivel que se pueden producir fallos en la capacidad de detección de huecos empleando el método SDFT, al igual que ocurría antes con el método  $U_{rms(1/2)}$ , en el caso de huecos de corta duración y poca profundidad, ya que de nuevo no se sobrepasaría el umbral de detección del hueco y este quedaría indetectado.

### **Mínima profundidad del hueco para su detección**

La tabla 3.6 y la figura 3.17 muestran los resultados equivalentes a los obtenidos con el método  $U_{rms(1/2)}$ , de la mínima profundidad de un hueco de tensión, en función de su duración, necesaria para asegurar una probabilidad de detección del hueco del 100%, independientemente del punto de la onda de comienzo del hueco. Como antes en el método  $U_{rms(1/2)}$ , todos los huecos de tensión que se encuentren por encima de la curva superior de la figura 3.17 tienen una probabilidad de detección del 100%.

<i>Mínima magnitud-duración para 100% detección</i>		<i>Máxima magnitud-duración para 100% no-detección</i>	
<i>Duración (ms)</i>	<i>Magnitud (%)</i>	<i>Duración (ms)</i>	<i>Magnitud (%)</i>
10	20.00	10	19.38
15	16.70	15	10.90
19.84	10.00	19.37	10.00

**Tabla 3.6.** Mínima/máxima magnitud-duración para 100% detección/no-detección de huecos con el método SDFT.



**Figura 3.17.** Curvas de magnitud – duración para 100% probabilidad de detección o no detección de huecos de tensión empleando el método SDFT.

Así por ejemplo, un hueco de tensión de medio ciclo de duración (10 ms) debe tener una magnitud mínima del 20.00% para asegurar que siempre se va a detectar empleando el método SDFT, independientemente del punto de la onda en el que comience. Un hueco de tensión de 0.75 ciclos (15 ms) necesita una magnitud mínima del 16.70% para ser siempre detectado. Por el contrario, es necesaria una duración de 19.84 ms para asegurar que un hueco de tensión del 10% va a ser siempre detectado empleando el método SDFT.

Al igual que en el estudio realizado con el método  $U_{rms(1/2)}$ , la curva inferior de la figura 3.17 representa la máxima profundidad de un hueco de tensión, en función de su duración, para asegurar una probabilidad del 100% de no detección del hueco empleando el método SDFT. Todos los huecos de tensión por debajo de esta curva, independientemente del punto de la onda de comienzo, quedan sin detectar empleando el método SDFT, ya que la magnitud de la tensión fundamental durante el hueco que proporciona este método no supera en ningún momento el umbral de detección.

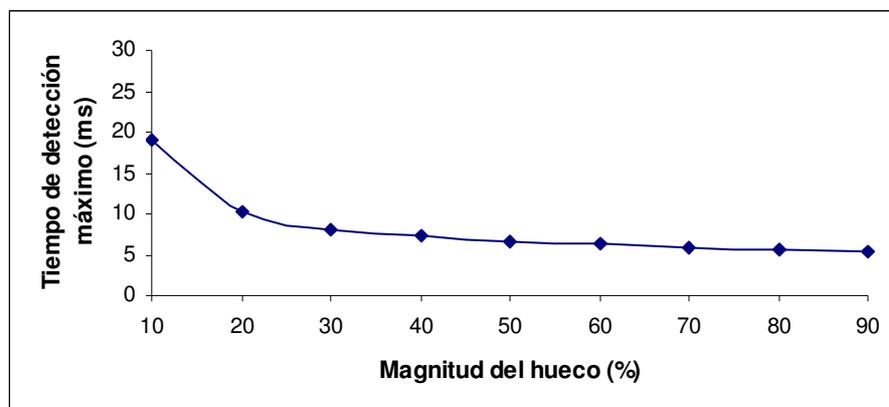
De acuerdo con la tabla 3.6 y la figura 3.17, para el caso de huecos de tensión de medio ciclo de duración (10 ms), estos nunca se detectarán empleando el método SDFT si su magnitud es inferior al 19.38% independientemente del punto de la onda de comienzo del hueco. Para huecos de tensión de 0.75 ciclos, estos nunca se detectan empleando el método SDFT si su magnitud es inferior al 10.90%. Por último, la duración máxima de un hueco de tensión del 10% que no se detecta empleando el método SDFT es de 19.37 ms. Los huecos de tensión en el rango magnitud – duración comprendidos entre las dos curvas límites de la figura 3.17, tienen distinta probabilidad de detección/no-detección empleando el método SDFT, dependiendo del instante de comienzo del hueco.

### Tiempo de detección máximo

La tabla 3.7 y la figura 3.18 muestran, respectivamente, los tiempos máximos en la detección del hueco obtenidos empleando el método SDFT, para las magnitudes de huecos que varían desde el 10% al 90%.

<i>Magnitud hueco (%)</i>	<i>Tiempo de detección máximo (ms)</i>			
	<i>0.5 ciclos</i>	<i>0.75 ciclos</i>	<i>1 ciclo</i>	<i>1.5 ciclos</i>
10	-	-	19.1	19.1
20	10.2	10.2	10.2	10.2
30	8.1	8.1	8.1	8.1
40	7.3	7.3	7.3	7.3
50	6.7	6.7	6.7	6.7
60	6.3	6.3	6.3	6.3
70	5.8	5.8	5.8	5.8
80	5.5	5.5	5.5	5.5
90	5.3	5.3	5.3	5.3

**Tabla 3.7.** Tiempo de detección máximo en huecos de 0.5 a 1.5 ciclos de duración con el método SDFT



**Figura 3.18.** Máximo tiempo en la detección de huecos de distinta magnitud con el método SDFT

Como puede observarse el tiempo de detección máximo es independiente de la duración del hueco, dependiendo únicamente de la fase de la señal en la que se produce el hueco y de la magnitud del hueco.

### **Influencia del punto de comienzo del hueco**

En este apartado se realiza un estudio de la influencia que tiene la fase del instante de comienzo del hueco en el cálculo de sus parámetros con el método SDFT.

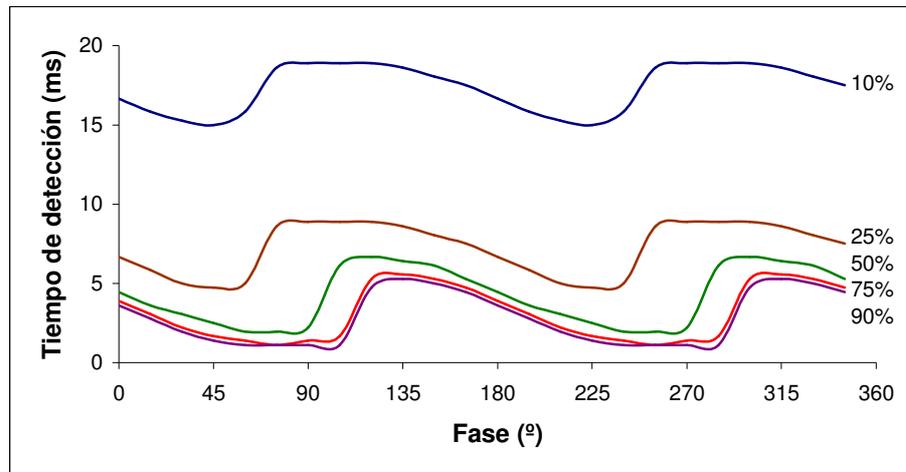
Teniendo en cuenta los resultados de las figuras 3.16 y 3.17, la magnitud de los huecos se determina de forma exacta cuando la duración del hueco es superior a la ventana de muestreo utilizada (1 ciclo en este caso), por lo que en este análisis se van a emplear huecos de corta duración (igual o inferior a 1 ciclo) para poner de manifiesto las características del método en la cuanto a la determinación de la magnitud del evento.

Por otro lado, el tiempo en la detección del hueco y la determinación de la duración del hueco, como veremos a continuación, siempre presentan un error independientemente de la magnitud del hueco, debido al tamaño de la ventana de muestreo empleada y al tiempo de actualización de los datos que se utilizan.

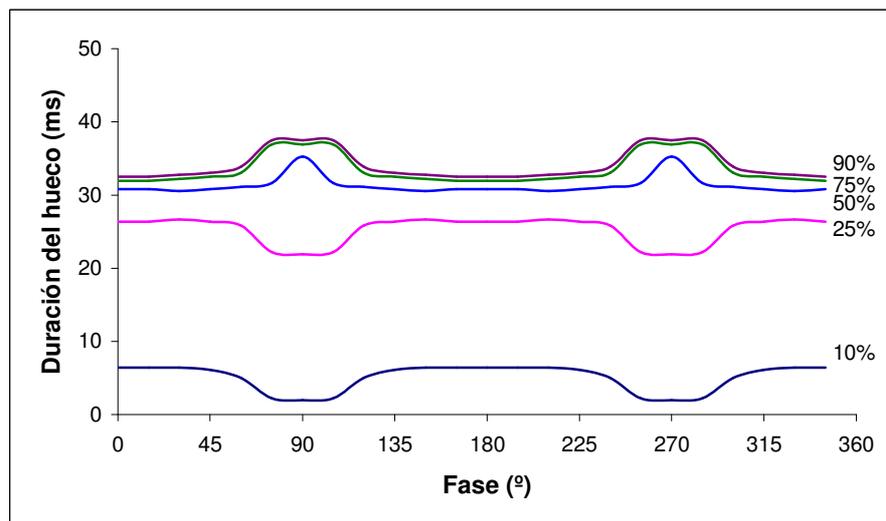
Se ha utilizado el método SDFT para detectar y analizar huecos de magnitud variable (10%, 25%, 50%, 75% y 90%) en señales sinusoidales de 50 Hz sin armónicos. Los huecos estudiados son de 1 ciclo de duración (20 ms) y producidos en distinta fase de la señal. La velocidad de muestreo es de 128 muestras/ciclo y la ventana de cálculo es de un ciclo. Se han calculado el tiempo de detección del hueco y la duración del hueco en función de la fase en que se produce el hueco.

La figura 3.19 muestra la dependencia que existe, con el método SDFT, entre el tiempo de detección del hueco y la fase del instante en que se produce dicho hueco. Como puede observarse en la figura 3.19 para un mismo tipo de hueco puede haber una diferencia de hasta 4 ms en su tiempo de detección dependiendo del punto de la fase donde se ha producido el hueco.

Esta misma dependencia puede observarse cuando se calcula la duración del hueco como muestra la figura 3.20. Aquí también puede haber una variación de hasta 5 ms en el cálculo de la duración de un hueco en función del instante en que éste se produce.



**Figura 3.19.** Tiempo de detección de un hueco en función de la fase con el método SDFT



**Figura 3.20.** Duración del hueco en función de la fase con el método SDFT

### Valores medios del tiempo de detección, duración y magnitud dados por el método SDFT

Se ha realizado un estudio estadístico aplicando la SDFT a huecos de 1 ciclo de duración, magnitudes del 10% al 90% y distinto punto de comienzo con el objetivo de calcular los valores medios del tiempo de detección, la duración y la magnitud, así como las desviaciones estándar y los errores cometidos. En la tabla 3.8 se muestran los resultados obtenidos.

Como, en este caso, la anchura del hueco no es inferior al tamaño de la ventana empleada, el cálculo del valor medio de la magnitud del hueco es siempre correcto.

	10%	25%	50%	75%	90%
<i>Tiempo de detección (ms)</i>	17.34	7.22	4.19	3.10	2.80
<i>Desviación estándar</i>	1.46	1.62	1.78	1.67	1.64
<i>Duración del hueco (ms)</i>	5,05	25,28	31,34	33,52	34,12
<i>Desviación estándar</i>	1.75	1.84	1.24	2.01	2.00
<i>Error en la duración (%)</i>	74.77	26.39	56.71	67.59	70.60
<i>Magnitud del hueco (%)</i>	10.00	25.00	50.00	75.00	90.00
<i>Desviación estándar</i>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
<i>Error en la magnitud (%)</i>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

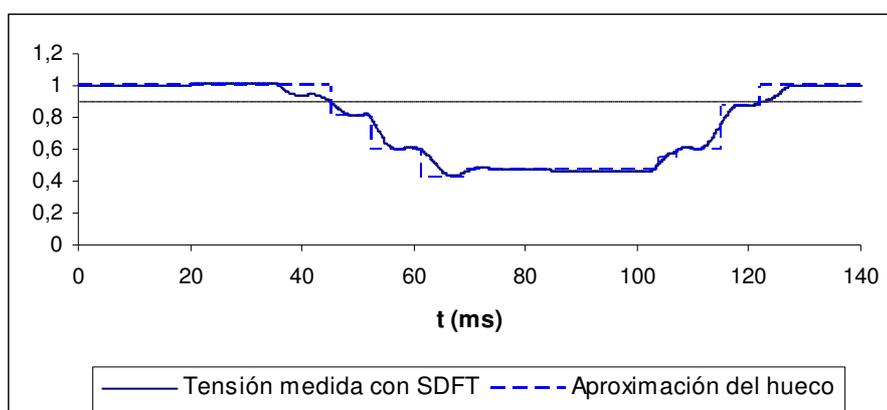
**Tabla 3.8** Resultados obtenidos por el método SDFT en huecos de distinta magnitud y un ciclo de duración

### 3.3.4. Aplicación del método SDFT a eventos reales

Por último y como un ejemplo práctico de las características del método SDFT descrito, se ha aplicado dicho método al mismo hueco de tensión medido en la red de distribución de baja tensión en nuestro edificio (ver figura 3.10)

En la figura 3.21 se representa la componente fundamental de la tensión, medida con SDFT, y una aproximación a tramos rectos del hueco.

El método SDFT detecta el comienzo del hueco en el instante  $t_3 = 45$  ms y el final en  $t_4 = 122$  ms, con lo que la duración medida del hueco es de 77 ms. Hay pues un tiempo de detección de 10 ms (medio ciclo de señal) y el error en la medida de la duración del hueco es del 2.67%. La magnitud medida del hueco es la correcta, aunque el método no detecta claramente la presencia de los escalones al comienzo y final del hueco.



**Figura 3.21.** Tensión medida con el método SDFT en un hueco real y una aproximación en tramos rectos

Comparando estos resultados con los obtenidos en el apartado 3.2.2. al aplicar el método  $U_{\text{rms}(1/2)}$  al mismo hueco de tensión, comprobamos que el tiempo de detección es menor (10 ms frente a los 15 ms del  $U_{\text{rms}(1/2)}$ ) y la estimación de la duración es también menor (77 ms frente a los 80 ms). Respecto a la magnitud del hueco, ambos obtienen el mismo resultado.

### **3.3.5. Limitaciones del método**

Aunque con este método se obtienen resultados claramente mejores que los obtenidos por el método  $U_{\text{rms}(1/2)}$ , sigue manteniendo idénticas limitaciones, es decir, sus resultados dependen de la anchura de la ventana utilizada, los eventos de anchura menor al tamaño de la ventana pueden no ser detectados o ser detectados pero con errores significativos en su parametrización, es un método lento pues su tiempo de detección es también alto, presenta una alta dependencia de la fase en que se produce el hueco y no detecta claramente los posibles escalones.

### **3.3.6. Conclusiones**

Este método mejora los resultados obtenidos por  $U_{\text{rms}(1/2)}$  en la detección y análisis de eventos y además permitiría conocer el contenido espectral del evento para su posterior clasificación, pero debido a las limitaciones antes expuestas, sus resultados pueden no corresponder a los datos reales del evento, especialmente si los eventos son de corta duración.

Respecto al tiempo de detección del evento, aunque ha mejorado respecto al método anterior, sigue siendo un método lento, sobre todo cuando se trata de eventos de pequeña magnitud.

---

## **3.4. EL MÉTODO DEL FILTRO DE KALMAN**

---

El filtro de Kalman, KF, es un conjunto de ecuaciones matemáticas que proporcionan un método eficiente para estimar on-line el estado de un proceso, minimizando además el error medio y cuadrático. El filtro de Kalman proporciona el filtrado máximo posible del ruido, respondiendo de forma óptima a los cambios en el estado del sistema. Ha sido diseñado para estimar el estado en un sistema lineal, dinámico y discreto en el tiempo, basándose en observaciones ruidosas y en un modelado del sistema. El filtro es muy potente en varios aspectos: proporciona estimaciones del pasado, presente y futuro, e incluso puedo hacerlo aunque no se conozca la naturaleza precisa del sistema modelado.

El sistema físico se modela mediante un vector de estados  $x \in \mathfrak{R}^n$  que describe la evolución del estado del sistema con el tiempo. El tiempo de observación es de la forma  $t_k = t_0 + k \Delta T$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , siendo  $\Delta T$  el intervalo de muestreo y  $x_k = x(t_k)$  el estado en el instante  $t_k$ . El principal objetivo del filtro es obtener una estimación óptima de las variables de estado a partir de las medidas, que pueden estar mezcladas con ruido, esto se consigue minimizando el error esperado entre los valores de las medidas y las variables de estado estimadas.

Supondremos que  $\Delta T$  es pequeño y que por tanto podemos utilizar un modelo de sistema lineal, es decir:

$$x_k = \Phi_{k-1} x_{k-1} + w_{k-1} \quad [3.17]$$

- $\Phi_k$     =    matriz  $n \times n$  de transición de estados, relaciona el estado previo y el estado actual
- $w_k$     =    n-vector que modeliza el ruido asociado al sistema, suponerlo del tipo  $N(0, Q)$
- $Q$       =    matriz de covarianza del ruido del proceso

En cada instante se obtendrá una medida  $z_k \in \mathfrak{R}^m$ , de forma que:

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad [3.18]$$

- $H_k$     =    matriz  $m \times n$  de medidas, da una relación ideal (sin ruido) entre la medida y el vector de estado
- $v_k$     =    m-vector que modeliza el error en la medida, suponerla del tipo  $N(0, R)$
- $R$       =    matriz de covarianza del ruido de la medida

El filtro Kalman trata de calcular el mejor estimador del sistema  $x_k$ , en el instante  $k$ , teniendo en cuenta el estado anterior  $x_{k-1}$  y la medida tomada en el instante  $k$ ,  $z_k$

### Algoritmo del filtro:

El filtro de Kalman hace estimaciones mediante el siguiente proceso de realimentación:

- 1.- el filtro estima el estado en el instante  $k$ , ecuaciones de actualización, proyectando el estado actual  $\bar{x}_k$  y la covarianza del error estimado  $P_k^-$  para obtener las estimaciones a priori

ecuación de predicción  $x_k^- = \Phi_k x_{k-1}$  [3.19]

estimación de la covarianza del error  $P_k^- = \Phi_{k-1} P_{k-1} \Phi_{k-1}^t + Q_{k-1}$  [3.20]

siendo  $\Phi_k^t$  y  $H_k^t$  las matrices traspuestas de  $\Phi_k$  y  $H_k$  respectivamente

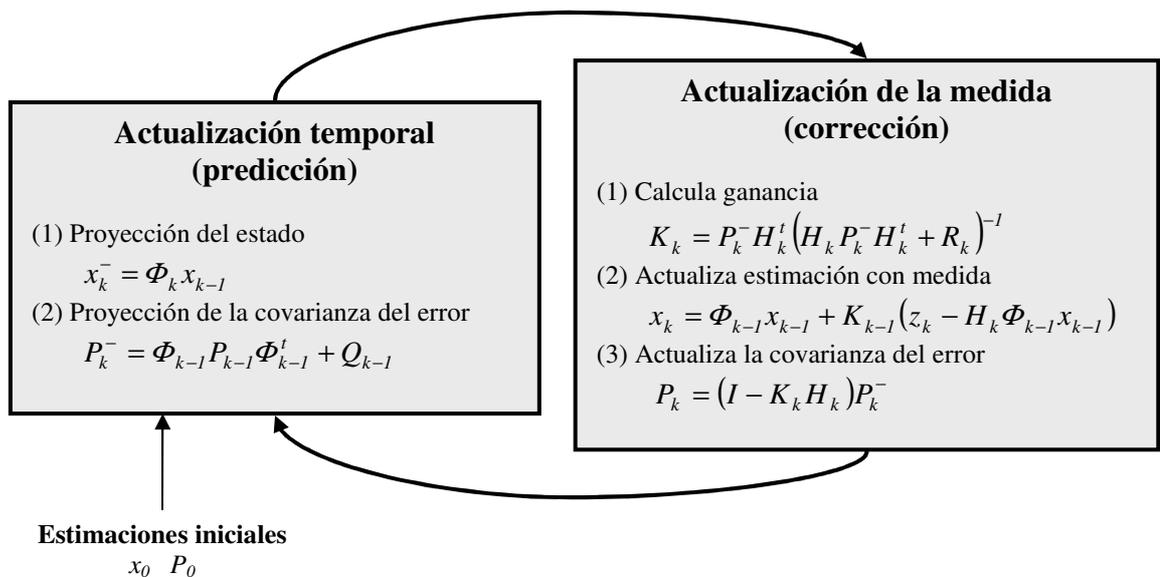
2.- el filtro realiza la realimentación de la medida, ecuaciones de medida, incorporando la nueva medida para obtener la estimación a posteriori

cálculo de la ganancia  $K_k = P_k^- H_k^t (H_k P_k^- H_k^t + R_k)^{-1}$  [3.21]

corrección de la estimación  $x_k = \Phi_{k-1} x_{k-1} + K_{k-1} (z_k - H_k \Phi_{k-1} x_{k-1})$  [3.22]

corrección de la covarianza del error  $P_k = (I - K_k H_k) P_k^-$  [3.23]

Es pues un proceso del tipo predicción-corrección, como se ve en la figura 3.22. El diseño del filtro se fundamenta en las propiedades estadísticas de las muestras a procesar. La ganancia del filtro  $K$ , se determina de forma que sea mínimo el error cuadrático medio esperado entre los valores actuales de las variables de estado y los valores estimados. Cada muestra que se obtiene en tiempo real se utiliza para mejorar la estimación previa del filtro, hasta alcanzar una condición estacionaria a partir de la cual ya no se observa ninguna mejora.



**Figura 3.22.** Estructura predicción-corrección del filtro de Kalman lineal

**Inicialización del filtro:**

El filtro requiere como valores de inicialización una estimación de las variables de estado, la covarianza del error  $P$  y la covarianza del ruido  $Q$  y  $R$ .

El rendimiento del filtro puede ser mejorado ajustando la covarianza del ruido del proceso  $Q$  y la covarianza del ruido de la medida  $R$ . Los valores de las covarianzas  $Q$  y  $R$  determinan el peso relativo de la información del modelo y de las medidas y actúan como parámetros que permiten hacer un balance entre la respuesta dinámica del filtro frente a la sensibilidad al ruido. El cálculo de estas magnitudes puede no ser una tarea trivial y los valores teóricos no siempre producen los resultados más exactos. Las inexactitudes a la hora de modelar el sistema, los errores en las medidas, la correlación entre unos y otros o el modelado del ruido se deben tener en cuenta y no son fáciles de estimar. El efecto de los valores  $Q$  y  $R$  en las características del filtro de Kalman se pueden ver en la referencia [15]. Normalmente  $Q$  y  $R$  son constantes y se eligen de forma que el filtro converja lo más rápidamente posible. De esta forma las matrices  $P$  y  $K$  se estabilizan rápidamente y permanecen constantes, independientes de las medidas. En esta situación estos parámetros pueden ser precalculados off line.

**3.4.1. Aplicación del Filtro de Kalman al análisis de formas de onda**

El filtro de Kalman es ampliamente utilizado en sistemas de potencia para calcular las amplitudes y fases de los armónicos a partir de las muestras de tensión o corriente [16-19]. Es especialmente eficiente en procesamiento digital en tiempo real donde los datos de entrada están a menudo contaminados con ruido.

El primer paso para diseñar el filtro es modelar la señal a analizar en variables de estado. Básicamente existen dos modelos del filtro de Kalman dependiendo de las variables de estado elegidas:

**Modelo I**

Una señal de tensión o corriente con  $n-1$  armónicos puede ser expresada como:

$$\begin{aligned} z(k) &= \sum_{i=1}^n A_i \cos(iwkT_s + \theta_i) \\ &= \sum_{i=1}^n (A_i \cos \theta_i \cos iwkT_s - A_i \sin \theta_i \sin iwkT_s) \end{aligned} \quad [3.24]$$

siendo:  $A_i$  : la amplitud del armónico  $i$   
 $w$  :  $2\pi f$  rad/s  
 $\theta_i$  : la fase del armónico  $i$   
 $T_s$  : periodo de muestreo de la señal

Se eligen como variables de estado del armónico  $i$ :

$$\begin{aligned} x_{1i} &= A_i \cos \theta_i \\ x_{2i} &= A_i \sin \theta_i \end{aligned} \quad [3.25]$$

$x_{1i}$  representa la componente en fase del armónico  $i$   
 $x_{2i}$  representa la componente en cuadratura del armónico  $i$

Cada componente frecuencial se compone de dos variables de estado, con un total de  $2n$  variables de estado para  $n-1$  armónicos además de la componente fundamental.

La señal se expresa en función de las variables de estado como:

$$z(k) = \sum_{i=1}^n x_{1i} \cos iwkT_s - x_{2i} \sin iwkT_s \quad [3.26]$$

Se supone que la amplitud y la fase no varían apreciablemente entre muestra y muestra, y por tanto:

$$\begin{aligned} x_{1i}(k+1) &\approx x_{1i}(k) \\ x_{2i}(k+1) &\approx x_{2i}(k) \end{aligned} \quad [3.27]$$

Las ecuaciones de estado quedan por tanto:

$$x_k = \Phi_{k-1} x_{k-1} + w_{k-1} \quad [3.28]$$

y la salida es:

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad [3.29]$$

siendo:

$$x_k = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ \dots \\ x_{1n} \\ x_{2n} \end{bmatrix}_k \quad \Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad H_k = \begin{bmatrix} \cos wkT_s \\ -\text{sen } wkT_s \\ \dots \\ \cos nwkT_s \\ -\text{sen } nwkT_s \end{bmatrix}$$

$v_k$  : vector de covarianza del ruido.

$w_k$  : vector que describe la variación de las variables de estado debido al ruido blanco de entrada.

La amplitud y la fase de cada componente pueden ser calculadas a partir del estado estimado con las siguientes ecuaciones:

$$A_i = \sqrt{x_{i1}^2 + x_{i2}^2} \quad [3.30]$$

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{x_{i2}}{x_{i1}}\right) \quad [3.31]$$

## Modelo II

Considerar la señal de tensión o corriente con  $n-1$  componentes:

$$z(k) = \sum_{i=1}^n A_i \cos(iwkT_s + \theta_i) \quad [3.32]$$

Se eligen como variables de estado del armónico  $i$ :

$$\begin{aligned} x_{i1} &= A_i \cos(i\omega k T_s + \theta_i) \\ x_{i2} &= A_i \operatorname{sen}(i\omega k T_s + \theta_i) \end{aligned} \quad [3.33]$$

La señal se expresa en función de las variables de estado como:

$$z(k) = \sum_{i=1}^n x_{i1} \quad [3.34]$$

Se supone que la amplitud y la fase no varían apreciablemente entre muestra y muestra, por tanto:

$$\begin{aligned} x_{i1}(k+1) &= A_i \cos(i\omega k T_s + i\omega T_s + \theta_i) \\ &= A_i \cos(i\omega k T_s + \theta_i) \cos i\omega T_s - A_i \operatorname{sen}(i\omega k T_s + \theta_i) \operatorname{sen} i\omega T_s \end{aligned} \quad [3.35]$$

$$\begin{aligned} x_{i2}(k+1) &= A_i \operatorname{sen}(i\omega k T_s + i\omega T_s + \theta_i) \\ &= A_i \operatorname{sen}(i\omega k T_s + \theta_i) \cos i\omega T_s + A_i \cos(i\omega k T_s + \theta_i) \operatorname{sen} i\omega T_s \end{aligned} \quad [3.36]$$

de esta forma:

$$x_{i1}(k+1) = x_{i1}(k) \cos i\omega T_s - x_{i2}(k) \operatorname{sen} i\omega T_s \quad [3.37]$$

$$x_{i2}(k+1) = x_{i1}(k) \operatorname{sen} i\omega T_s + x_{i2}(k) \cos i\omega T_s \quad [3.38]$$

Las matrices  $\Phi$  y  $H$  son:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \cos \omega T_s & -\operatorname{sen} \omega T_s & \cdots & 0 & 0 \\ \operatorname{sen} \omega T_s & \cos \omega T_s & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cos n\omega T_s & -\operatorname{sen} n\omega T_s \\ 0 & 0 & \cdots & \operatorname{sen} n\omega T_s & \cos n\omega T_s \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Los filtros de Kalman se han propuesto como una herramienta de procesamiento para detectar huecos de tensión y estimar la magnitud de la tensión de alimentación durante el hueco.

En la referencia [20] se analizan las características de filtros de Kalman de distinto orden. Una primera opción es utilizar un modelo que describe solamente la componente fundamental (50Hz). Tiene como ventaja su rapidez de cálculo y cualquier cambio en la forma de onda de la

tensión es rápidamente seguida por el modelo, pero presenta el inconveniente de que si la señal tiene armónicos el filtro es inestable y además en caso de cualquier perturbación, la estimación de la tensión puede ser muy diferente del valor real. La segunda opción es utilizar un modelo del sistema de mayor grado en el que se incluyan los armónicos, es más lento pero más fiable, pues la energía de un repentino cambio de amplitud se expande sobre todas las frecuencias del modelo. Además los transitorios de alta frecuencia que pueden existir se observarían en los armónicos.

En las referencias [21-23] los mismos autores proponen un sistema experto para clasificar y analizar los huecos de tensión en función de sus causas, empleando un filtro de Kalman para la segmentación de las diferentes etapas de la tensión durante el evento. El modelo de señal que emplean incluye a la componente fundamental y un número de armónicos suficientemente grande para contener tanto los armónicos generados por la carga como los producidos por la energización de los transformadores. Como criterios de detección y de segmentación emplean los residuos del modelo (la diferencia en cada instante entre el valor del vector de estado y la estimación actualizada de ese vector de estado). Esta magnitud presenta grandes variaciones en las transiciones y permanece prácticamente nula en los intervalos entre transiciones. El sistema lo aplican a registros previamente obtenidos por registradores de la energía eléctrica.

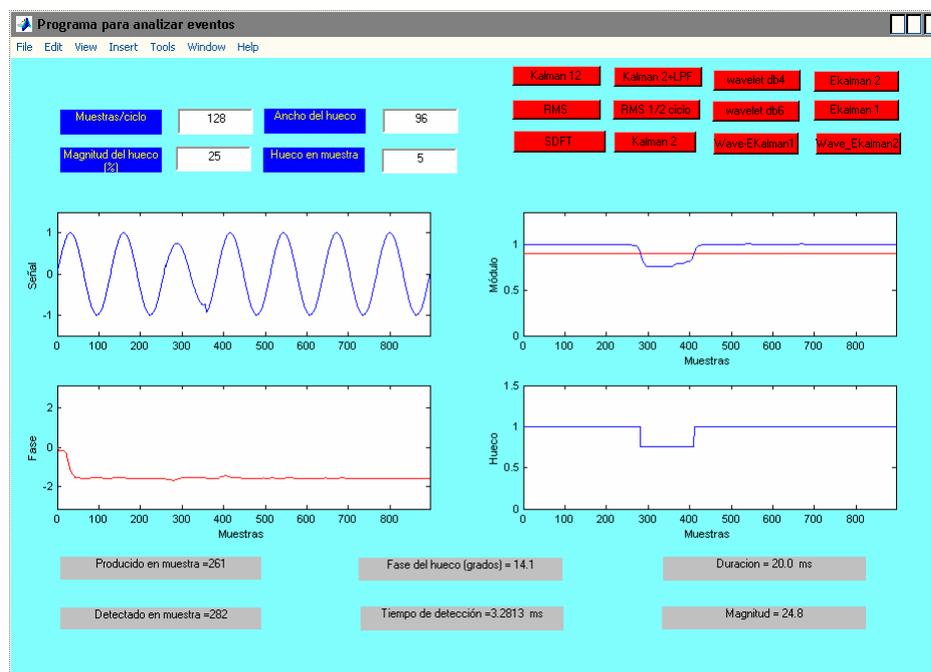
En la referencia [24] se presenta un sistema de tiempo real que utiliza tres filtros de Kalman de 12 estados, uno por fase, para la detección automática y el análisis de la tensión de alimentación en un sistema trifásico, y en la referencia [25] los resultados obtenidos durante varios meses de monitorización en la aplicación del método anterior a la detección y análisis de los eventos en la red de distribución. Dichos resultados se clasifican estadísticamente en la forma propuesta por UNIPEDA. También se analiza el efecto de estos eventos en los equipos conectados a la red de distribución.

### **3.4.2. Detección y evaluación de eventos en la tensión de alimentación empleando el filtro de Kalman**

Se han realizado distintas simulaciones empleando filtros de Kalman de distinto orden para evaluar las propiedades de detección y análisis de eventos en la tensión de alimentación. Se ha empleado un filtro de primer orden (Kalman 2) (dos estados con las componentes en fase y en cuadratura de la componente fundamental de la señal), un filtro de primer orden seguido de un filtro paso bajo con frecuencia de corte de 50 Hz (Kalman 2 + LPF) y un filtro de Kalman de sexto orden (Kalman 12), modelando las componentes en fase y en cuadratura de la componente

fundamental y de los armónicos impares, desde el tercero hasta el undécimo, de la tensión de alimentación (en esta opción no se ha considerado introducir armónicos de orden superior en el modelo de tensión, puesto que su magnitud es normalmente muy pequeña y no influyen significativamente en el resultado final).

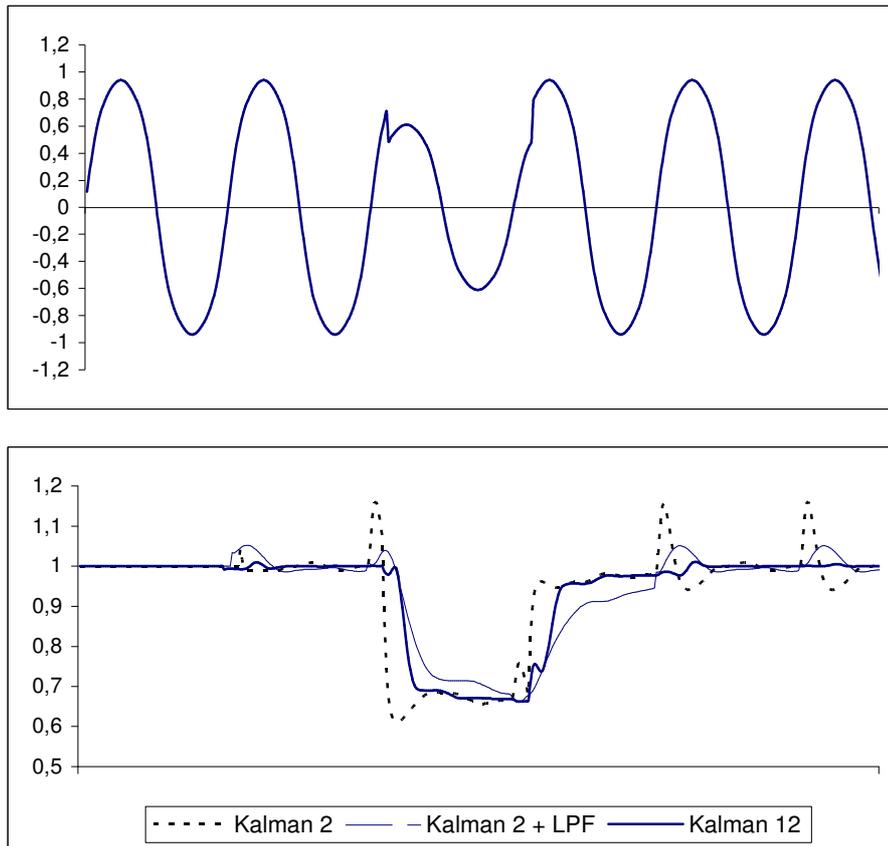
La figura 3.23 representa la pantalla de interfase de usuario para realizar estas simulaciones (botones Kalman 2, Kalman 2 +LPF y Kalman 12). Además de la forma de onda de la tensión de alimentación se representan la magnitud y la fase de la componente fundamental calculadas con un filtro de Kalman de 12 estados



**Figura 3.23.** Pantalla de interfase de usuario con los resultados obtenidos con el filtro de Kalman de 12 estados en la detección y análisis de una señal con un hueco

De las tres opciones de filtro de Kalman se ha comprobado que la que presenta mejores resultados en el análisis de eventos es el filtro de Kalman de 12 estados. El filtro de Kalman de 2 estados con un filtro paso bajo tiene como ventajas su estabilidad pero su inconveniente es su lenta respuesta ante cualquier evento que presente la señal, es por ello que, comparativamente, presenta los peores tiempos de detección de huecos de los tres filtros. El filtro de Kalman de 2 estados es el más rápido en la detección del evento, pero si la señal tiene armónicos puede llegar a desengancharse y detectar eventos falsos. El filtro de Kalman de 12 estados es más lento que el filtro de Kalman de 2 estados pero es más estable que los otros dos y más rápido que el filtro Kalman2 +LPF.

La figura 3.24 muestra un hueco en una señal sinusoidal con presencia de dos armónicos (8% del tercer armónico y 2% del quinto), y la tensión calculada por los tres filtros. En ella se observa que el filtro Kalman 2 se desengancha antes, durante y después del hueco, debido a la presencia de armónicos no modelados en el filtro. El filtro Kalman 2 + LPF presenta un forma de onda “más plana”, pero es el más lento en su respuesta en la detección del comienzo y final del hueco.



**Figura 3.24.** Comparativa en el seguimiento de un hueco con Kalman 2, Kalman 2 + LPF y Kalman 12

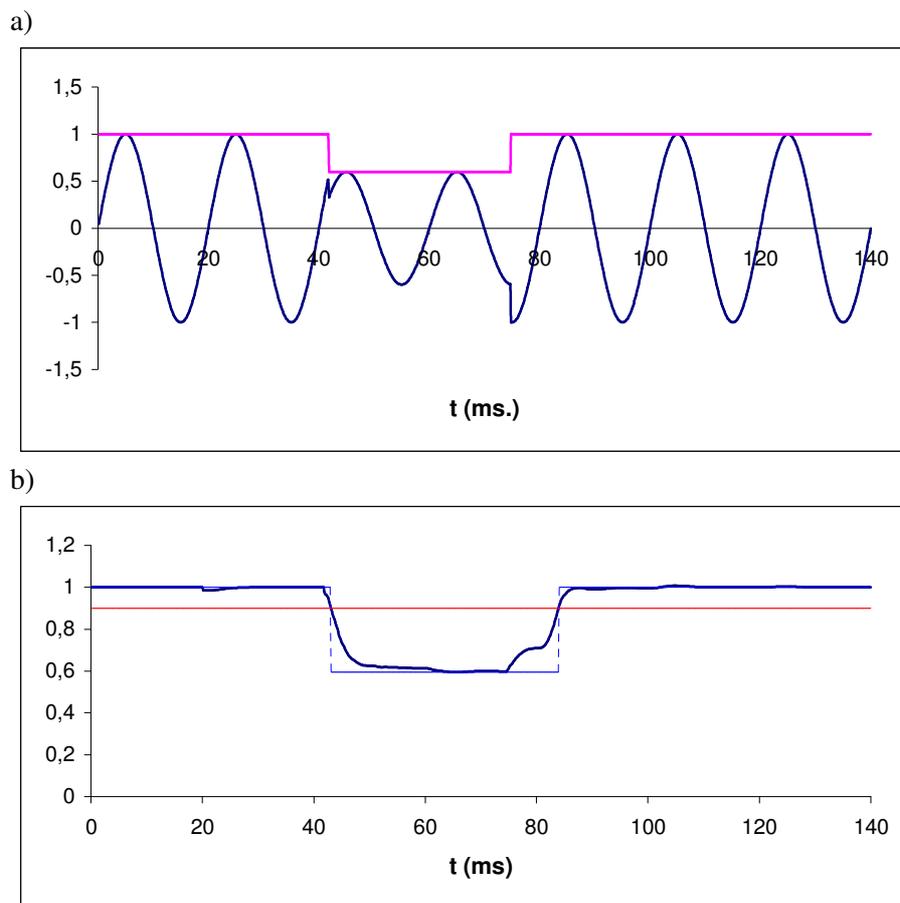
La estabilidad y rapidez del filtro dependen también de los valores iniciales que se asignen a X, P, Q y R. Los valores iniciales de la componente fundamental y de los armónicos se han obtenido midiendo el valor medio de las componentes armónicas en la red de distribución de baja tensión en nuestro edificio y como valor de la covarianza del error, el cuadrado de la dispersión de cada magnitud. Dichos valores se presentan en la tabla 3.9.

<i>Orden del armónico</i>	<i>1°</i>	<i>3°</i>	<i>5°</i>	<i>7°</i>	<i>9°</i>	<i>11°</i>
<i>Estimación inicial de X (p.u.)</i>	1	0.5	2.7	1.1	0.3	0.2
<i>Estimación inicial de P (p.u.)</i>	50	1.5	5	1.75	0.05	0.01

**Tabla 3.9.** Estimaciones iniciales de los valores de las matrices X y P

En cuanto a los valores iniciales de la matriz de covarianza del error y de la matriz de covarianza del ruido,  $Q$  y  $R$ , teniendo en cuenta la referencia [18], se ha comprobado experimentalmente que para la aplicación desarrollada es la relación  $Q/R=0.45$  quien da mejores resultados en la respuesta del filtro de Kalman de 12 estados a un evento.

En la figura 3.25 aparecen conjuntamente una señal con un hueco 40% de magnitud y una duración de 33 ms y el cálculo de la magnitud de la componente fundamental, realizado con el algoritmo de Kalman de 12 estados (figura 3.25b). En ella se observa que la detección del comienzo del hueco es muy rápida, en cambio es más lenta la detección del final del hueco.



**Figura 3.25.** Aplicación del filtro de Kalman de 12 estados a la detección de un hueco simulado. a) Hueco de tensión de magnitud 40% b) Seguimiento de un hueco de tensión con el filtro de Kalman.

Los resultados obtenidos por el filtro son los siguientes: tiempo de detección 1.25 ms, duración 40.8 ms y magnitud 40.4%.

Para evaluar las características del método del filtro de Kalman en la detección y análisis de eventos en la tensión de alimentación, se han simulado huecos de tensión de distinta magnitud,

duración y punto de onda de comienzo, en una señal sinusoidal pura de 50 Hz y 230 V de valor eficaz. En cada simulación se han calculado el valor de la magnitud del hueco, el tiempo de detección y la duración del hueco.

Los parámetros que se han estudiado a partir de los resultados obtenidos son: el error máximo en la magnitud del hueco, la mínima profundidad del hueco para su detección, el máximo tiempo de su detección, la influencia de la fase en que se produce el hueco en el cálculo de sus parámetros y los valores medios del tiempo de detección, la duración y la magnitud.

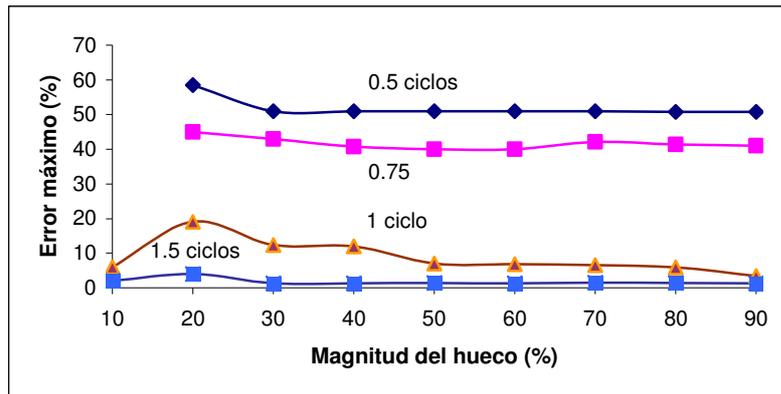
### Error máximo en el cálculo de la magnitud del hueco:

La tabla 3.10 y la figura 3.26 muestran respectivamente, los errores máximos cometidos en el cálculo de la magnitud aplicando un filtro de Kalman de 12 estados a señales con huecos de distinta magnitud y distinta duración.

Como se puede ver en la figura 3.26 y en la tabla 3.10, el máximo error en la determinación de la magnitud del hueco con el filtro de Kalman es mayor para los huecos de menor duración. Para el caso de huecos de medio ciclo (10 ms), el error máximo en la magnitud del hueco oscila desde el 50.75% hasta el 58.5%. Para los huecos de tensión de una duración de 0.75 ciclos (15 ms), el error en la magnitud del hueco puede variar desde el 40% hasta el 45%. En huecos de un ciclo de duración (20 ms), el error máximo en la magnitud se encuentra en un rango del 3.44% y el 19%. Por último, el error mayor en la determinación de la magnitud del hueco es de hasta un 4% para huecos de un ciclo y medio o mayor duración, independientemente de su magnitud y del punto de la onda de comienzo del hueco.

<i>Magnitud hueco (%)</i>	<i>Máximo error en magnitud (%)</i>			
	<i>0.5 ciclos</i>	<i>0.75 ciclos</i>	<i>1 ciclo</i>	<i>1.5 ciclos</i>
<i>10</i>	-	-	6	2
<i>20</i>	58.5	45	19	4
<i>30</i>	51	43	12.33	1.33
<i>40</i>	51	40.75	12	1.25
<i>50</i>	51	40	7	1.4
<i>60</i>	51	40	6.83	1.33
<i>70</i>	51	42.14	6.57	1.43
<i>80</i>	50.75	41.38	5.87	1.37
<i>90</i>	50.75	41	3.44	1.33

**Tabla 3.10.** Máximo error en la determinación de la magnitud del hueco para huecos de 0.5 a 1.5 ciclos de duración con el filtro de Kalman de 12 estados.



**Figura 3.26.** Curvas del máximo error en la determinación de la magnitud en huecos de 0.5 a 1.5 ciclos de duración con filtro Kalman de 12 estados.

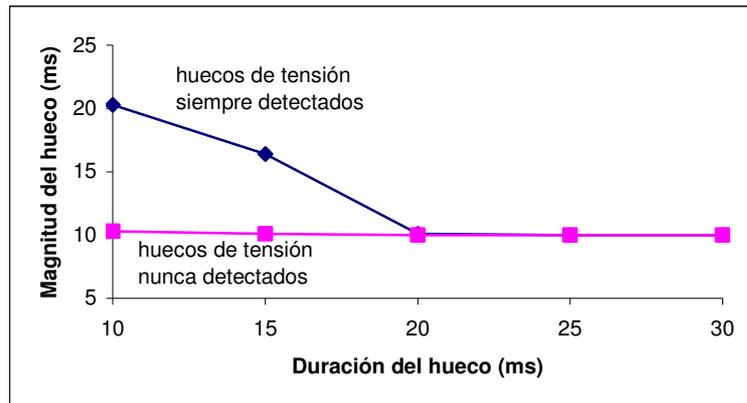
**Mínima profundidad del hueco para su detección**

La tabla 3.11 y la figura 3.27 muestran respectivamente, la mínima profundidad de un hueco de tensión, en función de su duración, necesaria para asegurar una probabilidad de detección del hueco del 100%, independientemente del punto de la onda de comienzo del hueco.

<i>Mínima magnitud-duración para 100% detección</i>		<i>Máxima magnitud-duración para 100% no-detección</i>	
<i>Duración (ms)</i>	<i>Magnitud (%)</i>	<i>Duración (ms)</i>	<i>Magnitud (%)</i>
10.00	20.32	10.00	10.30
15.00	16.35	15.00	10.10
20.00	10.10	18.75	10.00
25.00	10.02		
26.09	10.00		

**Tabla 3.11.** Mínima/máxima magnitud-duración para 100% detección/no-detección de huecos con el filtro de Kalman de 12 estados

Todos los huecos de tensión que se encuentren por encima de la curva superior de la figura 3.27 tienen una probabilidad de detección del 100% empleando el filtro de Kalman de 12 estados. Por el contrario, la curva inferior de la figura representa la máxima profundidad de un hueco de tensión, en función de su duración, para los huecos de tensión que tienen una probabilidad del 100% de no detección empleando el filtro de Kalman. Todos los huecos de tensión por debajo de esta curva, independientemente del punto de la onda de comienzo, quedan sin detectar.



**Figura 3.27.** Curvas de magnitud – duración para 100% probabilidad de detección o no detección de huecos de tensión empleando el filtro de Kalman de 12 estados.

Para que cualquier hueco de tensión del 10% pueda ser detectados por el filtro de Kalman debe tener una anchura mínima de 26.09 ms. En cambio, ningún hueco de tensión del 10% que tenga una anchura de inferior 18.75 ms será detectado.

Los huecos de tensión en el rango magnitud – duración comprendidos entre las dos curvas límites de la figura 3.27, tienen distinta probabilidad de detección/no-detección dependiendo del instante de comienzo del hueco.

### Tiempo de detección máximo

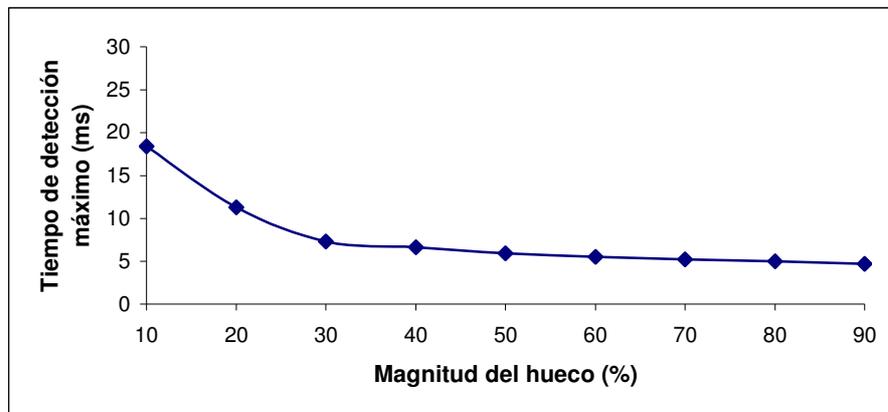
La tabla 3.12 y la figura 3.28 muestran, respectivamente, los tiempos máximos en la detección del hueco obtenidos empleando el método de Kalman de 12 estados, para las magnitudes de huecos que varían desde el 10% al 90%.

Como puede observarse, el tiempo de detección máximo es independiente de la duración del hueco y disminuye cuanto mayor es la magnitud del hueco.

Si comparamos los resultados obtenidos con los métodos anteriores, se concluye que son notablemente mejores que los obtenidos por el  $U_{rms(1/2)}$  y ligeramente mejores que los del método SDFT.

<i>Magnitud hueco (%)</i>	<i>Tiempo de detección máximo (ms)</i>			
	<i>0.5 ciclos</i>	<i>0.75 ciclos</i>	<i>1 ciclo</i>	<i>1.5 ciclos</i>
<b>10</b>	-	-	18.4	18.4
<b>20</b>	11.3	11.3	11.3	11.3
<b>30</b>	7.3	7.3	7.3	7.3
<b>40</b>	6.6	6.6	6.6	6.6
<b>50</b>	5.9	5.9	5.9	5.9
<b>60</b>	5.5	5.5	5.5	5.5
<b>70</b>	5.2	5.2	5.2	5.2
<b>80</b>	5.0	5.0	5.0	5.0
<b>90</b>	4.7	4.7	4.7	4.7

**Tabla 3.12.** Tiempo de detección máximo en huecos de 0.5 a 1.5 ciclos de duración con el filtro de Kalman de 12 estados

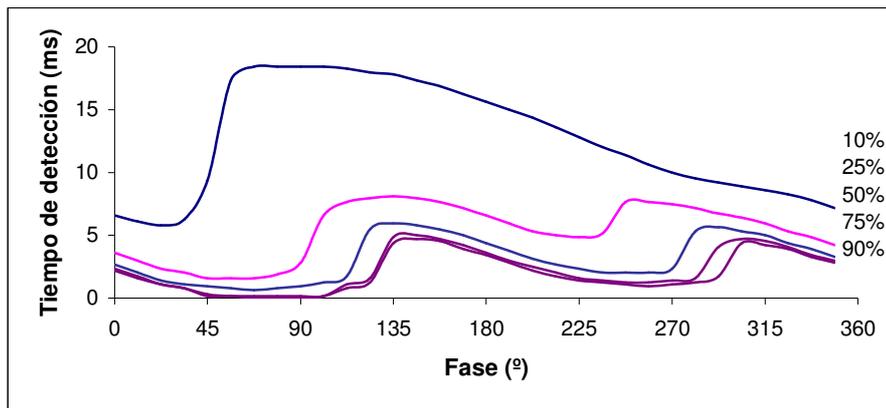


**Figura 3.28.** Máximo tiempo en la detección de huecos de distinta magnitud con el filtro de Kalman de 12 estados.

### **Influencia del punto de comienzo del hueco en el cálculo de sus parámetros**

Como ejemplo de la fuerte dependencia del punto de la fase de la señal en la que se produce el hueco en los resultados obtenidos por Kalman 12 se han estudiado huecos de magnitud variable (10%, 25%, 50%, 75% y 90%) en señales sinusoidales de 50 Hz sin armónicos. Los huecos son de 1 ciclo de duración (20 ms) y producidos en distinta fase de la señal. La velocidad de muestreo es de 128 muestras/ciclo. Los parámetros calculados son: el tiempo de detección del hueco, la duración y la magnitud del hueco

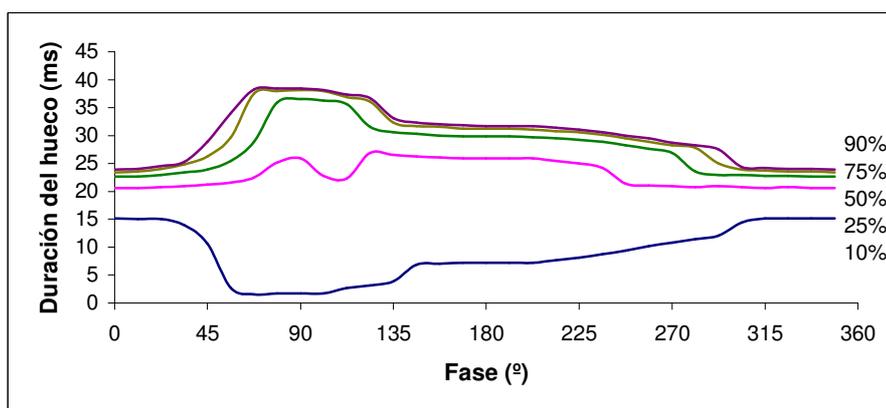
Se ha analizado la dependencia del tiempo de detección del hueco y la fase del instante en que se produce dicho hueco, en huecos de distinta magnitud, obteniéndose los resultados de la figura 3.29.



**Figura 3.29.** Tiempo de detección del hueco en función de la fase con el filtro de Kalman de 12 estados.

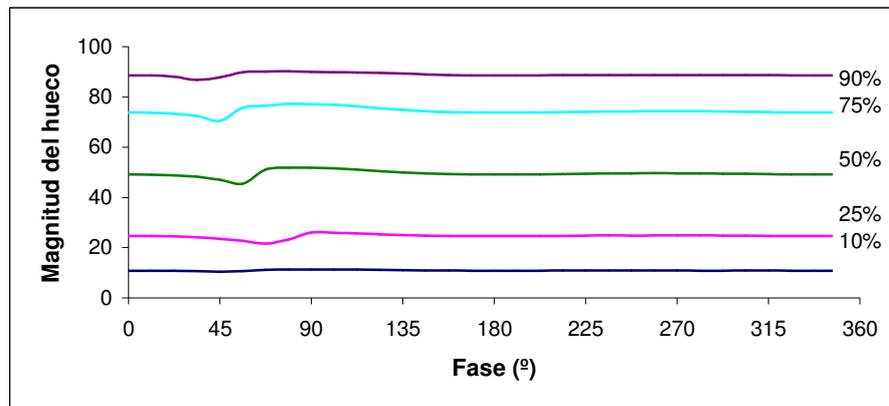
En la figura 3.29 se observa que el tiempo de detección del hueco depende bastante de la fase en que se produce, especialmente si el hueco es de pequeña magnitud. Para huecos de pequeña magnitud puede haber una diferencia de hasta 12 ms en el cálculo del tiempo de detección dependiendo de la fase en que se produzca. En huecos de gran magnitud, la detección es muy rápida, aunque también dependiente de la fase del hueco (puede haber hasta 5 ms de diferencia en su tiempo de detección).

En la figura 3.30 se muestra el cálculo de la duración del hueco con Kalman de 12 estados en función de la fase de la señal en que este se produce. Se observa como dicha medida depende de forma importante de la fase y además, debido a la lentitud del filtro en la determinación del final del evento, el error cometido es importante.



**Figura 3.30.** Medida de la duración de un hueco en función de la fase con el filtro de Kalman de 12 estados.

En la figura 3.31 se muestra el cálculo de la magnitud del hueco con Kalman de 12 estados en función de la fase de la señal en que este se produce. En ella se observa que en general dicho cálculo es correcto casi siempre, pero el error puede ser de hasta un 10% si el hueco es de magnitud de un 90% y se produce en una fase de 90°.



**Figura 3.31.** Medida de la magnitud en función de la fase con el filtro de Kalman de 12 estados en huecos de 1 ciclo de duración

### Valores medios del tiempo de detección, duración y magnitud obtenidos por Kalman 12

Se ha realizado un estudio estadístico aplicando un filtro Kalman de 12 estados a huecos de 1 ciclo de duración, magnitudes del 10% al 90% y distinto punto de comienzo con el objetivo de calcular los valores medios del tiempo de detección, la duración y la magnitud, así como las desviaciones estándar y los errores cometidos. En la tabla 3.13 se muestran los resultados obtenidos.

	10%	25%	50%	75%	90%
<i>Tiempo de detección (ms)</i>	12.27	5.15	3.03	2.20	1.94
<i>Desviación estándar</i>	4.51	2.22	1.78	1.62	1.54
<i>Duración del hueco (ms)</i>	8.63	22.35	26.89	28.69	29.43
<i>Desviación estándar</i>	4.81	2.41	4.46	4.89	4.86
<i>Error en la duración (%)</i>	56.85	11.75	34.47	43.86	47.18
<i>Magnitud del hueco (%)</i>	10.57	23.83	48.07	72.18	86.19
<i>Desviación estándar</i>	0.21	0.85	1.22	1.34	0.69
<i>Error en la magnitud (%)</i>	5.71	4.69	3.87	3.75	4.23

**Tabla 3.13.** Resultados obtenidos por el filtro de Kalman de 12 estados en huecos de 1 ciclo y distinta magnitud.

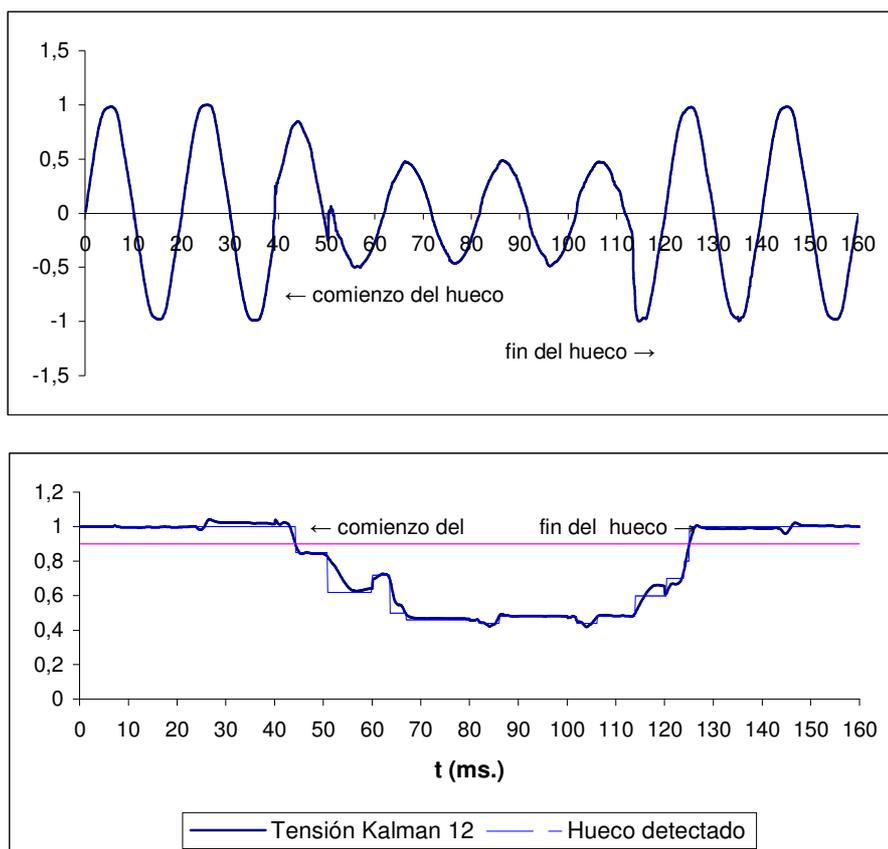
De los resultados obtenidos en la tabla 3.13 se deduce que el error en la duración es mayor cuanto mayor sea la magnitud del hueco. Esto es debido a que aunque el filtro de Kalman es

rápido en la detección del comienzo del hueco, es lento en la detección del final del hueco, incrementándose por este motivo la medida de la duración del hueco.

Si comparamos los resultados obtenidos con los resultados del método  $U_{rms(1/2)}$  y SDFT se concluye que el filtro de Kalman proporciona mejores resultados que éstos en el tiempo de detección y en la duración. Respecto a la magnitud, sus resultados son mejores que el método  $U_{rms(1/2)}$  pero son peores que el método SDFT.

### 3.4.3. Aplicación filtro de Kalman eventos reales

Por último se ha aplicado el algoritmo de Kalman 12 a un hueco de tensión medido en la red de distribución de baja tensión en nuestro edificio. En la figura 3.32 se muestra un hueco de tensión y el valor de la componente fundamental obtenida por el filtro de Kalman de 12 estados.



**Figura 3.32.** Seguimiento de un hueco real por el filtro de Kalman de 12 estados.

De la inspección visual del hueco de la figura 3.32, el hueco parece comenzar en el instante  $t_1 = 38$  ms y finaliza en el instante  $t_2 = 118$  ms, teniendo por tanto una duración de 80 ms. Al inicio

del hueco hay un pequeño escalón de tensión. El filtro Kalman 12 detecta el comienzo del hueco en el instante  $t_3 = 45$  ms y el final en  $t_4 = 125$  ms, con lo que la duración del hueco es de 80 ms. Hay pues un tiempo de detección de 7 ms (0.35 ciclos de señal) y no hay error en la medida de la duración del hueco. La magnitud medida del hueco es la correcta.

#### **3.4.4. Limitaciones del método**

El principal inconveniente que presenta el método del filtro de Kalman es que establece un modelo lineal del sistema que produce muy buenos resultados en estado estacionario, pero que en caso de producirse un evento, y debido a que hay una variación en la frecuencia de la señal, el filtro se inestabiliza y puede proporcionar resultados imprevisibles, llegando incluso a desengancharse.

Otra limitación es su alta dependencia de la fase del instante en que se produce el evento. Como puede verse en las figuras 3.29 y 3.30, tanto el tiempo de detección como el cálculo de la duración del hueco verían ostensiblemente dependiendo de dicha fase.

Finalmente hay que indicar la lentitud en la respuesta del filtro al escalón de subida del final del hueco, lo que proporciona un error significativo en el cálculo de la duración del hueco.

#### **3.4.5. Conclusiones**

Tomando como base los resultados obtenidos en la aplicación del método Kalman 12 a huecos de tensión se concluye que es un método más rápido que el  $U_{rms(1/2)}$  y el SDFT en la detección del comienzo del evento. Además, a diferencia de los anteriores métodos, el filtro es capaz de seguir las variaciones no muy rápidas en la forma de onda de la tensión, proporcionando valores de tensión mucho más ajustados a la realidad. Así el filtro detecta la presencia de escalones, aunque es especialmente lento cuando el escalón de subida es muy brusco.

---

### 3.5. EL MÉTODO DE LA TRANSFORMADA WAVELET

---

Las herramientas de análisis tradicionales han sido muy útiles para el análisis de la distorsión de las señales de potencia en estado estacionario, sin embargo se necesita una herramienta más potente para analizar sistemas que presenten distorsiones no estacionarias.

La Transformada de Fourier, FT, es una herramienta matemática muy potente en su aplicación al análisis de señales pues permite conocer el contenido frecuencial de una señal. Su expresión analítica se muestra en la ecuación 3.39

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad [3.39]$$

La información que se obtiene mediante esta transformada corresponde al contenido frecuencial de la señal, es por ello que solo es aplicable a señales estacionarias, es decir, señales cuyo contenido frecuencial no varíe con el tiempo. Cuando la señal no es estacionaria, como ocurre con los eventos de la tensión de alimentación, se necesita conocer la información temporal y frecuencial simultáneamente, lo que significa disponer de una representación tiempo-frecuencia de la señal y por ello la Transformada de Fourier es inadecuada. Para resolver este problema, se introdujo la Short-Time Fourier Transform (STFT).

La STFT es una versión modificada de la Transformada de Fourier. Aquí la señal no estacionaria es dividida en pequeños trozos, en los que se supone que la señal sí es estacionaria, y a los cuales se aplica la FT. Esto se realiza utilizando una función ventana de anchura  $w$  que va siendo desplazada y multiplicada con la señal. Su expresión matemática se indica a continuación:

$$STFT(b, f) = \int_t [x(t) w^*(t-b)] e^{-j2\pi ft} dt \quad [3.40]$$

siendo  $w(t)$  la función ventana de anchura finita y  $b$  es el parámetro de traslación de la ventana.

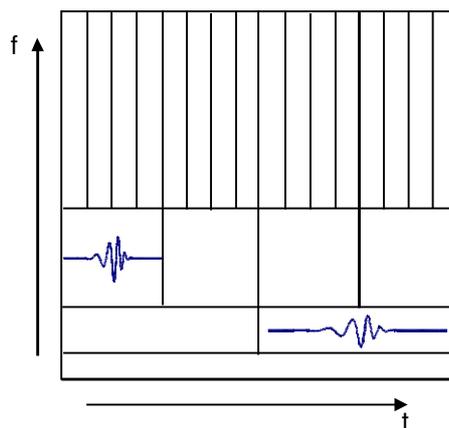
El inconveniente con la STFT estriba en que el Principio de Incertidumbre de Heisenberg establece que es imposible conocer exactamente qué frecuencias existen en un determinado instante: se pueden conocer bandas de frecuencia en un intervalo de tiempo pero no es posible obtener una representación exacta tiempo-frecuencia de la señal. Esto conduce a establecer un compromiso entre la resolución temporal y la resolución frecuencial.

Dependiendo de la aplicación hay que elegir una ventana apropiada para el análisis: si la ventana es estrecha la resolución temporal es buena pero la resolución frecuencial es pobre, siendo difícil saber exactamente las componentes frecuenciales que existen en la señal, si la ventana es ancha, mejora la resolución frecuencial, pero la resolución temporal es pobre, además una ventana ancha puede violar la condición de estacionariedad. Además, una vez que la función ventana se ha establecido, las resoluciones frecuenciales y temporales son fijas para todas las frecuencias durante todo el tiempo.

Al contrario que la STFT, la Transformada wavelet, WT, analiza la señal a diferentes frecuencias con diferentes resoluciones, es decir, cada componente espectral no es analizada con la misma resolución. La WT utiliza ventanas estrechas en frecuencias altas y ventanas anchas en bajas frecuencias.

El resultado es un análisis multirresolución, en el cual la señal se analiza con diferentes resoluciones a diferentes frecuencias. De esta forma la resolución temporal y la resolución frecuencial varían en el plano tiempo-frecuencia sin violar el Principio de Incertidumbre de Heisenberg. En la Transformada Wavelet, cuando la frecuencia aumenta, la resolución temporal disminuye y cuando la frecuencia disminuye, la resolución temporal aumenta.

Debido a que la WT incluye información relacionada con el tiempo y la frecuencia, la representación gráfica de esta transformada se realiza en un plano denominado plano tiempo-frecuencia, como se muestra en la figura 3.33:



**Figura 3.33.** Segmentación del plano tiempo-frecuencia con WT

Cada celda en la figura representa una porción igual del plano tiempo-frecuencia, pero dando diferentes proporciones al tiempo y a la frecuencia, aunque el área sea constante. A baja frecuencia, la altura del rectángulo es menor (lo que implica una mejor resolución frecuencia) pero la anchura es grande (lo que se corresponde con una pobre resolución temporal). A alta frecuencia la anchura del rectángulo decrece y la altura aumenta, i.e., la resolución frecuencial es menor y la resolución temporal es mayor. De esta forma se obtiene una resolución ‘fina’ en frecuencia y ‘gruesa’ en tiempo para señales de baja frecuencia y una resolución ‘fina’ en tiempo y ‘gruesa’ resolución en frecuencia para señales de alta frecuencia.

El análisis wavelet permite desvelar aspectos de una señal que las otras técnicas de análisis no revelan. Así es un análisis apropiado para conocer tendencias, puntos de ruptura, discontinuidades... de una señal. Debido a estas ventajas de la Transformada Wavelet en el análisis y procesado de señales no estacionarias, sus aplicaciones se han incrementado considerablemente en los últimos años a campos como el procesado de voz, procesado de imagen, compresión de datos, comunicaciones, procesado de señales sísmicas o geológicas, procesado de señales médicas etc.

En los sistemas de potencia, las señales pueden presentar variaciones temporales de frecuencia, huecos de tensión, sobretensiones, interrupciones... etc., y es por ello que la Transformada Wavelet es una herramienta muy apropiada para detectar los eventos que puedan producirse en dichas señales. De hecho, su utilización ha ido incrementándose progresivamente en los últimos años.

### 3.5.1. La Transformada Wavelet Continua, CWT

La Transformada Wavelet Continua CWT se define mediante la siguiente ecuación:

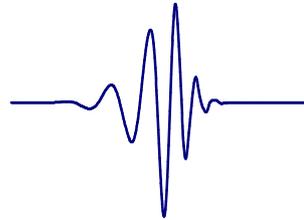
$$X_{WT}(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \Psi_{a,b}(t) dt \quad [3.41]$$

siendo  $x(t)$  la señal analizar y

$$\Psi_{a,b} = a^{-1/2} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad [3.42]$$

la wavelet madre o función básica.

La función  $\Psi$ , “wavelet madre”, es una función ventana de longitud finita corta y de naturaleza oscilatoria, lo que significa que su promedio es cero y decae rápidamente en ambos extremos. Esto asegura que la integral en [3.41] es finita, y da el nombre *wavelet* o *pequeña onda* a la transformada.



**Figura 3.34.** Función wavelet Daubechies 8

El objetivo de la investigación actual en teoría de wavelets es crear una función wavelet madre que proporcione una información eficiente y una descripción útil de la señal de interés. Basándose en las características de las funciones wavelet, es posible determinar que wavelet es más adecuada en determinada aplicación.

La Transformada Wavelet depende de dos parámetros:

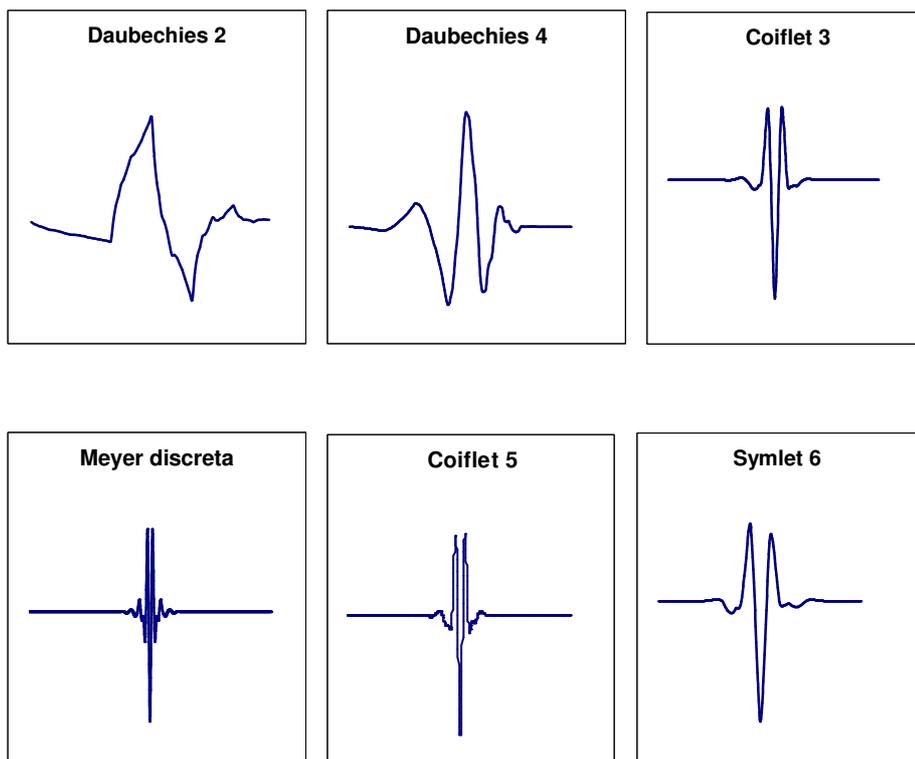
- El parámetro  $b$ , traslación, está relacionado con el desplazamiento de la ventana a lo largo del dominio temporal de la señal y por tanto este término corresponde a la información temporal de la señal.
- El parámetro  $a$ , escala, es definido como  $[1/frecuencia]$  y corresponde a la información frecuencial. El escalado es una operación matemática que dilata o comprime una señal. Las escalas pequeñas corresponden a señales comprimidas (alta frecuencia) y las escalas grandes a señales dilatadas (baja frecuencia). Si  $a > 1$  la señal se contrae y si  $a < 1$  la señal se expande.

En la mayoría de las aplicaciones con wavelets, se requiere que la señal original sea sintetizada a partir de los coeficientes wavelet. Esta condición se conoce como reconstrucción perfecta. En algunos casos, sin embargo, como en el análisis de eventos en señales de potencia, este requerimiento no es necesario. En el caso de que se requiera una reconstrucción perfecta, si se utilizan el mismo conjunto de wavelet para el análisis que para la síntesis, las wavelets deben satisfacer la condición de ortogonalidad:

$$\Psi_{j,k}(t)\Psi_{m,n}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } j = m, k = n \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad [3.43]$$

Para que  $\Psi(t)$  pueda ser wavelet madre debe satisfacer una serie de condiciones: i) tiene que ser continua e integrable ii) tiene que tener una Transformada de Fourier  $\Psi(w) = 0$  para  $w < 0$ , iii) tiene que cumplir que  $\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(t) dt = 0$  y  $\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(w)|^2 / w dw < \infty$

Investigadores en matemáticas aplicadas, comunicación y procesado de señal e imagen han desarrollado muchas wavelets y todavía hoy se están diseñando nuevas wavelets con características concretas. Algunas de las wavelets madres más utilizadas se muestran en la figura 3.35.



**Figura 3.35.** Selección de algunas de las wavelets madre más utilizadas

La Transformada Wavelet Continua CWT proporciona una medida de la correlación o similitud entre la wavelet a diferentes escalas y la señal (con la escala, o frecuencia, como medida de similaridad entre ambas). La CWT se calcula cambiando la escala de la ventana de análisis, desplazándola en el tiempo, multiplicándola por la señal e integrando en el tiempo. Puesto que la transformación se consigue dilatando y trasladando la wavelet madre en forma continua, se

genera información redundante. Es por ello que las operaciones de dilatación y traslación se discretizan, seleccionando los valores  $a = a_0^m$  y  $b = nb_0 a_0^m$ , donde  $a_0$  y  $b_0$  son constantes fijas tal que  $a_0 > 1$  y  $b_0 > 0$  y  $m, n \in \mathbb{Z}$ . Así, la wavelet madre discretizada es:

$$\Psi_{m,n} = a_0^{-m/2} \Psi\left(\frac{t - nb_0 a_0^m}{a_0^m}\right) \quad [3.44]$$

### 3.5.2. La Transformada Wavelet discreta, DWT

La DWT es una versión muestreada de la CWT, y en su cálculo se reducen significativamente el tiempo y los recursos empleados por la CWT, además es sencilla de implementar y proporciona suficiente información para el análisis y síntesis de una señal.

Su ecuación es:

$$DWT_{\Psi} X[m,n] = \frac{1}{\sqrt{a_0^m}} \sum_k x[k] \Psi\left[\frac{n - ka_0^m}{a_0^m}\right], \quad a = a_0^m \quad b = ka_0^m \quad [3.45]$$

donde  $\Psi$  es la wavelet madre,  $x$  es la señal a analizar y  $a$  y  $b$  son los parámetros de escalado y traslación

Seleccionando  $a$  y  $b$  adecuadamente la familia de wavelets constituye una base ortonormal de  $L^2(\mathbb{R})$  y con ello se consigue información no redundante y salida única.

### 3.5.3. El Análisis Multirresolución (MRA) de una señal

El Análisis Multirresolución o algoritmo piramidal se desarrolló para descomponer una señal discreta y obtener una representación tiempo-escala. La formulación multirresolución necesita dos funciones básicas relacionadas, además de la wavelet  $\Psi(t)$  se requiere otra función denominada *función escalado*  $\varphi(t)$ . De esta forma la señal  $x(t)$  se puede desarrollar en series en las cuales se utilizan las funciones  $\Psi(t)$  y  $\varphi(t)$

$$x(t) = \sum_k c_k \varphi_{j_0,k}(t) + \sum_k \sum_{j=j_0}^{\infty} d_{jk} \Psi_{j,k}(t) \quad [3.46]$$

en esta expansión, los coeficientes  $c_k$  se denominan *coeficientes de aproximación* en la escala  $j_0$  y los coeficientes  $d_{jk}$  representan el *detalle* de la señal a diferentes escalas.

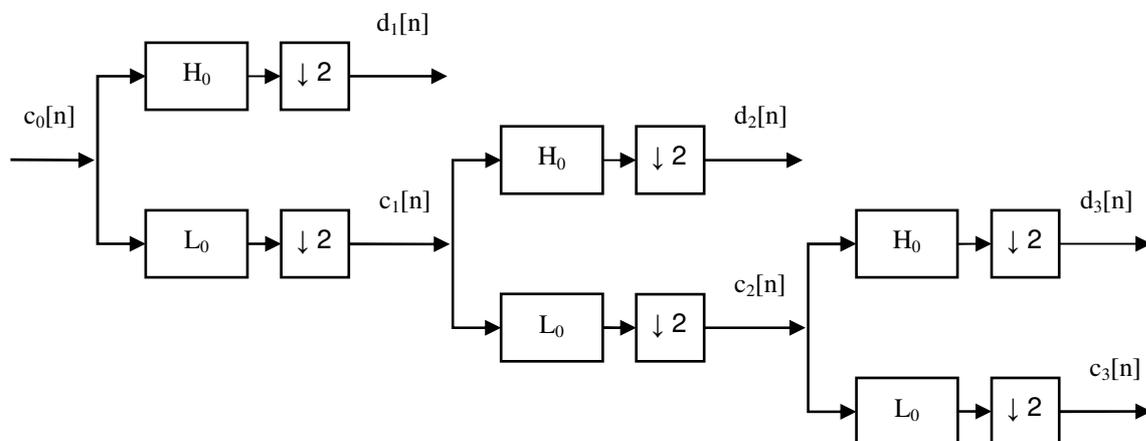
### Análisis Multirresolución con Bancos de Filtros:

Se basa en el algoritmo desarrollado por Mallat [26], según el cual una misma señal se pasa por varios filtros paso bajo y paso alto, descomponiéndola en versiones aproximadas (suavizada) y en detalle (que contiene las transiciones, picos y saltos). Se utilizan filtros de diferente frecuencia de corte para analizar la señal a diferentes escalas. La señal se pasa por una serie de filtros de paso alto H, para analizar las componentes de alta frecuencia, y unos filtros de paso bajo L, para analizar las componentes de baja frecuencia.

La resolución de la señal se cambia mediante operaciones de filtrado, y la escala se cambia reduciendo la velocidad de muestreo o eliminando ciertas muestras de la señal (submuestreo).

Seleccionando  $a_0=2$ , el escalado es 1, 1/2, 1/4, 1/8 ... y la traslación es 0, k, 2k, 4k ... lo que da a la DWT una cobertura logarítmica de la frecuencia. Cada dilatación divide la anchura de banda en dos. De esta manera se interrelacionan el análisis multirresolución en tiempo continuo con filtros en tiempo discreto.

En la 3.36 se muestra un árbol de descomposición wavelet de tres niveles. En la figura la señal de entrada se denota por  $c_0[n]$ , el filtro paso bajo es  $L_0$ , el filtro paso alto  $H_0$ . En cada nivel el filtro paso alto produce información de detalle  $d[n]$  y el filtro paso bajo, asociado con la función de escalado, produce información de aproximación  $c[n]$ .



**Figura 3.36.** Árbol de descomposición wavelet en tres niveles

Sea  $c_0[n]$  la señal de entrada. En la escala 1 dicha señal se descompone en dos señales:  $c_1$  (aproximada) y  $d_1$  (detalle)

$$d_1(n) = \sum_k H(k - 2n) X(k) \quad [3.47]$$

$$c_1(n) = \sum_k L(k - 2n) X(k) \quad [3.48]$$

donde  $L(n)$  y  $H(n)$  son los coeficientes de los filtros paso bajo y paso alto.

$c_1$  contiene las componentes frecuenciales bajas de  $X$

$d_1$  contiene las componentes frecuenciales altas de  $X$

En el siguiente nivel de descomposición se utiliza  $c_1$ :

$$d_2(n) = \sum_k H(k - 2n) c_1(k) \quad [3.49]$$

$$c_2(n) = \sum_k L(k - 2n) c_1(k) \quad [3.50]$$

$c_2$  contiene las componentes frecuenciales bajas de  $c_1$

$d_2$  contiene las componentes frecuenciales altas de  $c_1$

análogamente se construyen nuevos niveles de descomposición como se ve en la figura 3.36

$$d_m(n) = \sum_k H(k - 2n) c_{m-1}(k) \quad [3.51]$$

$$c_m(n) = \sum_k L(k - 2n) c_{m-1}(k) \quad [3.52]$$

El submuestreo por dos al final de cada filtro escala la wavelet por dos para la siguiente etapa. Los filtros eliminan la mitad de las frecuencias y después del filtrado la mitad de las muestras pueden ser eliminadas sin pérdida de información (según Nyquist's) puesto que la frecuencia más alta es ahora la mitad del nivel anterior. En cada nivel se obtienen la mitad de muestras que en nivel precedente, consiguiéndose por tanto el doble de resolución en frecuencia y la mitad de resolución temporal. La salida del filtro paso bajo se vuelve a filtrar para otra descomposición. La descomposición puede continuar hasta obtener finalmente una muestra en el último nivel.

Esta descomposición reduce a la mitad la resolución en el tiempo en cada etapa, como consecuencia de la reducción a la mitad del número de muestras de la señal. Sin embargo duplica la resolución en frecuencia, ya que ahora la banda de frecuencia abarca solamente la mitad de la banda de frecuencia de la etapa anterior.

### 3.5.4. Medida de la tensión r.m.s. utilizando el análisis wavelet

Principalmente existen dos métodos para calcular la tensión  $V_{rms}$  de una señal a partir de los coeficientes de la descomposición wavelet:

#### Método 1: Método de los coeficientes DWT

Yoon y Devaney proporcionan en la referencia [27] la base teórica y demuestran la aplicación práctica de la medida de valor r.m.s. y la potencia/energía de una señal eléctrica directamente a partir de los coeficientes de la descomposición wavelet de esa señal. La energía de una señal en el dominio wavelet se calcula aplicando el Teorema de Parseval, que establece que si las funciones de escala y wavelet forman un sistema ortonormal, entonces la energía de la señal  $f(t)$  es:

$$\int |f(t)|^2 dt = \sum_k |c(k)|^2 + \sum_j \sum_k |d_j(k)|^2 \quad [3.53]$$

siendo  $j$  el número de niveles de descomposición

La tensión  $V_{rms}$  está definida por:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt} \quad [3.54]$$

Si hay  $j$  niveles de resolución, la tensión r.m.s. de una señal de tensión  $v(t)$  analizada durante un tiempo  $T$  ( $N$  muestras) es:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_k c(k)^2 + \frac{1}{N} \sum_j \sum_k d(k)^2} \quad [3.55]$$

En la referencia [28], Yanti y Kawasaki proponen una modificación de esta expresión empleando los coeficientes de la Transformada Wavelet Packet en lugar de la DWT.

**Método 2: Método del fasor**

Este método alternativo, propuesto por Wong y Leong [29], se basa en comparar dos señales, una es la señal medida  $c_0$  y otra una señal de referencia sinusoidal  $c_{0ref}$ .

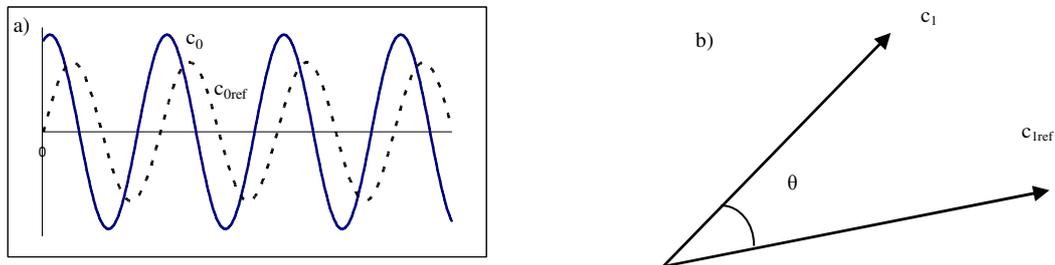
A ambas se les aplica la DWT con la misma wavelet madre. Sean  $c_1$  y  $c_{1ref}$  los vectores de los coeficientes de aproximación obtenidos. El ángulo  $\theta$  entre los fasores de las señales  $c_0$  y  $c_{0ref}$  es el mismo que el ángulo que forman  $c_1$  y  $c_{1ref}$

$$\theta = \arccos\left(\frac{\langle c_1, c_{1ref} \rangle}{|c_1| |c_{1ref}|}\right) \tag{3.56}$$

Con el ángulo  $\theta$  calculado se forma la función sinusoidal  $f(t)$  de frecuencia  $w$  y amplitud unidad:

$$f(t) = \text{sen}(wt + \theta) \tag{3.57}$$

Se le aplica la DWT obteniéndose como aproximación el vector  $c_f$



**Figura 3.37.** a) Señal medida  $c_0$  y señal de referencia  $c_{0ref}$  del método del fasor  
 b) Vectores DWT de las señales medida y de referencia

Las magnitudes de los vectores  $c_1$  y  $c_f$  son proporcionales:

$$|c_1| : x = |c_f| : 1 \tag{3.58}$$

Y, por tanto, la magnitud del fasor de la señal medida es:

$$x = \frac{|c_1|}{|c_f|} \tag{3.59}$$

### 3.5.5. Detección y evaluación de eventos en la tensión de alimentación empleando wavelets

Desde mitad de la década de los 90 se está utilizando la Transformada Wavelet como una herramienta de procesado de señal en sistema eléctricos, debido a que sus características tiempo-frecuencia permiten identificar y analizar distintos tipos de perturbaciones en la calidad de la energía eléctrica [30-32]

En todos estos estudios la elección de la función wavelet madre juega un papel muy importante en la detección de perturbaciones. Se han realizado distintos estudios sobre las características de diferentes funciones wavelet para la detección y caracterización de distintos parámetros de las formas de onda de tensión y corriente. En estos estudios no existe una conformidad clara en cuanto a la función wavelet mas adecuada en función del tipo de perturbación, aunque como norma general las funciones wavelet con menor número de coeficientes son las mas adecuadas para el procesado de transitorios rápidos, mientras que transitorios lentos se detectan mejor empleando funciones wavelet con mayor número de coeficientes [30].

Santoso y otros en la referencia [30], comprueban que las funciones wavelet Daubechies con 4, 6, 8 y 10 coeficientes se comportan adecuadamente en la detección de la mayoría de los tipos de perturbaciones. Parsons y otros en la referencia [33] realizan un análisis comparativo de distintas perturbaciones en un sistema de transmisión y proponen utilizar los coeficientes de detalle del primer nivel de descomposición de la función Daubechies con 6 coeficientes, como el método mas adecuado para determinar el comienzo y el final de huecos de tensión en sistemas eléctricos.

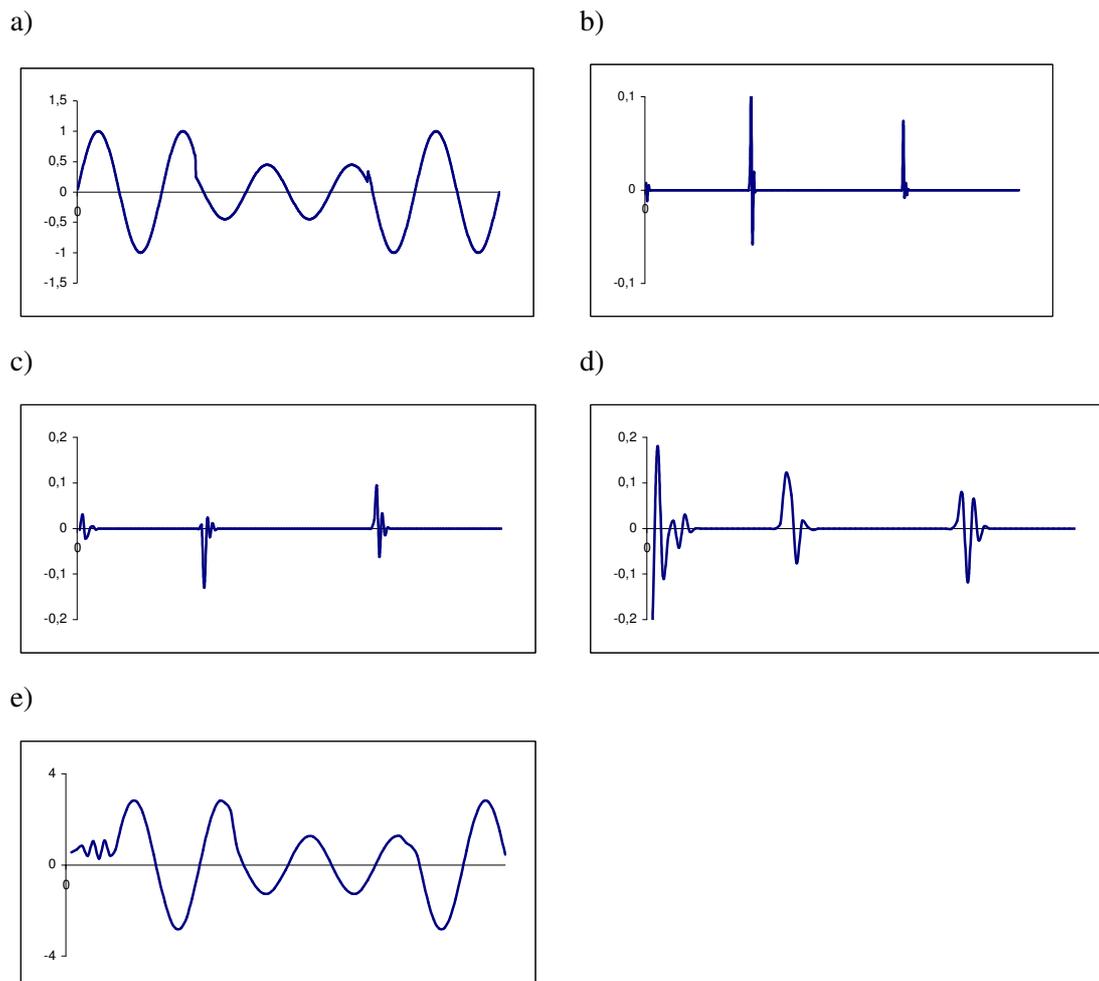
Otros autores como Gaouda y Salama [34,35] proponen un esquema de detección, clasificación y cuantificación de perturbaciones de corta duración con wavelets, comparando cada tipo de perturbación (huecos, sobretensiones e interrupciones) con un valor estándar para identificar y cuantificar la magnitud del evento.

Por su parte, Santoso y otros en la referencia [36] y Borrás, Castilla y otros [37] proponen métodos de detección y clasificación de perturbaciones de corta duración empleando wavelets y redes neuronales.

Xiangxun [38] propone un esquema en el que se genera una señal diferencia en el tiempo (restando el valor de un ciclo con respecto al del ciclo siguiente) para detectar el comienzo de la

perturbación y su duración, y determinar su magnitud por medio de la relación de la amplitud de los coeficientes de la descomposición wavelet en una sola escala a los de la amplitud original.

La utilización conjunta de análisis de perturbaciones empleando wavelets y el análisis de Fourier se ha propuesto por distintos autores. Así, Kezunovic [39] presenta un método donde las wavelets se utilizan para obtener información temporal del evento y el análisis de Fourier se emplea para obtener información de la magnitud de ese evento. Montañó y otros [40] presentan un método donde se aplica el análisis de Fourier para extraer las componentes armónicas estacionarias de la señal y por diferencia obtener la parte de la perturbación de la señal. A esa parte restante le aplica el análisis wavelet para separar las partes de alta y baja frecuencia para la clasificación de perturbaciones como huecos de tensión, sobretensiones e interrupciones. Por último, Santoso y otros [41] presentan un método conjunto donde a través del análisis wavelet y el análisis de Fourier se buscan características únicas que permitan identificar de forma automática distintos tipos de perturbaciones.



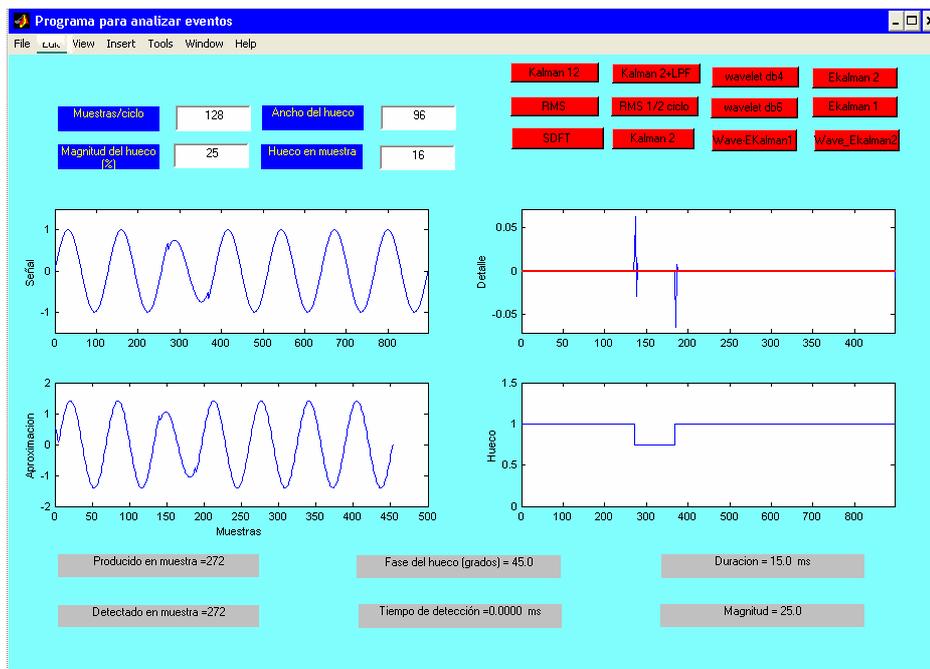
**Figura 3.38.** Aplicación de una descomposición MRA de tres niveles a una señal con un hueco. a) señal con el hueco, b) señal de detalle en nivel 1, c) señal de detalle en nivel 2, d) señal de detalle en nivel 3, e) señal de aproximación en nivel 3

Como un ejemplo de la aplicación del análisis wavelet a la detección y evaluación de eventos en la tensión de suministro de energía eléctrica, se ha aplicado una descomposición MRA de tres niveles, ver figura 3.38, a una señal de tensión simulada que presenta un hueco de magnitud 55% y 2 ciclos de anchura. La wavelet utilizada es la Daubechies 6. Los tres niveles de detalle son  $d_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$  y el nivel de aproximación es  $c_3$ . El comienzo y el final del hueco se detectan en todos los niveles, aunque con mayor precisión en el primer nivel,  $d_1$ , por lo que sólo se utilizará dicho nivel en la detección de los eventos.

Se han aplicado el método de los coeficientes y el método del fasor a la señal para calcular la magnitud de un hueco de magnitud 55%. Los resultados se muestran en la tabla 3.14. Debido a que el método del fasor presenta mejores resultados en el cálculo de la magnitud del hueco, se ha elegido este método en la realización de las posteriores pruebas hechas con el análisis wavelet.

	<i>Magnitud</i>	<i>Error</i>
<i>Método de los coeficientes</i>	0.5325	3.88%
<i>Método del fasor</i>	0.55	0.00%

**Tabla 3.14** Magnitud calculada por el método de los coeficientes y por el método del fasor

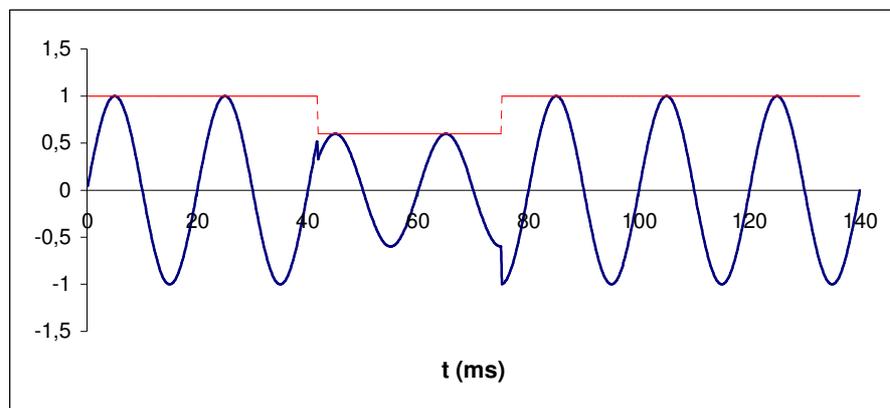


**Figura 3.39.** Pantalla de interfase de usuario con los resultados al aplicar la wavelet db6 a una señal con un hueco de tensión.

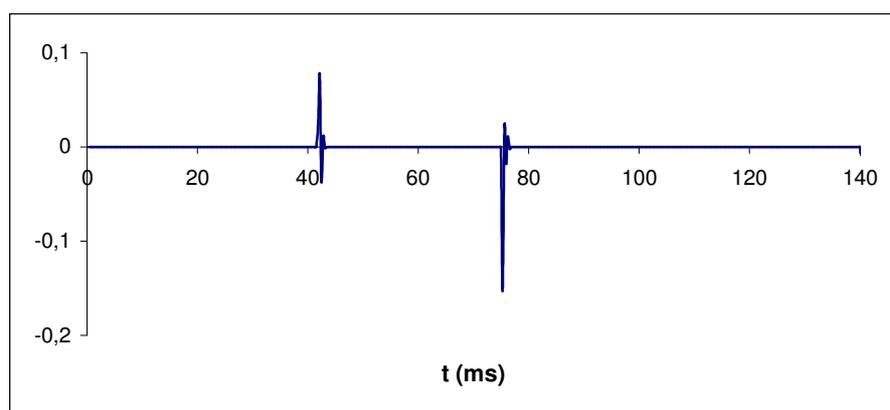
La figura 3.39 presenta de nuevo la pantalla de interfase de usuario del programa de simulación con los resultados obtenidos en el análisis de un hueco del 25% de magnitud y 15 ms de duración (botón 'wavelet db6' de la pantalla). Como puede observarse en la figura, junto con la forma de onda de la tensión se representan los valores de los coeficientes de aproximación y detalle del primer nivel de descomposición, empleando la wavelet db6 en el análisis y el método del fasor en el cálculo de la magnitud del hueco. En la parte inferior de la pantalla aparece los resultados proporcionados, destacando que el tiempo de detección es de 0 ms y el cálculo de la magnitud del hueco es exacto.

En la figura 3.40 aparecen conjuntamente una señal con un hueco 40% de magnitud y una duración de 33 ms, los coeficientes de aproximación del primer nivel (figura 3.40b) y el cálculo de la magnitud de la componente fundamental, realizado con el método del fasor (figura 3.40c).

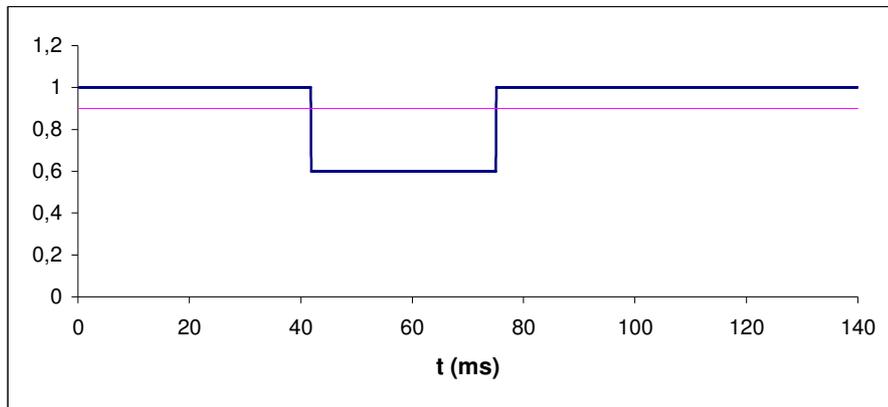
a)



b)



c)



**Figura 3.40.** Detección de un hueco con la wavelet db6 y cálculo de su magnitud con el método del fasor. a) Hueco de tensión de magnitud 40% b) Coeficientes de detalle del primer nivel c) Magnitud calculada por el método del fasor

En las figuras se puede apreciar que la detección del comienzo del hueco y del final es inmediata y el cálculo de la magnitud es correcto.

Para evaluar las características del método de la transformada wavelet en la detección y análisis de eventos en la tensión de alimentación, se han simulado huecos de tensión de distinta magnitud, duración y punto de onda de comienzo, en una señal sinusoidal pura de 50 Hz y 230 V de valor eficaz. En cada simulación se han calculado el valor de la magnitud del hueco, el tiempo de detección y/o la duración del hueco.

Los parámetros que se han estudiado a partir de los resultados obtenidos son: el error máximo en la magnitud del hueco, la mínima profundidad del hueco para su detección, el máximo tiempo de su detección, la influencia de la fase en que se produce el hueco en el cálculo de sus parámetros y los valores medios del tiempo de detección, la duración y la magnitud.

#### **Error máximo en el cálculo de la magnitud del hueco:**

La tabla 3.15 muestra el máximo error cometido en el cálculo de la magnitud del hueco al aplicar la DWT.

El método utilizado en el cálculo de la magnitud es el método del fasor, y como puede observarse el error cometido es siempre 0%, independientemente de la magnitud o la duración del hueco.

<i>Magnitud hueco (%)</i>	<i>Máximo error en magnitud (%)</i>			
	<i>0.5 ciclos</i>	<i>0.75 ciclos</i>	<i>1 ciclo</i>	<i>1.5 ciclos</i>
<i>De 10 a 90</i>	0.00	0.00	0.00	0.00

**Tabla 3.15.** Máximo error en la determinación de la magnitud del hueco para huecos de 0.5 a 1.5 ciclos de duración con db6 y método del fasor

### **Mínima profundidad del hueco para su detección**

La tabla 3.16 muestra que los huecos de duración menor a 1.88 ms no pueden ser calculados con el método del fasor, independientemente de su magnitud y del punto de la onda de comienzo del hueco. Cualquier hueco de duración mayor a 1.88 ms tiene una probabilidad de detección del 100% con la wavelet db6 y el método del fasor.

<i>Duración (ms)</i>	<i>Mínima magnitud (%)</i>	<i>Máxima Magnitud (%)</i>
<b>1.88</b>	10.00	10.00
<b>10</b>	10.00	10.00
<b>15</b>	10.00	10.00

**Tabla 3.16.** Mínima/máxima magnitud-duración para 100% detección/no-detección de huecos con el wavelet db6

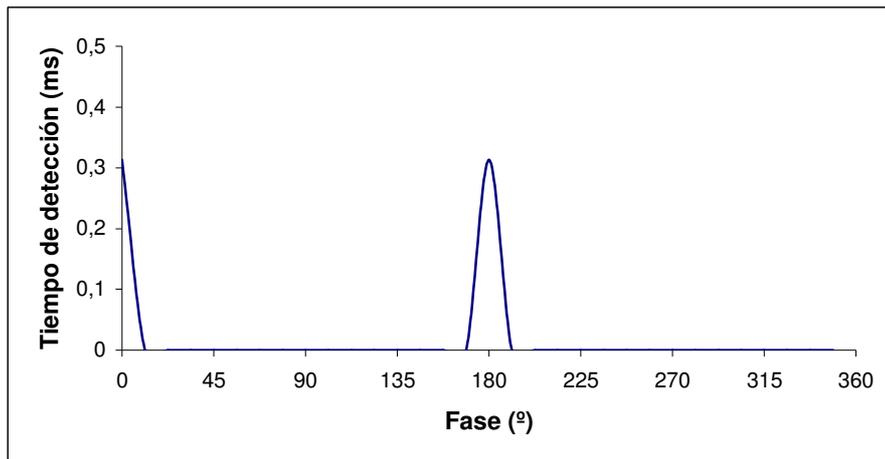
### **Tiempo de detección máximo**

Se ha estudiado el tiempo máximo en la detección del hueco con wavelet db6. El tiempo máximo en la detección del hueco no depende de la magnitud ni de la duración del hueco y es siempre de 0.3 ms para un frecuencia de muestreo de 6.4 Khz. Este tiempo de detección máximo se produce cuando la fase del instante en que se produce el hueco es de 0° o 180° (ver figura 3.41), pues en el resto de las fases el tiempo de detección es de 0 ms. El análisis wavelet es por tanto quien presenta los mejores resultados en cuanto a la velocidad de detección de los huecos comparativamente con los métodos anteriormente estudiados.

### **Influencia del punto de comienzo del hueco en el cálculo de sus parámetros**

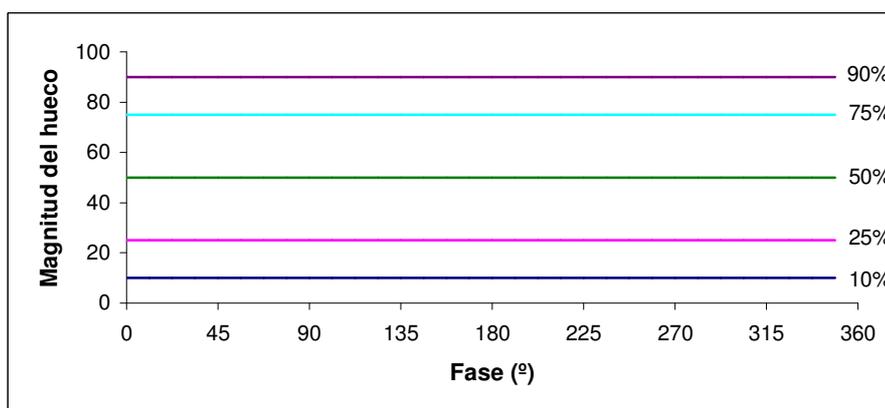
Se ha aplicado el análisis wavelet a huecos de magnitud variable (10%, 25%, 50%, 75% y 90%) en señales sinusoidales de 50 Hz sin armónicos. Los huecos son de 1 ciclo de duración (20 ms)

y producidos en distinta fase de la señal. La velocidad de muestreo es de 128 muestras/ciclo. Los parámetros calculados son: el tiempo de detección del hueco, la duración y la magnitud del hueco. La figura 3.41 muestra que el tiempo de detección del hueco varía dependiendo de la fase de la señal en que se produce el hueco: en el caso en que la fase sea  $0^\circ$  o  $180^\circ$  el tiempo de detección es de 0.3 ms y en el resto de los casos es 0 ms. Además es independiente de la magnitud del hueco.



**Figura 3.41.** Tiempo de detección de huecos en función de la fase con la wavelet db6

La duración del hueco se calcula siempre correctamente, independientemente de la fase en que comienza y de la magnitud. En la figura 3.42 se muestra el cálculo de la magnitud del hueco en función de la fase de la señal en que este se produce. En ella se observa que dicho cálculo es exacto siempre.



**Figura 3.42.** Magnitud calculada en huecos del 10%, 25%, 50%, 75% y 90% en función de la fase con la wavelet db6. El método utilizado es el del fasor.

### Valores medios del tiempo de detección, duración y magnitud obtenidos con el análisis wavelet

Se ha realizado un estudio estadístico aplicando el análisis wavelet a huecos de 1 ciclo de duración, magnitudes del 10% al 90% y distinto punto de comienzo con el objetivo de calcular los valores medios del tiempo de detección, la duración y la magnitud, así como las desviaciones estándar y los errores cometidos. En la tabla 3.17 aparecen los resultados obtenidos.

	10%	25%	50%	75%	90%
<i>Tiempo de detección (ms)</i>	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
<i>Desviación estándar</i>	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077
<i>Duración del hueco (ms)</i>	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00
<i>Desviación estándar</i>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
<i>Error en la duración (%)</i>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
<i>Magnitud del hueco (%)</i>	10.00	25.00	50.00	75.00	90.00
<i>Desviación estándar</i>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
<i>Error en la magnitud (%)</i>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

**Tabla 3.17.** Resultados obtenidos con el análisis wavelet en huecos de distinta magnitud y 1 ciclo de duración

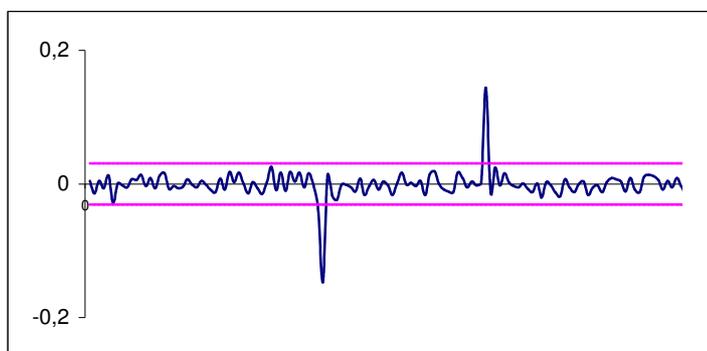
De los datos del tiempo de detección y la duración del hueco de la tabla 3.17 se concluye que con el análisis wavelet se obtienen resultados sensiblemente mejores que los métodos anteriormente estudiados. Además dichos resultados no dependen de la magnitud del hueco.

#### 3.5.6. Aplicación de la DWT eventos reales

En los apartados anteriores se han presentado los resultados obtenidos en la aplicación de la DWT a distintos eventos superpuestos a la forma de onda de una tensión de alimentación ideal de 50 Hz para así poder establecer una referencia base en la que poder comparar las características de los distintos métodos. En las tensiones de alimentación reales se producen distintas perturbaciones que producen que la señal fundamental de 50 Hz se aparte de su forma sinusoidal ideal. Los armónicos, por ejemplo, están siempre presentes en la forma de onda de la tensión en las redes de transmisión y de distribución actuales, con distintas magnitudes variables en función de la hora del día, del día de la semana y de la época del año. Otros tipos de transitorios y ruidos de alta frecuencia también se encuentran presentes en las señales de alimentación con distinta magnitud e incidencia dependiendo de las características de la propia red de distribución y de la naturaleza de las cargas conectadas.

Cuando se aplica el análisis wavelet a una señal de tensión real, el resultado de la descomposición en el primer nivel es un ruido gaussiano, como se puede ver en la figura 3.45 para el caso de una señal adquirida en la red de distribución, y no un nivel cero como ocurría en las simulaciones de los apartados anteriores. Si esa señal presenta un hueco, la descomposición  $dI$  contendrá el ruido más los picos que indican el comienzo, el final y los posibles escalones del hueco.

Para poder discriminar entre el ruido presente y las variaciones en la tensión de alimentación debidas a la presencia de un hueco en la tensión, hay que establecer unos umbrales y considerar la porción de los coeficientes de detalle que supera esos umbrales. En la figura 3.43 los umbrales elegidos son, de acuerdo con la referencia [33],  $\mu \pm 3\sigma$ , siendo  $\mu$  y  $\sigma$  el valor medio y la desviación estándar de los coeficientes  $dI$ . En la referencia [33] se muestra como esta elección da resultados aceptables en la detección del comienzo y del final del hueco en la tensión de un sistema de transmisión, pero como vamos a demostrar a continuación, en el nivel de distribución en baja tensión el método no siempre es aplicable por la presencia de ruidos y transitorios de alta frecuencia que producen valores de los coeficientes de detalle de la misma magnitud que los que puedan generar las transiciones asociadas al comienzo y al final de los huecos de tensión o sobretensiones.

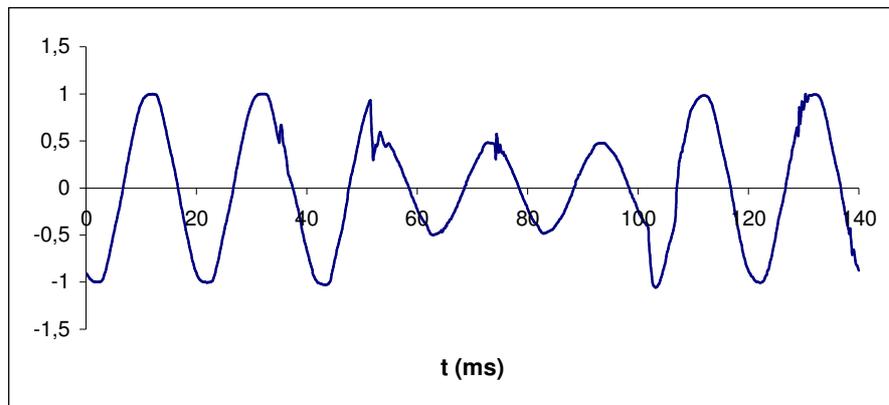


**Figura 3.43.** Señal de detalle  $dI$  del primer nivel de descomposición DWT con umbrales  $\mu \pm 3\sigma$

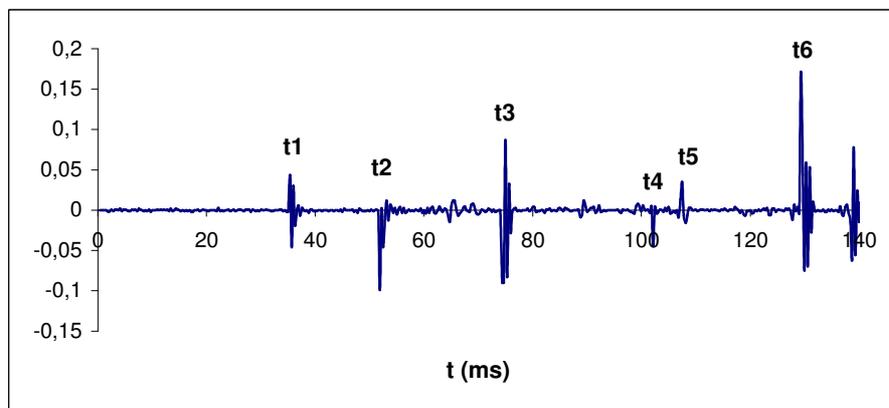
En la figura 3.44 se representa la forma de onda de la tensión de alimentación real (expresada en p.u.) medida en nuestra red de distribución de baja tensión y los valores de los coeficientes de detalle del primer nivel de descomposición obtenidos aplicando la DWT con la db6 como función wavelet madre a esa señal. Como se observa en la figura, la utilización directa, sin ninguna otra consideración de los coeficientes de detalle del primer nivel de descomposición no permite en este caso discriminar cual es el comienzo y el final del hueco, ya que los ruidos de alta frecuencia presentes en la señal producen unos valores de los coeficientes de detalle tan

altos o incluso mayores que los producidos por el hueco de tensión.

a)



b)



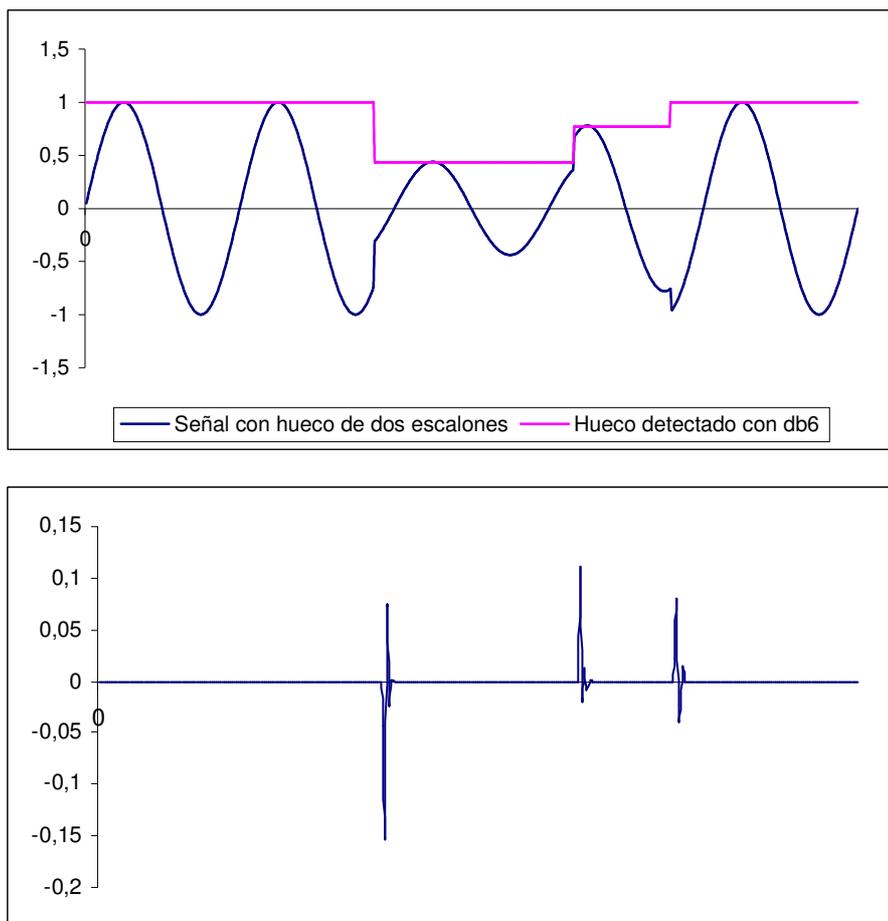
**Figura 3.44.** Aplicación de la transformada wavelet a una señal real con un hueco. a) Señal real con un hueco de tensión b) coeficientes de detalle  $d1$  de la DWT

Resultados obtenidos a partir de los coeficientes de detalle  $d1$ :

- Antes del hueco: la DWT no diferencia un transitorio de alta frecuencia, instante  $t_1$ , con el instante del comienzo del hueco  $t_2$
- Durante el hueco: si el hueco presenta a su vez escalones o transitorios de alta frecuencia, la DWT no es capaz de diferenciarlos (instante  $t_3$ )
- Final del hueco: nos es capaz de diferenciarlo correctamente (instantes  $t_4$  y  $t_5$ )
- Después del hueco: vuelve a detectar un transitorio de alta frecuencia  $t_6$

### 3.5.7. Limitaciones del método:

Un inconveniente que se presenta en la aplicación de la Transformada Wavelet Discreta se produce en el análisis de huecos con varios escalones. La muy alta sensibilidad de los coeficientes de detalle del 1º nivel de descomposición permite detectar perfectamente los distintos escalones que se producen en el valor eficaz de la tensión de alimentación, pero impiden en un análisis automático determinar cuando se produce exactamente el final del hueco. Esta indeterminación puede producir errores importantes en la duración y en la magnitud del hueco. A modo de ejemplo, la figura 3.45 representa la forma de onda de la tensión de alimentación con un hueco rectangular que presenta dos escalones en su recuperación y la evolución temporal de los coeficientes de detalle obtenidos en la aplicación de la DWT a esa señal empleando la función db6. Del análisis directo de estos coeficientes sería difícil determinar cuál es el final del hueco de tensión e incluso su comienzo en el caso de que hubiese también distintos escalones en su inicio.



**Figura 3.45.** Aplicación de la transformada wavelet a una señal con un hueco de dos escalones.

Otra inconveniente muy importante es que la transformada wavelet no proporciona información sobre la variación temporal de la tensión eficaz de una señal, solo puede conocerse el valor dicha magnitud entre dos instantes determinados. Esto supone una limitación muy importante en sistemas de procesamiento digital que deban implementarse en tiempo real.

Finalmente hay que resaltar que la transformada wavelet, a diferencia del filtro de Kalman, al ser tan sensible al ruido, resulta ineficiente en el procesamiento de señales en tiempo real en el que los datos de entrada presenten ruido.

### **3.5.8. Conclusiones:**

La transformada wavelet es el método que más rápidamente detecta comienzo y el final del evento. Además con señales ideales el método del fasor proporciona resultados muy buenos en el cálculo de la magnitud del evento.

Los resultados de la transformada wavelet dependen de la wavelet madre elegida, es por ello que es necesario realizar un análisis para elegir la wavelet que mejores resultados proporcione en la detección de eventos en señales eléctricas. Asimismo es necesario establecer una estrategia para establecer los umbrales a utilizar en la detección del evento.

El gran inconveniente de la transformada wavelet en su aplicación a la detección de eventos es que no es capaz de discriminar por si sola el comienzo del evento, su final, los escalones de subida y bajada, el ruido presente y los transitorios de alta frecuencia. Se necesita un método auxiliar que proporcione, en tiempo real, la información necesaria que permita diferenciar las anteriores situaciones.

---

### 3.6. REFERENCIAS

---

- [1] M. Bollen, "Understanding power quality problems. Voltage sags and interruptions", IEEE Press, New York, 2000.
- [2] R.C. Dugan, M.F. McGranaghan, H. W. Beaty, "Electric Power Systems Quality", McGraw Hill, 1996.
- [3] D. Carnovale, D. Ellis, "Mind your P's and Q's", IEEE Industry Applications Magazine, Vol. 9, No. 2, March/April 2003, pp. 55-63.
- [4] R.A. Flores, "State of the art in the classification of power quality events, an overview", 10<sup>th</sup> International Conference on Harmonics and Quality of Power 2002, 6-9 October 2002, Vol. 1, pp. 17-20.
- [5] Z.Q. Wang, S.Z. Zhu, "Comparative Study on Power Quality Disturbance Magnitude Characterization", International Conference on Power System Technology, PowerCon 2002, 13-17 October 2002, Vol. 1, pp. 106-111.
- [6] C. Fitzler, M. Barnes, P. Green, "Voltage Sag Detection Technique for a Dynamic Voltage Restorer", IEEE Transactions on Industry Application, Vol. 4, No. 1, January/February 2004, pp. 203-212.
- [7] N. Kagan, E.L. Ferrari, "Influence of rms Variation Measurement Protocol on Electrical System Performance Indices for Voltage Sags and Swells", 9<sup>TH</sup> IEEE International Conference on Harmonics and Quality of Power 2000, Orlando, Florida, USA, Oct. 1-4, 2000, Vol. 3, pp. 790 – 795.
- [8] E. Styvaktakis, M.H.J. Bollen, I.Y.H. Gu, "Automatic Classification of Power System Events Using rms Voltage Measurements", IEEE Power Engineering Society 2002 Summer Meeting, Chicago, Illinois, USA, July 21-25, 2002, Vol. 2, pp. 824-829.
- [9] M. Albu, G.T. Heydt, "On the Use of rms Values in Power Quality Assessment", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 18, No. 4, October 2003, pp. 1586-1587.

- 
- [10] J. Barros and E. Pérez, "Limitations in the use of r.m.s. value for power quality analysis", IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC2006, Sorrento, Italia, April 2006 (aceptado).
- [11] G.T. Heydt, P.S. Fjeld, C.C. Liu, D. Pierce. L. Tu, G. Hensley, "Applications of the Windowed FFT to Electric Power Quality Assessment", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, No. 4, October 1999, pp. 1411-1416.
- [12] E. Styvaktakis, M.H.J. Bollen and I.Y.H. Gu, "Classification of Power System Events: Voltage Dips", 9<sup>th</sup> International Conference on Harmonics and Quality of Power, 2000. 1-4 October 2000, Vol 2, pp. 745-750.
- [13] I.Y.H. Gu, M.H.J. Bollen, "Time-Frequency and Time-Scale Domain Analysis of Voltage Disturbances", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 15, No. 4, October 2000, pp. 1279-1284.
- [14] E. Jacobsen, R. Lyons, "The sliding DFT", IEEE Signal Processing Magazine, Vol. 20, No. 2, March 2003, pp. 74 – 80.
- [15] G. Benmouyal, A.A. Girgis, R.G. Brown, "Frequency-domain characterization of Kalman Filters as applied to power-system protection," IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 7, No. 3, pp. 1129-1138, July 1992.
- [16] A.A. Girgis, W.B. Chang, B.E. Makram, "A digital recursive measurement esqueme for on-line tracking of power system harmonics", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 6, No. 3, pp. 1153-1160, July 1991.
- [17] V.M. Moreno and J. Barros, "Application of Kalman filtering for continuous real-time tracking of power system harmonics", IEE Proc. on Generation, Transmission and Distribution, Vol. 144, No. 1, pp. 13-20, January 1997.
- [18] K. Kennedy, G. Lightbody, R. Yacamini, "Power System Harmonic Analysis using the Kalman Filter", IEEE Power Engineering Society General Meeting 2003, Vol. 2, 13-17 July 2003, pp. 752-757.

- [19] S. Liu, "An Adaptive Kalman Filter for Dynamic Estimation of Harmonic Signal", 8<sup>th</sup> Int Conference on Harmonics and Quality of Power, Athens, Greece, October 14-16, 1998, pp. 636-640.
- [20] E. Styvaktakis, I.Y.H. Gu and M.H.J. Bollen, "Voltage Dip Detection and Power System Transients", IEEE Power Engineering Society 2001 Summer Meeting, Vancouver, Canada, pp. 683- 688.
- [21] E. Styvaktakis, M.H.J. Bollen and I.Y.H. Gu, "Expert System for Voltage Dip Classification and Analysis", IEEE Power Engineering Society 2001 Summer Meeting, Vancouver, Canada, pp. 671- 676.
- [22] E. Styvaktakis, M.H.J. Bollen and I.Y.H. Gu, "Automatic Analysis of Power Quality Measurements", 3<sup>rd</sup> Mediterranean Conference on Power Generation, Transmission, Distribution and Energy Conversion, MED POWER 2002, Athens, Greece, November 4-6, 2002.
- [23] E. Styvaktakis, M.H.J. Bollen and I.Y.H. Gu, "Expert system for classification and analysis of power system events", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 17, No. 2, April 2002, pp. 423-428.
- [24] J. Barros, E. Pérez and A. Pigazo, "Real Time System for Identification of Power Quality Disturbances", 17<sup>th</sup> International Conference and Exhibition on Electricity Distribution (CIRED 2003), Barcelona, Spain, May 12-15, 2003. Paper 29, Session 2.
- [25] J. Barros, E. Pérez, "Measurement and Analysis of Voltage Events in a Low-Voltage Distribution Network", 12<sup>th</sup> IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference, MELECON 2004, May 12 – 15, 2004, Dubrovnik, Croatia, pp. 1083-1086, ISBN: 0-7803-8271-4.
- [26] S. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 11, No. 7, pp. 674-693, July 1989.

- 
- [27] W.K. Yoon and M.J. Devaney, "Power Measurement Using the Wavelet Transform", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 47, No. 5, October 1998, pp. 1205-1210.
- [28] E.Y. Hamid and Z.I. Kawasaki, "Wavelet Packet Transform for RMS Values and Power Measurements", IEEE Power Engineering Review, Vol. 21, No. 9, pp. 49-51, September 2001.
- [29] C. Wong, I. Leong, C. Lei, J. Wu, Y. Han, "A Novel Algorithm for Phasor Calculation Based on Wavelet Analysis", IEEE Power Engineering Society Summer Meeting 2001, Vol. 3, July 2001, pp. 1500-1503.
- [30] S. Santoso, E.J. Powers, W.M. Grady, "Electric Power Quality Disturbance Detection using Wavelet Transform Analysis", IEEE – SP International Symposium on Time-Frequency and Time Scale Analysis, PA, October 1994, pp. 166-169.
- [31] S. Santoso, E.J. Powers, W.M. Grady, P. Hofmann, "Power Quality Assessment Via Wavelet Transform Analysis", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 11, No. 2, April 1996, pp. 924-930.
- [32] D.C. Robertson, O.I. Camps, J.S. Mayer and W.B. Gish, "Wavelets and electromagnetic power system transients", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 11, No. 2, pp. 1050-1058, April 1996.
- [33] A.C. Parsons, W.M. Grady, E.J. Powers, "A wavelet-based procedure for automatically determining the beginning and end of transmission system voltage sags", Proc. of IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, vol. 2, January-February 1999, pp. 1310-1315.
- [34] A.M. Gaouda, M.M. Salama, M.R. Sultan, A.Y. Chikhani, "Power Quality Detection and Classification Using Wavelet-Multiresolution Signal Decomposition", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, No. 4, October 1999, pp. 1469-1476.
- [35] A.M. Gaouda, M.M. Salama, M.R. Sultan and A.Y. Chikhani, "Application of Multiresolution Signal Decomposition for Monitoring Short-Time Variations in

- Distribution Systems”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 15 (2), April 2000, pp. 478-485.
- [36] S. Santoso, E.J. Powers, W.M. Grady and A.C. Parsons, “Power Quality Disturbance Waveform Recognition Using Wavelet-Based Neural Classifier-Part 1: Theoretical Foundation, Part 2: Application”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 15, No. 1, January 2000, pp. 222-235.
- [37] D. Borrás, M. Castilla, N. Moreno, J.C. Montaña, “Wavelet and Neural Structure: A New Tool for Diagnostic of Power System Disturbances”, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 37, No. 1, January-February 2001, pp. 184-190.
- [38] C. Xiangxun, “Wavelet-Based Detection, Localization, Quantification and Classification of Short Duration Power Quality Disturbances”, IEEE Power Engineering Society Winter Meeting 2002, Vol. 2, January 2002, pp. 931-936.
- [39] M. Kezunovic, “Automated Analysis of Voltage Sags, Their Causes and Impacts”, IEEE Power Engineering Society Summer Meeting 2001, 15-19 July 2001, Vancouver, Canadá, Vol. 2, pp. 1113-1117.
- [40] J.C. Montaña, M. Castilla, A. López, J. Gutiérrez .C. Bravo and D. Borrás, “Analysis of Electrical Signal Disturbances. A New Strategy”, International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ 2004), Barcelona, Spain, 31 March – 2 April 2004.
- [41] S. Santoso, W.M. Grady, E.J. Powers, J. Lamoree and S.C. Bhatt, “Characterization of Distribution Power Quality Events with Fourier and Wavelet Transform”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 15, No. 1, January 2000, pp. 247-254.